

Tőke Csaba*Erős korreláció kétdimenziós elektronrendszerekben*
című MTA doktori értekezésről

A kölcsönható, sokrészecskés rendszerek kvantummechanikai leírása máig is központi szerepet játszik a kondenzált anyagok tanulmányozásában. Ez a kutatási terület újabb lendületet kapott az 1980-ban Klaus von Klitzing és munkatársai által felfedezett, az ún. egész kvantum Hall-effektus révén, melyet kétdimenziós félvezető szerkezetekben figyeltek meg. Ezt követően a kétdimenziós anyagok elektromos transzporttulajdonságainak kutatása még szisztematikusabbá vált, külön nevet is kapott a terület, a mezoszkopikus rendszerek fizikája. Hamarosan világossá vált, hogy mind az anyagok kétdimenziós jellege, mind a nanométeres mintaméret meghatározó szerepet játszik ezen anyagok alacsony hőmérsékleti elektronikus viselkedésben. További jelenségeket fedeztek fel, mint például a kvantált, ballisztikus elektromos transzport. Két évvel később, a egész kvantum Hall-effektus felfedezése után, még erősebb mágneses térben végzett kísérletekben figyelték meg az ún. tört kvantum Hall-effektust, melynek elméleti magyarázatához Laughlin úttörő munkájában már figyelembe vette az elektron–elektron kölcsönhatást is. 2006-ban, majd négy évvel később Nobel-díjhoz vezető felfedezés, a grafénben megfigyelt kvantum Hall-effektus további lendületet adott a kétdimenziós anyagok még intenzívebb kutatásának.

Az elmúlt nyolc évben Tőke Csaba munkássága a fent vázolt kutatási területhez kapcsolódik, nevezetesen a nagy mágneses térben helyezett kölcsönható, kétdimenziós elektronrendszereket tanulmányozta elméletileg. Ezért a szerző témaválasztása és annak időszerűsége nem kétséges. A kutatásának eredményességét jól mutatja, hogy ebben az időszakban 15, rangos nemzetközi folyóiratban megjelent cikket publikált, melyek egyben a jelen MTA disszertációjának az alapját is képezik.

Az értekezés 118 oldalból áll, amelyet igen részletes, 407 hivatkozásból álló irodalomjegyzék egészít ki. A 12 oldalas bevezetőben a szerző röviden áttekinti a legfontosabb ismereteket a kvantált Hall-effektusról, a kétdimenziós rendszerekről, illetve a dolgozatban bemutatott eredményekhez használt elméleti módszereket, a kis rendszerek numerikusan egzakt diagonalizációját és a variációs Monte-Carlo-módszert. Ezt követően a saját eredményeit a szerző három nagy fejezetben mutatja be. Az utolsó fejezet a tézispontokat tartalmazza.

A 2. fejezetben a kétrétegű grafén elektron-sáv szerkezetében megjelenő háromszöges torzulást és az elektron–elektron kölcsönhatás viszonyát tanulmányozza a szerző. Tőke Csaba, külföldi munkatársaival együtt, kezdeményező szerepet játszott a grafénben megfigyelhető tört kvantum Hall-effektus elméleti vizsgálatában, melynek eredményeit a dolgozat 3. fejezetében ismerteti. Grafénben a spinnel rendelkező tört kvantum Hall-állapotok fázisdiagramját, illetve gerjesztéseit egzakt diagonalizációval és a szabad kompozit fermion-modell segítségével vizsgálja. Az erősen korrelált állapotoknak egy részletes osztályozását adja és meghatározza ezen állapotok energiáját különböző tört betöltésnél. A 4. fejezetben a félig betöltött legalacsonyabb Landau-szint esetén a Coulomb-kölcsönhatás miatt kialakuló ún. kompozit fermionok Fermi-tengere állapotot tanulmányozza a szerző. Megmutatta, hogy a Landau-szintek keveredését a Pfaff-állapot stabilizálja. Meghatározta a háromtest-potenciállal kölcsönható fermionok fázisdiagramját. Tanulmányozta az ún. kétosztatú kompozit fermion modellt, illetve a kvázirészecskék topologikus jellegének változását a Gaffnian-modell keretén belül.

Az értekezés gondosan kivitelezett, az ábrák minősége is megfelelő, a hivatkozások nagy száma egy igen alapos munkát tükröz. Ennek ellenére a dolgozat egészét tekintve számos, általános kritikai észrevételelem van. Először ezeket ismertetem. Nagy hiányosságnak tartom, hogy az egyes fejezetek bevezetőjében a szerző nem részletezte, nem különítette el egyértelműen a saját maga által elért eredményeket. A bevezető fejezetben utal arra, hogy a [16–34] hivatkozások képezik az értekezés alapját. Szerencsés lett volna például az egyes fejezetek (esetleg alfejezetek) elején egyértelműen is hivatkozni, hogy ezek közül melyek az adott fejezetre vonatkozó saját publikációk. Hasonlóan, itt lehetett volna megemlíteni, hogy a fejezetek mely tézispontokhoz kapcsolódnak.

A másik problémának azt látom, hogy az amúgy elég hosszú értekezésben kis hangsúlyt kapnak a kísérleti eredmények, csak a bevezetőben található egy rövid áttekintés ezekről. Az egyes fejezetek elején hasznos lett volna részletesebben kitérni, hogy kísérletileg milyen módszereket alkalmaztak (ha egyáltalán vannak ilyenek) a szerző által kitűzött kérdések vizsgálatára. Ha jól látom, a szerző által kapott elméleti eredményeknek a kísérletiekkel való összevetéséről csak a 3.2 és a 3.18 fejezetben olvashatunk.

Ezért nehéz megítélni, hogy a szerző meglehetősen elvont kutatási eredményei mennyire meghatározóak, mennyire váltak elfogadottá a téma kutatói között. Ebben a kérdésben részben a hivatkozások száma ad pozitív támpontot, másrészt az, hogy a szerző nemzetközileg elismert kutatókkal, mint például Jain, Lemonik, Aleiner, Falko és másokkal közösen végezte a kutatásait és publikálta eredményeit. Itt említem meg, hogy például a szerző [16]-os művére, ami a 2.1 fejezetben ismertetett Lifsic-fázisátmenet kölcsönhatási effektusokkal szembeni stabilitását vizsgálja, 120 hivatkozás történt. Tudom, hogy a dolgozat így is meglehetősen hosszú, de talán kevesebb saját eredmény bemutatásával és a kísérleti aspektusok hangsúlyozásával az átlagos olvasónak is tanulságosabb lenne az értekezés. Véleményem szerint az így kimaradt cikkeknek egyszerű felsorolása nem okozott volna hátrányt a fokozat pozitív megítélésben.

A dolgozat olvasása alapján bátran mondhatom, hogy a szerző rendkívül magabiztos a kvantált Hall-effektus elméletében. Úgy vélem, hogy ez a terület még a hazai szakemberek számára is kevésbé ismert. Éppen ezért biztatnám a szerzőt, hogy a jövőben írjon egy részletes áttekintést a témáról az egyetemi és doktori hallgatók, illetve a terület iránt érdeklődő szakemberek számára. Tudomásom szerint egy MTA doktori disszertációnak nem feltétele a fenti szempontok megjelenítése, de én ezúton is javasolnám, hogy a fizikus közösség számára értékesebb és hasznosabb lenne, ha az MTA doktori eljárásában a pusztán saját eredmények felsorolása mellett az áttekintő, összefoglaló művek nagyobb hangsúlyt kapnának a jövőben.

A továbbiakban a szakmai kérdéseimet, megjegyzéseimet ismertetném.

Szakmai kérdések:

1. Mi indokolja, hogy a dolgozatban a szerző grafén esetében csak a Dirac-pont közelében érvényes, alacsonyenergiás modell keretében vizsgálta a kvantált Hall-effektust, és nincs szükség például a szoros kötésű közelítés alkalmazására?
2. A szerző az alkalmazott numerikus módszereket a 15. oldalon ismerteti. A mai számítástechnikai kapacitás mellett tipikusan hány részekével lehet számolni az egzakt diagonalizációs eljárásban? Mekkora ekkor a Hilbert-tér dimenziója, hogyan skálázódik a részecskeszámmal, illetve a mennyi a CPU idő?
3. Kétrétegű grafénben a kvantált Hall-állapotoknak és a Landau-szinten belüli gerjesztéseknek szerepét magnetotranszport mérésekkel vizsgálták (lásd a [148-151] hivatkozások). Hogyan viszonyulnak az egzakt diagonalizációval kapott kvantált Hall-ferromágneses állapot gerjesztési energiái a fenti kísérleti eredményekhez? Ismert-e olyan elméleti munka, melyben közvetlenül a vezetőképességet határozták meg a magnetotranszport-számolásban? Ismeretes-e optikai módszer a ferromágneses állapot kimutatására?
4. A (2.10) egyenlet előtt szerepel $\Delta' \ll E_C$. Itt $\Delta' = 7 \text{ meV}$, és mennyi E_C értéke?
5. Mennyi a giromágneses együttható kétrétegű grafénben? Gorbar felteszi, hogy $g = 2$ (lásd a [159-160] hivatkozásokat a 30. oldal lábjegyzetében). Mennyire jogos ez? Ugyanakkor a 3.3. ábrán a szerző számításait a $g\varepsilon = 6.0$ feltevéssel végezte. Ez összhangban van Gorbar fenti feltevésével?
6. Van-e a ferromágneses állapot kísérleti igazolására 2011-nél későbbi kísérleti eredmény? A 31. oldalon írtak alapján nekem úgy tűnik, hogy a dolgozatban nincs későbbi hivatkozás.

7. Az ábrák alapján nem világosak az 57. oldal végén olvasható állítások, miszerint $\nu = 2/9, 3/13$ és $4/17$ TKH állapotokban „... mind a JK hullámfüggvény, mind a KF diagonalizáció a teljesen spinpolarizált alapállapotot jósol (3.4. ábra).” és a $\nu = m/(4m - 1) = 2/7$ mellett „... mind a JK hullámfüggvények, mint az egzakt diagonalizáció spin-szinglett állapotot jósol (3.4(a) ábra).” Mit jelent itt, hogy „az első értelmes” állapot a $\nu = m/(4m - 1) = 2/7$? Az $m = 1$ eset miért kizárt? Hasonlóan a 60. oldalon az $\nu = m/(2m + 1) = 1/3$ miért nem lehet?
8. Véleményem szerint a 3.5a, b ábrákon a két vetítésből (lásd a (3.1) ((3.22) egyenletek) számolt energiaértékek körülbelül azonosak a kis részecskeszámból adódó hibahatáron belül. Nem gondolnám, hogy ebből egyértelműen megállapítható, hogy melyik vetítésnek megfelelő állapot a kedvezőbb. Sőt a (3.22) egyenlet után írtakkal ellentétben éppen a (3.22) egyenlet szerinti vetítésnek megfelelő energiák a nagyobbak. Valamit félre értek?
9. Mi indokolja a (4.2) egyenletben megadott Bishara–Nayak-kölcsönhatás helyességét? Milyen fizikai képpel lehet értelmezni a kölcsönhatás jellegét? Nem derül ki, vagy én nem voltam elég figyelmes, hogy ebben a fejezetben a szerzőnek a [27] hivatkozásban ismertetett eredményei olvashatók.
10. A 4.2 fejezet eredményeit összefoglalva a szerző arra a következtetésre jut, hogy „A Landau-szintek keveredése tehát a Pfaff-állapotot stabilizálja mind az alapállapot, mind az elemi gerjesztések vonatkozásában.” Ugyanakkor, a szerző szerint mások eredményei alapján a kérdésre nem lehet határozottan válaszolni. Vannak-e újabb eredmények azóta?
11. A szerző szerint a (4.17) egyenletben $E(Q)$ a Gaffnian-modell alapállapot energiája $2Q$ fuxus mellett. Ismert ennek az energiának az analitikus képlete, mivel a Gaffnian-modell alapállapota egzaktul ismert? Ha jól értem, akkor $\nu = 2/5$ betöltésnél a (4.15)-ben felírt Gaffnian-hullámfüggvény egzakt alapállapota a (4.8) egyenletben definiált Gaffnian Hamilton-operátornak.
A (4.8) egyenletben definiált Hamilton-operátor a Gaffnian-modell és a Coulomb-modell közötti átmenetet írja le a λ paraméter függvényében. Nem látom, hogy a kapott eredmények milyen elméleti jelentőséggel bírnak. Kis részecskeszám ($N \leq 10$) mellett kapott számolások eredményei (lásd a 4.18 ábrát) termodinamikai határesetben kérdésesek. Mit gondol a szerző, hogy az eredményei, miszerint az elemi gerjesztések topologikus tulajdonságai nem perturbatív módon változnak meg, a kísérletileg releváns termodinamikai határesetben is érvényesek maradnak?
12. Milyen módszerekkel igazolták a részecske–lyuk szimmetria alapján a spinpolarizált állapotokat a kiterjedt kísérleti irodalomban [68–75, 97, 98, 262, 264, 265]?

Megjegyzések:

1. Kissé zavaró, hogy a (2.2a)-ben m a tömeg, míg (2.2b)-ben az egy index.
2. A 25. oldalon jelenik meg az E_2 -vel jelölt mennyiség, ami a legnagyobb különbség a Landau-szintek között. Itt a szerző azt írja, hogy ennek értékét később adja meg. Lehet, hogy elkerülte a figyelmemet, de én ezt nem találtam.
3. A 3. fejezetben, a többkomponensű tört kvantált Hall rendszerekkel kapcsolatos elméleti eredmények ismertetése előtt hiányolom, hogy nincs az 1.1 ábrához hasonlóan legalább egy kísérleti eredmény a grafénre vonatkozóan is. A [179, 263-267, 278] hivatkozások közül a legutolsó összefoglalóban lévő kísérleti eredmény alkalmas lenne erre, és jobban megérthetnénk a motivációt, hogy mely tört betöltések játszanak fontos szerepet, miért ezeket tanulmányozta a szerző elméletileg.

4. A 3.11 és a 3.12 ábrák mutatják az alacsony energiás spin-gerjesztések diszperzióját grafénben. Nekem nem világos, hogy mi van az ábrák vízszintes tengelyén. Hasonlóan, nem értem, hogy a 3.13 – 3.15 ábrákon mit jelent a „módus súlyainak szerkezete”? Az ábrafeliratok túlságosan tömörek és a főszöveg sem nyújt bővebb magyarázatot.
5. A 3.5 fejezet fő kérdése, hogy léteznek-e kompozit fermionok tört kvantált Hall állapotai többkomponensű rendszerekben. Ha jól értem, ebben a fejezetben az eredmények nem grafénre, hanem 2DEG-re vonatkoznak. A 3.16 ábra alapján nem hiszem, hogy az átlag olvasó megértene a kompozit fermionok tört kvantált Hall állapotainak konstrukciós eljárását.
6. Nem találtam a (4.4) egyenletben szereplő Q mennyiség definícióját.
7. Nem értem, hogy a 4.3 ábra alatt a második sorban mit jelent a következő zárójeles rész: „(cos merőleges irányú hullámfüggvény)”. Gondolom elírás van itt?
8. A 88. oldalon mit jelent az, hogy „Berry-fázisok hozhatók létre az atomok belső állapotaihoz kapcsolódó térfüggő csatolással”? A Berry-fázis egy mennyiség, nem állapotot ír le.
9. Szerintem a 4.10 ábra az átlag olvasónak értelmezhetetlen, és az ábrafeliratok sem segítenek a megértésben.
10. A 114. oldalon a dolgozat hirtelen befejeződik. Én ezután még vártam volna egy a képletek mellőzésével, főként szavakban megfogalmazott összefoglalást, amelyben a szerző kiemelte volna a legfontosabb elméleti tanulságokat, és azok összevetését a kísérleti eredményekkel. Itt lehetett volna utalni arra is, hogy a szerzőnek a dolgozat alapjául szolgáló cikkeinek megjelenése óta, azaz 2015 óta milyen újabb eredmények születtek elméleti és kísérleti oldalon.

Szóhasználati megjegyzések, kisebb elírások:

1. A 27. oldalon a fejezet címében a „magnetoexcitonok” szó, míg pár sorral lejjebb a „szkőrmionok” szó szerepel. Értem, hogy az utóbbinál igyekezett a szerző magyarosabb szót használni, de ha már az előbbinél nem talált jobbat, én az utóbbinál is a szokásos angol skyrmionok elnevezést használnám, ahogy ezt a BME Fizikai Intézetben is használják a népszerűsítő cikkekben.
Hasonlóan számomra furcsa a „heterointerfészek” szó használata.
2. A 109. oldalon, a (4.21) egyenlet után „elektron megsemmisítő téroperátor” helyett ’elektron eltüntető téroperátor’ a szokásos használat.
A 110. oldalon dichotómia szó helyett szerencsésebb használni a kettősség szót.
3. Több helyen szerepel a „polinóm”, ami helyesen polinom. Hasonlóan időnként hibásan „két dimenziós” (helyesen kétdimenziós), „topológikusan” (helyesen topologikusan). Az 50. oldalon a (3.8) képlet előtt ’leképezhető’ kétszer szerepel, az 52. oldalon ’az lehétéges’. A 102. oldalon apró elírás „tíltott sávolt jósol...”

Összefoglalva, a bírálatban felsorolt megjegyzéseim ellenére is, Tőke Csaba dolgozatát értékes munkának tekintem. Az észrevételeim talán hasznosak lehetnek egy összefoglaló mű megírásnál, ha ezt a szerző tervezi. A tézispontokat elfogadom, bár egyeseket talán össze lehetett volna vonni.

Javaslom a védés kitűzését és sikeres védés esetén az MTA doktora cím odaítélését.

Budapest, 2018. március 30.

Cserti József
ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék