

Válaszok Sinkovics Annamária opponensi véleményére

Köszönöm Dr. Sinkovics Annamária dolgozatom bírálatával kapcsolatos munkáját, továbbgondolásra érdemes lényegretörő kérdéseit. A felmerült észrevételre és kérdésekre a válaszaim az alábbiak.

1. A Szerző a tézisfüzetben (Előzmények) említi, hogy a nagyenergiás fizika az összefonódottság-elmélet által produkált kihívásokra viszonylag későn reagált. A húrelmélet, az AdS/CFT sejtés berobbanása óta meglátásom szerint, rendkívül gyorsan fejlődő terület, és ebben az esetben a "lassú reakcióidő" oka az, hogy a két terület közötti eredeti Duff-Linde-Kallosh által felfedett kapcsolat ad hoc jellegű, és megalapozása nem nyilvánvaló. Az igazi kihívást a Ryu-Takayanagi entrópiaformula jelenti, amire a reakció jól mérhető az erre a cikkekre való hivatkozások számával. A szerző ezt disszertációja bevezető fejezetében ki is fejti, azonban az említett lassú reakció megfogalmazását a tézisfüzetben kissé pontatlannak tartom.

Valóban kissé pontatlanul fogalmaztam. Amit hangsúlyozni szerettem volna az az alábbi. Az első népszerű kvantum információelméletes könyv megjelenési éve: M. A. Nielsen-I. C. Chuang 2000. Az ezután következő öt évben, a Ryu-Takayanagi formula és a FLYQM 2006 elején történt megjelenése *előtt*, az entanglement ("összefonódottság") szót tartalmazó publikációk száma a két nagy QUANT-PH-tól *különböző* arhívumban, a HEP-TH-ban és a COND-MAT-ban (2001-2005) az alábbi módon alakult: HEP-TH: 3,9,11,13,22 illetve, COND-MAT: 35,58,81,94,121. Ezt interpretáltam úgy, hogy a nagyenergiás fizika az összefonódottság-elmélet által produkált kihívásokra lassabban reagált. 2017-ben ez a két szám: már 209 vs. 264. Ennek a HEP-TH-s értéknek a megugrása a Ryu-Takayanagi formula "köztudatba" történt bekerülésével kapcsolatos. Érdemes megjegyezni azt is, hogy a 2001-2005 közötti időben az összefonódottságos, HEP-TH-s publikációknak több mint a fele valójában QUANT-PH-s, kereszt listázott.

2. Mivel a vizsgált kvantum információs megfelelés elsősorban olyan geometriai struktúrákkal van kapcsolatban mint a komplex/Kähler struktúra, lehet-e a megfelelést vizsgálni kevesebb szuperszimmetriával rendelkező, pl. az $\mathcal{N} = 2$ elméletből származtatható (Calabi-Yau kompaktifikációval nyert) $\mathcal{N} = 1^*$ elméletekben? A topológikus B-modell ezekben az esetekben mátrix modellekkel reprezentálható, ezért érdekes lenne tudni, létezik-e itt is valamilyen kvantum információs megfeleltetés? Ugyanez a kérdésem a sokat tanulmányozott két dimenziós Yang-Mills elméletek esetére is.

A IIB elméletek $\mathcal{N} = 2$ szuperszimmetriájának sértése $\mathcal{N} = 1$ -re az általam ismert esetekben a R-R és NS-NS szektorbeli két forma fluxusának bekapcsolásával jár együtt. Ennek megfelelően a szokásos Calabi-Yau modulusokon kívül, egy extra

(a húr csatolást is tartalmazó) komplex modulust kell bevezetnünk (axion-dilaton modulus). Ezen a moduluson a IIB elméletből ismert $SL(2, \mathbb{R})$ szimmetria $SL(2, \mathbb{Z})$ verziója (S-dualitási szimmetria) hat. Továbbá az értekezésben használt kompakt Calabi-Yau sokaságok helyett nem-kompaktakat kell használnunk (T. R. Taylor and C. Vafa, Physics Letters B474, 130 (2000).) Összehasonlításként: az értekezésben használt T^6 -os kompakt esetben a IIA-IIB tükörszimmetriát kihasználva az elemi STU modellnél az RR fluxus bekapcsolásával, a három-qubit amplitúdóknak megfeleltetett 8 fluxus száma megduplázódik így egy négy modulustól függő effektív négy-qubit állapotot kapunk (lásd a tézispontok 9-es publikációjának IV. fejezetét).

Az $\mathcal{N} = 1^*$ -re történő sértéshez szükséges nemkompakt esetben nyilván a helyzet nem ilyen egyszerű de valószínűleg sokkal érdekesebb. Ekkor a IIB esetben N párhuzamos $D3$ bránt választva ezeken egy szuperszimmetrikus $U(N)$ Yang-Mills mértékelmélet él, és tekinthetjük a nagy N limeszt. A továbbiakban vélhetően az $\mathcal{N} = 1^*$ deformáció klasszikus vákuum állapotai és az $SU(2)$ reprezentációk közötti ismert megfelelést kell használni (C. Vafa and E. Witten, Nucl. Phys. B432 3 (1994)). Egy igen naív próbálkozás az $N = 2^n$ választás lehetne. Ekkor az $SU(2^n)$ csoport valamiféle n qubit rendszerre utalna, a nagy N limesz pedig a qubitek számának növelésére. Mivel a vákuumok száma az N osztóinak számával kapcsolatos ezért például $N = 2^k 2^{n-k}$ választással a sértetlen mérték szimmetria csoportja $SU(2^k)$. A különböző osztók a qubit képben n -qubit különböző $(k, n-k)$ bipartícióira emlékeztetnek. Ismeretes továbbá, hogy a vákuumokat egymás között az S-dualitás transzformálja. A IIB képben ez az S-dualitás ugyancsak ábrázolódik, ennek kellene a kompakt esetből már ismert nem kompakt eset kvantum információs analogonját megvizsgálni.

Természetesen a topológikus B-modell, és mátrix modellek kontextusának esetleges felderítésén túl egyéb érdekes kapcsolódási pontok is vannak, például a RR-fluxusok bekapcsolása miatt a $\Phi_i, i = 1, 2, 3$ brán "koordináták" ez esetben $2^n \times 2^n$ mátrixok. Ad-e ez esetben a kvantum információs kép a Myers effektus, "fuzzy-gömbök" problémaköréhez valami újat?

A két dimenziós Yang-Mills elméletek esetében szintén nem kompakt Calabi-Yau tereket vizsgálnak. A kvantum információs megfelelések felkutatására egy lehetséges modell az alábbi. (R. Dijkgraaf, R. Gopakumar, H. Ooguri, and C. Vafa, Phys.Rev.D73,066002 (2006)). A IIA rendszerben $D0$ - $D2$ - $D4$ rendszereket vizsgálunk olyan Calabi-Yau terekre, melyek egy tórusz felett vett két komplex holomorf vonalnyaláb direkt összegeként állnak elő. Ezután $N_4 \equiv N$ darab $D4$ bránt tekintünk melyek a tóruszra és az egyik vonalnyalábra csavarodnak. Az N csavarodási számon kívül tekintendők még az N_2 ($D2$ -brán) és N_0 ($D0$ -brán) csavarodási számok is. A IIA képben a kötött állapotú $D0$ - $D2$ - $D4$ rendszer töltött BPS fekete lyukra vezet melynek partíciós függvénye holografikus kapcsolatban áll egy a tóruszon vett két dimenziós $U(N)$ Yang-Mills elmélet partíciós függvényével (C. Vafa, hep-th/0406058). Nemperturbatív effektusok vizsgálata után kiderül, hogy a két dimenziós Yang-Mills elmélet holografikus duáltja igazából nem egy $AdS_2 \times S^2$ közel horizont fekete lyuk geometria hanem ilyen geometriák koherens sokasága. Ez a sokaság többcentrumú fekete lyuk megoldásoknak felel meg.

A nemkompakt eset itt is analógiába állítható a naív STU kompakt eset leggyegyszerűbbikével: az STU kétcentrum megoldásokkal. Ebben az esetben a 8 STU fluxus felbontható két 8 fluxusos kombinációra melyet a kvantum információs meg-

felelésben ismét egy négy-qubit állapot reprezentál. A két centrum szektorait ismét egy extra $SL(2, \mathbb{R})$ szimmetria köti össze, melyet S. Ferrara és munkatársai "horizontális" $SL(2, \mathbb{R})$ -nek nevezték el (A. Ceresole, A. Marrani, S. Ferrara and A. Yeranyan, JHEP 06, 078 (2011)). Megmutatható, hogy a kétcentrum "fluxus-pályákat" ebben a képből leíró kétcentrum invariánsok lényegében négy-qubit invariánsok (lásd a téziszfüzet 10-es publikációját). A kérdés most az, mi lesz ennek a képnek a nemkompakt esetben vett és több mint két centrumra történő kvantum információs általánosítása? (A horizontális szimmetria ekkor $SL(p, \mathbb{R})$ -re módosul ahol p a centrumok száma.) Továbbá az ismeretes nem-BPS többcentrumú általánosításokra valószínűleg a koherens $AdS_2 \times S^2$ közel horizont fekete lyuk geometriák ("bébi univerzumok") kép sem tartható. (Ebben a nem-BPS esetben persze kérdéses, hogy létezik-e valamiféle duális "deformált" két dimenziós Yang-Mills megfelelés, amit vizsgálni lehetne.)

3. Általánosan, az egyes húrelméleteket összekötő dualitási szimmetriáknak van-e kvantuminformációs leképezése?

Az M-elmélet toroidális kompaktifikációi esetében a válasz igen. Általánosabb kompaktifikáció esetén a válasz számomra nem ismert.

Ismeretes, hogy amennyiben a 11 dimenziós M-elméletet egy k dimenziós T^k tóruszra kompaktifikáljuk az eredményül kapott $11 - k$ téridő dimenziós szupergravitációs elméletek $E_k(\mathbb{Z})$ dualitási szimmetriával rendelkeznek. Például az értekezésben is tanulmányozott $k = 7$ esetben a négydimenziós maximálisan szuperszimmetrikus $N = 8$ szupergravitációt kapjuk a végtelen diszkrét $E_7(\mathbb{Z})$ U-dualitási csoporttal. Ez az elmélet a bozonikus szektorban 56 $U(1)$ mértékteret tartalmaz. Az $U(1)$ mértékterekkel kapcsolatos 56 kvantált töltés az $E_7(\mathbb{Z})$ csoport 56 dimenziós ábrázolása szerint transzformálódik. Az elméletnek számos csonkítása ismert. Ezek során például csak 32, 24 illetve 8 töltést tartunk meg az 56-ból. Ezeket a töltéseket a különböző húrelméletek dualitási rendszereiben különböző kiterjedt objektumok (membránok) csavarodási számaiként értelmezhetjük. A csonkítások során az U-dualitási csoport, a húrelméletből ismeretes, S és T dualitásokként reinterprethető részcsoporthai bukkannak fel.

Például az U-dualitási csoportnak egy fizikai szempontból fontos részcsoportha a véges diszkrét $W(E_7)$ csoport, a kivételes E_7 csoport Weyl csoportja. Ez a részcsoportha a Maxwell elméletből ismeretes $\mathbb{Z}_2$ elektromos-mágneses dualitási csoport általánosítása. Ismeretes, hogy $W(E_7)/\mathbb{Z}_2 \simeq Sp(6, 2)$, ahol $Sp(6, 2)$ a 6×6 -os szimplektikus mátrixok csoportja a két elemű test felett. Ez utóbbi csoport a három-qubit rendszerek megfigyelhető mennyiségeinek (három-qubit Pauli csoport generátorai) geometriájával kapcsolatos, szimplektikus poláris tér automorfizmus csoportja. Ez a "véletlen" egybeesés az alapja az értekezés utolsó fejezetében tárgyalt eredményeknek.

A "szerencsés egybeeséseknek" ezzel azonban nincs vége, hiszen megmutatható, hogy tetszőleges k -ra hasonlóan érdekes qubitesek interpretációk lehetségesek. Például a $k = 8$ esetben (3 dimenzióra történő kompaktifikáció esetén) a legnagyobb kivételes csoport Weyl csoportja hasonlóan érdekes interpretációval rendelkezik. Ekkor $W(E_8)/\mathbb{Z}_2 \simeq O^+(8, 2)$. Itt $O^+(8, 2)$ a két elemű test felett vett 8×8 -as ortogonális

mátrixok azon csoportja melynek transzformációi egy hiperbolikus kvadratikus felületet hagynak változatlanul. Megmutatható, hogy ezen felület pontjai azon négy-qubit megfigyelhető mennyiségeknek feleltethetők meg melyek valós szimmetrikus mátrixokkal ábrázolhatók.

Ezt az elemi qubit rendszerekkel való új kapcsolatot leszámítva, az E_k csoportok Lie-algebráinak speciális tulajdonságainak húrelméleti vonatkozásai jól ismertek. Lásd például: A. Iqbal, A. Neitzke and C. Vafa, Adv.Theor.Math.Phys. 5, 769 (2002). Ebben a cikkben a szerzők kifejtik, hogy a szimmetriaelvek fontos szerepéhez szokott fizikusok a húrelmélet olyan alternatív megfogalmazására vágnak (azóta is), melyben a dualitási szimmetriák minnél egyszerűbb geometriai rendszereken ábrázolódnak. Az az új eredmény, miszerint az ebben a kontextusban felbukkanó U-dualitási csoport $W(E_k)$ részcsoportja természetesen ábrázolódik egyszerű qubit megfigyelhető mennyiségeken, a fenti filozófiába illő elgondolkodtató eredmény. Ráadásul, a qubit analógiának köszönhetően ezen csoportok generátorai elemi kvantum kapukkal is egyszerűen felírhatók. Ebben a képben az U-dualitási transzformációk valamiféle elemi kvantumszámítási lépésekkel állnak kapcsolatban. Itt emlékeztetek az értekezésben is hangsúlyozott, a kvantumszámítás során használt hibajavító kódokkal való, kapcsolódási pontokra.

4. Van-e olyan eset, amikor a kvantum információs kép mondjuk az entrópia kvantum korrekcióira hatékony (húrelmélettől különböző) számítási módszereket biztosít?

Olyan esetről nem tudok amikor hatékony módszereket biztosít. Az A. Sinha és N. V. Suryanarayana JHEP 0610:034 (2006) dolgozatban viszont a Szerzők R. Kallosh és A. Linde (Phys.Rev.D73,104033 (2006)) egy a kvantum információs képből az entrópia kvantum korrekcióira javasolt ansatz-át ellenőrzik. Egy két töltéses fekete lyuk entrópia számolás kapcsán valóban a javaslatnak megfelelő alakot kapnak. Az ansatz alakjának megsejtése természetesen nem nevezhető "hatékony számolási módszernek".

Lévay Péter Pál

Budapest, 2018. június 4.