

Mágneses anyagok és elektromágneses metaanyagok modellezése és mérnöki alkalmazásai

MTA Doktora Értekezés

Szabó Zsolt

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatika Kar

Budapest, 2017

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom családomnak, Emőke feleségemnek, Kende és Márton fiaimnak a mindennapos támogatásért, és a megértésért, hogy rengeteg időt töltöttem tőlük távol, sokszor hétvégén is kutatásaimat végezve és különösen sokat, amikor ezen az értekezésen dolgoztam. Köszönet édesanyámnak, Szabó Évának, aki mindig nagy gondot fordított taníttatásomra, és pályámon biztatást és értékes erkölcsi segítséget nyújtott, valamint nagymamámnak, Jancsó Katalinnak, aki számolni tanított.

Szeretném megköszönni Füzi János professzornak és Iványi Amália professzorasszonynak, hogy elindítottak szakmai pályámon, azóta is tartó gondos támogatásukat és a biztatást, amit értekezésem megírása során kaptam. Külön köszönet Simonyi Károly professzornak, aki élete utolsó éveiben ösztöndíjat adományozott doktorandusz hallgatóknak, és amit nekem is szerencsém volt többször elnyerni.

Ezidáig számos ösztöndíjban részesültem, ami nagymértékben hozzájárult tudományos tevékenységem fejlődéséhez. Köszönet a Magyar Zoltán és a Japan Society for Promotion of Science posztdoktori ösztöndíjakért. Köszönettel tartozom Steven Dew-nak a kanadai University of Alberta, Faculty of Engineering dékánjának, aki kanadai tartózkodásom alatt mentorom volt. Kiemelt köszönet illeti Er-Ping Li-t, a Zhejiang University – University of Illinois Urbana Champagne Institute dékánját a szingapúri tartózkodásom alatti sok segítségért, és aki azóta is figyelemmel követi életem alakulását.

Köszönöm a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási ösztöndíját, amit 2012-ben három évre nyertem el és kiemelkedő minősítéssel zártam. Értekezésem számos cikke az ösztöndíj időtartama alatt készült.

Köszönetem fejezem ki a féléves tanulmányi szabadságért, amit a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Villamosmérnöki és Informatika Kara nyújtott Jakab László dékán kezdeményezésére. Köszönettel tartozom a BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar, Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék valamennyi munkatársának, különösen Nagy Lajos tanszékvezetőnek, aki mindig támogatta munkámat, és lehetővé tette, hogy Lénárt Ferenc segítségével metaanyag méréseket végezzek tanszékünk árnyékolt szobájában, valamint Berceli Tibor és Zombory László professzoroknak.

Köszönet illeti Gyulai József, Bársony István, Kádár György, Csurgay Árpád, Ginsztler János, Mészáros István és Vajda István professzorokat, Morita Tsuneot a Tateyama Hungary Kft. vezetőjét, valamint ipari együttműködő partnereimet, Vulkán Csabát (Nokia Bell Laboratórium) és Ángyán Balázst (KoonSys Kft.), akik mindig biztattak és támogatták szakmai pályámat.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés és a kutatás célkitűzései	1
2. A kutatás előzményei: elektromágneses anyagok, kompozitok és metaanyagok	3
2.1 Mágneses anyagok	3
2.1.1 A mágneses jelenségek karakterisztikus ideje	4
2.1.2 Diamágneses anyagok	6
2.1.3 Paramágneses anyagok	7
2.1.4 Ferromágneses anyagok	7
2.1.4.1 A Jiles-Atherthon modell	9
2.1.4.2 Anizotrópia és hiszterézis, a Stoner-Wohlfarth modell	10
2.1.4.3 Ferritek nagyfrekvenciás mágneses viselkedése	14
2.2 Szigetelők és vezetők nagyfrekvenciás anyagmodelljei	16
2.3 Kompozitok keverési törvényei	18
2.4 Mesterséges elektromágneses szerkezetek	20
2.4.1 Frekvenciaválasztó felületek	22
2.4.2 Az elektromos permittivitás tervezése	23
2.4.3 A mágneses permeabilitás tervezése	25
2.4.4 Különleges tulajdonságú metaanyagok	28
3. Mágneses anyagok hiszterézis karakterisztikájának zárt alakú leírása	30
3.1 A modell megvalósítása	30
3.2 A Preisach függvény közelítése koncentrikus görbe alsó ágának ismeretében	32
3.3 Ismert eloszlásokból levezethető dinamikus permeabilitások kifejezései	35
3.3.1 Gauss típusú egydimenziós eloszlás	35
3.3.2 Lorentz típusú egydimenziós eloszlás	36
3.3.3 Koercitív és eltolási tér szerinti felbontás közelítése Gauss eloszlással	36
3.4 Zárt alakú hiszterézis modell	38
3.4.1 A zárt alakú hiszterézis modell paramétereinek meghatározása	40
3.4.2 Mozgó hiszterézis modell	42
3.5 Mágneses anyag fázisátalakulásának jellemzése a Preisach függvénnyel	42
3.6 Tórusz alakú ferromágneses vasmagot tartalmazó tekercs szimulációja	44
3.7 Tekercs és ferromágneses henger között ható mágneses erő kiszámítása	48
3.8 I. Téziscsoport: Mágneses anyagok hiszterézis karakterisztikájának zárt alakú leírása	52
4. A Kramers-Kronig összefüggések	53
4.1 Zárt alakú Kramers-Kronig összefüggések	53
4.1.1 Nullafokú közelítés	55
4.1.2 Elsőfokú közelítés	56

4.2	Kivonó Kramers-Kronig összefüggések	58
4.2.1	A Kivonó Kramers-Kronig összefüggés nulla fokú közelítése	59
4.2.2	A Kivonó Kramers-Kronig összefüggés első fokú közelítése	60
4.3	II. Téziscsoport: Zárt alakú Kramers-Kronig és Kivonó Kramers-Kronig összefüggések	62
5.	Metaanyagok homogenizálása	63
5.1	Metaanyagok homogenizálása az S-paraméterek ismeretében	63
5.1.1	Az effektív metaanyag paraméterek ágproblémája	66
5.1.2	Fémcsíkokból és SRR rezonátorokból felépített metaanyag homogenizálása	69
5.1.3	FishNet típusú metaanyag effektív paramétereinek meghatározása	72
5.2	Metaanyagok és ekvivalens kompozitok	78
5.3	III. Téziscsoport: Metaanyagok homogenizálása	81
6.	Metaanyagok és kompozitok mérnöki alkalmazásai	82
6.1	Metaanyag lencsék tervezése	82
6.1.1	Antennalencsék	82
6.1.2	Antennák nyereségének növelése metafelületekkel	84
6.2	Diffrakciós határ alatti képalkotás meta-kompozitokkal	89
6.2.1	A képalkotó metaanyag elemi cellájának mérete	89
6.2.2	A metalencse képalkotásának numerikus szimulációja	91
6.2.3	Tetszőleges számú bevonattal ellátott fémes részecske elektromos permittivitása	92
6.2.4	Kompozit rétegekből álló metalencse paramétereinek meghatározása	93
6.3	Elektromágneses elrejtés metaanyagokkal	96
6.4	IV. Téziscsoport: Metaanyagok és kompozitok mérnöki alkalmazásai	100
7.	Kitekintés	102
1.	Melléklet: Az elektromos permittivitás Lorentz modellje	103
2.	Melléklet: Fémek elektromos permittivitásának Drude modellje	105
3.	Melléklet: A mágneses indukció kifejezése az Everett függvény ismeretében különböző mágneses állapotokhoz tartozó lépcsősgörbék esetén	106
4.	Melléklet: Az Everett függvény meghatározása mért adatokból	107
5.	Melléklet: A Kramers-Kronig összefüggések levezetése rendszerelméleti megfontolások alapján	109
6.	Melléklet: Homogén vékonyréteg transzmissziós és reflexiós adatai	112
8.	Hivatkozások	116

1. Bevezetés és a kutatás célkitűzései

Az elmúlt huszonöt esztendő alapvető változásokat hozott a mérnöki tevékenységekben. Egyrészt a számítástechnikai eszközök és szoftverek nagymértékű fejlődése következtében a mérnöki munka ma már elképzelhetetlen a különböző tervező programok alkalmazása nélkül. Teljes termék prototípusok készíthetők és tesztelhetők számítógépes szimulációk segítségével. Másrészt a kész termékek nagy megbízhatósággal gyárthatók a tervezést követő végső lépésben. A gyártás teljesen automatizált, emberi beavatkozást legtöbbször nem, esetleg csak felügyeletet igényel. Hasonló fejlődés ment végbe az anyagtudomány területén is, aminek következtében a mérnöki tervezés során felhasználható különböző tulajdonságú mesterséges anyagok és szerkezetek skálája nagymértékben kibővült. Új fizikai jelenségek alkalmazása áll az anyagtudományi kutatások középpontjában, hogy olyan különleges anyagtulajdonságokat is megvalósíthassunk, amelyek a természetes anyagok esetén egyáltalán nem, vagy csak korlátozott mértékben fordulnak elő. Ezért folyamatos az igény a meglévő szimulációs környezet fejlesztésére, és annak újabb anyagmodellekkel való bővítésére.

A mágnesesség (Chikazumi, 1964), (Aharoni, 2000), (Cullity & Graham, 2008) nagyon régóta ismert és kutatott jelenség, azonban a kereskedelmi elektromágneses térszámító programcsomagokban még nem elterjedt a mágneses hiszterézis (Iványi, 1997), (Bertotti, 1998) figyelembevétele. Ez részben a jelenséget okozó fizikai folyamatok összetettségének, másrészt a ferromágneses anyagokat tartalmazó eszközöket leíró nemlineáris parciális differenciális egyenletek numerikus megoldása során szükséges memória és számításigényeknek a következménye. Ezért első téziscsoportom olyan Preisach típusú (Mayergoyz, 1991) makroszkopikus mágneses hiszterézis modellre vonatkozik, amelyik zárt alakban adja meg a mágneses indukciót és a dinamikus permeabilitást a mágneses térerősség függvényében. A zárt alakú összefüggések következtében a modell hatékonyan alkalmazható áramkör szimulációs vagy elektromágneses térszámító programcsomagokban.

A mikrohullámú tartománynál nagyobb frekvenciákon a természetben előforduló anyagoknak nincsen számottevő mágneses viselkedése. A mágnesesség klasszikus elmélete szerint az anyagot alkotó mágneses momentumok precessziós mozgást végeznek a lokális mágneses tér iránya mentén. A precesszió jellegzetes ideje nagyobb, mint a mikrohullámoknál nagyobb frekvenciájú elektromágneses terek időbeli változása. Ezért az optikai frekvenciákon a természetben előforduló anyagok relatív mágneses permeabilitása $\mu_r \approx 1$ (Landau, Lifshitz, & Pitaevskii, 1984). Az utóbbi évtizedben ugrásszerűen megnőtt a különféle metaanyagoknak vagy metafelületeknek (Solymar & Shamonina, 2009), (Marqués, Martín, & Sorolla M., 2008), (Engheta & Ziolkowski, 2006.) nevezett elektromágneses struktúrákat kutató csoportok száma. Ezen kutatások egyik célkitűzése a mágneses jelenségek kiterjesztése az optikai tartományokra (Pendry, Holden, Robbins, & Stewart, 1999) és számottevő mágneses tulajdonságokkal rendelkező metaanyagok létrehozása. Az elektromos és mágneses tulajdonságokkal egyaránt rendelkező anyagok lehetőséget teremtenek a törésmutatónak és a hullámimpedanciának az együttes beállítására, tehát az elektromágneses hullámok terjedésének és visszaverődésének teljes és pontos mérnöki tervezésére.

Az anyagok elektromágneses hullámokkal való kölcsönhatása nagymértékben függ a kémiai összetételtől (Cullity & Graham, 2008). A strukturálás azonban még a kémiai összetételnél is jobban befolyásolhatja az elektromágneses hullámokkal való kölcsönhatást. A mikro- és nanotechnológia fejlődése lehetőséget nyit kisméretű, összetett geometriával rendelkező szerkezetek létrehozására. A metaanyagok olyan szerkezetek, amelyeknek az elektromágneses tulajdonságai a strukturálás következménye. Mivel geometriai méreteik kisebbek a működési hullámhossznál (Solymar & Shamonina, 2009), ezért a metaanyagok homogén anyagként viselkedhetnek. A fotonikus kristályok szintén strukturált szerkezetek, azonban geometriai méreteik összevethetők a vezetett hullámhosszal, ezért a diffrakció határozza meg az elektromágneses viselkedésüket (Joannopoulos, Johnson, N., & Meade, 2008), (Sakoda, 2004). A kémiai összetétel módosítása és a strukturálás együttes alkalmazása

sokszor egymásnak ellentmondó tulajdonságok megvalósítására ad lehetőséget. Ezekkel a mesterséges anyagokkal különleges elektromágneses tulajdonságok is létrehozhatók, például negatív (Veselago, 1968), (Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, & Schultz, 2000), (Shelby, Smith, & Schultz, 2001) vagy nulla törésmutató (Ziolkowski, 2004), (Silveirinha & Engheta, 2006).

A metaanyagokban létrejövő elektromágneses hullámterjedés leírható a Maxwell egyenletekkel. Abban az esetben, ha a szerkezetben csak elsőrendű módusok jönnek létre, a szerkezethez effektív anyagparamétereket rendelhetünk. Hasonlóan az atomi rendszerekből felépített természetes homogén anyagokhoz, a metaanyagok is jellemezhetők a szokásos elektromágneses anyagparaméterekkel, mint az elektromos és mágneses szuszceptibilitás, a permittivitás és permeabilitás vagy törésmutató és hullámimpedancia. A metaanyagok homogenizálásának célja, hogy ezeket az effektív elektromágneses paramétereket meghatározzuk, sokszor a mért vagy számított transzmissziós és reflexiós adatok segítségével (Nicolson & Ross, 1970), (Smith, Vier, Koschny, & Soukoulis, 2005). A szokásos elektromágneses anyagparamétereket meghatározó eljárásokhoz képest nehézség, hogy metaanyagok esetén egy adott frekvencián négy paramétert (pl. a törésmutató és a hullámimpedancia valós és képzetes részét) egyszerre kell meghatározni. Dolgozatom második téziscsoportja a Kramers-Kronig összefüggésekkel kapcsolatos, amelyeket sikerrel alkalmazok a metaanyagok effektív anyagparamétereinek egyértelmű meghatározásánál. A harmadik téziscsoportom a metaanyagok homogenizálására vonatkozik.

A különleges tulajdonságú metaanyagoknak és metafelületeknek számos alkalmazási lehetőségük van. Mindegyik alkalmazás esetén alapkérdés, hogy milyen geometriájú és összetételű metaanyagokkal érhető el egy kívánt elektromágneses tulajdonság annak érdekében, hogy az elektromágneses teret a kívánt módon tudjuk befolyásolni. Ezzel kapcsolatos a negyedik téziscsoportom, ahol antennák nyereségének és irányítottságának növelését megvalósító metafelületek, diffrakciós határ alatti képalkotást lehetővé tevő kompozit vékonyrétegek, valamint elektromágneses elrejtést megvalósító rétegstruktúrák tervezését tárgyalom.

Dolgozatom szerkezete a következő. A második rész áttekinti a kutatás előzményeit, tárgyalja az elektromágneses anyagok, kompozitok és metaanyagok modellezéséhez szükséges alapismereteket. A harmadik rész a zárt alakú hiszterézis modellre és alkalmazásaira vonatkozik. A negyedik részben rendszerelméleti ismereteket felhasználva megmutatom, hogy a Kramers-Kronig összefüggések a Hilbert transzformáció speciális alakja, majd zárt alakú Kramers-Kronig és Kivonó Kramers-Kronig összefüggéseket vezetek le. Az ötödik rész a metaanyagok homogenizálására és az effektív anyagparaméterek egyértelmű meghatározására vonatkozik. A hatodik rész a metaanyagok alkalmazásával kapcsolatos. Az új tudományos eredményeket bemutató részek végén megfogalmazom téziseimet.

Az értekezésben többféle hivatkozás típust használok. A saját hivatkozások, amelyekre a tézisek is épülnek IEEE típusúak, a szabadalom előtagja P, a konferenciáké K. Az irodalomra történő hivatkozások APA stílusúak.

2. A kutatás előzményei: elektromágneses anyagok, kompozitok és metaanyagok

A legtöbb mérnöki feladat tervezhető a klasszikus elektrodinamika makroszkopikus Maxwell egyenletei (Simonyi & Zombory, 2000), (Griffiths, 1999) alapján, mivel a kvantumeffektusok elhanyagolhatók, ha a készülékek karakterisztikus méretei nagyobbak, mint 1–2 nm. A mérnökök által alkalmazott Maxwell egyenletek átlagolásokat tartalmazó közelítő összefüggések. Egy adott alkalmazás összetettségének megfelelő, a jelenségben szerepet játszó elektromágneses mennyiségek között kapcsolatot teremtő, úgynevezett anyagmodell megadása kiegészíti és megoldhatóvá teszi a Maxwell egyenleteket. Azonban nincs általános, minden mérnöki számításban alkalmazható anyagmodell. Speciális anyagmodelleket alkalmazunk, amelyek sokszor nagyfokú egyszerűsítések eredményei. A makroszkopikus Maxwell egyenletek differenciális alakja a következő

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t), \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.4)$$

ahol $\mathbf{H}$ a mágneses térerősség, $\mathbf{B}$ a mágneses indukció, $\mathbf{E}$ az elektromos térerősség, $\mathbf{D}$ az elektromos indukció, ρ a szabad töltések sűrűsége és $\mathbf{J}$ a vezetési áramsűrűség. A négy vektortér között a következő összefüggések teremtenek kapcsolatot

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (2.6)$$

ahol két további vektortér, az $\mathbf{M}$ mágnesezettség és a $\mathbf{P}$ elektromos polarizáció, tartalmazza az anyag összes olyan tulajdonságát, ami módosítja a mágneses és elektromos teret. A két állandó $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Vs/Am és $\varepsilon_0 = 1/c_0^2 \mu_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ As/Vm a vákuum mágneses permeabilitása és elektromos permittivitása, ahol $c_0 = 299792458$ m/s a fénysebesség.

A makroszkopikus elméletben szereplő vektorterek, valamint a töltés és áramsűrűség az időnek és az idő szerinti deriváltak folytonos függvényei. Homogén közegben ezek a mennyiségek a térkoordináták és azok deriváltjai szerint is folytonos függvények. Diszkontinuitás csak különböző anyagparaméterekkel jellemezhető közegek határfelületén lehet (Griffiths, 1999), (Simonyi & Zombory, 2000). Az anyagparaméterek az elektromágneses tér frekvenciájának egyértékű függvényei.

A dolgozat során tárgyalt modellekben a makroszkopikus egyenletek elektromágneses mennyiségeit használom. A makroszkopikus vektorterek átlagolásával határozom meg a hullámhossznál kisebb méretű szerkezetekhez homogenizálással rendelhető effektív elektromágneses anyagparamétereket.

2.1 Mágneses anyagok

Egy anyag $\mathbf{M}$ mágnesezettségét az egységnyi térfogatban levő $\mathbf{m}$ mágneses dipólus momentumok száma határozza meg. Kristályszerkezetű anyagok esetén a mágnesezettség az elemi cella teljes mágneses dipólusmomentuma osztva az elemi cella térfogatával. Mágneses tulajdonságokkal rendelkező anyagok jelenléte megváltoztatja a mágneses fluxust. Az $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ mágnesezettség a mágneses térerősségnek bonyolult, akár többértékű függvénye is lehet. Legegyszerűbb esetben a mágnesezettség és a mágneses térerősség között lineáris kapcsolat van

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}, \quad (2.7)$$

ahol χ_m a mágneses szuszceptibilitás, amellyel a mágneses indukció a következőképpen írható

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (2.8)$$

ahol $\mu_r = 1 + \chi_m$ a relatív mágneses permeabilitás. Külső tér hatására az anyagokat nem lehet azonnal mágnesezni, a mágnesezettség nem tudja azonnal követni a külső tér változásait. Rendszerelméleti megfontolások alapján egy lineáris, invariáns és kauzális rendszer időtartománybeli válasza felírható a gerjesztés és az impulzusválasz konvolúciójaként. Izotróp anyagok esetén

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \chi_m(\mathbf{r}, t - \tau) \mathbf{H}(\mathbf{r}, \tau) d\tau, \quad (2.9)$$

ahol t az idő, $\mathbf{r}$ a helyvektor. A χ_m mágneses szuszceptibilitás az impulzusválasznak megfelelő mennyiség, tehát kauzális rendszer esetén $\chi_m(\mathbf{r}, t) = 0$, bármely $t < 0$ esetén. A frekvencia tartományban a konvolúció szorzattá egyszerűsödik, tehát a mágnesezettség

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, \omega) = \chi_m(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega), \quad (2.10)$$

ahol a komplex mágneses szuszceptibilitást a következő Fourier transzformáció definiálja

$$\chi_m(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_m(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.11)$$

2.1.1 A mágneses jelenségek karakterisztikus ideje

Köralakú áramhurok esetén, amelynek árama I , a mágneses dipólus momentum

$$\mathbf{m} = I a \mathbf{n}, \quad (2.12)$$

ahol a az áramhurok területe és $\mathbf{n}$ a felület normális vektora. A mágnesezettség vektora merőleges az áramhurok felületére, irányítotttsága jobbkézszabállyal van összekapcsolva az áramhurokban folyó áram irányával. A továbbiakban tekintsünk egy egyenletes körmozgást végző elektront, amelynek szögsebessége ω , a körpálya sugara R , töltésének nagysága $q_e = 1.60217662 \times 10^{-19}$ C. A körmozgás periódus ideje $2\pi / \omega$, a körmozgást végző elektronhoz rendelhető áram $q_e \omega / 2\pi$, tehát a mágneses dipólusmomentum nagysága

$$m = (q_e \omega / 2\pi) \pi R^2 = \frac{1}{2} q_e \omega R^2. \quad (2.13)$$

A mágneses momentum nagysága arányos az L impulzusnyomatékkal. Egyenletes körmozgást végző m_e tömegű elektron esetén $L = m_e \omega R^2$, tehát

$$\mathbf{m} = -\frac{q_e}{2m_e} \mathbf{L}, \quad (2.14)$$

ahol a $\gamma = m / L = q_e / 2m_e = 8.794 \times 10^{10}$ C/kg a giromágneses arányszám. Mivel az elektron negatív töltésű, ezért a mágneses dipólusmomentum és az impulzusnyomaték ellenkező irányúak. Bármely atom teljes impulzusnyomatéka a spin és a pályanyomatékok kombinációja. A mágneses momentum iránya ellentétes a teljes impulzusnyomaték irányával

$$\mathbf{m} = -g \left(\frac{q_e}{2m_e} \right) \mathbf{L} = -\gamma \mathbf{L}, \quad (2.15)$$

ahol g a Landé tényező, az atom állapotára jellemző dimenzió nélküli állandó, amelynek értéke pályanyomaték esetén 1, saját perdület esetén 2.0023. Kvantummechanikai számításokkal vagy mérésekkel a g értéke adott atomi állapotra meghatározható (Chikazumi, 1964), (Aharoni, 2000). Erős mágneses tulajdonságokat elsősorban az elektron spinjéhez rendelhető mágneses momentumok hoznak létre.

Ha a mágneses dipólust állandó mágneses térbe helyezzük, akkor precessziós mozgást végez a mágneses tér iránya körül. A külső mágneses tér $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$ forgatónyomatékokot fejt ki a mágneses dipólusra, ami egyenlő az impulzusnyomaték időbeli változásával

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}, \quad (2.16)$$

behelyettesítve az $\mathbf{L} = -(2m_e / q_e) \mathbf{m}$ összefüggést, a mozgásegyenlet

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma \mathbf{m} \times \mathbf{B}. \quad (2.17)$$

A mágneses momentum külső mágneses térben való veszteséges precesszióját a Landau-Lipchitz-Gilbert (LLG) egyenlet írja le (Chikazumi, 1964), (Kittel, 1981)

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\gamma (\mathbf{m} \times \mathbf{B}) + \frac{\alpha}{m} \left(\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right), \quad (2.18)$$

ahol α a dimenzió nélküli veszteségi tényező. Ha a külső mágneses tér z irányú ($\mathbf{B} = B \mathbf{n}_z$) a csatolt differenciális egyenletrendszer megoldása

$$\begin{aligned} m_x &= m \sin \theta(t) \cos(\omega_L t + \varphi_0), \\ m_y &= m \sin \theta(t) \sin(\omega_L t + \varphi_0), \\ m_z &= m \cos \theta(t), \end{aligned} \quad (2.19)$$

ahol $\omega_L = \gamma B$ a Larmour frekvencia, $m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$ a mágneses dipólusmomentum nagysága, $\theta(t)$ a mágneses dipólusmomentum és a z irányú mágneses tér közötti szög, φ_0 a mágneses dipólusmomentum xy síkra vett vetülete és az x tengely közötti kezdeti szög. A $\theta = \theta(t)$ az időtől függő mennyiség, amelynek kifejezése

$$\tan \frac{\theta}{2} = \tan \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (2.20)$$

ahol $\theta(0) = \theta_0$ a kezdeti szög. Az ω frekvencia és a τ időállandó a következő összefüggésekkel számítható ki

$$\omega = \frac{\omega_L}{1 + \alpha^2}, \quad \tau = \tau_0 (1 + \alpha^2) = \tau_0 \left[1 + \left(\frac{1}{\omega_L \tau_0} \right)^2 \right], \quad (2.21)$$

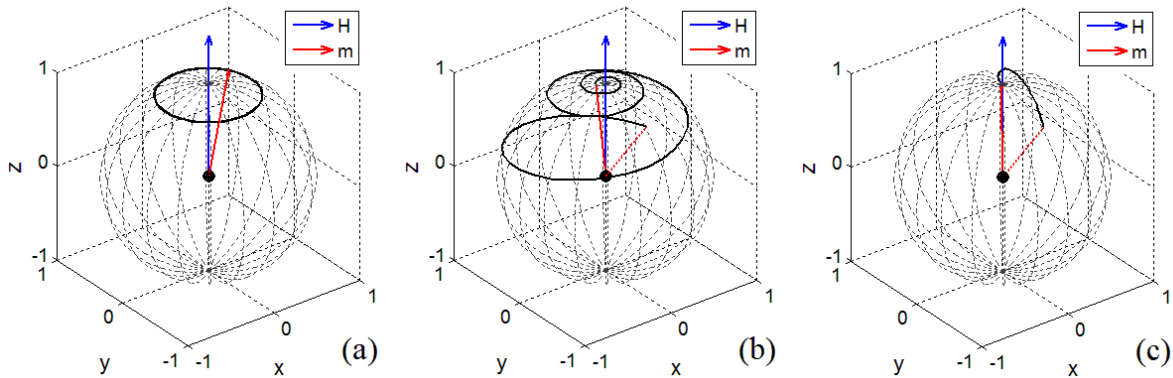
ahol $\tau_0 = 1/\alpha \omega_0$. A precesszió jellegzetes pályái megfigyelhetők az 1. ábrán. Az 1.a ábra a veszteségmentes $\alpha = 0$ esetet mutatja, ha $\theta_0 = 30^\circ$. A mozgás során a mágneses momentum nagysága állandó marad, vetülete az xy síkra ω_L szögsebességgel mozog és kört ír le, tehát a precesszió θ szöge állandó marad. Veszteséges esetben, ahogy a mágneses dipólus energiát veszít, a precesszió szöge egyre kisebbé válik és a mágneses momentum a z tengely irányába fordul. Ha $\alpha^2 \ll 1$, vagyis

$1/\omega \ll \tau$ a mágneses momentum számos precessziót végez mielőtt beáll a z irányba. Az 1.b ábra az $\alpha = 0.15$ esetet szemlélteti. Kezdetben a mágneses momentum az xy síkban található és $\varphi_0 = 30^\circ$ szöget zár be az x tengellyel. Ha $\alpha^2 \gg 1$, vagyis $1/\omega \gg \tau$ a mágneses momentum precesszió nélkül fordul a z irányba, ahogy az 1.c ábrán látható $\alpha = 3$ esetén. A mágneses momentumnak a külső tér irányba való fordulásának ideje függ a csillapítási tényezőtől. A τ időállandó minimális, ha $\tau_0 = 1/\omega_L$, ekkor a mágneses momentum mozgása kritikusan csillapított és a minimális relaxációs idő

$$\tau_{\min} \approx \frac{2}{g \frac{q_e}{2m_e} \mu_0 H} = \frac{2}{(2.21 \times 10^5) \cdot (1.6 \times 10^6)} = 5.7 \times 10^{-12} \text{ s}, \quad (2.22)$$

ahol a számítások egy elektron spinre vonatkoznak $g = 2$ helyettesítéssel, $H = 1.6 \times 10^6$ A/m nagyságú és z irányú külső mágneses térerősséget feltételezve (Chikazumi, 1964). A jelentős mágnesezettséggel rendelkező rendezett mágneses szerkezetű ferromágnesek esetén, a mágneses momentumok között erős kölcsönhatások lépnek fel. Ezért a mérésel meghatározott precessziós idő nagyságrendje még ennél is nagyobb, $\tau_p \approx 10^{-4} \dots 10^{-11}$ (s). A spinnel ferritek relaxációs ideje 2×10^{-9} s, az ittrium-vas gránit kristályoké 5×10^{-7} s nagyságrendű (Bradley, 1971).

A mágneses dipólusmomentum az optikai frekvenciákon nem képes követni az elektromágneses tér változásait. Ezért ezeken a frekvenciákon a természetben előforduló anyagok mágneses permeabilitása $\mu_r \approx 1$ (Landau, Lifshitz, & Pitaevskii, 1984). Ennek a fizikai korlátnak a túllépése a metaanyag kutatás egyik célkitűzése.



1. Ábra Mágneses dipólusmomentum precessziója külső mágneses térben: csillapítás nélkül $\alpha = 0$ (a), kisértékű csillapítás $\alpha = 0.15$ (b), és túlcillapítás $\alpha = 3$ (c).

2.1.2 Diamágneses anyagok

A mágneses dipólus precessziója ekvivalens töltés keringésének feleltethető meg. Az ekvivalens töltés által indukált mágneses momentum nagysága $m_{\text{ind}} = Br_p^2 q_e^2 / (4m_e)$, ahol r_p a precessziós pálya sugara és iránya ellentétes a létrejöttéért felelős mágneses tér irányának. Ha az egységnyi térfogatban levő atomok száma N , és minden atom Z elektront tartalmaz, akkor az indukált mágnesezettség $M = NZm_{\text{ind}}$, tehát a mágneses szuszceptivitás (Cullity & Graham, 2008)

$$\chi_m = \frac{M}{H} = -\frac{NZq_e^2 r^2 \mu_0}{4m_e}. \quad (2.23)$$

A fenti egyenlet a diamágneses anyagok mágneses viselkedését írja le, amelyeknél a szuszceptivitás értéke általában 10^{-6} nagyságrendű és negatív, mivel az indukált mágneses momentum csökkenti a külső mágneses teret.

2.1.3 Paramágneses anyagok

A mágneses térben precesszáló mágneses momentum energiája

$$E = -\mathbf{mB} = -mB \cos \theta, \quad (2.24)$$

ahol θ a mágneses momentum és a mágneses tér közötti szög. A veszteséges precesszió következtében az anyagot alkotó mágneses momentumok a mágneses tér irányába rendeződnek, azonban beállásuk nem lesz tökéletes a rácsrezgések következtében létrejövő termikus dezorientáció miatt. A Boltzmann statisztika alapján termikus egyensúlyban az E energiájú mágneses momentumok száma arányos $\exp(-E/kT)$ -vel, így bármilyen véges hőmérsékleten a külső mágneses tér irányától eltérő orientációjú mágneses momentumok is jelen lesznek. Az átlagos mágneses dipólusmomentum (Aharoni, 2000), (Chikazumi, 1964)

$$\langle m_{ind} \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi e^{\frac{mB \cos \theta}{kT}} (m \cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi e^{\frac{mB \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta d\varphi} = mL \left(\frac{m\mu_0}{k_B T} H \right), \quad (2.25)$$

ahol $L(x) = \coth(x) - 1/x$ a Langevin függvény, k_B a Boltzmann állandó, T a hőmérséklet. Igen alacsony hőmérsékleteken $x \gg 1$, a Langevin függvény $L(x) = 1$, tehát minden dipólus rendeződik, az így kapott $M_s = Nm$ eredő a telítési mágnesezettség, ahol N a térfogategységre eső mágneses dipólusok száma. Átlagos hőmérsékleteken és nem túl nagy mágneses terek esetén a Langevin függvény argumentuma kicsi, ezért $L(x) \approx x/3$, ha $x \ll 1$, amivel a mágneses szuszceptibilitás a következő alakba írható fel

$$\chi_m = \frac{Nm^2 \mu_0}{3k_B T}. \quad (2.26)$$

A paramágneses anyagok esetén a mágneses szuszceptivitás pozitív és a hőmérséklettel fordítottan arányos. A rendeződött mágneses momentumok erősítik a mágneses teret, azonban a mágneses hatások ebben az esetben sem számottevők.

2.1.4 Ferromágneses anyagok

A paramágneses és a diamágneses anyagokban az indukált mágneses momentumok gyengék, ezért az általuk keltett járulékos mágneses terek sokszor elhanyagolhatók. Ferromágneses anyagoknál a mágneses momentumok eredő hatása sokkal nagyobb. Az $\mathbf{M}$ mágnesezettség nemcsak a $\mathbf{H}$ külső tértől, hanem az anyag előtörténetétől is függ. A periódusos rendszer elemei közül kilenc fémnek van ferromágneses tulajdonsága, ezek közül a Fe, Co és Ni 3d elem, a Gd, Dy, Th, Ho, Er, és Tm pedig 4f elem (Cullity & Graham, 2008). A mágneses tulajdonságok mellett a mérnöki alkalmazások mechanikai, elektromos, termikus stb. tulajdonságokat is igényelnek, ezért ma már számos mágneses ötvözet és vegyületet áll rendelkezésre. A villamos motorokban szilícium tartalmú vasat használnak. Elterjedt a nemfémes mágneses oxidok, mint az EuO és CdCr₂S₄ és a halkogenidek használata. Szigetelő mátrixba helyezett mágneses szemcsékből vagy különböző nanorészecskékből kialakított különleges tulajdonságú mágneses kompozitokat mint pl. FINEMET széleskörűen alkalmaznak és jelenleg is kutatnak (Cullity & Graham, 2008). A ferromágneses anyagokat tartalmazó készülékek tervezése a mágneses jelenségek pontos modellezését igényli, azonban ez még mindig nem teljesen megoldott.

Energetikailag kedvezőtlen, hogy a ferromágneses anyagok belsejében valamennyi mágneses dipólus egy irányba rendeződjön, mivel ebben az esetben az anyagon kívül számottevő mágneses tér alakul ki. Ezért a ferromágneses anyagok belsejében megegyező irányú mágneses momentummal

rendelkező térfogatok, úgynevezett doménszerkezet jön létre. Minél több a domén, annál kisebb a külső mágneses tér energiája, viszont nagyobb energia szükséges a doménfalak fenntartására. A doménszerkezet kialakulását első közelítésben ennek a két energiának az egyensúlya határozza meg, úgy hogy a teljes energia minimális legyen. A ferromágneses anyagokban a helyi H_e effektív mágneses tér a H külső mágneses tér és a H_m mágneses dipólusok által létrehozott belső mágneses tér összege

$$H_e = H + H_m. \quad (2.27)$$

Növekvő mágneses tér hatására először az effektív tér irányával megegyező vagy közel azonos irányú domének kezdenek el növekedni a többi domén rovására. Ezt követően a mágneses dipólusok az effektív tér irányába fordulnak. Amikor az összes mágneses momentum a tér irányába mutat, a ferromágneses anyag telítődött. A kristályszerkezetben jelenlévő hibák a doménfalak nemegyenletes mozgását eredményezik, örvényáramokat, rácsrezgéseket, stb. keltve a kristályban, ami energiafogyasztással jár. Ha a külső teret csökkentjük, akkor a doménfalak nem az eredeti módon térnek vissza az egyensúlyi állapotba, ennek a következménye a hiszterézis. Az effektív tér nulla külső mágneses tér esetén is különbözhet nullától, és részlegesen rendezheti a mágneses momentumokat, remanens mágnesezettséget eredményezve. A mágnesezettség megszüntetéséhez ellenkező irányú térbe kell helyezni a mintát. Feltételezve, hogy a belső tér arányos a mágnesezettséggel (Weiss, 1906), (Chikazumi, 1964)

$$H_m = wM, \quad (2.28)$$

ahol w a lemágnesező együttható, az effektív mágneses térerősség

$$H_e = H + wM, \quad (2.29)$$

ezt behelyettesítve a (2.25) egyenletbe, a mágnesezettség a következő nemlineáris egyenlet megoldásával határozható meg

$$\frac{M}{Nm} = L\left(\frac{m\mu_0}{kT}(H + wM)\right). \quad (2.30)$$

Nagy hőmérséklet esetén a Langevin függvény argumentuma kicsiny, ezért felhasználva az $L(x) = x/3$, ha $x \ll 1$ közelítést

$$\frac{M}{Nm} = \frac{m\mu_0}{3kT}(H + wM), \quad (2.31)$$

amelyet az M mágnesezettségre megoldva kapjuk

$$M = \frac{\frac{Nm^2\mu_0}{3k}}{T - \frac{Nm^2\mu_0 w}{3k}} H = \frac{C}{T - T_c} H, \quad (2.32)$$

ahol $C = \frac{Nm^2\mu_0}{3k}$ a Curie állandó és $T_c = \frac{Nm^2\mu_0 w}{3k} = Cw$ a Curie hőmérséklet. A (2.32) egyenlet lineáris összefüggés, amelyből a mágneses szuszceptibilitás leolvasható

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}. \quad (2.33)$$

A (2.30) egyenletnek csak akkor van $H = 0$ esetén valós megoldása a mágnesezettségre, ha $T < T_c$. A Curie hőmérsékletnél nagyobb hőmérsékleteken ($T > T_c$) a ferromágneses anyagok paramágnessé válnak és megszűnik a spontán mágnesezettség.

A ferromágnesesség általános leírásához számos jelenséget kell figyelembe venni. Például egy ferromágneses kristály teljes szabadenergiája a következő kölcsönhatások összegeként írható fel (Aharoni, 2000)

$$W = W_{lem} + W_a + W_{ex} + W_{me} + W_r + W_f + W_H, \quad (2.34)$$

ahol W_{lem} a minta alakjától függő lemágnesező tér energiája, W_a a magnetokristályos anizotrópia energia, W_{ex} a kicserélődési kölcsönhatás energiája, W_{me} a magnetoelasztikus energia, W_r a kristály belső rugalmas energiája, W_f a magnetosztatikcióval kapcsolatos belső feszültségek energiája, W_H a külső mágneses térrel való kölcsönhatás energiája. A teljes energia minimalizálásán alapuló mikromágneses szimulációkkal meghatározható a mintán belül kialakuló mágneses momentumok eloszlása (Kronmüller & Fähnle, 2003). A módszer azonban számításigényes és csak akkor alkalmazható, ha a ferromágneses anyag kis térrészben található (pl. vékonyrétegek, mikro- és nanostruktúrák). Nagyobb méretek esetén egyszerűsített makroszkopikus modellek szükségesek.

A következő részben a doménfalak mozgásán alapuló Jiles-Atherthon hiszterézis modell (Jiles & Atherton, 1984), majd a ferromágnesességet az anizotrópiával magyarázó Stoner-Wohlfarth modell (Stoner & Wohlfarth, 1948) kerül bemutatásra. A mérnöki gyakorlatban leginkább alkalmazható és kutatási munkám során továbbfejlesztett Preisach hiszterézis modellt (Preisach, 1935) külön fejezetben tárgyalom.

2.1.4.1 A Jiles-Atherthon modell

A Jiles-Atherthon modell (Jiles & Atherton, 1984), (Jiles D. C., 1991), (Bastos & Sadowski, 2003) a ferromágnesség Weiss féle elméletén alapszik, a doménszerkezet változásainak reverzibilis és irreverzibilis folyamatait a következő összefüggésekkel veszi figyelembe

$$M = M_{rev} + M_{irr}, \quad (2.35)$$

ahol a reverzibilis összetevő az anhiszteretikus és az irreverzibilis mágnesezettségek skálázott különbsége

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}). \quad (2.36)$$

Izotróp esetben az anhiszteretikus mágnesezettség megadható a (2.25) Langevin függvénnyel

$$M_{an} = M_s L\left(\frac{H_e}{a}\right) = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right], \quad (2.37)$$

ahol a a doménfalak sűrűségével arányos paraméter, M_s a telítési mágnesezettség, H_e a (2.29) összefüggéssel megadott effektív mágneses térerősség, amelynek w paramétere a domének közötti kölcsönhatás nagyságát jellemzi. Az irreverzibilis mágnesezettséget a következő egyenlet adja meg

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta k}, \quad (2.38)$$

ahol $\delta = 1$, ha a mágneses térerősség növekszik, és $\delta = -1$, ha a mágneses térerősség csökken. A k paraméter a letapadási együttható. Ezekből a dinamikus szuszceptibilitás

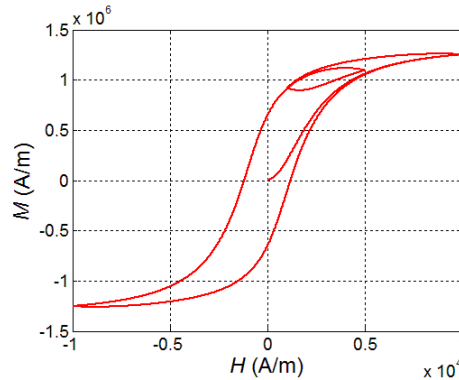
$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - ac \frac{dM_{an}}{dH_e} - w(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}}, \quad (2.39)$$

amelyben az effektív tér szerinti deriváltak a (2.38), valamint a

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) - \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right], \quad (2.40)$$

összefüggésekkel helyettesíthetők. A modell nehézsége, hogy differenciális egyenletet kell megoldani a mágnesezettség meghatározásához. Ha a mágneses térerősség kis lépésekben változik, akkor a deriváltat differenciával helyettesítve a (2.39) algebrai egyenletté válik.

A 2. ábra a Jiles-Atherthon modell által generált első mágnesezési görbét, a fő mágnesezési görbét és egy alhurkot szemléltet. A modell paraméterei $M_s = 1.4 \times 10^6$ A/m, $a = 1000$ A/m, $k = 1500$ A/m, $w = 0.001$, $c = 0.1$. A számításokat végző program szabadon letölthető¹. A paraméterek kapcsolatba hozhatók az anyag szerkezetével, és kísérletileg vagy görbeillesztéssel meghatározhatók. Ennek ellenére a modell öt paramétere nem elégséges tetszőleges alakú hiszterézis görbe modellezéséhez.



2. Ábra A Jiles-Atherthon modellel generált hiszterézis görbék.

2.1.4.2 Anizotrópia és hiszterézis, a Stoner-Wohlfarth modell

A doménfalak irreverzibilis mozgásán kívül az anizotrópiának, vagyis olyan kitüntetett irányoknak a létezése, amelyekben az anyag könnyebben mágnesezhető és kisebb külső tereknél éri el a telítési értéket, mint más irányokban, alapvető szerepe van a hiszterézis görbe kialakulásában. A fentiekben alkalmazott Boltzmann statisztika nem érvényes anizotróp rendszerek esetén (Aharoni, 2000). Csak a doménfalak mozgásán alapuló modellek nem tudják megmagyarázni például a nagy koercitív térrel rendelkező ötvözetek, vagy az egydoménű mágneses szemcsékből létrehozott kompozitok mágneses tulajdonságait.

Ferromágneses anyagokban a mágneses anizotrópia eredete nagyon sokféle lehet: alakanizotrópia, kristályanizotrópia, mechanikai feszültségek által keltett anizotrópia, felületi átmenet által indukált anizotrópia, kémiai rendeződésből kialakuló anizotrópia, stb. Az anizotrópia eredetétől függetlenül a fizikai leírás és a modellezési eljárások hasonlóak. A továbbiakban tekintsünk egy olyan kompozit anyagot, amely nemmágneses anyagba ágyazott kisméretű mágneses szemcsékből áll. Szabályos alakú szemcsékre

$$\mathbf{H}_{lem} = -N\mathbf{M}, \quad (2.41)$$

¹ https://sourceforge.net/projects/jiles-atherthon-hysteresis/files/JA_Hysteresis_Scalar/

ahol N csak a szemcse alakjától függő lemágnesezési tényező, $\mathbf{H}_{lem}$ a lemágnesezési tér. A lemágnesezési tér általában nem homogén, ezért az anyag nem egyenletesen mágneseződik. A kisméretű szemcsék lehetnek egydoménűek, ha a szemcsét alkotó atomok száma kellően nagy, hogy a ferromágneses rendeződés kialakulhasson, valamint a szemcse méretek kellően kicsik, hogy energetikailag ne legyen kedvező a doménfalak kialakulása. Például Fe esetén ezek a feltételek $10^5 - 10^6$ atomot jelentenek. Forgásellipszoid alakú egydoménű szemcsékben a mágnesezettség homogén (Chikazumi, 1964). Jelölje a , b , c az ellipszoid alakú egydoménű szemcse féltengelyeit. Tekintsünk egy polikristályos anyagból készült elnyújtott forgásellipszoidot, lásd a 3.a ábrát, ahol $a = b < c$. A lemágnesezési tényezők (Osborn, 1945), (Cullity & Graham, 2008)

$$N_c = \frac{a^2}{c^2 - a^2} \left[\frac{c}{\sqrt{c^2 - a^2}} \ln \left(\frac{c + \sqrt{c^2 - a^2}}{a} \right) - 1 \right], \quad N_a = N_b = \frac{1 - N_c}{2}. \quad (2.42)$$

A lemágnesezési tér a rövid tengelyek mentén nagyobb, mint a hosszú tengely mentén. Ezért a rövid tengelyek mentén nagyobb külső teret kell alkalmazni, mint a hosszanti irányba azért, hogy az ellipszoid egy adott pontjában ugyanakkora nagyságú mágneses tér jöjjön létre. Ez a jelenség az alakanizotrópia. Legyen az ellipszoid alakú szemcse mágnesezettségének nagysága M_0 és zárjon be θ szöget az ellipszoid hosszanti c tengelyével. A geometria szimmetriája miatt a mágnesezettség mindig a forgásellipszoid két tengelye által bezárt síkban található. A mágnesezettséget a c tengellyel párhuzamos és merőleges összetevőkre bontva a magnetosztatisztikus energia

$$W_a = \frac{1}{2} \left[N_c (M_0 \cos \theta)^2 + N_a (M_0 \sin \theta)^2 \right], \quad (2.43)$$

ahol N_c és N_a a lemágnesezési tényezők a c és a tengelyek mentén, ami a következőképpen írható

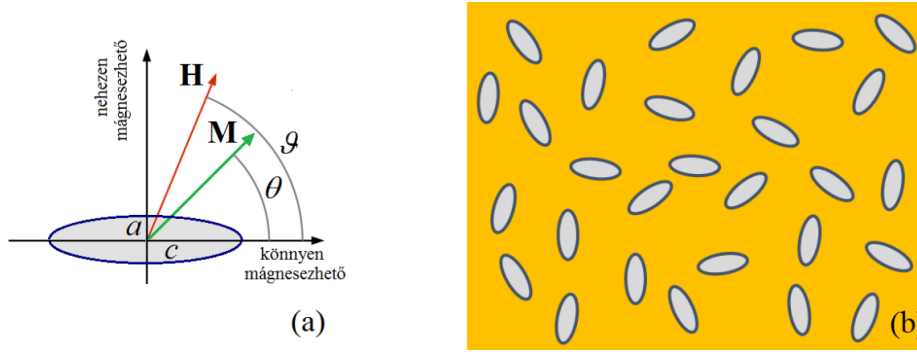
$$W_a = \frac{1}{2} M_0^2 N_c + \frac{1}{2} (N_a - N_c) M_0^2 \sin^2 \theta. \quad (2.44)$$

A kifejezés első tagja független a θ szögtől, tehát nem befolyásolja a mágnesezési folyamat dinamikáját, ezért elhanyagolható. A $K_a = (N_a - N_c) M_0^2 / 2$ anizotrópia együttható bevezetésével

$$W_a = K_a \sin^2 \theta,$$

alakba írható, ami megegyezik a szilárdtestek egyirányú magnetokristályos anizotrópia energiájának kifejezésével (Chikazumi, 1964), (Bertotti, 1998). Az elnyújtott forgásellipszoid hosszanti tengelye felel meg a kristály könnyen mágnesezhető irányának. Az $a = b$ tengelyek a nehezen mágnesezhető irányok. Abban az esetben, ha csökken a c tengely hossza, az $a = b = c$ esetén gömböt kapunk, aminek a lemágnesezési tényezői megegyeznek, $N_a = N_b = N_c = 1/3$, tehát $K_a = 0$, az alakanizotrópia megszűnik. Tovább csökkentve a c tengely hosszát összenyomott forgásellipszoidot $a = b > c$ kapunk, amelynek a könnyen mágnesezhető iránya 360° degenerált, ezért ez a geometria nem fog irreverzibilis mágnesezési folyamatokhoz és hiszterézishez vezetni.

A Stoner-Wohlfarth modell szerint a ferromágnesesség ellipszoid alakú, egydoménű, telítésig mágnesezett, különböző irányokba mutató könnyen mágnesezhető irányokkal rendelkező, egymással kölcsönhatásban nem levő szemcsék (3.b ábra) együttes viselkedésével értelmezhető. Külső mágneses tér hiányában, mivel nincsenek kölcsönhatások, a szemcsék mágnesezettsége a könnyen mágnesezhető irányba mutat.



3. Ábra Az elnyújtott forgásellipszoid geometriája és mágneses jellemzői (a). Nemmágneses anyagban ágyazott monodomén szemcsék (b).

Egy szemcse teljes energiája az anizotrópiából és a mágneses kölcsönhatásból származó energiák különbsége

$$W(H, \vartheta, \theta) = K_a \sin^2 \theta - \mu_0 H M_0 \cos(\vartheta - \theta), \quad (2.45)$$

ahol θ a szemcse M_0 mágnesezettsége és a könnyen mágnesezhető irány közötti szög, ϑ a H külső mágneses térerősség és a könnyen mágnesezhető irány közötti szög. Az anizotrópia következtében fellépő forgatónyomaték a könnyen mágnesezhető irányba, a kölcsönhatásból létrejövő forgatónyomaték pedig a külső tér irányába forgatja a szemcse mágnesezettségét. A két forgatónyomaték egyensúlya határozza meg a mágnesezettség irányát. A mágnesezettség irányát megadó egyenletek

$$\frac{\partial W}{\partial \theta} = 0, \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \geq 0. \quad (2.47)$$

Az energia első deriváltja az $\alpha_a = 2K / (\mu_0 M_0)$ és $H_x = H \cos \vartheta$, $H_y = H \sin \vartheta$ jelölésekkel

$$\frac{\partial W}{\partial \vartheta} = \alpha_a \sin \theta \cos \theta - H_x \sin \theta + H_y \cos \theta = 0, \quad (2.48)$$

ami trigonometriai számítások után

$$\alpha_a^2 \cos^4 \theta + 2\alpha_a H_x \cos^3 \theta + (H_x^2 + H_y^2 - \alpha_a^2) \cos^2 \theta - 2\alpha_a H_x \cos \theta - H_x^2 = 0. \quad (2.49)$$

negyedfokú egyenletet eredményez (Szabó & Ivanyi, 2000). Az egyenletnek a külső mágneses tér nagysága és iránya szerint négy vagy két valós megoldása lehet. A két valós megoldás esetén az egyik energiaminimum, a másik energiamaximum, tehát a mágnesezettség iránya egyértelmű. Az energia maximumok és minimumok a (2.47) segítségével elkülöníthetők

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \vartheta^2} = \alpha_a (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - H_x \cos \theta - H_y \sin \theta. \quad (2.50)$$

Négy valós megoldás esetén kettő energiaminimum, kettő energiamaximum. A mágnesezettség irányát a mágnesezési folyamat előélete határozza meg. Azt az energiaminimumnak megfelelő θ^i szöget válasszuk, amelyre

$$\cos \theta^i \cos \theta^{i-1} \geq 0, \quad (2.51)$$

ahol θ^{i-1} az előző mágnesezettségi iránynak megfelelő szög, ami folytonos és reverzibilis mágnesezettség változást eredményez az $i-1$ és i állapotok között (Szabó & Ivanyi, 2000).

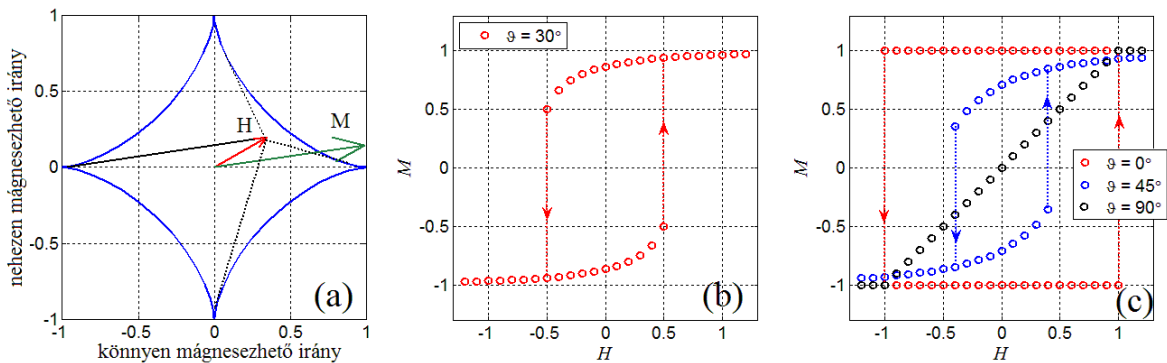
Személetes geometriai értelmezés rendelhető a szemcse mágnesezési folyamatához. A (2.49) egyenlet valós megoldásainak száma két tartományt különböztet meg a H_x, H_y síkon, amelynek határán

$$\begin{aligned} H_x &= -\alpha_a \cos^3 \theta, \\ H_y &= \alpha_a \sin^3 \theta, \end{aligned} \quad (2.52)$$

ami egy asztroid paraméteres egyenlete. A (2.49) egyenlet valós megoldásai a mágneses térerősség vektorának végpontjától az asztroidhoz húzott érintők szögei. Ha a mágneses térerősség vektora az asztroid belsejében található, négy érintő lehetséges, az asztroidon kívül pedig kettő. A mágnesezettség mindig párhuzamos valamelyik érintővel, ahogy a 4.a ábrán látható. Mivel az asztroidon belül két energiaminimum van, míg azon kívül csak egy, ezért a mágnesezettség ugrásszerűen változhat, ha a mágneses térerősség vektora valamilyen irány mentén kilép az asztroid belsejéből. A 4.b és c ábrákon a mágneses térerősség irányára vetített mágnesezettséget

$$M = M_0 \cos(\theta - \vartheta), \quad (2.53)$$

ábrázolom a térerősség nagyságának függvényében. A 4.b ábrán a $\vartheta = 30^\circ$ irányú gerjesztésre kapott hiszterézis görbe látható. A 4.c ábra a különböző irányokba ($0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$) kapott hiszterézis görbéket szemlélteti. A számításokat végző program szabadon letölthető². A $\vartheta = 0^\circ$ esetén a hiszterézis négyszögletes, nem tartalmaz reverzibilis összetevőt. A mágnesezettség vektora a könnyen mágnesezhető irány pozitív vagy negatív tengelyének irányába mutat. A nehezen mágnesezhető irányba való gerjesztés esetén $\vartheta = 90^\circ$, a mágnesezettség reverzibilisen fordul a tér irányába, az $M(H)$ görbe lineáris amíg a mágneses térerősség az asztroid belsejében változik, azon kívül állandó.



4. Ábra A mágnesezettség párhuzamos a mágneses térerősség vektorától az asztroidhoz húzott érintővel (a). A $\vartheta = 30^\circ$ irányú hiszterézis görbe (b). Különböző irányú gerjesztéseknek megfelelő hiszterézis görbék (c).

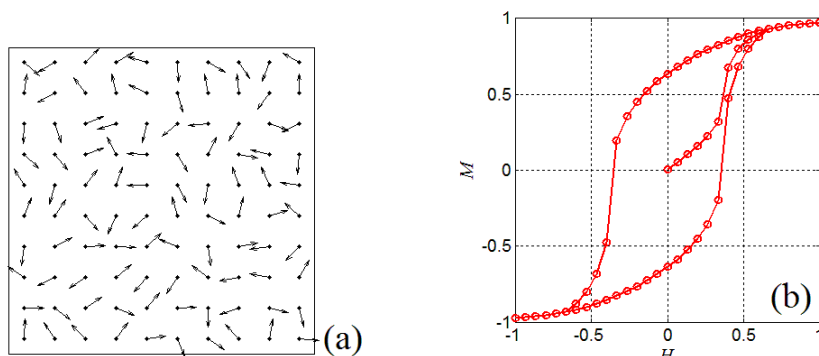
A 3.b ábrán látható kompozit modellezéséhez célszerű a szemcse mágneses viselkedését általánosítani és derékszögű koordináarendszerben értelmezett elemi vektor hiszterézis operátornak tekinteni. Az F_i operátor bemenete a mágneses térerősség, a kimenete az $\mathbf{M}_i$ mágnesezettség vektor

$$\mathbf{M}_i = F_i(H, \vartheta, M_0, K_a, \zeta), \quad (2.54)$$

ahol ζ az operátor könnyen mágnesezhető iránya és a koordináarendszer vízszintes tengelye között bezárt szög. A makroszkopikus modell számos operátor mágnesezettségét átlagolja. A könnyen mágnesezhető irányok egyenletes eloszlásával és a többi paraméter egyforma választásával izotróp hiszterézis modellt valósítok meg. Négyzetes rácsba rendezett 100 darab hiszterézis operátor mágnesezettségeinek kezdeti eloszlása az 5.a ábrán látható (Szabó & Ivanyi, 2000). Összegezve az

² https://sourceforge.net/projects/stoner-wohlfarth-hysteresis/files/SW_particle/

operátorok mágnesezettségét $\mathbf{M} = \sum \mathbf{M}_i$, a modell az 5.b ábrán látható hiszterézis görbét eredményezi. A számításokat végző program szabadon letölthető³.



5. Ábra Izotróp Stoner-Wohlfarth modell. A mágnesezettségek kezdeti eloszlása (a) nulla eredő mágnesezettséget eredményez. A hiszterézis görbe (b).

Más alakú szemcsékből, például gömbökből készült kompozitok, ahol mechanikai feszültségek indukálják az anizotrópiát, vagy kristályanizotrópiával rendelkező ötvözetek is hasonlóan modellezhetők. A könnyen mágnesezhető irányok megfelelő megválasztásával anizotróp anyagok is szimulálhatók (Szabó & Amália, 2005). Mivel különféle mágneses anyagoknak lehet hasonló anizotrópiája, ezért a makroszkopikus hiszterézis görbéből általában nem lehet visszakövetkeztetni az anyag mikroszerkezetére. Viszont, ha a mikroszerkezet típusa ismert, a modell ismeretében visszakövetkeztethetők annak paraméterei.

A modell nem képes tetszőleges mágneses anyag hiszterézisének és minorhurkainak a leírására, mivel elhanyagolja a kicserélődési kölcsönhatásokat. Ezeknek a figyelembevétele megoldható, azonban egyetlen operátor mágnesezettségének a meghatározására is negyedfokú egyenlet megoldása szükséges, ami önmagában is számításgényes feladat. A Preisach modellnél ismertetett eljárás megoldást kínál a kölcsönható hiszterézis operátorok hatékony kezelésére.

2.1.4.3 Ferritek nagyfrekvenciás mágneses viselkedése

A ferritek legalább két komponensből álló, rendezett mágneses szerkezettel rendelkező fém-oxid vegyületek (Cullity & Graham, 2008), (Chikazumi, 1964). Mágneses tulajdonságaik széles tartományban változtathatók és a kémiai összetétel módosításával beállíthatók egy adott alkalmazás követelményeinek megfelelően. Ma már nagyon sokféle ferritet használunk, mivel a szerkezetet és a textúrát az előállítás során tág határok között lehet változtatni. A legelterjedtebbek az AB_2O_4 általános képletű spinell vagy inverz-spinell szerkezetek, ahol A és B pozitív elektromos töltéssel rendelkező fémionok (pl. Fe_3O_4 , $ZnFe_2O_4$, $NiFe_2O_4$), a MnO_4 szerkezetű oxidok, a ritkaföldfém-vas-gránátok ($RFe_{12}O_{19}$) és hexagonális ferritek. A fémionokat az oxigénionok által létrehozott térrács hézagaiba helyezve nullától eltérő eredő mágnesezettség alakulhat ki. A ferritek a mikrohullámú technikában kiemelt jelentőségűek, és számos alkalmazási területük van, elsősorban a nemreciprok komponensek (cirkulátorok, izolátorok) kialakításánál, vagy mint fázistolók, fáziskompenzálók. A gránátok a 10 GHz-nél kisebb, a spinell-ferritek a 2–40 GHz, a kerámia hexagonális ferritek a 18–100 GHz vagy még ennél is nagyobb frekvenciatartományban használatosak (Cullity & Graham, 2008).

A ferritek nagyfrekvenciás mágneses permeabilitás tenzorát a (2.18) LLG egyenletből kiindulva lehet meghatározni (Pozar, 2005), (Kittel, 1981). A ferrit minta a H_0 nagyságú és z irányú állandó mágneses tér hatására legyen M_s telítésben. Kapcsoljunk a mintára egy további $\omega = 2\pi f$ frekvenciájú

³ https://sourceforge.net/projects/stoner-wohlfarth-hysteresis/files/SW_bulk/

külső mágneses teret is, amelynek H nagysága sokkal kisebb, mint H_0 . Kisjelű közelítést alkalmazva a mágneses szuszceptibilitás tenzora

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & 0 \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{H}, \quad (2.55)$$

amellyel a mágneses permeabilitás komponensei a következő alakúak

$$\begin{aligned} \mu_{xx} = \mu_{yy} &= 1 + \frac{\omega_0 \omega_m + i\omega \alpha \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2) + i\omega 2\alpha \omega_0}, \\ \mu_{xy} = -\mu_{yx} &= \frac{i\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2) + i\omega 2\alpha \omega_0}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

ahol $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0$ és $\omega_m = \mu_0 \gamma M_s$. A permeabilitás tenzor elemeinek jellegzetes Lorentz típusú frekvenciafüggése van, ahogy a 6. ábrán látható az $\omega_0 = 2.238 \cdot 10^{10}$ rad/s, $\omega_m = 2.294 \cdot 10^{10}$ rad/s és $\alpha = 0.0466$ paraméterértékekre. A ferritek szokásos használati frekvenciasávja a rezonancia előtti tartomány, ahol a permeabilitás pozitív és a veszteségek aránylag kicsik. Megfigyelhető, hogy a rezonanciát követően a mágneses permeabilitás valós része negatív értékű is lehet, azonban ezeken a frekvenciákon a jelentős a veszteség. A hullámhosszhoz képest vékony ferritminták esetén azonban a negatív permeabilitású frekvenciatartományokon is számottevő lehet a transzmisszió. A ferritminta alakjának nagy hatása van a permeabilitás frekvenciafüggésére, mivel a minta belsejében a (2.41) lemágnesező tér hatására az effektív mágneses tér általában eltér a gerjesztő mágneses tértől. Csak vékonyréteg esetén, amikor a gerjesztő mágneses tér párhuzamos a felülettel egyezik meg a külső és belső mágneses tér. A 3.a ábrán látható forgásellipszoid alakú ferritmintában a lemágnesező tényezők figyelembevételével a rezonanciafrekvencia (Kittel, 1981)

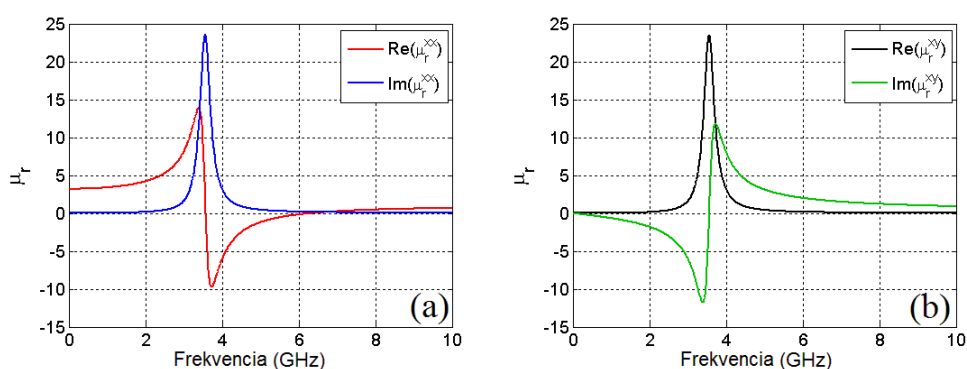
$$\omega_0 = \mu_0 \gamma \sqrt{(H_k + (N_x - N_z) M_s)(H_k + (N_y - N_z) M_s)}, \quad (2.57)$$

ahol H_k a külső állandó mágneses térerősség. A rezonáns frekvencia nemcsak a szemcse geometriájától, hanem a külső mágneses térerősségtől is függ. Ha a 3.b ábrán mindegyik ellipszoid hosszanti tengelye z irányú és a méretek kellően kicsik ahhoz, hogy a szemcsék egydomének legyenek, akkor a telítésig mágnesezett szemcsékből alkotott kompozitnak állandó külső mágneses tér nélkül is ($H_k = 0$), úgynevezett természetes rezonanciája jön létre a nagyfrekvenciás gerjesztés esetén.

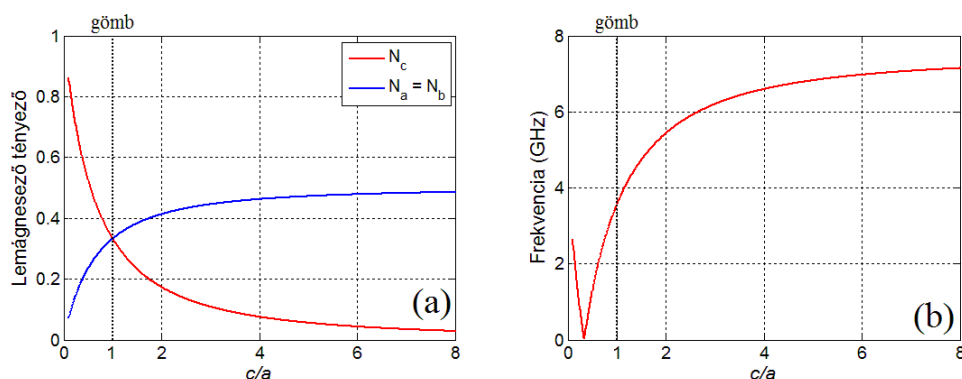
A 7.a ábra a forgásellipszoid lemágnesező tényezőjét mutatja különböző $a=b$ és c tengelyhossz arányok esetén. A 7.b ábra a rezonanciafrekvencia változását szemlélteti. A $c/a=1$ arány esetén a forgásellipszoid gömbé alakul. Ebben az esetben a lemágnesező tényezők megegyeznek $N_x = N_y = N_z = 1/3$, a (2.57) az $\omega_0 = \mu_0 \gamma H_0$ alakra egyszerűsödik, és a permeabilitás diszperziója a 6. ábrán látható frekvenciafüggésnek felel meg. Tehát a mágneses tulajdonságok erősen befolyásolhatók nemcsak a kémiai összetétellel, hanem strukturálással is.

A ferritek gyártásánál a kristályszerkezet kémiai úton történő alakításával állítják be a mágneses tulajdonságokat (telítési mágnesezettség, kristályanizotrópia, Curie hőmérséklet, magnetostrikció, elektromos vezetőképesség), azonban fizikai módszereket, például őrlést is alkalmaznak. A ferritszemcsékből kialakított kompozitoknak a vezetőképessége kicsi így alkalmasak a nagyfrekvenciás alkalmazásokban fellépő örvényáram veszteségek kiküszöbölésére (Cullity & Graham, 2008). A szemcsék nagyságával például szabályozható a koercitív tér nagysága, azonban az hogy a szemcse mágneses a kémiai összetétel eredménye.

A ferritek működési frekvenciatartománya hasonló a mikrohullámú metaanyagokéhoz. A metaanyagok esetén a kristályszerkezet méreteinél jóval nagyobb léptékű strukturálással kialakított különleges geometriák hozzák létre a nagyfrekvenciás mágneses tulajdonságokat. A metaanyagok összetevőinek általában nincsenek mágneses tulajdonságai, hanem mesterségesen kialakított vezetőhurkokban indukált áramok mágneses momentumai keltik a mágnesezettséget (Solymár & Walsh, 2004). Ezért a metaanyagok olyan frekvenciákra, például az optikai tartományra (Shalaev V. M., 2006) is kiterjesztik a mágnességet, ahol a ferritek már nem működnek. A metaanyagok mágneses permeabilitásának frekvenciafüggése hasonló alakú, mint a 6.a ábrán bemutatott ferrit Lorentz típusú rezonanciája. A rezonáns metaanyagok negatív permeabilitású frekvenciatartománya is hasonlóan veszteséges, mint a ferriteké, ezért csak a hullámhosszhoz képest vékony minták esetén számottevő a transzmisszió.



6. Ábra Ferritek nagyfrekvenciás permeabilitásának jellegzetes frekvenciafüggése.



7. Ábra Forgásellipszoid lemágnesező tényezőjének (a), és a rezonancia frekvenciájának (b) változása a méretek függvényében.

2.2 Szigetelők és vezetők nagyfrekvenciás anyagmodelljei

Egy adott közegben terjedő elektromágneses hullám sebessége és hullámhossza függ a frekvenciától. A természetben előforduló anyagok kölcsönhatása a nagyfrekvenciás elektromágneses terekkel az anyag polarizálhatóságának a függvénye, mivel a mágneses hatások nem képesek követni a gyors változásokat. Ezért az optikai frekvenciák tartományában $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r}$ írható, ahol n a közeg törésmutatója, ϵ_r a relatív elektromos permittivitás, amelynek jellegzetes frekvencia függése a 8. ábrán látható. Az anyagok polarizálhatóságát az alacsony frekvenciáktól az ultrabolyáig számos különböző karakterisztikus idejű fizikai jelenség határozza meg. Az atomi vagy molekuláris szerkezet következtében állandó polarizációval rendelkező dielektrikumok, mint például a H_2O , már alacsonyabb frekvenciákon (pl. H_2O esetén, a mikrohullámú tartományon) sem tudják azonnal követni az elektromos tér változásait. Az infravörös tartományon a rácsrezgések, az optikai vagy ultrabolya frekvenciákon az atomokat alkotó elektronfelhők deformációs polarizációja a domináns jelenség, ami meghatározza az optikai tulajdonságokat. Külső tér hatására az anyagok nem tudnak azonnal

polarizálódni, a polarizáció pedig nem tudja azonnal követni a külső tér változásait. Izotróp anyagok esetén a $\mathbf{P}$ polarizáció a következő konvolúciós összefüggéssel adható meg

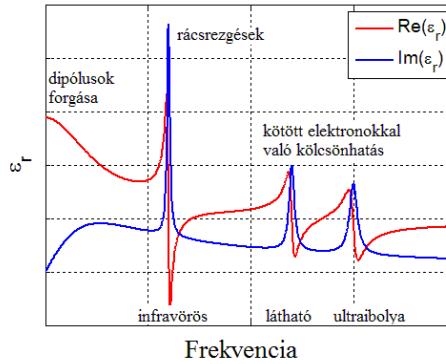
$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(\mathbf{r}, t - \tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \tau) d\tau, \quad (2.58)$$

ahol $\mathbf{E}$ az elektromos térerősség, t az idő, $\mathbf{r}$ a pozíció vektor. A χ elektromos szuszceptibilitás az impulzusválasznak megfelelő mennyiség, tehát kauzális rendszer esetén bármely $t < 0$ időpillanatban $\chi(\mathbf{r}, t) = 0$. A frekvenciatartományban a polarizáció

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \chi(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (2.59)$$

ahol a komplex elektromos szuszceptibilitás

$$\chi(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.60)$$



8. Ábra Szigetelő anyag elektromos permittivitásának jellegzetes frekvencia függése.

Az elektromágneses hullámoknak a kötött elektronokkal történő kölcsönhatása következtében létrejövő indukált polarizáció hatását leíró Lorentz modell elektromos permittivitásának kifejezése (lásd az 1. Melléklet levezetését) a következő alakú

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_h + \sum_j \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_h) \omega_{0j}^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_j}, \quad (2.61)$$

ahol ε_h az elektromos permittivitás az ω_{0j} sajátfrekvenciákhoz képest nagy frekvencián, míg ε_s a kisfrekvenciás elektromos permittivitás. Hasonló alakú modellel lehet leírni a külső elektromos tér hatására létrejövő ion deformációs polarizáció hatását is. Mivel az ionok tömege nagy, ezért ebben az esetben a rezgések ω_0 sajátfrekvenciája sokkal kisebb és általában az infravörös tartományban található.

A fémek nagyfrekvenciás elektromágneses tulajdonságait elsősorban a szabadelektronok határozzák meg. A Drude modell (lásd a 2. Mellékletet) a vezetési elektronokat elektrongáznak tekinti, amelyek elmozdulhatnak a fémkristály atomjai által létrehozott potenciáltérben. A relatív elektromos permittivitás

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - i\gamma_c\omega}, \quad (2.62)$$

ahol ω_{pe} a plazmafrekvencia és γ_c a csillapítási tényező.

2.3 Kompozitok keverési törvényei

A mágneses anyagokhoz hasonlóan a szigetelők és vezetők elektromágneses tulajdonságai is nagymértékben változtathatók strukturálással. A kolloidok olyan kompozitok, amelyeknél valamilyen anyag kis szemcséi egy másik anyagban oszlanak el (Sihvola, 1999). Az optikai tartományon működő kolloidok szemcséinek átmérője gyakran kisebb, mint 50 nm. Ezért elektromágneses szempontból a kolloidok homogénnek tekinthetők és leírhatók effektív anyagparaméterekkel. A Maxwell-Garnett keverési törvény (Aspnes, 1982), (Markel, 2016) egy széleskörűen alkalmazott homogenizálási eljárás kolloidok elektromos permittivitásának a meghatározására, amellyel megmagyarázhatók például a rubinüveg (üvegben elosztott aranyrészecskék) fényszóró tulajdonságai (Sihvola, 1999).

A 9.a ábrán látható kolloid homogén, ε_r^h elektromos permittivitású szilárd közegben véletlenszerűen elosztott, ε_r^i permittivitású, gömb alakú, különálló szemcsékből készült. Tegyük fel, hogy az egész geometriai teret ε_r^h elektromos permittivitású közeg tölti ki, amelybe $\mathbf{E}_0$ homogén elektromos térerősséget keltettünk. Helyezzünk egyetlen ε_r^i permittivitású gömbalakú szemcsét ebbe a végtelen kiterjedésű közegbe. A szemcse a környezetében módosítja az elektromos teret. Ha a gömb kisméretű, akkor a belsejében létrejövő $\mathbf{E}_b$ elektromos tér homogén és ugyanolyan irányú, mint $\mathbf{E}_0$ (Simonyi & Zombory, 2000)

$$\mathbf{E}_b = \frac{3\varepsilon_r^h}{\varepsilon_r^i + 2\varepsilon_r^h} \mathbf{E}_0. \quad (2.63)$$

Egy gömb alakú szemcse kisméretű, ha a méret paraméter $x = \sqrt{\varepsilon_r^h} \omega r / c_0 \ll 1$ (Bohren & Huffman, 2004), ahol r a gömb sugara, ω a homogén anyagba keltett $\mathbf{E}_0$ elektromos tér frekvenciája. A gömbön kívüli elektromágneses tér helyettesíthető a gömb középpontjába helyezett statikus elektromos dipólus terével. Ha a kitöltési tényező nem nagy, feltételezhetjük, hogy a gömbök továbbra is homogén térben helyezkednek el. Az átlagolt elektromos teret lineáris interpolációval közelítve

$$\langle \mathbf{E} \rangle = \zeta \mathbf{E}_b + (1 - \zeta) \mathbf{E}_0, \quad (2.64)$$

ahol ζ a kitöltési tényező. Hasonlóan közelítve az átlagolt elektromos indukciót is

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \zeta \mathbf{D}_b + (1 - \zeta) \mathbf{D}_0 = \zeta \varepsilon_r^i \mathbf{E}_b + (1 - \zeta) \varepsilon_r^h \mathbf{E}_0, \quad (2.65)$$

az effektív elektromos permittivitást a következőképpen írható fel

$$\varepsilon_r^{\text{eff}} = \frac{\langle \mathbf{D} \rangle}{\langle \mathbf{E} \rangle} = \frac{\zeta \varepsilon_r^i \mathbf{E}_b + (1 - \zeta) \varepsilon_r^h \mathbf{E}_0}{\zeta \mathbf{E}_b + (1 - \zeta) \mathbf{E}_0} = \frac{\zeta \varepsilon_r^i \frac{\mathbf{E}_b}{\mathbf{E}_0} + (1 - \zeta) \varepsilon_r^h}{\zeta \frac{\mathbf{E}_b}{\mathbf{E}_0} + 1 - \zeta}. \quad (2.66)$$

Felhasználva a (2.63) összefüggést, elemi algebrai műveletek után

$$\varepsilon_r^{\text{eff}} = \varepsilon_r^h + 3\zeta \varepsilon_r^h \frac{\varepsilon_r^i - \varepsilon_r^h}{\varepsilon_r^i + 2\varepsilon_r^h - \zeta (\varepsilon_r^i - \varepsilon_r^h)}, \quad (2.67)$$

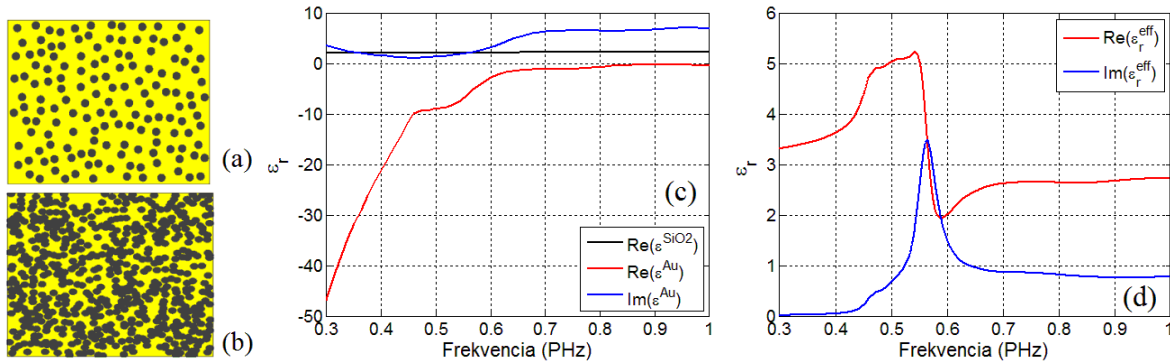
amit átrendezve a Maxwell-Garnett keverési törvény szokásos alakját eredményezi

$$\frac{\varepsilon_r^{\text{eff}} - \varepsilon_r^h}{\varepsilon_r^{\text{eff}} + 2\varepsilon_r^h} = \zeta \frac{\varepsilon_r^i - \varepsilon_r^h}{\varepsilon_r^i + 2\varepsilon_r^h}. \quad (2.68)$$

A Maxwell-Garnett keverési törvény általánosítható tetszőleges alakú szemcsék és több komponensű kolloidok leírására is (Khodasevych, és mtsai., 2012). Nagy kitöltési tényezők esetén (lásd a 9.b ábrát) a Brugemann összefüggés alkalmazható (Sihvola, 1999)

$$(1-\zeta) \frac{\varepsilon_r^h - \varepsilon_r^{eff}}{\varepsilon_r^h + 2\varepsilon_r^{eff}} + \zeta \frac{\varepsilon_r^i - \varepsilon_r^{eff}}{\varepsilon_r^i + 2\varepsilon_r^{eff}} = 0, \quad (2.69)$$

amelyben a két összetevő elektromos permittivitása felcserélhető.

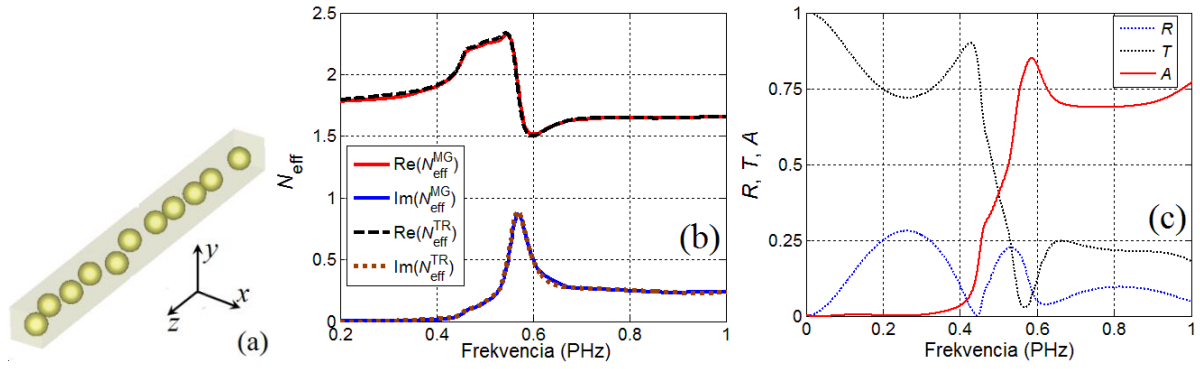


9. Ábra A Maxwell-Garnett (a) és a Bruggemann (b) keverési törvénnyel leírható kompozitok, a SiO₂ és Au elektromos permittivitásának frekvenciafüggése (c), a SiO₂ – Au kolloid effektív elektromos permittivitásának frekvenciafüggése.

Üvegben elosztott arany szemcséből készült kolloid (rubinüveg) effektív elektromos permittivitását a (2.67) Maxwell-Garnett keverési törvénnyel lehet meghatározni. A 9.c ábrán a SiO₂ és Au elektromos permittivitásának frekvenciafüggése látható az optikai tartományon. A SiO₂ elektromos permittivitásának való része majdnem állandó, $\text{Re}(\varepsilon_r^{\text{SiO}_2}) \sim 2.1-2.2$, a képzetes része közelítőleg nulla. A $\zeta = 0.14$ arany szemcse kitöltési tényezőnek megfelelő SiO₂ – Au kolloid effektív elektromos permittivitásának frekvenciafüggése a 9.d ábrán látható. Már kis arany szemcse koncentráció változtatás is jelentős optikai anyagtulajdonság módosulást tud előidézni (Bohren & Huffman, 2004). A 10.a ábrán üvegbe (SiO₂) ágyazott arany gömbökből készült vékonyréteg térszámításban alkalmazott geometriája látható. A vékonyréteg 15 nm oldalhosszú, kocka alakú elemi cellából van felépítve. Mindegyik elemi cella egy gömb alakú arany szemcsét tartalmaz, amelynek sugara 4.83 nm, így a kitöltési tényező $\zeta = 0.14$. A gömbök nem szabályosan, hanem véletlenszerűen helyezkednek el az elemi cellák belsejében. A vékonyréteg 11 elemi cella széles, így teljes vastagsága $d_{\text{eff}} = 165$ nm. A CST Microwave Studio⁴ programcsomaggal végzett elektromágneses térszámítással meghatároztam az S-paramétereket (komplex transzmissziós és reflexiós adatok), a vékonyréteg felületére merőlegesen beeső síkhullám gerjesztésre. A számítások periodikus peremfeltétellel, a SiO₂ és Au 9.c ábrán látható frekvenciafüggő elektromos permittivitásával készültek, frekvenciatartománybeli végelelem szimuláció segítségével. Későbbi fejezetben részletesen ismertetett effektív elektromágneses paraméter meghatározó eljárással (EMPEX⁵) [1], [2] az S-paraméterekből számított komplex törésmutató értékek a 10.b ábrán láthatók (a fekete és barna szaggatott vonalak). A (2.67) Maxwell-Garnett keverési törvénnyel meghatározott $N_{\text{eff}}^{\text{MG}} = \sqrt{\varepsilon_r^{\text{eff}}}$ komplex törésmutatót piros és kék vonallal ábrázoltam. A keverési törvénnyel és az S-paraméterekből meghatározott komplex törésmutató valós és képzetes részei nagyon jó egyezést mutatnak [3]. A 10.c ábrán a kolloid vékonyréteg elektromágneses térszámítással meghatározott transzmissziója, reflexiója és abszorpciója látható. A mikrohullámú tartományon nagy permittivitású gömbökkel negatív törésmutatójú kompozitot is sikeresen előállítottak (Vendik, Vendik, Kolmakov, & Odit, 2006).

⁴ www.cst.com

⁵ https://sourceforge.net/projects/effmetamatparam/files/



10. Ábra Az üvegbe ágyazott aranygömbökből készült koloid térszámításban alkalmazott modellje (a), a Maxwell-Garnett törvényből és az S-paraméterekből számított törésmutatók (b), a kompozit transzmissziója, reflexiója és abszorpciója (c).

2.4 Mesterséges elektromágneses szerkezetek

Alkalmazott elektromágnesességgel foglalkozó könyvekben a hullámterjedést sokszor TEM (tranzverzális elektromágneses) távvezeték segítségével vezetik be (Simonyi & Zombory, 2000), (Pozar, 2005), ami számos hullámjelenséget alkalmazó eszköz modelljéül szolgálhat. Kisfrekvenciás áramköröknél a hálózatelemek közötti kapcsolatot megvalósító huzalok jó közelítéssel rövidzárnak tekinthetők. A nagyfrekvenciás rendszerekben azonban a jelek hullámhossza összehasonlítható a komponensek és a köztük levő kapcsolatok méreteivel. Ezért egy szinuszos jel fázisa jelentősen változhat a huzalok mentén és hullámjelenségek figyelembevétele szükséges a vezetékek mentén létrejövő áram és feszültségváltozások pontos leírására. A kisfrekvenciás áramkörök elméletét kiterjesztették távvezetékek leírására is. A mérnöki gyakorlatban alkalmazott sokféle távvezetéken terjedő áram és feszültségjelek, a konkrét geometriától függetlenül, leírhatók a távíró egyenletekkel (Simonyi & Zombory, 2000). A 11.a ábrán a távvezetékek jelölésére használt kettősvezeték szimbólum és egy rövid távvezeték szakaszhoz rendelhető ekvivalens áramkör látható. A távvezetékek modellje általános hullámterjedési feladatok megoldására is alkalmazható (Christopoulos, 2006). A hullámterjedési feladatokhoz kapcsolható ekvivalens áramkörök vizuális modelljét szolgáltatják a feladatnak. A 11.b ábrán veszteségmentes közegben terjedő kétdimenziós elektromágneses hullámterjedés modellezésére alkalmazható áramkör látható. Az ekvivalens hálózat periodikus, a 0 csomópontra felírható Kirchhoff áramtörvény alapján

$$i_{L1} + i_{L2} + i_{L3} + i_{L4} = C \frac{dU_C}{dt}, \quad (2.70)$$

amit differenciálva, és felhasználva a $u_{Lk} = L_k di_{Lk}/dt$ kétpólus karakterisztikákat

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 - 4V_0 = LC \frac{dV_0}{dt}, \quad (2.71)$$

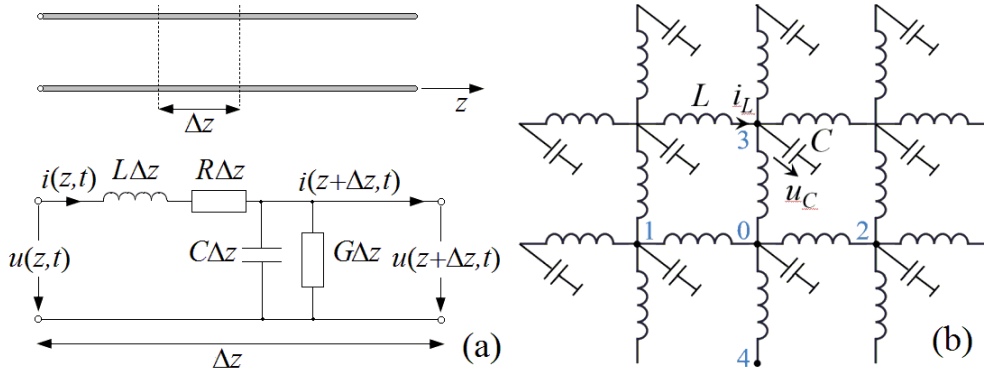
ahol V_k a $k = 0 \dots 4$ csomópontnak megfelelő potenciál és $U_C = V_0$. Hullámterjedési feladat esetén, ha az elrendezés z irányban invariáns és az elektromos térerősségnek csak E_z komponense van, a hullámegyenlet

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}, \quad (2.72)$$

ahol $v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}$ az elektromágneses hullám terjedési sebessége a veszteségmentes közegben. A másodrendű deriváltakat differenciákkal helyettesítve és ha $\Delta x = \Delta y = \Delta$, akkor

$$E_{z1} + E_{z2} + E_{z3} + E_{z4} - 4E_{z0} = \frac{\Delta^2}{v^2} \frac{dE_z}{dt}. \quad (2.73)$$

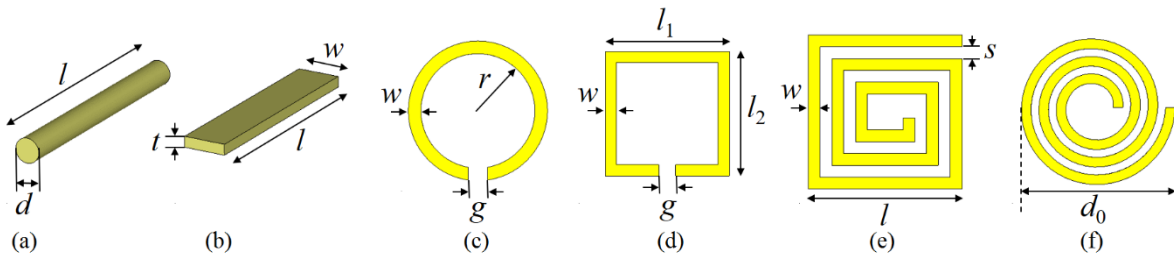
Összehasonlítva a (2.71) és (2.73) egyenleteket, az elektromos térerősség megfeleltethető az ekvivalens áramkör csomópontjaiban mért potenciállal, és $LC = \Delta^2/v^2$. A megfeleltetés kiterjeszthető háromdimenziós veszteséges közegben terjedő hullámra is, a hálózatparaméterek és az elektromágneses paraméterek közötti kapcsolatok $\mu \rightarrow L/\Delta$, $\varepsilon \rightarrow C/\Delta$ és $\sigma \rightarrow G/\Delta$. Az L induktivitás, a C kapacitás és a G konduktanciájú ellenállás megfelelő megválasztásával nemcsak homogén közegben történő hullámterjedés, hanem tetszőleges geometriájú anyagfelületről történő elektromágneses szórás is modellezhető.



11. Ábra TEM távvezeték szimbóluma és rövid szakaszához rendelhető ekvivalens áramkör (a), vákuumban történő hullámterjedésnek megfelelő kétdimenziós ekvivalens áramkör (b).

A mikrohullámú tartományon a lezárások és illesztések kialakítására rendszeresen alkalmaznak hullámhossznál lényegesen kisebb méretekkel rendelkező szerkezeteket koncentrált paraméterű induktivitás és kapacitás megvalósítására. A kisebb méretek jellemzően $\lambda/10$ vagy még annál is kisebb méreteket jelentenek. A jelenleg szokványos nyomtatott áramkör (NYÁK) technológia pontossága megfelel rádiófrekvenciás, mikrohullámú, vagy akár a mm tartomány alsó sávjában (60–100 GHz) működő nagyfrekvenciás áramkörök előállítására. A tekercseket és kondenzátorokat gyakran a hordozók felületein képezik ki, amelynek lehet hátsó fémzése (földsík, ground plane), szükség esetén pedig átvezetéseket (vias) is alkalmazhatnak. A 12. ábrán olyan mikrohullámú induktivitások (Bahl & Bhartia, 2003) láthatók, amelyeket metaanyag elemi cella geometriaként is alkalmaznak (Solymar & Shamonina, 2009).

A mikrohullámú frekvenciákon akár egy vezető anyagból készült rúdnak vagy szalagvonalnak, lásd a 12.a és b ábrát, is jelentős induktivitása lehet, amelyet zárt alakú kifejezésekkel lehet közelíteni. Számos esetben nagyobb impedancia szükséges, mint ami egy szalagvonalal elérhető. Nagyobb induktivitások hurkokkal, lásd a 12.c és d ábrát, még nagyobb induktivitás értékek pedig a 12.e és f ábrán látható spirális kialakításokkal valósíthatók meg. Ezen geometriák esetén is adhatók zárt alakú összefüggések az induktivitás számolására (Bahl, 2003).



12. Ábra A mikrohullámú technológiában használatos induktivitás geometriák.

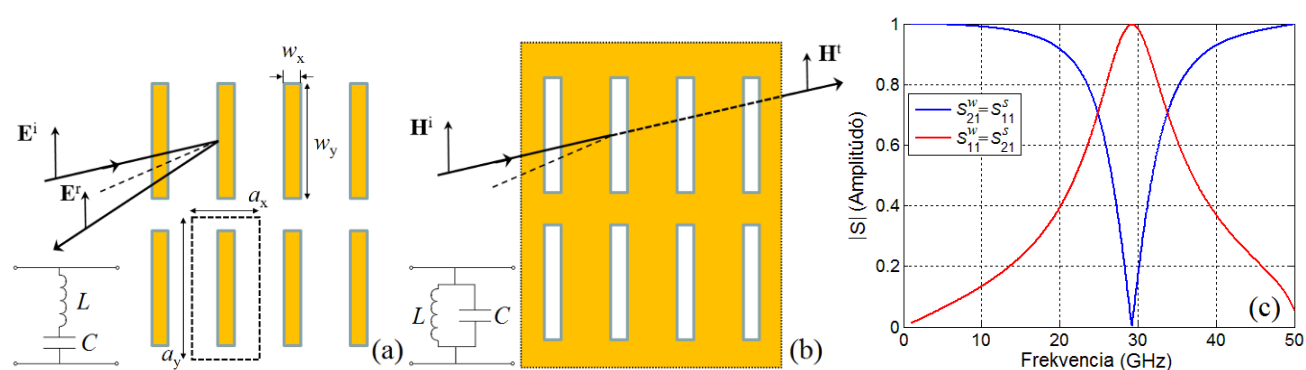
A kondenzátorok leggyakrabban fém-szigetelő-fém struktúrák, vagy úgynevezett interdigitális kondenzátorok (Bahl, 2003). A fém-szigetelő-fém kondenzátorok kapacitása megbecsülhető a

síkkondenzátor képletével, hátrányuk, hogy átvezetéseket vagy háromdimenziós kialakításokat igényelnek. Felületen megvalósítható interdigitális kondenzátorokkal általában kisebb értékű kapacitások állíthatók elő, mint fém-szigetelő-fém kondenzátorokkal, ha csak a vezetők közötti rések méretei nem nagyon kicsik ($10\ \mu\text{m} - 100\ \mu\text{m}$), ez azonban megnehezíti a gyártásukat.

Kereskedelmi forgalomban kaphatók, vagy szokványos NYÁK gyártással előállíthatók olyan mikrohullámú szerkezetek, amelyekkel például a 11.b ábrán látható elektromágneses hullámterjedésnek megfelelő ekvivalensáramkör megvalósítható. Ennek köszönhető, hogy a metaanyagoknál tapasztalható különleges hullámterjedési jelenségeket kísérletileg általában a mikrohullámú tartományon igazolták (Caloz & Itoh, 2005), (Schurig, és mtsai., 2006) vagy a mikrohullámú mérnökök által már kidolgozott tervezési eljárásokat (pl. mikrohullámú szűrőszintézis) alkalmazzák akár az optikai frekvenciákon működő szerkezetek megvalósítására. Mindazonáltal az átskálázás nem magától értetődő, és sok esetben nem is megvalósítható, mivel az anyagparaméterek frekvenciafüggése, a gyártási eljárások, valamint elvi korlátok is határt szabnak a méretcsökkentésnek és a működési frekvencia növelésének.

2.4.1 Frekvenciaválasztó felületek

Az antenna és mikrohullámú technikában régóta alkalmazzák a frekvenciaválasztó felületeknek (Frequency Selective Surface, FSS) nevezett szerkezeteket (Munk, 2000), elsősorban sáváteresztő és sávzáró szűrőkarakterisztikák, valamint a fénysebességnél jóval kisebb fázissebességű jelek létrehozására és manipulációjára (Collin, 2001). Az FSS periodikus szerkezetek, amelyek kisméretű fémes elemekből vagy fémfelületbe vágott résekből állnak. A 13.a ábrán téglalap alakú vezető szalagvonalakból, a 13.b ábrán téglalap alakú résekkel kialakított FSS láthatók. A két típusnak nemcsak a geometriája, hanem elektromágneses viselkedése is kiegészítő. A 13.c ábrán a téglalap alakú fémes elemekből álló szerkezet transzmissziója és reflexiója látható, merőleges beesésű, a téglalapok hosszanti iránya mentén polarizált síkhullámmal történő megvilágítás esetén. A szimulációk a CST Microwave Studio időtartománybeli megoldójával készültek, a szerkezet periodicitása $a_x = a_y = 6\ \text{mm}$, a szimulációka fémes téglalapokat tökéletes vezetőknak (PEC) tekinti, amelyeknek a méretei $w_x = 1\ \text{mm}$, $w_y = 5\ \text{mm}$, a fémezés vastagsága $10\ \mu\text{m}$. A 13.c ábráról leolvasható, hogy a legkisebb transzmisszió és a legnagyobb reflexió megfelelő rezonancia frekvencia $f_0 = 29.5\ \text{GHz}$, tehát a hullámhossz $\lambda_0 = c_0 / f_0 = 10.17\ \text{mm}$, ami a $w_y \approx \lambda_0 / 2 = 5.08\ \text{mm}$ összefüggés szerint elektromos dipólus rezonanciának felel meg.



13. Ábra Téglalap alakú fémes elemekből (a) és fémfelületbe vágott téglalap alakú résekből (b) kialakított frekvenciaválasztó felület. A felületek transzmissziós és reflexiós paraméterei duálisak (c).

A dualitás elve alapján (Brillouin, 1953) tökéletesen vezető és nagyon vékony fémezés esetén a téglalap alakú résekkel kialakított szerkezet transzmissziója megfelel a 13.c ábra S_{11} reflexiójának, a reflexió pedig az S_{21} transzmisszióknak, ha a struktúrát merőlegesen megvilágító síkhullám mágneses komponense párhuzamos a résekkel.

A vezető elemekből kialakított felület sávzáro szűrőként viselkedik, mivel az elektromos dipólusrezonanciánál a reflexió maximális, a rezonancia előtti és utáni frekvenciákon pedig a szerkezet átereszti a megvilágító síkhullámot. Egy adott beesési szögű és polarizációjú síkhullám esetén az ekvivalens áramkör két távvezeték közé helyezett soros LC tag, ahogy a 13.a ábra mellékletében látható. Rezonanciánál a soros LC tag rövidzárként viselkedik (visszaveri az energiát), míg a rezonancia frekvenciánál sokkal kisebb vagy nagyobb frekvenciákon szakadásnak felel meg (átereszti az energiát). A vezetőfelületbe vágott résekkel kialakított FSS sáváteresztő szűrőként viselkedik, mivel a szerkezet a rezonanciánál átlátszó és visszaveri az annál nagyobb vagy kisebb frekvenciájú elektromágneses hullámokat. Egy adott beesési szögnek és polarizációnak megfelelő síkhullám esetén az ekvivalens áramkör két távvezeték közé illesztett párhuzamos LC tag, ahogy a 13.b ábrán látható. Az L és a C párhuzamos kombinációja rezonanciánál szakadást eredményez (átereszti az energiát). Távol a rezonanciától a párhuzamos LC tag rövidzárat jelent (visszaveri az energiát). Fontos hangsúlyozni, hogy bár az ekvivalens LC áramkörrel jól lehet modellezni az FSS viselkedését, azonban az L és a C értéke nagymértékben függ a beesési szögtől és a polarizációtól.

A szerkezet periodicitása nagyon fontos szerepet játszik az FSS elektromágneses viselkedésében és alapvetően befolyásolja, hogy milyen frekvencia és beesési szög kombináció függvényében történik diffrakció és jelennek meg a melléknyalábok, amelyeknek az energiája akár a főnyalábénál is nagyobb lehet. A 13. ábrán látható négyzetrácsos szerkezetek esetén a melléknyalábok kialakulásának feltétele

$$\left(s_x + l \frac{\lambda}{a_x}\right)^2 + \left(s_y + m \frac{\lambda}{a_y}\right)^2 = 1, \quad (2.74)$$

ahol $\mathbf{s} = s_x \mathbf{i} + s_y \mathbf{j} + s_z \mathbf{k}$ a melléknyaláb terjedési iránya, $s_z = \sqrt{1 - s_x^2 - s_y^2}$, λ a gerjesztő síkhullám hullámhossza, $l = 0, 1, 2, \dots$ és $m = 0, 1, 2, \dots$ egész számok. A tervezés során az FSS periodicitást úgy kell megválasztani, hogy az elemek elég sűrűn legyenek elhelyezve, hogy a nemkívánatos melléknyalábok ne tudjanak kialakulni. Az elemi cellák geometriájának típusa, azok szimmetriája és orientációja befolyásolja a sáv szélességet, a rezonancia frekvenciát, a transzmisszió és reflexió polarizációját. A periodikus szerkezeteknek, különösen a frekvenciaválasztó felületeknek jól kidolgozott elmélete és tervezési eljárásai vannak (Munk, 2000), (Volakis, 2007), amelyek metaanyagok esetén is alkalmazhatók. Az optikai frekvenciákon is működő metafelületek és elsősorban a mikrohullámú tartományon használt frekvenciaválasztó felületek között, a működési tartományt leszámítva, nincs lényeges elvi különbség.

2.4.2 Az elektromos permittivitás tervezése

A fémek plazmafrekvenciája az optikai vagy az ibolyántúli frekvenciákon található, azonban strukturálással akár a mikrohullámú tartományra is átskálázható. A metaanyagok gyakran szigetelő mátrixba ágyazott párhuzamos fémrudakat vagy fémes szalagokat tartalmaznak a kívánt elektromos permittivitás megvalósítására (Solymar & Shamounina, 2009). A 14.a ábrán látható négyzetrácsba rendezett r sugarú rudak periodicitása a , a rudakat végtelen hosszúságúnak tekintjük. Abban az esetben, ha a gerjesztés merőleges beesésű, a rudak hosszanti iránya mentén polarizált síkhullám, amelynek hullámhossza sokkal nagyobb, mint a rudak közötti távolság, a szerkezet homogenizálható.

Ha a kitöltésű tényező nem nagy, akkor a fémrudak közötti induktív és kapacitív csatolások elhanyagolhatók, így a metaanyag elemi cellája egy RL ekvivalens áramkörrel jellemezhető, ahogy a 14.b ábrán látható. Az elemi cellában egyetlen fémrúd található, amelynek árama

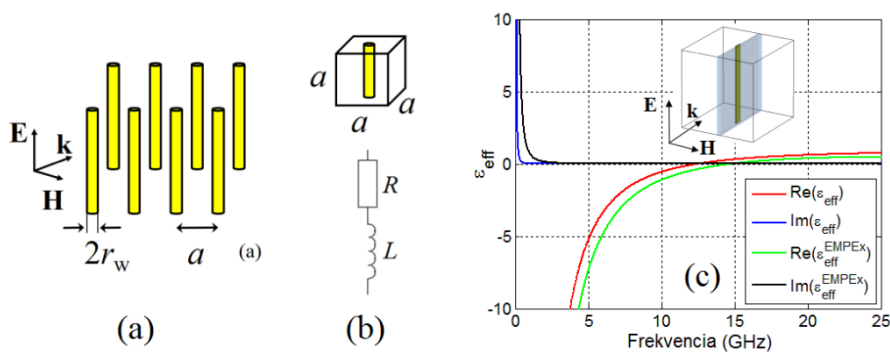
$$I = \frac{U}{Z_w} = \frac{Ea}{R_w + j\omega L_w}, \quad (2.75)$$

ahol U a metaanyag cella alsó és felső lapja közötti feszültség, Z_w , R_w , L_w a fémrúd impedanciája, ellenállása és induktivitása, E a gerjesztő síkhullám elektromos összetevője, a a fémrúd hossza. Az elemi cella felületén átfolyó átlagolt áramsűrűség $J_{av} = I/a^2$, amit behelyettesítve az Ampere-Maxwell egyenletbe, algebrai műveletek után, az effektív elektromos permittivitás fémek esetén levezetett (2.62) Drude modelljéhez hasonló kifejezést eredményez

$$\varepsilon_r^{eff} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega\gamma_e} \quad (2.76)$$

ahol $\omega_p^2 = 1/(\varepsilon_0 a L_w)$ a plazmafrekvencia és $\gamma_e = R_w/L_w$ a csillapítási tényező. A fémrudak öninduktivitása az $L_w = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \left[\log\left(\frac{2a}{r}\right) - \frac{3}{4} \right]$, az ohmikus ellenállás az $R_w = \frac{a}{\pi r^2 \sigma}$ összefüggésekkel közelíthető (Bahl, 2003).

A henger alakú vezető rudak helyett célszerűbb szalagvonalakat használni, amelyek hordozók felületére nyomtatva vagy NYÁK technológiával a mikrohullámú és a mm hullámhosszú tartományon könnyen megvalósíthatók. A 14.c ábra melléklete szigetelő hordozóra helyezett fémes szalagvonalat tartalmazó metaanyag elemi celláját szemlélteti. A fémszalag 0.5 mm széles, 25 μ m vastag rézből készült, amelynek vezetőképessége $\sigma = 5.8 \times 10^7$ S/m, a hordozó permittivitása $\varepsilon_r = 3.84$, vastagsága 0.25 mm, a köbös szerkezet elemi cellájának mérete $a = 5$ mm. A fémszalag induktivitása $L_w = 3.4818 \times 10^{-9}$ H és ellenállása $R_w = 5.6 \times 10^{-3} \Omega$, amivel a plazmafrekvencia $\omega_p = 8.0545 \times 10^{10}$ rad/s és a csillapítási tényező $\gamma_e = 1.6042 \times 10^6$ rad/s. A zárt alakú összefüggésekből számolt, és a numerikus térszámítás transzmissziós-reflexiós adataiból homogenizálással [1], [2] meghatározott effektív elektromos permittivitások összehasonlítását a 14.c ábra szemlélteti. A mikrohullámú tartományon a rúdszerkezet nem a legmegfelelőbb mesterséges anyag, mivel nem merőleges beesésű síkhullám esetén a térbeli diszperzió jelentős (Baas, 2010), (Belov, és mtsai., 2003), (Belov, Hao, & Sudhakaran, 2006). Ha a szalagvonalak nem folytonosak, akkor a 13.a ábrán látható szerkezethez hasonlóan a metaanyag RLC rezgőkörrel modellezhető és az effektív elektromos permittivitás ε_{zz} komponensének frekvenciafüggése merőleges beesésű síkhullám gerjesztés esetén (2.61) alakú Lorentz görbe lesz.



14. Ábra Periodikus fémrudakból álló metaanyag szerkezete (a), a metaanyag elemi cellája és ekvivalens áramköre (b), képlettel számolt és numerikus térszámítás transzmissziós-reflexiós adataiból meghatározott effektív elektromos permittivitások összehasonlítása (c).

A mikrohullámú tartományon bonyolultabb elemi cella geometriákkal a térbeli diszperzió kiküszöbölhető. Az optikai frekvenciákon azonban, a gyártási lehetőségek miatt gyakran alkalmaznak rúd vagy komplementer lyukszerkezeteket (Shalaev V. M., 2006), (Lu & Liu, 2012) a szükséges elektromos permittivitás megvalósítására.

2.4.3 A mágneses permeabilitás tervezése

Időben változó mágneses térbe helyezett vezetőhurokba a Faraday törvénynek megfelelően áram indukálódik (Simonyi & Zombory, 2000). A hullámhosszhoz képest kisméretű hurokhoz az $m_z = \alpha_{zz}^m B_z$ mágneses momentum rendelhető, ahol α_{zz}^m a mágneses polarizabilitás és B_z az áramhurokot gerjesztő mágneses tér z komponense. Tökéletes vezetőből készült, r sugarú hurok esetén a polarizabilitás $\alpha_{zz}^m = -\pi^2 r^4 / L$, ahol L az áramhurok öninduktivitása, ami az

$$L = \mu_0 r \left[\log \left(\frac{r}{w+t} \right) + 0.078 \right] K_g, \quad (2.77)$$

összefüggéssel közelíthető (Bahl & Bhartia, 2003). Bármilyen fizikailag megvalósítható $r > w \gg t$ esetén $L \geq \mu_0 r$, tehát $\mu_0 |\alpha_{zz}^m| \leq \pi^2 r^3$. Periodikusan elrendezett áramhurkokból felépített mesterséges szerkezet mágnesezettsége $M = N m_z / V$, ahol N az elemi cellában levő áramhurkok száma, V az elemi cella térfogata. Négyzetrácsba rendezett, elemi cellánként egyetlen áramhurokot tartalmazó szerkezet esetén a mágneses szuszceptibilitás $\chi_m = M / H = \mu_0 \alpha_z^m / V$. Mivel az elemi cella térfogata $V \geq (2r)^3$, ezért a szuszceptivitás $\chi_m \approx \mu_0 \alpha_z^m / 8r^3 \approx \pi^2 / 8 \approx 1$, tehát periodikusan elrendezett, a hullámhosszhoz képest kisméretű zárt áramhurkokkal nem lehet számottevő mágneses hatást elérni.

A nagyobb mágneses momentumot az induktivitás növelésével lehetne elérni, azonban az r sugár nem növelhető tetszőlegesen, mivel metaanyagoknál a huroknak a hullámhosszhoz viszonyítva kicsinek kell lennie. A hurokantennák tervezéséből ismert, hogy rezonancia esetén az áram maximális. Köralakú áramhurok rezonáns frekvenciáját legegyszerűbben a $2\pi r = N\lambda$, feltételből lehet meghatározni, amiből $f = N c_0 / 2\pi r \sqrt{\epsilon_r}$, ahol $N = 1, 2, 3, \dots$ egész számok, λ a hullámhossz és ϵ_r a hordozó elektromos permittivitása. Az első rezonancia esetén a köralakú áramhurok D átmérője és a gerjesztő elektromágneses síkhullám hullámhossza közötti kapcsolat $D = 2r = \lambda / \pi \approx \lambda / 3$. A hurok méretét csökkentve a rezonancia frekvencia növekszik, mivel csökken az induktivitás. A hurok megszakításával kapacitás iktatható az elrendezésbe, amellyel kompenzálható a rezonancia frekvencia változása. A kisméretű, veszteségmentes LC rezonátor, 'mágneses atomnak' tekinthető, amelynek

mágneses momentuma $\alpha_{zz}^m = \frac{\pi^2 r^4}{L} \left/ \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right) \right.$, ahol $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$. Az ω_0 rezonáns frekvencia

környezetében a mágneses momentum nagy értékeket is felvehet, közvetlenül a rezonancia feletti frekvenciákon pedig negatív is lehet. Azonban a fizikai rendszerekben mindig jelentkező veszteségek, amit az $L \rightarrow L + R / i\omega$ helyettesítéssel lehet figyelembe venni, határt szabnak a mágneses momentum nagyságának. Periodikusan elrendezett rezonátorokból kialakított metaanyag mágneses permeabilitása Lorentz típusú rezonáns viselkedést mutat (Pendry, Holden, Robbins, & Stewart, 1999).

A metaanyag kutatás egyik fő iránya a különböző geometriákkal rendelkező 'mágneses atomokból' kialakított makroszkopikus szerkezetek és felületek vizsgálata. A 15. ábrán néhány gyakran alkalmazott mágneses momentummal rendelkező rezonátor geometria látható, azonban a mikrohullámú tartományon a 12. c-f ábrákon látható induktivitások is alkalmazhatók. A 15.a ábrán látható vágott gyűrű, SRR (split ring resonator) szerkezet esetén a két gyűrű közötti rés elosztott paraméterű kapacitásként viselkedik. Ez a kapacitás általában sokkal nagyobb, mint a fémgyűrűbe vágott rés kapacitása mivel a fémezés általában vékony. Ez a kialakítás, szimmetria okok miatt bianizotropikus elektromágneses viselkedéssel rendelkezik (Marqués, Medina, & Rafii-El-Idrissi, 2002),

$$m_z = \alpha_{zz}^m B_z^g - \alpha_{yz}^{em} E_y^g,$$

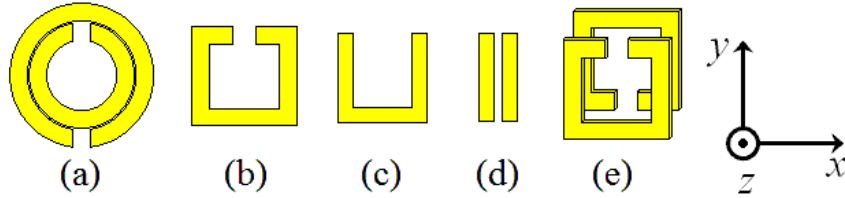
$$p_x = \alpha_{xx}^e E_x^g,$$

$$p_y = \alpha_{yy}^e E_y^g + \alpha_{yz}^{em} B_z^g, \quad (2.78)$$

amelyet számos kutatócsoport vizsgált (Marqués, Martín, & Sorolla M., 2008), (Munk, 2009) és alkalmazott (Solymar & Shamonina, 2009) különféle eszközökben. Gyártási nehézségek miatt, a THz tartományon és annál nagyobb frekvenciákon a 15.b és c ábrán látható rezonátorok a legelterjedtebbek. A frekvencia növelésével azonban ezek az elrendezések telítődnek, általában az infravörös tartomány közelében. A 15.d ábrán látható két fémrúdból álló rezonátor képes az optikai tartományon is számottevő mágnesesség létrehozására (Shalaev, Cai, Chettiar, Yuan, & Sarychev, 2005). A 15.e ábrán látható, ugyanannak a hordozónak a kétoldalán megvalósítható SRR szerkezetnek inverziós szimmetriája van mindkét vágott gyűrű középpontjához viszonyítva, ezért ez a rezonátor anizotróp, amelynek elektromágneses viselkedése megadható a következő polarizabilitásokkal

$$m_z = \alpha_{zz}^m B_z^{ext}, \quad (2.79)$$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx}^e & 0 \\ 0 & \alpha_{yy}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^{ext} \\ E_y^{ext} \end{bmatrix}. \quad (2.80)$$



15. Ábra Metaanyagok felépítésénél alkalmazott, mágneses momentummal rendelkező rezonátor geometriák.

A 15. ábrán látható kisméretű rezonátorokból felépített makroszkopikus szerkezet elemi cellájának ekvivalens áramköre soros RLC kör, ahol az L induktivitás, az R ellenállás és a C kapacitás az adott rezonátor geometriájának és a köztük levő kölcsönhatásoknak a függvénye. A metaanyag mágneses viselkedésének kvalitatív leírására alkalmazható a következő hálózatmodell (Penciu, Kafesaki, Koschny, Economou, & Soukoulis, 2010), (Baas, 2010). A metaanyag elemi cellájában az elektromágneses hullám mágneses összetevője által gerjesztett feszültség megadható a Kirchhoff feszültségtörvénnyel, amelybe behelyettesítve az ekvivalens áramkör elemeinek karakterisztikáit

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C} \int Idt = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.81)$$

ahol a mágneses fluxus $\Phi = \int B da = Bl^2 = l^2 \mu_0 H_0 e^{i\omega t}$. Szinuszos elektromágneses hullámmal való gerjesztés esetén a vágott gyűrűkben folyó áram időfüggése is szinuszos $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$, amit az előző (2.81) egyenletbe helyettesítve

$$I_0 = \frac{\omega^2 \frac{l^2 \mu_0}{L}}{i\omega \frac{R}{L} - \omega^2 + \frac{1}{LC}} H_0. \quad (2.82)$$

A rezonátorhoz rendelhető mágneses momentum $\mathbf{m} = S \mathbf{In}$, ahol S a rezonátor ekvivalens felülete és $\mathbf{n}$ a felület normális vektora. A periodikusan elrendezett kisméretű rezonátorokból felépített metaanyag mágnesezettsége a V egységnyi térfogatban levő N_{SRR} mágneses momentumok összessége $\mathbf{M} = (N_{SRR}/V) \mathbf{m}$. A mágnesezettség és a mágneses térerősség között az összefüggés lineáris, ezért a

$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 \mu_r^{\text{eff}} \mathbf{H}$ felhasználásával az effektív mágneses permeabilitás kifejezhető a (2.61) Lorentz modellhez hasonló alakban

$$\mu_r^{\text{eff}}(\omega) = 1 + \frac{F \omega^2}{\omega_0^2 + i\omega\gamma - \omega^2}, \quad (2.83)$$

ahol F a kitöltési tényező, ω_0 a rezonancia frekvencia és γ a csillapítási tényező. Ha a csillapítási tényező nagyságrendekkel kisebb, mint a rezonancia frekvencia, akkor ez az összefüggés polinomosztással a (2.61) alakú Lorentz modellhez hasonló összefüggéssé alakítható.

A következőkben a 15.e ábrán látható anizotróp rezonátorokból felépített, négyzetrácsba rendezett, az x irányba egy elemi cella vastag, az y és z irányokba végtelen kiterjedésű metaanyag effektív mágneses permeabilitását határozom meg merőleges beesésű, és z irányú mágneses komponenssel rendelkező (az x irányba terjedő és y irányba polarizált) síkhullám gerjesztés esetén. Az elemi cella geometriájának paraméterei a 16.a ábra jelöléseivel a következők: az elemi cella mérete $a = 5$ mm, a hordozó elektromos permittivitása $\varepsilon_r^{\text{subst}} = 3.84$, vastagsága $h = 0.25$ mm, a hordozó mindkét oldalán $\sigma = 5.96 \times 10^7$ vezetőképességű és $t = 0.02$ mm vastagságú rézből készült SRR oldalhossza $b = 3$ mm, vonalszélessége $w = 0.25$ mm, a rés nagysága $g = 0.5$ mm. Az elemi cella ekvivalens áramköre a 16.b ábrán látható, ahol R a nagyfrekvenciás ekvivalens ellenállás, L a két SRR öninduktivitása, amit a következő zárt alakú összefüggéssel (Wang, és mtsai., 2009) lehet meghatározni

$$L = \frac{\mu_0 b}{\sqrt{\pi}} \left[\log \left(\frac{32b}{w\sqrt{\pi}} \right) - 2 \right], \quad (2.84)$$

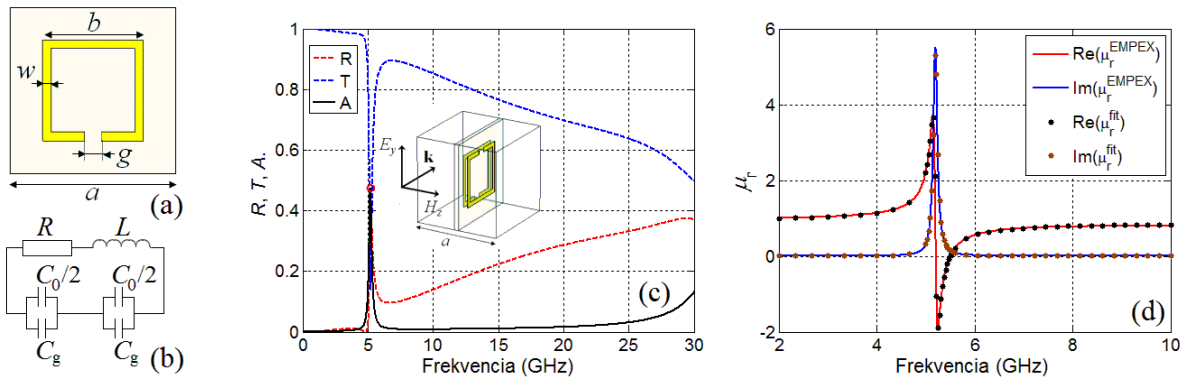
amelybe behelyettesítve a geometria méreteit $L = 11.42$ nH adódik. A hurkok közötti csatolt induktivitás elhanyagolható az öninduktivitáshoz képest. A hordozó mindkét oldalán kialakított SRR réskapacitása C_g , az elrendezés alsó és felső részének fémezései között, a hordozón keresztül kialakuló csatolt kapacitás pedig $C_0 / 2$. A kapacitásokat síkkondenzátorként közelítve, a réskapacitás $C_g = \varepsilon_0 w t / g = 4.25 \times 10^{-16}$ F, ami elhanyagolható a két SRR vágottgyűrű rezonátor közötti $C_0 / 2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r w (2b + 2b - g) / 2h = 3.91 \times 10^{-13}$ F csatolt kapacitáshoz viszonyítva. A sorosan kapcsolt csatolt kapacitások erdője $C_0 / 4$. Az SRR első rezonancia körfrekvenciája közelítőleg meghatározható az $\omega_0 = 2 / \sqrt{LC_0}$ összefüggéssel, amelyből a rezonancia frekvencia $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 4.76$ GHz. A metaanyag numerikus térszámítással meghatározott reflexiók, transzmissziók és abszorpciók görbéje a 16.c ábrán látható, amelyről leolvasható, hogy a rezonancia frekvencia $f_0 = 5.2$ GHz. Az ekvivalens áramkör alkalmas a rezonancia frekvenciának a becslésére, ami nagymértékben megkönnyíti egy adott frekvenciasávban működő metaanyag geometria paramétereinek a megválasztását. A 16.d ábrán a numerikus térszámítás transzmissziós-reflexiós (S-paraméterek) adataiból az EMPEX algorit-mussal [1] meghatározott mágneses permeabilitás értékek láthatók. A permeabilitás valós részét a piros, a képzetes részt pedig a kék görbe jelöli. A permeabilitás frekvenciafüggése (2.61) alakú Lorentz modell

$$\mu_r(\omega) = \mu_h + \frac{(\mu_s - \mu_h) \omega_{0m}^2}{\omega_{0m}^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_m}, \quad (2.85)$$

amelynek paraméterei görbeillesztéssel (Price, Storn, & Lampinen, 2005) meghatározhatók $\mu_h = 0.8689$, $\mu_s = 0.976$, $\omega_{0m} = 2\pi \cdot 5.2$ GHz és $\gamma_m = 0.6272$ GHz. A 16.d ábrán a (2.85) Lorentz modell illesztésével meghatározott mágneses permeabilitás értékek fekete (valós rész) és barna (képzetes rész) pontokkal vannak ábrázolva. A rezonancia fölött létrejött egy olyan frekvenciasáv, ahol

az effektív mágneses permeabilitás negatív. Az elektromos permittivitás frekvenciafüggése, a (2.80) összefüggésnek megfelelően, szintén Lorentz modell alakú.

A hullámhosszhoz képest kis méretekkel rendelkező rezonátorokból felépített metaanyagok effektív mágneses permeabilitása lehet pozitív vagy negatív, tehát paramágneses (2.26) vagy diamágneses (2.23) anyagként is viselkedhetnek. Elektromágneses tulajdonságaik változtathatók a makroszkopikus szerkezet, valamint a rezonátorok jósági tényezőjének és a rezonancia frekvencia geometriafüggő paramétereinek segítségével. Az effektív anyagparaméterek szemléletes leírását adják a metaanyagok elektromágneses viselkedésének, azonban általában függnek a beesési szögtől és a polarizációtól. Az optikai tartományban mindeztől nem sikerült számottevő mágneses tulajdonsággal rendelkező több hullámhossznyi vastag, transzparens metaanyagot létrehozni.

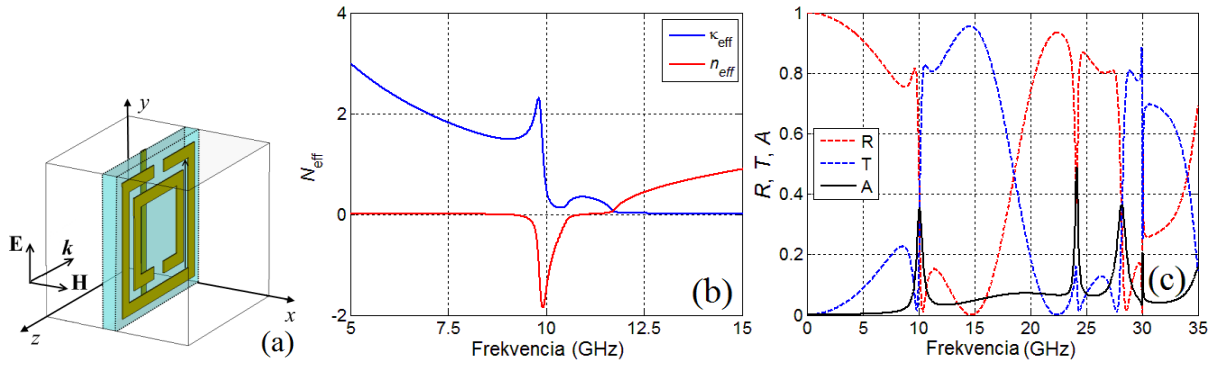


16. Ábra Az SRR geometriája (a) és az elemi cella ekvivalens áramköre (b), a metaanyag réteg transzmissziója, reflexiója és abszorpciója (c), és a mágneses permeabilitás frekvencia függése (d).

2.4.4 Különleges tulajdonságú metaanyagok

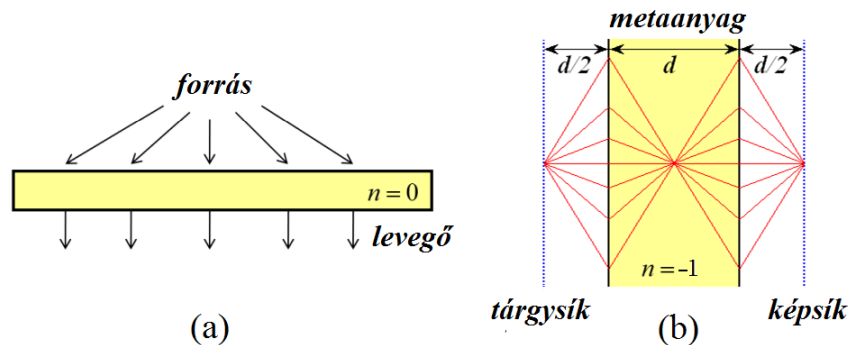
Az előző két részben bemutatott rudakból és SRR rezonátorokból álló struktúrák szuperpozíciójával akár negatív törésmutatóval jellemezhető metaanyagok is készíthetők (Smith, Padilla, Vier, Nemat-Nasser, & Schultz, 2000), (Solymar & Shamonina, 2009), ahogy azt a 17. ábra szemlélteti. A 17.a ábrán a numerikus térszámításban alkalmazott elemi cella geometriája látható a gerjesztő elektromágneses síkhullám irányával és polarizációjával együtt. A geometria méretei és az anyagparaméterek azonosak a (Lubkowski, Schuhmann, & Weiland, 2007) cikkben tárgyalttal. A metaanyag három réteg vastag a síkhullám terjedésének irányába, a másik két irányba végtelen kiterjedésű. A 17.b ábrán az S-paraméterekből az EMPEX algoritmussal [1] kiszámított N_{eff} effektív komplex törésmutató n_{eff} valós része (piros görbe) és κ_{eff} képzetes része (kék görbe) látható. A 17.c ábrán a transzmissziós, reflexiós és abszorpciós görbék láthatók. Az első rezonancia a mágneses, ennek környezetében az effektív mágneses permeabilitás (2.85) alakú Lorentz görbével, az elektromos permittivitás a rudaknak megfelelő (2.76) Drude görbével modellezhető. Később részletesen tárgyalom ennek a szerkezetnek a homogenizálását és az effektív paramétereinek a meghatározását, valamint más szerkezetű, akár az optikai tartományon is negatív törésmutatóval jellemezhető metaanyagot is bemutatok.

A negatív törésmutatóval rendelkező anyagok elektromágneses viselkedését először Veselago vizsgálta (Veselago, 1968), aki megmutatta, hogy a Maxwell egyenletek ilyen közegek esetén is érvényesek, és ellentmondásmentes megoldást eredményeznek. Az elmúlt tíz év nagyon intenzív metaanyag kutatásának következményeként számos könyvet publikáltak ezen a tématerületen, amelyek több szempontból megközelített, alapos leírását nyújtják a metaanyagok elektrodinamikájának (Caloz & Itoh, 2005), (Engheta & Ziolkowski, 2006.), (Marqués, Martín, & Sorolla M., 2008), (Munk, 2009), (Solymar & Shamonina, 2009), (Noginov & Podolskiy, 2012), (Werner, 2017).



17. Ábra Rudakból és SRR rezonátorokból felépített negatív törésmutatóval jellemezhető metaanyag elemi cellája (a) komplex törésmutatója (b) és transzmissziós, reflexiós és abszorpciós görbéi (c).

A 17.b ábrán látható törésmutató frekvenciafüggésének két különös tulajdonságokkal rendelkező értéke van, amelyek jól szemléltetik a metaanyag kutatás jelentőségét. Ezek az $f = 10.03$ GHz frekvencia, ahol a törésmutató valós része $n_{eff} = -1$, valamint az $f = 10.39$ GHz frekvencia, ahol $n_{eff} = 0$. A negatív és a nulla törésmutató fontosságát megérthetjük, ha a geometriai optika Descartes törvényét egy metaanyag vékonyréteg és $n > 0$ törésmutatójú környezet, például levegő határfelületére alkalmazzuk. Az $n = 0$ törésmutatójú vékonyréteg esetén a közeghatárról kilépő elektromágneses hullámok iránya mindig merőleges a felületre, ahogy a 18.a ábrán látható. Ezek a szerkezetek alkalmazhatók például térbeli szűrőként vagy antennák irányítottságának és nyereségének javítására (Engheta & Ziolkowski, 2006.). Egy olyan metaanyag vékonyréteggel, amelynek a törésmutatója $n = -1$, egy pontszerű forrás elektromágneses tere továbbítható és újra fókuszálható, ahogy a 18.b ábrán látható (Veselago, 1968), (Solymar & Shamonina, 2009). Ha sikerül ilyen negatív törésmutatójú, kisveszteségű metaanyagokat létrehozni, az síklencseként alkalmazható például a biológiai képalkotásban.



18. Ábra Nulla (a) és negatív (b) törésmutatójú metaanyag rétegben létrejövő különleges elektromágneses jelenségek.

3. Mágneses anyagok hiszterézis karakterisztikájának zárt alakú leírása

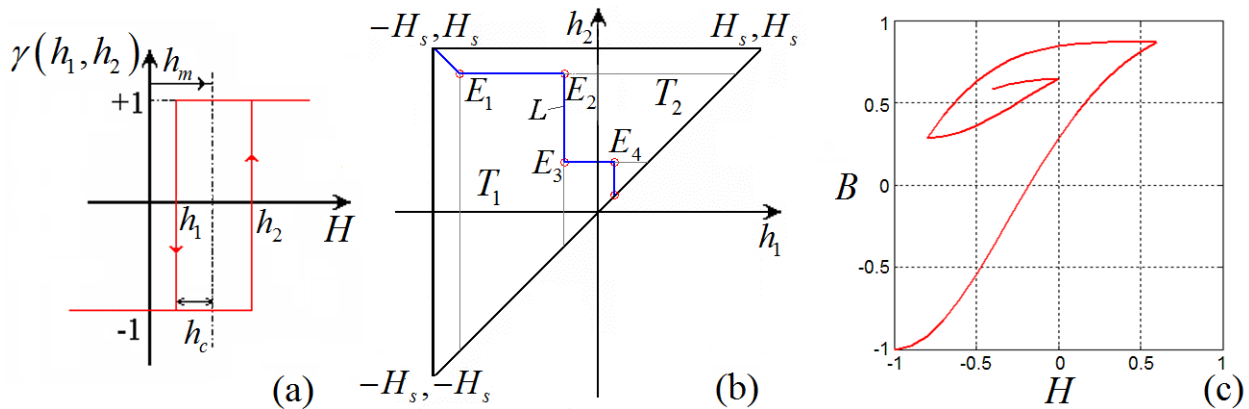
A Budapesten született Preisach Ferenc [4] által 1935-ben javasolt hiszterézis modell (Preisach, 1935), meglepően hatékonynak bizonyult, és ma a legelterjedtebb fenomenológiai hiszterézis modell (Mayergoyz, 1991), (Bertotti, 1998), amit gyakran alkalmaznak mérnöki számításokban (Iványi, 1997). A modell népszerűségének az oka egy nagyon találékony és számítógépen is hatékonyan implementálható eljárás, amivel a mágnesezési folyamatot leíró, akár végtelen számú kölcsönható hiszterézis operátor kollektív viselkedését lehet követni. Az elmúlt harminc év során végzett intenzív kutatómunka eredményeképpen ma a Preisach modell elnevezés számos egymástól akár jelentősen eltérő, az eredeti modellt továbbfejlesztő fenomenológiai hiszterézis modell gyűjtőneve, például a szorzat (product) modell (Kádár, 1987), mozgó (moving) modell (Della Torre, Vajda, & Kahler, 1994), vagy a Prandtl-Ishlinskii modell (Hassani, Tjahjowidodo, & Do, 2014).

3.1 A modell megvalósítása

A Preisach modell alapeleme a 19.a ábrán látható γ hiszterézis operátor vagy hiszteron

$$m = \gamma(h_1, h_2, H(t)) = \begin{cases} -1 & \text{ha } H(t) \leq h_1 \\ +1 & \text{ha } H(t) \geq h_2 \\ \gamma(h_1, h_2, H_r) & \text{ha } h_1 \leq H(t) \leq h_2, \end{cases} \quad (3.1)$$

ahol H a mágneses térerősség nagysága, m az operátor mágnesezettsége, h_1 a felkapcsolási, h_2 a lekapcsolási mágneses térerősség, H_r a mágneses térerősség előző időpillanatbeli értéke és t az idő. Az operátor lekapcsolt állapotban van ($m = -1$), ha a mágneses térerősség kisebb, mint h_1 és felkapcsolt állapotban van ($m = +1$), ha a mágneses térerősség nagyobb, mint h_2 . A h_1 és h_2 közötti mágneses térerősség értékekre a mágnesezettség az előélet függvénye. Az elemi mágneses hiszteron sokféle fizikai jelenség eredménye lehet. Származtatható a Stoner-Wohlfarth modellből. A 3. ábrán látható ellipszoid alakú szemcsét a fő mágnesezési irányába mágnesezve téglalap alakú szimmetrikus hiszterézis görbét kapunk, ahogy a 4.c ábrán látható, ami a (3.1) egyenlettel megadott hiszteron speciális esete.



19. Ábra A hiszterézis operátor működése (a), a Preisach háromszögön a lépcsősgörbe a fel- és lekapcsolt operátorok közötti határt jelöli (b), a lépcsősgörbének megfelelő folyamat hiszterézise (c).

A 3.b ábrán látható kompozit szemcséi közötti kölcsönhatásokat a hiszteronok eltolásával lehet figyelembe venni, ami a (2.29) alakú effektív térnek felel meg. A hiszteron működésének egy másik lehetséges fizikai magyarázata a doménfalak mozgásával kapcsolatos. A mágnesezési folyamat során elmozduló doménfalaknak a rácshibák, vagy szennyeződések történő akadályozása, letapadása is vezethet a (3.1) egyenlet szerinti irreverzibilis ugrásokhoz (Bertotti, 1998). A Preisach modell a mágnesezési folyamatot különböző h_1 felkapcsolási és h_2 lekapcsolási térerősségekkel rendelkező

hiszterézis operátorok segítségével írja le. Mivel minden egyes operátorra teljesül a $h_1 \leq h_2$ feltétel, ezért a h_1, h_2 síkon az összes operátor a $h_2 = h_1$ egyenes feletti félsíkon helyezkedik el. Legyen M_s a telítési mágnesezettség, H_s a neki megfelelő legkisebb mágneses térerősség, ezért a mágnesezési folyamat modellezéséhez nincs szükségünk olyan operátorra, amelynek H_s -nél nagyobb felkapcsolási vagy $-H_s$ -nél kisebb lekapcsolási tere lenne, tehát

$$h_1 \geq -H_s, \quad h_2 \leq H_s. \quad (3.2)$$

Ez azt jelenti, hogy a h_1, h_2 síkon az összes hiszterézis operátor a $(-H_s, -H_s)$, $(-H_s, H_s)$ és a (H_s, H_s) pontok által meghatározott Preisach háromszögnek nevezett terület belsejében található.

A H mágneses térerősségnek megfelelő mágnesezettséget vagy mágneses indukciót a következőképpen számíthatjuk ki (Mayergoyz, 1991)

$$B(t) = \iint_T \mu(h_1, h_2) \gamma(h_1, h_2, H(t)) dh_1 dh_2, \quad (3.3)$$

ahol $\mu(h_1, h_2)$ a Preisach függvény (Mayergoyz, 1991), (Della Torre, 2000), (Bertotti, 1998), ami meghatározza, hogy a h_1 felkapcsolási és h_2 lekapcsolási térerősségekkel rendelkező hiszterézis operátor milyen súllyal vesz részt a mágnesezési folyamatban, és T jelöli a Preisach háromszöget. A ferromágneses anyagok hiszterézis karakterisztikája szimmetrikus, ezért a Preisach függvény is szimmetrikus a $h_2 = -h_1$ egyenesre. A ferromágneses anyag pozitív telítése esetén minden operátor felkapcsolt állapotban található. Negatív telítés esetén minden operátor lekapcsolt állapotban van. Lemágnesezett állapotban a $h_2 = -h_1$ egyenes alatti tartományon az összes elemi operátor felkapcsolt állapotban található, az egyenes feletti tartományon az összes elemi operátor lekapcsolt állapotban van. A mágneses térerősség növelésével vagy csökkentésével operátorokat kapcsolunk fel vagy le. Jelölje T_1 a Preisach háromszögön azt a tartományt, ahol az operátorok fel vannak kapcsolva és T_2 azt a tartományt, ahol az operátorok le vannak kapcsolva. A T_1 és T_2 területek alakja és nagysága a mágnesezési folyamatnak megfelelően változik. Lépcsősgörbének (Preisach, 1935) nevezzük a T_1 és T_2 területek közötti határgörbét (lásd az 19.b ábrát). A teljes mágnesezési előélet tárolható a lépcsősgörbe segítségével. A mágnesezési folyamat domináns térerősség értékeit a lépcsősgörbe tárolja, amit a modell számítógépes implementálása során Last Input-First Output adatstruktúrával valósítottam meg [5], [6]. Bevezetve az Everett függvényt (Mayergoyz, 1991)

$$E(x, y) = \int_x^y \int_x^{h_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2, \quad (3.4)$$

ahol x, y a lépcsősgörbe valamelyik fordulópontja, a mágneses indukció a (4) integrál kiértékelése helyett Everett függvények összegeként számítható. Például a 19.b ábrán látható lépcsősgörbének megfelelő mágneses indukció

$$B(t) = \iint_{T_1} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 - \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = E_1 - 2E_2 + 2E_3 - 2E_4. \quad (3.5)$$

Ennek a mágnesezési folyamatnak a hiszterézis görbéje a 19.c ábrán látható. A 3. Melléklet több mágnesezési állapotnak megfelelő lépcsősgörbe esetén szemlélteti a mágneses indukció számítását. A Preisach modell sajátossága, hogy mért adatokból elsődlegesen az Everett függvény határozható meg, ahogy a 4. Mellékletben látható.

Az előző összefüggésekből látható, hogy a mágneses térerősség aktuális értéke csak a lépcsősgörbe legutolsó szakaszának megfelelő Everett függvényben szerepel. Ezért a dinamikus permeabilitást egyszerűbb kiszámítani. Például az első mágnesezési görbe mentén

$$\frac{dB}{dH} = \int_{-H}^H \mu(h_1, H) dh_1. \quad (3.6)$$

A dinamikus permeabilitás a lépcsősgörbe első fordulópontját követően, amikor a mágneses térerősség nő, például egy koncentrikus hiszterézisgörbe alsó ága mentén a következő összefüggéssel határozható meg

$$\frac{dB}{dH} = 2 \int_{H_r}^H \mu(h_1, H) dh_1, \quad (3.7)$$

ahol H_r az előző domináns mágneses térerősség érték. Csökkenő mágneses térerősség értékek esetén, lásd a 19.c ábrának megfelelő állapotot

$$\frac{dB}{dH} = 2 \int_H^{H_r} \mu(H, h_2) dh_2. \quad (3.8)$$

3.2 A Preisach függvény közelítése koncentrikus görbe alsó ágának ismeretében

Ahogy a 4. Mellékletben látható, az Everett függvény meghatározása a külső hiszterézis görbe által bezárt terület valamilyen módon történő bejárását és feltérképezését igényli. A koncentrikus görbesereg vagy az elsőfokú visszatérő hiszterézis görbék mérése azonban különleges műszerezettséget kíván. Ezek az adatok általában a kereskedelembe kapható mágneses anyagok adatlapjain sem állnak rendelkezésre. A koncentrikus hiszterézis görbék szimmetrikusak. Ezért a növekvő vagy a csökkenő mágneses térerősségeknek megfelelő ág minden információt tartalmaz a koncentrikus görbe szélsőértékei közötti mágneses folyamatról. Egy koncentrikus hiszterézis görbe (általában a határgörbe) alsó ágának ismerete lehetőséget biztosít a Preisach függvény közelítő előállítására (Bertotti, 1998), [5], [6]. Feltételezzük, hogy a Preisach függvény előállítható egydimenziós függvények szorzataként

$$\mu(h_1, h_2) = f(h_1)g(h_2) = \varphi(-h_1)\varphi(h_2). \quad (3.9)$$

A ferromágneses anyagot először a $-H_{\max}$ negatív mágneses szélsőértékig, lehetőleg negatív telítésig mágnesezzük, majd a mágneses térerősséget H értékig növeljük. A mágneses indukció az alábbi összefüggéssel határozható meg

$$B = -B_s + 2 \int_{-H_{\max}}^H \varphi(h_2) \left(\int_{-H_{\max}}^{h_2} \varphi(-h_1) dh_1 \right) dh_2, \quad (3.10)$$

amelyből a dinamikus permeabilitás

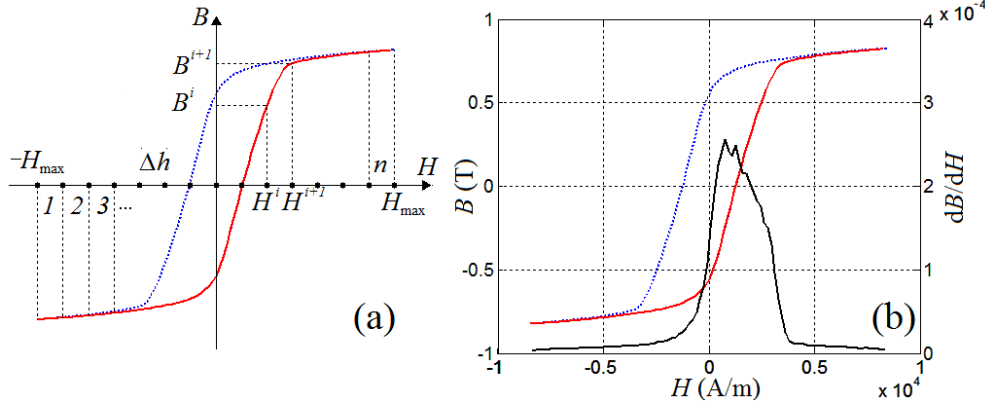
$$\frac{dB}{dH} = 2\varphi(H) \int_{-H_{\max}}^H \varphi(-h_1) dh_1, \quad (3.11)$$

Osszuk fel a $-H_{\max}, H_{\max}$ közötti tartományt n egyenlő nagyságú intervallumra, ahogy a 20.a ábrán látható. Mindegyik intervallumon tekintsük állandónak a dinamikus permeabilitást és közelítsük az intervallum végpontjain ismert H és B segítségével képzett differenciával

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_i = \frac{B^{i+1} - B^i}{H^{i+1} - H^i}. \quad (3.12)$$

A 20.b ábrán a hiszterézis görbe alsó ága mentén végzett differenciálással meghatározott dinamikus permeabilitás látható [5]. A numerikus differenciálás következtében a mérési hibák hatása szembetűnő. A (3.11) összefüggés integrálját helyettesítsük az intervallumokra vett integrálok összegével

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_i = 2\varphi(H_i) \sum_{j=1}^i \int_{-H_{\max}+(j-1)h}^{-H_{\max}+j\Delta h} \varphi(-h_1) dh_1. \quad (3.13)$$



20. Ábra A Preisach függvény közelítő előállítás a határgörbe alsó ágának ismeretében. A $-H_{\max}$, $H_{\max}$ közötti tartományt n egyenlő nagyságú intervallumra osztjuk (a), amelyeken a dinamikus permeabilitás állandó. A határgörbe alsó ága mentén numerikus differenciálással meghatározott dinamikus permeabilitás (b).

Az ismeretlen egydimenziós függvény értékeit is tekintjük állandónak minden egyes intervallumon. Az integrálokat téglalapszabállyal közelítve

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_i = 2\varphi(H_i) \sum_{j=1}^i \varphi(-h_1^j) \Delta h, \quad (3.14)$$

valamint figyelembe véve, hogy $\varphi(-h_1) = \varphi(h_2)$, és bevezetve a

$$F_i = \frac{1}{2\Delta h} \left. \frac{dB}{dH} \right|_i, \quad \varphi(H_i) = \varphi_i, \quad (3.15)$$

jelöléseket, algebrai rendezések után a következő bilineáris egyenletrendszert kapjuk

$$\begin{aligned} \varphi_1 \varphi_n &= F_1 \\ \varphi_2 (\varphi_{n-1} + \varphi_n) &= F_2 \\ &\vdots \\ \varphi_{n-1} (\varphi_2 + \dots + \varphi_{n-1} + \varphi_n) &= F_{n-1} \\ \varphi_n (\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{n-1} + \varphi_n) &= F_n. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Az egyenletrendszer megoldható zárt alakban (Cardelli, Fiorucci, & Della Torre, 2001). Ha n páratlan (abban az esetben, ha n páros hasonló eljárást lehet alkalmazni), az egyenletrendszer a következő alakba írható

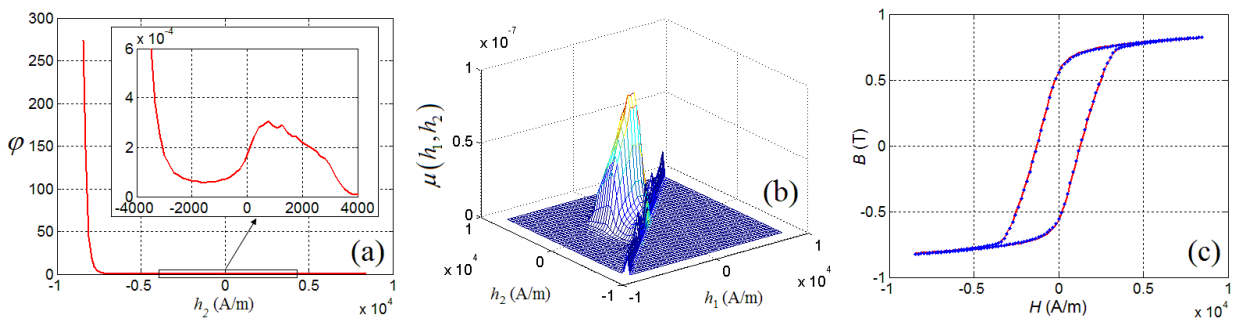
$$\begin{aligned} \varphi_1 &= k_1 \frac{1}{\varphi_n} \\ \varphi_2 &= k_2 \frac{1}{\varphi_{n-1}} \\ &\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{\frac{n+1}{2}} &= \frac{F_{\frac{n+2}{2}}}{1} \\
&= \frac{F_{\frac{n+2}{2}}}{(((k_n+1)k_{n-1}+1)k_{n-2}+\dots+1)} \\
\varphi_{\frac{n+1}{2}+1} &= k_{\frac{n+1}{2}+1} \varphi_{\frac{n+1}{2}} \\
&\dots \\
\varphi_n &= k_n \varphi_{n-1},
\end{aligned} \tag{3.17}$$

ahol

$$k_n = \frac{F_n - F_1}{F_{n-1}}, k_{n-1} = \frac{F_{n-1} - \frac{F_2}{k_n+1}}{F_{n-2}}, \dots \tag{3.18}$$

A fenti egyenletrendszer középső egyenletéből kiindulva először a nagyobb indexű elemek felé haladva, majd azok ismeretében az összes egydimenziós függvény érték meghatározható. A számításokat implementáló, grafikus felülettel ellátott Matlab programom szabadon letölthető⁶. Az eljárás 150-200 intervallum esetén már kellően pontos φ függvényt eredményez. A 20. ábrán látható hiszterézis görbének megfelelő egydimenziós φ függvény a 21.a ábrán látható. A (3.9) alakú szorzatként előállított kétdimenziós Preisach függvény a 21.b ábrán látható, ahol a Preisach háromszögön kívüli rész definíció szerint nulla. A mért és számított hiszterézis görbék összehasonlítása a 21.c ábrán látható, a piros folytonos vonal a számított, a kék pontok a mért hiszterézis görbéket jelölik.



21. Ábra Az egydimenziós φ függvény (a), a Preisach függvény (b), a mért (kék pontok) és számított (folytonos piros vonal) hiszterézis görbék összehasonlítása (c).

Az eljárás számos közelítést alkalmaz, azonban az előbbi két módszerrel szemben előny, hogy kevés mért adat szükséges a Preisach függvény meghatározásához. Ennek következtében azonban a belső mágnesezési görbék általában nem egyeznek a mért értékekkel. Ezt könnyen ellenőrizhető, ha az első mágnesezési görbe valamilyen módon rendelkezésre áll. Az első mágnesezési görbe mentén a dinamikus permeabilitás a következő összefüggéssel határozható meg

$$\frac{dB}{dH} = 2\varphi(H) \int_0^H \varphi(-h_1) dh_1. \tag{3.19}$$

Hasonló felosztást alkalmazva, mint a határgörbe esetén, az első mágnesezési görbe mentén a következő összefüggésnek kell teljesülnie

⁶ https://sourceforge.net/projects/hysteresis/files/Preis_class_point.zip

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_i = 2\varphi_i \sum_{j=1+n-i}^i \varphi_j \Delta h, \quad i > \frac{n}{2}, \quad (3.20)$$

azonban ez általában nem teljesül, aminek az elsődleges oka, hogy a Preisach függvény nem írható fel (3.9) szorzat alakban. Megjegyzendő, hogy a hiszteronok fel és lekapcsolási tere, valamint a koercitív és eltolási térerősségek közötti $h_c = (h_2 - h_1)/2$ és $h_m = (h_2 + h_1)/2$ összefüggéseket felhasználva (lásd a 19.a ábrát), a Preisach függvény a következőképpen is szorzat alakra bontható

$$\mu(h_1, h_2) = \mu(h_c, h_m) = \eta(h_c) \xi(h_m) = \eta\left(\frac{h_2 - h_1}{2}\right) \xi\left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right), \quad (3.21)$$

amit összevetve a (3.9) összefüggéssel nyilvánvaló, hogy egyszerre minkettő csak nagyon speciális alakú hiszterézis görbék esetén teljesülhet [7].

3.3 Ismert eloszlásokból levezethető dinamikus permeabilitások kifejezései

A Preisach függvény ismeretének számos előnye van. Segítségével jobban megérthetők a mágnesezési folyamat során végbemenő jelenségek (Stancu & Andrei, 2006), (Cao, és mtsai., 2015), [8]. Kompozitok esetén az anyagösszetétel változtatásának hatása, fázisátalakulások, stb. könnyebben követhetők a Preisach függvény segítségével, mivel az Everett függvény integrálása kiátlagolhat, elfedhet jelenségeket. Hiszterézis figyelembevételével végzett elektromágneses számításokban gyakran szükséges a dinamikus permeabilitás ismerete. A kísérletileg meghatározott hiszterézis görbék mérési hibáinak következtében, a dinamikus permeabilitás differenciákkal való közelítése numerikus hibákat eredményezhet (lásd a 20.b ábrát), amelyek a hálózatszámítás vagy a térszámítás során alkalmazott iteratív nemlineáris egyenletmegoldók instabilitásához vezethetnek. Adaptív módszerekkel, például neurális hálózatokkal lehetséges megfelelően sima Preisach függvények előállítása (Kuczmán & Iványi, 2002), azonban célravezetőbb előre meghatározott alakú Preisach függvényeket alkalmazni, amelynek csak véges számú paraméterét kell görbeillesztéssel meghatározni. Abban az esetben, ha a választott függvényalak kellő pontosságú hiszterézis görbéket eredményez, akkor a mágnesezési folyamat jellemzőire is lehet következtetni. Ezért elterjedt a Preisach függvény analitikus közelítése és az Everett függvény numerikus integrálással való meghatározása. Azonban nincs olyan egyszerű alakú és kevés paraméterrel rendelkező közelítés, amelyekkel tetszőleges anyag mágnesezési folyamata leírható lenne. Az irodalomban gyakran ismert eloszlásokat javasolnak a (3.9) összefüggésben szereplő egydimenziós függvény speciális alakjaként. Ezek közül a Gauss eloszlás (Bertotti, 1998), (Vajda & Della Torre, 1996), (Della Torre, 2000), (Henze & Rucker, 2002), (Füzi J. , 2003), a Lorentz típusú eloszlás (Basso & Bertotti, 1994), (Azzerboni, Cardelli, Della Torre, & Finocchio, 2003), a lognormális eloszlás (Bertotti, 1998), és számos egyéb formula (Takács, 2012), (Azzerboni, Carpentieri, Finocchio, & Ipsale, 2004) és sokszor a felsorolt kifejezések közül többnek a kombinációjával képzett egydimenziós függvény is használatos. A következőkben olyan függvényalakokat mutatok be, amelyekkel a (3.11) összefüggésben szereplő integrál kiértékelhető, így a dinamikus permeabilitás képlettel megadható [7].

3.3.1 Gauss típusú egydimenziós eloszlás

Ebben az esetben a (3.9) összefüggésben szereplő φ egydimenziós függvényt tekintsük a következő alakúnak

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^n a_i e^{-\left(\frac{x-b_i}{c_i}\right)^2}, \quad (3.22)$$

amellyel a Preisach függvény kifejezése

$$\mu(h_1, h_2) = \varphi(-h_1)\varphi(h_2) = \sum_{i=1}^n a_i e^{-\left(\frac{-h_1-b_i}{c_i}\right)^2} \sum_{j=1}^n a_j e^{-\left(\frac{h_2-b_j}{c_j}\right)^2}, \quad (3.23)$$

ahol a_i , b_i , c_i az eloszlás paraméterei. Ha a mágneses térerősség növekszik, a dinamikus permeabilitást megadó (3.7) összefüggés integrálját kiértékelve [7] kapjuk

$$\frac{dB}{dH} = \sum_{i=1}^n a_i e^{-\left(\frac{H-b_i}{c_i}\right)^2} \sum_{j=1}^n a_j c_j \sqrt{\pi} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{H+b_j}{c_j}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{H_r+b_j}{c_j}\right) \right]. \quad (3.24)$$

Ha a mágneses térerősség csökken, a dinamikus permeabilitás hasonló alakú kifejezéssel számítható.

3.3.2 Lorentz típusú egydimenziós eloszlás

Az egydimenziós φ függvényt a következő alakban választva

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{1 + \left(\frac{x-b_i}{c_i}\right)^2}, \quad (3.25)$$

a Preisach függvény a következő alakú

$$\mu(h_1, h_2) = \varphi(-h_1)\varphi(h_2) = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{1 + \left(\frac{-h_1-b_i}{c_i}\right)^2} \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{1 + \left(\frac{h_2-b_j}{c_j}\right)^2}, \quad (3.26)$$

a mágneses térerősség növekvő értékeire a dinamikus permeabilitás kifejezése [5], [7]

$$\frac{dB}{dH} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{1 + \left(\frac{H-b_i}{c_i}\right)^2} 2 \sum_{j=1}^n a_j c_j \left[\operatorname{atan}\left(\frac{H+b_j}{c_j}\right) - \operatorname{atan}\left(\frac{H_r+b_j}{c_j}\right) \right]. \quad (3.27).$$

3.3.3 Koercitív és eltolási tér szerinti felbontás közelítése Gauss eloszlással

Ha a koercitív és eltolási tér korrelálatlanok, akkor a (3.21) összefüggés alapján is lehetséges a dinamikus permeabilitás analitikus kifejezése, azonban az összefüggések bonyolultak és hasonló eredményt szolgáltatnak, mint (3.24) és (3.27). Tekintsük a következő alakú Preisach függvényt [7]

$$\mu(h_c, h_m) = \eta(h_c)\xi(h_m) = \sum_{i=1}^{n_1} a_i e^{-\left(\frac{h_c-b_i}{c_i}\right)^2} \sum_{j=1}^{n_2} a_j \left(e^{-\left(\frac{h_m-b_j}{c_j}\right)^2} + e^{-\left(\frac{h_m+b_j}{c_j}\right)^2} \right). \quad (3.28)$$

Ez az összefüggés fel és lekapcsolási tér, valamint a koercitív és eltolási térerősségek közötti $h_c = (h_2 - h_1)/2$ és $h_m = (h_2 + h_1)/2$ összefüggéseket felhasználva a következőképpen írható

$$\mu(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^{n_1} a_i e^{-\left(\frac{h_2-h_1-b_i}{2c_i}\right)^2} \sum_{j=1}^{n_2} a_j \left[e^{-\left(\frac{h_2+h_1-b_j}{2c_j}\right)^2} + e^{-\left(\frac{h_2+h_1+b_j}{2c_j}\right)^2} \right], \quad (3.29)$$

amit a (3.7) összefüggésbe helyettesítve a dinamikus permeabilitásnak a következő alakú kifejezését eredményezi [7]

$$\begin{aligned}
\frac{dB}{dH} = & \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} C_{ij} \left\{ e^{-\frac{(H-b_i-b_j)^2}{c_i^2+c_j^2}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{c_i^2(H-b_j)+c_j^2 b_i}{c_i c_j \sqrt{c_i^2+c_j^2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{H(c_i^2-c_j^2)-H_s(c_i^2+c_j^2)+2(c_j^2 b_i-c_i^2 b_j)}{2c_i c_j \sqrt{c_i^2+c_j^2}} \right) \right] \right. \\
& \left. + e^{-\frac{(H-b_i+b_j)^2}{c_i^2+c_j^2}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{c_i^2(H+b_j)+c_j^2 b_i}{c_i c_j \sqrt{c_i^2+c_j^2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{H(c_i^2-c_j^2)-H_s(c_i^2+c_j^2)+2(c_j^2 b_i+c_i^2 b_j)}{2c_i c_j \sqrt{c_i^2+c_j^2}} \right) \right] \right\}, \\
C_{ij} = & 2\sqrt{\pi} \frac{a_i a_j c_i c_j}{\sqrt{c_i^2+c_j^2}}.
\end{aligned} \tag{3.30}$$

A modellek paramétereit görbeillesztéssel lehet meghatározni. Tegyük fel, hogy a 74.a ábrán látható koncentrikus hiszterézis hurkokhoz hasonló görbék állnak rendelkezésre. A koncentrikus görbék alsó ága mentén a mágneses indukció meghatározható a következő alakú Everett függvény segítségével

$$E(-H_{\max}, H) = \int_{-H_{\max}}^H \varphi(h_2) \int_{-H_{\max}}^{h_2} \varphi(-h_1) dh_1 dh_2 = \int_{-H_{\max}}^H \left[\frac{dB}{dH}(h_2, h_2) - \frac{dB}{dH}(h_2, -H_{\max}) \right] dh_2, \tag{3.31}$$

amelybe behelyettesítve a dinamikus permeabilitások (3.24) vagy (3.27) alakú kifejezéseit az integrálás numerikusan elvégezhető [5], [7]. A mágnesezési folyamat pontosabban leírható, ha a következő függvényt

$$B_{rev}(t) = k_1 H(t) + k_2 \tanh\left(\frac{H(t)}{k_3}\right), \tag{3.32}$$

összegezzük a Preisach modell által generált mágneses indukcióval

$$B(t) = B_{rev}(t) + B_{Preis}(t), \tag{3.33}$$

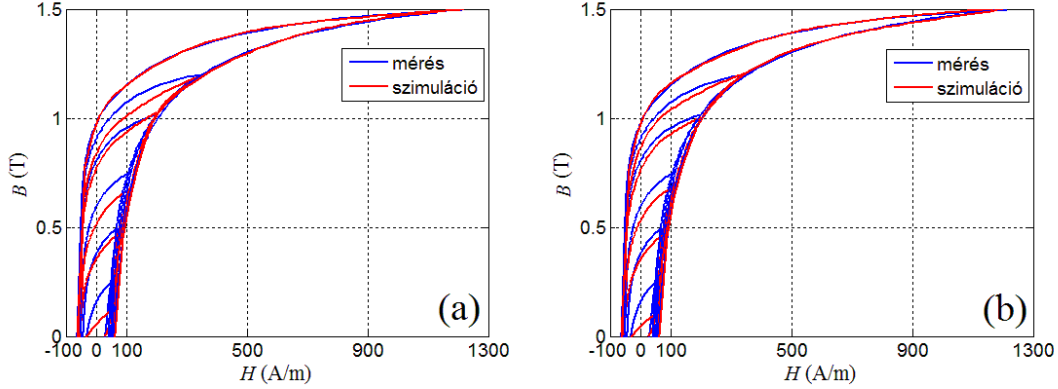
ahol B a teljes mágneses indukció. Megjegyzendő, hogy a (3.32) összefüggésben szereplő B_{rev} nem a mágneses folyamat teljes reverzibilis részét jelenti, mivel a Preisach modell által generált B_{Preis} is tartalmazhat reverzibilis összetevőt a Preisach háromszög $h_c = 0$, vagyis $h_1 = h_2$ hiszteronjainak megfelelően. Példaként tekintsük a TEAM 32 feladat (Bottauscio, Chiampi, Ragusa, Rege, & Repetto, 2002) mért hiszterézis görbéjéhez való illesztést. A Gauss eloszlással közelített (3.23) alakú, $n = 3$ tagból álló Preisach függvény és a reverzibilis komponens paramétereit az 1. táblázat tartalmazza, míg a 2. táblázat a Lorentz eloszlással való közelítésre vonatkozik. A 22. ábra a mért és szimulált hiszterézis görbéket szemlélteti. Mindkét eloszlás nagyon jó közelítését eredményezi a külső hiszterézis görbének, amelyre az illesztés történt. A belső hurkoknál azonban a számított és mért görbék eltérnek. Megfigyelhető, hogy az eloszlás típusának megválasztása nem befolyásolja lényegesen az illesztés pontosságát. A koercitív és eltolási tér szerinti felbontást alkalmazó (3.30) összefüggés is hasonló pontosságú illesztést eredményez [7].

a_i	b_i	c_i	k_i
1.806×10^{-2}	56.532	14.2	1.018×10^{-4}
1.783×10^{-4}	264.71	551.7	0.3217
2.827×10^{-3}	87.278	86.71	337.59

1. Táblázat A paraméterek Gauss eloszlással való közelítés esetén.

a_i	b_i	c_i	k_i
2.279×10^{-2}	57.787	8.6972	8.926×10^{-5}
$5.031 \cdot 10^{-4}$	2097.1	260.58	0.308
2.04×10^{-3}	96.291	75.888	413.24

2. Táblázat A paraméterek Lorentz eloszlással való közelítés esetén.



22. Ábra A számított és mért hiszterézis görbék összehasonlítása a Preisach függvény Gauss eloszlású (a) és Lorentz eloszlású (b) közelítése esetén.

3.4 Zárt alakú hiszterézis modell

Az előző részben bemutatott Gauss és Lorentz eloszlásokkal közelített Preisach függvények esetén a dinamikus permeabilitás kifejezésében levő integrálnak létezik primitív függvénye, azonban a kifejezésekben előforduló $\text{erf}(\cdot)$ vagy $\text{atan}(\cdot)$ függvények kiértékelése számítás igényes. A mágneses indukció meghatározásához szükséges Everett függvényben szereplő második integrálnak Lorentz eloszlás esetén is létezik primitív függvénye, azonban a kifejezés bonyolult és speciális függvényeket tartalmaz, ezért számításigényes annak kiértékelése. Ez különösen elektromágneses térszámítás esetén, amikor a számítási tartomány ferromágneses komponenseinek megfelelő pontosságú közelítése akár több százezer végelelemet is igényelhet, még a napjainkban elérhető nagy számítási kapacitások esetén is nehézséget jelent. A következőkben egy olyan speciális alakú Preisach függvényt vezetek be, amellyel nemcsak a dinamikus permeabilitás, hanem az Everett függvény is zárt alakban kiértékelhető [6], [7], [9].

Az egydimenziós függvényt a következő alakúnak választva

$$\varphi_i(x) = \frac{a_i e^{-\frac{x-b_i}{c_i}}}{\left(1 + e^{-\frac{x-b_i}{c_i}}\right)^2} = \frac{a_i / 2}{1 + \cosh\left(\frac{x-b_i}{c_i}\right)} = \frac{\alpha_i e^{-\beta_i x}}{\left(1 + \gamma_i e^{-\beta_i x}\right)^2}, \quad (3.34)$$

ahol a_i az amplitúdó, b_i az átlag, c_i a variancia négyzete, míg $\beta_i = 1/c_i$, $\gamma_i = e^{b_i/c_i}$ és $\alpha_i = a_i \gamma_i$, a Preisach függvény alakja

$$\mu(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(h_1) \varphi_i(-h_2) = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i e^{\beta_i h_1}}{\left(1 + \gamma_i e^{\beta_i h_1}\right)^2} \frac{\alpha_i e^{-\beta_i h_2}}{\left(1 + \gamma_i e^{-\beta_i h_2}\right)^2}. \quad (3.35)$$

Megjegyzendő, hogy a (3.35) összefüggés két közelítést tartalmaz, hasonlóan a (3.9), (3.23) és (3.26) formulákhoz. A Preisach függvény két egydimenziós függvény szorzata és ez a két egydimenziós függvény ugyanaz. Ezek az egyszerűsítések behatárolják a megvalósítható Preisach függvények alakját, azonban szükségesek a zárt alakú hiszterézis modell összefüggéseinek a levezetéséhez.

Helyettesítsük a (3.35) összefüggést az Everett függvény kifejezésében

$$E(x, y) = \int_x^y \int_x^{h_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_x^y \frac{\alpha_i e^{-\beta_i h_2}}{(1 + \gamma_i e^{-\beta_i h_2})^2} \left[\int_x^{h_2} \frac{\alpha_i e^{\beta_i h_1}}{(1 + \gamma_i e^{\beta_i h_1})^2} dh_1 \right] dh_2 \right\}, \quad (3.36)$$

a belső integrál zárt alakban kiértékelhető

$$\int \frac{e^{\beta x}}{(1 + \gamma e^{\beta x})^2} dx = -\frac{1}{\beta \gamma} \frac{1}{1 + \gamma e^{\beta x}}, \quad (3.37)$$

amelynek felhasználásával

$$E(x, y) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\alpha_i^2}{\beta_i \gamma_i} \int_x^y \frac{e^{-\beta_i h_2}}{(1 + \gamma_i e^{-\beta_i h_2})^2} \left(\frac{1}{1 + \gamma_i e^{\beta_i x}} - \frac{1}{1 + \gamma_i e^{\beta_i h_2}} \right) dh_2 \right]. \quad (3.38)$$

A (3.38) összefüggés két ismert primitív függvényű integrál különbségére bontható

$$\int \frac{e^{-\beta x}}{(1 + \gamma e^{-\beta x})^2} dx = -\frac{1}{\beta} \frac{1}{\gamma + e^{\beta x}}, \quad (3.39)$$

$$\int \frac{e^{-\beta x}}{(1 + \gamma e^{-\beta x})^2 (1 + \gamma e^{\beta x})} dx = \frac{\gamma^2 - 1 + \gamma(\gamma + e^{\beta x}) \log \frac{1 + \gamma e^{\beta x}}{\gamma + e^{\beta x}}}{\beta (\gamma^2 - 1)^2 (\gamma + e^{\beta x})}. \quad (3.40)$$

Ezeknek az összefüggéseknek a felhasználásával az Everett függvény a következő zárt alakú kifejezésként fejezhető ki [9]

$$E(x, y) = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{\beta_i^2} \frac{(e^{\beta_i x} - e^{\beta_i y}) + \frac{(\gamma_i + e^{\beta_i y})(1 + \gamma_i e^{\beta_i x})}{1 - \gamma_i^2} \log \frac{(1 + \gamma_i e^{\beta_i y})(\gamma_i + e^{\beta_i x})}{(1 + \gamma_i e^{\beta_i x})(\gamma_i + e^{\beta_i y})}}{(1 - \gamma_i^2)(\gamma_i + e^{\beta_i y})(1 + \gamma_i e^{\beta_i x})}. \quad (3.41)$$

A (3.41) Everett függvény a $b_i = 0$, vagyis $\gamma_i = 1$ esetén kritikus alakú kifejezés lesz, azonban a l'Hopital szabály alkalmazásával reguláris kifejezéssé alakítható

$$\lim_{\gamma_i \rightarrow 1} E_i = \frac{1}{2\beta_i^2} \frac{(e^{\beta_i x} - e^{\beta_i y})^2}{(1 + e^{\beta_i x})^2 (1 + e^{\beta_i y})^2}. \quad (3.42)$$

Abban az esetben, ha $c_i = +\infty$ a (3.34) egyváltozós Preisach függvény egy állandóra egyszerűsödik, $\varphi_i(x) = \alpha_i$ és az Everett függvény a következő alakban írható

$$E(x, y) = \int_x^y \int_x^{h_2} \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \right) dh_1 dh_2 = \frac{\alpha}{2} (y - x)^2, \quad (3.43)$$

ahol $\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2$. Ez az összefüggés az 1887-ben kidolgozott Rayleigh féle hiszterézis modellnek

(Iványi, 1997) felel meg, amelyik kis értékű gerjesztések esetén érvényes és parabolákkal írja le a mágnesezési folyamatot [9].

A (3.35) Preisach függvénynek megfelelő dinamikus permeabilitás növekvő mágneses terek esetén a (3.7) összefüggés kiértékelésével meghatározható és a következő zárt alakú kifejezést eredményezi

$$\frac{dB}{dH} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{\beta_i \gamma_i} \frac{e^{-\beta_i H}}{(1 + \gamma_i e^{-\beta_i H})^2} \left[\frac{1}{1 + \gamma_i e^{\beta_i H_r}} - \frac{1}{1 + \gamma_i e^{\beta_i H}} \right], \quad (3.44)$$

és hasonló összefüggés adható csökkenő mágneses térerősség értékekre is

$$\frac{dB}{dH} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{\beta_i \gamma_i} \frac{e^{\beta_i H}}{(1 + \gamma_i e^{\beta_i H})^2} \left[\frac{1}{1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_r}} - \frac{1}{1 + \gamma_i e^{-\beta_i H}} \right]. \quad (3.45)$$

3.4.1 A zárt alakú hiszterézis modell paramétereinek meghatározása

A modell paramétereit mért hiszterézis hurkokra való illesztéssel lehet meghatározni, amelyek gyakran koncentrikus hiszterézis görbék. Ebben az esetben a mágneses indukció az alábbiakban megadott képlettel, a lépcsőgörbe használata nélkül is kiszámítható, ami nagyon hatékony illesztő algoritmust eredményez. Legyen a koncentrikus görbe záródási pontjának mágneses térerőssége H_l , a neki megfelelő B_l mágneses indukció a következőképpen számítható

$$B_l = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{\beta_i^2} \frac{(1 - e^{-2\beta_i H_l})(\gamma_i^2 - 1) - (1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_l})^2 \log \frac{(1 + \gamma_i e^{\beta_i H_l})(\gamma_i + e^{-\beta_i H_l})}{(1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_l})(\gamma_i + e^{\beta_i H_l})}}{(\gamma_i^2 - 1)^2 (1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_l})^2}. \quad (3.46)$$

A koncentrikus görbe alsó ágán haladva, amikor a mágneses térerősség nő $-H_l \rightarrow H_l$, a mágneses indukció

$$B = -B_l + 2 \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{\beta_i^2} \frac{(e^{\beta_i H} - e^{-\beta_i H_l}) - \frac{(\gamma_i + e^{\beta_i H})(1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_l})}{\gamma_i^2 - 1} \log \frac{(1 + \gamma_i e^{\beta_i H})(\gamma_i + e^{-\beta_i H_l})}{(1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_l})(\gamma_i + e^{\beta_i H})}}{(\gamma_i^2 - 1)(\gamma_i + e^{\beta_i H})(1 + \gamma_i e^{-\beta_i H_l})}. \quad (3.47)$$

A koncentrikus görbe felső ágán haladva, amikor a mágneses térerősség csökken $H_l \rightarrow -H_l$ a mágneses indukció a következő összefüggéssel számítható

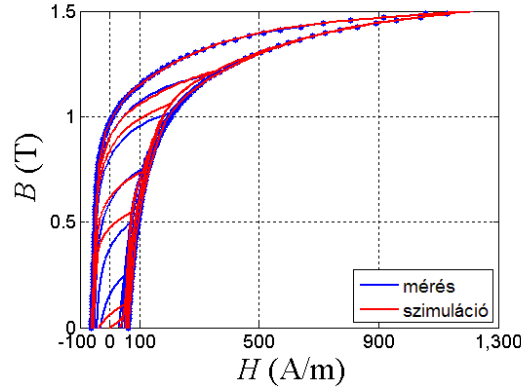
$$B = B_l - 2 \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i^2}{\beta_i^2} \frac{(e^{\beta_i H_l} - e^{\beta_i H}) - \frac{(\gamma_i + e^{\beta_i H_l})(1 + \gamma_i e^{\beta_i H})}{\gamma_i^2 - 1} \log \frac{(1 + \gamma_i e^{\beta_i H})(\gamma_i + e^{\beta_i H_l})}{(1 + \gamma_i e^{\beta_i H_l})(\gamma_i + e^{\beta_i H})}}{(\gamma_i^2 - 1)(\gamma_i + e^{\beta_i H_l})(1 + \gamma_i e^{\beta_i H})}. \quad (3.48)$$

A 32 TEAM feladat (Bottauscio, Chiampi, Ragusa, Rege, & Repetto, 2002) mért hiszterézis görbéjéhez illesztett modell paramétereit a 3. táblázat, a mért és szimulált hiszterézis görbéket a 23. ábra mutatja. Az illesztés pontossága ebben az esetben is hasonló, mint az előző részben bemutatott Gauss és Lorentz eloszlásokkal közelített Preisach függvényeké (lásd a 22. ábrát). A zárt alakú Everett kifejezés azonban csak a négy alpműveletet, valamint valós argumentumú exponenciális és logaritmusos függvényeket tartalmaz, ezért nem szükséges speciális matematikai könyvtár az összefüggés kiértékeléséhez. Ennél fogva a kifejlesztett mágneses hiszterézis modell gyors és előnyösen használható áramkör szimulációs vagy elektromágneses térszámító algoritmusokban. A számításokat implementáló, grafikus felülettel ellátott Matlab programom szabadon letölthető⁷.

⁷ https://sourceforge.net/projects/hysteresis/files/Preis_class_AnEv.zip

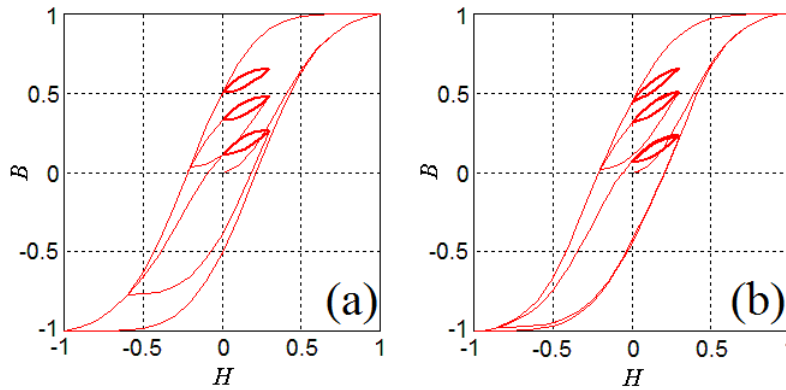
a_i	b_i	c_i	k_i
0.113	56.468	6.035	9.521×10^{-3}
2.224×10^{-3}	30.197	284.54	0.241
1.812×10^{-2}	86.148	38.842	365.86

3. Táblázat A zárt alakú hiszterézis modell Preisach függvényének paraméterei.



23. Ábra A zárt alakú hiszterézis modell illesztése koncentrikus hiszterézis görbéhez.

A Preisach modell az esetek többségében nem illeszkedik elég jól a főhurok belsejében mért értékekhez. A modell egyik szembevető hiányossága az úgynevezett egybevágósági tulajdonság, vagyis két alhurok mindig egyforma, ha ugyanazon mágneses térerősség értékek között történik a gerjesztés, ahogy a 24.a ábrán látható, azonban a méréssel kapott alhurkok nem kongruensek, hanem függnek a mágneses előélettől, ahogy a 24.b ábrán látható.



24. Ábra A Preisach modell által generált egybevágó alhurkok (a), a valóságban az alhurkok nem egyformák (b).

A Preisach modell másik hiányossága, hogy a mágneses térerősség változásának fordulópontjaiban a dinamikus szuszceptibilitás mindig nulla (Mayergoyz, 1991). A (3.32) reverzibilis komponens hozzáadása nélkül a (3.7) vagy (3.8) összefüggések a fordulópontokban nullát eredményeznek, ami a (3.44) zárt alakú dinamikus permeabilitás képletének segítségével, a $H_r = H$ helyettesítéssel könnyen ellenőrizhető. Tehát a mérési adatokkal ellentétben, a fordulópontokban a Preisach modell által generált hiszterézis görbék mindig vízszintesen indulnak. Ezek a tulajdonságok függetlenek a Preisach függvény megválasztásának módjától és az elsőfokú (lásd a 73. ábrát) vagy a koncentrikus (lásd a 74. ábrát) mágneses görbékből felépített modellekre is érvényesek. A Preisach modell továbbfejlesztett változatai, például a szorzat modell (Kádár, 1987) vagy a mozgó modell (Della Torre, Vajda, & Kahler, 1994), (Della Torre, 2000) kiküszöbölik ezeket a hiányosságokat és a belső mágnesezési görbék pontosabb leírását teszik lehetővé.

3.4.2 Mozgó hiszterézis modell

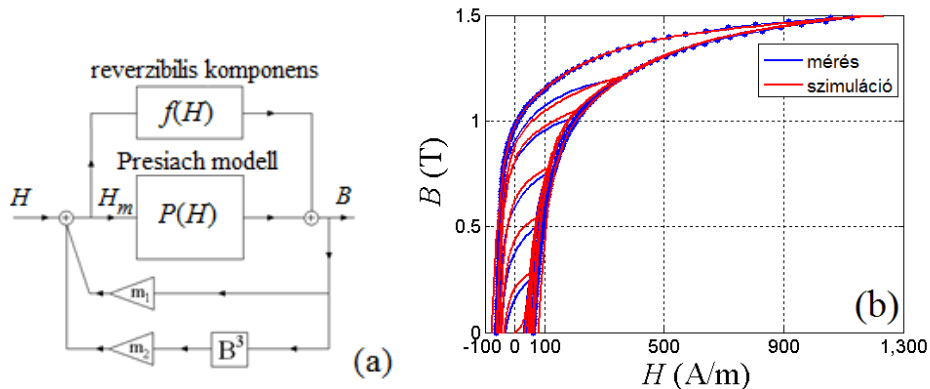
Az előző részben bemutatott zárt alakú hiszterézis modell mért adatokhoz (Bottauscio, Chiampi, Ragusa, Rege, & Repetto, 2002) történő illesztése során megfigyelhető, hogy a koncentrikus görbék záródási pontjainál a görbék meredeksége jelentősen eltér. Ezért ebben a részben a mozgó hiszterézis modellt alkalmazom, hogy a (3.35) Preisach függvény paramétereinek jelentős növelése nélkül a belső hurkokhoz is jobban illeszkedő leírását kapjuk a mágnesezési folyamatnak. A mozgó modell egy visszacsatolás segítségével tökéletesíti a Preisach modellt, ahogy a 25.a ábrán látható (Mayergoyz, 1991), (Della Torre, 2000). A zárt alakú Everett függvényt alkalmazó Preisach modell bemenete a módosított effektív mágneses térerősség

$$H_m = H + m_1 B + m_2 B^3, \quad (3.49)$$

ami két további m_1 és m_2 paramétert tartalmaz. A mozgó modell akkor implementálható, ha a mágneses térerősség folytonosan változik. Ezért harmadfokú spline interpoláció segítségével a koncentrikus görbék zárópontjai között, az első mágnesezési görbe mentén kiegészítettem a mérési eredményeket. A modell illesztése az összes hurokra történt felhasználva az interpolált értékeket is. A modell paramétereit a 4. táblázat tartalmazza. A 25. ábra a mért és a mozgó modellel számított hiszterézis görbéket szemlélteti. Megfigyelhető, hogy a mozgó modell esetén sokkal jobb illeszkedést kapunk a belső hurkokra is, és ezt csupán két kiegészítő paraméter bevezetésével lehet elérni [9]. A mozgó modellt implementáló Matlab programcsomagom szabadon letölthető⁸.

a_i	b_i	c_i	k_i	m_i
4.37×10^{-2}	46.78	12.141	0.12×10^{-3}	25.43
3.16×10^{-3}	0.11	236.5	0.24	11.8
1.86×10^{-2}	62.44	42.54	359.3	-

4. Táblázat A zárt alakú mozgó hiszterézis modell paraméterei.



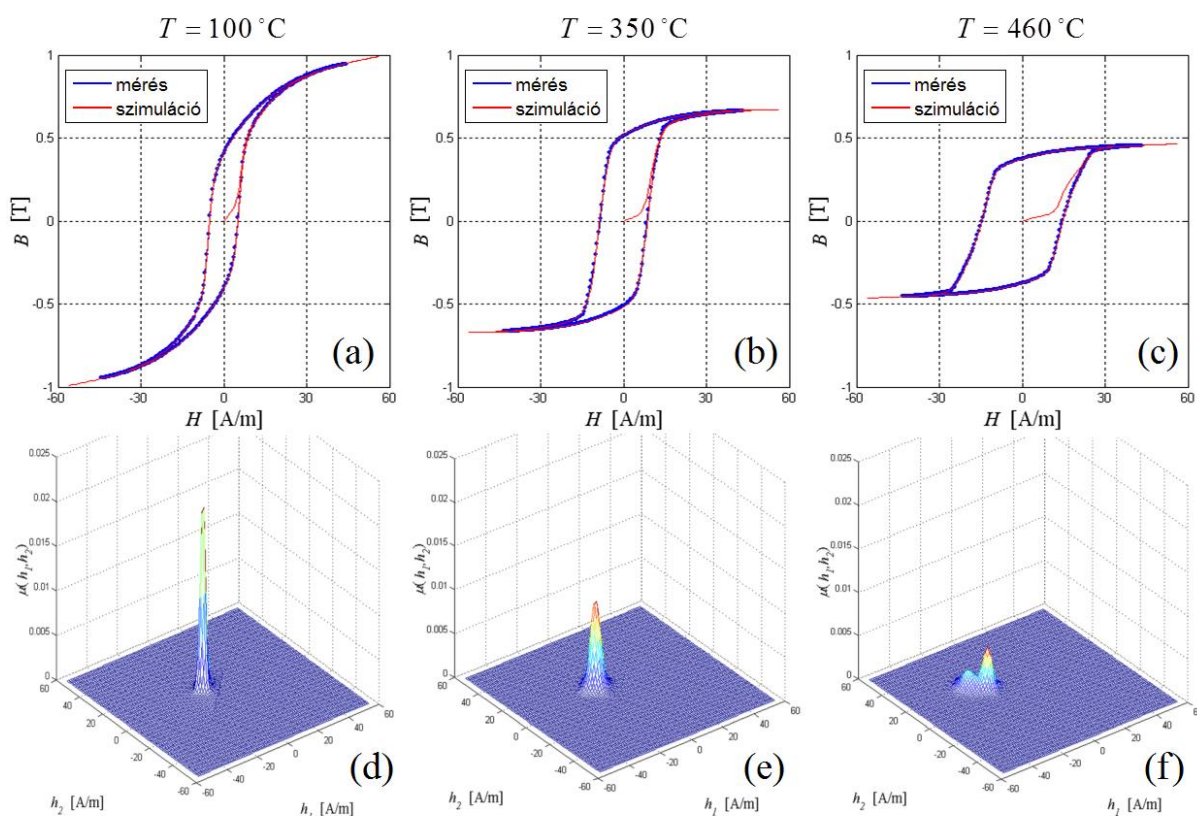
25. Ábra A mozgó hiszterézis modell blokkvázlata (a), és a zárt alakú Everett függvényt alkalmazó mozgó hiszterézis modell illesztése koncentrikus hiszterézis görbékhez (b).

3.5 Mágneses anyag fázisátalakulásának jellemzése a Preisach függvénnyel

A különleges nanoszerkezetű FINEMET mágneses kompozit anyag (Hitachi Metals, dátum nélk.) kiváló lágymágneses tulajdonságokkal rendelkezik (kis veszteség, nagy telítési mágnesezettség és relatív permeabilitás, kiváló hőmérséklet függés és nagyfrekvenciás jellemzők, kis magnetosztrikció), aminek köszönhetően széleskörűen alkalmazzák az iparban. Ennek az anyagnak a mágneses tulajdonságai hőkezeléssel kontrollálhatók és beállíthatók. A hőmérséklettől függő mágneses viselkedés fontos jellemzője a szétválási hőmérséklet, ami fölött a kompozit fázisai közötti

⁸ https://sourceforge.net/projects/hysteresis/files/Preis_dyn_AnEv_ORSI.zip

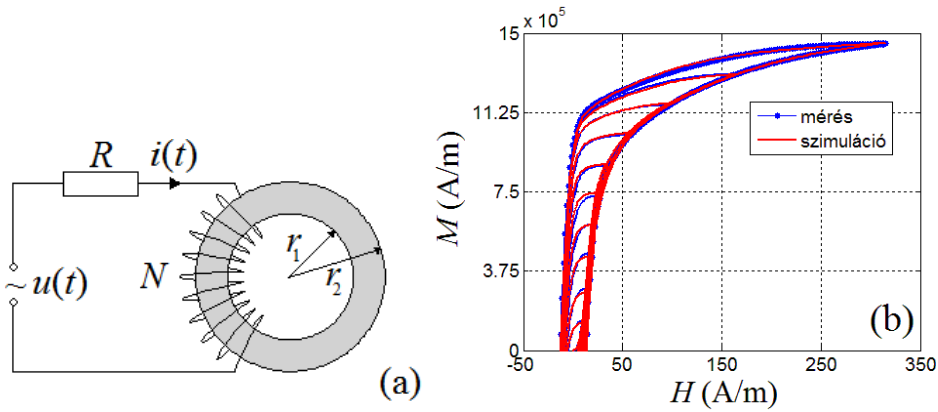
kicserélődési kölcsönhatás megszűnik, így jelentősen változnak a mágneses tulajdonságok. Ezért 550°C hőmérsékleten, 1 órán keresztül hőkezelt FINEMET anyag hőmérséklet függő mágneses tulajdonságait vizsgáltuk mért koncentrikus histerézis görbék segítségével [8]. A mérések 10 Hz frekvencián, szobahőmérséklettől 600°C hőmérsékletig, 5°C lépésközzel készültek. A szétválási hőmérsékletet a különböző hőmérsékleteken mért külső mágnesezési görbék jellemző pontjainak, a H_c koercitív térerősségnek és a B_r / B_s négyszögletességnek, ahol B_r a remanens mágneses indukció és B_s a telítési indukció, a hőmérséklet függésével lehet meghatározni. A mérések megmutatják, hogy a négyszögletesség és a koercitív térerősség egyaránt hirtelen növekedésnek indul az amorf mátrix $T_c^{am} \sim 320^{\circ}\text{C}$ Curie hőmérsékletének a környezetében. A négyszögletesség a 410°C hőmérséklet környezetében maximalizálódik. A várható szétválási hőmérséklet környezetében mért histerézis görbékhez zárt alakú Preisach modellt illesztettem. A 26. ábra néhány mért és szimulált histerézis görbét (100°C , 350°C és 460°C) és az azokhoz tartozó Preisach függvényeket ábrázolja. A hőmérséklet növelésével a histerézis görbék telítési indukciója csökken, a hurkok szélesednek és szögletesednek, a koercitív mágneses térerősség növekszik. Ennek megfelelően a Preisach függvény maximuma a $h_2 = -h_1$ egyenes mentén, a reverzibilis mágnesezési folyamatot leíró histeronokat tartalmazó $h_2 = h_1$ egyenestől távolodik. Megfigyelhető, hogy 410°C fölötti hőmérsékleteken a Preisach függvényben egy második csúcs is megjelenik és a reverzibilis rész teljesen eltűnik. Ezt a viselkedést úgy értelmezhetjük, hogy ettől a hőmérséklettől a kétfázisú amorf nanokompozitban a dipól-dipól kölcsönhatás kezd dominálni a megszűnő kicserélődési kölcsönhatás helyett. Nagyobb hőmérsékleteken a dipól-dipól marad az egyetlen kölcsönhatás, ami az egydoménú rendszer histerézis viselkedéséért felelős [8].



26. Ábra Különböző hőmérsékleteken mért és szimulált histerézis görbék (FINEMET) és a Preisach függvények.

3.6 Tórusz alakú ferromágneses vasmagot tartalmazó tekercs szimulációja

Tekintsük a 27.a ábrán látható elektromos hálózatot, amelyik egy tórusz alakú ferromágneses vasmagú tekercset és egy ellenállást tartalmaz. Az $N=100$ menetszámú tekercs S körkeresztmetszetű ferromágneses tóruszának belső sugara $r_1 = 2$ cm, a külső sugár $r_2 = 3$ cm. A hálózat gerjesztése az $u(t) = U_m \sin(2\pi f)$ jelű feszültségforrás, ahol $U_m = 5$ V, az ellenállás nagysága $R = 5 \Omega$. A feladat az áramkörben folyó áram időfüggvényének a meghatározása, ha ismertek a ferromágneses anyag mágneses viselkedését leíró zárt alakú Preisach modell paraméterei. A tórusz ferromágneses anyaga az ORSI-111 adatbázisból (Füzi, Bayard, & Peier, 2000) származik. A mért koncentrikus görbékhez illesztett zárt alakú Preisach modell paramétereit az 5. táblázat tartalmazza. A mért és szimulált görbék összehasonlítása a 27.b ábrán látható [9].



27. Ábra Tórusz alakú ferromágneses vasmagú tekercset tartalmazó hálózat (a), a ferromágneses anyag kisfrekvenciás mért és a zárt alakú hiszterézis modellel illesztett koncentrikus görbéi (b).

a_i	b_i	c_i	k_i
33.532	24.646	14.948	273.9365
26.367	-114.24	72.808	0
194.79	10.895	4.604	-

5. Táblázat A tórusz alakú vasmagot leíró zárt alakú Preisach modell paraméterei.

A 27.a ábra villamos hálózatának Kirchhoff egyenlete

$$Ri(t) + N \frac{d\phi(t)}{dt} = u(t), \quad (3.50)$$

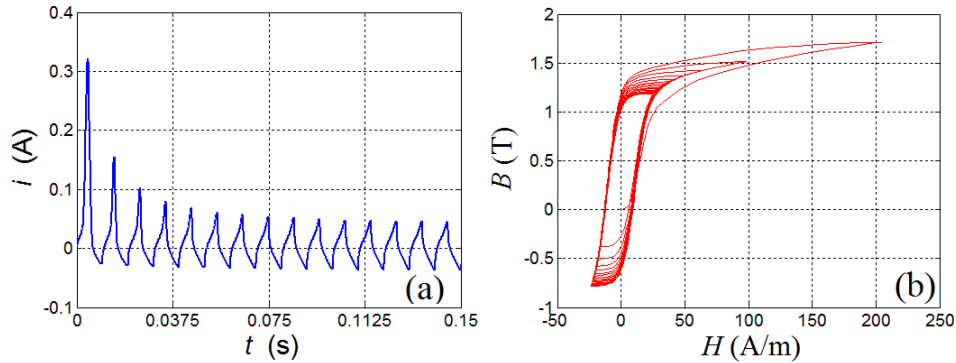
ahol ϕ a ferromágneses vasmag fluxusa, amelyik a láncszabály alkalmazásával a következő alakba írható

$$\frac{d\phi}{dt} = S \frac{dB}{dt} = S \frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt}, \quad (3.51)$$

ahol dB/dH a (3.44) és (3.45) zárt alakú összefüggéssel számítható. A mágneses térerőssége meghatározható az $l = \pi(r_1 + r_2)$ közepes úthosszra alkalmazott Ampere törvény segítségével $H(t) = N/l i(t)$, tehát a mágneses fluxus időbeli változása az áram időbeli deriváltjától függ, amit véges differenciával közelítve és a (3.50) egyenletbe helyettesítve, algebrai rendezések után a következő iterációs formulát [9], [K1] eredményezi

$$i^{k+1} = \frac{\frac{N^2 S}{l} \frac{dB}{dH} i^k + u^{k+\frac{1}{2}} dt}{\frac{N^2 S}{l} \frac{dB}{dH} + R dt}. \quad (3.52)$$

A villamos hálózat tranziens viselkedésének időfüggését az $f = 100$ Hz frekvencián a 28. ábra szemlélteti. Az áramkörben folyó áram a 28.a ábrán, a tranziens folyamatnak megfelelő hiszterézis görbe a 28.b ábrán látható. A 28.a ábrán megfigyelhető, hogy az áramkörben folyó áram kezdeti értéke több mint duplája a körülbelül 12 periódusnyi idő után elért állandósult állapot áramához viszonyítva.



28. Ábra A tóruszt tartalmazó áramkör tranziens viselkedése $f = 100$ Hz frekvencián az örvényáramok hatásának figyelembevétele nélkül. Az áramkörben folyó áram (a) és a tranziens folyamatnak megfelelő hiszterézis görbe (b).

Az előző számítások nem veszik figyelembe az örvényáramok hatását, ami az $f = 100$ Hz frekvencián igen jelentős lehet. Az örvényáramok tranziens hatásának pontos leírásához az időfüggő Maxwell egyenletek megoldása szükséges, azonban ferromágneses anyagok esetén ez igen bonyolult és számításigényes feladat. Ezért az irodalomban számos közelítést és a pontos elektromágneses modellek helyett a mágneses térerősség időbeli változásának sebességét figyelembe vevő dinamikus hiszterézis modelleket alkalmaznak (Bertotti, 1998), (Janaideh, Rakheja, & Su, 2009). A továbbiakban tekintsük a Füzi féle frekvenciafüggő dinamikus hiszterézis modellt (Füzi J. , 1999), amelyik a Preisach modell bemenetének mágneses térerősségét a következő differenciális egyenlet alapján módosítja

$$\frac{dH_m}{dt} = a_m (H - H_m) - b_m \frac{dB}{dt} + c_m \frac{dH}{dt}, \quad (3.53)$$

ahol H_m a módosított mágneses térerősség, $B(H_m)$ a Preisach modellel meghatározott mágneses indukció, a_m , b_m és c_m a frekvenciafüggést leíró paraméterek. A Füzi féle modell az $a_m = 0$, $b_m = 0$ és $c_m = 1$ helyettesítéssel a hagyományos Preisach modellre egyszerűsödik.

A paraméterek meghatározása a következőképpen történik. A $B = \mu_0 (H_m + M)$ összefüggés felhasználásával, ahol az $M(H_m)$ mágnesezettség a módosított mágneses térerősség függvénye, a mágneses indukció időbeli deriváltja a láncszabály segítségével a következő alakba írható

$$\frac{dB}{dt} = \mu_0 \left(\frac{dH_m}{dt} + \frac{dM}{dt} \right) = \mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH_m} \right) \frac{dH_m}{dt}, \quad (3.54)$$

ahol a dM/dH_m dinamikus szuszceptibilitást a (3.44) vagy (3.45) összefüggéshez hasonló zárt alakú kifejezéssel számítom ki. A zárt alakú dinamikus szuszceptibilitások felhasználásával a (3.53) differenciális egyenlet különösebb stabilitási problémák nélkül numerikusan megoldható [9]. Az $i + 1/2$ időpillanatban differenciákkal helyettesítve a deriváltakat

$$\left. \frac{dH_m}{dt} \right|^{i+\frac{1}{2}} = \frac{H_m^{i+1} - H_m^i}{\Delta t}, \quad \left. \frac{dH}{dt} \right|^{i+\frac{1}{2}} = \frac{H^{i+1} - H^i}{\Delta t}, \quad (3.55)$$

és átlagolva az időtől függő mennyiségeket

$$H_m^{i+\frac{1}{2}} = \frac{H_m^{i+1} + H_m^i}{2}, \quad H^{i+\frac{1}{2}} = \frac{H^{i+1} + H^i}{2},$$

$$\left. \frac{dM}{dH_m} \right|^{i+\frac{1}{2}} = \frac{\left. \frac{dM}{dH_m} \right|^{i+1} + \left. \frac{dM}{dH_m} \right|^i}{2}, \quad (3.56)$$

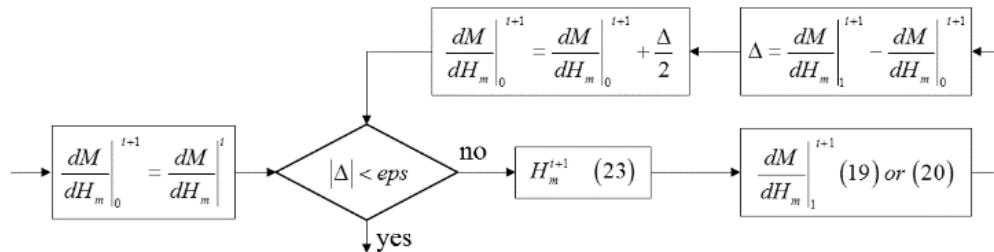
a következő iterációs összefüggést eredményezi

$$H_m^{i+1} = \frac{\left[1 - \kappa_1 + \kappa_2 \left(\left. \frac{dM}{dH_m} \right|^{i+1} + \left. \frac{dM}{dH_m} \right|^i \right) \right] H_m^i + \kappa_3 H^{i+1} + \kappa_4 H^i}{1 + \kappa_1 + \kappa_2 \left(\left. \frac{dM}{dH_m} \right|^{i+1} + \left. \frac{dM}{dH_m} \right|^i \right)}, \quad (3.57)$$

ahol a bevezetett együtthatók a következők

$$\kappa_1 = \frac{a_m \Delta t}{2}, \quad \kappa_2 = \frac{b_m \mu_0}{2}, \quad \kappa_3 = \kappa_1 - 2\kappa_2 + c_m, \quad \kappa_4 = \kappa_1 + 2\kappa_2 - c_m. \quad (3.58)$$

Mivel a (3.57) iterációs összefüggésben az $i+1$ időpontnak megfelelő dinamikus szuszceptibilitás nem ismert, ezért mindegyik időpillanatban egy további iteráció szükséges az effektív mágneses térerősség megfelelő pontosságú meghatározására, ahogy a 29. ábrán látható algoritmus blokkvázlata szemlélteti [9].



29. Ábra A dinamikus modell módosított mágneses térerősségét meghatározó algoritmus.

Az ORSI-111 adatbázisban (Füzi, Bayard, & Peier, 2000) található frekvenciafüggő hiszterézis görbékre illesztve meghatároztam a dinamikus modell paramétereit, amelyeknek az értékei $a_m = 3056.05$, $b_m = 99.29$ és $c_m = 0.69$ [9]. Megjegyzendő, hogy a dinamikus modellben alkalmazott zárt alakú hiszterézis modell Preisach függvényének paramétereit a 27.b ábrán látható kisfrekvencián mért koncentrikus görbékhez való illesztés eredményezi és megegyeznek az 5. táblázatban megadott értékekkel.

A Füzi féle frekvenciafüggő dinamikus hiszterézis modell hálózatszimulációs alkalmazása esetén (lásd a 27.a ábrát) az elektromos hálózatot leíró (3.50) Kirchhoff egyenletben a mágneses fluxus időbeli deriváltja a következőképpen írható

$$\frac{d\phi}{dt} = S \frac{dB}{dt} = S \frac{dB}{dH_m} \frac{dH_m}{dt} = S \left(1 + \frac{dM}{dH_m} \right) \frac{dH_m}{dt}, \quad (3.59)$$

amit behelyettesítve a (3.50) és (3.53) egyenletekbe, algebrai rendezések után, az alábbi csatolt differenciális egyenletet eredményezi

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= k_1 i + k_2 H_m + k_3 u, \\ \frac{dH_m}{dt} &= k_4 i + k_5 u,\end{aligned}\tag{3.60}$$

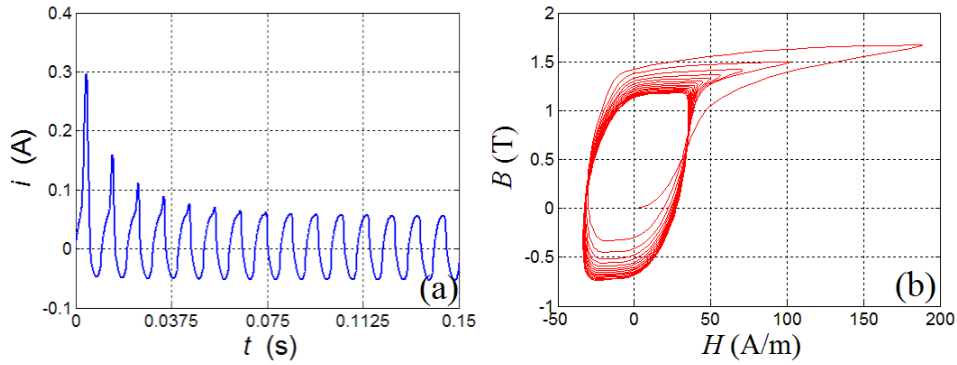
ahol a bevezetett együtthatók a következő alakúak

$$\begin{aligned}k_1 &= -\frac{Rl \left(1 + b_m \frac{dB}{dH_m}\right)}{c_m N^2 S \frac{dB}{dH_m}} - \frac{a_m}{c_m}, \quad k_2 = \frac{a_m l}{c_m N}, \quad k_3 = \frac{l \left(1 + b_m \frac{dB}{dH_m}\right)}{c_m N^2 S \frac{dB}{dH_m}}, \\ k_4 &= -\frac{R}{NS \frac{dB}{dH_m}}, \quad k_5 = \frac{1}{NS \frac{dB}{dH_m}}.\end{aligned}\tag{3.61}$$

Azok az együtthatók, amelyek függnek a dB/dH_m dinamikus permeabilitástól nem állandók, hanem a H_m módosított mágneses térerősség implicit függvényei. A $k+1/2$ időpillanatban diszkretizálva a csatolt differenciális egyenletrendszer, az numerikusan megoldható. Az időbeli deriváltakat differenciákkal, az időfüggő mennyiségeket átlagokkal helyettesítve, mint a dinamikus modell előzőekben bemutatott identifikációja esetén a következő iterációs összefüggéseket kapjuk

$$\begin{aligned}i^{k+1} &= \frac{1}{\Delta} \left[\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{k_1}{2\Delta t} + \frac{k_2 k_4}{4} \right) i^k + \frac{k_2}{\Delta t} H_m^k + \left(\frac{k_3}{\Delta t} + \frac{k_2 k_5}{2} \right) u^{k+\frac{1}{2}} \right] \\ H_m^{k+1} &= \frac{1}{\Delta} \left[\frac{k_4}{\Delta t} i^k + \left(\frac{1}{\Delta t^2} - \frac{k_1}{2\Delta t} + \frac{k_2 k_4}{4} \right) H_m^k + \left(\frac{k_5}{\Delta t} - \frac{k_1 k_5}{2} + \frac{k_3 k_4}{2} \right) u^{k+\frac{1}{2}} \right].\end{aligned}\tag{3.62}$$

A k_1 , k_3 , k_4 és k_5 együtthatók meghatározásához a $k+1/2$ időpillanatnak megfelelő dinamikus permeabilitás értékek ismerete szükséges, azok azonban nem ismertek. Ezért mindegyik iterációs lépésnél a 29. ábrán látható algoritmushoz hasonlóan a (3.57) egyenletet a (3.62) egyenlettel helyettesítve, további iterációkat végzünk. Ebben az esetben is a (3.44) vagy (3.45) zárt alakú dinamikus permeabilitást alkalmazzuk, így a hiszterézisgörbe numerikus differenciálása elkerülhető, ami sokkal biztonságosabb és stabilabb iterációs eljárashoz vezet. Az iterációt lemágnesezett állapotból indítjuk, $i^0 = 0$ és $H_m^0 = 0$ kezdeti feltételekkel. Az iteráció során az időlépés állandó, és a dinamikus permeabilitás meghatározásához szükséges, minden iterációs lépésben végrehajtott további iterációk miatt nem kell túlságosan kicsinek lennie. A 30. ábrán látható szimulációs eredmények esetén az időlépés $\Delta t = 1/(100 f)$ és a teljes szimulációs idő körülbelül 1 sec. Összehasonlítva a 30.b és a 29.b ábrák eredményeit, megfigyelhető az örvényáramok hatása, ami a hiszterézis görbék 'kerekedését' eredményezi. A szimulációk segítségével megkülönböztethetők a hiszterézis és örvényáram veszteségek, így az anyagösszetétel változtatásának a követése a zárt alakú hiszterézis modell Preisach függvényének segítségével kívánt anyagtulajdonságok létrehozását és optimalizálását teszi lehetővé [9]. A bemutatott hálózatszimulációs algoritmusok igazolják az általam kidolgozott zárt alakú hiszterézis modell előnyeit a hagyományos Preisach modellhez képest, amelyik a Preisach háromszög pontjaiban megadott Everett függvényel működik.

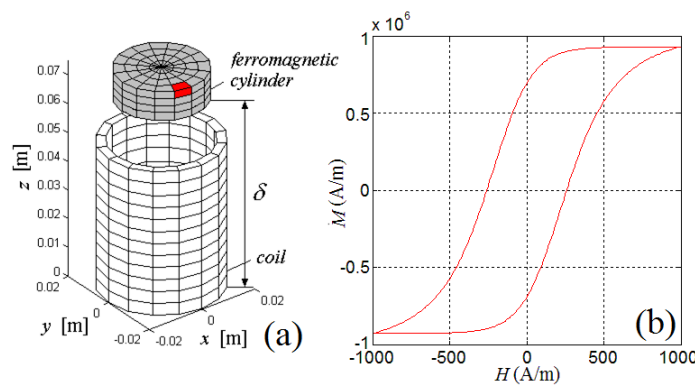


30. Ábra A ferromágneses tóruszt tartalmazó áramkör tranziens viselkedésének szimulációja az $f = 100$ Hz frekvencián, az örvényáramok hatását figyelembe vevő Füzi féle frekvenciafüggő dinamikus hiszterézis modell alkalmazásával. Az áramkörben folyó áram (a) és a tranziens folyamatnak megfelelő hiszterézis görbe (b).

3.7 Tekercs és ferromágneses henger között ható mágneses erő kiszámítása

Ebben a részben egy tekercs és egy henger alakú ferromágneses anyag között ható mágneses erő számítását mutatom be a ferromágneses anyag hiszterézisének figyelembevételével [10]. Az elrendezést ha kiegészítjük a tengelyre szerelt állandó mágnesekkel, az vertikális lineáris motorként alkalmazható. Az axiális elrendezés a 31.a ábrán látható. A tekercs paraméterei: belső sugár $r_1 = 17$ mm, külső sugár $r_2 = 20$ mm, a tekercs magassága $h_1 = 50$ mm, a menetek száma $N = 250$. A tekercs menetein $i_c = 2$ A nagyságú áram folyik. A ferromágneses henger méretei: sugár 15 mm, magasság $h = 10$ mm. A ferromágneses anyag izotróp, külső koncentrikus hiszterézis görbéje a 31.b ábrán látható.

A számítások elvégzéséhez szükséges vektor Preisach modellt (Mayergoyz, 1991) zárt alakú skalár Preisach hiszterézis modellek szuperpozíciójaként állítom elő. A skalár modellek működési irányait egy ikozaéder középpontja és csúcspontjai, valamint az oldallapok középpontjai által meghatározott 16 irány definiálja (Szabó, 2002), (Szabó & Ivanyi, 2001). Izotróp esetben, a vektor modell minden irányának megfelelő (3.35) alakú Preisach függvény egyforma, a paraméterek értékei $\alpha_1 = 15.1506$, $\beta_1 = 0.008881$ és $\gamma_1 = 4.4061$. A számítások célja a ferromágneses hengerre ható teljes mágneses erő meghatározása különböző δ távolságok esetén.



31. Ábra A vizsgált elrendezés geometriája: axiálisan elrendezett tekercs és ferromágneses henger (a). A ferromágneses henger hiszterézis görbéje (b).

A tekercsen átfolyó áram a ferromágneses henger különböző pontjaiban lokálisan változó mágneses térerősséget hoz létre, amelynek hatására inhomogén mágnesezettség eloszlás alakul ki a ferromágneses hengerben, tehát lokálisan változó erőeloszlás jön létre. A hengerre ható teljes mágneses erő a következő összefüggéssel számítható ki (Bobbio, 2000), (Simonyi & Zombory, 2000)

$$\mathbf{F} = \int_V (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B}_{ext} dV, \quad (3.63)$$

ahol $\mathbf{M}$ a ferromágneses henger mágnesezettsége, $\mathbf{B}_{ext}$ a tekercs által létrehozott mágneses indukció a ferromágneses hengerben és V a ferromágneses henger térfogata. A tekercsre ható mágneses erő a következő összefüggéssel is meghatározható (Bobbio, 2000)

$$\mathbf{F}' = \int_{V_c} \mathbf{J} \times \mathbf{B}'_{ext} dV, \quad (3.64)$$

ahol $\mathbf{J}$ az áramsűrűség a tekercsben, $\mathbf{B}'_{ext}$ a mágnesezett ferromágneses henger által létrehozott mágneses indukció a tekercsben és V_c a tekercs térfogata. A két erő között, a hatás-kölcsönhatás törvénye szerint a következő összefüggés áll fenn

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}'. \quad (3.65)$$

A ferromágneses henger $\mathbf{M}$ mágnesezettségének meghatározásához szükséges magnetosztatikus térszámítást az integrál egyenletek módszerével (Binns, Lawrenson, & Trowbridge, 1992), (Simonyi & Zombory, 2000), (Szabó, 2002), [10] végeztem el. A mágneses térerősséget két részre bontva

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_m, \quad (3.66)$$

ahol $\mathbf{H}_s$ a tekercs által létrehozott divergencia mentes forrásteret, $\mathbf{H}_m$ pedig a ferromágneses henger mágnesezettsége által létrehozott rotáció mentes mágneses térerősséget jelöli. A tekercs által létrehozott mágneses tér a Biot-Savart törvény segítségével számítható ki

$$\mathbf{H}_s = \frac{1}{4\pi} \int_{V_c} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} dV. \quad (3.67)$$

A ferromágneses hengert n darab hasáb alakú térfogatelemre bontom. Minden térfogatelem mágnesezettségét állandónak tekintve, a mágnesezettségek által létrehozott mágneses térerősség

$$\mathbf{H}_m = \frac{1}{4\pi} \sum_{s=1}^n \int_{V_s} \nabla_f \left(\mathbf{M}_s \cdot \nabla_s \frac{1}{r} \right) dV, \quad (3.68)$$

ahol $r = \sqrt{(x_f - x_s)^2 + (y_f - y_s)^2 + (z_f - z_s)^2}$ a térfogatelem középpontja (source point - ahol a modell rögzíti a mágnesezettséget) és a megfigyelési pont (field point - ahol kiszámítom a mágneses térerősséget) közötti távolság. Minden egyes térfogatelemre alkalmazva az előbbi kifejezést, és bevezetve az elrendezés geometriájától függő $\mathbf{G}$ mátrixot

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{G}\mathbf{M}, \quad (3.69)$$

ahol

$$\begin{aligned} G_{xx} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{3(x_f - x_s)^2 - r^2}{r^5} dV, & G_{xy} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{3(x_f - x_s)(y_f - y_s)}{r^5} dV, \\ G_{xz} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{3(x_f - x_s)(z_f - z_s)}{r^5} dV, & G_{yy} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{3(y_f - y_s)^2 - r^2}{r^5} dV, \\ G_{yz} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{3(y_f - y_s)(z_f - z_s)}{r^5} dV, & G_{zz} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_s} \frac{3(z_f - z_s)^2 - r^2}{r^5} dV. \end{aligned} \quad (3.70)$$

A fenti integrálok a $\mathbf{G}$ mátrix minden elemére numerikusan kiértékelhetők, kivéve a főatlóban szereplő integrálokat, amelyek az $x_f = x_s$, $y_f = y_s$ és $z_f = z_s$ esetén szingulárisakká válnak. Speciális

alakú elemekre, például téglatestekre vagy kétdimenziós számítások esetén háromszögelemekre az integrálokat zárt alakban kiértékeltem (Szabó, 2002), (Szabó & Ivanyi, 2001). Tetszőleges alakú elemi cellák esetén a térfogati integrálok numerikusan számítható felületi integrálakká alakíthatók (Füzi, Iványi, & Szabó, 2003), így a szingularitás kiküszöbölhető

$$\begin{aligned} G_{xx} &= \frac{1}{4\pi} \oint_{A_s} \frac{x_f - x_s}{r^3} \mathbf{i} d\mathbf{A}, \quad G_{yy} = \frac{1}{4\pi} \oint_{A_s} \frac{y_f - y_s}{r^3} \mathbf{j} d\mathbf{A}, \quad G_{zz} = \frac{1}{4\pi} \oint_{A_s} \frac{z_f - z_s}{r^3} \mathbf{k} d\mathbf{A}, \\ G_{xy} &= \frac{1}{4\pi} \oint_{A_s} \frac{x_f - x_s}{r^3} \mathbf{j} d\mathbf{A}, \quad G_{xz} = \frac{1}{4\pi} \oint_{A_s} \frac{z_f - z_s}{r^3} \mathbf{i} d\mathbf{A}, \quad G_{yz} = \frac{1}{4\pi} \oint_{A_s} \frac{y_f - y_s}{r^3} \mathbf{k} d\mathbf{A}. \end{aligned} \quad (3.71)$$

A numerikus integrálást négy pontos Gauss kvadrátúra alkalmazásával végeztem el (Press, Flannery, Teukolsky, & Vetterling, 1992). A (3.69) lineáris egyenletrendszer ismeretlenjei a mágneses térerősség és a mágnesezettség, tehát kétszer annyi ismeretlen van, mint egyenlet. Megfelelő számú egyenletet kapok, ha az egyenletrendszert kiegészítem minden térfogatelem nemlineáris vektor hiszterézis karakterisztikájával

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_s + \mathbf{GM}, \\ \mathbf{M} &= \mathcal{H}\{\mathbf{H}\}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

A fenti nemlineáris egyenletrendszert például a Picard-Banach féle 'Fix Pont eljárás' alapuló iterációk alkalmazásával (Hantila, 1974), (Bottauscio, Chiampi, Chiarabaglio, & Repetto, 2000) oldom meg. Az eljárás a $\mathbf{H} = 0$, $\mathbf{M} = 0$ lemágnesezett állapotból indul. A (3.72) egyenletrendszerben, ha feltételezzük, hogy ismerjük a mágnesezettséget a k időpillanatban, akkor a mágneses térerősség a következő iterációval határozható meg

$$\mathbf{H}^{k+1} = \mathbf{H}^k (1 - \tau) + \tau(\mathbf{H}_s + \mathbf{GM}^k). \quad (3.73)$$

Ez a lineáris egyenletrendszer numerikusan, például a Gauss-Seidel módszer (Press, Flannery, Teukolsky, & Vetterling, 1992) alkalmazásával megoldható. A vektor hiszterézis karakterisztika segítségével újabb közelítést kaphatjuk a mágnesezettségnek

$$\mathbf{M}^{k+1} = \mathcal{H}\{\mathbf{H}^{k+1}\}. \quad (3.74)$$

A következő iterációs lépésben a $k+1$ időlépésben kapott mágnesezettséget behelyettesítjük a (3.73) összefüggésbe és újra kiszámítjuk a mágneses térerősséget. Az iterációt addig folytatjuk, amíg

$$\sum_{i=1}^{3n} \left(H_i^k - H_i^{k-1} \right)^2 \leq \varepsilon, \quad (3.75)$$

ahol ε egy tetszőlegesen kicsi pozitív szám. Az iteráció viselkedése és a konvergencia sebessége a τ paraméter függvénye. A τ paramétert a következőképpen választva

$$0 < \tau \leq \frac{2}{\chi_{\max} + 1}, \quad (3.76)$$

ahol $\chi_{\max}$ a vektor hiszterézis karakterisztika maximális mágnes szuszceptibilitása

$$\chi_{\max} = \max \left(\frac{dM}{dH} \right), \quad (3.77)$$

kontrakciót kapunk és az iteratív megoldás konvergál. A ferromágneses henger mágnesezettségének és a tekercs mágneses indukciójának ismeretében a (3.63) egyenlettel megadott mágneses erő, a skalárszorzat kiértékelése után, a következő összefüggéseket eredményezi [10]

$$F_\gamma = \int_V \left(M_x \frac{\partial B_\gamma^e}{\partial x} + M_y \frac{\partial B_\gamma^e}{\partial y} + M_z \frac{\partial B_\gamma^e}{\partial z} \right) dV, \quad (3.78)$$

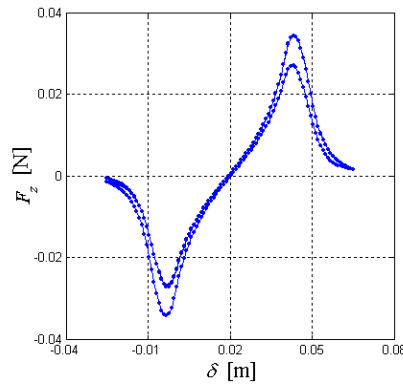
ahol $\gamma = x, y, z$ a térkomponenseket jelöli. A tekercs által létrehozott mágneses indukció lineáris csomóponti bázisfüggvények segítségével interpolálható

$$B_x^e = \sum_{i=1}^8 B_{xi}^e N_i, \quad B_y^e = \sum_{i=1}^8 B_{yi}^e N_i, \quad B_z^e = \sum_{i=1}^8 B_{zi}^e N_i, \quad (3.79)$$

ahol $B_{xi}^e, B_{yi}^e, B_{zi}^e$ a tekercs által létrehozott mágneses indukció komponensei a hasáb alakú térfogatelemek csúcspontjaiban és N_i a csomóponti bázisfüggvény. Az (3.78) összefüggéseket a mesterelembe transzformálva a mágneses erő komponenseit numerikus integrálással határoztam meg

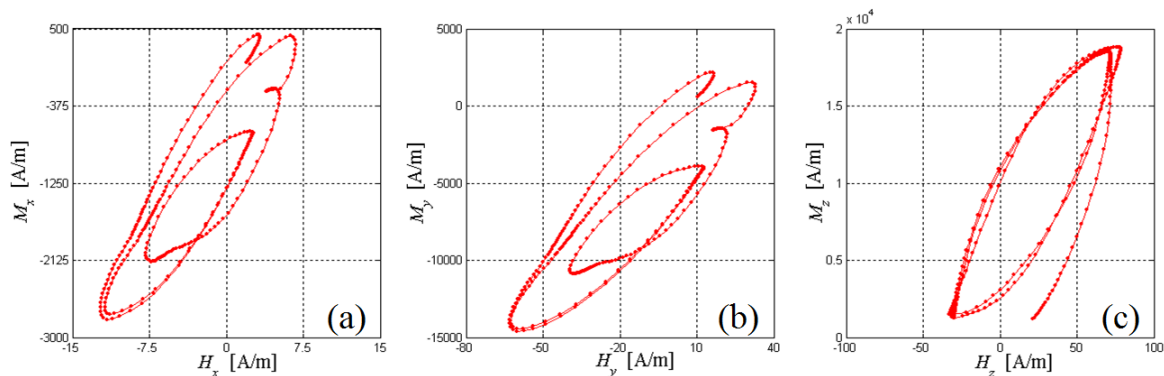
$$F_\gamma = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[M_x \sum_{i=1}^8 B_{xi} \frac{\partial N_i}{\partial x} + M_y \sum_{i=1}^8 B_{yi} \frac{\partial N_i}{\partial y} + M_z \sum_{i=1}^8 B_{zi} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] \det(J) dudvdw, \quad (3.80)$$

ahol $\gamma = x, y, z$ a térkomponensek szerinti koordinátákat jelöli és J a mesterelembe való transzformáció Jakobi mátrixát jelöli. A mágneses erő a (3.64) összefüggés alapján is hasonló módon számítható ki. A ferromágneses hengert $n=4 \times 16 \times 4$ térfogatelemre, a tekercset $n=1 \times 16 \times 12$ térfogatelemre bontottam. A tekercs és a ferromágneses henger között ható mágneses erő a δ távolság függvényében a 32. ábrán látható. A számítások ellenőrzése céljából a mágneses erőt a (3.63) és a (3.64) összefüggés alapján is kiszámítottam. A folytonos vonal a (3.63) összefüggés, a pontok a (3.64) összefüggés alapján számított mágneses erőt jelölik. Az ábrán megfigyelhető, hogy a két módszer ugyanazt a mágneses erőt eredményezi. Kezdetben a henger lemágnesezett állapotban van és a tekercs alatt $\delta = -25 \cdot 10^{-3}$ m távolságra található. A távolság $\delta = 65 \cdot 10^{-3}$ m értékig növekszik (ami a 31.a ábrán látható δ távolságnak felel meg), majd ismét csökken a $\delta = -25 \cdot 10^{-3}$ m értékig. A 32. ábrán megfigyelhető, hogy a pozitív z irányba és a negatív z irányba való elmozdulás esetén egy adott pozíciónál a mágneses erők különbözhetnek, ami a mágneses hiszterézis következménye. A hiszterézis elhanyagolásával ez a jelenség nem figyelhető meg.



32. Ábra A tekercs és a ferromágneses henger között ható mágneses erő a δ távolság függvényében. A folytonos vonal a (3.63), míg a pontok a (3.64) összefüggéssel számított mágneses erőt jelölik.

A ferromágneses henger egyik térfogatelemének (lásd az 31.a ábra színezett térfogatelemét) a mágneses térerőssége és a mágnesezettség vektorának komponensei között a ferromágneses henger és a tekercs közötti távolság változásának függvényében létrejövő hiszterézist a 33. ábra szemlélteti [10]. Az elvégzett szimuláció igazolja, hogy a zárt alakú hiszterézis modell sikeresen beépíthető elektromágneses térszámító programcsomagokba is.



33. Ábra A ferromágneses henger egyik térfogatelemének hiszterézise. A tekercsben állandó áram folyik, azonban a ferromágneses henger és a tekercs távolsága változik, így hiszterézis jön létre.

3.8 I. Téziscsoport: Mágneses anyagok hiszterézis karakterisztikájának zárt alakú leírása

A téziscsoporthoz kapcsolódó legfontosabb publikációk: [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10].

I.1 A mágneses anyagok hiszterézisének leírására kidolgoztam egy Preisach modellen alapuló eljárást. Egy speciálisan megválasztott eloszlásfüggvény segítségével zárt alakban adtam meg az Everett integrált, tehát a mágneses indukciót, valamint a dinamikus permeabilitást a mágneses térerősség függvényében. A bevezetett zárt alakú hiszterézis modell mágneses indukciójának a kifejezése csak a négy alapműveletet, valamint valós argumentumú exponenciális és logaritmikus függvényeket tartalmaz, és a dinamikus permeabilitás is zárt alakú kifejezés. Ezért nem szükséges speciális matematikai könyvtár és a modell kellően gyors, hogy sikeresen beépíthető legyen mérnöki programcsomagokba.

A kifejlesztett zárt alakú hiszterézis modell paramétereit optimalizálással határoztam meg, koncentrikus hiszterézis görbék illesztésével. Mivel a koncentrikus görbék mentén a mágneses indukció képlettel megadható, ezért nem szükséges a lépcsősgörbe használata, és a numerikus integrálás sem, tehát a zárt alakú hiszterézis modell előnyösebben illeszthető, mint a hagyományos Preisach modell. Belső hurkoknál a számított és a mért görbék eltérhetnek, amit a Preisach modell módosított változataival, például a mozgó modellel lehet javítani. Megmutattam, hogy a zárt alakú Everett függvényt alkalmazó mozgó modell, két kiegészítő paraméter bevezetésével, jó illesztést eredményez a belső hurkokra is.

I.2 A kidolgozott zárt alakú hiszterézis modellel kétfázisú FINEMET nanokristályos anyag hőmérséklet függvényében mért hiszterézis görbéit illesztettem. Ismerve az anyag szerkezetét, a különböző hőmérsékleteknek megfelelő Preisach függvények összehasonlításával következtetni lehet a domináns kölcsönhatásra a fázisátalakulás során.

I.3 A zárt alakú hiszterézis modellt beépítettem hálózatszimulációs algoritmusokba. Meghatároztam egy tórusz alakú ferromágneses vasmagot tartalmazó tekercsben folyó áram tranziens viselkedésének időfüggését. A számításokban a zárt alakú dinamikus permeabilitást alkalmaztam, így a hiszterézisgörbe numerikus differenciálása elkerülhető, ami stabil iterációs eljárásokhoz vezet.

I.4 A zárt alakú Everett függvényt vektor hiszterézis modellbe is beépítettem, amit elektromágneses térszámításban alkalmaztam, hogy meghatározzam egy hengeres tekercs és egy ferromágneses henger között ható mágneses erőt. A mágneses erőt két különböző módon számítottam ki, amelyek nagyon jó egyezést mutatnak, bizonyítva az eljárások pontosságát.

4. A Kramers-Kronig összefüggések

A Kramers-Kronig összefüggések (Lucarini, Saarinen, Peiponen, & Vartiainen, 2005) a Hilbert transzformáció egyik speciális alakja, amelyet számos területen alkalmaznak. Segítségükkel meghatározhatjuk egy rendszer átviteli karakterisztikájának valós (illetve képzetes) részét, ha ismerjük az átviteli karakterisztika képzetes (illetve valós) részét a teljes frekvenciatartományon. A Kramers-Kronig összefüggések legfontosabb alkalmazása az optikai visszaverődési adatok kiértékelése, mivel a reflektált hullám fázisa nehezen mérhető, azonban a Kramers-Kronig összefüggéssel kiszámítható (Bohren & Huffman, 2004), (Born & Wolf, 1999). Másik gyakori alkalmazási terület a rendszeridentifikáció, amikor mérési hibákkal terhelt frekvenciatartományi adatokból az időtartománybeli rendszerjellemző függvényeket, például az impulzusválaszt vagy ugrásválaszt kell meghatározni, úgy hogy az időtartománybeli rendszer a mérési hibák ellenére is kauzális legyen (Hall & Heck, 2009).

A Kramers-Kronig összefüggéseknek központi szerepe van a metaanyagok elektromágneses paramétereinek egyértelmű meghatározásánál. Ezért az 5. Mellékletben ezen összefüggések egyik lehetséges levezetését mutatom be, amelyik akár villamosmérnök hallgatók számára is követhető. Mivel a metaanyagok effektív paramétereinek egyértelmű meghatározásánál a törésmutatóra alkalmazom a Kramers-Kronig összefüggéseket [1], [2], ezért a továbbiakban a következő kifejezéseket használom

$$n(\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (4.1)$$

$$\kappa(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{n(\omega') - 1}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (4.2)$$

ahol $n(\omega)$ a törésmutató valós és $\kappa(\omega)$ a képzetes része. Az integrálok pontos kiértékeléséhez a teljes frekvencia tartományon ismerni kellene a törésmutató képzetes (illetve valós) részét. Ez nem lehetséges, mivel numerikus szimulációkból és mérésekből is csak véges frekvenciatartományon ismerhetjük a törésmutató képzetes (illetve valós) részét. Ezért a Kramers-Kronig összefüggések csak közelítő értékeket szolgáltatnak.

A Kramers-Kronig összefüggésekben szereplő integrálok számolhatók numerikusan, például a trapéz módszert alkalmazva [1]. A következő részben azonban zárt alakú összefüggéseket vezetek le [2], amelyek előnyösen alkalmazhatók mérnöki feladatok során. A zárt alakú összefüggések lehetővé teszik a metaanyagok effektív anyagparamétereinek egyértelmű meghatározását. Mivel a homogenizálás során a törésmutató valós részének az egyértelmű meghatározása körülményes [1], ezért a törésmutató valós részének a képzetes részből történő számítására mutatom be az összefüggéseket.

4.1 Zárt alakú Kramers-Kronig összefüggések

A Kramers-Kronig összefüggésben szereplő improprius integrál jobbról nyílt intervallumon definiált. Nagyon nagy frekvenciákon azonban az egyetlen bemenettel és egyetlen kimenettel rendelkező rendszer alapján megfogalmazott matematikai modell, lásd az (M.17) egyenletet, nem megfelelő az elektromágneses anyagok leírására. A legtöbb szigetelő anyag esetén, az ultraibolyánál nagyobb frekvenciákon, ahol még lehet méréseket végezni, a törésmutató valós része alulról tart az egyhez és a törésmutató képzetes része a frekvencia inverz harmadik hatványa szerint tart a nullához (Bohren & Huffman, 2004). A távoli ultraibolyánál nagyobb frekvenciákon, amikor a megvilágító elektromágneses gerjesztés hullámhossza összevethető az atomok közötti távolságokkal (például röntgensugarak esetén), diffrakció történik, és a Descartes törvény helyett a Laue elmélet (Kittel, 1981) írja le az elektromágneses hullámok és a kristályszerkezet kölcsönhatását. Ezeken a frekvenciákon az

anyagot nem lehet kontinuumnak tekinteni. A törésmutató szokásos definíciója már nem alkalmazható, mivel az anyag nem homogenizálható. Ezért az anyagparaméterek megfelelő értelmezéséhez a legnagyobb ω_h frekvenciától, amelyre az anyagparaméter még értelmezett (vagy amelyre még lehet mérést végezni) a végtelenig egy megfelelő folytatás szükséges. Ezt az extrapolációt úgy kell végrehajtani, hogy az impulzusválasz (ami például szigetelők esetén a (M.33) egyenlettel definiált szuszeptibilitás) belépő legyen, vagyis az időtartománybeli rendszer kauzális legyen. Általánosan használt közelítés, hogy a törésmutató képzetes része valamilyen analitikus függvény szerinti közelítéssel gyorsabban konvergál a nullához, mint a törésmutató valós része az egyhez. Metaanyagok esetén is hasonlóan kell eljárni, azzal a különbséggel, hogy a geometria méreteitől függően a homogenizálás határa akár a mikrohullámú tartományban is lehet, és nincs olyan feltétel, ami megkövetelné, hogy a törésmutató valós részének egyhez kell tartania. Ezért célszerű a (4.1) Kramers-Kronig összefüggést a következő alakba írni

$$n(\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} P \int_0^{\omega_h} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' + \frac{2}{\pi} P \int_{\omega_h}^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' = n_h + \frac{2}{\pi} P \int_0^{\omega_h} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (4.3)$$

ahol n_h a törésmutató valós része nagyon nagy frekvenciákon, amit frekvenciától független állandónak szokás tekinteni. Hasonlóképpen, feltételezve, hogy a törésmutató képzetes része nagyon nagy frekvenciákon nulla, a (4.2) összefüggés a következőképpen írható fel

$$\kappa(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{\omega_h} \frac{n(\omega') - n_h}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (4.4)$$

A rendelkezésre álló mérési eredmények vagy szimulációs adatok általában véges és viszonylag szűk frekvenciatartományra vonatkoznak (pl. mikrohullámú vagy az optikai tartomány egy része) ezért a Kramers-Kronig összefüggések közelítő értékét szolgáltatják a törésmutatónak, amire a továbbiakban az $n^{KK}(\omega)$ jelölést használom. A törésmutató képzetes része általában egy $[\omega_a, \omega_b]$ frekvencia tartomány L számú pontjában ismert és adatsorként adott. Az adatsor frekvencia pontjai gyakran egyforma $\Delta\omega$ távolságra helyezkednek el egymástól. A Kramers-Kronig összefüggésekben szereplő integrálok szingulárisak. A szingularitás elkerülése érdekében két hálót vezetnek be, az elsődleges és a másodlagos hálót. Az elsődleges háló ékezettel jelölt ω'_l frekvenciapontjaiban a törésmutató képzetes része $\kappa(\omega'_l) = \kappa_l$ ismert. A másodlagos háló frekvenciapontjaiban határozom meg a törésmutató valós részét. Az elsődleges és a másodlagos háló frekvenciapontjai között az

$$\omega_l = \frac{\omega'_l + \omega'_{l+1}}{2} = \omega'_l + \frac{\Delta\omega}{2}, \quad (4.5)$$

összefüggés áll fenn. A törésmutató valós részét megadó Kramers-Kronig összefüggés az alábbi alakba írható

$$n^{KK}(\omega) = n_h + \frac{2}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} P \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (4.6)$$

ahol L a frekvenciapontok száma, amelyekben ismert a törésmutató képzetes része és n_h egy frekvenciafüggetlen állandó, amelyikkel az integrál csonkolásának hibája korrigálható. Az adatsor ω'_l, ω'_{l+1} frekvenciapontjai között a törésmutató képzetes részének frekvenciafüggését közelítve zárt alakú kifejezéseket vezetnek le a Kramers-Kronig összefüggésekre.

4.1.1 Nullafokú közelítés

A nullafokú közelítés esetén, a törésmutató képzetes része legyen állandó az $[\omega'_l, \omega'_{l+1}]$ intervallumon és egyenlő az intervallum elején felvett értékkel $\kappa(\omega') = \kappa_l$, ahogy a 34.a ábrán látható. Ennek következtében a törésmutató képzetes része független az integrálási változótól, tehát (4.6) a következő alakba írható

$$n^{KK}(\omega) = n_h + \frac{2}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\kappa_l \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \right]. \quad (4.7)$$

A (4.7) összefüggésben szereplő integrálnak létezik primitív függvénye, amelyik a következő alakú

$$\int \frac{x}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2} \log |x^2 - a^2|, \quad (4.8)$$

ahol $\log()$ a természetes alapú logaritmust jelöli és a függőleges vonalak az abszolút értéket. A primitív függvényt behelyettesítve a (4.7) összefüggésbe, algebrai rendezések után a törésmutató valós részét megadó zárt alakú kifejezést [2] kapjuk

$$n^{KK}(\omega) = n_h + \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \kappa_l \log \left| \frac{\omega'^2_{l+1} - \omega^2}{\omega'^2_l - \omega^2} \right|, \quad (4.9)$$

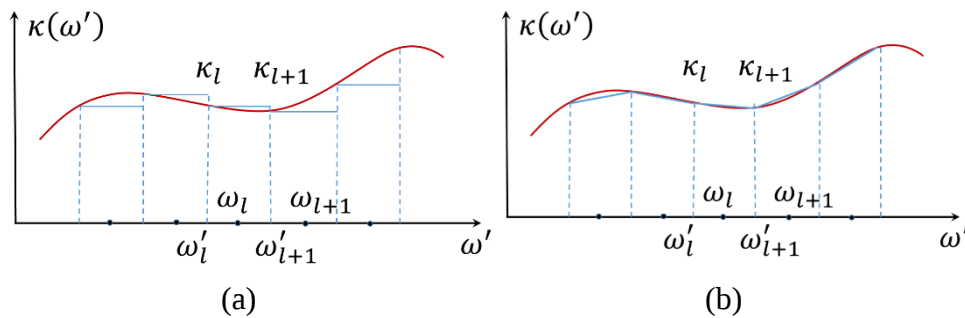
ami tetszőlegesen elosztott frekvenciapontokra is érvényes. Ekvidisztáns, $\Delta\omega$ távolságú frekvenciapontok esetén, az összefüggésben szereplő tört a következőképpen írható

$$\frac{\omega'^2_{l+1} - \omega^2}{\omega'^2_l - \omega^2} = \frac{(\omega'_l + \Delta\omega)^2 - \omega^2}{\omega'^2_l - \omega^2} = 1 + \frac{2\omega'_l \Delta\omega + \Delta\omega^2}{\omega'^2_l - \omega^2}, \quad (4.10)$$

amelynek segítségével a törésmutató valós része a következőképpen számítható ki

$$n^{KK}(\omega) = n_h + \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \kappa_l \log \left| 1 + \frac{2\omega'_l \Delta\omega + \Delta\omega^2}{\omega'^2_l - \omega^2} \right|. \quad (4.11)$$

Ez az összefüggés gyorsabb számítógépes algoritmust eredményez, mint a (4.9), mivel a tört számlálója nem függ az ω frekvenciától, ezért az előre kiszámítható és eltárolható⁹. A kifejlesztett algoritmus az $[\omega_l, \omega_{l+1}]$ intervallumot állandónak tekinti a törésmutató n_l valós részét és azt az elsődleges háló ω'_l frekvenciapontjához rendeli.



34. Ábra Az elsődleges és a másodlagos hálók szemléltetése. Az elsődleges hálón, amelynek frekvenciapontjait ékezet jelöli adott κ_l a törésmutató képzetes része. A törésmutató valós részét a másodlagos hálón határozom meg. Nullafokú közelítés esetén κ_l állandó az elsődleges rács ω'_l, ω'_{l+1} intervallumain (a), elsőfokú közelítés esetén lineárisan változik (b).

⁹ https://sourceforge.net/projects/closed-form-kk/files/KK_re_0th.m

4.1.2 Elsőfokú közelítés

Az elsőfokú közelítés esetén a törésmutató képzetes része lineárisan változik az $[\omega'_l, \omega'_{l+1}]$ intervallum végpontjain felvett $\kappa(\omega'_l) = \kappa_l$ és $\kappa(\omega'_{l+1}) = \kappa_{l+1}$ értékek között, ahogy a 34.b ábrán látható

$$\kappa(\omega') = m_l \omega' + b_l, \quad (4.12)$$

ahol az egyenes m_l meredeksége és az ω' tengellyel való b_l metszéspontja a következő összefüggésekkel adott

$$m_l = \frac{\kappa_{l+1} - \kappa_l}{\omega'_{l+1} - \omega'_l}, \quad b_l = \frac{\kappa_l \omega'_{l+1} - \kappa_{l+1} \omega'_l}{\omega'_{l+1} - \omega'_l}. \quad (4.13)$$

Behelyettesítve a törésmutató képzetes részének (4.12) alakú lineáris függését a (4.6) összefüggésbe, a törésmutató valós része a következő alakba írható fel

$$n^{KK}(\omega) = n_h + \frac{2}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \left[m_l \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega'^2}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' - b_l \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \right]. \quad (4.14)$$

Ennek a kifejezésnek az első integrálja a következő módon számítható ki

$$\int \frac{x^2}{x^2 - a^2} dx = x - a \tanh\left(\frac{x}{a}\right) = x - \frac{a}{2} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right|, \quad (4.15)$$

a második integrál pedig hasonló alakú, mint a (4.8). Az integrálok primitív függvényeit behelyettesítve a (4.14) összefüggésbe, érvényesítve az integrálási határokat, majd a hatékony implementáció érdekében előre kiszámítva és eltárolva azokat a tagokat, amelyek függetlenek az ω körfrekvenciától

$$c_{1,l} = \frac{\kappa_{l+1} - \kappa_l}{\pi \Delta \omega} = \frac{m_l}{\pi}, \quad c_{2,l} = \frac{\kappa_l \omega'_{l+1} - \kappa_{l+1} \omega'_l}{\pi \Delta \omega} = \frac{b_l}{\pi}, \quad c_{3,l} = 2\omega'_l \Delta \omega + \Delta \omega^2, \quad c_{4,l} = c_{1,l} \Delta \omega, \quad (4.16)$$

a következő iterációs összefüggést kapjuk

$$n^{KK}(\omega) = n_h + \sum_{l=0}^{L-1} \left\{ c_{4,l} + c_{1,l} \omega \log \left| \frac{(\omega + \omega'_l)(\omega - \omega'_{l+1})}{(\omega - \omega'_l)(\omega + \omega'_{l+1})} \right| + c_{2,l} \log \left| 1 + \frac{c_{3,l}}{\omega'^2_l - \omega^2} \right| \right\}. \quad (4.17)$$

Ezt az összefüggést a $\kappa_{l+1} = \kappa_l$ helyettesítéssel a (4.11) alakra lehet egyszerűsíteni. Abban az esetben, ha a törésmutató valós részének az értékeit az elsődleges háló frekvenciapontjaiban is meg kell adni, lineáris interpolációt lehet alkalmazni, kivéve az adatsor első és az utolsó frekvenciaértékénél, ahol extrapoláció szükséges. A megvalósított algoritmus¹⁰ a másodlagos hálón definiált törésmutató értékek közül az elsőt és az utolsót direkt rendeli ezekhez a frekvenciákhoz.

A következőkben az elsőrendű Kramers-Kronig összefüggés konvergenciáját vizsgálom az adatsor frekvenciatartományának és az n_h paraméternek a függvényében egy hipotetikus metaanyag esetén. A működési frekvenciákon számos metaanyag relatív elektromos permittivitása Drude modellel adható meg, amelyet egy Lorentz típusú rezonancia követ

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_h - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_e} - \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_h)\omega_{e0}^2}{\omega^2 + i\omega\delta_e - \omega_{e0}^2}, \quad (4.18)$$

¹⁰ https://sourceforge.net/projects/closed-form-kk/files/KK_re_1th.m

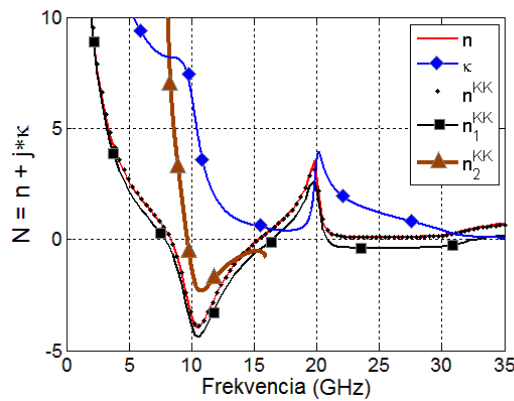
ahol $\varepsilon_h = 2$ a nagyfrekvenciás elektromos permittivitás, $\omega_p = 2\pi \times 35 \cdot 10^9$ rad/s a Drude plazmafrekvencia, $\gamma_e = 2\pi \times 3 \cdot 10^9$ rad/s a csillapítási tényező, $\varepsilon_s = 3$ a statikus elektromos permittivitás, $\omega_{e0} = 2\pi \times 20 \cdot 10^9$ rad/s az elektromos rezonanciafrekvencia, $\delta_e = 2\pi \times 0.6 \cdot 10^9$ rad/s az elektromos csillapítási együttható. A metaanyag relatív mágneses permeabilitása legyen Lorentz modell alakú

$$\mu_r(\omega) = \mu_h - \frac{(\mu_s - \mu_h)\omega_{m0}^2}{\omega^2 + i\omega\delta_m - \omega_{m0}^2}, \quad (4.19)$$

ahol $\mu_s = 2.5$ a statikus mágneses permeabilitás, $\mu_h = 1.1$ a nagyfrekvenciás mágneses permeabilitás, $\omega_{m0} = 2\pi \times 10 \cdot 10^9$ rad/s a mágneses rezonancia frekvencia és $\delta_m = 2\pi \times 2.2 \cdot 10^9$ rad/s a mágneses csillapítási együttható. A komplex törésmutatót az

$$N(\omega) = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)} = \sqrt{|\varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)|} e^{-i\frac{\angle \varepsilon_r(\omega)\mu_r(\omega)}{2}}, \quad (4.20)$$

összefüggéssel számítom ki a passzivitás feltételének figyelembevételével, ahol $\angle$ jelöli a fázist. A fenti paraméterek esetén a hipotetikus metaanyag törésmutatóját és az elsőfokú Kramers-Kronig összefüggéssel számított közelítéseket a 35. ábra szemlélteti, ahol a 0–35 GHz tartományon $L = 100$ frekvenciaértéket tartalmazó adatsort használok. A (4.20) képlettel adott törésmutató referenciának használt valós része a folytonos piros görbe, a képzetes rész pedig a kék görbe rombusz jelöléssel. A törésmutatónak a Kramers-Kronig összefüggéssel történő meghatározásához szükséges az n_h paraméter. A vizsgált metaanyag esetén $n_h = \sqrt{\varepsilon_h \mu_h} = 1.48$. Fekete pontok jelölik a (4.17) összefüggéssel számított törésmutató értékeket. Azonban az n_h értéke általában nem ismert. Ezért gyakran $n_h = 1$ közelítést alkalmazunk, aminek hatására a számított görbe függőlegesen eltolódik, lásd a fekete négyzetekkel jelölt görbét. A Kramers-Kronig összefüggés konvergenciáját nagymértékben befolyásolja a rendelkezésre álló adatok sávszélessége. Például a frekvenciatartományt a 8–16 GHz intervallumra csökkentve a (4.17) összefüggés a háromszögekkel jelölt barna görbét eredményezi, ami jelentősen eltér a piros színű referencia görbétől. Ezek a hibák csökkenthetők a következő részben levezetett zárt alakú Kivonó Kramers-Kronig összefüggések alkalmazásával.



35. Ábra A metaanyag törésmutatójának valós (piros görbe) és képzetes része (kék görbe rombusz jelöléssel), valamint a törésmutató valós részének közelítése elsőfokú Kramers-Kronig összefüggéssel. A fekete pontokkal jelölt görbe esetén $n_h = \sqrt{\varepsilon_h \mu_h}$, a fekete négyzetekkel jelölt görbe esetén pedig $n_h = 1$. A háromszögekkel jelölt barna görbe esetén a Kramers-Kronig összefüggés frekvenciatartományát a 8–16 GHz intervallumra csökkentettem.

A vizsgált metaanyag esetén, a nullafokú és az elsőfokú közelítések hasonló eredményt szolgáltatnak és az összefüggések konvergenciája is hasonló nagyságrendű. Az elsőfokú Kramers-Kronig

összefüggések abban az esetben előnyösebbek, amikor a metaanyag nagy jóságú tényezőjű rezonanciákkal rendelkezik, aminek következtében a törésmutató képzetes része meredeken változik egy szűk frekvenciatartományban.

4.2 Kivonó Kramers-Kronig összefüggések

A Kramers-Kronig integrálok konvergenciája lassú, ezért különböző módosított összefüggéseket vezettek be (Peiponen, Lucarini, Vartiainen, & Saarinen, 2004), (Palmer, Williams, & Budde, 1998) a konvergencia gyorsítására. Tegyük fel, hogy a törésmutató valós részét szeretnénk a képzetes rész ismeretében meghatározni, és hogy valamilyen független mérésből vagy számításból, az ω_1 frekvencián ismerjük az $n(\omega_1) = n_1$ törésmutató valós részének az értékét. Az ismert törésmutatóra

$$n_1 = 1 + \frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega_1^2} d\omega', \quad (4.21)$$

írható, amit kivonva a (4.1) összefüggésből a következőt eredményezi

$$n(\omega) - n_1 = \frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \omega' \kappa(\omega') \left[\frac{1}{\omega'^2 - \omega^2} - \frac{1}{\omega'^2 - \omega_1^2} \right] d\omega'. \quad (4.22)$$

Algebrai számítások után, (4.22) az elsőfokú Kivonó Kramers-Kronig összefüggésnek (Palmer, Williams, & Budde, 1998) nevezett alakba írható

$$n(\omega) = n_1 + \frac{2}{\pi} (\omega^2 - \omega_1^2) P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2)} d\omega'. \quad (4.23)$$

Hasonló módon, ha a törésmutatót két $n(\omega_1) = n_1$ és $n(\omega_2) = n_2$ frekvenciaértéknél ismerjük, a másodfokú Kivonó Kramers-Kronig összefüggés a következő

$$n(\omega) = \frac{\omega^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} n_1 + \frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} n_2 + \frac{2}{\pi} (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2)(\omega'^2 - \omega_2^2)} d\omega'. \quad (4.24)$$

Tegyük fel, hogy valamilyen független mérésből vagy számításból, p különböző frekvencián, amit horgonyfrekvenciának nevezünk, ismerjük a törésmutató értékeit. A p -fokú Kivonó Kramers-Kronig (Subtractive Kramers-Kronig SKK) összefüggés a

$$\beta_k(x) = \frac{(x^2 - x_1^2) \dots (x^2 - x_{k-1}^2)(x^2 - x_{k+1}^2) \dots (x^2 - x_p^2)}{(x_k^2 - x_1^2) \dots (x_k^2 - x_{k-1}^2)(x_k^2 - x_{k+1}^2) \dots (x_k^2 - x_p^2)}, \quad (4.25)$$

ortogonális polinomok bevezetésével a következő alakba írható

$$n(\omega) = \beta_1(\omega) n_1 + \beta_2(\omega) n_2 + \dots + \beta_p(\omega) n_p + \frac{2}{\pi} (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) + \dots + (\omega^2 - \omega_p^2) \times \\ P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega') d\omega'}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2) \dots (\omega'^2 - \omega_p^2)}, \quad (4.26)$$

ahol $n(\omega_1) = n_1$, $n(\omega_2) = n_2$, ..., $n(\omega_p) = n_p$ az ismert törésmutatók [2]. A kidolgozott eljárás feltételezi, hogy az ismert törésmutatók horgonyfrekvenciái a másodlagos hálózathoz tartoznak, így a (4.26) szingularitása szakaszonkénti integrálás alkalmazása nélkül is kiküszöbölhető.

4.2.1 A Kivonó Kramers-Kronig összefüggés nullafokú közelítése

Nullafokú közelítés esetén a törésmutató képzetes része állandó az $[\omega'_l, \omega'_{l+1}]$ intervallumon és egyenlő az intervallum elején felvett értékkel $\kappa(\omega') = \kappa_l$. A közelítés felhasználásával a (4.26) integrálja a következőképpen írható

$$\int_0^\infty \frac{\omega' \kappa(\omega') d\omega'}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2) \dots (\omega'^2 - \omega_p^2)} = \sum_{l=0}^{L-1} \left[\kappa_l \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega' d\omega'}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2) \dots (\omega'^2 - \omega_p^2)} \right], \quad (4.27)$$

amelynek létezik primitív függvénye

$$\int \frac{x dx}{(x^2 - a_1^2)(x^2 - a_2^2) \dots (x^2 - a_p^2)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{\log|x^2 - a_i^2|}{(a_i^2 - a_1^2) \dots (a_i^2 - a_{i-1}^2)(a_i^2 - a_{i+1}^2) \dots (a_i^2 - a_p^2)}. \quad (4.28)$$

A primitív függvényt behelyettesítve a (4.26) összefüggésbe, érvényesítve az integrálási határokat és algebrai rendezéseket végezve, a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés a következő zárt alakú kifejezésként írható

$$n^{KK}(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \kappa_l \log \left| \frac{\omega'_{l+1}^2 - \omega^2}{\omega_l'^2 - \omega^2} \right| + \sum_{i=1}^p \left\{ \beta_i(\omega) \left[n_i - \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \kappa_l \log \left| \frac{\omega'_{l+1}^2 - \omega_i^2}{\omega_l'^2 - \omega_i^2} \right| \right] \right\}. \quad (4.29)$$

A (4.29) összefüggés számításigénye nagymértékben csökkenthető a baricentrikus összefüggések (Geröcs & Vancsó, 2010) felhasználásával, előre kiszámolva és eltárolva azokat a tagokat, amelyek nem függnek az ω frekvenciától. Az elsődleges hálón egyenletesen elhelyezett frekvenciapontok esetén az első összegben szereplő törtet a (4.10) összefüggéshez hasonlóan lehet átalakítani. Bevezetve az alábbi súlyokat és együtthatókat

$$w_i = \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^p (\omega_i^2 - \omega_k^2)^{-1}, \quad (4.30)$$

$$g_i = n_i - \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \kappa_l \log \left| 1 + \frac{2\omega'_l \Delta\omega + \Delta\omega^2}{\omega_l'^2 - \omega_i^2} \right|, \quad (4.31)$$

ahol ω_i a másodlagos háló i sorszámú horgonyfrekvenciája és $i = 1 \dots p$, a (4.29) összefüggés a következő alakra hozható

$$n^{KK}(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{L-1} \kappa_l \log \left| 1 + \frac{c_{3,l}}{\omega_l'^2 - \omega^2} \right| + \frac{\sum_{i=0}^p \frac{w_i}{\omega^2 - \omega_i^2} g_i}{\sum_{i=0}^p \frac{w_i}{\omega^2 - \omega_i^2}}. \quad (4.32)$$

A (4.32) összefüggés szinguláris a horgonyfrekvenciáknál, ez azonban könnyen elkerülhető az $n^{KK}(\omega_i) = n(\omega_i)$ helyettesítéssel amikor $|\omega - \omega_i| < \varepsilon$, ahol ε egy kisértékű pozitív szám. A (4.32) baricentrikus formalizmust használó összefüggés előnye, hogy csupán $O(n)$ művelet szükséges a kiértékeléshez és minimálisra csökkenti a $\log()$ függvényhívások számát. A (4.32) összefüggést megvalósító Matlab függvény szabadon letölthető¹¹. Összehasonlítva a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés (4.32) zárt alakját a Kramers-Kronig összefüggés (4.11) alakú kifejezésével

¹¹ https://sourceforge.net/projects/closed-form-kk/files/subtKK_nPt_re_0th.m

megfigyelhető, hogy az n_h helyén a baricentrikus összeg áll. Ez a tag frekvenciafüggő, így nem csupán n_h egy közelítése, hanem hozzájárul a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés konvergenciájának növeléséhez.

4.2.2 A Kivonó Kramers-Kronig összefüggés elsőfokú közelítése

A törésmutató képzetes része változzon lineárisan az $[\omega'_l, \omega'_{l+1}]$ intervallum végpontjain felvett $\kappa(\omega'_l) = \kappa_l$ és $\kappa(\omega'_{l+1}) = \kappa_{l+1}$ értékek között a (4.12) egyenlet szerint. A lineáris közelítés felhasználásával a (4.26) integrálja a következőképpen írható

$$\int_0^\infty \frac{\omega' \kappa(\omega') d\omega'}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2) \dots (\omega'^2 - \omega_p^2)} = \sum_{l=0}^{L-1} \left[m_l \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega'^2 d\omega'}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2) \dots (\omega'^2 - \omega_p^2)} + \right. \\ \left. + b_l \int_{\omega'_l}^{\omega'_{l+1}} \frac{\omega' d\omega'}{(\omega'^2 - \omega^2)(\omega'^2 - \omega_1^2) \dots (\omega'^2 - \omega_p^2)} \right]. \quad (4.33)$$

Ennek az összefüggésnek az első integrálját ki lehet fejezni a következő zárt alakban

$$\int \frac{x^2 dx}{(x^2 - a_1^2)(x^2 - a_2^2) \dots (x^2 - a_p^2)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \frac{a_i}{(a_i^2 - a_1^2) \dots (a_i^2 - a_{i-1}^2)(a_i^2 - a_{i+1}^2) \dots (a_i^2 - a_p^2)} \log \left| \frac{x + a_i}{x - a_i} \right|, \quad (4.34)$$

a második integrál pedig hasonló alakú, mint a (4.28). Behelyettesítve a (4.34) és (4.28) primitív függvényeket a (4.33) összefüggésbe, az integrálási határok érvényesítése után elvégzett algebrai manipulációk a következő zárt alakú összefüggést eredményezik

$$n^{KK}(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\omega \sum_{l=0}^{L-1} m_l \log \left| \frac{(\omega + \omega'_l)(\omega - \omega'_{l+1})}{(\omega - \omega'_l)(\omega + \omega'_{l+1})} \right| + \sum_{l=0}^{L-1} b_l \log \left| \frac{\omega_{l+1}^2 - \omega^2}{\omega_l^2 - \omega^2} \right| \right] + \\ \sum_{i=1}^p \beta_i(\omega) \left\{ n_i + \frac{1}{\pi} \left[\omega_i \sum_{l=0}^{L-1} m_l \log \left| \frac{(\omega_i + \omega'_l)(\omega_i - \omega'_{l+1})}{(\omega_i - \omega'_l)(\omega_i + \omega'_{l+1})} \right| - \sum_{l=0}^{L-1} b_l \log \left| \frac{\omega_{l+1}^2 - \omega_i^2}{\omega_l^2 - \omega_i^2} \right| \right] \right\}. \quad (4.35)$$

Ezt az egyenletet a $\kappa_{l+1} = \kappa_l$ helyettesítéssel a nullafokú közelítés (4.29) alakjára lehet egyszerűsíteni. Összehasonlítva az elsőfokú (4.35) és a nullafokú (4.29) közelítések megfelelő tagjait megfigyelhető, hogy az elsőfokú közelítés számításigénye elsősorban a számosabb $\log(\cdot)$ függvény kiértékelés következménye. A (4.35) összefüggés számításigényét is jelentősen lehet csökkenteni a baricentrikus formalizmus bevezetésével, előre kiszámítva és eltárolva azokat az együtthatókat, amelyek függetlenek az ω frekvenciától. Bevezetve a következő együtthatókat

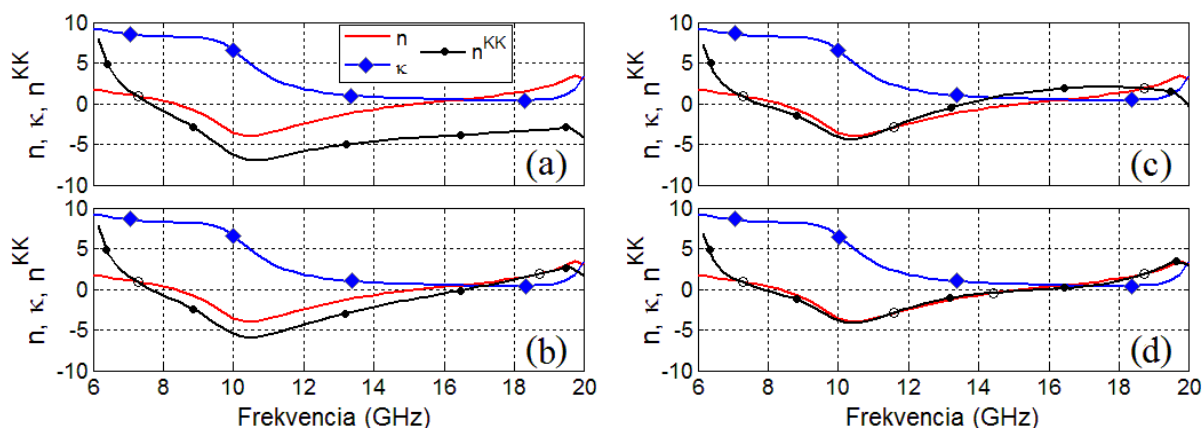
$$f_i = n_i + \frac{1}{\pi} \left[\omega_i \sum_{l=0}^{L-1} m_l \log \left| \frac{(\omega_i + \omega'_{l+1})(\omega_i - \omega'_l)}{(\omega_i - \omega'_{l+1})(\omega_i + \omega'_l)} \right| - \sum_{l=0}^{L-1} b_l \log \left| \frac{\omega_{l+1}^2 - \omega_i^2}{\omega_l^2 - \omega_i^2} \right| \right], \quad (4.36)$$

ahol ω_i a másodlagos háló i sorszámú horgonyfrekvenciája és $i = 1 \dots p$, a (4.35) összefüggés a következő számítógépes megvalósításra alkalmas alakra hozható

$$n^{KK}(\omega) = \sum_{l=0}^{L-1} \left[c_{1,l} \omega \log \left| \frac{(\omega + \omega'_l)(\omega - \omega'_{l+1})}{(\omega - \omega'_l)(\omega + \omega'_{l+1})} \right| + c_{2,l} \log \left| 1 + \frac{c_{3,l}}{\omega_l^2 - \omega^2} \right| \right] + \frac{\sum_{i=0}^p \frac{w_i}{\omega^2 - \omega_i^2} f_i}{\sum_{i=0}^p \frac{w_i}{\omega^2 - \omega_i^2}}. \quad (4.37)$$

A (4.37) összefüggést megvalósító Matlab függvény szabadon letölthető¹². A (4.37) egyenletet összehasonlítva a Kramers-Kronig összefüggés esetén levezetett elsőfokú közelítést alkalmazó zárt alakú (4.17) kifejezéssel megfigyelhető, hogy a $c_{1,l}$ és $c_{2,l}$ együtthatókat tartalmazó együtthatók mindkét kifejezés esetén ugyanazok és mindkettő a neki megfelelő nullafokú közelítésre egyszerűsödik a $\kappa_{l+1} = \kappa_l$ helyettesítéssel. Ezért a zárt alakú összefüggéseket implementáló programcsomag rendszermagja hasonló lehet, ami olyan egységesített algoritmus megvalósítását teszi lehetővé, amelyik speciális esetekként kezeli a nulla és az elsőfokú Kramers-Kronig és a Kivonó Kramers-Kronig összefüggéseket és magasabb rendű közelítésekre is kiterjeszthető. Hasonló összefüggések vezethetők le, ha a törésmutató képzetes részét szeretnénk annak valós részéből meghatározni.

A következőkben az elsőfokú zárt alakú Kivonó Kramers-Kronig összefüggés konvergenciáját vizsgálom a horgonyfrekvenciák P számának a függvényében a 35. ábrán látható törésmutatóval rendelkező hipotetikus metaanyag esetén. A cél, hogy a törésmutató képzetes részéből meghatározzam a törésmutató valós részét a negatív törésmutatójú frekvenciatartományban, ha a rendelkezésre álló adatok frekvenciatartománya a 6–20 GHz sávra korlátozott. A (4.37) zárt alakú összefüggéssel számított törésmutatókat a 36. ábra szemlélteti. A törésmutató képzetes részét, ami $L = 40$ pontban ismert a 6–20 GHz frekvenciatartományon a rombuszokkal jelölt kék színű görbe mutatja. Referenciaként piros színű görbével ábrázoltam a (4.20) képlettel számított törésmutató valós részét. Az ábrákon a horgonyfrekvenciáknak megfelelő törésmutató értékeket kör szimbólumok jelölik. A pontokkal jelölt fekete színű görbék a (4.37) zárt alakú Kivonó Kramers-Kronig összefüggéssel számított törésmutató értékek. A 36.a ábra az egyetlen horgonyfrekvenciával, a 36.b ábra a két horgonyfrekvenciával, a 36.c ábra a három horgonyfrekvenciával és a 36.d ábra a négy horgonyfrekvenciával számított törésmutatókra vonatkozik. Megfigyelhető, hogy a Kivonó Kramers-Kronig összefüggéssel számított görbék a horgonyfrekvenciáknál pontosak. Az ábrákon jól látható a Kivonó Kramers-Kronig összefüggéssel meghatározott törésmutatók konvergenciája a képlettel számított törésmutató értékekhez a horgonypontok számának a növelésével. Az ábrákon látható számításokat megvalósító Matlab programok szabadon letölthetők¹³.



36. Ábra Az elsőfokú zárt alakú Kivonó Kramers-Kronig összefüggés konvergenciája a horgonyfrekvenciák függvényében. A törésmutató valós része egyetlen frekvencián (a), két frekvencián (b), három frekvencián (c) és négy frekvencián (d) ismert.

¹² https://sourceforge.net/projects/closed-form-kk/files/Formula_KK_LinearApr.m

¹³ <https://sourceforge.net/projects/closed-form-kk/files/>

4.3 II. Téziscsoport: Zárt alakú Kramers-Kronig és Kivonó Kramers-Kronig összefüggések

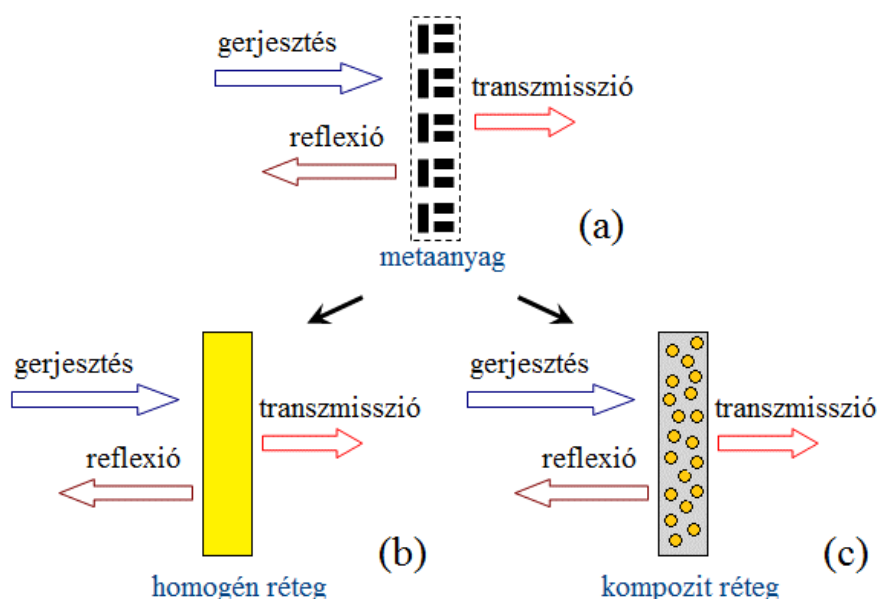
A téziscsoporthoz kapcsolódó publikáció: [2].

II.1 Zárt alakú kifejezéseket vezettem le a Kramers-Kronig és a Kivonó Kramers-Kronig összefüggésekre. A zárt alakú összefüggéseket a törésmutató valós részének, annak képzetes részéből történő meghatározásával szemléltettem. Az integrálok szingularitásának elkerülése érdekében két hálót alkalmaztam. Az elsődleges háló frekvenciapontjaiban ismert a törésmutató képzetes része. A másodlagos háló frekvenciapontjaiban határozom meg a törésmutató valós részét. A két háló el van tolva egymáshoz képest úgy, hogy a másodlagos háló frekvenciapontjai az elsődleges háló frekvenciapontjai közé esnek. Az elsődleges hálónak a frekvenciapontjai között a törésmutató képzetes részének nulla fokú (két frekvencia pont között állandó érték), vagy első fokú (két frekvencia pont között lineáris változás) közelítésével vezettem le a Kramers-Kronig és a Kivonó Kramers-Kronig összefüggések zárt alakját. A zárt alakú összefüggések csak a négy alpműveletet, valamint valós argumentumú logaritmikus függvényeket tartalmaznak. Ezért a modellek kellően gyorsak, hogy sikeresen beépíthetők legyenek mérnöki programcsomagokba.

II.2 Megmutattam, hogy a levezetett zárt alakú összefüggések negatív törésmutatójú metaanyagok esetén is alkalmazhatók. A zárt alakú Kramers-Kronig összefüggés nagyon jó közelítéssel szolgáltatja a törésmutató valós részét a képzetes rész ismeretében, ha az elég széles frekvencia tartományon ismert. Ha az adatok sáv szélessége nem elég nagy, akkor a zárt alakú Kramers-Kronig összefüggés nem ad elég pontos eredményt. Ilyen esetben viszont, ha valamilyen független mérésből vagy számításból néhány frekvencián, amit horgonyfrekvenciának nevezünk, ismerjük a törésmutató értékét, a zárt alakú Kivonó Kramers-Kronig összefüggés megfelelő pontosságú eredményt szolgáltat. A referenciaként használt metaanyag negatív értékeket is felvevő törésmutatójára megmutattam, hogyan konvergál a zárt alakú Kivonó Kramers-Kronig összefüggés a horgonyfrekvenciák számának a függvényében.

5. Metaanyagok homogenizálása

A metaanyagok gyakran periodikus szerkezetek. Ha egy periodikus szerkezet elemi cellájának méretei sokkal kisebbek, mint a működési frekvenciatartomány legrövidebb hullámhossza, akkor a szerkezet homogenizálható és a transzmissziós és a reflexiós tulajdonságai jó közelítéssel megjósolhatók a homogenizált ekvivalens modell elektromágneses paramétereinek segítségével. A metaanyagok homogenizálása azonban körülményes és nagy körültekintést igényel, mivel az elemi cellák jellemző méretei gyakran nem sokkal kisebbek a vezetett hullámhossznál. Ezért nincs általánosan alkalmazható módszer a metaanyagok anyagparamétereinek kiszámítására. Ebben a részben két homogenizálási eljárást mutatok be, ahogy a 37. ábrán látható. Az első eljárás az effektív paraméterek meghatározása során a diszkrét elemekből álló metaanyagot egy olyan homogén réteggel helyettesíti, amelynek ugyanolyan transzmissziós és reflexiós tulajdonságai vannak, mint a metaanyagoknak. A második eljárás kompozitok nagyfrekvenciás keverési törvényeit alkalmazza a metaanyagok anyagparamétereinek meghatározására.



37. Ábra Metaanyagok homogenizálása. A diszkrét elemekből álló metaanyag (a) egy olyan homogén réteggel (b) vagy kompozit réteggel (c) helyettesíthető, amelynek transzmissziós és reflexiós paraméterei megegyeznek a metaanyagével.

5.1 Metaanyagok homogenizálása az S-paraméterek ismeretében

A periodikus, síkfelületű metaanyagok homogenizálásának gyakori módszere, hogy a metaanyagot egy olyan hipotetikus vékonyréteggel helyettesítjük, amelynek transzmissziós és reflexiós paraméterei megegyeznek a metaanyagével. Ismert anyagparaméterek esetén, a 6. Mellékletben levezetett összefüggések alkalmazásával nem okoz nehézséget a transzmissziós és reflexiós együtthatók egyértelmű meghatározása. Különlegesen nehéz azonban az inverz feladat, a transzmissziós és reflexiós adatokból meghatározni az anyagparamétereket.

Ebben a részben eljárást mutatok be metaanyagok effektív paramétereinek transzmissziós és reflexiós adatokból történő egyértelmű meghatározására. Az eljárás a Nicolson-Ross-Weir (NRW) modell (Nicolson & Ross, 1970) kiterjesztése az elektromos és mágneses tulajdonságokkal egyaránt rendelkező metaanyagok homogenizálására, amikor négy paramétert, például a törésmutatónak és a hullámimpedanciának a valós és képzetes részét kell meghatározni. Amint látni fogjuk, a törésmutató meghatározása nem egyértelmű, az általam javasolt eljárás a Kramers-Kronig összefüggéseket alkalmazza ennek a problémának a kiküszöbölésére.

Az egyszerűség kedvéért merőleges beesésű síkhullámmal gerjesztett, levegőben álló metaanyag réteget helyettesítünk egy homogén és izotróp anyagparaméterekkel rendelkező réteggel (lásd az 37.a

és b ábrákat), úgy hogy azok transzmissziós és reflexiós tulajdonságai megegyezzenek. Ez a helyettesítés elterjedt, jóllehet a legtöbb metaanyag anizotróp és valamilyen hordozón helyezkedik el. Merőleges beesésű síkhullám gerjesztésre az ismert anyagparaméterekkel és d_{eff} vastagsággal rendelkező homogén réteg reflexiós S_{11} és transzmissziós S_{21} paraméterei (lásd a 6. Melléklet levezetéseit) a következő alakúak (Smith, Vier, Koschny, & Soukoulis, 2005)

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{R_{01} \left(1 - e^{-i2N_{eff}k_0d_{eff}} \right)}{1 - R_{01}^2 e^{-i2N_{eff}k_0d_{eff}}}, \\ S_{21} &= \frac{(1 - R_{01}^2) e^{-iN_{eff}k_0d_{eff}}}{1 - R_{01}^2 e^{-i2N_{eff}k_0d_{eff}}}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Ismert S_{11} reflexiós és S_{21} transzmissziós paraméterek esetén a hullámimpedancia és a törésmutató meghatározása számos nehézségbe ütközik. A hullámimpedancia az (5.1) egyenletekből a következő alakba írható (Smith, Vier, Koschny, & Soukoulis, 2005)

$$Z_{eff} = \pm \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}}. \quad (5.2)$$

A hullámimpedancia előjelét a $\text{Re}(Z_{eff}) > 0$ feltételből (passzív anyag veszteséges) határozhatjuk meg. Amikor $\text{Re}(Z_{eff}) \approx 0$ (például a transzmisszió közelítőleg nulla és a metaanyag minden beeső elektromágneses hullámot visszaver), akkor a számítási vagy mérési hibák helytelen előjelet eredményezhetnek. Ebben az esetben a hullámimpedancia előjele a $|e^{-iN_{eff}k_0d_{eff}}| \leq 1$ feltételből határozható meg (Chen, Grzegorzczk, Wu, Pacheco, & Kong, 2004). Az (5.1) egyenletekből algebrai rendezésekkel

$$e^{-iN_{eff}k_0d_{eff}} = \frac{S_{21}}{1 - S_{11}R_0}, \quad (5.3)$$

amelyből a komplex törésmutató kifejezhető. Felhasználva az $e^{-i\alpha} = e^{-i(\alpha \pm 2m\pi)}$ összefüggést és alkalmazva a logaritmus számolás szabályait a komplex törésmutató kifejezése

$$N_{eff} = \frac{1}{k_0d_{eff}} \left\{ \text{Im} \left[\ln \left(\frac{S_{21}}{1 - S_{11}R_0} \right) \right] + 2m\pi - i \text{Re} \left[\ln \left(\frac{S_{21}}{1 - S_{11}R_0} \right) \right] \right\} = N_{eff}^0 + \frac{2m\pi}{k_0d_{eff}}, \quad (5.4)$$

amelyik többértékű függvény, ahol $m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ a logaritmus függvény ágindexét (branch index) jelölő egész szám és N_{eff}^0 a logaritmus függvény főágának ($m = 0$) megfelelő törésmutató. A törésmutató képzetes része egyértelműen meghatározható, azonban a törésmutató valós része tartalmazza a komplex logaritmus függvény matematikailag lehetséges ágait, amelyek közül egy adott frekvencián csak egynek van fizikai jelentése. Mivel a törésmutató képzetes része egyértelműen ismert, ezért a törésmutató valós része közelítőleg meghatározható az előző részben tárgyalt (4.1) Kramers-Kronig összefüggés vagy a (4.26) Kivonó Kramers-Kronig összefüggés segítségével [1], [2]. A kidolgozott eljárás a komplex logaritmus függvény lehetséges ágai közül azt választja, amelyikkel a törésmutató valós része a legközelebb kerül a Kramers-Kronig vagy a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés által adott becsléshez [1],

$$m = \text{Round} \left[\left(n^{KK} - n_{eff}^0 \right) \frac{k_0d_{eff}}{2\pi} \right]. \quad (5.5)$$

Az effektív törésmutató és a hullámimpedancia ismeretében a metaanyaghoz rendelhető effektív elektromos permittivitás és mágneses permeabilitás is meghatározható

$$\epsilon_{\text{eff}} = N_{\text{eff}} / Z_{\text{eff}}, \quad \mu_{\text{eff}} = N_{\text{eff}} Z_{\text{eff}}. \quad (5.6)$$

A metaanyag effektív paramétereit meghatározó eljárás (EMPEX¹⁴) lépései a következők [1], [2], [K2]:

- a. Szimulációkkal vagy mérésekkel minél szélesebb frekvenciatartományban meghatározzuk az S-paramétereket. Ha szükséges, analitikus folytatással terjesszük ki az adatokat a nulla frekvenciáig. Mivel négy paramétert kell meghatározni, ami a törésmutató és a hullámimpedancia vagy az elektromos permittivitás és a mágneses permeabilitás valós és képzetes része, ezért a transzmisszióknak és a reflexióknak a nagysága és a fázisa is szükséges a homogenizálás elvégzéséhez.
- b. Numerikus térszámítással, ekvivalens áramkörrel, stb. megbecsüljük a homogenizálhatóság határát.
- c. Az (5.2) összefüggéssel meghatározzuk a hullámimpedanciát.
- d. Az (5.4) összefüggéssel kiszámítjuk a törésmutató képzetes részét és az $m = 0$ főágnak megfelelő valós részt.
- e. A törésmutató képzetes részének ismeretében a (4.1) Kramers-Kronig összefüggéssel megbecsüljük a törésmutató valós részét.
- f. Az (5.5) összefüggéssel kiválasztjuk a komplex logaritmikus függvény lehetséges ágai közül azokat, amelyekkel a törésmutató valós része a legközelebb kerül a Kramers-Kronig összefüggés által adott becsléshez.
- g. Megvizsgáljuk a törésmutató valós részének a folytonosságát a kisebb frekvenciáktól haladva a nagyobbak felé. A számítások eredményeként kapott metaanyag paramétereket csak az első diszkontinuitásig tekintjük érvényesek. A diszkontinuitás oka lehet az S-paraméterek véges frekvencia tartománya miatt a Kramers-Kronig integrál csonkolása következtében fellépő pontatlanság. Az S-paraméterek frekvenciatartományának növelésével, vagy a Kivonó Kramers-Kronig összefüggések alkalmazásával az ilyen típusú diszkontinuitás kiküszöbölhető. A diszkontinuitás jelezheti a homogenizálás felső határát is. Ebben az esetben a frekvenciatartomány növelésével a diszkontinuitást nem lehet kiküszöbölni.
- g1. Diszkontinuitás esetén egy újabb lépést lehet az eljárásba iktatni, amikor az érvényes törésmutató értékek közül kiválasztjuk a horgonyfrekvenciáknak megfelelő értékeket, majd alkalmazzuk a Kivonó Kramers-Kronig összefüggést a törésmutató valós részének pontosabb becslése érdekében, majd visszatérünk az f lépéshez.
- h. Ha szükséges az (5.6) összefüggéssel meghatározható az elektromos permittivitás és a mágneses permeabilitás frekvenciafüggése.

A Kramers-Kronig összefüggéseket nemcsak a törésmutatónak, hanem a hullámimpedanciának és az összes többi effektív anyagparaméternek is teljesítenie kell ahhoz, hogy a homogenizált modell kauzális legyen. Ha ez nem teljesül, akkor a meghatározott metaanyag paraméterek nem értelmezhetők. Amikor az S-paraméterek meghatározása mérésel történik, akkor azok véges frekvenciasávban ismertek. Mivel a metaanyagok működési frekvenciája közel eshet a homogenizálás határához, ezért a szimulációk során kapott S-paraméterek frekvenciasávja sem növelhető tetszés szerint. Ilyen esetekben szükséges lehet az S-paraméterek analitikus folytatása, aminek következtében a metaanyag időtartománybeli viselkedése eltérhet a homogenizált anyagparamétereket használó modell dinamikájától. Az S-paraméterek analitikus folytatását úgy kell elvégezni, hogy a homogenizált modell kauzalitása biztosítva legyen. A javasolt eljárás alkalmazhatósága nagymértékben függ a Kramers-Kronig integrál kiértékelésének pontosságától, ami az S-paraméterek jóval szélesebb frekvencia tartományon való ismeretét feltételezi, mint amin a metaanyag paramétereket kell

¹⁴ <https://sourceforge.net/projects/effmetamatparam/files/>

meghatározni. Ez a mérésekkel és numerikus térszámítással történő meghatározás esetén is nehézséget jelenthet. Alapvetően fontos, hogy minimálisra választott frekvenciatartomány mellett megfelelő pontossággal tudjuk meghatározni a törésmutatót, ami megvalósítható a Kivonó Kramers-Kronig összefüggésekkel.

Az NRW típusú homogenizálási modelleket számos metaanyag struktúra esetén használták és helyességét kísérletileg is igazolták, valamint megmutatták, hogy a meghatározott effektív paraméterek nem sértenek semmilyen elméleti feltételt vagy természeti jelenséget (Koschny, Markos, Smith, & Soukoulis, 2003). Azonban a modell korlátait, és a meghatározott paraméterek érvényességi feltételeit mindig figyelembe kell venni. Először is a metaanyagoknak kiterjedt közeltere lehet, ezért nem egyértelmű, hogyan válasszuk meg a homogenizálás során használt réteg d_{eff} effektív vastagságát. A (Chen, Grzegorczyk, Wu, Pacheco, & Kong, 2004) azt a legkisebb távolságot választja az effektív vastagságnak, amelynél a hullámimpedancia függetlenné válik a d_{eff} értékétől, amit optimalizálással lehet meghatározni. Ez az eljárás azonban gyakran túlságosan széles d_{eff} értékeket eredményez, ami jóval meghaladja a metaanyag vastagságát. Gyakran a d_{eff} effektív vastagságot egyenlőnek választják a metaanyag tényleges vastagságával. Az elektromágneses térszámítás során az S-paraméterek meghatározására szolgáló felületeket vagy kapukat a metaanyag közelterén kívül kell elhelyezni. Ezért a térszámítás eredményeként kapott S-paraméterek fázisát a kapuk és a metaanyag felülete közötti távolságnak megfelelően módosítani kell. Ennek következtében a homogén réteg és a metaanyag elektromágneses téreloszlása nemcsak a rétegek belsejében, hanem azok környezetében is különbözik. Másodszor, az elektromágneses paraméterek gyakran nemlokálisak. Az effektív hullámimpedancia és az effektív törésmutató is jelentősen változhat a metaanyagot alkotó szerkezetek rétegszámának vagy a gerjesztő elektromágneses síkhullám terjedési irányának a függvényében. Többretegű metaanyagok esetén a rétegszám növelésével az elektromágneses paramétereknek konvergálniuk kellene. Azonban gyakran előfordul, hogy a rétegszám növelésével a metaanyag már nem átlátszó vagy a homogenizálhatóság feltételei a konvergencia beállta előtt már nem teljesülnek. Ezért az effektív paraméterek használata különleges megfontolásokat igényel. Az NRW típusú modellekkel meghatározott homogén anyagparaméterekkel rendelkező rétegek csak azokban a speciális esetekben tudják helyettesíteni a metaanyagot, amikor azok közvetlen környezetében nincsenek egyéb komponensek, például antennák, polarizátorok stb., és a másodlagos reflexiók elhanyagolhatóak [11]. Általában a metaanyagok és a környezetükben levő egyéb szerkezetek közötti kölcsönhatások nem elhanyagolhatóak. Ennek ellenére, még a nemlokális metaanyag paraméterek is hasznosak lehetnek, mivel jó kiindulási értéket szolgáltathatnak a metaanyagok teljes szerkezetét figyelembe vevő optimalizálások esetén [12]. A metaanyagok homogenizálásával foglalkozó legújabb kutatások ezeknek a korlátoknak a korrigálását célozzák, különös tekintettel a nemlokális homogenizálás problémáira vonatkozóan (Tsukerman, 2011), (Karamanos, Dimitriadis, & Kantartzis, 2014), (Alu, Yaghjian, Shore, & Silveirinha, 2011), (Liu & Alu, 2013), azonban ezek az eljárások is igénylik az NRW típusú modellek használatát, például a hullámszám meghatározásánál.

5.1.1 Az effektív metaanyag paraméterek ágproblémája

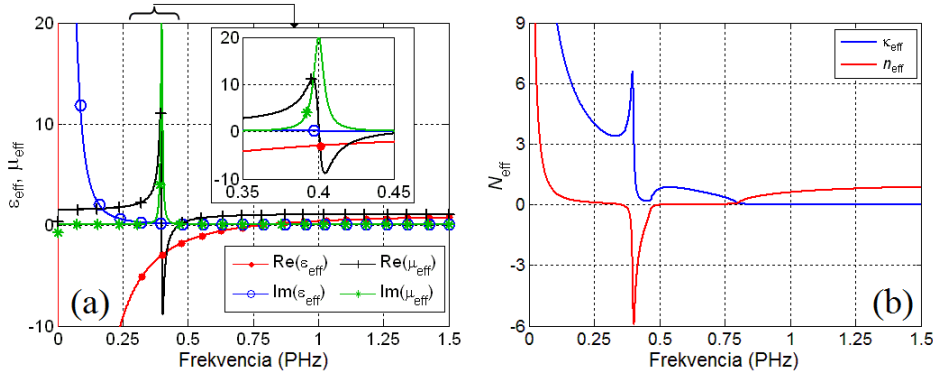
A továbbiakban két homogén réteg effektív anyagparamétereinek kiszámításával illusztrálom a kidolgozott eljárást és a megfelelő m ágindex kiválasztásának a fontosságát [1]. Mindkét réteg azonos anyagból készült, azonban vastagságuk különbözik: az egyik 40 nm, a másik 200 nm vastag. Válasszuk a homogén rétegek elektromos permittivitását a (2.62) Drude modellhez hasonlóan

$$\varepsilon_r = \varepsilon_h - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - i\gamma_c \omega}, \quad (5.7)$$

amelynek paraméterei $\varepsilon_h = 1.8$, $\omega_{pe} = 2\pi \cdot 0.8$ PHz, $\gamma_c = 0.08$ PHz. A homogén rétegek mágneses permeabilitás legyen a (2.61) Lorentz modellhez hasonló alakú

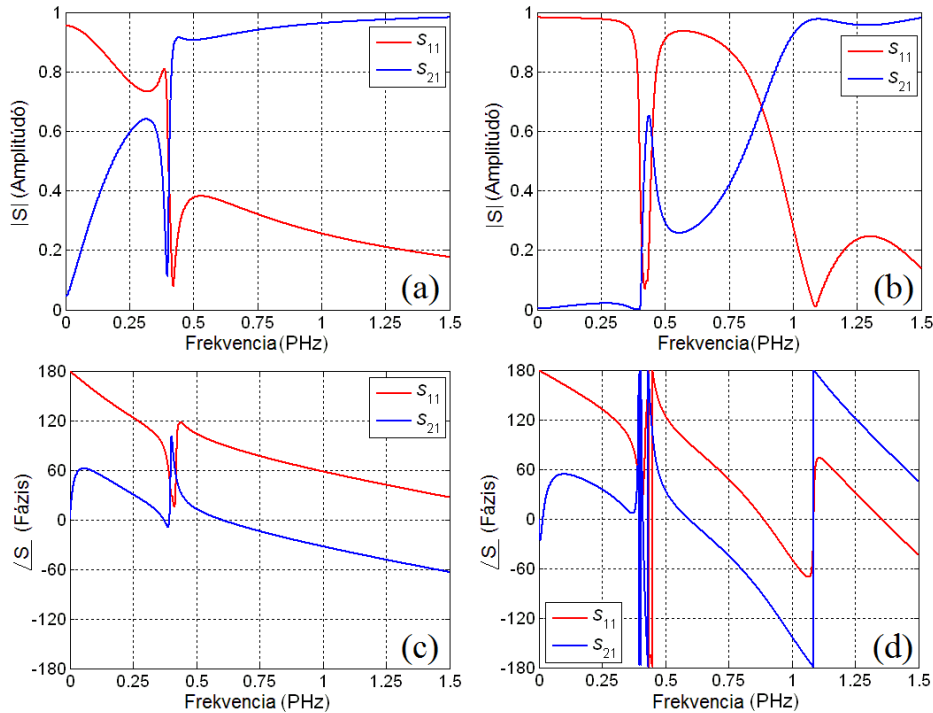
$$\mu_r(\omega) = \mu_h - \frac{(\mu_s - \mu_h)\omega_{m0}^2}{\omega^2 + i\omega\delta_m - \omega_{m0}^2}, \quad (5.8)$$

amelynek paramétereit $\mu_h = 1.1$, $\mu_s = 1.3$, $\omega_{m0} = 2\pi \cdot 0.4$ PHz, $\delta_m = 0.05$ PHz. Ahogy a 38. ábrán látható, ezekkel a paraméterekkel a 0.4 PHz fölötti frekvenciatartományban az elektromos permittivitás és a mágneses permeabilitás egyszerre negatív.



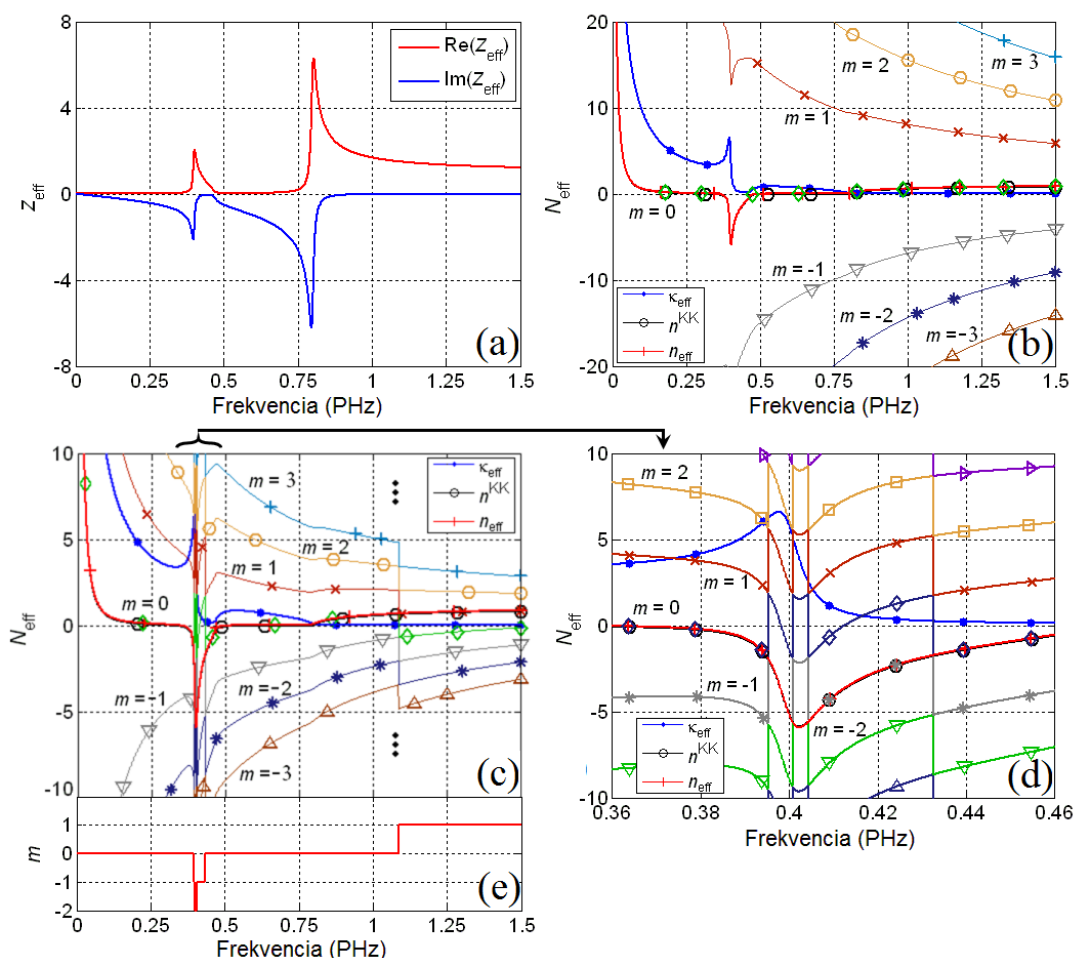
38. Ábra A 40 nm és a 200 nm vastagságú homogén rétegek elektromos permittivitásának és mágneses permeabilitásának (a) és törésmutatójának frekvenciafüggése (b).

Ismerve a homogén rétegek vastagságát és az anyagparamétereket, a (5.1) összefüggések segítségével kiszámíthatjuk az S-paramétereket. A 39.a és c ábrán a 40 nm vastagságú, míg a 39.b és d ábrán a 200 nm vastagságú homogén réteg transzmissziós és reflexiós adatainak abszolút értéke és fázisa látható. Az S-paraméterek ismeretében alkalmazom a metaanyag effektív paramétereit meghatározó eljárást. A homogenizálás eredményeként kapott effektív elektromos permittivitást és mágneses permeabilitást összehasonlítom az (5.7) Drude és az (5.8) Lorentz modellek által előírt anyagparaméterekkel. Ennek az összehasonlításnak a célja egyrészt, hogy teszteljük a kidolgozott algoritmust, másrészt, hogy megmutassam, milyen feltételek mellett jelennek meg magasabb ágindexek az (5.4) effektív törésmutató számítása során.



39. Ábra Azonos anyagból készült, de különböző vastagságú rétegek transzmissziós-reflexiós adatainak abszolút értéke és fázisa. Az (a) és (c) a 40 nm vastag, a (b) és (d) a 200 nm vastag rétegre vonatkozó S-paraméterek.

A homogén rétegek effektív anyagparaméterei a 40. ábrán láthatók. A 40 nm vastag és a 200 nm vastag rétegek hullámimpedanciája teljesen azonos, lásd a 40.a ábrát. A 40 nm vastag réteg törésmutatója a 40.b ábrán látható. Kék színnel ábrázoltam a törésmutató képzetes részét, fekete színnel a törésmutató valós részének a (4.17) Kramers-Kronig integrállal kapott közelítését, piros jelöli a modellel számított törésmutató valós részét. A törésmutató számos lehetséges ágát is ábrázoltam az $m = [-3, 3]$ ágindexekre. Ebben az esetben a vizsgált frekvenciatartományon a törésmutató mindenütt az $m = 0$ ágat követi. A 200 nm vastag réteg törésmutatója a 40.c ábrán látható, a 40.d ábra a mágneses rezonancia környezetére való nagyítás. A törésmutató megegyezik a vékonyabb réteg törésmutatójával, azonban az $m = 0, -1, -2, -1, 0, 1$ ágakat kell követni, ahogy a 40.e ábrán látható. A törésmutatóból és a hullámimpedanciából az (5.4) egyenlet segítségével számított effektív elektromos permittivitás és mágneses permeabilitás mindkét vastagságú réteg esetén megegyezik a Drude és Lorentz modellek segítségével előírt anyagparaméterekkel.



40. Ábra A 40 nm és a 200 nm vastag metaanyag réteg effektív anyagparaméterei. A két réteg hullámimpedanciája megegyezik (a). A 40 nm vastag réteg törésmutatója (b), a teljes frekvenciatartományon $m = 0$. A 200 nm vastag réteg törésmutatója (c), és annak nagyítása a rezonancia környezetében a (d) ábrán látható. A 200 nm vastag réteg esetén különböző ágakat kell követni a törésmutató meghatározásához (e).

Az S_{21} transzmissziós paraméter fázisa számos hasznos információt tartalmaz. A 40 nm vastagságú réteg esetén az S_{21} fázisában nincsen ugrás. Ez a metaanyag a mágneses rezonancia környezetében vékonynak tekinthető a vezetett hullámhosszhoz képest, ezért a törésmutató az $m = 0$ indexű ágat követi. Abban az esetben, ha a fázisváltozás meghaladja a 180° -ot, akkor a logaritmus függvénynek több mint egy ága szerepelhet a törésmutatóban. A 200 nm vastag réteg S_{21} fázisa többször is

meghaladja a 180° -ot, tehát a fázis számos ugrást tartalmaz a mágneses rezonancia környezetében. Ez a metaanyag vastagnak tekinthető a vezetett hullámhosszhoz képest, ezért a logaritmus függvénynek több mint egy ága szerepel a törésmutatóban. Az S_{21} fázisának változása segíthet a negatív törésmutatójú frekvenciatartományok meghatározásában. Az ábrákból megfigyelhető, hogy amikor a törésmutató negatív lesz, az S_{21} fázisának meredeksége megváltoztatja az előjelét. Azonban az S_{21} fázis meredekségének előjel váltása nem mindig jelenti azt, hogy a törésmutató negatív. Ez a kapcsolat a fázissebesség és a csoportsebesség különböző előjelének a következménye a negatív törésmutatójú tartományban (Marqués, Martín, & Sorolla M., 2008).

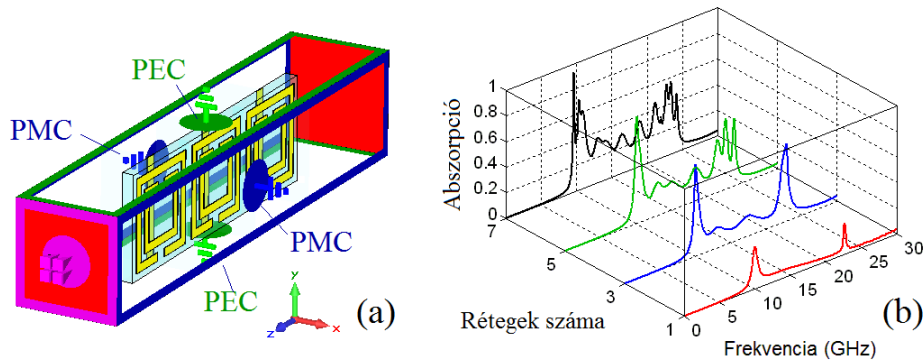
A kidolgozott eljárást sikerrel alkalmaztam számos negatív és nulla törésmutatójú metaanyag effektív anyagparaméterének meghatározására [1], [12], [3], [2], [13], [K3], ahogy az előző fejezetekben is olvasható. A 10. ábrán látható üvegbe ágyazott aranygömbökből készült kolloid esetén az S-paraméterekből kinyert effektív törésmutató nagyon jó egyezést mutat a (2.67) Maxwell-Garnett keverési törvénnyel számolt értékekkel. Ezzel az eljárással történt a 14. ábrán látható periodikusan elrendezett fémrudakból álló metaanyag effektív elektromos permittivitásának kiszámítása, valamint a 16. ábrán bemutatott vágott gyűrű effektív mágneses permeabilitásának meghatározása is. A következőkben a fémcsíkokból és SRR rezonátorokból felépített, a 17. ábrán látható metaanyag, valamint az optikai frekvenciákon is alkalmazható hálószerkezetű (FishNet) metaanyag effektív anyagparamétereinek meghatározását részletezem.

5.1.2 Fémcsíkokból és SRR rezonátorokból felépített metaanyag homogenizálása

A 41.a ábrán a három réteg vastag vágott gyűrűkből (Split Ring Resonator – SRR) és fémcsíkokból (wires) felépített metaanyag (Smith, Vier, Koschny, & Soukoulis, 2005) elektromágneses térszámításban alkalmazott modellje látható [1]. A numerikus szimulációkat a CST Microwave Studio időtartománybeli megoldója segítségével végeztem téglatestekből álló háló segítségével. A metaanyag az x és y irányokban periodikus, a gerjesztő elektromágneses síkhullám elektromos komponense párhuzamos a fémcsíkokkal és merőlegesen érkezik a metaanyag felületére. A diffrakciós határ alatti frekvenciatartományban, amikor csak spekuláris visszaverődés és transzmisszió van, a szimulációt úgy is el lehet végezni, hogy hipotetikus párhuzamos lemez hullámvezetőbe (parallel plate waveguide) helyezzük a 41.a ábrán látható háromréteg vastag metaanyag szupercellát. Az x irányba tökéletes elektromos vezető peremfeltételt (PEC - perfect electric conductor) írok elő, amelyen az elektromos tér tangenciális komponense nulla $E_t = 0$. Az y irányba tökéletes mágneses vezető peremfeltételt (PMC - perfect magnetic conductor) írok elő, amelyen a mágneses tér tangenciális komponense nulla $H_t = 0$. A z irányba a számolási tartományt úgynevezett hullámvezető kapukkal (waveguide ports) lezárva, amelynek az alapmodusa van beállítva (állandó elektromos tér a kapu felületén), előírható a z irányba terjedő és y irányba polarizált síkhullámmal történő gerjesztés. A hullámvezető kapuk egyben gondoskodnak a számolási tartomány végének megfelelő reflexiómentes lezárásáról is. A következő részben más CST szimulációs beállításokat is bemutatok, amelyek lehetőséget biztosítanak az eredmények egymással való összehasonlítására és ellenőrzésére.

A CST szimulációk célja a terjedési irányban egy, három, öt és hét elemi cellával rendelkező metaanyag S-paramétereinek a meghatározása, amelyből kiszámítható a törésmutató frekvenciafüggése az 5–20 GHz tartományon. A Kramers-Kronig integrál pontosságának növelése érdekében az elektromágneses szimulációk frekvenciatartományát kiterjesztettem a 0–30 GHz frekvenciáig. Tovább növelve ennek a frekvenciatartománynak a felső határát azt tapasztaltam, hogy az 5–20 GHz tartományon a Kramers-Kronig integrál pontossága számottevően nem változik. A 41.b ábrán az abszorpciós görbék frekvenciafüggése látható a változó rétegszám függvényében. Megfigyelhető, hogy a rétegszám növelésével a görbék változnak, újabb és újabb abszorpciós csúcsok jelennek meg. Makroszkopikus anyagok esetén az anyagparaméterek függetlenek a vastagságtól,

azonban ez a feltétel metaanyagok esetén általában nem teljesül, így a 42. ábrán látható effektív anyagparaméterek csak egy adott vastagságú metaanyagra vonatkoznak.



41. Ábra A háromréteg vastag fémcsíkokból és vágott gyűrűkből felépített metaanyag elektromágneses modellje (a), az abszorpció a frekvencia az elemi cellák számának függvényében (b).

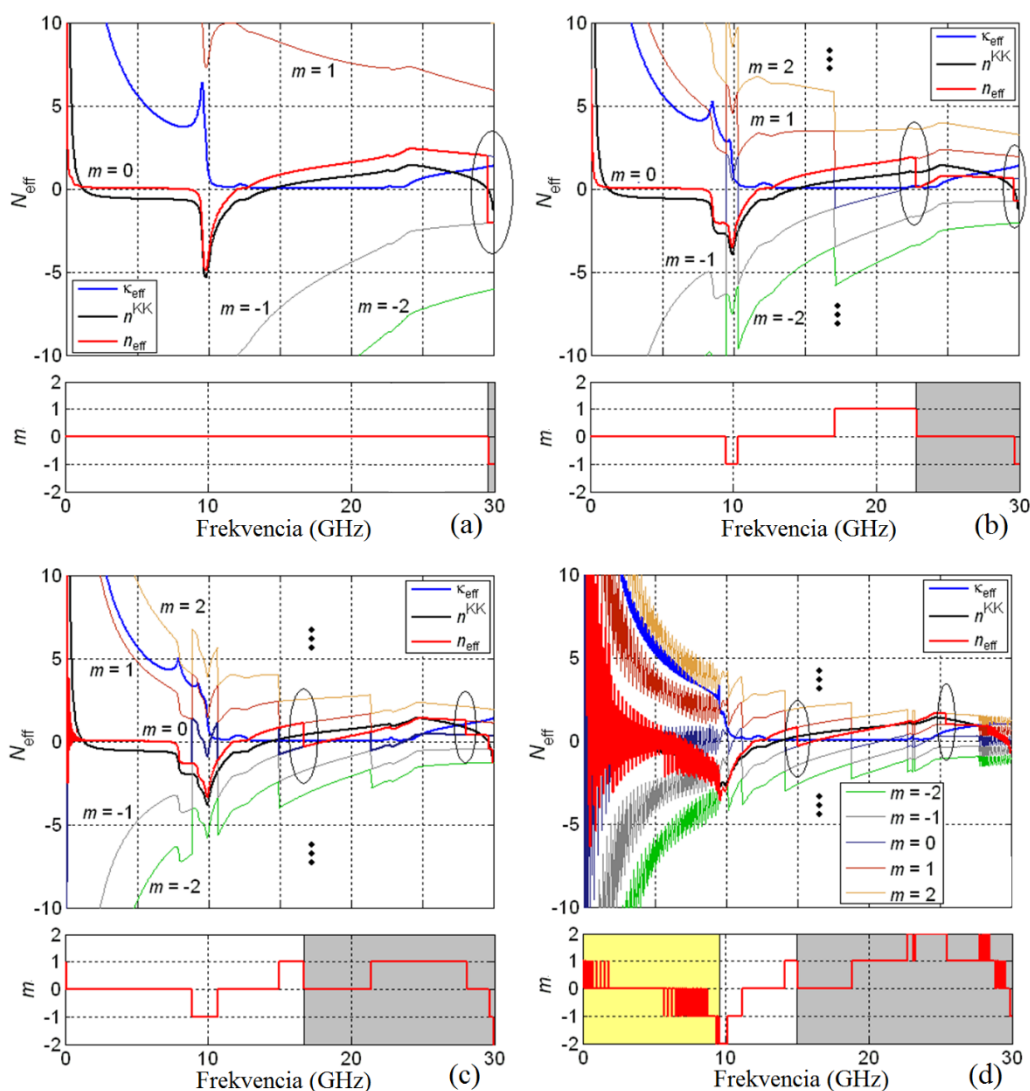
A törésmutató valós részének folytonosságát vizsgálva az eljárás képes becslést adni a homogenizálás határára. A 42.a ábrán látható, hogy az egy elemi cella vastag metaanyag törésmutatója az $m=0$ indexű ágat követi, tehát a vizsgált frekvenciatartományon ez a metaanyag vékonyknak tekinthető a vezetett hullámhosszhoz képest. A tartomány végén megjelenő szakadás a Kramers-Kronig integrál véges frekvenciatartományon való kiértékelésének a következménye. Növelve a szimuláció frekvenciatartományát ez a diszkontinuitás megszüntethető, a törésmutató folytonos lesz és nagyobb frekvenciákon is meghatározható. A három réteg vastag metaanyag törésmutatója a 42.b ábrán látható. A negatív tartományban a törésmutató az $m=0,1$ indexű ágakat követi, tehát ez a metaanyag már nem tekinthető vékonyknak a vezetett hullámhosszhoz képest. A törésmutató első diszkontinuitása az $f=22.83$ GHz frekvenciánál található. Növelve a szimuláció frekvenciatartományát azt tapasztaljuk, hogy ezt a diszkontinuitást nem lehet kiküszöbölni.

A 42.b ábrán megfigyelhető, hogy a törésmutató folytonosságát az $m=1$ ág követésével lehetne biztosítani, azonban ez nem vezet helyes megoldásra, mivel ezt az ágat követve az elektromos permittivitás vagy a mágneses permeabilitás felváltva, minden fizikai magyarázat nélkül, negatívvá válik. Közvetlenül a diszkontinuitás előtt a törésmutató $n=1.85$, a vezetett hullámhossz $\lambda_{opt} = c_0/(nf) = 7.1 \times 10^{-3}$ m. A három réteg vastag metaanyag effektív vastagsága $d_{eff} = 7.5 \times 10^{-3}$ m, összevethető a vezetett hullámhosszal, $d_{eff}/\lambda_{opt} = 1.05$. Ezért ezt a diszkontinuitást a homogenizálás és az effektív metaanyag meghatározó eljárás alkalmazhatósági határának tekintem.

A 42.c ábra az öt réteg vastagságú metaanyag effektív törésmutatóját ábrázolja. A törésmutató folytonosságát vizsgálva megfigyelhető, hogy a diszkontinuitás az alacsonyabb $f=16.71$ GHz frekvencia felé tolódott. Ebben az esetben a diszkontinuitás előtt a törésmutató $n=1.1$, a metaanyag effektív vastagsága $d_{eff} = 12.5 \times 10^{-3}$ m és $d_{eff}/\lambda_{opt} = 0.76$. Hasonlóan az előző esethez, ezt a diszkontinuitást sem lehet kiküszöbölni a Kramers-Kronig integrál pontosságának növelésével, ezért ezt a homogenizálás határának tekintjük. Kis frekvenciákon az öt rétegből álló metaanyag S_{21} transzmissziója kicsi, fázisa pedig numerikus hibákat tartalmaz az időbeli megoldó számábrázolása, diszperziója és véges futási ideje következtében. A fázishibát sűrűbb ráccsal, kisebb időlépéssel és hosszabb szimulációs idővel elméletileg csökkenteni lehet, azonban ez praktikusán a ma rendelkezésre álló memória nagyság és processzor teljesítmények esetén sem valósítható meg. Az S_{21} fázishibáit az effektív paramétereket számító eljárás felerősíti, aminek a következménye a számított effektív törésmutató oszcillációja kis frekvenciákon.

A 42.d ábra a hét réteg vastagságú metaanyag effektív törésmutatóját ábrázolja. Ebben az esetben az időtartománybeli szimulációkból kapott transzmissziós reflexiós adatokon alapuló homogenizálási

eljárás nem tudja megfelelően meghatározni az elektromágneses metaanyag paramétereit. A hét réteg vastagságú metaanyag esetén az S_{21} transzmissziós együttható nagysága kicsi a rezonáns frekvencia tartományon kívül. A numerikus hibák miatt az S_{21} fázisa oszcillál, és ezek az oszcillációk megjelennek az effektív anyagparaméterekben is, megnehezítve a törésmutató pontos meghatározását a rezonáns frekvenciatartomány előtt, lásd a 41.b ábra fekete színnel jelölt abszorpciós görbét. A negatív törésmutatójú frekvenciatartomány fölött vizsgálva a törésmutató folytonosságát, látható, hogy az első diszkontinuitás az $f = 15$ GHz frekvencián jelenik meg. Azonban a 10 GHz alatti frekvenciákon a törésmutatóban megjelenő nagyon erős oszcillációk miatt csak transzmissziós reflexiók mérések, vagy időtartománybeli szimulációk alapján nem lehet eldönteni a metaanyag homogenizálhatóságát. A rezonáns frekvenciákon megfigyelt elektromágneses téreloszlások segíthetnek ennek eldöntésében. Megjegyzendő, hogy a törésmutató képzetes részét az oszcillációk kevésbé befolyásolják, mint a valós részt, ezért a Kramers-Kronig integrállal kapott törésmutató meglehetősen sima és jól illeszkedik a törésmutató ágaira a 10–15 GHz frekvencia tartományon. A Kramers-Kronig integrállal kapott közelítés az oszcilláló tartományon is használható a törésmutató becslésére.



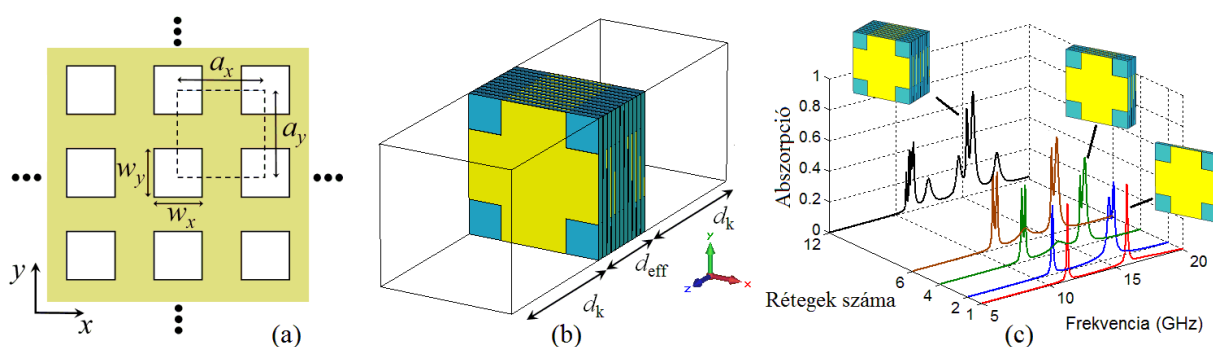
42. Ábra A törésmutató valós és képzetes része, valamint az ágindex változása különböző számú, a terjedési irányban egy (a), három (b), öt (c) és hét (d) elemi cella réteget tartalmazó SRR metaanyag esetén. A törésmutató Kramers–Kronig integrállal való közelítését, valamint a törésmutató néhány lehetséges ágát is ábrázoltam. A törésmutatónak diszkontinuitása van a bekeretezett frekvencia tartományban. A homogenizálást a szürkével jelölt frekvenciatartományokon kívül lehet elvégezni.

5.1.3 FishNet típusú metaanyag effektív paramétereinek meghatározása

A metaanyag geometriák közül (Solymar & Shamonina, 2009) gyakran alkalmazzák a FishNet struktúrát, mivel a méretek csökkentésével akár az optikai tartományon is létrehozható negatív törésmutatójú frekvenciatartomány (Dolling, Wegener, Soukoulis, & Linden, 2007). A FishNet homogenizálását részletesen tárgyalták az irodalomban, például (Shalaev V. M., 2006), (Shen, és mtsai., 2009), (Yang, Sauvan, Liu, & Lalanne, 2011), [11], [K4], [14]. Ezért a FishNet struktúra megfelelő két olyan eset bemutatására, amivel a metaanyagok effektív paramétereinek meghatározása során találkozhatunk. Az első esetben az effektív törésmutató diszkontinuitása az S-paraméterek véges frekvencia tartományon való ismeretének, következésképpen a Kramers-Kronig integrál csonkolásának a következménye. A második esetben a törésmutató diszkontinuitása az elektromágneses térszámítással meghatározott S-paraméterek pontatlanságának az eredménye.

A FishNet metaanyag egy olyan fém–szigetelő–fém rétegekből álló periodikus szerkezet, amelynek az első elektromos és az első mágneses rezonanciája a karakterisztikus méreteknél nagyobb hullámhosszon vannak. Ez azt jelenti, hogy ezeken a frekvenciákon a struktúra homogenizálható (Shen, és mtsai., 2009). Az effektív elektromos permittivitás és a mágneses permeabilitás Lorentz típusú rezonáns viselkedést mutat. Amennyiben ezek a rezonanciák elég nagy jósaági tényezővel rendelkeznek, létrejöhet egy olyan frekvenciasáv, ahol az elektromos permittivitás és mágneses permeabilitás egyaránt negatív.

Tekintsük a 43. ábrán látható tizenkét fémrétegekből álló, szigetelő rétegekkel elválasztott, erősen csatolt FishNet metaanyagot [2]. A fémrétegeken négyzetesrácsba rendezett négyzet alakú kivágások találhatók, ahogy a 43.a ábrán látható. A fémrétegek rézből készültek, vastagságuk $38\ \mu\text{m}$. A szigetelők anyaga ISOLA IS680-345¹⁵, amelynek elektromos permittivitása $\varepsilon_r = 3.45$ és vesztesége $\tan\delta = 0.0035$ a 10 GHz-es frekvencia tartományban. A négyzet alakú elemi cella méretei $a_x = a_y = 14\ \text{mm}$. A négyzet alakú kivágások nagysága $w_x = w_y = 7\ \text{mm}$. Ezekkel a geometriai méretekkel a FishNet a mikrohullámú tartományban működik, a gerjesztés x irányba polarizált merőleges terjedésű síkhullám. Az S-paraméterek kiszámításánál alkalmazott, egy elemi cellát tartalmazó számítási tartomány a 43.b ábrán látható. A 43.c ábrán a FishNet abszorpciós görbéinek frekvenciafüggése látható a változó rétegszám függvényében. Megfigyelhető, hogy a rétegszám növelésével a görbék alakja változik, újabb és újabb abszorpciós csúcsok jelennek meg, ami jelzi, hogy az effektív anyagparaméterek függenek a d_{eff} effektív vastagságtól.

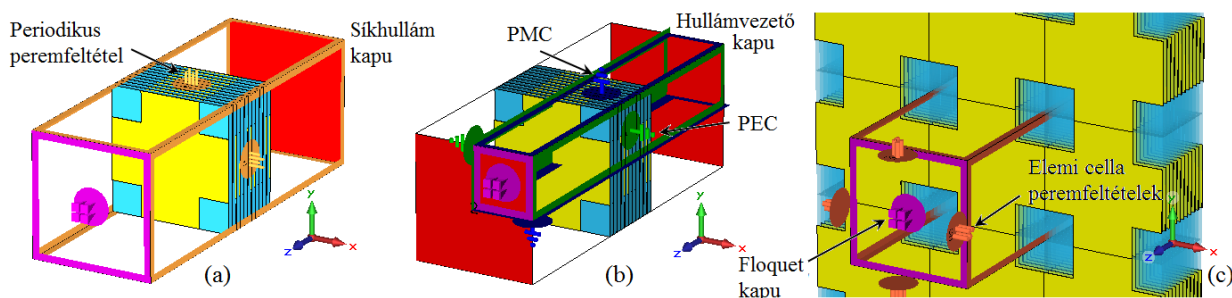


43. Ábra A FishNet metaanyag felülnézeti képe (a), a szaggatott vonallal jelzett terület az elemi cellát jelöli. A 12 fémrétegből álló FishNet metaanyag elemi cellájának szimulációs modellje (b). A metaanyag abszorpciója a frekvencia és az elemi cellák számának a függvényében (c).

Az S-paraméterek kiszámítását ebben az esetben is a CST Microwave Studio programcsomaggal végzem, azonban a szimulációkat többféle megoldóval, beállításokkal és háló típussal is végrehajtom, így lehetőség van az S-paraméterek pontosságának és a homogenizálhatóság határának a

¹⁵ www.isola-group.com/products/is680-345/

meghatározására. Az általam fejlesztett, fotonikus kristályok és metaanyagok szimulációjára kidolgozott Időbeli Véges Differencia Programcsomag (PFDTD¹⁶) is alkalmazható [15], [16], [17], [K5]. A 44. ábra a FishNet metaanyag különböző CST Microwave Studio modelljeit szemlélteti. Mindegyik modell számolási tartománya egyetlen elemi cellát tartalmaz. A 44.a és b ábrák az időtartománybeli megoldóra vonatkoznak, a számítási tartomány felosztása téglatest elemű hálóval történik. A 44.a ábrán látható számolási tartomány x és y irányú oldalain egyszerű periodikus peremfeltételek vannak előírva, a z irányban pedig elnyelő peremfeltétel. A z irányú gerjesztést a síkhullám kapunak nevezett beállítás biztosítja. Ezekkel a beállításokkal csak z irányba terjedő síkhullám szimulációja lehetséges, a polarizáció azonban tetszőleges. A modell elektromágneses téreloszlásának időfüggvénye a diffrakciós határtól függetlenül helyes, azonban nincs lehetőség az S-paraméterek automatikus meghatározására. A szimulációs tartomány különböző pontjaiban elmenthetők az elektromágneses térkomponensek időfüggései, azokat utólag kell feldolgozni az S-paraméterek meghatározására. Ezért az eljárás nehézkes, főleg a diffrakciós határ fölött, a különböző irányokba szórt rendek szétválogatása a körülményes. A 44.b ábra szimulációs beállításai hasonlóak a 41.a ábrán látható modell beállításaihoz. A különbség, hogy a FishNet metaanyag szimmetriáit kihasználva a számolási tartományt meg lehet negyedelni, x irányba PEC, y irányba PMC szimmetria feltételek beállításával, ahogy a 44.b ábrán látható. További előny, hogy a számolási tartomány z irányú felületeit lezáró hullámvezető kapuk automatikusan kiszámítják az S-paramétereket. Ezek a beállítások csak z irányba terjedő és x irányba polarizált síkhullám gerjesztés szimulációjára alkalmasak a diffrakciós határ alatti frekvenciatartományban. A diffrakciós határ felett már nem teljesülnek az előírt peremfeltételek, például az x irányú oldalakon az elektromos tér tangenciális komponense nem nulla, ezért az előírt PEC peremfeltétel biztosan nem ad helyes eredményt. A 44.c ábra a frekvenciatartománybeli megoldóra vonatkozik, a számítási tartomány felosztása tetraéder alakú hálóelemekkel történik. A számolási tartomány x és y irányú oldalain elemi cella (unit cell) típusú peremfeltételt előírva, ami az elektromágneses térszámítás Floquet vagy Bloch típusú peremfeltételeinek felel meg, az S-paraméterek tetszőleges irányba terjedő és tetszőleges polarizációjú síkhullám gerjesztésre meghatározhatók. Ez a szimulációs elrendezés a diffrakciós határ alatt és fölött egyaránt érvényes. Az S-paramétereket a számolási tartomány z irányú felületein megadott Floquet kapu lezárások automatikusan meghatározzák.

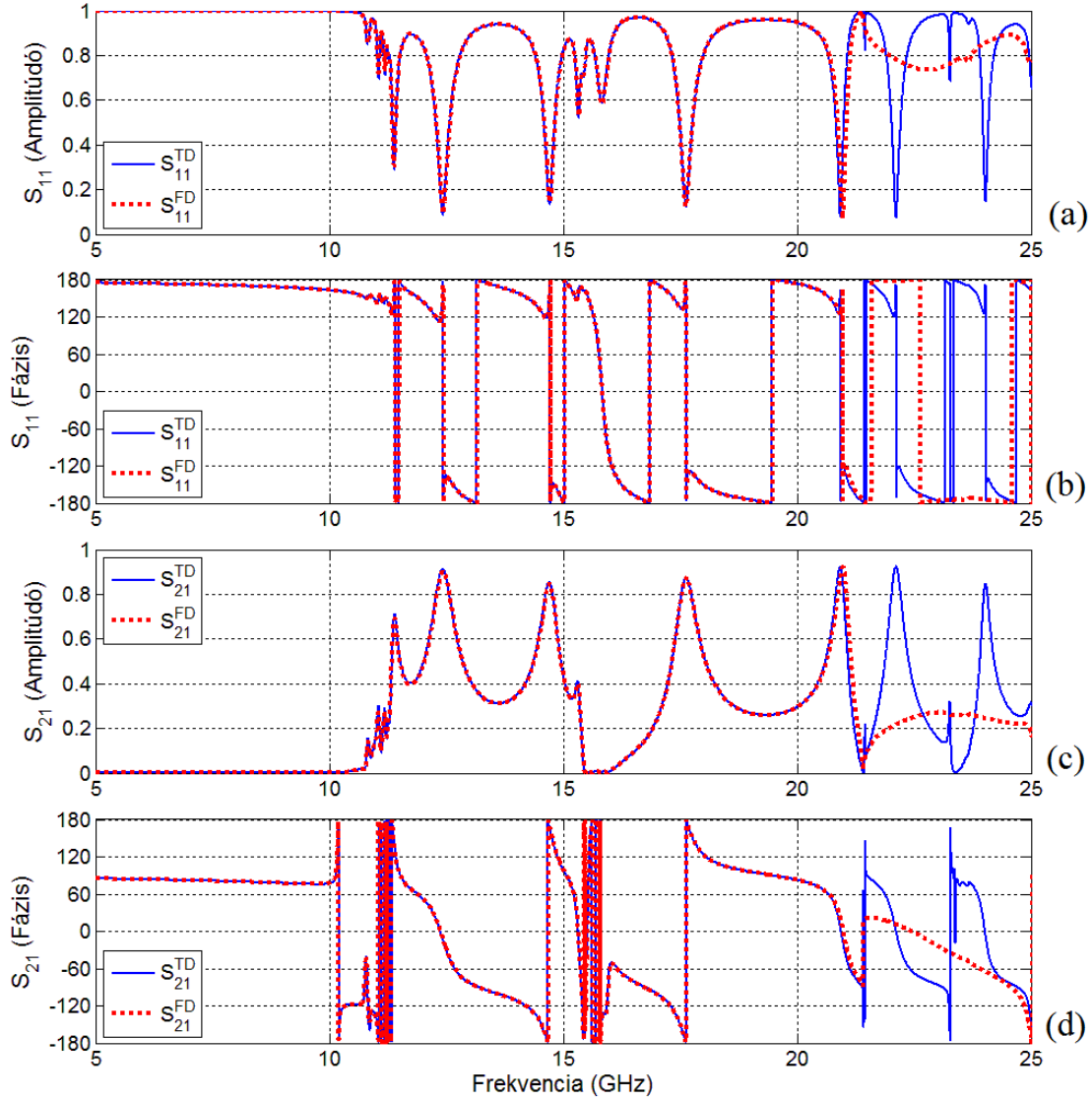


44. Ábra A FishNet típusú metaanyag különböző CST Microwave Studio modelljei: időtartománybeli megoldó periodikus peremfeltételekkel (a), időtartománybeli megoldó PEC/PMC perem- és szimmetria feltételekkel (b), frekvenciatartománybeli megoldó periodikus (Floquet vagy Bloch) típusú peremfeltétellel (c).

A diffrakciós határ meghatározása a 44.b és a 44.c ábrákon látható beállításokkal elvégzett elektromágneses szimulációk S-paramétereinek az összehasonlításával történhet. Metaanyagok homogenizálásánál igen hasznos, ha előre ismerjük azt a határfrekvenciát, aminél kisebb frekvenciákon a Descartes törvény, aminél nagyobb frekvenciákon a diffrakciós rács egyenletek (Bragg egyenletek) alkalmazhatók a reflexiós és a transzmissziós hullámok terjedési irányainak a meghatározására. A szimulációk eredményeit a 45. ábra szemlélteti, amelyeket a 0–40 GHz

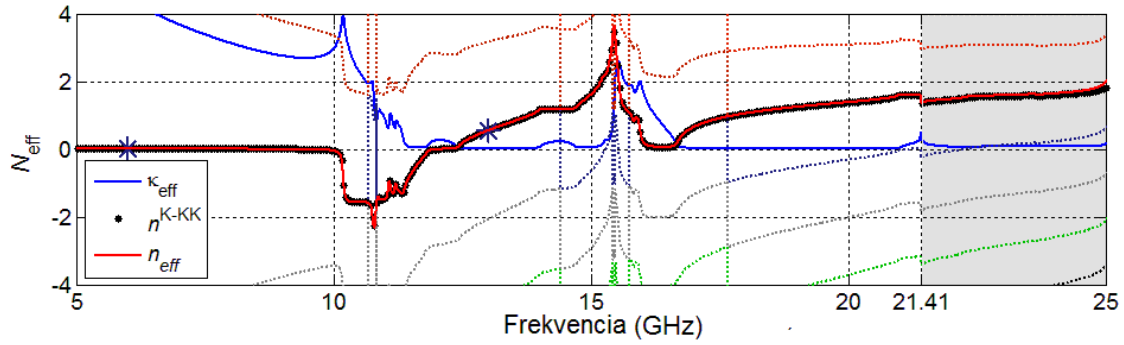
¹⁶ <https://sourceforge.net/projects/pfddtd/>

tartományra végeztem el, azonban a könnyebb áttekinthetőségért csak az 5–25 GHz tartományon ábrázoltam. Összehasonlítva az S-paramétereket megfigyelhető, hogy a 21.41 GHz frekvenciáig a kétféle szimulációval kapott értékek jól egyeznek, azonban ennél nagyobb frekvenciáknál jól látható az eltérés. A 21.41 GHz határfrekvencia a vizsgált méretekkel rendelkező FishNet homogenizálhatóságának a határát jelenti [2].



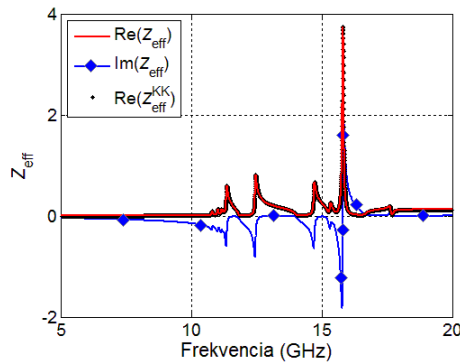
45. Ábra Az időtartománybeli PEC-PMC peremfeltételeket alkalmazó és a Floquet féle peremfeltétellel elvégzett frekvenciatartománybeli szimulációkkal meghatározott S-paraméterek összehasonlítása. A szimulációk eredményei a 21.41 GHz frekvenciáig megegyeznek, ami a homogenizálhatóság határát jelenti.

A FishNet metaanyag effektív vastagsága $d_{eff} = 12 \times 0.038 + 11 \times 0.76 = 8.81$ mm. Alkalmazva az effektív paraméter meghatározó eljárást, a frekvenciatartománybeli S-paraméterek segítségével meghatározott effektív törésmutatót a 46. ábra szemlélteti. A kék színű görbe a törésmutató képzetes része. A Kivonó Kramers-Kronig összefüggésben két horgonyfrekvenciát használok a 6 GHz és a 13 GHz frekvenciákon, amelyeken a törésmutató valós részének értékei 0.0008 és 0.5492 (lásd a kéksínű csillag jeleket). A Kivonó Kramers-Kronig összefüggéssel meghatározott törésmutatót fekete pontok jelölik, a piros görbe a törésmutató valós része. A törésmutató néhány lehetséges ágát is ábrázoltam. A homogenizálást a 21.41 GHz-nél kisebb frekvenciákon lehet elvégezni.



46. Ábra A FishNet szerkezet törésmutatója. A kék színű görbe a törésmutató képzetes része, a két horgonyfrekvenciát csillag jelöli, a Kivonó Kramers-Kronig összefüggéssel meghatározott törésmutatót fekete pontok jelölik, a piros görbe a törésmutató valós része. A homogenizálást a 21.41 GHz-nél kisebb frekvenciákon lehet elvégezni.

A következőkben tegyük fel, hogy a szimulációt csak a 0–20 GHz frekvencia tartományra végeztük el, a 44.c ábrán látható beállításokkal a CST Microwave Studio frekvenciatartománybeli megoldójával. Alkalmazva az effektív paraméter meghatározó eljárást, a meghatározott normalizált hullámimpedancia a 47. ábrán látható, ahol a piros görbe a valós részt, a kék színű görbe az imaginárius részt jelöli. Ellenőrzésképpen a hullámimpedancia képzetes részéből, az előző részben tárgyalt (4.17) zárt alakú Kramers-Kronig összefüggéshez hasonló képlet segítségével, a $Z_h = 0.096$ beállítással meghatároztam a valós részt és fekete pontokkal ábrázoltam a 47. ábrán. A homogenizálási eljárás (5.2) összefüggése segítségével meghatározott hullámimpedancia valós része és a zárt alakú Kramers-Kronig összefüggéssel kapott értékek nagyon jó egyezést mutatnak.



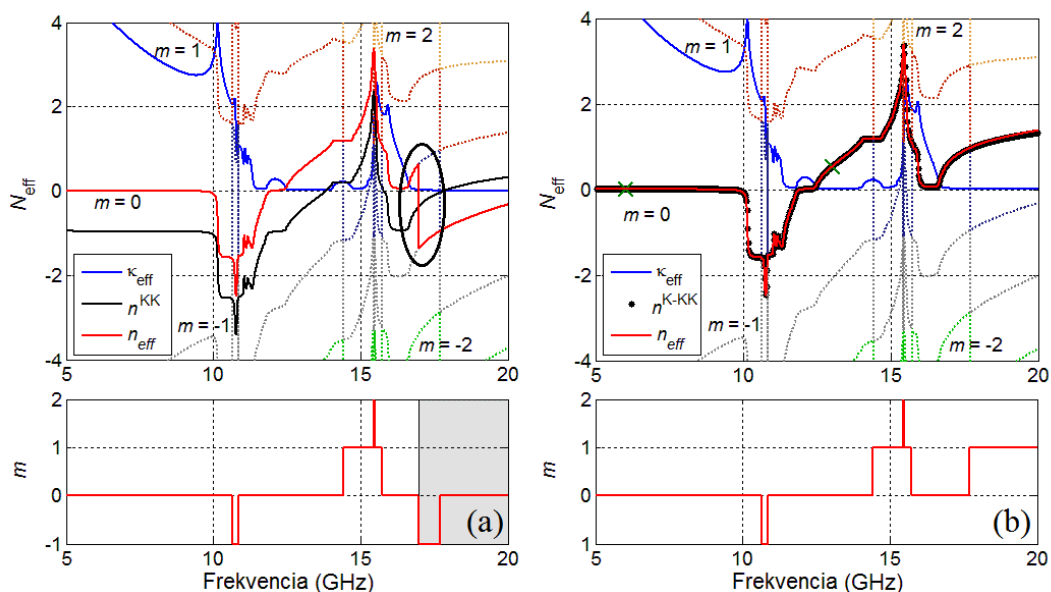
47. Ábra A FishNet metaanyag normalizált hullámimpedanciája. A piros a valós, a kék színű görbe az imaginárius rész. Ellenőrzésképpen a hullámimpedancia képzetes részéből a Kramers-Kronig összefüggés segítségével meghatároztam a valós részt, amit fekete pontok jelölnek.

Az effektív törésmutató valós és képzetes részét a 48.a ábra szemlélteti. A nem elég széles frekvencia tartományon kiértékelt (4.17) zárt alakú Kramers-Kronig integrál csonkolási pontatlansága a törésmutató valós részének diszkontinuitását eredményezi az $f = 16.98$ GHz frekvencián. A diszkontinuitás előtt a törésmutató valós részének az értéke $n_{eff} = 0.637$, tehát a vezetett hullámhossz

$$\lambda_g = c_0 / (n_{eff} f) = 27.73 \text{ mm}, \text{ ami sokkal nagyobb, mint a metaanyag effektív vastagsága } \lambda_g / d_{eff} \approx 3.$$

Ez azt jelzi, hogy ez a diszkontinuitás numerikus hiba és kiküszöbölhető a szimuláció frekvenciatartományának a növelésével. Ez nem a legegyszerűbb, mivel a Kramers-Kronig összefüggés konvergenciája lassú, és nagyobb frekvenciákon az elektromágneses megoldó sűrűbb háló használatát igényli, ami jelentősen meghosszabbíthatja a szimulációs időt. Ezért célravezetőbb a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés alkalmazása, amellyel a diszkontinuitás a frekvenciatartomány növelése nélkül kiküszöbölhető, ahogy a 48.b ábrán látható. A két horgonyfrekvenciának (6 GHz és 13 GHz) megfelelő, kereszt szimbólummal jelölt törésmutató értékeit (0.0008 és 0.5492) a 48.a ábra törésmutatója alapján választottam a diszkontinuitás előtti tartományból. A horgonyfrekvenciák

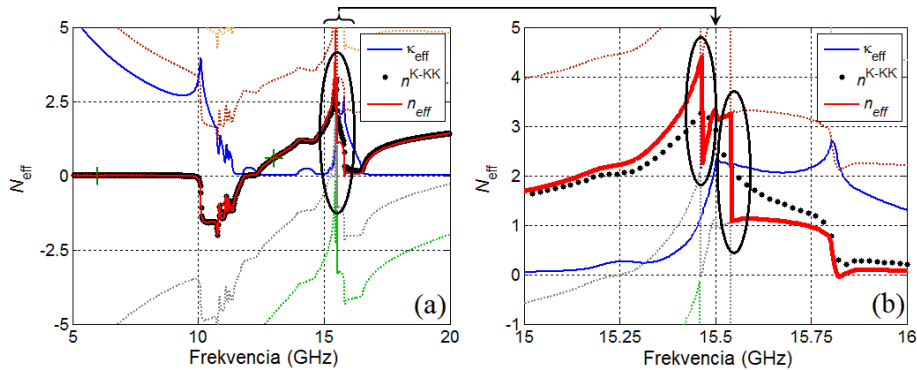
megválasztása nem döntő fontosságú. Olyan frekvenciasávban célszerű őket választani, ahol a logaritmus függvény ágai közötti távolságok számottevők, vagyis a metaanyag optikailag vékony a vezetett hullámhosszhoz viszonyítva.



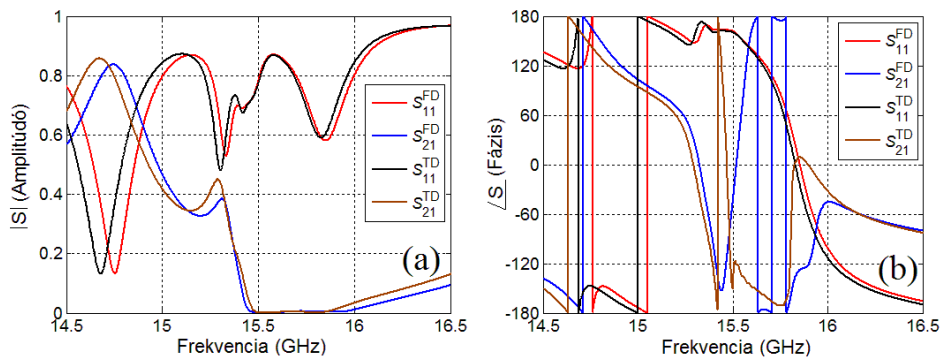
48. Ábra Az effektív törésmutató valós részének meghatározása a 0 – 20 GHz tartományon ismert S-paraméterekből. A Kramers-Kronig integrál csomópontatlansága miatt a törésmutató valós részének diszkontinuitása van (a). A Kivonó Kramers-Kronig összefüggés alkalmazásával a diszkontinuitás kiküszöbölhető (b). A két horgonyfrekvenciának megfelelő törésmutató értékeket kereszt szimbólum jelöli.

A következőkben tekintsük azt az esetet, amikor a törésmutató diszkontinuitása az elektromágneses térszámítással meghatározott S-paraméterek pontatlanságának az eredménye. Végezzük el a szimulációt a 0–20 GHz frekvencia tartományra a CST Microwave Studio időtartománybeli megoldójával a 44.b ábra beállításainak segítségével, azonban a téglatest elemekből álló háló sűrűsége ne legyen túlságosan nagy. A szimuláció befejeződik, ha a gerjesztő síkhullám impulzus által a számolási tartományba juttatott teljes energia –60 dB alá csökken. Az időtartománybeli szimulációk S-paramétereiből meghatározott effektív törésmutató frekvenciafüggése a 49. ábrán látható. A törésmutató jó egyezést mutat a frekvenciatartománybeli szimulációkból kapott értékekkel, kivéve a 15–16 GHz frekvenciasávot, ami a 49.a ábra fekete ellipszissel jelzett tartománya. Ennek a frekvenciasávnak a nagyítása a 49.b ábrán látható. A törésmutatónak két diszkontinuitása van és nincs lehetőség folytonosan összekötni a 15–16 GHz tartomány végpontjainak megfelelő törésmutató értékeket. Az időtartománybeli szimulációkkal meghatározott S-paraméterek és a 45. ábra frekvenciatartománybeli S-paramétereinek az összehasonlítása a törésmutató diszkontinuitásának a környezetében az 50. ábrán látható. Az S-paraméterek amplitúdói és az S_{11} reflexiók együttható fázisai is jó egyezést mutatnak. Az időtartománybeli szimulációval meghatározott S_{21} transzmissziós együttható fázisa a 15.5–16 GHz tartományban azonban pontatlan, ami az effektív törésmutató valós részének diszkontinuitásához vezet. Az 50.a ábrán megfigyelhető, hogy ezen a frekvencia tartományon az S_{21} amplitúdója közel nulla. Az időtartománybeli szimuláció az S-paramétereket a hullámvezető kapuk transzmissziós és reflexiók jeleinek Gyors Fourier Transzformálásával (FFT) határozza meg. Az FFT pontossága függ az időlépéstől és a kapukon feljegyzett időbeli jelek hosszától. Azokon a frekvenciákon, ahol a jel amplitúdója közel nulla, az FFT által generált fázis általában nem pontos, mivel nulla amplitúdóhoz tetszőleges fázis tartozhat. A különbségek az időtartománybeli szimuláció hálójának a finomításával kiküszöbölhetők, ami egyúttal az időlépés csökkenését is eredményezi és az S-paraméterek vöröseltolódását is megszünteti. A háló sűrítésével azonban az időtartománybeli szimuláció futási ideje is jelentősen megnövekszik. Ilyen esetekben célravezetőbb

frekvenciatartománybeli kiegészítő szimulációkat végezni. Mivel a frekvenciasáv nem széles, ezért ezek a szimulációk nem időigényesek.



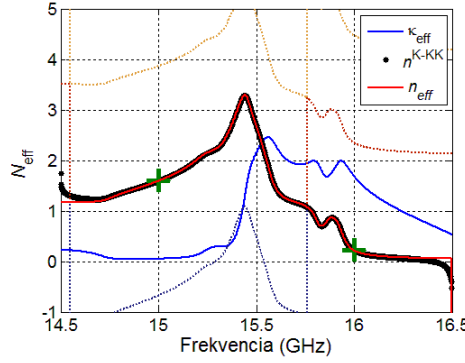
49. Ábra Az időtartománybeli szimuláció S-paramétereiből meghatározott effektív törésmutató frekvenciafüggése. A törésmutató jó egyezést mutat a frekvenciatartománybeli szimulációból kapott értékekkel, kivéve a bekeretezett 15 – 16 GHz frekvenciasávot (a). Ennek a frekvenciasávnak a nagyítása a (b) ábrán látható. A törésmutatónak két diszkontinuitása van és nincs lehetőség folytonosan összekötni a tartomány végpontjainak megfelelő törésmutató értékeit.



50. Ábra A frekvenciatartománybeli és az időtartománybeli szimulációkkal meghatározott S-paraméterek összehasonlítása. Az amplitúdók jó egyezést mutatnak, azonban az időtartománybeli szimulációval meghatározott S_{21} transzmissziós együttható fázisa a 15.5 – 16 GHz frekvenciatartományban nem pontos, ami az effektív törésmutató valós részének diszkontinuitásához vezet.

A 14.5–16.5 GHz intervallumon végzett frekvenciatartománybeli szimulációk S-paramétereivel meghatározott effektív törésmutató frekvenciafüggése az 51. ábrán látható. Az ábrán látható, hogy a véges frekvenciatartomány ellenére a két horgonyfrekvenciát alkalmazó Kivonó Kramers-Kronig összefüggésekkel az effektív törésmutató valós része egyértelműen meghatározható. Az $f_1 = 15$ GHz és $f_2 = 16$ GHz horgonyfrekvenciáknak megfelelő törésmutatók időtartománybeli szimulációból való közvetlen kiválasztása az S-paraméterek vöröseltolódása miatt nem célravezető. Ebben az esetben az időtartománybeli szimuláció m ágindexei alapján, a frekvenciatartománybeli szimuláció S-paramétereiből határozom meg a horgonyfrekvenciáknál a törésmutató értékeit, amelyekre $n_1 = 1.592$ és $n_2 = 0.217$ adódik. Az effektív törésmutatónak a Kivonó Kramers-Kronig összefüggéssel megjósolt ágai folytonos görbét eredményeznek, ami megfelel a 46. ábra értékeinek. A 15–16 GHz frekvenciasávban a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés közelítő értékei nagyon jó egyezést mutatnak az effektív törésmutató valós részének értékeivel.

A bemutatott példák igazolják eljárásom alkalmazhatóságát a metaanyagok effektív paramétereinek egyértelmű meghatározására. Az eljárás az (M.49) és (M.52) felhasználásával kiterjeszthető anizotróp és nemlokális anyagparaméterek meghatározására is [11].



51. Ábra A 14.5–16.5 GHz intervallumon végzett frekvenciatartománybeli szimulációkkal meghatározott effektív törésmutató frekvenciafüggése. Az időtartománybeli szimuláció m ágindexei szolgáltatják a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés két horgonyfrekvenciájának a törésmutatóit.

5.2 Metaanyagok és ekvivalens kompozitok

A bevezető részben tárgyalt (2.67) Maxwell-Garnett keverési törvénnyel (Sihvola, 1999) meghatározhatjuk kétfázisú kompozitok, például homogén közegben elosztott gömb alakú részecskék elektromágneses tulajdonságait. A Maxwell-Garnett törvény alapfeltevése, hogy a részecskék statikus elektromos dipólussal helyettesíthetők (Aspnes, 1982). A statikus dipólussal való helyettesítés csak olyan részecskékre érvényes, amelyek kisméretűek az optikai hullámhosszhoz képest. Gömb alakú részecskék esetén a méret paraméter $x = \sqrt{\varepsilon_r^h \mu_r^h} \omega r / c_0$ (Bohren & Huffman, 2004), ahol ε_r^h a homogén közeg elektromos permittivitása, μ_r^h a mágneses permeabilitás, r a gömb alakú részecske sugara, ω a megvilágító síkhullám frekvenciája és c_0 a fénysebesség vákuumban, tehát a Maxwell-Garnett keverési törvény érvényességének feltétele $x \ll 1$.

A Maxwell-Garnett keverési törvényt ki lehet terjeszteni olyan frekvenciákra is, ahol az $x \ll 1$ feltétel nem teljesül, viszont a gömb alakú részecskékről való fényszórás leírható sugárzó dipólusokkal. A Mie elmélet (Bohren & Huffman, 2004) segítségével pontosan kiszámítható homogén, izotróp közegben levő, tetszőleges sugarú és törésmutatójú, homogén, izotróp anyagból készült gömb alakú részecske elektromágneses szórása. A Mie sorok segítségével meghatározhatjuk az elektromágneses teret a részecske minden pontjában és az őt körülvevő közegben is. Amikor a közeg és a gömb mágneses permeabilitása megegyezik, a Mie együtthatók a következő alakúak

$$a_n = \frac{m \Psi_n(mx) \Psi'_n(x) - \Psi_n(x) \Psi'_n(mx)}{m \Psi_n(mx) \xi'_n(x) - \xi_n(x) \Psi'_n(mx)},$$

$$b_n = \frac{\Psi_n(mx) \Psi'_n(x) - m \Psi_n(x) \Psi'_n(mx)}{\Psi_n(mx) \xi'_n(x) - m \xi_n(x) \Psi'_n(mx)}, \quad (5.9)$$

ahol $m = \sqrt{\varepsilon_r^i \mu_r^i} / \sqrt{\varepsilon_r^h \mu_r^h}$ a törésmutató kontraszt, ε_r^i a gömb elektromos permittivitása, μ_r^i a gömb mágneses permeabilitása, Ψ_n és ξ_n pedig a Riccati-Bessel függvények. A sorfejtés első tagjai a sugárzó elektromos és mágneses dipólusmomentumoknak felelnek meg

$$\alpha_e = i \frac{3r^3}{2x^3} a_1, \quad \alpha_m = i \frac{3r^3}{2x^3} b_1. \quad (5.10)$$

Behelyettesítve a sugárzó elektromos dipólusmomentum kifejezését a Clausius-Mossotti összefüggésbe (Sihvola, 1999), meghatározhatjuk a kétfázisú kompozit effektív elektromos permittivitását, hasonlóan a mágneses dipólusmomentum behelyettesítésével az effektív mágneses permeabilitást (Ruppin, 2000)

$$\begin{aligned}\varepsilon_r^{\text{eff}} &= \varepsilon_r^h \frac{x^3 + 3i\zeta a_1(mx)}{x^3 - \frac{3}{2}i\zeta a_1(mx)}, \\ \mu_r^{\text{eff}} &= \mu_r^h \frac{x^3 + 3i\zeta b_1(mx)}{x^3 - \frac{3}{2}i\zeta b_1(mx)}.\end{aligned}\quad (5.11)$$

Az a_1 és b_1 Mie együttthatókban megjelenő Riccati-Bessel függvények és azok deriváltjai egyszerű trigonometriai függvények

$$\begin{aligned}\Psi_1(\rho) &= \frac{\sin \rho}{\rho} - \cos \rho, \quad \Psi'_1(\rho) = \sin \rho \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) + \frac{\cos \rho}{\rho}, \\ \xi_1(\rho) &= \Psi_1(\rho) - i \left(\frac{\cos \rho}{\rho} + \sin \rho \right), \quad \xi'_1(\rho) = \Psi'_1(\rho) + i \left(\Psi_1(\rho) + \frac{1}{\rho^2} \cos \rho \right).\end{aligned}\quad (5.12)$$

Amikor a részecskék mérete nem elég kicsi, hogy statikus dipólusokkal helyettesítsük őket, azonban elég kisméretűek, hogy a nagyobb rendű módusok elhanyagolhatók legyenek, akkor a (5.11) nagyfrekvenciás keverési törvények alkalmazhatók a kompozit effektív anyagparamétereinek meghatározására. Számos esetben a rezonáns struktúrákból felépített metaanyagok is hasonló körülmények között működnek [3]. A negatív permeabilitású mágneses metaanyagok elemi cella mérete általában nem sokkal kisebb a vezetett hullámhossznál, mivel a rezonátorok jósági tényezője csökken a cella méretével, és a hullámhossznál jóval kisebb cellák esetén a rezonancia nem elég erős a negatív permeabilitás előállításához. A nagy elemi cellákkal rendelkező metaanyagokban nagyobb rendű módusok is terjedhetnek és számos esetben ezek frekvenciája csak kis mértékben tér el attól a frekvenciatartománytól, ahol a permeabilitás negatív. Összehasonlítva a nagyobb rendű Mie együttthatók nagyságát a sugárzó dipólusnak megfelelő elsőfokú tagok nagyságával, a homogenizálás érvényessége és az (5.11) összefüggések pontossága meghatározható.

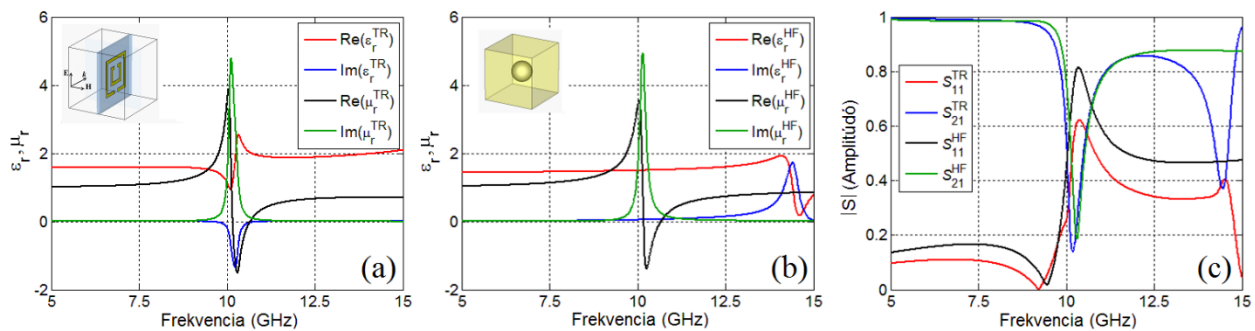
A nagyfrekvenciás keverési törvények segítségével meghatározhatók olyan kompozit összetételek, amelyeknek hasonló elektromágneses tulajdonságaik vannak, mint egy metaanyagnak. A következőkben egy mikrohullámon működő SRR típusú mágneses metaanyaghoz rendelek ekvivalens kompozitot úgy, hogy a metaanyag és a kompozit mágneses permeabilitása megegyezzen [3]. Az SRR metaanyag elemi cellája (Shelby, Smith, & Schultz, 2001), a gerjesztő elektromágneses síkhullám iránya és polarizációja az 52.a ábra mellékletében látható. A köbös rácsba rendezett metaanyag elemi cella mérete 5 mm, a gyűrűk rézből készültek, a külső gyűrű oldalhossza 3 mm, mindkét vágott gyűrű vonalszélessége 0.25 mm, a fémzés vastagsága 0.02 mm, a rések mérete és a gyűrűk közötti távolság 0.5 mm. A hordozó elektromos permittivitása $\varepsilon_r = 3.84$, vastagsága 0.25 mm. Az SRR metaanyag egyetlen elemi cella vastagságú. A kompozit homogén közegbe helyezett mágneses tulajdonságokkal nem rendelkező szigetelő gömbökből van felépítve, ahogy az 52.b ábra mellékletében látható.

Elektromágneses térszámítással meghatároztam az SRR metaanyag transzmissziós és reflexiós adatait, majd alkalmaztam az előző részben bemutatott homogenizálási eljárást az effektív mágneses permeabilitás és elektromos permittivitás meghatározására. A gerjesztő síkhullám merőleges az SRR metaanyag felületére, a gyűrűkkel párhuzamosan polarizált, tehát a síkhullám mágneses komponense merőleges a vágott gyűrűk síkjára. Ahogy az 52.a ábrán látható, az SRR metaanyag első rezonanciája mágneses és a 10 GHz frekvencia környezetében található. A mágneses rezonancia elég erős, hogy a Lorentz alakú effektív mágneses permeabilitás negatív értékeket is felvegyen.

Az ekvivalens kompozit összetételét Differenciális Evolúciós Algoritmust (Price, Storn, & Lampinen, 2005) használó minimalizálással határoztam meg. Az optimalizálás változói a kompozit paraméterei: a gömb alakú részecskék sugara és elektromos permittivitása, a kitöltési tényező és a homogén kitöltő anyag elektromos permittivitása. A minimalizálandó célfüggvény

$$\Omega = \frac{\sum_{i=1}^N \left\{ \left[\frac{\text{Re}(\mu_{ri}^{HF}) - \text{Re}(\mu_{ri}^{TR})}{\text{Re}(\mu_{ri}^{TR})} \right]^2 + \left[\frac{\text{Im}(\mu_{ri}^{HF}) - \text{Im}(\mu_{ri}^{TR})}{\text{Im}(\mu_{ri}^{TR})} \right]^2 \right\}}{2N}, \quad (5.13)$$

ahol $\text{Re}()$ és $\text{Im}()$ a valós és képzetes részt jelöli, μ_r^{TR} a transzmissziós és reflexiós adatokból meghatározott SRR metaanyag permeabilitása, μ_r^{HF} a nagyfrekvenciás keverési törvény segítségével kiszámított permeabilitás és N a minimalizálás során használt frekvenciapontok száma. A minimalizálás eredménye: a gömb sugara $r = 2.31$ mm, az elektromos permittivitás $\varepsilon_r^i = 37.67$, a kitöltési tényező $\zeta = 0.13$ és a homogén közeg elektromos permittivitása $\varepsilon_r^h = 1$. A mikrohullámú tartományban számos, akár nagyobb elektromos permittivitású anyag létezik (szemcsés vagy szuszpenziós alakban), ezért ez a kompozit megvalósítható (Shalaev V. M., 2006), (Palik, 1985-1998). Az ekvivalens kompozit mágneses permeabilitásának és elektromos permittivitásának valós és képzetes része az 52.b ábrán látható. Jó egyezés figyelhető meg az SRR metaanyag és az ekvivalens kompozit mágneses permeabilitása között. Az 52.c ábrán az SRR metaanyag és egy ugyanolyan vastag ekvivalens kompozit réteg transzmissziója és reflexiója látható. A görbék közötti eltérés az elektromos permittivitások közötti különbség következménye.



52. Ábra Az SRR metaanyag transzmissziós és reflexiós adatokból kiszámított effektív elektromágneses paraméterei (a), a nagyfrekvenciás keverési törvényekkel meghatározott ekvivalens kompozit elektromágneses paraméterei (b), az SRR metaanyag és az ekvivalens kompozit transzmissziójának és reflexiójának az összehasonlítása (c).

Hasonló számításokat nagyobb frekvenciákon működő metaanyagokra is elvégeztem, azonban a minimalizáló eljárás nem megvalósítható elektromos permittivitás értékeket eredményezett. A 2-2.5 THz tartományon működő FishNet (Khodasevych, és mtsai., 2012) ekvivalens kompozitjának a paraméterei $r_a = 4.24 \mu\text{m}$, $\varepsilon_r^i = 242.02$, $\zeta = 0.13$ és $\varepsilon_r^h = 4.95$. A 780 nm közeli infravörös telekommunikációs tartományon működő negatív törésmutatójú FishNet (Dolling, Wegener, Soukoulis, & Linden, 2007) ekvivalens kompozitjának a paraméterei $r_a = 48.39$ nm, $\varepsilon_r^i = 206.13$, $\zeta = 0.127$ és $\varepsilon_r^h = 5.31$. Mindkét esetben jó egyezés van a FishNet és az ekvivalens kompozit mágneses permeabilitás között.

A kifejlesztett nagyfrekvenciás keverési törvények alternatív elektromágneses paraméter tervezési eljárásokat eredményezhetnek főleg a mikrohullámú tartományon. Nagyobb frekvenciákon olyan kompozitok előállítását segíthetik, mint az egynél kisebb vagy közel nulla törésmutatójú anyagok, amelyek nem igényelnek nagy jósági tényezőjú rezonátorokat, ezért kisebb törésmutatójú gömbök is alkalmazhatók. A nagyfrekvenciás keverési törvények kiterjeszthetők nem gömb alakú, pl. ellipszoid alakú részecskékre vagy több fázisból álló kompozitokra is.

5.3 III. Téziscsoport: Metaanyagok homogenizálása

A téziscsoporthoz kapcsolódó legfontosabb publikációk: [1], [2], [3], [11], [14].

III.1 Eljárást dolgoztam ki síkfelületű metaanyagok és metafelületek effektív elektromágneses anyagparamétereinek, a hullámimpedanciának és a komplex törésmutatónak az egyértelmű meghatározására transzmissziós és reflexiós adatokból. A komplex törésmutató számítása komplex függvény logaritmusát tartalmazza, amelyik többértékű függvény. A törésmutató képzetes része egyértelműen meghatározható, azonban a törésmutató valós része tartalmazza a komplex logaritmikus függvény matematikailag lehetséges ágait, amelyek közül egy adott frekvencián csak egynek van fizikai jelentése. Mivel a törésmutató képzetes része egyértelműen ismert, ezért a törésmutató valós része közelítőleg meghatározható a Kramers-Kronig összefüggés segítségével. A kidolgozott eljárás a komplex logaritmikus függvény lehetséges ágai közül azt választja, amelyikkel a törésmutató valós része a legközelebb kerül a Kramers-Kronig összefüggés által adott becsléshez.

A számítások eredményeként kapott metaanyag paramétereket csak az első diszkontinuitásig tekintem érvényesnek. A diszkontinuitás oka lehet a Kramers-Kronig integrál csonkolása következtében fellépő pontatlanság. Az S-paraméterek frekvenciatartományának növelésével, vagy a Kivonó Kramers-Kronig összefüggések alkalmazásával az ilyen típusú diszkontinuitás kiküszöbölhető. A diszkontinuitás jelezheti a homogenizálhatóság határát is. Ebben az esetben a diszkontinuitást nem lehet kiküszöbölni.

III.2 A Kivonó Kramers-Kronig összefüggés sikeresen alkalmazható az effektív törésmutató egyértelmű meghatározására olyan esetekben is, amikor a Kramers-Kronig összefüggés nem ad megfelelő eredményt. Az S-paraméterek véges frekvencia tartományon való ismeretének, következésképpen a Kramers-Kronig integrál csonkolásának a következtében fellépő pontatlanság az effektív törésmutató valós részének diszkontinuitásához vezethet. A FishNet metaanyag homogenizálásával bebizonyítottam, hogy a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés alkalmazásával a diszkontinuitás a frekvencia tartomány növelése nélkül kiküszöbölhető. A horgonyfrekvenciáknak megfelelő törésmutató értékeket a diszkontinuitás előtti tartományból olyan frekvenciákon célszerű választani, ahol a logaritmus függvény ágai közötti távolságok számottevők, vagyis a metaanyag optikailag vékony a vezetett hullámhosszhoz viszonyítva.

III.3 Megmutattam, hogy a törésmutató diszkontinuitása az elektromágneses térszámítással meghatározott S-paraméterek pontatlanságának a következménye is lehet. A numerikus térszámítás nem elég sűrű hálójá és az időtartománybeli szimulációk esetén a nem elég hosszú szimulációs idő vezethet ilyen hibákhoz. Ezeknek a hibáknak a kiküszöbölése jelentősen megnövelheti a szimulációs időt. Ezért célravezetőbb frekvenciatartománybeli megoldóval kiegészítő szimulációkat végezni azokra a frekvenciasávokra, ahol növelni szeretnénk az S-paraméterek pontosságát. Mivel ezek a frekvenciatartományok általában nem túl szélesek, ezért a kiegészítő szimulációk nem időigényesek. A FishNet metaanyagot használva példaként megmutattam, hogy a Kivonó Kramers-Kronig összefüggés sikeresen alkalmazható a törésmutató valós részének egyértelmű meghatározására a véges frekvencia tartományon. A horgonyfrekvenciáknak megfelelő törésmutatók időtartománybeli szimulációból való közvetlen kiválasztása az S-paraméterek pontatlansága miatt nem lehetséges. Ezért az időtartománybeli szimuláció m ágindexei alapján, a frekvenciatartománybeli szimuláció S-paramétereiből határozom meg a horgonyfrekvenciáknál a törésmutató értékeit.

III.4 Megmutattam, hogy a kompozit anyagok nagyfrekvenciás keverési törvényei sikerrel alkalmazhatók rezonáns metaanyagok jellemzésére. A kifejlesztett Maxwell-Garnett alapú nagyfrekvenciás keverési törvénnyel meghatároztam vágott gyűrűkből (Split Ring Resonator, SRR) felépített mágneses metaanyag kompozit megfelelőjét. Megmutattam, hogy a mikrohullámú frekvenciatartományon működő, négyszögrácsba elrendezett szigetelő gömbökből álló kompozitnak ugyanolyan mágneses permeabilitás van, mint az SRR metaanyagnak.

6. Metaanyagok és kompozitok mérnöki alkalmazásai

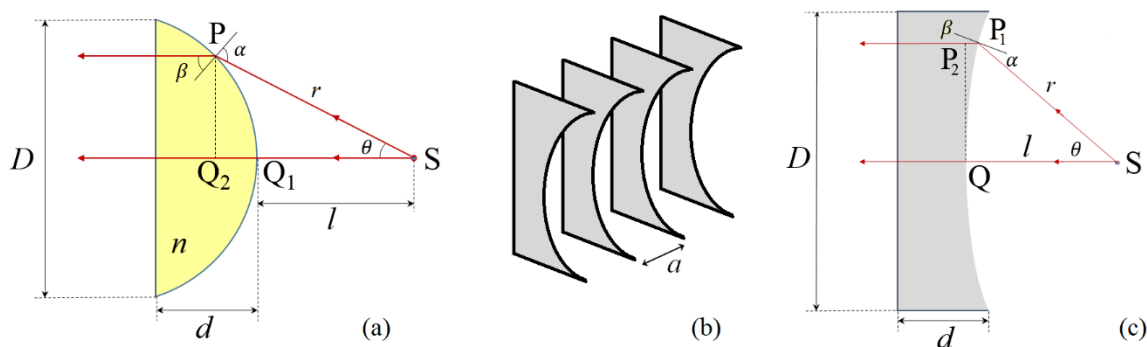
6.1 Metaanyag lencsék tervezése

Több mint tizenöt éve intenzív alapkutatás folyik a mikrohullámú metaanyagok területén (Engheta & Ziolkowski, 2006.), (Solymar & Shamonina, 2009). Számos olyan metaanyagot alkalmazó eszközt mutattak be, amelyeknek a tulajdonságai jobbak vagy méretei kisebbek a hagyományos mikrohullámú eszközökénél (Marqués, Martín, & Sorolla M., 2008). Metaanyagokat sikerrel alkalmaznak antennák és antennarendszerek kialakítására. Felhasználásukkal egysávú vagy többsávú, jó nyereségű és jó irányítottságú antennák készíthetők (IEEE Spectrum - Kymeta, dátum nélk.), (Engheta & Ziolkowski, 2006.).

A mikrohullámú tartományon nagyon régóta alkalmaznak különböző lencseantennákat, amelyek síkhullámmá alakítják a hengeres hullámot vagy gömbhullámot (Silver, 1949), (Milligan, 1985), (Markov, 1963). A hagyományos lencseantennák esetében az antennafelület geometriai méretei sokkal nagyobbak az antennák által sugárzott elektromágneses hullámok hullámhosszánál. A metaanyagok lehetőséget teremtenek olyan lencseantennák létrehozására, ahol az elektromágneses hullámtér manipulálása a hullámhossznál kisebb méreteken történik, ami a szerkezetek jelentős méretcsökkenését eredményezi (Ziolkowski, 2004). A következőkben áttekintem az egynél nagyobb és egynél kisebb törésmutatójú anyagból készült antennalencsék főbb jellemzőit, majd áttérek a metaanyag alapú síklencsék tervezésének az ismertetésére és bemutatok két prototípust [12], [P1].

6.1.1 Antennalencsék

A legegyszerűbb geometriájú lencseként működő szerkezet az $n > 1$ törésmutatójú szigetelő anyagból készült forgásszimmetrikus domború felületű süvegéből álló elrendezés, amit az S primersugárzó elé helyeznek, ahogy az 53.a ábrán látható. Feltételezzük, hogy a primersugárzó gömbhullámokat sugároz. A megfelelő úthosszok esetén a süvegre beeső gömbhullámok síkhullámokká alakulnak, így az antennalencseként viselkedik. A geometriai optika segítségével meghatározhatók az elrendezés méretei és a domború felület profilja, úgy hogy a gömbhullám-síkhullám transzformáció a lencse domború felületén történik. A lencsére beeső gömbhullám a lencsében λ/n hullámhosszú síkhullámmá alakul át. Mivel a lencse hátoldala síkfelület, ezért a lencséből kilépő sugárzás síkhullám marad.



53. Ábra Az $n > 1$ törésmutatójú homogén anyagból készült antennalencse méretezése a geometriai optika segítségével (a). Egymástól a távolságra elhelyezett homorú fémfelületű párhuzamos hullámvezetőkkel kialakított $n < 1$ törésmutatójú antennalencse (b) és a lencseprofil meghatározása a geometriai optika segítségével (c).

A lencseprofil egyenletét abból a feltételből lehet meghatározni, hogy a transzformálandó és transzformált hullámfrontok közötti optikai út hosszának az iránytól függetlenül állandónak kell lennie. Vagyis $SP = SQ_1 + Q_1Q_2$, amiből a következő összefüggést kapjuk

$$r = \frac{(n-1)l}{n \cos \theta - 1}, \quad (6.1)$$

ami egy hiperbola egyenlete, ahol r az S primersugárzótól a lencsén felvett P számítási pontig mért távolság, l a fókusz távolság, θ a sugárirányt meghatározó szög. A lencse vastagsága az optikai út alapján határozható meg

$$d = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{2 \cos \theta_{\max}} - l \right). \quad (6.2)$$

A lencse P fókuszpontjában elhelyezett dipólusantenna esetén kör alakú lencsére van szükség. Vonalforrás esetén a hengeres lencsét kell alkalmazni és a külső sugárzó felület téglalap alakú (Volakis, 2007). A lencseantenna iránykarakterisztikája élesen irányított, ha a lencse méretei nagyok a hullámhosszhoz képest. A lencse sávszélessége a törésmutató diszperziójának függvénye. Minél állandóbb a törésmutató frekvencia függése, annál nagyobb a lencse sávszélessége. A természetes szigetelő anyagok esetén az elérhető törésmutató értékek, az elkészítés magas költségei, a lencsék súlya és az elektromágneses veszteségek határt szabnak a természetes dielektrikumokból készített lencseantennák alkalmazhatóságának.

A mikrohullámú tartományon mindegyik szigetelő elektromos permittivitása pozitív. Azonban a gömbhullámok és hengerhullámok síkhullámokká való transzformációja párhuzamosan elhelyezett hullámvezetők segítségével is megvalósítható. Egy hullámvezetőben terjedő elektromágneses módus fázissebessége nagyobb, mint a fény vákuumbeli terjedési sebessége, ha a modushoz egynél kisebb effektív törésmutató tartozik (Griffiths, 1999), (Pozar, 2005). Az egyik legegyszerűbb hullámvezető az a távolságra elhelyezett párhuzamos fémlamezekkel megvalósított elrendezés (parallel plate waveguide), amelynek az effektív törésmutatóját TM módus esetén a következő összefüggéssel lehet meghatározni (Pozar, 2005)

$$n_{\text{eff}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}, \quad (6.3)$$

ahol λ a hullámhossz a fémlamezek közötti közegben. Egymodusú terjedés esetén a törésmutató akkor lesz kisebb, mint egy, ha teljesül a következő feltétel

$$\frac{\lambda}{2} < a < \lambda. \quad (6.4)$$

Ennek megfelelően a törésmutató a

$$0 \leq n_{\text{eff}} \leq \sqrt{0.75}, \quad (6.5)$$

intervallumban változhat. A lencsét egymástól a távolságra elhelyezett homorú felületet alkotó párhuzamos fémlamezekből lehet kialakítani, ahogy az 53.b ábrán látható. A csatolás érdekében a primersugárzó által gerjesztett hullám elektromos komponensének párhuzamosnak kell lennie a fémlamezekkel. A lencseprofil egyenletét az $SQ = SP_1 + P_1P_2$ feltételből lehet meghatározni, amiből

$$r = \frac{(1 - n_{\text{eff}})l}{1 - n_{\text{eff}} \cos \theta}, \quad (6.6)$$

ami egy ellipszis egyenlete. A lencse vastagsága a D átmérő függvénye

$$d = \frac{1}{n} \left(l - \frac{D}{2 \sin \theta_{\max}} \right). \quad (6.7)$$

Az ellipszis profilú egyforma méretekkel rendelkező fémlemezekből kialakított lencse az elektromos térerősség síkjába fókuszálja az energiát. Változtatva a lemezek d vastagságát, az elektromágneses energia a mágneses térerősség síkjába is fókuszálható. A primer sugárzó által kibocsátott gömbhullámot síkhullámmá alakíthatunk, ha a lencsét megfelelő alakú és különböző vastagságú hullámvezetőkől állítjuk össze. Az effektív törésmutató (6.3) alakú frekvencia függése miatt a hullámvezetőkől felépített lencsék viszonylag keskeny sávúak. A lencse vastagságának csökkentése és a sávzélesség növelése érdekében zónázást alkalmaznak. A lencse polarizáció függetlenné tehető tojástartó szerű szerkezet kialakításával (Volakis, 2007). A mesterséges anyagok segítségével csökkentett fázissebességű lencsék is készíthetők. Síkfelületű lencsék inhomogén törésmutató eloszlással lehet megvalósítani. A kompozitok és a metaanyagok lehetőséget biztosítanak a törésmutató irányított tervezésére.

6.1.2 Antennák nyereségének növelése metafelületekkel

Ebben a részben olyan síkfelületű metaanyag lencsék tervezését mutatom be, amelyek a hagyományos Nyomtatott Áramkörök (NYÁK) előállítására szolgáló technológiával megvalósíthatók, tehát alkalmasak a tömegtermelésre. A kifejlesztett metaanyagokkal, metalencsékkel növelhető például a patch típusú antennák nyeresége és irányítottsága, így segítségükkel kiválthatók nagyobb méretű, például tölcser típusú antennák. A cél, hogy a tervezett kisméretű és jól irányított antennák megfeleljenek az új generációs mobilkommunikációs eszközök kívánalmainak.

A kidolgozott tervezési lépéseket egy patch antennából és közel nulla törésmutatójú metaanyag rétegből, elektromágneses térszámítással összekötött optimalizálással kialakított inhomogén metalencséből álló antennaszerkezet segítségével mutatom be [12], [K6], [P1], [K7]. Az antenna működési frekvenciája 10 GHz, a tervezés célja az irányítottság és a nyereség növelése. A tervezés lépései általánosak és más metaanyagot vagy kompozitot alkalmazó eszközök esetén is alkalmazhatók.

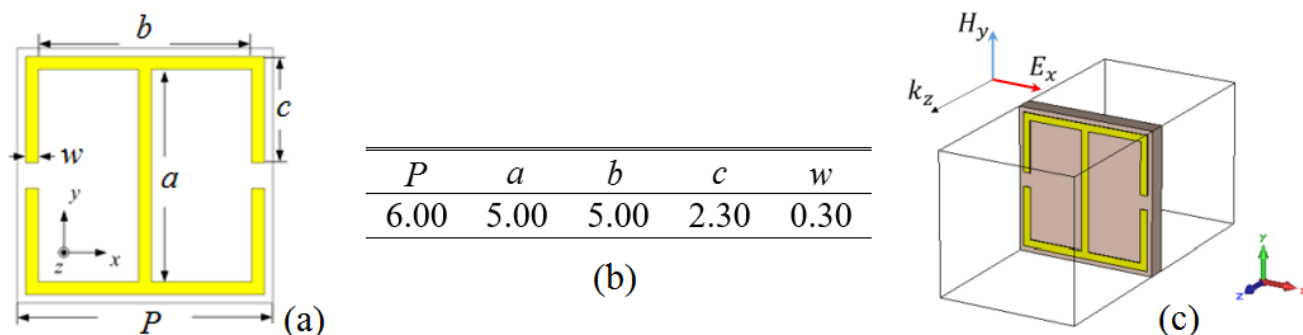
A tervezés lépései a következők:

1. *Homogenizált anyagparaméterekkel történő szimulációkkal meghatározzuk azokat a metaanyag paramétereket, amelyek szükségesek egy konkrét eszköz esetén egy adott funkció megvalósításához.* A 18.a ábrán látható, hogy legalább az egyik optikai irányba közel nulla törésmutatóval rendelkező metaanyagok különösen jól használhatók antennák irányítottságának javítására. Ezért először egy adott frekvenciájú, polarizációjú és merőleges beesésű síkhullám gerjesztésre közel nulla törésmutatójú metaanyagot tervezek. A metaanyag homogenizálása és az effektív törésmutató meghatározása megkönnyíti a tervezési folyamatot és jó kiindulási értéket biztosít a teljes szerkezet optimalizációjánál.

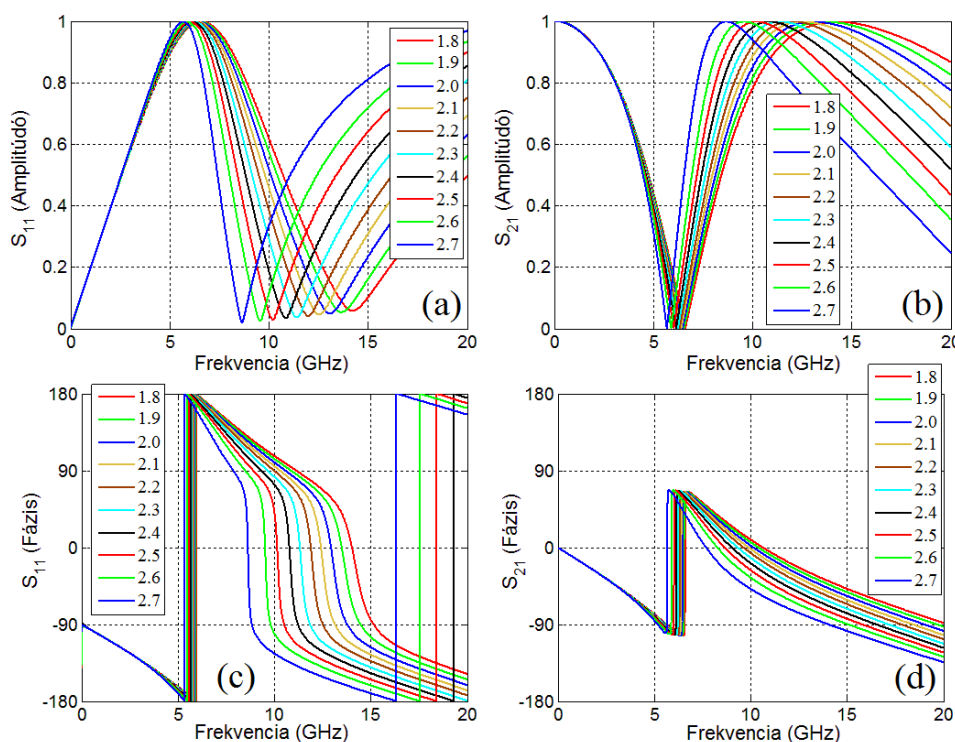
2. *Kiválasztjuk a célnak megfelelő metaanyag geometriát.* A mikrohullámú tartományon általában több struktúra is létezik, amelyekkel hasonló funkcionalitás valósítható meg. Elméleti modellezéssel, pl. térszámítással meghatározzuk a metaanyag elemi cellájának geometriai paramétereit és a periodicitást. A számítási idő csökkentése céljából két irányba végtelen kiterjedésű periodikus metaanyag vékonyréteget célszerű modellezni a 44. ábrán látható szimulációs beállítások valamelyikével. Amint a bevezető részben vizsgált különböző elektromágneses szerkezetek esetén is megfigyelhető volt (pl. lásd a 10. vagy a 16. ábrát) a metaanyagok elektromágneses paramétereinek frekvenciafüggése gyakran a 70. ábrán látható Lorentz típusú viselkedést mutat. A működési frekvenciának megfelelő $n \approx 0$ munkapontot célszerű minél távolabb helyezni a rezonanciától annak érdekében, hogy minimalizáljuk a veszteséget. Ezért elektromágneses térszámítással optimalizálom az elemi cella geometriáját merőleges beesésű, adott polarizációjú síkhullám gerjesztésre. Az optimalizálás során a metaanyag S-paramétereiből az előző részben bemutatott effektív metaanyag paraméter meghatározó eljárás segítségével számítom ki az effektív törésmutatót.

Példának tekintsük az 54. ábrán látható a Folded Wire típusú elemi cella geometriát [12]. A hordozó 0.76 mm vastag ISOLA IS680 – 345, a réz réteg vastagsága 38 μm . Az $f = 10$ GHz működési frekvenciára optimalizálással meghatározott elemi cella paramétereket az 54.b ábra táblázata foglalja

össze merőleges beesésű és y irányba polarizált síkhullám gerjesztés esetén. A metaanyag paramétereinek szenzitivitás vizsgálata nagy érzékenységet mutat a c paraméter változtatására. Az 55. ábra az S -paraméterek változását mutatja a c paramétert az 1.8,...,2.7 mm tartományban 0.1 mm lépésközzel változtatva.

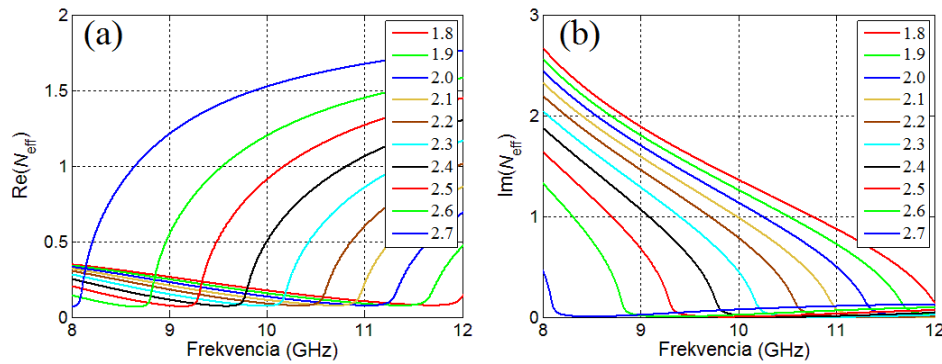


54. Ábra A nulla törésmutatójú metaanyag elemei cellájának geometriája (a), a 10 GHz működési frekvenciának megfelelő paraméterek méretei (mm) (b) és a számítási tartomány geometriája (c).



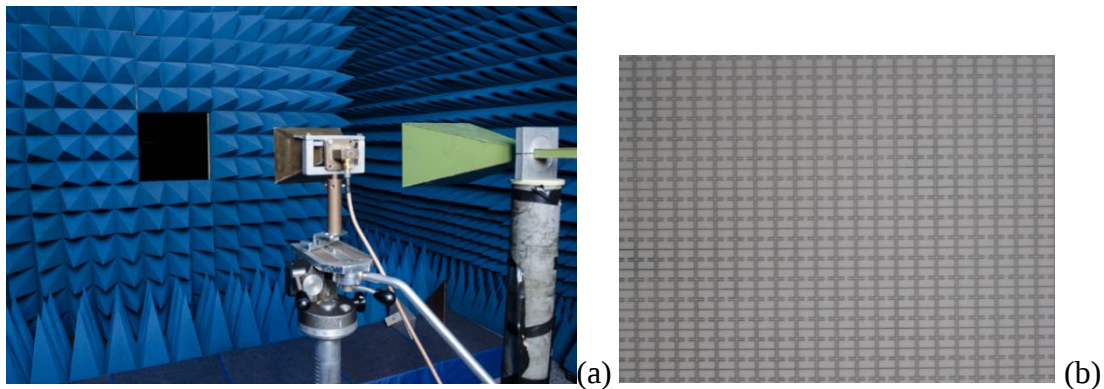
55. Ábra Az y irányba polarizált síkhullám gerjesztésnek megfelelő S -paraméterek a c méret függvényében.

Az y polarizációjú gerjesztésnek megfelelő effektív anyagparaméterek frekvencia függése az 56. ábrán látható. A nulla törésmutató környezetében a transzmisszió fázisa meredeken és széles tartományban változik, ahogy az 56.a és 55.d ábrák összehasonlításával megfigyelhető. Ezért a metaanyagokat alkalmazó elektromágneses eszközök optimalizálása során sokszor célszerű nulla törésmutatójú metaanyagból kiindulni. Az y irányú polarizáció esetén a Folded Wire metaanyag a közel nulla törésmutatójú 10 GHz körüli frekvenciatartományban sáváteresztőként, x irányú polarizáció esetén pedig sávzáróként viselkedik. A rezonátorok síkjára merőleges mágneses összetevőjű síkhullámmal történő megvilágítás esetén a szerkezet mágneses metaanyagként viselkedik és az effektív mágneses permeabilitása Lorentz típusú rezonáns viselkedést mutat.



56. Ábra A Folded Wire metaanyag effektív törésmutatójának változása a c méret függvényében y irányba polarizált merőleges beesésű síkhullám gerjesztés esetén.

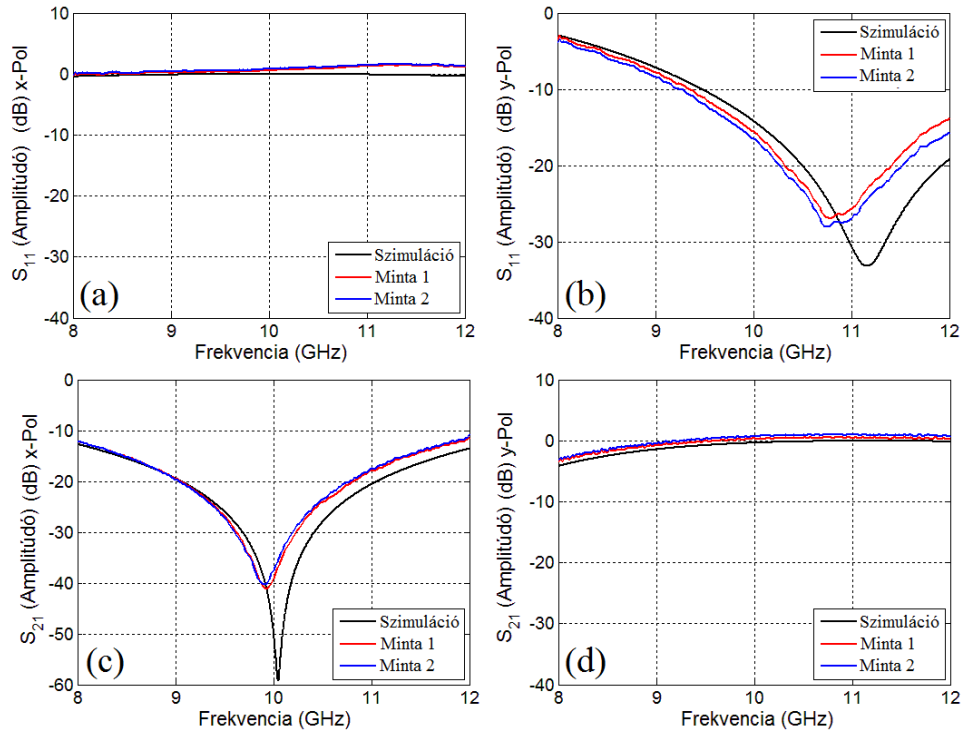
3. Elkészítünk egy kellően nagy, azonban véges kiterjedésű nulla törésmutatójú metaanyag réteget és transzmissziós reflexiós mérésekkel ellenőrizzük a szerkezet működését. Összehasonlítjuk a mérésből kapott transzmissziós reflexiós adatokat a végtelen kiterjedésű metaanyag rétegével. Amennyiben szükséges, változtatjuk a véges metastruktúra geometriáját, valamint újra optimalizáljuk a paramétereket. Az 57.a ábra a metaanyag réteg reflexiós mérésének elrendezését mutatja, a BME VIK Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék árnyékolt szobájában felállított, elnyelő anyaggal borított paravánt. Az elnyelő anyaggal körülvett minta a paravánon kialakított résbe kerül elhelyezésre.



57. Ábra Véges kiterjedésű metaanyag S_{11} reflexiós együtthatójának mérése (a) és egy elkészült minta geometriája (b).

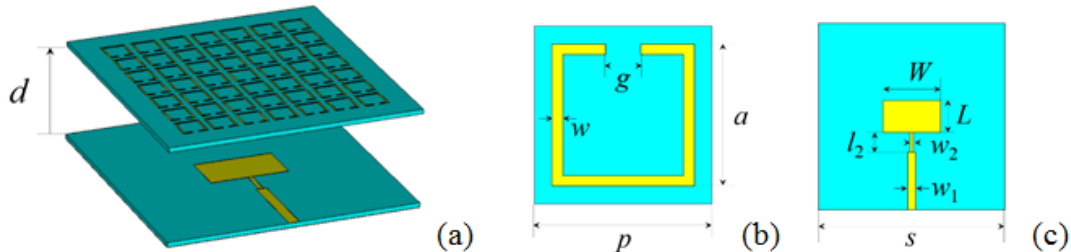
Mind a transzmissziós, mind a reflexiós mérések két tölcserantenna segítségével történtek, amelyek 40 GHz maximális mérési frekvenciáig működő vektor hálózatanalizátorhoz vannak csatlakoztatva. A transzmissziós méréseknél az antennák a metaanyagot tartó panel két oldalán vannak elhelyezve. A reflexiós méréseknél mindkét tölcserantenna a metaanyaggal szemben, egymás mellett kis szögű megvilágítást és vételt lehetővé tevő elrendezésben került elhelyezésre. Ez az elrendezés lehetőséget biztosít olyan lineárisan polarizált síkhullámok gerjesztésére, amelyek majdnem merőlegesen érkeznek a metaanyag felületére. Az 57.b ábrán egy ISOLA hordozóra készült Folded Wire típusú metafelület geometriája látható [12].

A gerjesztett síkhullámok vertikálisan polarizáltak. Az 58. ábrán a 13×13 elemi cellából álló Folded Wire típusú metaanyag méréssel meghatározott S-paramétereinek és az egy elemi cellára periodikus peremfeltételekkel elvégzett szimuláció eredményeinek az összehasonlítása látható. A vizsgált frekvencia tartományon az elméleti modell nagyon jól közelíti a véges számú elemi cellából álló szerkezet elektromágneses viselkedését.



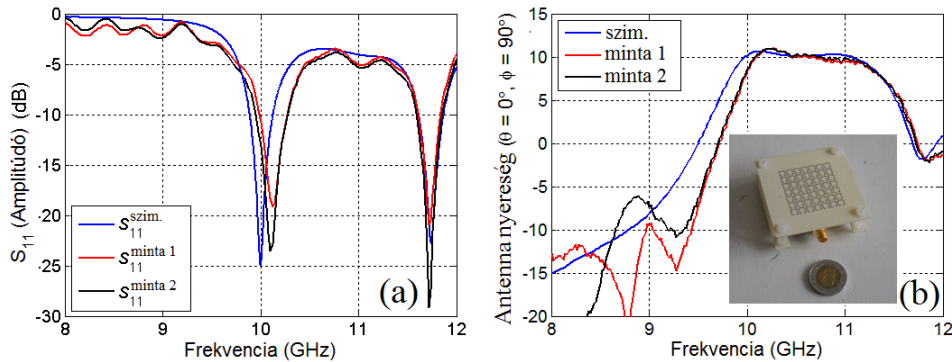
58. Ábra A Folded Wire típusú metaanyag minták transzmissziós, reflexiós méréseinek és szimulációs eredményeinek az összehasonlítása x és y polarizációjú síkhullámmal történő gerjesztés esetén.

4. Integráljuk a metaanyagot más mikrohullámú eszközökkel a kívánt funkció elérése érdekében, jelen esetben a patch antennával. Példaként tekintsük az 59. ábrán látható 10 GHz frekvencián működő patch antenna fölé helyezett egyrétegű, 7×7 SRR típusú elemi cellát tartalmazó metaanyagot [P1]. A metafelület d távolságra helyezkedik el a patch antenna fölött. Az SRR rezonátor geometriája a 59.b ábrán, a patch antenna geometriája a mikroszalag hullámvezető táplálással és az negyedhullámhosszú illesztéssel az 59.c ábrán látható. Az elrendezés méreteit az 6. táblázat tartalmazza, amelyből két minta készült ISOLA IS680 – 345 hordozóra. A d távolságot távtartó csavarozás biztosítja. A bemeneti reflexiót a 60.a ábra, az antenna nyereségének a frekvencia függését a 60.b ábra mutatja. A szimulált bemeneti reflexió minimuma 10 GHz frekvencián van, értéke -25 dB. A maximális nyereség 10 GHz frekvencián 10.2 dB, ami duplája az önmagában álló patch antenna nyereségének. A mért és szimulált reflexiós görbék eltolódtak egymáshoz viszonyítva, ami az ISOLA hordozó elektromos permittivitásának valós és a szimulációkban használt értéke közötti eltérés következménye. A mért minimális bemeneti reflexió az egyik antennarendszer esetében -23 dB az $f = 10.1$ GHz, a másik esetben -19.2 dB az $f = 10.12$ GHz működési frekvencián. Hasonlóan a mért bemeneti reflexiós görbékhez, a maximális nyereség is nagyobb frekvenciákra tolódott el mindkét minta esetében. A mért maximális nyereség 10.99 dB az $f = 10.28$ GHz frekvencián az egyik és 10.94 dB az $f = 10.2$ GHz frekvencián a másik minta esetében.



59. Ábra SRR típusú metaanyag alkalmazása patch antenna nyereségének növelésére. A metaanyag lencse a patch antennával (a), az SRR rezonátor geometriája (b), a patch antenna geometriája a mikroszalag hullámvezető táplálással és a negyedhullámhosszú illesztéssel (c).

A metalencse még nem működik ideálisan, mivel a nulla törésmutatójú metaanyagot merőleges beesésre és adott polarizációra terveztem. A metafelület szélén elhelyezkedő elemi cellák esetén viszont a beesés nem merőleges és a cella távolsága a patch antennától is lényeges. Ezért az eszköz nyeresége inhomogén metafelület alkalmazásával tovább javítható.



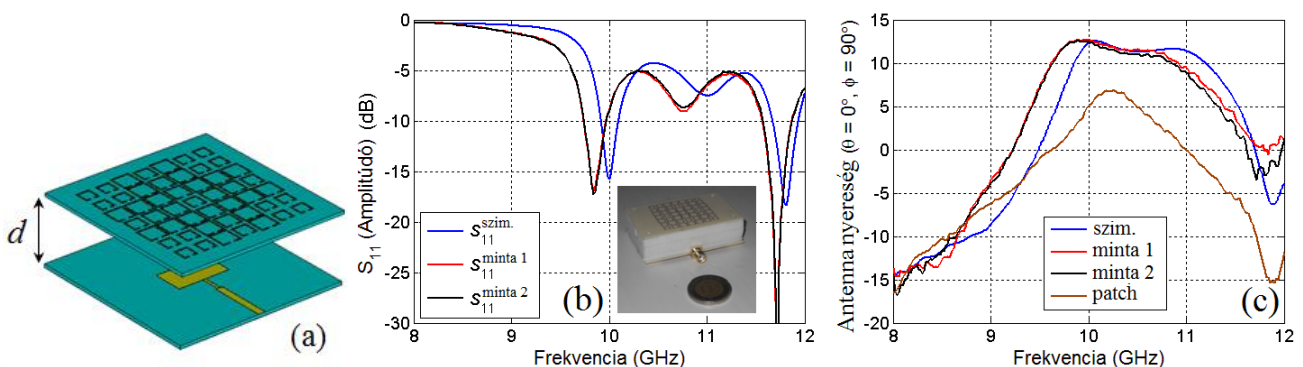
60. Ábra A homogén SRR metalencsével ellátott antenna bemeneti reflexiója (a), és nyeresége (b), az ábrának a melléklete az egyik elkészült mintát mutatja.

P	A	W	G	W	L	w_1	w_2	l_2	D
5	4	0.3	1	13.02	7.07	1.72	0.72	4.51	15

6. Táblázat A metaanyag lencse és a patch antenna méretei (mérétek: mm).

5. A teljes mikrohullámú eszköz, az inhomogén metalencse és a patch antenna együttes optimalizálása a nyereség növelése érdekében. Szenzitivitás vizsgálatokat végezve megállapítható, hogy a Folded Wire típusú metaanyag elektromágneses viselkedése nagy érzékenységet mutat a geometria c paraméterének a változására [12]. Ezért ezt a paramétert elemi cellánként változtatva maximalizáljuk a nyereséget. Az SRR metafelület esetén a vágott gyűrű a oldalhosszának és a rés g nagyságának a módosításával kerül kialakításra az inhomogén metaanyag [P1], [K7]. A paraméterek meghatározása optimalizálással történik, a célfüggvény a maximális nyereség elérése a 10 GHz frekvencián.

Az optimalizálás eredményeként kapott inhomogén struktúrát a 61.a ábra mutatja. A bemeneti reflexió a 61.b ábrán, az antenna nyereség a frekvencia függvényében a 61.c ábrán látható. A 10 GHz frekvencián az optimalizált metalencsével jelentős nyereségnövekedést lehet elérni az önmagában álló patch antennához képest.



61. Ábra Az optimalizálás eredményeképpen kapott inhomogén SRR metalencse (a). Az inhomogén SRR metalencsével ellátott antenna bemeneti reflexiója (b), a melléklet az egyik elkészült mintát mutatja, ahol a d távolságot távtartó habszivacs biztosítja. Az önmagában álló patch és a metalencsével ellátott antenna nyeresége (c).

6. Elkészítjük a metaanyag lencsével ellátott patch antennát és mérésekkel ellenőrizzük az eszköz paramétereit. Két azonos inhomogén SRR metaanyag lencsével ellátott szerkezet készült. A patch antenna és inhomogén SRR metaanyag lencse között 15 mm a távolság. Ez két 6 mm és egy 3 mm vastagságú távtartó hab összeragasztásával valósult meg. Az egyik elkészült minta a 61.b ábra

mellékletében látható. A két szerkezet méréssel meghatározott bemeneti reflexiója és nyeresége a piros és a fekete görbékkel, a számított értékek pedig kézzel vannak ábrázolva a 61.b és c ábrákon. Összehasonlításképpen barna színnel ábrázoltam az önmagában álló Patch antenna nyereségét is. A mért maximális nyereség 12.80 dB az $f = 10.02$ GHz frekvencián az egyik és 12.52 dB az $f = 9.9$ GHz frekvencián a másik minta esetén, ami több mint kétszeres növekedés az önmagában álló patch antennához viszonyítva [P1], [K7]. Az antenna rendszer működési frekvenciája kisebb frekvenciák felé tolódik. Az S_{11} első minimuma mindkét esetben 9.84 GHz, lásd a 61.b ábrát, ami a távtartó hab vákuumtól kissé különböző törésmutatójának a hatása. Hasonló nyereségnövekedést lehet elérni a három rétegből álló Folded Wire metaanyag lencse esetén is [12], [K6].

6.2 Diffrakciós határ alatti képalkotás meta-kompozitokkal

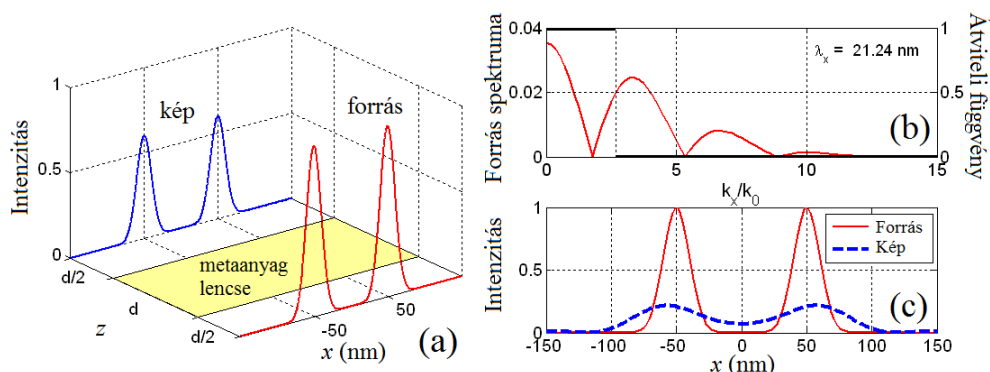
A metaanyag kutatás egyik ígérete a negatív törésmutatójú vékonyréteggel történő diffrakciós határ alatti képalkotás (Veselago, 1968), (Moerner, 2009), (Solymar & Shamonina, 2009). Annak ellenére, hogy ez az alkalmazási terület is aktívan kutatott és számos előrelépés történt, az optikai tartományon még mindig nem sikerült ilyen eszközt létrehozni. Ahogy a 18.b ábrán látható egy $n = -1$ törésmutatójú d vastagságú metaanyag réteggel egy pontszerű forrás elektromágneses tere újra fókuszálható, mi több a forrás terének eltűnő (evanescent) komponensei is továbbíthatók a képsíkba, így túlléphető az Abbé-féle diffrakciós határ (Born & Wolf, 1999). Azonban számos tényező, köztük a metaanyagok strukturáltsága (vagyis az elemi cella mérete) és a fellépő veszteségek határt szabnak az elérhető felbontásnak.

6.2.1 A képalkotó metaanyag elemi cellájának mérete

Ebben a részben becslést adok arra, hogy milyen felépítési és méret követelményeket kell kielégítenie egy ideális $n = -1$ törésmutatójú d vastagságú metaanyag réteget tartalmazó képalkotó elrendezésnek [18], [K8]. A gerjesztés legyen a metaanyag lencse előtt $d/2$ távolságban található tárgysíkban elhelyezett átlátszatlan síkrétegbe vágott kettős rés, amit 357 nm hullámhosszú monokromatikus síkhullámmal világítunk meg. A gerjesztés intenzitás eloszlását dupla Gauss függvényekkel közelítem, amelynek csúcsai közötti távolság 100 nm és félértékszélessége 20 nm, ahogy a 62.a ábrán látható. A gerjesztés Fourier transzformáltjának abszolút értéke a 62.b ábrán látható piros görbe. Tökéletes átvitel esetén a gerjesztő jel torzítás nélkül, legfeljebb skálázva és késleltetve jelenik meg a kimeneten. Rendszerelméletből ismert, hogy a tökéletes átvitel állandó amplitúdójú és lineáris fázisú átviteli karakterisztikával valósítható meg. A legtöbb metaanyag azonban periodikus szerkezetű, így az elemi cella mérete is határt szab az elérhető felbontásnak, tehát az átviteli függvény nem lehet ideális. A metaanyag lencse átviteli karakterisztikájának sáv szélessége befolyásolja a képalkotás minőségét. A következőkben az átviteli karakterisztika legyen ideális alul áteresztő, lásd a 62.b ábrán a fekete görbét. A lencse mögött $d/2$ távolságban található képsík intenzitás eloszlása az átviteli karakterisztika és a gerjesztő jel Fourier transzformáltjának konvolúciója után inverz Fourier transzformálásával határozható meg, lásd a 62.c ábrán a kék görbét. Látható, hogy megfelelő küszöbértékkel a két csúcs távolsága meghatározható, azonban a gerjesztő tér nagysága és félértékszélessége nem. Az elrendezés paraméterei úgy vannak megválasztva, hogy a metaanyag lencse nélkül a képsíkban nem lehet a két csúcsot megkülönböztetni. A diffrakciós határ alatti csúcsok megkülönböztetéséhez eltűnő (evaneszcens) összetevők átvitele is szükséges.

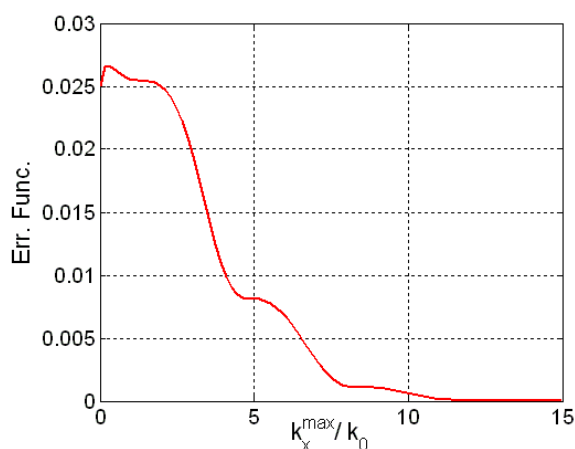
A képalkotó rendszer minőségét a forrás és a képsík intenzitás eloszlásainak különbségeként kapott abszolút hiba segítségével definiálom. A 63. ábrán az abszolút hiba változása látható a metaanyag lencse sáv szélességének függvényében. Megfigyelhető, hogy növelve a metaanyag réteg átviteli karakterisztikájának sáv szélességét, vagyis ahogy egyre több eltűnő komponenst viszünk át a rendszerrel, a képsík intenzitás eloszlása egyre jobban megközelíti a gerjesztést. A Nyquist-Shannon mintavételezési tétel szerint a metaanyag réteg elemi cellájának mérete legalább fele akkora kell, hogy legyen, mint a képalkotó rendszer által átvitt legnagyobb térbeli harmonikus hullámhossza. A 62. ábra

esetén a határfrekvencia $k_x/k_0 = 2.674$, ami $\lambda_x = 21.24$ hullámhossznak felel meg. Tehát a metaanyag elemi cellájának mérete 10 nm nagyságrendű kell legyen ahhoz, hogy 357 nm hullámhosszú gerjesztéssel 100 nm körüli felbontást valósíthassunk meg. A Maxwell egyenletek numerikus megoldási módszerei szintén segíthetnek az elemi cella méreteinek a meghatározásában. Az Időbeli Véges Differenciák (FDTD) (Taflöv & Hagness, 2000) esetén a térháló cellájának mérete általában négyszer-tízszer kell kisebbnek lennie, mint a vezetett hullámhossz ahhoz, hogy néhány hullámhossznyi távolság után a hullámterjedés még elfogadható hibával történjen.



62. Ábra Negatív törésmutatójú veszteséges metaanyag lencse képalkotása (a), a forrás intenzitásának Fourier transzformáltja és a képalkotó rendszer ideális alul áteresztő átviteli függvénye (b), a forrás és a képsík intenzitás eloszlásainak az összehasonlítása (c). Az áteresztett legnagyobb térbeli harmonikus hullámhossza 21.24 nm, tehát a metaanyag elemi cellájának mérete kisebb, mint ennek a méretnek a fele.

Tehát, ha 100 nm felbontást szeretnénk elérni, ami nagyon kívánatos lenne például a biológiai képalkotásban, akkor a metaanyag elemi cellája nem lehet nagyobb, mint 10-20 nm. Ezeknél a méreteknél a negatív törésmutatóhoz szükséges negatív mágneses permeabilitás megvalósítása még mindig elvi és technológiai kihívást jelent. Ez a követelmény elkerülhető TM módusok esetén. Ebben az esetben a diffrakciós határ alatti felbontás csak negatív elektromos permittivitással rendelkező anyag segítségével is megvalósítható, ami akár egy fémes vékonyréteg is lehet (Pendry, 2000), (Xu, Agrawal, Abashin, Chau, & Lezec, 2013). A fémrétegek használatának hátránya, hogy a kémiai kompozíció megszabja az eszköz működésének a hullámhosszát (a permittivitás valós része), valamint a réteg vastagságát (a permittivitás képzetes része), ami pedig meghatározza a forrás és a kép távolságát. Ezek a korlátozások túlléphetők fém-szigetelő kompozitok [18] és többrétegű lencsék alkalmazásával (Rho, és mtsai., 2010), (Lu & Liu, 2012), [19].



63. Ábra A képalkotó rendszer minősége a metaanyag lencse sávszélességének függvényében.

6.2.2 A metalencse képalkotásának numerikus szimulációja

Az egyrétegű és többrétegű, izotróp és anizotróp anyagokból készült vékonyrétegeknél alkalmazott numerikus módszerek kiterjeszthetők negatív törésmutatójú metaanyag és kompozit rétegek szimulációjára is. Ebben a részben bemutatom a mátrixos formalizmus (Transfer Matrix Method) főbb lépéseit (Born & Wolf, 1999), (Solymar & Shamonina, 2009), amelynek alapján kidolgoztam egy programcsomagot metaanyag síklencsét alkalmazó képalkotó rendszer numerikus szimulációjára [18], [K8]. Az egy vagy többrétegű metaanyag rétegekkel párhuzamos tárgysíkba helyezett tetszőleges $g(x, y)$ gerjesztés elektromágneses terének Fourier transzformáltja

$$G(f_x, f_y) = \int g(x, y) e^{-i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy. \quad (6.8)$$

A $k_x = 2\pi f_x$ és $k_y = 2\pi f_y$ tranzverzális hullámvektor komponensek kielégítik a $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2/c^2$ diszperziós egyenletet, ahol k_z a hullámvektor longitudinális z irányú komponense, ω a gerjesztés körfrekvenciája és c a fénysebesség a metaanyag előtti közegben. A 62.a ábrán látható képalkotó rendszer átviteli függvénye

$$T(k_x) = T_0(k_x) T_1(k_x) T_2(k_x), \quad (6.9)$$

ahol $T_0(k_x) = e^{-ik_{z0}d_0}$ a tárgysík és a metaanyag lencse közötti teret kitöltő d_0 vastagságú, ε_{r0} permittivitású és μ_{r0} permeabilitású homogén közeg átviteli függvénye, $T_2(k_x) = e^{-ik_{z2}d_2}$ a metaanyag lencse és a képsík közötti teret kitöltő d_2 vastagságú, ε_{r2} permittivitású és μ_{r2} permeabilitású homogén közeg átviteli függvénye, és az (M.52) összefüggés alapján

$$T_1(k_x) = \frac{4\xi_1\xi_2}{(\xi_1+1)(\xi_2+1)e^{ik_{z1}d_1} + (\xi_1-1)(\xi_2-1)e^{-ik_{z1}d_1}}, \quad (6.10)$$

a d_1 vastagságú rétegből álló, ε_{r1} , μ_{r1} homogén elektromágnes tulajdonságú metaanyag lencse átviteli függvénye. A ξ_1 és ξ_2 polarizáció függő együtthatók az (M.53) összefüggéssel számíthatók ki. Megjegyzendő, hogy a $T_1(k_x)$ átviteli függvény nemcsak a ξ_1 és ξ_2 együtthatókon keresztül függ az anyagparaméterektől, hanem implicit módon a k_z hullámvektor komponensen keresztül is. A 7. táblázat összefoglalja a hullámvektor k_z longitudinális komponensének számítását különböző előjelű anyagparaméterek esetén. Egyszeresen vagy kétszeresen negatív metaanyag rétegek esetén a hullámvektor k_z longitudinális komponense képzetes és nemterjedő hullámok esetén pozitív, ami a lencse vastagságával exponenciálisan növekvő nyereséget eredményez. Ennek a jelenségnek a dinamikáját részletesen tárgyaltuk [20].

	Terjedő hullámok $k_x^2 \leq \frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r \mu_r$	Elenyésző hullámok $k_x^2 > \frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r \mu_r$
$\varepsilon_r > 0, \mu_r > 0$	$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r \mu_r - k_x^2}$	$k_z = -i\sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r \mu_r}$
$\varepsilon_r > 0, \mu_r < 0$		$k_z = i\sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r \mu_r}$
$\varepsilon_r < 0, \mu_r > 0$		
$\varepsilon_r < 0, \mu_r < 0$	$k_z = -\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} \varepsilon_r \mu_r - k_x^2}$	

7. Táblázat A hullámvektor k_z longitudinális komponensének kiszámítása különböző előjelű anyagparaméterek esetén.

Az elektromágneses tér a képsíkban az átviteli karakterisztika és a gerjesztő jel Fourier transzformáltjának konvolválása után inverz Fourier transzformációval határozható meg

$$g(x, y, z_2) = \int T(f_x, f_y) G(f_x, f_y) e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy. \quad (6.11)$$

A képminőség a forrás és a képsík téreloszlásainak abszolút különbségeként kapott abszolút hiba segítségével számítható ki

$$\Omega = \frac{1}{N_x} \sum_{j=1}^{N_x} |g(x_j, z_2) - g(x_j, 0)|, \quad (6.12)$$

ahol N_x az x irányú mintavételi pontok száma a forrás- és képsíkon. Ez a minimalizálandó célfüggvényt az optimális metaanyag lencseparaméterek keresése során.

Többrétegű metaanyag lencse esetén az eljárás hasonló, kivéve az átviteli karakterisztika számítását [18], [19], [K9]. A metalencse minden d_m vastagságú rétegére az elektromágneses peremfeltételekből és a réteg által létrehozott fáziskülönbségekből levezethető mátrixot kell kiszámítani

$$M_m = \begin{bmatrix} \cos(k_z^m d_m) & i \frac{\omega \varepsilon_r^m}{k_{z_i}^m} \sin(k_z^m d_m) \\ i \frac{k_z^m}{\omega \varepsilon_r^m} \sin(k_z^m d_m) & \cos(k_z^m d_m) \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

ahol k_z^m a hullámvektor tranzverzális komponense és ε_r^m az elektromos permittivitás az m -edik rétegben. Az M_m mátrixokat az utolsó rétegtől kezdődően összeszorozzuk

$$M = \prod_{m=n+1}^0 M_m = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

A metalencse átviteli függvénye a következő összefüggéssel számítható ki

$$T(k_x) = \frac{2}{M_{11} + \frac{\omega \varepsilon_r^0}{k_z^0} M_{21} + \frac{k_z^{n+1}}{\omega \varepsilon_r^{n+1}} \left(M_{12} + \frac{\omega \varepsilon_r^0}{k_z^0} M_{22} \right)}, \quad (6.15)$$

ahol k_z^0 a metalencse előtti térrész hullámszáma és ε_r^0 az elektromos permittivitása, k_z^{n+1} a metalencse utáni térrész hullámszáma és ε_r^{n+1} elektromos permittivitása. Az eljárás tetszőleges anizotrópiájú metaanyag rétegekre is általánosítható [19]. A metaanyag vagy kompozit rétegek esetén a szükséges elektromágneses paramétereket homogenizálással vagy keverési törvények segítségével határozhatjuk meg, elhanyagolva a rétegek közötti kölcsönhatást. Egy adott réteg elektromágneses tulajdonságait függetlennek tekintjük az összes többi rétegtől.

6.2.3 Tetszőleges számú bevonattal ellátott fémes részecske elektromos permittivitása

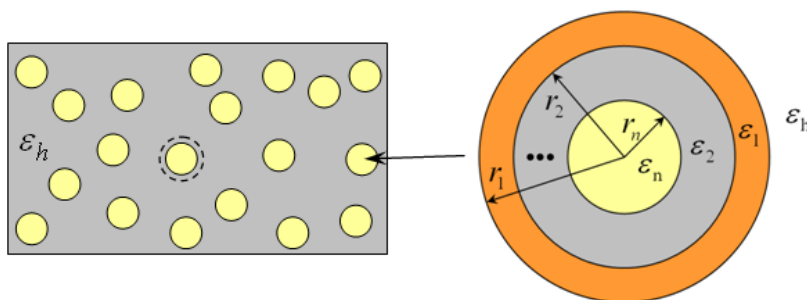
A (2.67) Maxwell-Garnett keverési törvény kiterjeszthető tetszőleges számú rétegből álló gömbalakú részecskékből álló kompozit (lásd a 64. ábrát) elektromos permittivitásának a meghatározására. A különböző rétegszámú szemcsékből álló kompozit elektromos permittivitásának formulái ismertek (Sihvola, 1999), azonban az általam javasolt rekurzív eljárás általános és tetszőleges számú bevonattal ellátott részecskék esetén is alkalmazható [18]. A kidolgozott eljárás a Q_2 függvény

$$Q_2 = \frac{1-x}{1+2x}, \quad (6.16)$$

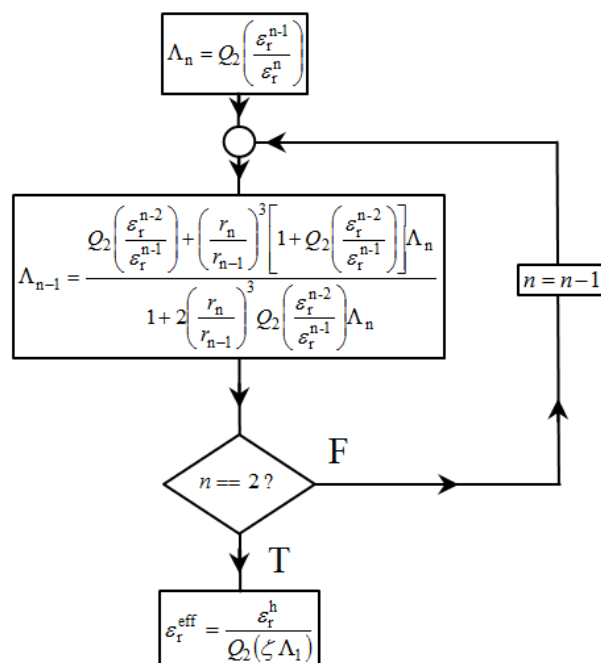
rekurzív hívásán alapszik és jelentősen egyszerűsíti a (Sihvola, 1999) összefüggéseit. Megjegyzendő, hogy a Q_2 függvény segítségével a (2.67) Maxwell-Garnett keverési törvény a következőképpen írható

$$\varepsilon_r^{\text{eff}} = \frac{\varepsilon_r^h}{Q_2\left(\zeta Q_2\left(\frac{\varepsilon_r^h}{\varepsilon_r^i}\right)\right)}. \quad (6.17)$$

A Maxwell-Garnett keverési törvényben a részecske méretek nem jelennek meg közvetlenül, a ζ kitöltési tényező az egyetlen geometriai paraméter. A sokrétegű bevonattal ellátott gömbalakú szemcsékből álló kompozit effektív elektromos permittivitását meghatározó rekurzív algoritmus a 65. ábrán látható, ahol a bevonat n -edik rétegének elektromos permittivitása ε_r^n . Az effektív elektromos permittivitás függ két szomszédos réteg sugarainak arányától. Az iteráció a középén elhelyezkedő gömbalakú részecskétől halad a legkülső héj irányába.



64. Ábra Sokrétegű bevonattal ellátott gömbalakú részecskékből álló Maxwell-Garnett típusú kompozit.



65. Ábra Sokrétegű bevonattal ellátott gömbalakú szemcsékből álló kompozit effektív elektromos permittivitását meghatározó rekurzív algoritmus.

6.2.4 Kompozit rétegekből álló metalencse paramétereinek meghatározása

Az átviteli függvény meghatározására bemutatott mátrixos formalizmus numerikus kiértékelése több száz rétegből álló eszközök (pl. Fabry-Perot rezonátorok vagy tükrözésmentes rétegek) esetén sem túlságosan időigényes, ezért az eljárás alkalmazható a kompozit rétegekből álló metalencse

összetételének és szerkezetének numerikus optimalizálással való meghatározására. A célfüggvény (6.12) alakú, amit például a Differenciális Evolúciós (Price, Storn, & Lampinen, 2005) algoritmus segítségével minimalizálhatunk. A kidolgozott eljárással számos egyrétegű és többrétegű, izotróp és anizotróp kompozit anyagból álló metalencsét terveztem [18] [K10]. A következőkben a legjobb képalkotó tulajdonságokkal rendelkező homogén izotróp kompozitból álló többrétegű metalencsét mutatom be. A kompozit összetételének megválasztásánál a 100 nm felbontóképességű metalencse elérése a cél.

A metalencse rétegeinek anyaga legyen SiO_2 mátrixba ágyazott, homogén eloszlású, egymagában álló gömb alakú ezüst nanorészecskékből álló kompozit. A kompozit elektromágneses paramétereit az (5.11) nagyfrekvenciás keverési törvénnyel és a 64. ábra rekurzív algoritmusával is meghatároztam. Az ezüstgömbök esetén nincs különbség a kétféle számolási mód között mivel a részecskék mérete nagyon kicsi a hullámhosszhoz viszonyítva [3], [18]. Az ezüstgömbök átlagos sugara legyen 2 nm, így elég nagyok, hogy kvantum jelenségeket ne kelljen figyelembe venni a modellezés során. A gömbök sugara azonban kisebb, mint az elektronok szabad úthossza az ezüstben (körülbelül 50 nm), ezért a makroszkopikus méreteknél meghatározott elektromos permittivitást módosítani kell, hogy figyelembe lehessen venni a gömb alakú részecske felületén való elektronszóródás miatt létrejövő további veszteségeket (Moroz, 2008).

Az ezüst elektromos permittivitása széles frekvenciatartományban ismert (Ehrenreich & Philipp, 1962), (Kreibig, 1974) a mért adatokat a SOPRA adatbázis (SOPRA, 2015) szolgáltatja, lásd a 66. ábrát. Az optikai frekvenciákon az ezüst elektromos permittivitását nemcsak a fémes kristályrács potenciális terében, a külső tér hatására elmozduló szabad elektronok mozgása határozza meg, hanem az ezüstionokhoz kötött elektronok hatása is jelentős. Az ezüst elektromos permittivitása felbontható

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^f + \varepsilon_r^b, \quad (6.18)$$

ahol ε_r a SOPRA adatbázisból ismert elektromos permittivitás, ε_r^f a szabad elektronokhoz és ε_r^b a kötött elektronokhoz rendelhető elektromos permittivitás. A szabad elektronokhoz rendelhető permittivitás kiszámítható a (2.62) Drude modellel. A plazmafrekvenciához képest alacsony frekvenciákon $\omega \ll \omega_p$, ahol a szabad elektronok hatása dominál, az ω_{pe} plazma frekvencia és a γ_e csillapítási tényező meghatározhatók a mért $\varepsilon_r = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r''$ elektromos permittitás értékekből a (M.9) összefüggések felhasználásával. Ezüst esetén az $f = 0.145$ PHz frekvencián az elektromos permittitás $\varepsilon_r = -206.23 + 30.64i$, tehát a plazmafrekvencia $\omega_{pe} = 13.2649$ rad/fs és a csillapítási tényező $\gamma_e = 0.134793$ rad/fs. A kötött elektronokhoz rendelhető elektromos permittitás az

$$\varepsilon_r^b = \varepsilon_r - \varepsilon_r^f \quad (6.19)$$

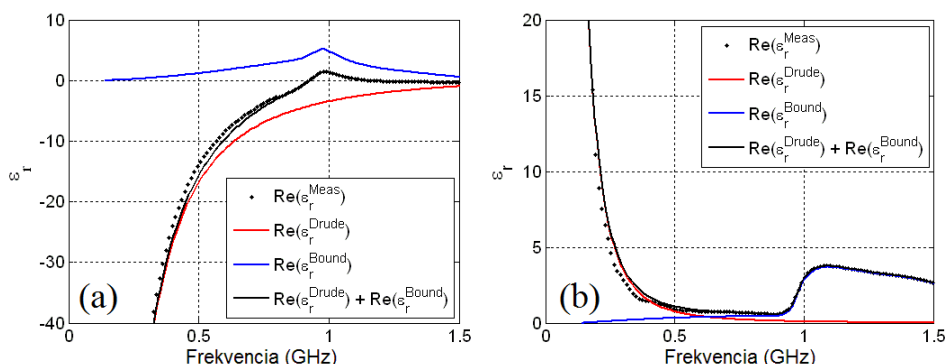
összefüggéssel határozható meg. A mátrixos formalizmus esetén nem szükséges ennek a tagnak a zárt alakú modellezése, a szükséges értékek numerikus interpolációval meghatározhatók. A 66. ábrán az ezüst elektromos permittitásának valós és képzetes részének szabad és kötött elektronokhoz rendelhető felbontása látható. A mérési hibák csökkentése érdekében a kötött elektronok elektromos permittivitását spline interpolációval simítottam. A nanorészecskék felületén való elektronszóródás miatt létrejövő további veszteségeket a szabad elektronok hatását leíró Drude modell csillapítási tényezőjének módosításával lehet figyelembe venni (Moroz, 2008)

$$\gamma_e = \gamma_e^{bulk} + \frac{v_F}{L_{eff}}, \quad (6.20)$$

ahol γ_e^{bulk} az előzőekben meghatározott csillapítási tényező, $v_F = 1.4 \cdot 10^6$ m/s az elektronok Fermi sebessége az ezüstben, és L a nanorészecske felületével való ütközések effektív átlagos szabad úthossza. Tetszőleges alakú nanorészecskék esetén az effektív átlagos szabad úthossz a biliárd vagy

Lambert szórási modellel határozható meg $L_{eff} = 4V / S$, ahol V a nanorészecske térfogata és S a felülete. Gömb alakú nanorészecskék esetén $L_{eff} = 4r / 3$, ahol r a nanorészecske sugara. A SiO_2 elektromos permittivitása szintén a SOPRA adatbázisból ismert.

Az optimalizálás paraméterei a kompozit rétegek vastagsága, a kitöltési tényező és az optimális működési frekvencia. Az optimalizálás során a paramétereket egy előre megadott zárt intervallumból választjuk, így biztosítva az (5.11) keverési törvény alkalmazhatóságát és a metalencse szerkezetének megvalósíthatóságát. Az optimális működési frekvenciát az eljárás a 0.4–1.0 PHz tartományban keresi. A kitöltési tényező alsó határa 0, azonban a felső határ 0.2, 0.3, 0.4 és 0.5 a minimalizálás különböző példányai során. A metalencse levegővel van körülvéve, az első és az utolsó réteg mindig kompozit anyagból készült, amelyek között SiO_2 szeparációs rétegek vannak. A kompozit rétegek száma kettő vagy három és mindegyik réteg vastagsága független az optimalizálás során. A metalencse mindegyik rétegének maximális vastagsága 50 nm, a forrás és a kép távolságát (a lencse előtti és mögötti levegőréteget) is beleértve. A levegőrétegek minimális távolsága 5 nm, a kompozit rétegeké 10 nm, a SiO_2 szeparációs rétegeké 5 nm és 10 nm a különböző minimalizálások során. Az optimalizáló eljárás minden esetben a kitöltési tényező maximumát és a rétegvastagságok minimumát eredményezi. A többrétegű metalencse optimalizált tervezési paraméterei a 8. táblázatban láthatók. Az első oszlop a kompozit rétegek kitöltési tényezőjét, a második oszlop a metalencse optimális működési frekvenciáját tartalmazza. A táblázat harmadik oszlopa a metalencse rétegvastagságait tartalmazza, a levegőrétegek vastagsága dőlt, a kompozit rétegeké félkövér számokkal vannak jelölve. A forrás és a képsík intenzitásainak különbségét a negyedik oszlop abszolút hibája tartalmazza. Az utolsó oszlop a metalencse kompozit rétegeinek effektív elektromos permittivitását tartalmazza az optimális működési frekvencián.



66. Ábra Szabad és kötött elektronok hozzájárulása az ezüst elektromos permittivitásának a kialakulásához. Az elektromos permittivitás valós része az (a), képzetes része a (b) ábrán látható.

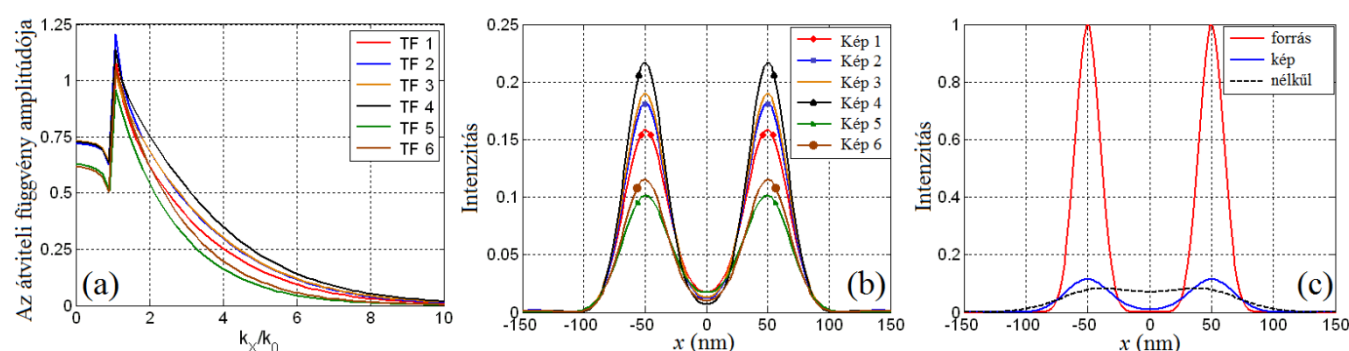
A 8. táblázatba foglalt paramétereknek megfelelő metalencsék képalkotási jellemzőit a 67. ábra mutatja. A 67.a ábrán a metalencsék átviteli függvényei láthatók. A 67.b ábra a képsíkban létrehozott intenzitás eloszlásokat ábrázolja. Az 1 – 4 görbék a kompozit – SiO_2 – kompozit, az 5 és 6 görbék a kompozit – SiO_2 – kompozit – SiO_2 – kompozit metalencsére vonatkoznak. Az ábrák a felbontóképesség növekedését mutatják a kitöltési tényező függvényében. A felbontóképesség a SiO_2 szeparációs rétegek csökkentésével is növekszik. A 67.c ábrán a legjobb felbontóképességet eredményező 10 nm vastagságú kompozit, 5 nm vastagságú SiO_2 rétegekből, a táblázat 4. sorában levő paramétereknek megfelelő metalencse által a képsíkban létrehozott intenzitás eloszlás látható.

Összehasonlításként a gerjesztés intenzitás eloszlását, valamint a képsíkban a metaanyag lencse nélkül létrejövő intenzitás eloszlást is ábrázoltam. Ebben az esetben a metalencse nélkül egyáltalán nem lehetne megkülönböztetni a két maximumot. A forrás és a képsík közötti távolságot több réteg hozzáadásával lehetne növelni. A hozzáadott rétegek nem változtatják meg túlságosan az átviteli

függvény alakját, azonban a veszteségek növekednek, ami amplitúdó csökkenéssel jár és megnehezíti a felbontóképesség küszöbértékének az alkalmazását.

	Kitöltési tényező	Frekvencia (PHz)	Rétegvastagságok (nm)	Hiba ($\times 10^{-2}$)	SiO ₂ -Ag elektromos permittivitása
1	0.4	0.8171	5 10 10 10 5	1.98	$-0.85 - 1.54 i$
2	0.5	0.8272		1.92	$-1.06 - 1.43 i$
3	0.4	0.8235		1.89	$-0.72 - 1.46 i$
4	0.5	0.8348	5 10 5 10 5	1.81	$-0.89 - 1.36 i$
5	0.4	0.8227		2.16	$-0.73 - 1.47 i$
6	0.5	0.8336	5 10 5 10 5 10 5	2.11	$-0.92 - 1.37 i$

8. Táblázat A többrétegű metalencse optimalizált tervezési paraméterei.



67. Ábra Képkötés többrétegű metalencsével. A táblázat paramétereinek megfelelő metalencsék átviteli függvényei az (a), valamint a képsíkban létrehozott intenzitás eloszlások a (b) ábrán láthatók. A (c) ábrán összehasonlítom a gerjesztést, a táblázat 4. sorának megfelelő metalencsével létrehozott képet és a metalencse nélkül kialakuló intenzitás eloszlást.

A tervezett *fémek kompozit – szigetelő – fémek kompozit* típusú hullámvezetők ígéretesek a diffrakciós határ alatti felbontóképességet lehetővé tevő képkötő eszközök megvalósítására. A kompozitok lehetővé teszik a metalencsék működési hullámhosszának összehangolását a kereskedelmi forgalomban kapható lézerek hullámhosszával. A metalencse cseréje és a különböző hullámhosszokon való adatgyűjtés lehetőséget teremthet „színes” képek felvételére is. Az alkalmazott kompozitban a nanorészecskék mérete sokkal kisebb a működési hullámhossznál. Az alkalmazott nagyfrekvenciás keverési törvény feltétele, hogy a nanorészecskék ne csoportosuljanak. Ilyen típusú kompozitok szigetelő bevonattal ellátott fémek nanorészecskék segítségével megvalósíthatók, és a 64. ábrán látható rekurzív iterációs algoritmussal tervezhetők. A javasolt kompozit metalencsék kiküszöbölhetik a fémek rétegek felületi egyenetlenségein gerjesztett lokális felületi plazmonikus rezonanciák miatt létrejövő „hot spot”-nak nevezett nemkívánatos jelenséget.

A síkfelületű metaanyag lencse képes a tárgysíkból a képsíkba átvinni a képet, azonban annak kiolvasásához további eszközökre van szükség, amelyek képesek a közeltéri információt a távotérbe transzformálni. A gömb alakú mikrorészecskékkel segített diffrakciós határ alatti képkötő eljárás (Darafsheh, Limberopoulos, Derov, Walker, & Astratov, 2014) lehet, hogy alkalmazható a metalencse mögött $d/2$ távolságra létrehozott téreloszlás letapogatására és annak konvencionális mikroszkóp tárgysíkjába való juttatására.

6.3 Elektromágneses elrejtés metaanyagokkal

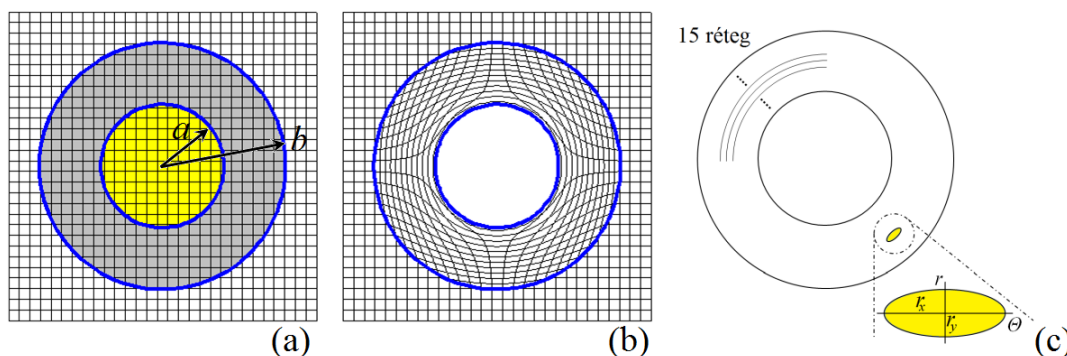
A transzformációs optika (Leonhardt, 2006), (Pendry, Schurig, & Smith, 2006) egy általános nagyfrekvenciás tervezési eljárás térbeli elektromágneses anyagparaméter eloszlások meghatározására, amelyek úgy befolyásolják az elektromágneses hullámtér terjedését, hogy megvalósul egy adott eszköz működéséhez szükséges funkcionalitás. Ennek a módszernek a

segítségével olyan metaanyag bevonatokat lehet tervezni, amelyek képesek elrejteni erősen szóró objektumokat (Schurig, és mtsai., 2006), (Valentine, Li, Zentgraf, Bartal, & Zhang, 2009), (Zhou, és mtsai., 2011). Az elrejtő köpenyt megvalósító metaanyagok gyártása a frekvencia növelésével egyre körülményesebb. Az optikai frekvenciákon működő szerkezetek elkészítésére általában elektronsugaras litográfias eljárásokat [21], [K11] lehet alkalmazni. Hasonlóan az előző részben bemutatott metalencsékhez, az egyfázisú, szigetelő mátrixba helyezett fémes részecskékből álló kompozitok segítségével elrejtő eszközök is készíthetők. Ebben a részben az infravörös tartományban működő egyfázisú, inhomogén, anizotrop kompozitból létrehozott elrejtő köpeny tervezését mutatom be [22]. A henger alakú objektumot elrejtő köpeny 300 THz frekvencián működik. Optimális méretarányt és megfelelő elrejtést lehet elérni, ha a henger alakú szóró objektumot egy hullámhossz vastagságú elrejtő köpennyel vesszük körül. Az elrejtő köpeny belső sugara legyen $1 \mu\text{m}$, a külső sugár $2 \mu\text{m}$. A kompozit önszerveződéssel megvalósítható (Schodek, Ferreira, & Ashby, 2009).

A 68.a ábrán sárga színnel ábrázolt fémhenger látható, amit szürke színnel jelölt elrejtő köpeny vesz körül. A rácsháló a valós tér metrikáját ábrázolja. Az elektromágneses elrejtéshez szükséges anyagparaméterek levezethetők a transzformációs optika segítségével. Egy z irányban végtelen hosszúságú henger esetén egy lehetséges elrejtő transzformáció (Pendry, Schurig, & Smith, 2006)

$$r' = r \frac{b-a}{b} + a, \quad \theta' = \theta, \quad \varphi' = \varphi, \quad (6.21)$$

ahol r, θ, φ a valós tér hengerkoordinátái, r', θ', φ' a transzformált tér hengerkoordinátái, a az elrejtő köpeny belső, b a külső sugara. Ez a transzformáció az $r < b$ körterületet az $a < r' < b$ körgyűrűbe alakítja, ahogy a 68.b ábrán látható.



68. Ábra Fémhengert körülvevő elrejtő köpeny (a), egy lehetséges elrejtő transzformáció (b), az elrejtő köpeny megvalósítása 15 rétegű kompozittal. A nagyítás az ellipszis keresztmetszetű részecskék orientációját mutatja (c).

A makroszkopikus Maxwell egyenletek invariánsok a koordináta transzformációkra. Tehát, ha az elektromágneses hullámok hasonlóan terjednek a vákuummal kitöltött transzformált térben, mint a valós térben, akkor az elrejtő köpeny anyagparaméterei egy koordináta transzformációval meghatározhatók. A rézhengert elrejtő köpeny elektromos permittivitása és a mágneses permeabilitása hengerkoordináta rendszerben a következő alakú diagonális tenzor (Pendry, Schurig, & Smith, 2006)

$$\varepsilon_r = \mu_r = \begin{bmatrix} \frac{r-a}{r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{r-a} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r} \end{bmatrix}, \quad (6.22)$$

ahol a sugárkoordináta az $a < r < b$ értékek között változhat. Az elrejtéshez szükséges anyagparaméterek bonyolultak. A tenzorok elemei a belső sugárhoz közeledve nulla és végtelenül nagy értékűek is lehetnek, ezért ezeket az anyagparamétereket csak közelítőleg lehet megvalósítani. Egyfázisú kompozitokkal az elektromos permittivitás és mágneses permeabilitás tetszőleges, egymástól független értékű beállítása nem lehetséges. Az elrejtő köpeny anyagparamétereinek bonyolultsága csökkenthető, ha az elrejtést csak z irányban lineárisan polarizált, transzverzális mágneses (TM) síkhullám gerjesztésre valósítjuk meg. Ebben az esetben a mágneses térnek csak z irányú, az elektromos térnek pedig csak r és θ irányú komponensei vannak, tehát a mágneses permeabilitás skalárrá, a permittivitás pedig kételemű diagonális mátrixszá egyszerűsödik (Pendry, Schurig, & Smith, 2006),

$$\mu_r = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r}, \quad \varepsilon_r = \begin{bmatrix} \frac{r-a}{r} & 0 \\ 0 & \frac{r}{r-a} \end{bmatrix}. \quad (6.23)$$

Az egyfázisú kompozitokkal az elektromos permittivitás széles tartományban változtatható, azonban számottevő mágneses permeabilitás előállításához nagyon nagy permittivitású részecskék szükségesek (lásd az 59. ábrát). Ezért tovább egyszerűsítjük az anyagparamétereket, azonban az elrejtő köpeny diszperzióját állandónak tartjuk, vagyis biztosítjuk az $n^2 = \mu_r \varepsilon_r = \text{const}$ feltételt. A mágneses permeabilitást egységnyinek választva, az elrejtő köpeny egyszerűsített anyagparaméterei [22]

$$\mu_r = 1, \quad \varepsilon_r = \begin{bmatrix} \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \left(\frac{r-a}{r}\right)^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

Tehát az elektromos permittivitás sugárirányú komponense 0 és 1 értékek között változhat, $\varepsilon_{rr}(r) = [0 \dots 1]$, az azimutirányú komponens pedig állandó $\varepsilon_{r\theta} = 4$. Ezek az anyagparaméterek már kivitelezhetők egyfázisú kompozitokkal. A könnyebb megvalósíthatóság érdekében az inhomogén metaanyagból álló köpenyt körgyűrűkre osztjuk, és minden körgyűrű anyagát homogénnek és anizotrópnak tekintjük. Az elrejtő köpeny összesen 15 azonos vastagságú körgyűrűből áll. A kompozit szigetelő mátrixba ágyazott ellipszoid alakú fémes nanorészecskékből tevődik össze, amelyek a körgyűrű mentén rendezetten vannak elhelyezve. Az anizotrópiás tulajdonságokat az ellipszoid alakú részecskék orientációjával lehet befolyásolni. A nanorészecskék méretei sokkal kisebbek, mint a megvilágítás hullámhossza. Az anizotróp Maxwell-Garnett keverési törvénnyel (Sihvola, 1999) zárt alakban lehet megadni a kompozit elektromos permittivitásának tenzorát

$$\varepsilon^{\text{eff}} = \varepsilon_h + \xi \frac{(\varepsilon_i - \varepsilon_h) \varepsilon_h}{\varepsilon_h + (1 - \xi) L (\varepsilon_i - \varepsilon_h)}, \quad (6.25)$$

ahol ε_i a részecskék permittivitása, ε_h a szigetelő mátrix permittivitása, ξ a kitöltési tényező és L a Lorentz féle depolarizációs együttható (Simonyi & Zombory, 2000), ami csak a fázis geometriájától függ. Henger alakú elrejtő köpenyek TM modusú megvilágítása esetén a részecskék végtelenül hosszú ellipszis keresztmetszetű z irányú hengereknek tekinthetők, ebben az esetben az L depolarizációs együttható a következő alakú (Sihvola, 1999)

$$L_r = \frac{1}{p+1}, \quad L_\theta = \frac{p}{p+1}, \quad L_z = 0, \quad (6.26)$$

ahol $p = r_y/r_x < 1$. Az r_x és r_y az ellipszis keresztmetszetű nanorészecskék tengelyei az xy síkban. Az elrejtő köpeny minden rétegében a nanorészecskék úgy vannak rendezve, hogy az ellipszisek nagytengelye θ , kistengelye r irányultságú, ahogy a 68.c ábrán látható. Az i sorszámú réteg sugárirányú elektromos permittivitását a rétegvastagság közepének megfelelő mérettel számoljuk és állandónak tekintjük minden egyes rétegben

$$\varepsilon_{rr}^{disc}[i] = \varepsilon_{rr} \left(r_a + \frac{d}{2} + (i-1)d \right), \quad (6.27)$$

ahol $d = 66.6$ nm a rétegek vastagsága. A kompozit rétegeknek a paramétereit Differenciális Evolúciós Optimalizálással (Price, Storn, & Lampinen, 2005) határozzuk meg. A fémes nanorészecskék elektromos permittivitását $\varepsilon_i = -3$, kitöltő szigetelő mátrixét pedig $\varepsilon_h = 5$. Az eljárás háromdimenziós paramétertérben $\mathbf{P}_i = (r_x, r_y, \xi)$ keresi az optimális megoldást, a következő célfüggvény minimalizálásával

$$F_{\text{cost}}(\mathbf{P}_i) = \left| \varepsilon_{rr}^{\text{eff}}(\mathbf{P}_i) - \varepsilon_{rr}^{disc}[i] \right| + \left| \varepsilon_{r\theta}^{\text{eff}}(\mathbf{P}_i) - \varepsilon_{r\theta}^{disc}[i] \right|, \quad (6.28)$$

ahol $\varepsilon_{rr}^{\text{eff}}(\mathbf{P}_i)$ és $\varepsilon_{r\theta}^{\text{eff}}(\mathbf{P}_i)$ a i -edik réteget alkotó kompozit effektív elektromos permittitásának sugárirányú és azimutirányú komponensei. Az optimalizálás a paramétereket a következő intervallumokban keresi

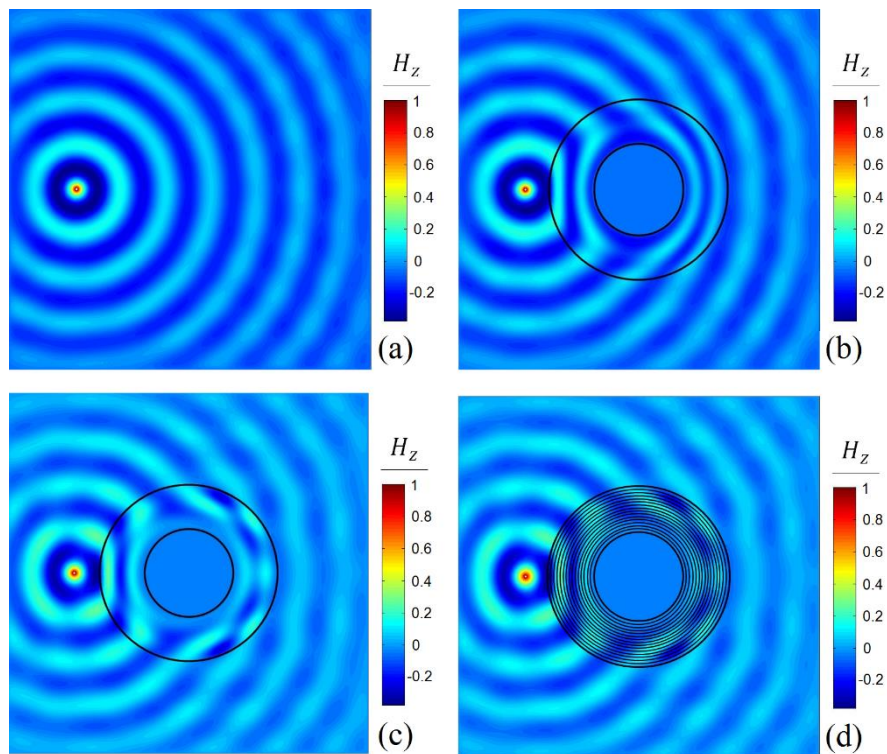
$$r_x \in \left[0.01 \dots \frac{d}{4} \right], r_y \in \left[0.01 \dots \frac{d}{4} \right], \xi \in [0.01 \dots 0.5], \quad (6.29)$$

ahol az ellipszoid tengelyeit μm -ben mérjük. Minden egyes réteg ugyanolyan összetételű kompozitból készül, csak a kitöltési tényező és a részecskék geometriája változik. Az minimalizálás eredményét a 9. táblázat tartalmazza. Az infravörös tartományon számos anyag közül lehet választani, amelyeknek hasonló elektromágneses tulajdonságaik vannak (Palik, 1985-1998). Ismerve az anizotróp anyagparamétereket, az elrejtő köpeny működése numerikus térszámítással vizsgálható és ellenőrizhető [23], ahogy a 69. ábrán látható.

A 69.a ábra az önmagában álló, a z tengellyel párhuzamos, TM modulusú hengerhullámokat kibocsátó, végtelen hosszúságú vonalforrás terének mágneses komponensét ábrázolja. A (6.23) összefüggésekkel megadott anyagparaméterekkel történő elrejtés numerikus szimulációja a 69.b ábrán látható, a vonalforrás párhuzamos az elrejtendő henger tengelyével. Összehasonlítva a 69.a és b ábrákat megfigyelhető, hogy az elrejtés tökéletes. TM megvilágítás esetén az elrejtő köpenyen kívül kialakuló elektromágneses téreloszlás megegyezik az önmagában álló vonalforrás terével. A 69.c ábra a (6.24) egyszerűsített összefüggésekkel megadott anyagparaméterekkel történő elrejtés numerikus szimulációját mutatja. Az elrejtés nem tökéletes, azonban az elrejtő köpenyen kívül kialakuló hullámterjedés jól közelíti az önmagában álló forrás terét. A 15 rétegű kompozit anyagból álló elrejtő köpeny elektromágneses téreloszlása a 69.d ábrán látható. A kompozit anyagból készült köpeny megfelelően működik, lásd a 69.c és d ábrákat [22].

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
r_x	1.635	1.581	1.589	1.622	1.541	1.629	1.631	1.661	1.623	1.623	1.659	1.618	1.496	1.579	1.649
r_y	1.066	1.033	1.040	1.064	1.014	1.076	1.081	1.104	1.006	1.087	1.116	1.092	1.014	1.074	1.128
ξ	5.00	4.992	4.983	4.970	4.955	4.939	4.922	4.904	4.885	4.886	4.847	4.828	4.809	4.790	4.762

9. Táblázat A 15 rétegből álló kompozit anyagból készült elrejtő köpeny paraméterei, ahol r_x és r_y az ellipszis keresztmetszetű nanorészecskék tengelyei, ξ a kitöltési tényező.



69. Ábra Önmagában álló, hengerhullámokat kibocsátó vonalforrás tere (a), elektromágneses elrejtés (b), elrejtés az egyszerűsített anyagparaméterekkel (c) és a 15 rétegből álló kompozit elrejtő köpeny esetén (d). Az ábrákon a mágneses térerősség z irányú komponense látható.

6.4 IV. Téziscsoport: Metaanyagok és kompozitok mérnöki alkalmazásai

A téziscsoporthoz kapcsolódó legfontosabb publikációk: [12], [P1], [18], [19], [22], [23].

IV.1. Antennák nyereségének növelése metalencsékkel [12], [P1]

Tervező eljárást dolgoztam ki kisméretű, nagy nyereségű, metalencsékkel szerelt síkfelületű antennák megvalósítására. A tervező eljárás két fő részből áll. Első lépésként a működési frekvencián közel nulla törésmutatójú, kisvesztésű metaanyag elemi celláját terveztem meg merőleges beesésű síkhullám gerjesztésre. A tervezés második lépéseként véges kiterjedésű metafelületet integráltam az antennával annak nyereségének növelése érdekében.

Mivel a metafelület szélén található elemi cellák esetén az antenna által gerjesztett elektromágneses tér nem merőleges beesésű síkhullám, ezért inhomogén metafelület alkalmazását javasoltam az eszköz nyereségének további javítására.

A patch antenna nyereségének javítására homogén és inhomogén (SRR és Folded Wire típusú) metafelületeket terveztem. A kialakított metaanyag réteg a hordozón négyzetes mátrix elrendezésű, és elemi cellánként egy hurokrezonátort tartalmaz. Az inhomogén szerkezetek elemi celláinak mérete ugyanakkora, mint a homogén metaanyagé, azonban megváltoztattam egyes hurokrezonátorok geometria paramétereit. Az eszköz szimmetria tulajdonságai miatt az elrendezés átlóira és oldalfelező merőlegeseire szimmetrikusan elhelyezkedő elemi cellákban a hurokrezonátorok egymással azonos méretűek.

Szimulációkkal és mérésekkel igazoltam, hogy a metalencsével szerelt patch antenna nyeresége nagyobb, mint az önmagában álló patch antennáé.

A tervezett metalencsék megvalósíthatók a nyomtatott áramkörök gyártásánál használatos konvencionális technológiával, ezért alkalmasak a sorozatgyártásra.

IV.2. Diffrakciós határ alatti képalkotás meta-kompozitokkal [18], [19]

Meghatároztam a diffrakciós határ alatti felbontást lehetővé tevő negatív törésmutatójú periodikus metaanyag réteg elemi cella méretének felső határát.

Mivel 100 nm nagyságrendű felbontás eléréséhez 10-20 nm nagyságú elemi cella méretű metaanyag szükséges, és ilyen kis méretek esetén a negatív mágneses permeabilitás létrehozása még nem megoldott, ezért többrétegű szigetelő - kompozit anyagokból álló, diffrakciós határ alatti képalkotást lehetővé tevő sík lencsét terveztem.

Ennek érdekében rekurzív algoritmust dolgoztam ki dielektrikumba ágyazott tetszőleges rétegszámú bevonattal rendelkező gömbalakú szemcsékből álló kompozit effektív permittivitásának a meghatározására. Az általam kifejlesztett Transfer Matrix módszert használó programcsomag segítségével végeztem el a szükséges elektromágneses térszámítást.

Megmutattam, hogy az elérhető legjobb felbontást lehetővé tevő kompozit SiO_2 -ba ágyazott Ag nanogömbökből áll és megadtam az elrendezés paramétereinek értékét.

IV.3. Elektromágneses elrejtés metaanyagokkal [22], [23]

Megmutattam, hogy megfelelő strukturálással olyan anizotróp kompozit rétegekből felépített metaanyagokat lehet tervezni, amelyek képesek elrejtetni erősen szóró objektumokat. A kompozit szigetelő mátrixba rendezett ellipszoid alakú fémes részecskékből áll. Mivel a részecskék mérete sokkal kisebb, mint a hullámhossz, a kompozitok effektív anyagparamétereit anizotróp Maxwell-Garnett keverési törvénnyel írtam le.

Meghatároztam az infravörös tartományban működő elrejtő köpenyt megvalósító kompozit rétegek paramétereit: az ellipszoid alakú fémrészecskék méreteit, valamint a kitöltési tényezőt.

7. Kitekintés

Értekezésem két nagy tématerület köré csoportosul, az egyik a mágneses hiszterézis hatékony modellezése; a másik a nagyfrekvenciákon, ami akár az optikai tartomány is lehet, strukturálással megvalósított különleges tulajdonságú metaanyagok homogenizálása és mérnöki alkalmazásai.

A mágneses hiszterézis jelenségének figyelembevételével még hatékonyabb villamos készülékek tervezhetők. Mivel a világ energiafogyasztásának tekintélyes része a különböző eszközöket működtető villanymotorokhoz, a minden elektromos készülékben megtalálható transzformátorokhoz kapcsolódik, ezért ezen eszközök hatásfokának akár csak kismértékű javítása is hatalmas jelentőségű. A feleslegesen disszipált energia csökkentése közvetetten környezetünkre is hatással van, a meg nem termelt energia annak megóvását eredményezi. Az általam javasolt zárt alakú hiszterézis modell hozzájárulhat ennek a célkitűzésnek a megvalósításához.

A metaanyagok nagyon aktívan kutatott tématerület. Az alapkutatás eredményeként a metaanyagok az ipari alkalmazhatóság közeli fázisába kerültek, például a mikrohullámú eszközök és antennák vagy az optikai érzékelők területén. A jövőben a metaanyag alapú elektromágneses eszközök széleskörű elterjedése várható. Már megjelentek a metaanyag technológiát alkalmazó cégek. Például a 2012-ben alapított KYMETA¹⁷ cég metaanyag alapú műholdas kommunikációs rendszerrel jelent meg a piacon. A közeljövőben számos hasonló vállalkozás megjelenése várható.

A metaanyagok lehetőséget teremtenek az elektromágneses tér mágneses és elektromos összetevőjével is kölcsönhatásban levő funkcionális szerkezetek létrehozására. Olyan eszközök kifejlesztését ígérik, amelyek túllépnek a ma használatos technológiák határain. Integrálásuk a meglévő elektronikai, optikai stb. eszközökkel egy új technológiai forradalmat indíthat el.

¹⁷ <http://www.kymetacorp.com/>

1. Melléklet: Az elektromos permittivitás Lorentz modellje

A Lorentz modell alapfeltevése (Born & Wolf, 1999), (Bohren & Huffman, 2004), hogy az anyagot alkotó atomok pozitív és negatív töltésekből állnak, amelyek külső elektromos tér hiányában egyensúlyi helyzetben vannak, tehát a pozitív és negatív töltések középpontjának időbeli átlaga egybeesik. Külső elektromágneses tér hatására, a negatív töltések a Coulomb erőnek megfelelően kimozdulnak az egyensúlyi állapotból. Az elmozdult negatív töltésekre visszahúzó erő hat, amelyik az egyensúlyi állapotot kívánja visszaállítani. Ha a csillapítás ellenkező előjelű és arányos a sebességgel, akkor Newton második törvénye alapján a mozgásegyenlet

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -qE_0 e^{i\omega t}, \quad (\text{M.1})$$

ahol a negatív töltés x távolságot mozdul el a nyugalmi helyzetből egy E_0 nagyságú, ω körfrekvenciájú, z irányba terjedő és x irányba polarizált síkhullám hatására, m a negatív töltés effektív tömege, ω_0 a rezgés sajátfrekvenciája, γ a csillapítási együttható és q a töltés nagysága. A 70.a ábra az elrendezésnek megfelelő mechanikai modellt, a 70.b az ekvivalens áramkört szemlélteti. A koncentrált paraméterű villamos hálózatban a kondenzátor a rugónak, a feszültség az erőnek, a kondenzátor töltése az elmozdulásnak felel meg. Mivel $\gamma \neq 0$ és a rendszer stabil, ezért a tranzienst eltűnik. Állandósul állapotban

$$x = \frac{q/m}{-\omega^2 + i\omega\gamma + \omega_0^2} E_0 e^{i\omega t}, \quad (\text{M.2})$$

és a harmonikus rezgőmozgáshoz $p = qx$ indukált elektromos dipólus momentum rendelhető, ami a pozitív q töltés és az x távolságot elmozduló negatív töltésközéppont szorzata. Az anyagot alkotó atomok vagy molekulák különböző elektronjai különböző sajátfrekvenciával és csillapítási tényezővel rendelkeznek. Legyen n_j számú elektronnak ω_j sajátfrekvenciája és γ_j csillapítási tényezője. Ha az egységnyi térfogatban levő atomok vagy molekulák száma N , akkor a $\mathbf{P}$ polarizáció

$$\mathbf{P} = \frac{Nq^2}{m} \left(\sum_j \frac{n_j}{-\omega^2 + i\omega\gamma_j + \omega_{0j}^2} \right) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}, \quad (\text{M.3})$$

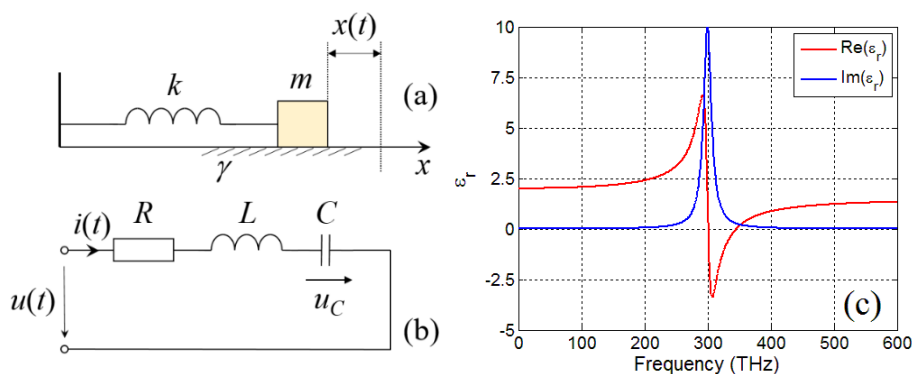
ahol χ_e az elektromos szuszceptivitás. A szuszceptivitás időtartománybeli kifejezése inverz Fourier transzformációval meghatározható és csillapított rezgőmozgás alakú

$$\chi_e(t) = \sum_j \frac{C_j}{\sqrt{\gamma_j^2 - 4\omega_{0j}^2}} e^{-\gamma_j t} \sin \left[\sqrt{\omega_{0j}^2 - \left(\frac{\gamma_j}{2} \right)^2} t \right], \quad \text{ha } t \geq 0, \quad (\text{M.4})$$

ahol $C_j = (Nq^2/m)n_j$ és $\chi_e(t) = 0$, ha $t < 0$. A Fourier térben a relatív elektromos permittivitás $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ és a következő alakba írható

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_h + \sum_j \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_h)\omega_{0j}^2}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_j}, \quad (\text{M.5})$$

ahol ε_h az elektromos permittivitás az ω_{0j} sajátfrekvenciákhoz képest nagy frekvencián, míg ε_s a kisfrekvenciás elektromos permittivitás.



70. Ábra Szigetelők nagyfrekvenciás elektromos permittivitásának mechanikai modellje (a) és ekvivalens áramkörre (b).
A Lorentz modell jellegzetes frekvenciafüggése (c).

A 70.c ábrán az elektromos permittivitás jellegzetes frekvenciafüggése látható egy rezonátor esetén, ahol az elektromos permittivitás valós részét a piros görbe, a képzetes részt a kéksínű görbe jelöli. A modell paraméterei $\omega_0 = 2\pi \times 300 \cdot 10^{12}$ rad/s, $\gamma = 2\pi \times 15 \cdot 10^{12}$ rad/s, $\varepsilon_s = 1.5$ és $\varepsilon_h = 1$.

2. Melléklet: Fémek elektromos permittivitásának Drude modellje

A fémek nagyfrekvenciás elektromágneses tulajdonságait elsősorban a szabadelektronok határozzák meg. A vezetési elektronokat a modell elektrongáznak tekinti, amelyek elmozdulhatnak a fémkristály atomjai által létrehozott potenciáltérben. Az elektronütközések hatását (a kristályrács atomjaival, hibákkal, stb.) az mv_F/τ sebességfüggő csillapítóerő veszi figyelembe, ahol m a szabadelektron effektív tömege, v_F az elektronok Fermi sebessége és $\tau = 1/\gamma_c$ a relaxációs idő, γ_c a csillapítási tényező. Feltételezve, hogy a kötött elektronok rezonanciái távol esnek a vizsgált frekvenciatartománytól, a szabadelektron mozgásegyenlete (Bohren & Huffman, 2004)

$$m \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + m\gamma_c \frac{dr(t)}{dt} = -qE_0 e^{i\omega t}, \quad (\text{M.6})$$

ahol q az elemi töltés, amelynek stacionárius megoldásával az áramsűrűség kifejezése

$$J = nqv_F = nq \frac{dr(t)}{dt} = \frac{nq^2}{m} \frac{1}{i\omega - \gamma_c} E = \sigma E, \quad (\text{M.7})$$

ahol n a szabadelektronok koncentrációja. A relatív elektromos permittivitás

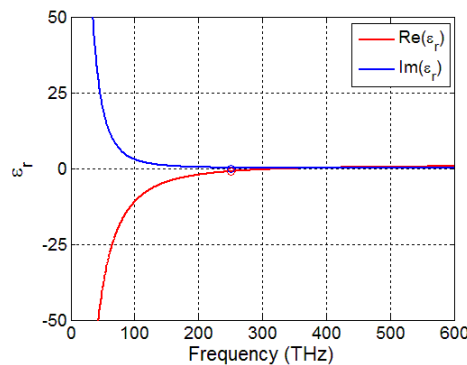
$$\varepsilon_r = 1 + \frac{\sigma}{i\omega\varepsilon_0} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - i\gamma_c\omega}, \quad (\text{M.8})$$

ahol $\omega_{pe}^2 = Nq^2/\varepsilon_0 m$ a plazmafrekvencia, ami az elektrongáznak a mozdulatlan pozitív ionokból alkotott kristályrácshoz viszonyított közös hosszanti rezgéseinek frekvenciája. A csillapítási tényező kifejezhető a v_F Fermi sebesség és az l szabad úthossz hányadosaként $\gamma_c = v_F/l$. Fémes nanorészecskék esetén, amelyeknek a méretei kisebbek, mint a szabad úthossz, a csillapítási tényező módosításával figyelembe lehet venni a felületen szóródó elektronok addicionális veszteségeit is.

Ha az ω frekvencián ismerjük a fémes anyag $\varepsilon_r = \varepsilon'_r - i\varepsilon''_r$ elektromos permittivitását, a Drude modell paraméterei kiszámíthatók a következő összefüggések segítségével

$$\omega_{pe} = \omega \sqrt{1 - \varepsilon'_r + \frac{\varepsilon''_r^2}{1 - \varepsilon'_r}}, \quad \gamma_e = \omega \frac{|\varepsilon''_r|}{1 - \varepsilon'_r}. \quad (\text{M.9})$$

A 71. ábrán a Drude modell elektromos permittivitásának frekvenciafüggése látható, ahol a valós részt a piros görbe, a képzetes részt a kékszínű görbe jelöli. A modell paraméterei az $\omega = 2\pi \times 250 \cdot 10^{12}$ rad/s frekvencián $\varepsilon_r = -1 - 0.2i$ permittitású anyagnak felelnek meg. Ebben az esetben $\omega_{pe} = 2\pi \times 351.32 \cdot 10^{12}$ rad/s és $\gamma_e = 2\pi \times 25 \cdot 10^{12}$ rad/s.



71. Ábra Az elektromos permittitás frekvenciafüggése Drude modell esetén.

3. Melléklet: A mágneses indukció kifejezése az Everett függvény ismeretében különböző mágneses állapotokhoz tartozó lépcsőgörbék esetén

A kezdeti lemágnesezett állapotban $H = 0$ és $B = 0$, a lépcsősgörbe a $h_2 = -h_1$ egyenes mentén két egyforma nagyságú részre osztja a Preisach háromszöget. A mágneses indukció a Preisach függvény szimmetriája miatt

$$B(0) = \iint_T \mu(h_1, h_2) \gamma(h_1, h_2, 0) dh_1 dh_2 = \iint_{T_1} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 - \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = 0. \quad (\text{M.10})$$

Az első mágnesezési görbe mentén, növekvő mágneses térerősségek esetén a fel és lekapcsolt operátorok által meghatározott területek nem lesznek egyenlők, például a 72.a ábrán látható állapotban $T_1 > T_2$. A felkapcsolt operátorok által meghatározott terület integrálja a következő alakba írható fel

$$\iint_{T_1} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 + \int_{-H}^H \int_{-H}^{h_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2, \quad (\text{M.11})$$

tehát a mágneses indukció kifejezhető az Everett függvény segítségével

$$B(t) = \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 + \int_{-H}^H \int_{-H}^{h_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 - \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = E(-H, H). \quad (\text{M.12})$$

Pozitív telítésnél, ahogy a 72.b ábrán látható $T_2 = 0$, tehát a mágneses indukció

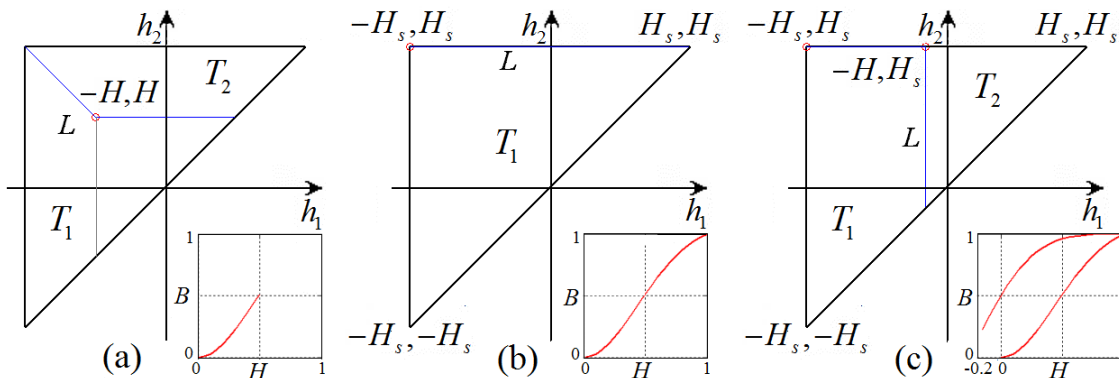
$$B_s = \int_{-H_s}^{H_s} \int_{-H_s}^{h_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = E(-H_s, H_s). \quad (\text{M.13})$$

A 72.c ábrán látható állapotban, ami a külső mágneses görbe felső ágán levő egyik pontnak felel meg

$$\iint_{T_1} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = \iint_T \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 - \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2, \quad (\text{M.14})$$

a mágneses indukció kifejezése

$$B(t) = \iint_T \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 - 2 \iint_{T_2} \mu(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = B_s - 2E(-H, H_s). \quad (\text{M.15})$$



72. Ábra Mágneses állapotokhoz tartozó lépcsősgörbe. Az első mágnesezési görbe egyik pontjának megfelelő állapot (a), pozitív telítés (b), a fő mágnesezési görbe felső ágán levő pontnak megfelelő lépcsősgörbe (c).

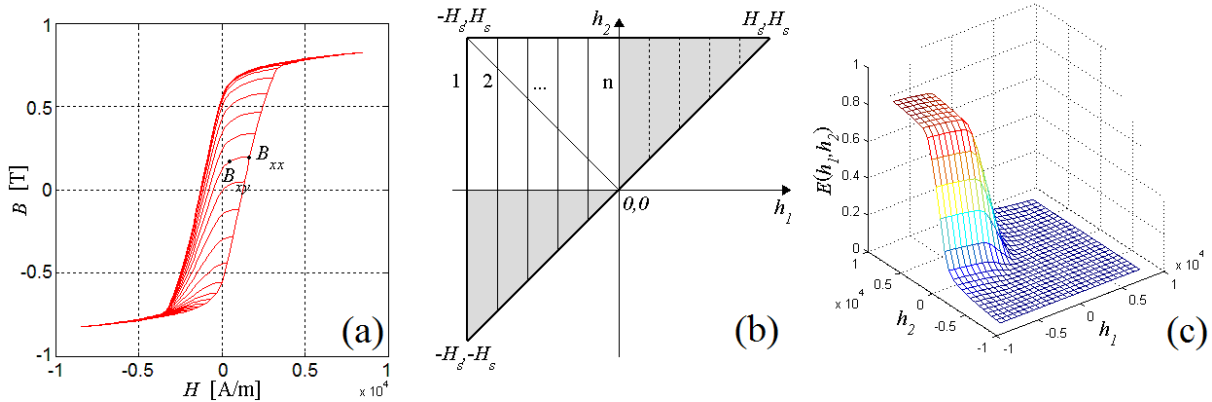
4. Melléklet: Az Everett függvény meghatározása mért adatokból

A méréseket legegyszerűbb tórusz alakú vasmagon, alacsony frekvencián (< 1 Hz) végezni az örvényáram jelenségek csökkentése céljából. A vasmagon sűrűn tekercselt primer és szekunder tekercsek találhatók. Legelterjedtebb az Everett függvény elsőfokú visszatérési görbékből (Mayergoyz, 1991), (Cao, és mtsai., 2015), [6] vagy koncentrikus hiszterézis hurkokból (Cardelli, Fiorucci, & Della Torre, 2001), (Füzi, Bayard, & Peier, 2000), [5], [6] való meghatározása.

Az elsőfokú visszatérő görbék mérésénél a gerjesztőjel egy egyenáramhoz adott szinuszos jel, amit a primer tekercsre kapcsolva előállítja a mágneses térerősséget a tórusz belsejében. A szekunder tekercs feszültsége arányos a mágneses fluxussal, amit integrálva a mágneses indukció meghatározható. Az elsőrendű visszatérő görbékből (lásd a 73.a ábrát) meghatározhatók az Everett függvény értékei a $h_1 = \text{konstans}$ egyenesek mentén, ahogy a 73.b ábrán látható [6]. Az Everett függvény értéke a Preisach háromszög egy x, y pontjában

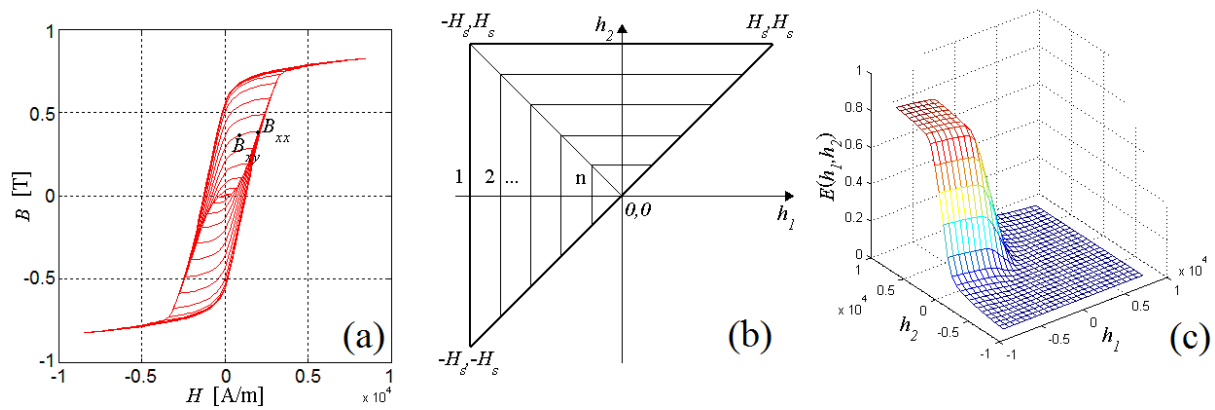
$$E(x, y) = \frac{B_{xx} - B_{xy}}{2}, \quad (\text{M.16})$$

ahol B_{xx} a H_{xx} visszafordulási mágneses térerősségnek megfelelő mágneses indukció, B_{xy} pedig a visszatérő görbén levő indukció érték. A 73.c ábrán az elsőfokú visszatérő görbékből meghatározott Everett függvény látható. Szimmetria okokból elég a $h_1 = 0$ egyenesig meghatározni az Everett függvény értékeit, a hiányzó értékek tükrözéssel megadhatók (lásd a 73.b ábra szürkével jelölt tartományait). Ez megkönnyíti a mérési eljárást, mivel a visszatérő görbéket nem kell meghatározni, amikor a gerjesztő jel szinuszos összetevőjének kicsi az amplitúdója.



73. Ábra Elsőfokú visszatérő görbék (a), a Preisach háromszögön az elsőfokú visszatérő görbék helyei függőleges egyenesek (b) és a visszatérő görbéknek megfelelő Everett függvény.

Az Everett függvény koncentrikus hiszterézis görbékből is előállítható, ahogy a 74. ábrán látható [5], [6]. A koncentrikus görbék helyét a Preisach háromszögön a 74.b ábra szemlélteti, amelyeknek a csúcspontjai a $h_2 = -h_1$ egyenes mentén találhatók és meghatározzák az első mágnesezési görbe alakját. Az Everett függvény értékeit ebben az esetben is a (M.16) alakú összefüggéssel lehet meghatározni, azonban most B_{xx} a koncentrikus görbe csúcspontjának, míg B_{xy} a koncentrikus görbe felső ágán levő térerősség értéknek megfelelő pont. Ebben az esetben a gerjesztőjel egyszerű szinuszos jel, azonban hátrány, hogy kis mágneses térerősség értékeknél is meg kell határozni a koncentrikus görbéket, amelyek nagy mérési zajokat tartalmazhatnak.



74. Ábra Koncentrikus hiszterézis görbék (a), azok helye a Preisach háromszögön (b) és a koncentrikus hiszterézis görbéknek megfelelő Everett függvény (c).

5. Melléklet: A Kramers-Kronig összefüggések levezetése rendszerelméleti megfontolások alapján

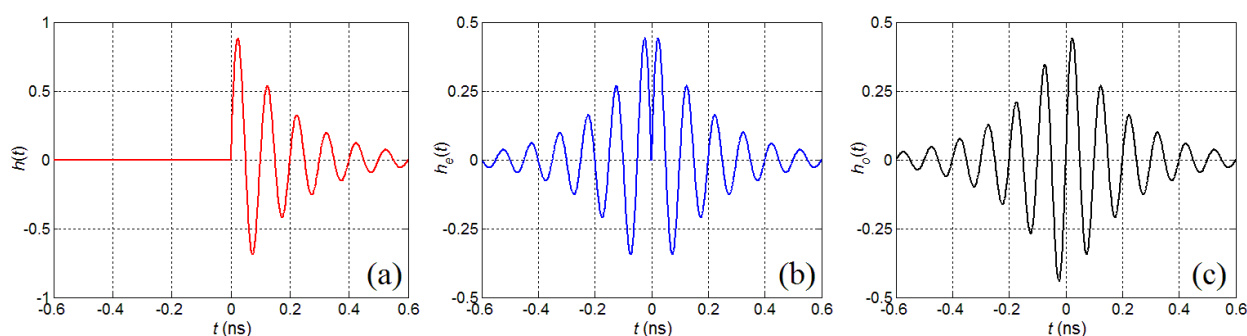
Tekintsünk egy lineáris, invariáns és kauzális rendszert, amelynek $h(t)$ az impulzusválasza. A fizikai (megvalósítható) rendszerek impulzusválasza valós idejű függvénye a t időnek. Az impulzusválasz ismeretében a rendszer $u(t)$ gerjesztésre adott $y(t)$ válasza konvolúcióval határozható meg

$$y(t) = \int_{-\infty}^t h(t-\tau)u(\tau)d\tau. \quad (\text{M.17})$$

Mivel minden valós értékű függvény előállítható páros és páratlan függvények összegeként

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2} + \frac{f(t) - f(-t)}{2}, \quad (\text{M.18})$$

ezért az impulzusválasz is $h(t) = h_e(t) + h_o(t)$ alakba írható, ahol $h_e(t)$ a páros és $h_o(t)$ a páratlan nem belépő függvény, ahogy a 75. ábrán látható a csillapított oszcillátor impulzusválaszának esetén, ami a (M.4) összefüggéssel adott szuszceptibilitásnak megfelelő mennyiség.



75. Ábra Csillapított oszcillátor impulzusválaszának (a) felbontása páros (b) és páratlan függvényekre (c).

Kauzális rendszerekre $h(t) = 0$, ha $t < 0$, ezért $h_e(t) = -h_o(t)$, ha $t < 0$ és $h_e(t) = h_o(t)$, ha $t > 0$, lásd a 75.b és c ábrákat. Ennek alapján a páratlan $h_o(t)$ függvény a következő alakba írható

$$h_o(t) = \text{sgn}(t)h_e(t), \quad (\text{M.19})$$

ahol $\text{sgn}()$ jelöli az előjelfüggvényt; $\text{sgn}(t) = 1$, ha $t > 0$ és $\text{sgn}(t) = -1$, ha $t < 0$. Tehát az impulzusválasz kifejezhető csak a páros függvény segítségével

$$h(t) = h_e(t) + \text{sgn}(t)h_e(t). \quad (\text{M.20})$$

Az impulzusválasz frekvenciatartománybeli megfelelője a $H(i\omega)$ átviteli karakterisztika

$$F\{h(t)\} = H(i\omega) = a(\omega) + ib(\omega), \quad (\text{M.21})$$

ahol $a(\omega)$ az átviteli karakterisztika valós része és $b(\omega)$ a képzetes része. Az előjelfüggvény Fourier transzformáltja

$$F\{\text{sgn}(t)\} = \frac{-i}{\pi\omega}. \quad (\text{M.22})$$

A páros függvény Fourier transzformáltja legyen $F\{h_e(t)\} = H_e(\omega)$ és felhasználva, hogy az időtartománybeli szorzat a frekvencia tartományban konvolúciónak felel meg, az átviteli karakterisztika a következő alakban írható fel

$$H(i\omega) = H_e(\omega) - \frac{i}{\pi\omega} * H_e(\omega) = H_e(\omega) - \frac{i}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{H_e(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega', \quad (\text{M.23})$$

ahol P jelöli az integrál főértékét. A Fourier transzformáció skálázási tétele alapján $F\{h(-t)\} = H(-i\omega) = a(\omega) - ib(\omega)$, tehát a páros függvény Fourier transzformáltja tisztán valós

$$H_e(\omega) = \frac{H(i\omega) + H(-i\omega)}{2} = \frac{a(\omega) + ib(\omega) + a(\omega) - ib(\omega)}{2} = a(\omega). \quad (\text{M.24})$$

Behelyettesítve az előző egyenletbe, egyszerűsítés után az átviteli karakterisztika képzetes része kifejezhető a valós rész Hilbert transzformációjával

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'. \quad (\text{M.25})$$

Ez az összefüggés a következőképpen írható fel

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} \left(P \int_{-\infty}^0 \frac{a(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' + P \int_0^{+\infty} \frac{a(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \right), \quad (\text{M.26})$$

az első integrált a következőképpen alakítva

$$P \int_{-\infty}^0 \frac{a(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' = P \int_{-\infty}^0 \frac{a(-x)}{-x - \omega} (-dx) = P \int_0^{+\infty} \frac{-a(x)}{x + \omega} dx, \quad (\text{M.27})$$

ahol $x = -\omega'$ és felhasználva, hogy kauzális rendszer esetén $h(t)$ belépő, ezért az átviteli karakterisztika valós része páros függvény, tehát

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_0^{+\infty} a(\omega') \left(\frac{-1}{\omega' + \omega} + \frac{1}{\omega' + \omega} \right) d\omega', \quad (\text{M.28})$$

amelyből néhány algebrai művelet után a Kramers-Kronig összefüggés szokásos alakját kapjuk

$$b(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{a(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (\text{M.29})$$

Hasonlóan, ha az impulzusválaszt a páratlan függvénnyel fejezzük ki,

$$h(t) = \text{sgn}(t) h_o(t) + h_o(t), \quad (\text{M.30})$$

és felhasználjuk, hogy $F\{h(t)\} = H_e(i\omega) = ib(\omega)$ tisztán képzetes, az átviteli karakterisztika valós része kifejezhető a képzetes rész Hilbert transzformáltjával

$$a(\omega) = \frac{-1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'. \quad (\text{M.31})$$

Mivel az átviteli karakterisztika képzetes része páratlan függvény $b(-x) = -b(x)$, az előző összefüggés a következő alakba írható

$$a(\omega) = \frac{-2}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{b(\omega') \omega'}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (\text{M.32})$$

A Kramers-Kronig összefüggéseknek az elektromágneses anyagparaméterek esetén különös jelentősége és számos alkalmazási területe van. Például elektromos jelenségek esetén az anyagok polarizálódása külső elektromos tér hatására nem rögtön, hanem késleltetve történik, ezért

$$\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(t-\tau) \mathbf{E}(\tau) d\tau, \quad (\text{M.33})$$

tehát az impulzusválasznak megfelelő elektromágneses mennyiség az elektromos szuszceptibilitás. Az $e^{i\omega t}$ előjel konvenciót használva az elektromos szuszceptibilitás a $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - i\chi''(\omega)$ alakba írható, ahol $\chi'(\omega)$ a szuszceptivitás valós, $\chi''(\omega)$ a képzetes része. Összehasonlítva a levezetésnél alkalmazott jelölésekkel, látható, hogy $a(\omega) = \chi'(\omega)$ és $b(\omega) = -\chi''(\omega)$, tehát a szuszceptibilitásra vonatkozó Kramers-Kronig egyenletek

$$\chi'(\omega) = \frac{2}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{\chi''(\omega') \omega'}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (\text{M.34})$$

$$\chi''(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{\chi'(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (\text{M.35})$$

A Kramers-Kronig összefüggések más elektromágneses paraméterek, például a mágneses permeabilitás, impedancia, törésmutató, vagy akár az S-paraméterek stb. esetén is összefüggést teremtenek a mennyiség valós és képzetes része között. A Kramers-Kronig összefüggések negatív törésmutatójú metaanyagok esetén is érvényesek (Peiponen, Lucarini, Vartiainen, & Saarinen, 2004). A törésmutatóra vonatkozó Kramers-Kronig összefüggések a következő alakúak

$$n(\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\omega' \kappa(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (\text{M.36})$$

$$\kappa(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{n(\omega') - 1}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega', \quad (\text{M.37})$$

ahol $n(\omega)$ a törésmutató valós és $\kappa(\omega)$ a képzetes része.

6. Melléklet: Homogén vékonyréteg transzmissziós és reflexiós adatai

Ebben a részben levezetem egy homogén vékonyréteg transzmissziós és reflexiós összefüggéseit ferde beesésű síkhullámmal történő megvilágítás esetén.

A használt előjelkonvenció $e^{i\omega t}$, a pozitív irányba terjedő síkhullámot pedig e^{-ikr} jelöli. A 76. ábra jelöléseivel a hullámvektor $\mathbf{k} = k_x \mathbf{n}_x + k_z \mathbf{n}_z$, ahol k_x a hullámvektor párhuzamos és k_z a hullámvektor merőleges összetevője a vékonyréteg felületéhez viszonyítva, $\mathbf{n}_x$ és $\mathbf{n}_z$ pedig az x és z irányú egységvektorok. A hullámvektor nagysága

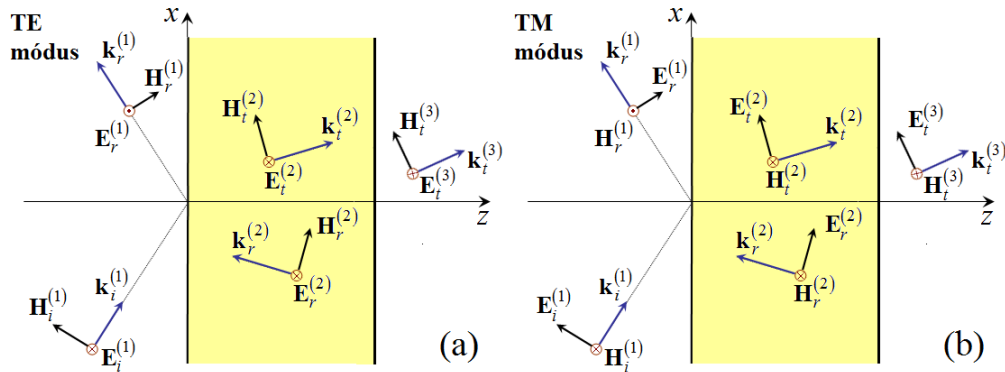
$$|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_z^2} = k_0 \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}, \quad (\text{M.38})$$

terjedő síkhullám esetén

$$\begin{aligned} k_x &= k_0 \sin \theta, \\ k_z &= k_0 \cos \theta, \end{aligned} \quad (\text{M.39})$$

a hullámvektor összetevői valósok, ahol $k_0 = \omega/c_0$ a hullámszám vákuumban és θ a terjedési irány.

A szokásos elektromágneses és optikai tankönyvekben tárgyalt, általában vákuumban található homogén szigetelőkre (Born & Wolf, 1999), (Griffiths, 1999) vonatkozó leírástól eltérően a vékonyrétegnek, valamint az előtte és a mögötte található közegeknek az elektromos és a mágneses tulajdonságai is legyenek különbözőek. A vékonyréteg előtti homogén közeg komplex relatív elektromos permittivitása $\varepsilon_r^{(1)}$, komplex relatív mágneses permeabilitása $\mu_r^{(1)}$, a vékonyrétegé $\varepsilon_r^{(2)}$ és $\mu_r^{(2)}$, a vékonyréteg mögötti közegé pedig $\varepsilon_r^{(3)}$ és $\mu_r^{(3)}$. A vékonyréteg d vastagságú, az előtte és mögötte levő közegek végtelen kiterjedésűek. A gerjesztő síkhullám a baloldali közegből terjed a jobboldali felé.



76. Ábra Vékonyréteg transzmissziója és reflexiója TE módus (a) és TM módus esetén (b).

A vékonyréteg felületéhez képest tetszőleges irányú és polarizációjú síkhullám felbontható a 76. ábrán látható TE (párhuzamos polarizáció) és TM (merőleges polarizáció) módusok szuperpozíciójára. A továbbiakban vizsgáljuk a TE módus esetét, amikor a gerjesztő elektromágneses síkhullám elektromos komponense párhuzamos a vékonyréteg felületével, ahogy a 76.a ábrán látható. Mindhárom közegben a következő alakú frekvenciatartománybeli Maxwell egyenleteket kell megoldani

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r E_y,$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega \mu_0 \mu_r H_x,$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -i\omega\mu_0\mu_r H_y. \quad (\text{M.40})$$

A közegekben a síkhullám alakú megoldások a következő alakúak

$$E_y = E_0 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} = E_0 e^{-i(k_x x + k_z z)} = E_0 e^{-ik_x x} e^{-ik_z z}, \quad (\text{M.41})$$

$$H_x = \frac{1}{i\omega\mu_0\mu_r} \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{-ik_z}{i\omega\mu_0\mu_r} E_0 e^{-ik_x x} e^{-ik_z z} = \frac{-k_z}{\omega\mu_0\mu_r} E_y, \quad (\text{M.42})$$

$$H_y = \frac{-1}{i\omega\mu_0\mu_r} \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{k_x}{\omega\mu_0\mu_r} E_0 e^{-ik_x x} e^{-ik_z z} = \frac{k_x}{\omega\mu_0\mu_r} E_y. \quad (\text{M.43})$$

A vékonyréteg előtti közegben a teljes tér az ismert A nagyságú elektromos térerősséggel rendelkező gerjesztő síkhullám és a B nagyságú elektromos összetevőjű visszavert síkhullám összege. A vékonyrétegben C és D a transzmissziós és a reflexiós síkhullámok elektromos komponenseinek a nagysága. A vékonyréteg mögötti közegben csak transzmissziós síkhullám van. Ebben a közegben a síkhullám elektromos térerősségének nagysága D . A három közegben az elektromos térerősség komponensei a következők

$$\begin{aligned} E_y^{(1)} &= A e^{-ik_x x} e^{-ik_z^{(1)} z} + B e^{-ik_x x} e^{ik_z^{(1)} z} = \left(A e^{-ik_z^{(1)} z} + B e^{ik_z^{(1)} z} \right) e^{-ik_x x}, \\ E_y^{(2)} &= \left(C e^{-ik_z^{(2)} z} + D e^{ik_z^{(2)} z} \right) e^{-ik_x x}, \\ E_y^{(3)} &= F e^{ik_z^{(3)}(z-d)} e^{-ik_x x}, \end{aligned} \quad (\text{M.44})$$

valamint felhasználva (M.42) összefüggést, a tangenciális mágneses térerősségek

$$\begin{aligned} H_x^{(1)} &= \frac{-k_z^{(1)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(1)}} \left(A e^{-ik_z^{(1)} z} - B e^{ik_z^{(1)} z} \right) e^{-ik_x x}, \\ H_x^{(2)} &= \frac{-k_z^{(2)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(2)}} \left(C e^{-ik_z^{(2)} z} - D e^{ik_z^{(2)} z} \right) e^{-ik_x x}, \\ H_x^{(3)} &= \frac{-k_z^{(3)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(3)}} F e^{-ik_z^{(3)}(z-d)} e^{-ik_x x}, \end{aligned} \quad (\text{M.45})$$

ahol figyelembe vettük az impulzusmegmaradás törvényét, amelynek következtében a hullámvektor k_x tangenciális komponense mindhárom közegben ugyanaz (Griffiths, 1999). Felhasználva a tangenciális elektromos és mágneses térerősség komponensek folytonosságát a közegek határfelületein

$$\begin{aligned} E_y^{(1)} &= E_y^{(2)}, \quad \text{ha } z = 0, \\ E_y^{(2)} &= E_y^{(3)}, \quad \text{ha } z = d, \\ H_x^{(1)} &= H_x^{(2)}, \quad \text{ha } z = 0, \\ H_x^{(2)} &= H_x^{(3)}, \quad \text{ha } z = d, \end{aligned} \quad (\text{M.46})$$

amelyekbe behelyettesítve az (M.44) és (M.45) összefüggéseket, az ismeretlen együtthatókra a következő lineáris egyenletrendszert kapjuk

$$A + B = C + D,$$

$$\begin{aligned}
Ce^{-ik_z^{(2)}} + De^{ik_z^{(2)}} &= F, \\
\frac{-k_z^{(1)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(1)}}(A-B) &= \frac{-k_z^{(2)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(2)}}(C-D), \\
\frac{-k_z^{(2)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(2)}}(Ce^{-ik_z^{(2)}} - De^{ik_z^{(2)}}) &= \frac{-k_z^{(3)}}{\omega\mu_0\mu_r^{(3)}}F.
\end{aligned} \tag{M.47}$$

Bevezetve a következő jelöléseket

$$\xi_1 = \frac{\mu_r^{(2)}k_z^{(1)}}{\mu_r^{(1)}k_z^{(2)}}, \quad \xi_2 = \frac{\mu_r^{(3)}k_z^{(2)}}{\mu_r^{(2)}k_z^{(3)}}, \tag{M.48}$$

algebrai számítások után az ismeretlen együtthatókra a következő kifejezéseket kapjuk

$$R = \frac{B}{A} = \frac{(\xi_1 - 1)(\xi_2 + 1)e^{jk_z^{(2)}d} + (\xi_1 + 1)(\xi_2 - 1)e^{-jk_z^{(2)}d}}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)e^{jk_z^{(2)}d} + (\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)e^{-jk_z^{(2)}d}}, \tag{M.49}$$

$$\frac{C}{A} = \frac{2(\xi_2 + 1)\xi_1 e^{jk_z^{(2)}d}}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)e^{jk_z^{(2)}d} + (\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)e^{-jk_z^{(2)}d}}, \tag{M.50}$$

$$\frac{D}{A} = \frac{2(\xi_2 - 1)\xi_1 e^{-jk_z^{(2)}d}}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)e^{jk_z^{(2)}d} + (\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)e^{-jk_z^{(2)}d}}, \tag{M.51}$$

$$T = \frac{F}{A} = \frac{4\xi_1\xi_2}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)e^{jk_z^{(2)}d} + (\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)e^{-jk_z^{(2)}d}}, \tag{M.52}$$

ahol az R reflexió és T transzmisszió az elsődlegesen fontos mennyiségek, mivel mérésekkel is meghatározhatók. A TM módus esetén, a

$$\xi_1 = \frac{\varepsilon_r^{(2)}k_z^{(1)}}{\varepsilon_r^{(1)}k_z^{(2)}}, \quad \xi_2 = \frac{\varepsilon_r^{(3)}k_z^{(2)}}{\varepsilon_r^{(2)}k_z^{(3)}}, \tag{M.53}$$

jelölésekkel hasonló alakú összefüggéseket kapunk a 76.b ábrán látható térkomponensek együtthatóira is. Ezeket az összefüggéseket a metaanyagok homogenizálása során, valamint a diffrakciós határ alatti képződést lehetővé tevő kompozit rétegek tervezésénél alkalmazom.

A metanyagok homogenizálása gyakran a mikrohullámú mérnökök által használatos, távvezeték analógia alapján megfogalmazott S-paramétereket használatával történik (Nicolson & Ross, 1970), (Smith, Vier, Koschny, & Soukoulis, 2005), (Chen, Grzegorzczuk, Wu, Pacheco, & Kong, 2004), [1], [2]. Ezért a továbbiakban megmutatom az S-paraméterek és az (M.49) reflexiós valamint az (M.52) transzmissziós összefüggések közötti kapcsolatot.

Ha a vékonyréteg előtt és mögött is vákuum van, és a gerjesztés merőleges beesésű síkhullám, akkor $k_z^{(1)} = k_z^{(3)} = k_0$ és $k_z^{(2)} = N_{eff}k_0$, ahol $N_{eff}(\omega) = n_{eff}(\omega) - i\kappa_{eff}(\omega)$ a metaanyag komplex törésmutatója. Továbbá $\mu_r^{(1)} = \mu_r^{(3)} = 1$, $\varepsilon_r^{(1)} = \varepsilon_r^{(3)} = 1$, és használva a következő jelöléseket $\mu_r^{(2)} = \mu_r$, $\varepsilon_r^{(2)} = \varepsilon_r$, a metaanyag komplex hullámimpedanciája $Z_{eff} = \sqrt{\mu_r/\varepsilon_r}$. Az (M.49) összefüggés a következő alakba írható

$$R = \frac{(\xi_1 - 1)(\xi_2 + 1) \left[1 + \frac{(\xi_1 + 1)(\xi_2 - 1)}{(\xi_1 - 1)(\xi_2 + 1)} e^{-2jk_z^{(2)}d} \right]}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1) \left[1 + \frac{(\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)} e^{-2jk_z^{(2)}d} \right]} = \frac{\xi_1 - 1}{\xi_1 + 1} \frac{[1 - e^{-2jk_0 N_{eff} d}]}{\left[1 + \frac{(\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)} e^{-2jk_0 N_{eff} d} \right]}. \quad (M.54)$$

A fenti összefüggésben azokat a törteket, amelyekben ξ_1 és ξ_2 szerepel, például TE módus esetén a következőképpen írhatjuk

$$R_{01} = \frac{\xi_1 - 1}{\xi_1 + 1} = \frac{\frac{k_0 \mu_r}{N_{eff} k_0} - 1}{\frac{k_0 \mu_r}{N_{eff} k_0} + 1} = \frac{\frac{\mu_r}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} - 1}{\frac{\mu_r}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} + 1} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} - 1}{\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} + 1} = \frac{Z_{eff} - 1}{Z_{eff} + 1}. \quad (M.55)$$

$$\frac{(\xi_1 - 1)(\xi_2 - 1)}{(\xi_1 + 1)(\xi_2 + 1)} = \frac{\left(\frac{k_0 \mu_r}{N_{eff} k_0} - 1 \right) \left(\frac{N_{eff} k_0}{k_0 \mu_r} - 1 \right)}{\left(\frac{k_0 \mu_r}{N_{eff} k_0} - 1 \right) \left(\frac{N_{eff} k_0}{k_0 \mu_r} - 1 \right)} = \frac{(Z_{eff} - 1) \left(\frac{1}{Z_{eff}} - 1 \right)}{(Z_{eff} + 1) \left(\frac{1}{Z_{eff}} + 1 \right)} = -\frac{(Z_{eff} - 1)^2}{(Z_{eff} + 1)^2} = -R_{01}^2, \quad (M.56)$$

ahol R_{01} a metaanyag első felületének a reflexió tényezője. Ugyanilyen összefüggéseket kapunk TM módusra is. A fenti kifejezéseket behelyettesítve az (M.54) összefüggésbe és hasonló módon eljárva az (M.52) transzmissziós összefüggés esetén is, az ismert anyagparaméterekkel és vastagsággal rendelkező homogén réteg reflexió S_{11} és transzmisszió S_{21} paramétereit kapjuk merőleges beesésű síkhullám gerjesztésre (Pozar, 2005), (Landau, Lifshitz, & Pitaevskii, 1984), (Smith, Vier, Koschny, & Soukoulis, 2005)

$$S_{11} = \frac{R_{01} (1 - e^{-i2N_{eff} k_0 d_{eff}})}{1 - R_{01}^2 e^{-i2N_{eff} k_0 d_{eff}}},$$

$$S_{21} = \frac{(1 - R_{01}^2) e^{-iN_{eff} k_0 d_{eff}}}{1 - R_{01}^2 e^{-i2N_{eff} k_0 d_{eff}}}, \quad (M.57)$$

ahol d_{eff} a metaanyag réteg effektív vastagsága.

8. Hivatkozások

Hivatkozások a saját munkákra

- [1] Zs. Szabó, G.-H. Park, R. Hedge and E.-P. Li, "A unique extraction of metamaterial parameters based on Kramers–Kronig relationship," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 58, no. 10, pp. 2646–2653, 2010.
- [2] Zs. Szabó, "Closed Form Kramers-Kronig Relations to Extract the Refractive Index of Metamaterials," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 65, no. 4, pp. 1150–1159, 2017.
- [3] Zs. Szabó and J. Füzi, "Equivalence of Magnetic Metamaterials and Composites in the View of Effective Medium Theories," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 4, pp. 1–4, 2014.
- [4] Zs. Szabó and G. Kádár, "Ferenc Preisach, the forgotten Martian," in *Preisach Memorial Book*, A. Iványi, Ed. Akadémiai Kiadó Budapest, 2005, pp. 1–4.
- [5] Zs. Szabó, "A Preisach hiszterézis modell," *Hiradástechnika*, vol. LVIII, no. 3, pp. 47–56, 2003.
- [6] Zs. Szabó, I. Tugyi, G. Kádár and J. Füzi, "Identification procedures for scalar Preisach model," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 343, no. 1, pp. 142–147, 2004.
- [7] Zs. Szabó, "Preisach functions leading to closed form permeability," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 372, no. 1, pp. 61–67, 2006.
- [8] A. Kákay, Zs. Szabó, G. Kovács and L. K. Varga, "Temperature dependence of the Preisach function for ultrasoft nanocrystalline alloys," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 372, no. 1, pp. 401–405, 2006.
- [9] Zs. Szabó and J. Füzi, "Implementation and identification of Preisach type hysteresis models with Everett Function in closed form," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 406, pp. 251–258, 2016.
- [10] Zs. Szabó, J. Füzi and A. Iványi, "Magnetic force computation with hysteresis," *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 24, no. 3, pp. 1013–1022, 2005.
- [11] A. Kalvach and Zs. Szabó, "Calculation of the image of extended objects placed behind metamaterial slabs," *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 47, pp. 111–120, 2016.
- [12] D. Li, Zs. Szabó, X. Qing, E.-P. Li and Z. N. Chen, "A high gain antenna with an optimized metamaterial inspired superstrate," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 60, no. 12, pp. 6018–6023, 2012.
- [13] Y. L. Hor, Zs. Szabó, H. C. Lim, J. F. Federici and E.-P. Li, "Terahertz response of microfluidic-jetted three-dimensional flexible metamaterials," *Applied Optics*, vol. 49, no. 8, pp. 1179–1184, 2010.
- [14] Zs. Szabó and E.-P. Li, "Effective material parameters of Fishnet Type Metamaterials," *Pollack Periodica*, vol. B, pp. 231–243, 2010.
- [15] Zs. Szabó, G. Kádár and J. Volk, "Band gaps in photonic crystals with dispersion," *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 24, no. 2, pp. 521–533, 2005.
- [16] Zs. Szabó, G. Kádár and J. Balázs, "Simulation of photonic crystal waveguides with dispersion," *Current Applied Physics*, vol. 6, no. 2, pp. 149–153, 2006.
- [17] Zs. Szabó and G. Kádár, "Optikai tiltott energiasávok - Fényhullámok terjedése mesterséges, periodikus szerkezetű anyagokban," *Hiradástechnika*, vol. 60, no. 2, pp. 4–7, 2005.

- [18] Zs. Szabó, Y. Kiasat and E.-P. Li, “Sub-wavelength Imaging with Composite Metamaterials,” *Journal of the Optical Society of America B - Optical Physics*, vol. 31, no. 3, pp. 648–655, 2014.
- [19] Y. Kiasat, Zs. Szabó, X. Chen and E.-P. Li, “Light interaction with multilayer arbitrary anisotropic structure: an explicit analytical solution and application for subwavelength imaging,” *Journal of the Optical Society of America B - Optical Physics*, vol. 31, no. 3, pp. 648–655, 2014.
- [20] R. Hegde, Zs. Szabó, Y. L. Hor, Y. Kiasat, E.-P. Li and W. J. R. Hoefer, “The Dynamics of Nanoscale Superresolution Imaging With the Superlens,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 59, no. 10, pp. 2612–2623, 2011.
- [21] M. Stepanova, T. Fito, Zs. Szabó, K. Alti, A. P. Adeyenuwo, K. Koshelev, M. Aktary and S. K. Dew, “Simulation of electron beam lithography of nanostructures,” *Journal of Vacuum Science & Technology B*, vol. 28, no. 6, pp. C6C48–C6C57, 2010.
- [22] K. Körmöczi and Zs. Szabó, “Near-Infrared Invisibility Cloak Engineered With Two-Phase Metal-Dielectric Composites,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 50, no. 2, pp. 209–212, 2014.
- [23] K. Körmöczi and Zs. Szabó, “Simulation of transformation optics designed metamaterial for electromagnetic cloaking,” *Period. Polytech. Elec. Eng. Comp. Sci.*, vol. 56, no. 3, pp. 63–69, 2012.

Szabadalom

- [P1] Zs. Szabó, “Eszköz elektromágneses hullám terjedési karakterisztikájának befolyásolására és azzal megvalósított antenna elrendezés,” Magyar szabadalom, P1500187, 2016.

Konferencia előadások és kiadványok

- [K1] Zs. Szabó, J. Füzi and A. Iványi, “Preisach Model with Analytical Derivative in Circuit Analysis,” in *Proceedings of the 16. Conference on Soft Magnetic Materials: SMM2003*, Düsseldorf, Németország, 2003, pp. 853–855.
- [K2] Zs. Szabó and E.-P. Li, “Extraction of effective material parameters for single and multilayer metamaterial structures,” in *Proceedings of the Metamaterials 2010 Congress*, Karlsruhe, Németország, 2010, pp. 36–38.
- [K3] Zs. Szabó, Y. L. Hor, E.-P. Li and W. J. R. Hoefer, “Effective Parameters of Terahertz Metamaterials Fabricated with Microfluidic-Jet Technique,” presented at the *MRS Spring Meeting & Exhibition 2010*, San Francisco, Amerikai Egyesült Államok, 2010, pp. 1–6.
- [K4] A. Kalvach and Zs. Szabó, “Calculation of Imaging Properties of Metamaterials,” presented at the *20th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Montreal, Kanada, 2015, pp. 1–2.
- [K5] Zs. Szabó and A. Kalvach, “Parallel Finite Difference Time Domain Codes for Electromagnetic Metamaterial Calculations,” presented at the *19th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Budapest, Magyarország, 2013, paper PB4–17, 2 p.
- [K6] D. Li, Zs. Szabó and E.-P. Li, “Design of Zero-Index Metamaterial Superstrates for Antenna Gain Enhancement Using Effective Medium Theory,” presented at the *2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting*, Spokane, Amerikai Egyesült Államok, 2011, paper 1525, 2 p.
- [K7] Zs. Szabó and F. Lénárt, “Inhomogeneous Split Ring Resonator Metasurface to Enhance the Gain of Patch Antennas,” in *Abstract Book*, Pécs, Magyarország, 2015, paper 112, 1 p.
- [K8] Zs. Szabó, Y. Kiasat and E.-P. Li, “Composite materials for subwavelength imaging,” presented at the *MRS Spring Meeting & Exhibition 2011: Recent Progress in Metamaterials and Plasmonics*, San Francisco, Amerikai Egyesült Államok, 2011, paper W2.2, 2 p.

- [K9] Y. Kiasat, Zs. Szabó and E.-P. Li, “Advances in Subwavelength Imaging with Composite-Dielectric Multilayer Structures,” presented at the International Conference on Materials for Advanced Technologies, Szingapúr, 2011, paper ICMAT11–A–4471, 1 p.
- [K10] Zs. Szabó, Y. Kiasat and E.-P. Li, “Isotropic Metal-Dielectric Composites for Subwavelength Imaging,” presented at the META’12 the 3rd International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, Párizs, Franciaország, 2012, p. 37.
- [K11] Zs. Szabó, J. M. Lee, M. A. Mohammad, K. van Daltsen, M. Aktary, M. Stepanova and S. K. Dew, “High Density Nanostructure Fabrication with Electron Beam Lithography,” in Proceeding of the 52nd International Conference on Electron, Ion, and Photon Beam Technology and Nanofabrication (EIPBN), Portland, Amerikai Egyesült Államok, 2008, paper P-3C-08, 2 p.

Hivatkozások az irodalomra

- Aharoni, A. (2000). *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*. Oxford: Oxford University Press.
- Alu, A., Yaghjian, A. D., Shore, R. A., & Silveirinha, M. G. (2011). Causality relations in the homogenization of metamaterials. *Physical Review B*, 84, 054305(5), 1-16.
- Aspnes, D. E. (1982). Local-field effects and effective-medium theory: A microscopic perspective. *American Journal of Physics*, 30, 704-709.
- Azzerboni, B., Cardelli, E., Della Torre, E., & Finocchio, G. (2003). Reversible magnetization and Lorentzian function approximation. *Journal of Applied Physics*, 93(10), 6635-6637.
- Azzerboni, B., Carpentieri, M., Finocchio, G., & Ipsale, M. (2004). Super-Lorentzian Preisach function and its applicability to model scalar hysteresis. *Physica B: Condensed Matter*, 343(1-4), 121 - 126.
- Baas, A. F. (2010). *Nanostructured Metamaterials*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Bahl, I. J. (2003). *Lumped Elements for RF and Microwave Circuits*. Boston, London: Artech House.
- Bahl, I. J., & Bhartia, P. (2003). *Microwave Solid State Circuit Design*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Basso, V., & Bertotti, G. (1994). Description of magnetic interactions and Henkel plots by the Preisach hysteresis model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 30(1), 64 - 72.
- Bastos, J. P., & Sadowski, N. (2003). *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. CRC Press.
- Belov, P. A., Hao, Y., & Sudhakaran, S. (2006). Subwavelength microwave imaging using an array of parallel conducting wires as a lens. *Physical Review B*, 73, 033108, 1-4.
- Belov, P. A., Marques, R., Maslovski, S. I., Nefedov, I. S., Silveirinha, M., Simovski, C. R., & Tretyakov, S. A. (2003). Strong spatial dispersion in wire media in the very large wavelength limit. *Physical Review B*, 63, 113103.
- Bertotti, G. (1998). *Hysteresis in Magnetism*. Academic Press.
- Binns, K. J., Lawrenson, P. J., & Trowbridge, C. W. (1992). *The Analytical and Numerical Solution of Electromagnetic Fields*. John Wiley & Sons.
- Bobbio, S. (2000). *Electrodynamics of Materials, Forces, Stresses, and Energies in Solids and Fluids*. San Diego: Academic Press.
- Bohren, C. F., & Huffman, R. D. (2004). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. Wiley-VCH.
- Born, M., & Wolf, E. (1999). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press.
- Bottauscio, O., Chiampi, M., Chiarabaglio, D., & Repetto, M. (2000). Preisach-type hysteresis models in magnetic field computation. *Physica B: Condensed Matter*, 275(1-3), 34-39.
- Bottauscio, O., Chiampi, M., Ragusa, C., Rege, L., & Repetto, M. (2002). Description of TEAM Problem: 32 A Test-Case for Validation of Magnetic Field Analysis with Vector Hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(2), 893 - 896. Letöltés dátuma: 2015. November 23, forrás: <http://www.compumag.org/jsite/images/stories/TEAM/problem32.pdf>
- Bradley, N. F. (1971). *Materials for Magnetic Functions*. New York: Hayden Book Company.
- Brillouin, L. (1953). *Wave Propagation in Periodic Structures*. New York: Dower Publications Inc.
- Caloz, C., & Itoh, T. (2005). *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*. Hoboken, New Jersey: Wiley.

- Cao, Y., Xu, K., Jiang, W., Droubay, T., Ramuhalli, P., Edwards, D., . . . McCloy, J. (2015). Hysteresis in single and polycrystalline iron thin films: Major and minor loops, first order reversal curves, and Preisach modeling. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 395, 361 - 375.
- Cardelli, E., Fiorucci, L., & Della Torre, E. (2001). Identification of the Preisach probability functions for soft magnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics*, 37(5), 3366 - 3369.
- Chen, X., Grzegorzczak, T. M., Wu, B., Pacheco, I. J., & Kong, J. A. (2004). Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials. *Physical Review E*, 70, 016608.
- Chikazumi, S. (1964). *Physics of Ferromagnetism*. New York: John Wiley & Sons.
- Christopoulos, C. (2006). *The Transmission-Line Modeling (TLM) Method in Electromagnetics*. Morgan & Claypool Publishers.
- Collin, R. E. (2001). *Foundations for Microwave Engineering*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Cullity, B. D., & Graham, C. D. (2008). *Introduction to Magnetic Materials*. Hoboken, New Jersey: Wiley-IEEE Press.
- Darafsheh, A., Limberopoulos, N. I., Derov, J. S., Walker, D. E., & Astratov, V. N. (2014). Advantages of microsphere-assisted super-resolution. *Applied Physics Letters*, 104, 061117, 1-4.
- Della Torre, E. (2000). *Magnetic Hysteresis*. IEEE Press.
- Della Torre, E., Vajda, F., & Kahler, G. R. (1994). Modeling magnetic materials with the complete moving hysteresis model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 133(1-3), 6-10.
- Dolling, G., Wegener, M., Soukoulis, C., & Linden, M. S. (2007). Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength. *Optics Letters*, 32(1).
- Ehrenreich, H., & Philipp, H. R. (1962). Optical properties of Ag and Cu. *Physical Review*, 128, 1622-1628.
- Engheta, N., & Ziolkowski, R. W. (2006.). *Electromagnetic Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Wiley-IEEE Press.
- Füzi, J. (1999). Computationally efficient rate dependent hysteresis model. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 18, 445-457.
- Füzi, J. (2003). Analytical Approximation of Preisach Distribution Functions. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(3), 1357 - 1360.
- Füzi, J., Bayard, G., & Peier, D. (2000). Ignition Transformer Dynamic Modelling, Non-linear Electromagnetic Systems. *Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics*, 18, 149-152.
- Füzi, J., Iványi, A., & Szabó, Z. (2003). DC shielding efficiency of spherical shells with holes. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254, 237-240.
- Geröcs, L., & Vancsó, Ö. (2010). *Matematika*. Budapest, Magyarország: Akadémiai Kiadó.
- Griffiths, D. J. (1999). *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall.
- Hall, S. H., & Heck, H. L. (2009). *Advanced Signal Integrity for High-Speed Digital Design*. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Hantila, I. (1974). Mathematical Models of the Relation Between B and H for Nonlinear Media. *Rev. Roum. Sci. Tech. – Electrotechn. Et Energ*, 19, 429-448.
- Hassani, V., Tjahjowidodo, T., & Do, T. N. (2014). A survey on hysteresis modeling, identification and control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 49, 209-233.
- Henze, O., & Rucker, W. (2002). Identification procedures of Preisach model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(2), 833 - 836.

- Hitachi Metals*. (dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2015. 12. 10, forrás: <http://www.hitachimetals.com/product/amorphous/>
- IEEE Spectrum - Kymeta. (dátum nélk.). *IEEE spectrum*. Letöltés dátuma: 2013. July 27, forrás: <http://spectrum.ieee.org/tech-talk/telecom/wireless/kymeta-demos-first-ever-satellite-link-with-metamaterials-antenna>
- Iványi, A. (1997). *Hysteresis Models in Electromagnetic Computation*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Janaideh, M. A., Rakheja, S., & Su, C.-Y. (2009). Experimental characterization and modeling of rate-dependent hysteresis of a piezoceramic actuator. *Mechatronics*, 19(5), 656-670.
- Jiles, D. C. (1991). *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*. London: Chapman and Hall.
- Jiles, D. C., & Atherton, D. L. (1984). Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Applied Physics*, 55(6), 2115-2120.
- Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., N., W. J., & Meade, R. D. (2008). *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton University Press.
- Kádár, G. (1987). On the Preisach Function of Ferromagnetic Hysteresis. *Journal of Applied Physics*, 61(8), 4013-4015.
- Karamanos, T. D., Dimitriadis, A. I., & Kantartzis, N. V. (2014). Robust technique for the polarisability matrix retrieval of bianisotropic scatterers via their reflection and transmission coefficients. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 8(9), 1398-1407.
- Khodasevych, I. E., Shah, C. M., Sriram, S., Bhaskaran, M., Withayachumnankul, W., Ung, B. S., . . . Mitchell, A. (2012). Elastomeric silicone substrates for terahertz fishnet metamaterials. *Applied Physics Letters*, 100, 061101.
- Kittel, C. (1981). *Bevezetés a szilárdtest-fizikába*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- Koschny, T., Markos, P., Smith, D. R., & Soukoulis, C. M. (2003). Resonant and antiresonant frequency dependence of the effective parameters of metamaterials. *Physical Review E*, 68, 065602, 1-4.
- Kreibig, U. (1974). Electronic properties of small silver particles: the optical constant and their temperature dependence. *Journal of Physics F: Metal Physics*, 4, 999-1014.
- Kronmüller, H., & Fähnle, M. (2003). *Micromagnetism and the Microstructure of Ferromagnetic Solids*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kuczmann, M., & Iványi, A. (2002). Neural network model of magnetic hysteresis. *COMPEL – The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 21(3), 364-376.
- Landau, L. D., Lifshitz, E. M., & Pitaevskii, L. P. (1984). *Electrodynamics of Continuous Media*. Butterworth-Heinemann.
- Leonhardt, U. (2006). Optical Conformal Mapping. *Science*, 312, 1777-1780.
- Liu, X.-X., & Alu, A. (2013). Generalized retrieval method for metamaterial constitutive parameters based on a physically driven homogenization approach. *Physical Review B*, 87, 235136(23), 1-7.
- Lu, D., & Liu, Z. (2012). Hyperlenses and metalenses for far-field super-resolution imaging. *Nature Communications*, 2, 1205.
- Lubkowski, G., Schuhmann, R., & Weiland, T. (2007). Extraction of Effective Metamaterial Parameters by Parameter Fitting of Dispersive Models. *Microwave and Optical Technology Letters*, 49(2), 285-288.

- Lucarini, V., Saarinen, J. J., Peiponen, K. E., & Vartiainen, E. M. (2005). *Kramers-Kronig Relations in Optical Materials Research*. Springer.
- Markel, V. (2016). Introduction to the Maxwell Garnett approximation: tutorial. *Journal of the Optical Society of America A*, 33, 1244-1256.
- Markov, G. T. (1963). *Antennák*. Budapest: Műszaki könyvkiadó.
- Marqués, R., Martín, F., & Sorolla M. (2008). *Metamaterials With Negative Parameters*. New York: Wiley.
- Marqués, R., Medina, F., & Rafii-El-Idrissi, R. (2002). Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials. *Physical Review B*, 65, 144440.
- Mayergoyz, I. (1991). *Mathematical Models of Hysteresis*. New York: Springer-Verlag.
- Milligan, T. A. (1985). *Modern Antenna Design*. New York: Mc Graw-Hill Book Company.
- Moerner, W. E. (2009). Eyes on super-resolution. *Nature Photonics*, 3, 368–369.
- Moroz, A. (2008). Electron Mean Free Path in a Spherical Shell Geometry. *J. Phys. Chem. C*, 112, 10641-10652.
- Munk, B. (2000). *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design*. Wiley-Interscience.
- Munk, B. (2009). *Metamaterials: Critique and Alternatives*. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Nicolson, A. M., & Ross, G. F. (1970). Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IM-19, 377-382.
- Noginov, M. A., & Podolskiy, V. A. (2012). *Tutorials in Metamaterials*. New York: CRC Press.
- Osborn, J. A. (1945). Demagnetizing Factors of the General Ellipsoid. *Physical Review*, 67(11 and 12), 351-357.
- Palik, E. (1985-1998). *Handbook of Optical Constants of Solids I-IV*. Academic Press.
- Palmer, K. F., Williams, M. Z., & Budde, B. A. (1998). Multiply subtractive Kramers–Kronig analysis of optical data. *Applied Optics*, 37, 2660-2673.
- Peiponen, K.-E., Lucarini, V., Vartiainen, E. M., & Saarinen, J. J. (2004). Kramers-Kronig relations and sum rules of negative refractive index media. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 41, 61-65.
- Penciu, R. S., Kafesaki, M., Koschny, T., Economou, E. N., & Soukoulis, C. M. (2010). Magnetic response of nanoscale left-handed metamaterials. *Physical Review B*, 81(23), 235111.
- Pendry, J. B. (2000). Negative Refraction Makes a Perfect Lens. *Physical Review Letters*, 85(18), 3966.
- Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., & Stewart, W. J. (1999). Magnetism from Conductors, and Enhanced Non-Linear Phenomena. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 47(11), 2075-2084.
- Pendry, J. B., Schurig, D., & Smith, D. R. (2006). Controlling Electromagnetic Fields. *Science*, 1780-1782.
- Pozar, M. D. (2005). *Microwave Engineering*. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Preisach, F. (1935). Über die magnetische Nachwirkung. *Zeitschrift für Physik*, 94, 277–302.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., & Vetterling, W. T. (1992). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press.
- Price, K. V., Storn, R. M., & Lampinen, J. A. (2005). *Differential Evolution, A Practical Approach to Global Optimization*. Springer.

- Rho, J., Ye, Z., Xiong, Y., Yin, X., Liu, Z., Choi, H., . . . Zhang, X. (2010). Spherical hyperlens for two-dimensional sub-diffractive imaging at visible frequencies. *Nature Communications*, 1.
- Ruppin, R. (2000). Evaluation of extended Maxwell-Garnett theories. *Optics Communications*, 182, 273–279.
- Sakoda, K. (2004). *Optical Properties of Photonic Crystals*. Springer.
- Schodek, D. L., Ferreira, P., & Ashby, M. F. (2009). *Nanomaterials, Nanotechnologies and Design: An Introduction for Engineers and Architects*. Butterworth-Heinemann.
- Schurig, D., Mock, J. J., Justice, B. J., Cummer, S. A., Pendry, J. B., Starr, A. F., & Smith, D. R. (2006). Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies. *Science*, 314, 977–980.
- Shalaev, V. M. (2006). Optical negative-index metamaterials. *Nature Photonics*, 1, 41–48.
- Shalaev, V. M., Cai, W., Chettiar, U. K., Yuan, H. K., & Sarychev, A. K. (2005). Negative index of refraction in optical metamaterials. *Optics Letters*, 30(24), 3356–3358.
- Shelby, R. A., Smith, D. R., & Schultz, S. (2001). Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 292(5514), 77–79.
- Shen, N. H., Kenanakis, G., Kafesaki, M., Katsarakis, N., Economou, E. N., & Soukoulis, C. M. (2009). Parametric investigation and analysis of fishnet metamaterials in the microwave regime. *Journal of the Optical Society of America B*, 26(12), B61–B67.
- Sihvola, A. (1999). *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*. London: Institution of Electrical Engineers.
- Silveirinha, M., & Engheta, N. (2006). Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using near-zero materials. *Physical Review Letters*, 97, 157403.
- Silver, S. (1949). *Microwave Antenna Theory and Design*. New York-Toronto-London,: Mc Graw-Hill Book Company.
- Simonyi, K., & Zombory, L. (2000). *Elméleti villamosságtan*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- Smith, D. R., Padilla, W. J., Vier, D. C., Nemat-Nasser, S. C., & Schultz, S. (2000). Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, 84(18), 4184–4187.
- Smith, D. R., Vier, D. C., Koschny, T., & Soukoulis, C. M. (2005). Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials. *Physical Review E*, 71, 036617.
- Solymar, L., & Shamonina, E. (2009). *Waves in Metamaterials*. Oxford University Press.
- Solymár, L., & Walsh, D. (2004). *Electrical properties of materials*. Oxford University Press.
- SOPRA. (2015. 12 10). Forrás: www.sspectra.com/sopra.html
- Stancu, A., & Andrei, P. (2006). Characterization of static hysteresis models using first-order reversal curves diagram method. *Physica B: Condensed Matter*, 372(1-2), 72 - 75.
- Stoner, E. C., & Wohlfarth, E. P. (1948). A Mechanism of Magnetic Hysteresis in Heterogeneous Alloys. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A240, 599–642.
- Szabó, Z. (2002). Hysteresis models from elementary operators and integral equations. *PhD Thesis*, 1–126.
- Szabó, Z., & Amália, I. (2005). Preisach Type Bulk Vector Hysteresis Model from Generalized Elementary Vector Hysteresis Operators. In I. Amália, *Preisach Memorial Book: Hysteresis models in mathematics, physics and engineering*. (old.: 77–88). Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Szabó, Z., & Ivanyi, A. (2000). Computer-Aided Simulation of Stoner-Wohlfarth Model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215–216, 33–36.

- Szabó, Z., & Ivanyi, A. (2001). Demagnetizing Field in Ferromagnetic Sheet. *Physica B - Condensed Matter*, 306, 172-177.
- Taflove, A., & Hagness, S. C. (2000). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House.
- Takács, J. (2012). The Everett Integral and its Analytical Approximation. In *Advanced Magnetic Materials* (old.: 203-230). Rijeca: Intech.
- Tsukerman, I. (2011). Nonlocal homogenization of metamaterials by dual interpolation of fields. *Journal of the Optical Society of America B*, 28(12), 2956--2965.
- Vajda, F., & Della Torre, E. (1996). Hierarchy of scalar hysteresis models for magnetic recording media. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(3), 1112 - 1115.
- Valentine, J., Li, J., Zentgraf, T., Bartal, G., & Zhang, X. (2009). An Optical Cloak Made of Dielectrics. *Nature Materials*, 8, 568-571.
- Vendik, I., Vendik, O., Kolmakov, I., & Odit, M. (2006). Modelling of isotropic double negative media for microwave applications. *Opto-Electronics Review*, 14(3), 179-186.
- Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of epsilon and mu. *Soviet Physics Uspekhi*, 10, 509–514.
- Volakis, J. L. (2007). *Antenna Engineering Handbook*. New York: Mc Graw Hill.
- Wang, J., Qu, S., Zhang, J., Ma, H., Yang, Y., Gu, C., . . . Xu, Z. (2009). A tunable left-handed metamaterial based on modified broadside-coupled split-ring resonators. *Progress In Electromagnetics Research Letters*, 6, 35-45.
- Weiss, P. (1906). La variation du ferromagnetisme du temperature. *Comptes Rendus*, 143, 1136-1149.
- Werner, D. H. (2017). *Broadband Metamaterials in Electromagnetics: Technology and Applications*. Singapore: Pan Stanford.
- Xu, T., Agrawal, A., Abashin, M., Chau, K. J., & Lezec, H. J. (2013). All-angle negative refraction and active flat lensing of ultraviolet light. *Nature*, 497, 470-474.
- Yang, Y., Sauvan, C., Liu, H. T., & Lalanne, P. (2011). Theory of Fishnet Negative-Index Optical Metamaterials. *Physical Review Letters*, 107, 043903(4), 1-4.
- Zhou, F., Bao, Y., Cao, W., Stuart, C. T., Gu, J., Zhang, W., & Sun, C. (2011). Hiding a Realistic Object Using a Broadband Terahertz Invisibility Cloak. *Nature Scientific Reports*, 1: 78.
- Ziolkowski, R. W. (2004). Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction. *Physical Review E*, 70, 046608.