A bírálóbizottság értékelése

Hegyvári Norbert doktori értekezésében az elmúlt bő két évtizedben elért eredményeit foglalja össze. Ez a tézisfüzet felépítésében 21 tételt jelent, amelyeket a bizottság új tudományos eredményként fogad el. Köztük jelentős a természetes számok pozitív alsó sűrűségű *A* részhalmazainak magas dimenziójú Hilbert-kockáiról szóló eredmények. Belátja, hogy van olyan *A* halmaz, ahol a legnagyobb dimenziójú tartalmazott kocka dimenziója $O(\log n \log\log n)$. Hegyvári Norbert megmutatja, hogy $\sqrt{\log n}$-es nagyságrend szükséges. Eredményét Conlon, Fox és Sudakov később „megkoronázza" a $\sqrt{\log\log n}$-es faktor elhagyásával. Egy másik kutatásában Bergelson mély ergodelméleti eredményeket használó bizonyítását kombinatorikus módszerekkel egyszerűsíti. Ruzsa Imrével együtt Bergelson egy másik eredményét élesítve belátták, hogy ha *A* pozitív felső sűrűségű halmaz, akkor található olyan végtelen *C* halmaz, hogy *A-A* nemcsak *C* elemeiből készített, súlyozott, véges összegeket, hanem a véges szorzatokat is tartalmazza. Hegyvári Norbert alsó becslést ad a Hilbert-kockán vett karakterösszegre, ahol az összegzés a multiplikatív karaktereken fut végig. Továbbá igazolja, hogy minden multiplikatív karakterhez megadható a Hilbert-kocka egy nagy részhalmaza, ahol a karakter kevéssel tér el a triviális karaktertől. Sárközyvel becsléseket ad a legnagyobb hiperkocka dimenziójára, a négyzetszámok, illetve prímszámok halmaza esetén.
Disszertációjában Hegyvári Norbert Raimi egy Ramsey-típusú eredményének messzemenő általánosítását adja. Legyen *A* a természetes számok egy aszimptotikus bázisa. Sárközy definiálta az *A* halmaz *k*-színezésének rendjét. Hegyvári és Hennecart a négyzetszámok és prímszámok esetén ad alsó és felső becsléseket tetszőleges *k* esetén a rendre. Hennecart és Plange társszerzőkkel Burr és Erdős *k*-ad rendű aszimptotikus bázisokra vonatkozó sejtését *k*=2 esetben igazolja, míg $k \geq 3$ esetben megcáfolja. Hegyvári teljes és részteljes halmazokkal kapcsolatban is központi eredményeket ér el. Milyen sűrűség garantálja a részteljességet? $\Omega(\sqrt{n})$ egy nyilvánvaló alsó becslés. A disszertáció appendixében szerepel, hogy alkalmas *C*-re $\sqrt{n \log n}$ sűrűség elégséges. Ez az eredmény Szemerédi $\sqrt{n}$ ünnepelt tételének előfutára, és amely tételt a témakör legfontosabb monográfiája is tárgyalja. Speciális alakú halmazok teljességét is vizsgálja a mű és elégséges feltételeket ad. Hennecarttal együtt megmutatja, hogy ha *f*, *g* egész együtthatós polinomok, $f(x)$ és x^k affin függetlenek, akkor $F(x,y) = f(x) + x^k g(x)$ expander polinom. Bizonyításuk $F(x,y)$ expanziós mértékére is effektív alsó korlátot ad. Rokon eredményeket értek el lefedő polinomokkal kapcsolatban is. Végül kiemeljük a Heisenberg-csoportokra vonatkozó struktúratételeket, amelyeket Hennecarttal közösen értek el. Ezek jól kiegészítik Helfgott, Babai, Nikolov, Pyber más típusú eredményeit.
Hegyvári Norbert szellemesen kombinál egyszerű és mélyebb technikát. Több jól ismert problémát old meg, de munkássága is vezet olyan kérdésekhez, amelyekkel tudós társait inspirálja.