

Válasz Dósa György bírálatára

Köszönöm az opponens alapos bírálatát, és kérdéseit, amelyekre lentebb válaszolok.

1. Az (1.1.) képletben a szumma alatt (véleményem szerint) az egyik egyenlőtlenség szigorú kell hogy legyen. Mondjuk a jobboldali.

Válasz: Valóban így van, a jobboldali relációnak a szumma alatt szigorú egyenlőtlenségnek kellene lennie.

2. Sajnos sok helyesírási hiba van a tézisfüzetben, pl. “megszítható” (6. oldal alsó bekezdés), “egyenlőtlenség” (2. Lemma és szintén 2. Prop.), “rögtített” 14. oldal, approxmáció (16. oldal), “kövező” (23. oldal) stb.

Válasz: Sajnálom, hogy minden igyekezetem ellenére a tézisfüzetben több elírás maradt. Remélem, hogy ezekkel együtt elfogadható áttekintést ad a dolgozatban ismertetett eredményekről.

3. Kérnék szépen egy konkrét gyakorlati példát (más néven motivációt vagy alkalmazást), amikor a 2.2. fejezetbeli “etető” megelőzési korlátokkal találkozunk.

Válasz: Egy valós életbeli alkalmazás, amikor a projekt tevékenységei egy ipari projekt (építkezés, vagy egy vevői igényekhez szabott termék elkészítése) tevékenységei, például tervezés, a kivitelezés fő lépései, tesztelés, átadás. Ilyen alkalmazást is ismertet a dolgozatban is hivatkozott cikk:

[62] Tamás Kis, Gábor Erdős, András Márkus, and József Váncza. A projectoriented decision support system for production planning in make-toorder manufacturing. ERCIM news, (58):66 - 67, 2004.

4. A 6. Tétel utáni rész beszél arról, hogy az eredmény hogyan használható fel az általános feladat megoldására. Ezt kérném egy kicsit bővebben részletezni.

Válasz: Az 6. tétel lényege, hogy egy gépen hatékonyan lehet kiszámolni a kezdési időket, feltéve, hogy a feladatok sorrendje rögzített ugyanazon a gépen, illetve a többi feladat kezdési ideje is rögzített minden más gépen. Ezek után, ha az eredeti feladatra találunk egy megengedett megoldást, akkor azon úgy is tudunk javítani, hogy gépenként alkalmazzuk a 6. Tételt, és mindezt addig ismétljük, amíg az eredmény javul. Ez egy heurisztika, de nagyon jól bevált a teljes feladatra adott egzakt módszerben, amit a következő cikk ismertet:

[29] Márton Drótos and Tamás Kis. Resource leveling in a machine environment, European Journal of Operational Research, 212(1):12-21, 2011.

Az egzakt módszer hatékonyságát mutatja, hogy lineáris célfüggvény esetén különösen a nagyobb és nehezebb feladatokon jobban teljesít, mintha a feladat MIP modelljét oldanánk meg egy hatékony megoldóval (CPLEX). Kvadratikus célfüggvény esetén pedig csak a mi eljárásunk használható, mert bár a célfüggvény szeparálható, a CPLEX megoldó csak a legkisebb feladatokon talál megengedett megoldást 30 perces futási idő alatt, nagyobb

feladatokon nem talál megengedett megoldást sem, míg a mi eljárásunk átlagosan kevesebb mint egy százalék hibával közelíti meg az optimum értékét (400 beütemezendő feladat, 20 gépen).

5. A Tézisfüzet 16. oldalának felső bekezdése végén található a célfüggvény eltolása. Nyilván, így egy másik célfüggvényt kapunk. Mennyire önkényes ez az eltolás? Mit lehet mondani az eredeti illetve az eltolt célfüggvény approximációjáról (azok kapcsolatáról)? Szerepel-e ilyen jellegű eltolás a szakirodalomban? Ide kapcsolódik a 16. Tétel állítása, itt akkor nem $L_{\max}$ a célfüggvény, hanem ennek eltoltja.

Válasz: Az eltolásra azért van szükség, hogy az optimum értéke pozitív legyen. Ha ugyanis lehet negatív vagy 0 is, akkor nem tudunk semmilyen hiba-hányadosú algoritmust sem adni. Tehát szükség van a célfüggvény módosítására, eltolására. Az $(u_q - u_1)$ nagyságú eltolást az indokolja, hogy ezzel lehet igazolni az ekvivalenciát az erőforrás fogyasztós problémával.

Mivel az eredeti, nem eltolt célfüggvény szerint az optimum értéke lehet 0, de ennek eldöntése NP-nehéz, így nem nagyon tudok bármit is állítani a két különböző célfüggvény approximálhatóságának kapcsolatáról (polinom időben).

Hasonló „eltolást” alkalmazott Hall & Shmoys az alábbi cikkben, az $L_{\max}$ (maximális késés) célfüggvény esetében:

Hall, L. A., & Shmoys, D. B. (1992). Jackson's rule for single-machine scheduling: making a good heuristic better. *Mathematics of Operations Research*, 17(1), 22-35.

Az $L_{\max}$ célfüggvényt minimalizálták, és a d_j feladat-határidők helyett definiálták a $q_j = K - d_j \geq 0$ szállítási időket (K választható $\max d_j$ -nek), és az $L_{\max} = \max_j (C_j - d_j)$ célfüggvény helyett, a $\max_j (C_j + q_j)$ célfüggvényt minimalizálták. Ez azzal ekvivalens, hogy az eredeti d_j határidők helyett a $d_j' = d_j - K$ határidőkhöz képest számoljuk ki a feladatok késését.

A 16. Tétel valóban eltolt célfüggvényre vonatkozik.

6. A 3.2 fejezetben szerepel Graham LS algoritmusának approximációs aránya, ez szerintem $2-2/m$. Ugyanitt egy kicsit lejjebb: Miért általánosabb az a feladat ahol $L_{\max}$ a célfüggvény nem pedig a $C_{\max}$ célfüggvény (vagy a kibocsátási idők miatt általánosabb a feladat)?

Válasz: A tézisfüzetben a 21. oldalon van egy elírás, helyesen $2-1/m$ a Graham LS algoritmusának approximációs aránya.

Az $L_{\max}$ általánosabb, mint a $C_{\max}$, mivel speciális esetként tartalmazza a $C_{\max}$ -ot is: legyen minden határidő 0. Ekkor az $L_{\max}$ minimalizálása ekvivalens a $C_{\max}$ minimalizálásával. Az alábbi cikkben a 2.8 ábra mutatja a redukciós gráfot a célfüggvények között, és ott is az szerepel, hogy $C_{\max}$ visszavezethető az $L_{\max}$ -ra.

[40] Ronald L Graham, Eugene L Lawler, Jan Karel Lenstra, and AHG Rinnooy Kan. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of discrete mathematics*, 5:287-326, 1979.

7. A 4. Propozíció esetén hogyan kell érteni azt hogy “mindig van optimális megoldása” a feladatnak? Ezt azt jelenti, hogy van olyan optimális megoldás, amelynek során mindkét döntéshozó csak a saját célfüggvényét tekintve optimális stratégiát követ?

Válasz: A kétszintű optimalizálási problémáknál az optimális megoldás létezése nem garantált, még akkor sem, ha mind a vezető, mind a követő korlátos halmaz felett optimalizál. A tézisfüzet 4. propozíciója arról szól, hogy optimista esetben (tehát ha a követő mindig a vezető számára legkedvezőbb optimális megoldást választja, amennyiben több közül választhat), akkor a vezetőnek mindig van olyan választása, amivel a feladat véges optimumát eléri. Pesszimista esetben viszont (tehát amikor a követő mindig olyan optimális megoldást választ, ha több is van neki, ami a legrosszabb a vezetőnek), a propozícióban megfogalmazott feltétel mellett a vezető célfüggvény értéke tetszőlegesen nagy lehet.

8. Mivel explicit módon a tézisfüzetben nem szerepel, a tézisfüzet 2., 3., és 4. fejezeteit tekintettem egy-egy tézisnek. Megjegyzem továbbá, hogy a Tézisfüzetben a tételek, képletek számozása nem teljesen egyezik meg a dolgozatban levővel.

Válasz: Valóban, a 2., 3., és 4., fejezetekben ismertettek tekinthetők a fő téziseknek. Az eltérés a számozásban valóban fennáll, a tézisfüzetet önmagában is megálló műként fogtam fel.

Köszönöm a bíráló nagyon alapos munkáját, és támogatását.

Budapest, 2018. április 25.

Kis Tamás