

Opponensi vélemény

Kis Tamás **Complex Scheduling Problems**

c. MTA doktori disszertációjáról

Kis Tamás benyújtotta *Complex Scheduling Problems* című, az MTA Doktora cím elnyerésére pályázó angol nyelvű disszertációját. A magyar nyelvű tézis füzet az *Összetett Ütemezési Problémák* címet viseli.

Az ütemezéselmélet gyakorlati és elméleti jelentősége közismert. Azt viszont talán kevesebben tudják, hogy az operációkutatás ezen, algoritmikusan és számításilag is bonyolult témakörén belül—a jelentős eredmények mellett—sok és nehéz megoldatlan probléma van még. A szakterület külön szépsége, hogy a feladatok általában valós felhasználói igények alapján fogalmazódnak meg, és a megoldó eljárások közvetlenül használhatók/ellenőrizhetők tényleges feladatok megoldására.

Az ütemezési feladat, röviden fogalmazva, abban áll, hogy erőforrásokat és kezdési időpontokat határozzunk meg úgy, hogy bizonyos (numerikus és/vagy logikai) feltételeket figyelembe veszünk és közben egy vagy több célfüggvényt optimalizálunk.

Kis Tamás disszertációja egy szép csokorba gyűjtve mutat be számos új ütemezéselméleti modellt és megoldást, valamint a megoldó algoritmusok tulajdonságainak elemzését.

Előljáróban meg kell említeni, hogy jelen bíráló szakmai kompetenciája a folytonos optimalizálás, így a bírálat elsősorban ebből a szemszögből vizsgálja a disszertáció eredményeit.

A disszertáció érdemi része négy fejezetből áll (107 számozott oldal), amihez csatlakozik egy 9 oldalas Függelék (pp. 109–117), valamint egy 106 tételből álló Bibliográfia (pp. 119–128).

Az első fejezet (2 oldal) bevezetésül szolgál. A legfontosabb alapfogalmak mellett itt fogalmazódik meg az erőforráskorlátos projekt ütemezési probléma (RCPSP) alapesete. Ugyancsak itt történik meg a disszertáció szerkezetének felvázolása, miszerint

- a második fejezetben (42 oldal) olyan modellek és módszerek bemutatása szerepel, melyek célja az erőforrások egyenletes használata,
- a harmadik fejezet (44 oldal) olyan gépütemezési problémákról szól, ahol a tevékenységek a gépeken (megújuló erőforrások) túl további, nem megújuló erőforrásokat fogyasztanak illetve állítanak elő,
- végül a negyedik fejezet (19 oldal) egymással alá-fölé rendelő viszonyban álló ütemezési problémák modellezésével és megoldásával foglalkozik.

Ennek a három fejezetnek a felépítése egységes. Először a vizsgált problémakör kerül bemutatásra, majd a fontos korábbi eredmények, és végül az új eredmények szerepelnek, melyek (társ)szerzője Kis Tamás.

A **második fejezet** 2.1 szekciójában az egyenletes erőforrás használat alapfeladatát általánosítja és megengedi, hogy az ütemezendő tevékenységek erőforrásigénye időegységenként változó legyen (resource constrained project scheduling with variable intensity activities (RCPSVP), *változó intenzitású tevékenységek*) és erre a problémára több új matematikai megfogalmazást dolgoz ki. Bizonyítja, hogy erősen $\mathcal{NP}$ nehéz feladatról van szó. A feladat megoldása technikailag lineáris programozáson (LP) alapul. Ezért célszerű előfeldolgozással és érvényes vágásokkal a feltételrendszer minél erősebb LP relaxációjának a meghatározásán fáradozni. A szerző ezt meg is teszi, méghozzá rendkívül körültekintően és precízen. Végezetül, számítási kísérletekkel igazolja, hogy a bevezetett érvényes vágások javítják egy optimális megoldás elérésének esélyeit. Érdemes megjegyezni, hogy míg a folytonos LP előfeldolgozásánál a változók rögzítése, illetve ha ez nem megy, akkor a megengedettségi tartomány ($\mathcal{X}$) növelése a cél, addig az egészértékű LP (ILP), illetve vegyes egészértékű programozás (MILP) esetén $\mathcal{X}$ minél erősebb szűkítése a célravezető.

A 2.2 szekcióban a szerző bevezeti az RCPSVP mintegy általánosításaként az *etető megelőzési korlát* fogalmát, amivel jól lehet modellezni valós feladatok széles körét. Nevezetesen azokat, amelyeknél két esemény közül az egyik részlegesen átfedheti a másikat.

Az ilyen korlátokat egy (j, k, Φ) számhármassal lehet megadni, ahol j és k a két ütemező feladat indexe, $0 \leq \Phi \leq 1$ pedig az átfedés aránya. Mivel így adódó feladat a 2.1 fejezetbeli feladat általánosítása, a matematikai modell és megoldás során ezt fel lehet használni. A kidolgozott algoritmusok tesztelése azt mutatja, hogy a vágósíkok most nem tűnnek eléggé hasznosnak. A szerző erre egy elfogadható heurisztikus magyarázatot ad.

A 2.3 szekcióban feltüntetett új eredmények az *Egyenletes erőforrás használat gépütemezési környezetben* (Single machine resource leveling problem, SMRLP) modell típushoz tartoznak. A szerző bebizonyítja, hogy az SMRLP probléma NP-teljes, de ha az első gépen a feladatok sorrendje rögzített, akkor a probléma polinomiális időben megoldható,

A **harmadik fejezet** címe *Gépütemezés nem megújuló erőforrásokkal*. Itt elsősorban az ilyen feladatok komplexitásáról és approximálhatóságáról van szó. A 3.1-szekcióban szereplő modellek: Delivery tardiness problem (DTP), Material consumption problem (MCP), r -dimenziós Knapsack problems (r -DKP). A szerző kimutatja, hogy létezik köztük approximációt megőrző redukció. Ennek folyamánya, hogy ha az egyik problémáról be tudjuk bizonyítani, hogy nem approximálható, akkor ez a többi asszociált feladatra is igaz. A 3.1 táblázat jól foglalja össze, hogy mely problémákra van illetve biztos nincs polinomiális (PTAS) illetve teljesen polinomiális (FPTAS) idejű approximációs séma. A táblázat 10 sorának a bizonyítása 30 oldalt vesz igénybe.

A 3.2 szekció a párhuzamos gépes ütemezési feladatkört vizsgálja nem megújuló erőforrások esetén. Az egyik feladatról bebizonyítja, hogy az NP-nehéz, másik kettőről viszont kimutatja, hogy van hozzájuk polinomiális idejű approximációs séma.

A **4. fejezet** kétszintű ütemezési problémákkal foglalkozik. Ez olyankor fordul elő, amikor egymással alá/fölérendelt (*követő/vezető*) viszonyban álló és különböző célfüggvénnyel rendelkező döntéshozók problémáira keresünk megoldást.

A 4.1 szekció a kétszintű súlyozott befejezési idő problémával foglalkozik. kimutatja, hogy a párhuzamos gépes, döntési változata erősen NP-nehéz, továbbá ha a gépek száma konstans, akkor a problémára van FPTAS. Ez utóbbi a MAX m -CUT problémával való rokonságból van levezetve.

A 4.2 szekció témája a kétszintű rendelés elfogadási probléma, ami a vezetőre nézve NP-nehéz. Ugyanakkor, ha a vezető szintű feladat célfüggvény súlyai mind 1-gyel egyenlők, akkor a kétszintű rendelés elfogadási probléma polinomiális időben megoldható.

Összefoglaló értékelés:

Kis Tamás doktori disszertációja az ütemezéselmélet területén számos új és jelentős eredményt tartalmaz. A bemutatott modelleket széleskörűen vizsgálja, elsősorban komplexitás és approximálhatóság szempontjából, de megmutatja a modellek valósághoz való viszonyát (szoros kapcsolatát) is. Téziseit mind elfogadom önálló tudományos eredménynek. A disszertáció mintaszerű úgy angolság, mint megjelenés szempontjából Mindezek alapján javaslom az igen színvonalasan megírt disszertáció nyilvános vitára bocsátását és sikeres védés esetén Kis Tamásnak az MTA Doktora cím odaítélését.

Budapest, 2018 április 18.

Maros István
MTA Doktora
