

## A Doktori Tanács közleménye

Dabóczi Tamás 2018. nyarán nyilatkozatot nyújtott be, hogy MTA doktori értekezésében a képletek egy része pdf konverziós hiba miatt tévesen jelent meg.

A Doktori Tanács engedélyezte, hogy a Jelölt a pdf konverziós hibajegyzéket benyújtsa.

Ezt követően a Doktori Tanács 2018. december 14-ei ülésén egyhangúlag úgy döntött, hogy Dabóczi Tamás disszertációja a benyújtott pdf konverziós hibajegyzékkel együtt, *egy* pdf fájlba fűzve kerüljön nyilvánosságra az MTA honlapján.

# **Új jelút-kompenzációs eljárások**

MTA doktori értekezés

**Dabóczy Tamás**

a műszaki tudomány kandidátusa

habilitált egyetemi docens

Budapest, 2017.

Feleségemnek, Bibornak,  
gyerekeimnek és házastársaiknak,

Áronnak és Enikőnek,  
Kingának és Bencének,  
Mártonnak,  
Nórinak,  
Krisztinek,  
Andrisnak.

## Tartalomjegyzék

|                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Bevezetés .....                                                                                                          | 1  |
| 2. Jelút-kompenzáció formái.....                                                                                            | 3  |
| 2.1. A megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül mérhető.....                                                  | 3  |
| 2.2. A megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül nem mérhető.....                                              | 5  |
| 2.3. A megfigyelendő fizikai mennyiség egy több-bemenetű fizikai rendszer ismeretlen gerjesztése vagy állapotváltozója..... | 5  |
| 3. Jelút kompenzálása: frekvenciafüggő hibák .....                                                                          | 8  |
| 3.1. Rosszul kondicionált feladat bemutatása.....                                                                           | 8  |
| 3.2. Inverz szűrési módszerek áttekintése.....                                                                              | 9  |
| 3.2.1. Bemeneti hibakritérium (input error).....                                                                            | 10 |
| 3.2.2. Kimeneti hibakritérium (output error, prediction error) .....                                                        | 10 |
| 3.2.3. Kimeneti hibakritérium + simítás .....                                                                               | 12 |
| 3.2.4. Iteratív módszerek amplitúdókorlát figyelembevételére .....                                                          | 13 |
| 3.2.5. Regularizáció .....                                                                                                  | 14 |
| 3.2.6. Inverz szűrés tanulórendszerekkel .....                                                                              | 16 |
| 3.2.7. Időtartománybeli modellillesztés.....                                                                                | 17 |
| 3.2.8. Inverz szűrés sztochasztikus jelmodell alapján – Wiener-szűrő.....                                                   | 18 |
| 3.2.9. Inverz szűrés sztochasztikus jelmodell alapján – Kalman-szűrő.....                                                   | 19 |
| 3.3. Kihívások.....                                                                                                         | 21 |
| 3.4. Inverz szűrési módszerek automatikus paraméterállítása.....                                                            | 22 |
| 3.4.1. Inverz szűrés optimalizálásával foglalkozó korábbi munkák .....                                                      | 22 |
| 3.5. Új, spektrális modell-alapú automatikus paraméterállítás inverz szűrési módszerekhez.....                              | 27 |
| 3.5.1. Több paraméter kezelése .....                                                                                        | 27 |
| 3.5.2. Kétdimenziós jelek .....                                                                                             | 35 |
| 3.5.3. Ki- és bemeneti zaj együttes kezelése.....                                                                           | 38 |
| 3.5.4. Rendszeridentifikáció és rekonstrukció: két egymás utáni dekonvolúciós lépés .....                                   | 42 |
| 3.5.5. Az időzítés bizonytalanságának kezelése .....                                                                        | 45 |
| 3.6. Markerbázisú mozgásanalízis hosszú expozíciós idő esetén .....                                                         | 49 |
| 3.6.1. Expozíciós idő hatása a pozícióbecslésre .....                                                                       | 50 |
| 3.6.2. Szimulációs eredmények .....                                                                                         | 53 |
| 3.6.3. A módszer alkalmazása: mérési eredmények .....                                                                       | 54 |
| 3.7. Tézisek.....                                                                                                           | 57 |
| 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés .....                                                                                   | 59 |
| 4.1. Jelmodell-alapú zavaraszűrés .....                                                                                     | 59 |

|        |                                                                                               |    |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1.1. | Periodikus jelmodell illesztése spektrális felbontással.....                                  | 59 |
| 4.1.2. | Rekurzív Fourier-analizátor.....                                                              | 59 |
| 4.1.3. | Robust FA (rFA).....                                                                          | 61 |
| 4.1.4. | AFA.....                                                                                      | 62 |
| 4.1.5. | Robust AFA (rAFA).....                                                                        | 62 |
| 4.1.6. | Improved robust AFA (irAFA).....                                                              | 63 |
| 4.1.7. | Block AFA (BAFA).....                                                                         | 63 |
| 4.1.8. | Extended Block AFA (eBAFA).....                                                               | 63 |
| 4.2.   | Javasolt új frekvenciaadaptációs algoritmus: Extended improved robust AFA (eirAFA).....       | 64 |
| 4.2.1. | Adaptív Fourier-Analizátor különböző változatainak ellenőrzése szimulációs példán.....        | 64 |
| 4.3.   | Adaptív Fourier-Analizátor adaptálása AD átalakítók szinuszillesztéses teszteléséhez.....     | 65 |
| 4.3.1. | A 4 paraméteres szinuszillesztés és AFA összevetése mérési adatokon .....                     | 67 |
| 4.3.2. | A 4 paraméteres szinuszillesztés és AFA összevetése szimulációs adatokon .....                | 69 |
| 4.4.   | Mintavételezési jitter hatásának kezelése jelmodell-alapú zavaraszűrésnél.....                | 70 |
| 4.4.1. | Jitter hatásának levezetése szinuszillesztés esetén.....                                      | 72 |
| 4.4.2. | Összevetés M. Souders eredményével.....                                                       | 74 |
| 4.5.   | Tézisek.....                                                                                  | 75 |
| 4.6.   | Jelmodell-alapú jeldetektálás.....                                                            | 76 |
| 4.7.   | Új eredmények.....                                                                            | 77 |
| 5.     | Jelút-kompenzáció feladatának kiterjesztése és általánosítása.....                            | 78 |
| 5.1.   | Mérőrendszer átviteli hibáinak kompenzálása: statikus nemlinearitások.....                    | 78 |
| 5.2.   | Szenzorfüzió és alkalmazásai.....                                                             | 80 |
| 5.2.1. | Frekvenciatartománybeli szűrést megvalósító szenzorfüzió.....                                 | 81 |
| 5.3.   | Közvetve mérhető mennyiségek becslése.....                                                    | 85 |
| 5.3.1. | Rögzített paraméterekkel nem modellezhető torzulás figyelembevétele orientációbecslésnél..... | 86 |
| 5.3.2. | Új eredmények.....                                                                            | 89 |
| 5.3.3. | „Szenzor nélküli” mérés technika.....                                                         | 89 |
| 5.3.4. | Új eredmények.....                                                                            | 92 |
| 6.     | Eredmények hasznosulása és hasznosításának lehetőségei.....                                   | 93 |
| 6.1.   | Költséghatékony mérőrendszer inverz módszerekkel.....                                         | 93 |
| 6.2.   | Fizikai/technológiai korlát kiterjesztése inverz módszerekkel.....                            | 93 |
| 6.3.   | Komplex szenzorok.....                                                                        | 95 |

|                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.4. Biztonságkritikus rendszerek .....                                                    | 96  |
| 7. Műszaki alkotások .....                                                                 | 97  |
| 7.1. Dekonvolúciós szoftvercsomag az NIST kalibrációs laboratóriuma számára.....           | 97  |
| 7.2. Grafikus felhasználói felületet tesztelő szoftver a Matlab FDIDENT Toolbox-ához ..... | 98  |
| 8. Összefoglalás .....                                                                     | 99  |
| 9. Köszönetnyilvánítás.....                                                                | 100 |
| 10. Saját publikációk.....                                                                 | 101 |
| 11. Irodalomjegyzék .....                                                                  | 106 |
| Melléklet.....                                                                             | 118 |

# 1. Bevezetés

Műszaki alkotások nagyon széles körében a körülöttünk lévő fizikai világot valamilyen érzékelő/mérőrendszerrel figyeljük meg. Ezen információ birtokában hoz akár az ember, akár egy autonóm számítógépes rendszer döntéseket, és ez alapján avatkozik be a külvilágba egy beágyazott rendszer (embedded system). A döntés és beavatkozás helyességét, minőségét alapvetően befolyásolja, hogy az elsődleges információ a fizikai világról mennyire pontos. Kutatásaim keretében a külvilág megfigyelésére szolgáló eszközök pontosságának digitális jelfeldolgozással való javításával foglalkoztam.

A téma fontosságát hangsúlyozza, hogy a számítástechnika, szenzortechnika, mikroelektronika, szoftvertechnológia fejlődésével egyre bonyolultabb autonóm rendszerek vesznek minket körül, melyek gyakran egymással is intenzív kapcsolatban állnak a gyors hálózati elérés révén (ad-hoc hálózatok, mobil internet, 5G). Összehangolva oldanak meg bonyolult feladatokat, mint például autonóm vezetés, adaptív forgalomirányítás, teherautók automatikus rajban mozgása vagy közlekedő robotok egy raktártérben, ahol emberek is tartózkodnak. Az ilyen, fizikai világgal kapcsolatban álló, egymással hálózatba kapcsolt, bonyolult rendszereket hívjuk kiberfizikai rendszereknek (Cyber-Physical Systems, CPS). A fenti alkalmazások mindegyikére jellemző, hogy a világról, a fizikai mennyiségekről (tárgyak helyzete, mozgása, hőmérséklet, nyomás stb.) pontos információra van szükségünk. Ezen információk birtokában születik meg a döntés, bonyolult információfeldolgozási algoritmusok segítségével.

Napjainkban a beágyazott- és a kiberfizikai rendszerek az információt digitálisan dolgozzák fel. A megfigyelés során a fizikai mennyiségtől a digitális információig tartó jelutat azonban sok torzító és zavaró hatás befolyásolja. Céлом ezen hatások digitális jelfeldolgozási módszerekkel való kompenzálása vagy redukálása.

A fizikai mennyiségről információt hordozó, de torzult és zajos analóg jelet tipikusan nem állítjuk helyre, hanem digitális jelfeldolgozással kompenzáljuk az ismert torzulásokat, és elnyomjuk a zajként kezelt zavarásokat (jelút-kompenzáció). Tökéletes rekonstrukció általában nem lehetséges, mert a torzulásokról csak véges pontossággal áll rendelkezésre információ, maga a jelút-kompenzáció is tartalmaz torzulást (pl. véges számábrázolás), és a megfigyelést zaj terheli.

Kutatásaim során a jelút-kompenzáció azon változataival foglalkoztam, amik a technika vagy tudomány adott pillanatában kihívást jelentettek, nem voltak megoldottnak tekinthetők. Ezek körében súlyponti részek:

- a) a lineárisnak modellezhető rendszerek frekvenciafüggő hibáinak kompenzálása rosszul kondicionált esetben,
- b) a közvetve megfigyelhető rendszerek,
- c) a jelmodell-alapú rekonstrukció.

A dolgozat felépítése a következő: A 2. fejezet bemutatja a digitális jelút-kompenzáció különböző változatait.

A 3. fejezet a frekvenciafüggő hibák kompenzálása területén önállóan elvégzett vizsgálatokat és új tudományos eredményeket foglalja össze. Ennek keretében bemutatom a rosszul kondicionált feladat fogalmát, majd áttekintem a legfontosabb inverz szűrési megoldásokat abból a célból, hogy az új tudományos eredmények ezeken keresztül követhetők legyenek. Elemzem mások munkáját az inverz szűrés automatizálása (automatikus parméteroptimalizálás) területén elért eredményei alapján, majd bemutatom az általam kidolgozott új, spektrális modell-alapú automatikus optimalizációs eljárást. A fejezetet a mozgásanalízis területén alkalmazott optikai módszer rossz fényviszonyok

## 1. Bevezetés

---

melletti szisztematikus hibájának levezetése és inverz szűrési módszerekkel való kompenzációs lehetőségének leírása zárja.

Az ebben a fejezetben ismertetett egyik új tudományos eredmény (mérési eljárás automatizálása, felhasználói beavatkozás minimalizálása) indokoltságát húzza alá az a körülmény, hogy az autonóm rendszerek szerepe, súlya robbanásszerűen növekszik. Tárgyaink, eszközeink egyre intelligensebbek, egymással az interneten keresztül interakcióban vannak (tárgyak internete, Internet of Things, IoT). Termelésünk teljesen automatizált és intelligens gyártósorokon valósul meg (Ipar 4.0), a közlekedést intelligens infrastruktúra által támogatva jórészt autonóm módon képzeljük el a jövőben. Mindez azt igényli, hogy az ehhez felhasznált beágyazott rendszerek ill. kiberfizikai rendszerek teljesen autonóm módon, a felhasználó beavatkozása nélkül működjenek [1], [2]. Ennek része az is, hogy a fizikai rendszerrel való kapcsolatunk, az információgyűjtés is automatizált legyen.

A 4. fejezet a zavaraszűrés területén önállóan elvégzett vizsgálatokat és azok következtetéseit, valamint az új tudományos eredményeket foglalja össze. Ennek keretében bemutatom a megfigyelő alapú rekurzív Fourier-analizátort periodikus jelek spektrális felbontására. Ismertetem a javasolt új robusztus frekvenciaadaptációs sémát ismeretlen, vagy folyamatosan küszbő alapfrekvenciájú periodikus jelek spektrális analíziséhez. Bemutatom az Adaptív Fourier-Analizátor alapú új algoritmust AD átalakítók szinuszosztó teszteléséhez, mely lehetőséget ad nagyon hosszú mérések elvégzésére gyenge rövid idejű stabilitással rendelkező órajel generátorok esetén is. A fejezet zárásaként az órajel generátor időzítési bizonytalanságának (jitter) a szinuszosztó hibájára gyakorolt hatását vezetem le.

Az 5. fejezet tárgyalja azokat a témaköröket, melyeknek kutatását közvetlenül irányítottam (az új tudományos eredmények team-ben, vagy PhD hallgatóim lényegi kontribúciójával születtek). A fejezet eredményeinél szeparálom a saját tudományos hozzájárulásomat az irányításommal folyó kutatás további résztvevőinek eredményeitől, és tézisszerűen kijelentem az önálló munkát, de tézist nem fogalmazok meg. Először a memória nélküli statikus nemlinearitások kompenzációs lehetőségét mutatom be rosszul kondicionált esetben. Ezt követi a jelút-kompenzáció általánosítása a szenzorfüzió, illetve a közvetve mérhető mennyiségek becslése révén. Ezek külön-külön, vagy együttesen biztosítanak lehetőséget a legjelentősebb torzító és zavarforrások hatásának csökkentésére.

A 6. fejezetben ismertetem az eredmények eddigi hasznosulását és hasznosítási lehetőségeit.

A 7. fejezet mutatja be a hasznosítások közül azt a két műszaki alkotást, melyek ismertetése rangos folyóiratban megtörtént, és megfelelő számú rangos független hivatkozást kapott. Az első az USA mérésügyi hivatala, a National Institute of Standards and Technology (NIST) számára kidolgozott inverz szűrési szoftvercsomag a saját automatikus paraméter optimalizációs eljárással. A második a Frequency Domain System Identification Toolbox for Matlab rendszeridentifikációs szoftvercsomag grafikus felhasználói felületének automatikus tesztelő szoftvere, mely hozzájárult a kereskedelmi forgalomban árult Toolbox megbízhatóságához.

A tudományos eredményeket szimulációs környezetben, és mérési eredményeken validáltam. Ebben az alábbi kutatóhelyekkel, ipari partnerekkel való együttműködésre támaszkodtam: ETH Zürich (Eidgenössische Technische Hochschule, nagyfeszültségű laboratórium, Zürich, Svájc), NIST (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, USA), Kassai Műszaki Egyetem (Kassa, Szlovákia), CERN (Európai Nukleáris Kutatási Szervezet, Genf, Svájc), ThyssenKrupp Presta Hungary Kft. (Budapest).

## 2. Jelút-kompenzáció formái

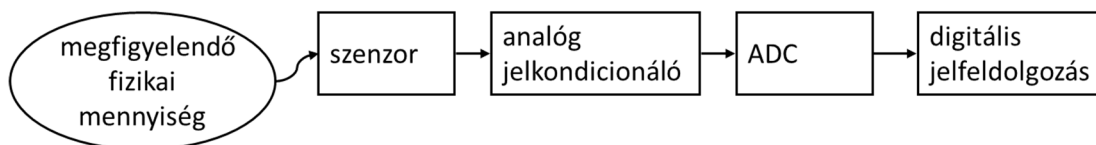
Egy fizikai rendszer valamelyik fizikai mennyiségét szeretnénk pontosan mérni. Mivel az adott fizikai folyamat többnyire csak egy torzulást okozó és zajos csatornán (jelúton) keresztül figyelhető meg, a mérési/megfigyelési folyamat részeként célunk ezen torzulás – zavarásokat is figyelembe vevő – kompenzálása. Torzulás, ill. torzítás alatt érték minden ismert, determinisztikus modellel leírható hatást. A nem modellezett vagy sztochasztikus modellel leírható hatásokat összefoglalóan zavarásnak nevezem.

A megfigyelés és a kapcsolódó kompenzáció bonyolultsági szintjei:

1. A megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül megfigyelhető: a jelút-kompenzáció a szenzor (mérőrendszer) ismert vagy identifikált torzításának kompenzálásával kezdődik;
2. A megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül nem figyelhető meg: a jelút szenzorig vezető szakasza is identifikálandó, és ugyancsak kompenzálásra szorul;
3. A megfigyelendő fizikai mennyiséget és a jelút szenzorig vezető szakaszát további fizikai mennyiségek befolyásolják: ezek identifikálása és kompenzálása is szükséges.

### 2.1.A megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül mérhető

Az első esetben a megfigyelendő fizikai mennyiséget egy szenzorral közvetlenül mérjük. A szenzor (érzékelő) a fizikai mennyiséget villamos mennyiséggé (feszültség, áram, töltés, ellenállásváltozás stb.) változtatja. Ezt egy analóg jelkondicionáló áramkör alakítja át (Analog Signal Processing, ASP), majd az AD átalakító digitalizálja [3]. A digitális jelfeldolgozás innentől kezdődik. Az analóg jelkondicionáló áramkör feladata mindazon műveletek elvégzése, amit vagy az analóg tartományban praktikus elvégezni, vagy csak ott lehet. Ide tartozik a szintillesztés, impedancia illesztés, mintavételezés előtti átlapolásgátló szűrés, galvanikus leválasztás, túlfeszültségvédelem, zavarsszűrés stb. Amikor mérőrendszeréről beszélünk, ezt a teljes jelfeldolgozási láncot értjük alatta, ezen jelút minden zavaró és torzító hatásával (1. ábra).



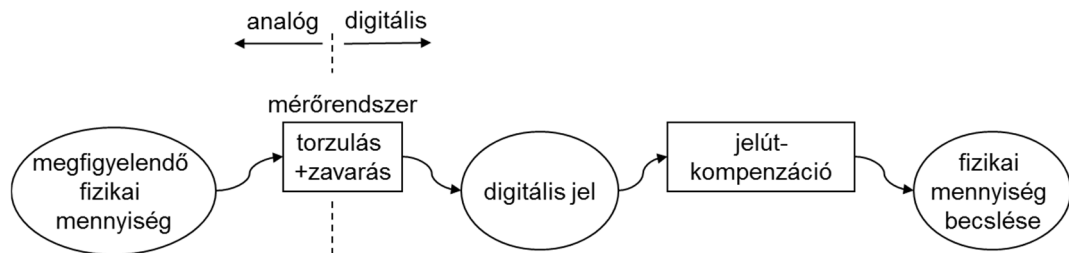
1. ábra Analóg fizikai mennyiségek digitális feldolgozása

A torzító hatások közül a leggyakoribb a frekvenciafüggő lineáris torzítás (véges sávszélesség hatása), a statikus nemlinearitás (pl. telítődő karakterisztika), ill. a memóriával rendelkező nemlinearitás (pl. hiszterézis). Zavarásként jellemzően a mérési zajokat modellezzük. A torzító és zavaró hatások ismeretében lehetőségünk van azok kompenzálására vagy mérséklésére (2. ábra).

Ezt a jelút-kompenzációt (rekonstrukció, inverz probléma) rosszul kondicionálnak nevezik, ha kis zavarás hatására a becslés nagyban változik. Kutatásaim során ilyen rosszul kondicionált inverz problémákkal foglalkoztam.

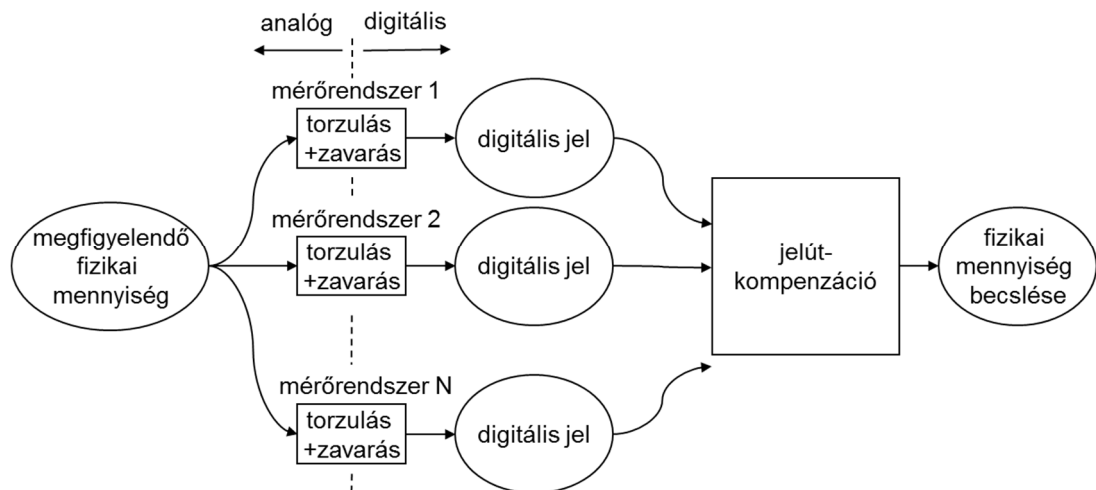
A kompenzáció robusztussága lényegesen növelhető, ha a mérendő jelet véges paraméterű modellel tudjuk jellemezni. (Pl. ismert, hogy szinuszos a jel, amit 4 paraméterrel le tudunk írni.) Ez esetben a jelmodell által előírt egyszerű alak biztosítja a zajjal szembeni immunitást (regresszió).

## 2. Jelút-kompenzáció formái



2. ábra Mérőrendszer jelút-kompenzációja

A megfigyelendő fizikai mennyiség becslésének pontossága javítható, ha több szenzorral figyeljük meg ugyanazt a fizikai mennyiséget (vagy annak valamilyen hatását). Ilyenkor az egyes megfigyelési csatornákból származó információt úgy fuzionálhatjuk, hogy az figyelembe vegye az adott csatorna megbízhatóságát, pontosságát, véges mérési tartományát vagy zavarásának módját, mértékét. A szenzorfüzióval egy olyan komplex szenzort nyerünk, mely az összes csatorna információját együttesen tartalmazza, és lehetőséget ad az ismert torzulások együttes kompenzálására (3. ábra). Ehhez úgy kell kombinálni az egyes szenzorok információit, hogy azok sima átmenettel menjenek át egymásba a teljes mérési tartományban; megfelelő súlyozással kisebb hibájú eredményt adjanak, mint egyébként, és az eredő átvitel a számunkra érdekes tartományban a lehető legpontosabb legyen.



3. ábra Jelút-kompenzáció szenzorfüzió esetén.

Kihívások, kutatási területek:

- rosszul kondicionált feladatok esetén frekvenciafüggő lineáris hibák (véges sávszélesség) kompenzálására új inverzszűrési módszerek kidolgozása,
- rosszul kondicionált feladatok esetén frekvenciafüggő lineáris hibák kompenzálásának automatizálása (automatikus paraméterbeállítás),
- statikus nemlinearitás robusztus kompenzálása,
- memóriával rendelkező nemlinearitás kompenzálása,
- hatékony zavarelnyomás jelmodell alapján,
- rosszul kondicionált feladatok esetén frekvenciafüggő lineáris hibák kompenzálása SIMO (single input, multiple output) rendszereknél (szenzorfüzió).

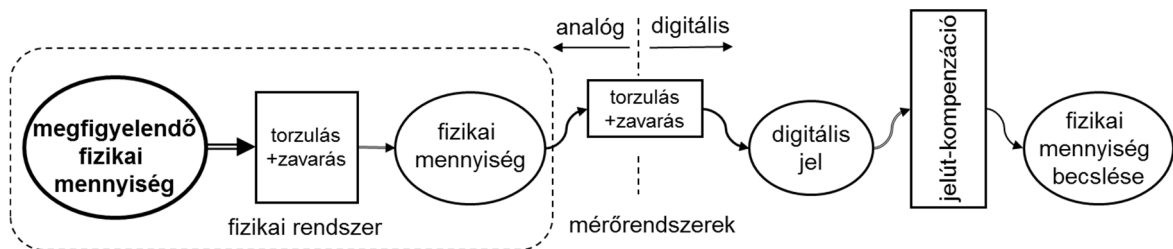
Kutatásaimban a b), c) és e) problémakörrel foglalkoztam.

## 2. Jelút-kompenzáció formái

### 2.2. A megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül nem mérhető

Amennyiben a megfigyelendő fizikai mennyiség szenzorral közvetlenül nem mérhető, de annak valamilyen hatása igen, a jelút-kompenzációs feladat kiegészül a fizikai rendszeren belüli jelterjedés torzításainak és zavarásainak feltérképezésével és korrigálásával (4. ábra).

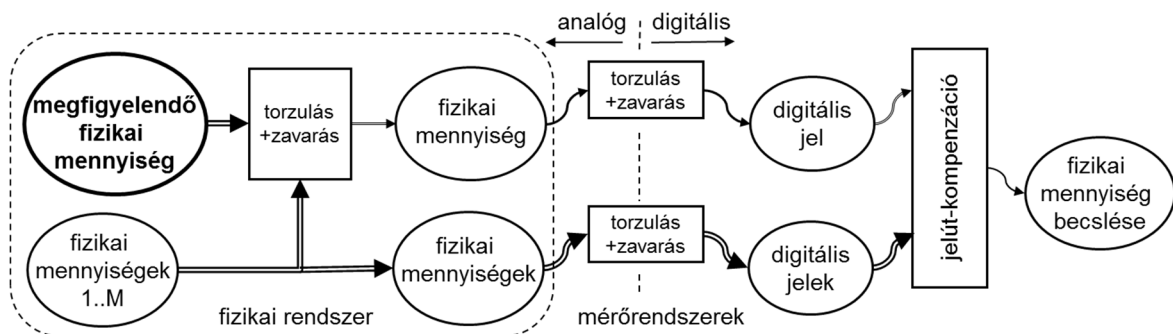
Ha a fizikai rendszeren belüli átvitel leírható egy invertálható torzítással, a mérőrendszer és a fizikai rendszeren belüli jelút torzítását össze lehet vonni, és együttesen kompenzálni a 2.1 alfejezetnek megfelelően. A bonyolultsági szint az extra rendszeridentifikációs lépéssel növekszik az előzőhöz képest (fizikai rendszer és mérőrendszer is identifikálandó). Az identifikáció után a rekonstrukciós feladat matematikailag nem különbözik az előző alfejezetben tárgyaltaktól.



4. ábra Jelút-kompenzáció közvetve mérhető mennyiségek esetén.  
A fizikai rendszeren belüli jelutak hatását is figyelembe kell venni.

### 2.3. A megfigyelendő fizikai mennyiség egy több-bemenetű fizikai rendszer ismeretlen gerjesztése vagy állapotváltozója

A megfigyelendő fizikai mennyiség megfigyelésének összetettebb formáját az 5. ábra mutatja. A fizikai rendszeren belüli jelutat egyéb – ismeretlen és időben változó – fizikai mennyiségek befolyásolják. A 2.2 fejezetben tárgyalt esethez képest (4. ábra) az a különbség, hogy a fizikai rendszeren belüli jelút-torzulás paraméterei időfüggőek. Időfüggőségük előre nem ismert, azokat a fizikai mennyiségek változása befolyásolja.

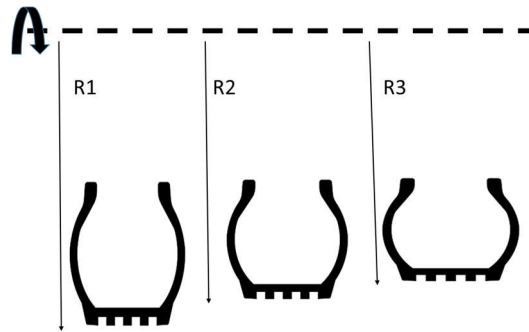


5. ábra Jelút-kompenzáció közvetve mérhető mennyiségek esetén.

A megfigyelendő fizikai mennyiség egy több-bemenetű rendszer ismeretlen gerjesztése.

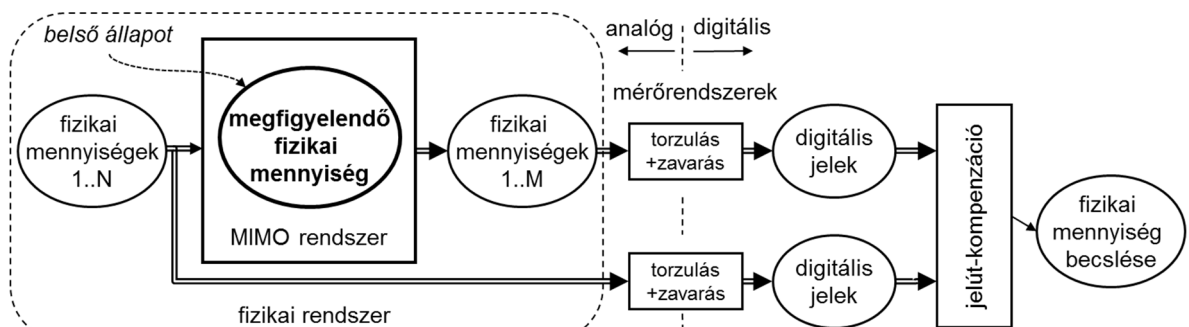
A fenti modellekre gyakorlati példa a gépjárművek sebességmérése a kereket meghajtó tengely fordulatszáma alapján, mely szisztematikus hibaként tartalmazza a kerék nem pontosan ismert gördülési sugarát. Ezt befolyásolja a keréknyomás, a hőmérséklet, a gumi kopása, az út egyenetlensége (6. ábra). Ezek egy része elvben mérhető és kompenzálható (keréknyomás, hőmérséklet), másik része zavarásként vehető csak figyelembe (kopás, útfelület).

## 2. Jelút-kompenzáció formái



6. ábra Keréksugár változása keréknyomás, abroncs minősége, hőmérséklet, útviszonyok függvényében

Az általam vizsgált legbonyolultabb rendszert mutatja a 7. ábra. Itt a megfigyelendő fizikai mennyiség egy fizikai rendszer belső, szenzorral közvetlenül nem megfigyelhető állapotváltozója, ahol az állapotváltozót (nem csak annak mérését, hanem a fizikai mennyiséget is) egyéb fizikai mennyiségek módosítják. Amennyiben a fizikai rendszer a szabályozástechnikai terminológia értelmében megfigyelhető, akkor a gerjesztések és a rendszer-kimenetek mérésével – a rendszerleíró összefüggések ismeretében – a megfigyelendő fizikai mennyiséget, mint állapotváltozót becsülhetjük egy állapotbecslővel (megfigyelőelmélet). A rendszerleíró összefüggések paramétereit fizikai mennyiségek határozzák meg, ennek megfelelően időbeli változásuk előre nem ismert. A gerjesztéseket és a rendszer-kimeneteket szenzorokkal mérjük, jelútjaikat a 2.1 pontnak megfelelően kompenzáljuk. Az állapotbecslő lemásolja a rendszermodellt, és a gerjesztés ismeretében megkísérel a valós rendszerhez közelálló kimenetet generálni. Tranziensek beállása után a megfigyelendő fizikai mennyiség becslője az állapotbecslő állapotváltozója lesz.



7. ábra Jelút-kompenzáció közvetve mérhető mennyiségek esetén

A megfigyelendő fizikai mennyiség egy fizikai rendszer közvetlenül nem mérhető belső állapotváltozója

A fenti esetre példa elektromos járművek akkumulátorának töltöttségi szint becslése, mely a megtehető út becsléséhez szükséges (8. ábra). Jól mérhető a plug-in elektromos autók esetén, hogy mennyi áramot (töltést) vett fel az akkumulátor az utolsó töltéskor, az is, hogy a fogyasztók ebből mennyit használtak fel. Azonban az akkumulátor közel sem tekinthető veszteségmentesnek. Csak véges hatásfokkal alakul át az elektromos energia kémiai energiává, majd vissza, és az akkumulátornak van önkisülése is. A megoldást az akkumulátorra meghatározott modell adja, ahol a modellparamétereket (belső ellenállások, induktivitások, kapacitások stb.) folyamatosan identifikálják mérhető fizikai mennyiségek alapján (feszültség, áram, hőmérséklet stb.), majd az így identifikált modellből becsülhető a kinyerhető energiamennyiség.

## 2. Jelút-kompensáció formái

---



Képek forrása: <https://pixabay.com/en/eco-friendly-electric-vehicle-149801/>  
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Batteries-1379208.svg>

8. ábra Elektromos autók akkumulátorának energiaszintje (State of Charge) közvetlenül nem mérhető.

Kihívások, kutatási területek:

- időben változó paraméterű rendszerek on-line identifikációja állapotbecsléshez,
- korábban nem modellezett torzulások figyelembevétele a fizikai rendszer mennyiségei közötti összefüggések analitikus felírásával, speciális alkalmazásokra adaptálása,
- modellérvényesség felügyelete,
- megfigyelők által ismertnek feltételezett fizikai paraméterek robusztus becslése.

Kutatásaimban az a) és b) problémakörrel foglalkoztam.

### 3. Jelút kompenzálása: frekvenciafüggő hibák

Ebben a fejezetben a torzulások azon fajtájával foglalkozom, amikor egy fizikai mennyiség megfigyelésének alapvetően a jelút véges sávszélessége szab korlátot. Ide tartozik, amikor a megfigyelendő fizikai mennyiséget szenzorral közvetlenül tudjuk mérni (2.1 fejezet, 2. ábra), és a mérőrendszer átvitele lineáris szűrőként modellezhető, továbbá amikor a fizikai rendszer viselkedése lineáris szűrőként leírható (2.2 fejezet). Mindkettő matematikai modellje ugyanaz, ezért a következőkben egységesen mérőrendszer kompenzálásként említem a feladatot. A kompenzálás sok esetben triviális: az átviteli karakterisztika inverzével egy kompenzáló szűrőt, csatornakiegyenlítést valósítunk meg. A műszaki gyakorlatban azonban ez a feladat nagyon sokszor rosszul kondicionált, ami azt jelenti, hogy a megfigyelés során a méréshez hozzáadódó kis zaj is nagyon nagy mértékben befolyásolja a rekonstrukciót. A 3.1 fejezetben bemutatam először a rosszul kondicionált inverz feladatot, majd a 3.2 fejezetben ennek különböző megoldási módszereit. A műszaki és tudományos kihívások felsorolása után (3.3 fejezet) bemutatam azt a fókuszterületet, amivel a legintenzívebben foglalkoztam, nevezetesen a parametrikus dekonvolúciós módszerek felhasználói beavatkozás nélküli automatikus paraméteroptimalizálását. Az irodalmi áttekintés után (3.4 fejezet) után bemutatam az általam kifejlesztett módszert (3.5 fejezet), annak különböző körülményekre való adaptálásait. A 3.6 fejezetben vezetem le egy speciális alkalmazás (markerbázisú mozgásanalízis) frekvenciafüggő hibáját. A 3.7 fejezetben fogalmazom meg az ehhez a fejezethez tartozó téziseket.

#### 3.1. Rosszul kondicionált feladat bemutatása

Amennyiben egy rendszer lineárisnak és időinvariánsnak tekinthető, az időtartománybeli bemeneti és a kimeneti jel között a konvolúciós integrál írja le a kapcsolatot [4]:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (\tau)x(t - \tau)d\tau, \quad (1)$$

ahol  $x(t)$  a mérendő fizikai mennyiség (a rendszer bemenőjele),  $h(t)$  a mérőrendszer súlyfüggvénye,  $y(t)$  pedig a véges sávszélesség miatt torzult válasza. Ugyanennek mintavett értékekre, belépőfüggvényekre és véges mintaregisztrátumra vonatkozó közelítése egy véges szummaként írható fel:

$$y(i) = \sum_{j=0}^{N-1} (j)x(i - j). \quad (2)$$

A fenti konvolúciónak a frekvenciatartománybeli megfelelőjét használjuk igen gyakran, mivel a (cirkuláris) konvolúció a Diszkrét Fourier Transzformáció (DFT) hatására szorzásba megy át:

$$Y(f) = H(f)X(f), \quad (3)$$

ahol a nagybetűk a megfelelő időtartománybeli jelek diszkrét Fourier-transzformáltjainak felelnek meg. (A fenti egyenlet egzakt módon periodikus jelekre igaz, tranziens jelekre jól közelíthető. A konvolúció cirkularitása tranziens jelek esetén tipikusan a mintaregisztrátum nullákkal való kiegészítésével kezelhető.) A (3) egyenletből triviálisan látszik, hogy a frekvenciatartományban lineárisan torzult szenzorjelet az átviteli függvénnyel való osztással kompenzálhatjuk. Ezt nevezik inverz szűrésnek, ill. ebben a speciális esetben dekonvolúciónak (konvolúció inverz művelete). A problémát az jelenti, hogy a méréseket mindig zaj is terheli. Ha a kimenetre redukálunk minden zajt, akkor a megfigyelésünk diszkrét Fourier-transzformáltja a következő lesz:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$Z(f) = H(f)X(f) + N(f), \quad (4)$$

ahol  $N(f)$  a mérési zaj regisztrátum (véges hosszúságú megfigyelés) DFT-je. Az inverz szűrés zajos esetben tipikusan rosszul kondicionált feladat, ami azt jelenti, hogy a megfigyelés kis megváltozása is a bemeneti jel becslőjében nagyon nagy eltérést okoz. Ez a (4) egyenlet átviteli függvénnyel való direkt kompenzációjából jól látszik:

$$\hat{X}(f) = Z(f)K(f) = \frac{Z(f)}{H(f)} = X(f) + \frac{N(f)}{H(f)}, \quad K(f) = \frac{1}{H(f)} = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2}, \quad (5)$$

ahol  $\hat{X}(f)$  a becsült bemenőjel spektruma,  $K(f)$  az inverz szűrő,  $*$  komplex konjugáltat jelent. Látható, hogy a mérési zaj az átviteli függvény inverzével felerősödik, ugyanis a záró tartományban a zaj spektrumot közel nullával osztjuk.

A rosszul kondicionált feladat átfogalmazására, és mérnöki szempontból elfogadható becslés kinyerésére számtalan megoldási javaslat született. Ezeket röviden áttekinti a 3.2 alfejezet. Ezek mindegyike valamilyen módon csillapítja az (5)-nek megfelelő rekonstrukció során felerősödött zajt. Az egyik konkrét módszer szóhasználata alapján univerzálisan is szokás ezt a feladat regularizálásának nevezni, ami azt jelenti, hogy a megoldásként nagy zajerősödést eredményező hibakritériumot módosítjuk a zajcsillapítás érdekében.

Mivel a zajcsillapítást nem tudjuk csak a zajra elvégezni, hanem szükségszerűen a zajos jelet (ezáltal a hasznos jelet is) szűrjük, a feladat regularizálása egyben a hasznos jel torzulásához is vezet. A gyakorlatban ezért mindig egy kompromisszumot keresünk a mérési zaj erősödése és a hasznos jel torzulása között. Kutatásom fókusza ezen a területen alapvetően ennek a kompromisszumnak az automatikus, felhasználói beavatkozás nélküli megtalálása volt.

### 3.2. Inverz szűrési módszerek áttekintése

Jelen értekezésem alapvetően inverz szűrési algoritmusok alkalmazásának automatizálásával foglalkozik. A cél a meglévő inverz szűrési algoritmusok alkalmazási korlátainak kiterjesztése, a felhasználói szubjektivitás kiiktatása, a folyamat teljes automatizálása. A célkitűzés háttérében az áll, hogy az inverz szűrést igénylő feladatok automatizálása nagymértékben segíti az adaptív képességek kialakítását, és ezzel támogatják újrakonfigurálható és önadaptív rendszerek létrehozását.

Ahhoz, hogy egy hatékony jelút-kompenzációt tudjunk tervezni, először definiálni kell egy mérőszámot a fizikai mennyiség becslésének (rekonstrukció) helyességére. Az optimalizálással foglalkozó irodalom a hiba súlyozását költségfüggvénynek nevezi. Elvileg nagyon sokféle hibamérték definiálható. A legelterjedtebb az integrális hiba meghatározása, és ezen hibán az  $l_p$  normának megfelelő összegzés:

$$\text{cost} = \|e(t)\|_{l_p} = \sqrt[p]{\sum_{i=0}^{N-1} |e(i)|^p}, \quad (6)$$

ahol  $e(t)$  a hibát jelöli,  $\| \cdot \|$  pedig az  $l_p$  normát. A leggyakoribb az  $l_2$  norma alkalmazása, mert ilyenkor a költségfüggvény szimmetrikus, differenciálható, és a megoldás a frekvenciatartományban is számítható.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

#### 3.2.1. Bemeneti hibakritérium (input error)

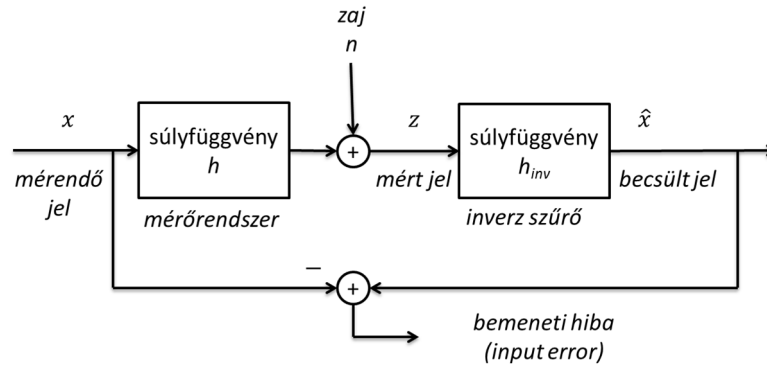
A hiba ( $e(t)$ ) definiálására az ideális az lenne, ha ezt a megfigyelni kívánt és rekonstruált jel különbségként határozhatnánk meg.

$$\text{cost} = \|e(t)\| = \|\hat{x}(t) - x(t)\|. \quad (7)$$

Tekintve, hogy a torzulást tartalmazó rendszer bemenete a megfigyelni kívánt jel, ezt bemeneti hibának (input error) nevezik (9. ábra). Ahogy arra már többször rámutattak (pl. [5], [6]), a bemeneti hiba alapján nem tudjuk levezetni a megoldást, pontosabban a bemeneti hiba minimalizálása  $l_2$  norma esetén a bemenőjel teljes ismeretét feltételezi. Az inverz szűrőre az alábbi adódna:

$$H_{inv}(f) = K(f) = \frac{X(f)}{Z(f)}. \quad (8)$$

Ez ismertnek feltételezi a megfigyelni kívánt jel spektrumát. Ha ezt ismernénk, a teljes jel időtartománybeli alakja is ismert lenne. A bemeneti hibakritérium megoldása tehát információ hiányában nem számítható. A gyakorlatban ezért egyéb, alternatív hibakritériumokat szokás definiálni, beismervé azt, hogy ez nem az eredeti feladatot oldja meg.



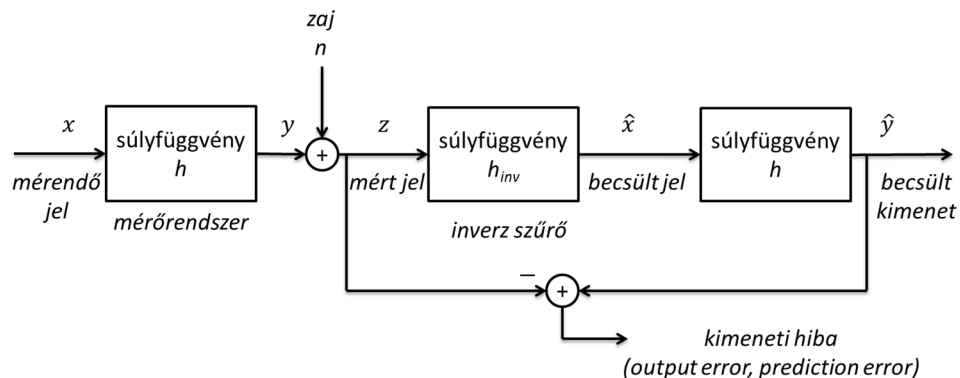
9. ábra Bemeneti hiba (input error) a rekonstrukció során

#### 3.2.2. Kimeneti hibakritérium (output error, prediction error)

Következő lehetséges kritérium a kimenet, és a rekonstrukcióból származtatott, becsült kimenet összevetése. Ezt nevezik prediction error, vagy output error kritériumnak (10. ábra):

$$\text{cost} = \|\hat{y}(t) - z(t)\|, \quad (9)$$

ahol  $\hat{y}(t)$  a rekonstruált bemenetből,  $\hat{x}(t)$ -ből származtatott becsült kimenet a diszkrét időtartományban.



10. ábra Kimeneti hiba (output error) a rekonstrukció során

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

Az  $l_2$  norma esetén ez a (5)-nél jelzett inverz szűrőt eredményezi:

$$K(f) = \frac{1}{H(f)}. \quad (10)$$

Ahogy ezt a 3.1 fejezetben elemeztem, ez az inverz szűrő egy rosszul kondicionált megoldáshoz vezet, vagyis a megfigyelésben (a zaj miatt) bekövetkező kis változás a bemenőjel becselőjében nagy ingadozást okoz, vagyis a mérési zaj nagymértékben felerősödik. Ez a becslés frekvenciatartományban levezetett alakjából látszik szemléletesen (ld. (5)):

$$\hat{X}(f) = \frac{Z(f)}{H(f)} = \frac{X(f)H(f) + N(f)}{H(f)} = X(f) + \frac{N(f)}{H(f)}. \quad (11)$$

ahol az átviteli függvény,  $H(f)$  kis értékeket vesz fel, nulla közeli értékkel osztjuk a zajregisztrátum spektrumát. Ez a módszer csak akkor alkalmazható, amikor a zajszint nagyon kicsi, és ezáltal a zajerősödés nem okoz problémát.

A megoldást az időtartományban is felírhatjuk. Ehhez a konvolúciós szummát írjuk fel mátrixszorzás alakban:

$$\begin{aligned} \underline{z} &= \underline{H} \underline{x} + \underline{n} \\ \underline{z}^T &= [z(0), z(1), \dots, z(N-1)] \\ \underline{x}^T &= [x(0), x(1), \dots, x(P-1)] \\ \underline{n}^T &= [n(0), n(1), \dots, n(N-1)] \\ \underline{H} &= \begin{pmatrix} (0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ (1) & (0) & 0 & \dots & 0 \\ & \dots & & & \\ (M-1) & (M-2) & (M-3) & \dots & 0 \\ 0 & (M-1) & (M-2) & \dots & 0 \\ & \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (M-1) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

ahol  $\underline{\quad}$  oszlopvektort,  $\underline{\quad}$  mátrixot,  $^T$  transzponáltat jelöl. Tekintettel arra, hogy  $\underline{H}$  nem kvadratikus, továbbá a lineáris egyenletrendszer egy sztochasztikus zavarás is terheli, a Moore-Penrose pszeudoinverz adja az LS értelemben (least squares, azaz  $l_2$  norma szerinti minimalizálás) vett megoldást [7]:

$$\hat{\underline{x}} = \left( \underline{H}^T \underline{H} \right)^{-1} \underline{H}^T \underline{z}. \quad (13)$$

A rosszul kondicionáltságról akkor beszélünk, ha a nem kvadratikus  $H$  mátrix kondíciószáma nagy.

$$\text{cond}(H) = \|H\| \|H^+\|, \quad (14)$$

ahol  $H^+$  a mátrix pszeudoinverzét jelöli,  $\|\cdot\|$  pedig a mátrix normáját (pl. Euklideszi norma). Ez összefüggésben van a  $H$  mátrix szinguláris értékeivel, melyet a  $H^T H$  mátrix sajátértékei határoznak meg (azok négyzetgyökei). A mátrix kondíciószáma nagyobb vagy egyenlő, mint legnagyobb és legkisebb szinguláris érték aránya.

A (13) megoldáshoz konvergál a Van Cittert által kidolgozott iteratív megoldás is [8]:

$$\hat{\underline{x}}^0 = \underline{z}; \quad \hat{\underline{x}}^{n+1} = \hat{\underline{x}}^n + b(\underline{z} - \underline{H} \hat{\underline{x}}^n), \quad (15)$$

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ahol  $\hat{x}^n$  a becült bemenőjel a  $n$ . iterációban,  $b$  egy konstans, mely a konvergenciasebességet állítja,  $*$  konvolúciót jelöli.

A konvergencia csak egy szűk jelcsoportra biztosítható. Az iteratív eljárás hosszadalmas, csak speciális hardvertámogatással valósítható meg elfogadható időben, viszont elkerüli a rosszul kondicionált mátrix invertálásának problémáját.

Zajcsillapítás (regularizálás) oly módon valósítható meg, hogy az iterációt hamarabb állítjuk le, mint ahogy a konvergencia beáll a végső értékre. Ez esetben a zajcsillapítás mértékét az iterációs szám határozza meg. Sajnos ez a paraméter szabadon nem hangolható. Hacsak nem tároljuk minden iterációs lépésben a becslés időfüggvényét, nehézkes a visszalépés. Kritikus ezért annak az iterációs számnak a futás közbeni azonosítása, ahol érdemes leállítani a számítást. Határozott előnye azonban a megoldásnak, hogy egyszerű úgy továbbfejleszteni, hogy kezelni tudjon amplitúdókorlátot, vagy a priori információt a jel nemnegatív voltáról (ld. később).

Az  $l_2$  norma széles körben elterjedt, nagyon sok előnye van, de nem kizárólagos a mérnöki gyakorlatban. Az  $l_1$  norma a hiba abszolút értékét összegezi. Előnye, hogy kevésbé érzékeny a nagymértékű zajra (tekintve, hogy csak lineárisan, és nem négyzetesen súlyozza azt), ezért rossz jel/zaj viszonyú alkalmazásoknál kerül elő a használata, mint pl. szeizmikus jelek feldolgozása [9]. A megoldás lineáris programozással számítható. Sajnos a megoldás nem egyértelmű, és az így kapott szűrő nem mindig stabil. Az  $l_p$  norma ( $1 < p < 2$ ) egy átmenetet biztosít az LS és az abszolút érték megoldás között [9]. Ahogy növeljük  $p$  értékét, az instabil pólusok fokozatosan átkerülnek a stabil térrészre, és  $p=2$  esetén garantáltan stabil minden pólus. Az  $l_p$  megoldás iteratív újrásúlyozott legkisebb négyzetek (iterative reweighted least squares, IRLS) vagy legmeredekebb lejtő (steepest descent) módszerével számítható.

A teljesség kedvéért megemlítem, hogy definiálnak  $l_\infty$  és  $l_p$  normát ( $0 \leq p \leq 1$ ) inverz problémák esetén is speciális alkalmazásokhoz [10], [11]. Tekintettel arra, hogy az általam vizsgált inverz szűrő optimalizálási algoritmus a frekvenciatartománybeli felírást igényli, én az  $l_2$  normát alkalmazom, és a többivel részletesebben itt nem foglalkozom.

#### 3.2.3. Kimeneti hibakritérium + simítás

Bemutattam, hogy a kimeneti hibakritérium rosszul kondicionált feladatok esetén nagy zajerősödéshez vezet. Logikus gondolat, hogy abban a tartományban, ahol a zaj felerősödött, egy szűrővel nyomjuk el a zajt. A módszer nem fogalmaz meg szisztematikus hibakritériumot, hanem ad-hoc módon definiál egy simítószűrőt. A simításnak több elterjedt lineáris és nemlineáris módszere van. A feladat regularizálását tehát a simítószűrő biztosítja. A regularizálás mértékét a szűrő paraméterei határozzák meg (pl. törésponti frekvencia).

##### *Lineáris szűrők*

A leggyakrabban feltételezhetjük, hogy a rendszerünk aluláteresztő jellegű, a mérendő jel is jórészt kisfrekvenciás komponenseket tartalmaz. Ilyenkor az átviteli függvény reciprokával való szorzás a zajt a nagyfrekvenciás tartományban emeli ki. Logikus tehát egy aluláteresztő szűrő alkalmazása a frekvenciatartománybeli osztás előtt. A szűrő lehet egy egyszerű mozgóablak átlagolás, de illeszthetünk  $M+1$  pontra egy  $M$ -ed rendű polinomot is, és a mért értéket a polinom középső értékével helyettesíthetjük. Szokás a szűrést a frekvenciatartományban elvégezni. Ilyenkor egy lehetséges megoldás a spektrum csonkolása, ami egy nagyon meredek aluláteresztő szűrőnek felel meg. A meredek vágás azonban Gibbs oszcillációhoz vezet, ezért a spektrum csonkítását további simítószűrővel kell konszolidálni [12], [13], [14].

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

#### *Nemlineáris szűrők*

Lineáris szűrési módszerek additív Gauss zaj esetén hatékonyak. Egyéb zajtípusokra nemlineáris szűrési megoldások előnyösebbek. Az egyik leggyakoribb nemlineáris szűrőtípus az ún. rendezett statisztikájú szűrők osztálya. Ez egy mozgóablakon belül a mintákat nagyság szerint sorba rendezi, majd az így kialakult sorrend alapján a mozgóablak közepén lévő értéket egy újabbal helyettesíti. A helyettesítési szabály lehet: legnagyobb vagy legkisebb érték kiválasztása (max. vagy min. szűrő), a középső érték kiválasztása (medián szűrő). A medián szűrő nagyon hatékony impulzusszerű zajok kiszűrésére, amit egy lineáris szűrő a szomszédos mintákon csak szétterítene. A medián szűrők a mozgóablak közepén lévő értéket egy-egy mintavett értékkel helyettesítik [15]. Ennek megfelelően a szűrt jel csak mintavett értékeket tartalmaz.

A rendezett statisztikájú szűrőknek van olyan változata is, mely ezt a kötést (bár olykor előnyös tulajdonságot) feloldja. Ennek egyik gyakran használt változata a kiugró minták (outlier) eltávolítása oly módon, hogy a mozgóablakon belül a sorbarendezett minták közül a  $K$  legkisebbet és  $K$  legnagyobbát eltávolítja. Tipikusan ehhez legalább  $3K+1$  hosszúságúra választjuk az ablakhosszúságot. A fennmaradó mintákat átlagoljuk. A legegyszerűbb változat az összes megmaradt minta egyszerű számtani közepét veszi (alpha-trimmed mean filter, [15]).

Mind a medián- mind az alpha-trimmed mean szűrőket széles körben alkalmazzák impulzusszerű zajok, outlier-ek kiszűrésére. Az impulzusszerű, vagy kis kiterjedésű zajok jól modellezik az adatfeldolgozási láncban bekövetkező azon sérüléseket, amikor véletlenszerűen módosul az adat, AD átalakítás során MSB felőli bitek módosulnak, vagy az adatátvitel során történik sérülés ezen bitekben. (Természetesen hibadetektáló kódolás segíthet a hiba felismerésében, vagy hibajavító kódolás a javításban, de ennek a tárolókapacitás, a kommunikációs sávszélesség és az adatfeldolgozási kapacitás igényének növekedése a következménye.)

Nemlineáris szűrők esetén több egymás utáni szűrés esetén – lineáris szűrésekkel ellentétben – fontos a sorrend. (Nem csak a nemlineáris szűrők sorrendje, hanem a lineáris és nemlineáris sorrend is.) Mérőrendszerek frekvenciatartománybeli torzulásának kompenzálásával kombinálva tipikusan a nemlineáris szűrő az első lépcső, mely a zajokat, kiugró adatokat távolítja el hatékonyan, és ezt követi a frekvenciatartománybeli rekonstrukció.

Mind a lineáris-, mind a nemlineáris szűrők esetén a rosszul kondicionált feladat regularizálását a zajsűrés biztosítja. A regularizáció mértékét a szűrő paraméterei (pl. medián szűrő ablakhossza) határozzák meg.

#### **3.2.4. Iteratív módszerek amplitúdókorlát figyelembevételére**

A Van Cittert féle iteratív dekonvolúciós technika [8] módosított változata figyelembe tudja venni azt az a priori információt, hogy a megfigyelendő fizikai mennyiségnek csak adott amplitúdókorlátok között van fizikai jelentése. Pl. fényintenzitást csak a pozitív számok tartományában értelmezünk (spektroszkópia, kromatográfia [16]). A következő módosítás eltünteti a becslő negatív mintáit egy  $p$  operátorral [17]:

$$\begin{aligned}\underline{\hat{x}}^0 &= \underline{z}, & \underline{\hat{x}}^{n+1} &= p\underline{\hat{x}}^n + (\underline{z} - p\underline{\hat{x}}^n) \\ \text{ahol } p &= \begin{cases} 1 & \text{ha } \underline{\hat{x}}^n \geq 0 \\ 0 & \text{ha } \underline{\hat{x}}^n < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

Hasonlóan, egy amplitúdó limit is beépíthető, ha nem csak az előjelet, hanem egy szűkebb jeltartományt is rögzíteni szeretnénk a becslőben [17]:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$\hat{x}^0 = z, \quad \hat{x}^{n+1} = \hat{x}^n + r\{\hat{x}^n\}(z - \hat{x}^n), \quad (17)$$

ahol  $r\{\hat{x}^n\}$  relaxációs függvény szerepe a becslő módosításában a korlátok figyelembevétele. Jansson javaslata a relaxációs függvényre a következő [16]:

$$r\{\hat{x}^n\} = b \left( 1 - \frac{2}{c} \left| \hat{x}^n - \frac{c}{2} \right| \right), \quad (18)$$

ahol a relaxációs függvény 0 és  $c$  közé kényszeríti a becslést. Ennek konvergenciáját keresztkorrelációs technikával lehet növelni [18] [19].

Egy további, amplitúdó korlátot figyelembe vevő módszer az ún. Gold's ratio módszer [20], [21]:

$$\hat{x}^{n+1} = \frac{\hat{x}^n}{\hat{x}^n} \cdot \quad (19)$$

Habár a (19) nem tartalmaz explicit amplitúdó korlátozást, az a tapasztalat, hogy amennyiben  $\hat{x}^n$  kellően közel került a valós értékhez, a fizikailag értelmezhetetlen komponensek kiejtik egymást. Siska ehhez hasonló változata a következőképpen néz ki [22]:

$$\hat{x}^{n+1} = \hat{x}^n \left( \frac{z}{\hat{x}^n} \right)^\mu, \quad (20)$$

ahol  $\mu$  egy tetszőleges nemnegatív szám. Itt a számláló a megfigyelés, mely természetszerűleg tartalmazza a fizikai korlátokat, a nevező pedig a becsült kimenet. A kettő aránya súlyozza a becslő változtatását. Ez a módszer is csak intuitíven mozgatja a becslést a kívánt amplitúdó korlátok közé, a működése ismereteim szerint nem bizonyított. A regularizációt, tehát a zajerősödés korlátozását az amplitúdó korlát bevezetése jelenti.

#### 3.2.5. Regularizáció

Andrej Nyikolajevics Tyihonov orosz matematikus nevéhez fűződik többek között a rosszul kondicionált problémák megoldása, mely egy úttörő munka ezen a területen. Szisztematikusan vezetett le megoldást problémák igen széles körére. A mai napig az általa javasolt megközelítést tekinthetjük a mérnöki gyakorlatban is legelterjedtebb megoldásnak. A rosszul kondicionált egyenletek egyik speciális változata a konvolúciós integrál (Fredholm integral equation of the first kind). Tyihonov a rosszul kondicionált problémát újradefiniálja, és új hibatagokat vezet be a költségfüggvénybe [23], mellyel a feladat már jól kondicionálttá válik. Az új hibatagokat regularizáló operátoroknak nevezi, és feladatuk a megoldásról alkotott a priori információk érvényre juttatása. Konvolúció esetén egy lehetséges választás a regularizáló operátorokra a konvolúciós kernelről ismert (vagy ismertnek feltételezett) energia, simaság, és magasabb rendű deriváltak. Tyihonov (matematikus lévén) végtelen sok regularizáló operátor bevezetését javasolja, de a mérnöki gyakorlatban az a priori információ hiánya vagy bizonytalansága miatt csak egy vagy néhány operátort alkalmazunk.

Amennyiben a regularizáló operátorunk a rekonstruálandó jel energiája, a következő módosított hibafüggvényhez jutunk a kimeneti hibához képest:

$$\text{cost} = \|z(t) - \hat{y}(t)\| + \lambda \|\hat{x}(t)\|, \quad (21)$$

ahol  $\|\cdot\|$  továbbra is a diszkrét jel normáját jelent. A  $\lambda$  súlytényező hangolja a kimeneti hibatag és a bemenőjel becslőről alkotott a priori információk szerepének arányát.  $\lambda = 0$  esetén a kimeneti hibához jutunk, míg  $\lambda = \infty$  estén csak a becsült jel energiáját korlátozzuk, a predikciós hibától függetlenül. Ez egyben azt is jelenti, hogy  $\lambda$  növelésével fokozatosan

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

növeljük a dekonvolúció során fellépő zajok csillapítását. Végtelen nagyra választva  $\lambda$ -t eljutunk a teljesen zajmentes esethez, ami viszont a jelünket is egy DC értékre redukálja. A módszer előnye, hogy egyetlen paraméterrel hangolható a zajelnyomás (regularizáció) mértéke. A (21) egyenletből mind az idő- mind a frekvenciatartományban levezethető a megoldás. Frekvenciatartományban az alábbi inverz szűrőhöz jutunk [24]:

$$K(f) = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \lambda} . \quad (22)$$

Érdemes ezt összevetnünk a kimeneti hibakritérium inverz szűrőjével (ld. (10)):

$$K(f) = \frac{1}{H(f)} = \frac{1}{H(f)} \frac{H(f)}{H(f)} = \frac{H(f)}{|H(f)|^2} . \quad (23)$$

Azt tapasztaljuk, hogy a nevezőben a kimeneti hibából levezetett szűrőhöz képest egy új tag ( $\lambda$ ) jelenik meg, ami szemléletesen mutatja a regularizálás módját. Amint a rendszer átviteli függvénye a nullához közeledik, a regularizáló konstans határt szab a nevező csökkenésének. Nem hagyja a nevezőt nullává válni. Ily módon frekvenciaszelektíven csak ott avatkozik be, ahol az átviteli függvény kis értékű, vagyis amelyik frekvenciatartományban a feladat rosszul kondicionált. Az időtartományban felírva a megoldást a következő alakhoz jutunk [24]:

$$\underline{\hat{x}} = \left( \underline{H}^T \underline{H} + \lambda \underline{I} \right)^{-1} \underline{H}^T \underline{z} , \quad (24)$$

ahol  $\underline{I}$  az egységmátrix. Itt a  $\lambda \underline{I}$  mátrix hangolja el a  $\underline{H}^T \underline{H}$  mátrix sajátértékeit (ezáltal  $H$  szinguláris értékeit is), javítva ezzel a (14) szerinti kondíciósámon. A kondíciósámon a  $H^T H$  mátrix faktorizációja is segíthet (QR dekompozíció, SVD felbontás stb.). Bővebben ld. [25], [26]

További lehetőség a rekonstruálandó jel energiája helyett annak simaságát bevezetni regularizáló operátornak.

$$\text{cost} = \|z(t) - \hat{y}(t)\| + \gamma \|L\{\hat{x}(t)\}\| , \quad (25)$$

ahol  $L\{.\}$  a másodrendű differenciaoperátort jelöli [27]. A regularizáló operátor a rekonstruált jel második deriváltja. Diszkrét időtartományban ez  $[1, -2, 1, 0, 0, \dots]$ , ill. frekvenciatartományban ennek DFT-je [28]:

$$|L(f)|^2 = 16 \sin^4 \left( \frac{\pi f}{f_s} \right) . \quad (26)$$

Ez egy felüláteresztő szűrő. Ennek a tagnak a feladata tehát a nagyfrekvenciás komponensek hatásának csökkentése. Az így nyert inverz szűrő a frekvenciatartományban:

$$K(f) = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \gamma |L(f)|^2} . \quad (27)$$

A frekvenciatartománybeli felírásból azonnal látjuk azt is, hogy hogyan hat az operátor. (26) egy felüláteresztő szűrő átviteli függvényének felel meg, vagyis kis frekvencián nincs regularizálás, nagy frekvencián pedig egyre erősödik. Ez a regularizáló operátor ott vethető be hatékonyan, ahol a rossz jel/zaj viszony a nagyfrekvenciás részre összpontosulna. Amennyiben a rendszer átvitele sáváteresztő jellegű, nem ez a hatékony regularizálás, tekintve hogy kis frekvencián is jelentős zajerősődéssel kell számolnunk ez esetben.

A becslés az időtartományban a következőképpen néz ki:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$\hat{\underline{x}} = \left( \underline{H}^T \underline{H} + \gamma \underline{L}^T \underline{L} \right)^{-1} \underline{H}^T \underline{z}$$

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Dhaene és társai több paraméter együttes hangolását javasolják [29]:

$$\text{cost} = \|z(t) - \hat{y}(t)\| + \lambda \|\hat{x}(t)\| + \gamma \|L\{\hat{x}(t)\}\|. \quad (29)$$

A megoldás értelemszerűen az eddigi regularizáló tagok együtteseként írható fel:

$$K(f) = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \lambda + \gamma |L(f)|^2}, \quad (30)$$

vagy az időtartományban:

$$\hat{\underline{x}} = \left( \underline{H}^T \underline{H} + \lambda \underline{I} + \gamma \underline{L}^T \underline{L} \right)^{-1} \underline{H}^T \underline{z}. \quad (31)$$

A regularizáló operátorok konstruálásában a megfigyelendő jelről és a rendszerről alkotott a priori információt lehet megjeleníteni. Neveux és társai [30] a regularizáció levezetésénél a rendszer bemenetén jelentkező zajt is figyelembe veszik.

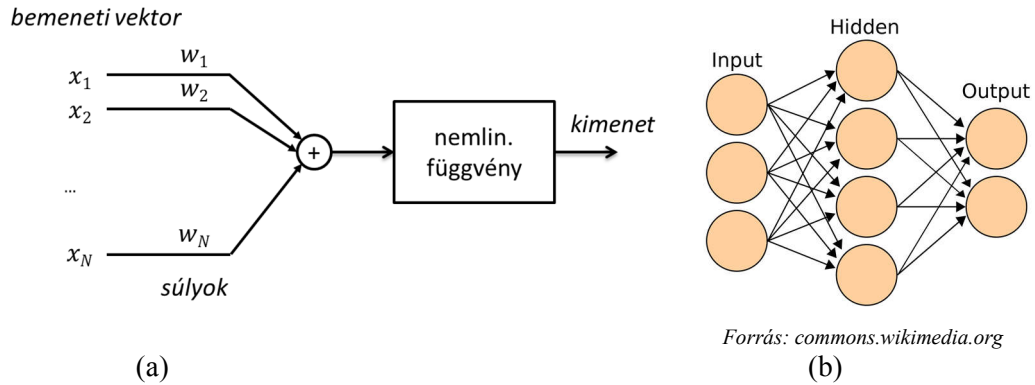
#### 3.2.6. Inverz szűrés tanulórendszerekkel

A neurális hálózatok 80-as években való térnyerésével megjelentek ennek inverz szűrés alkalmazásai is. Alapvetően képrekonstrukció volt a fókuszterület, de találkozhatunk egy dimenziós jelek helyreállításával is (pl. [31], [32], [33])

A neurális hálózat alapötlete, hogy egy univerzális nemlineáris rendszer nagyon sok paraméterét tanító mintákon keresztül hangolja (tanítási fázis), majd utána az ismeretlen mintákra alkalmazza (üzemeltetési fázis). Ha kellően sokféle tanítómintára adaptáltuk a rendszert a tanítási fázisban, akkor bízhatunk benne, hogy az ahhoz közel álló ismeretlen mintákra is helyesen fog reagálni. Az inverz szűrés esetében a neurális hálózat bemenőjele a torz és zajos időfüggvény (mint egy darab vektor), a kívánt kimenet (tanító minta) pedig a torzulásmentes rekonstruálandó jel. A tanítómintákat ilyenkor szimulációval tudjuk előállítani. (Részletesen ld. pl. [34], [35].)

A legelterjedtebb neurális háló a többrétegű perceptron hálózat (multilayer perceptron, MLP). A neurális hálózat alapeleme a perceptron, mely egy lineáris kombinátor, valamint egy nemlineáris függvény kaszkád kapcsolása (11. ábra). A bemenetükre érkező jeleket a  $w$  súlyoknak megfelelően összeadják, és egy nemlineáris karakterisztikán keresztülvezetve terjesztik tovább a következő rétegbe. A tanítás során ezeket a súlyokat hangoljuk. A nemlinearitás tipikusan egy telítődő karakterisztika (lépcsőfüggvény, telítéses lineáris karakterisztika, szigmoid függvény stb.). A teljes neurális hálózat ilyen perceptronok egymásba csatolása, tipikusan több egymás utáni rétegen keresztül. A 11. ábra egy rejtett réteg esetére mutatja be a perceptronok (körök) összekapcsolását. (A bemeneti réteg sajátossága, hogy csak egy bemenete, egy kimenete van, egyetlen feladata a bemenetére érkező jel tárolása.) Többrétegű perceptron hálózat esetén tetszőleges számú rejtett réteg lehet, melyeknek az elemszáma nem feltétlenül kell, hogy megegyezzen. A neurális hálózat ily módon egy univerzális approximátor.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



11. ábra Perceptron felépítése (a) és a neurális hálózat szerkezete (b)

Neurális hálózat nem csak a konvolúció lineáris torzító hatását és ennek inverzét tudja megtanulni, hanem nemlineáris torzulásokat is. Ez határozott előnye akkor, amikor erre szükség van. További előnye, hogy nem szükséges a torzulás ismerete. A hálózat a mintákon keresztül tanul erre rá. Neurális hálózatokat többek között akkor érdemes alkalmazni, amikor a torzulás identifikálására nincs lehetőségünk, vagy a nemlineáris függvényt nem is tudjuk pontosan megfogalmazni, csak a viselkedést tudjuk leírni. (Pl. osztályozási feladat, amikor univerzálisan nem tudjuk megfogalmazni az átviteli függvényt, de definiálni tudjuk, hogy melyik osztályba tartozik az adott minta.) A neurális hálózatnak kritikus fázisa a tanítás (hány mintára tanítunk, mennyire fedik a minták a teljes paraméterteret stb.). Nemlinearitása miatt viselkedésére kevés dolog bizonyítható.

#### 3.2.7. Időtartománybeli modellillesztés

Amennyiben a megfigyelendő jelről van a priori információnk, azt érdemes kihasználni a rekonstrukció során. Ilyen információ lehet, ha a jelet egy parametrikus modellel le tudjuk írni:

$$x(t) \approx x_{model}(t, \underline{p}), \quad (32)$$

ahol  $\underline{p}$  a paraméterhalmaz, amivel jellemezzük a jelünket. A rekonstrukció során a modellparamétereket hangoljuk addig, amíg a jel az ismert torzulásokat szimulálva (adott hibamérték szerint) közel nem kerül a megfigyeléshez. Ehhez a rendszer modell alapján becsült kimenetét kell kiszámítsuk:

$$\hat{y}(t) = x_{model}(t, \underline{p}) \quad (t), \quad (33)$$

ahol  $*$  a konvolúciót jelöli. A minimalizálandó költségfüggvényt a predikciós hiba alapján tudjuk számítani. Henderson és társai a hiba súlyozását javasolják, mely lehetőséget ad arra, hogy a rekonstrukció adott részleteit jobban hangsúlyozzuk (pl. csúcsérték helyreállítása) [36]:

$$\text{cost} = \frac{\sum_{i=0}^{N_t-1} w(i)(z(i) - \hat{y}(i))^2}{\sum_{i=0}^{N_t-1} w(i)x_{model}^2(i, \underline{p})}. \quad (34)$$

A gyakorlatban gyakran egyenletes egységnyi súlyt alkalmaznak az egész mintaregisztrátumra. A mérést terhelő zavarokkal szembeni immunitást az biztosítja, hogy a rekonstrukciót az adott ismert jelmodell osztályon belül keressük. Ez a korlátozás regularizáló operátorként viselkedik. A jelrekonstrukcióhoz úgy jutunk, hogy a költségfüggvényt  $\underline{p}$  paraméter szerint minimalizáljuk, tipikusan nemlineáris optimalizációs algoritmusokkal (pl. simplex search). A módszer lehetőséget biztosít arra is, hogy ne csak lineáris torzulást, hanem tetszőleges nemlineáris átvitelt is feltételezhessünk:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$\hat{y}(t) = g\left(x_{model}(t, \underline{p})\right), \quad (35)$$

ahol  $g(\cdot)$  a nemlineáris átvitelt írja le. Az optimalizálás ez esetben is egy  $\underline{p}$  paramétervektor szerinti minimumkeresés.

$$\underline{p} = \underset{\underline{p}}{argmin} \left\{ \left\| z(t) - g\left(x_{model}(t, \underline{p})\right) \right\| \right\}. \quad (36)$$

#### 3.2.8. Inverz szűrés sztochasztikus jelmodell alapján – Wiener-szűrő

A Wiener-szűrőt alapvetően sztochasztikus jelek zavaraszűrésére fejlesztette ki Norbert Wiener [37], [38]. Ha egy stacionárius sztochasztikus  $x(t)$  folyamatot  $n(t)$  additív zavar terhel ( $z = x + n$ ), akkor az optimális lineáris zavaraszűrést a jelek teljesítménysűrűség-spektruma alapján a következőképpen kapjuk (nem kauzális Wiener-szűrő):

$$G(f) = \frac{S_{xz}(f)}{S_{zz}(f)}, \quad (37)$$

ahol  $S_{zz}(f)$  a megfigyelés teljesítménysűrűség-spektrumát jelöli,  $S_{xz}(f)$  pedig a jel és a megfigyelés kereszt teljesítménysűrűség-függvénye. Amennyiben a jel és a zaj korrelálatlanok, a fenti kifejezés a következőképpen alakul:

$$G(f) = \frac{S_{xx}(f)}{S_{xx}(f) + S_{nn}(f)}. \quad (38)$$

Inverz szűrésre determinisztikus jelek esetén úgy alkalmazhatjuk a Wiener-szűrőt, hogy azt feltételezzük, hogy a mintaregisztrátumunk a sztochasztikus folyamat egy realizációja. Ez esetben a teljesítménysűrűség-spektrum becslője egy véges mintaregisztrátum alapján a periodogram segítségével számítható:

$$\hat{S}_{xx}(f) = \frac{1}{T} |X_T(f)|^2, \quad (39)$$

ahol  $X_T(f)$  a  $T$  regisztrátumhosszon vett jel Fourier-transzformáltja. Amennyiben a megfigyelést először a mérőrendszer átviteli függvényének inverzével kompenzáljuk (kimeneti hibán alapuló becslés), az inverz szűrést visszavezettük egy Wiener-szűrési feladatra, ahol van egy torzítatlan bemenőjelünk, és egy felerősödött mérési zajunk:

$$\frac{Z(f)}{H(f)} = \frac{X(f)H(f) + N(f)}{H(f)} = X(f) + \frac{N(f)}{\underbrace{H(f)}_{N'(f)}}. \quad (40)$$

Az inverz szűrőnk innen [39], [40]:

$$K(f) = \frac{1}{H(f)} \frac{S_{xx}(f)}{S_{xx}(f) + S_{n'n'}(f)} = \frac{1}{H(f)} \frac{S_{xx}(f)}{S_{xx}(f) + \frac{S_{nn}(f)}{|H(f)|^2}}. \quad (41)$$

Behelyettesítve (39)-et (41)-be kapjuk:

$$K(f) = \frac{1}{H(f)} \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + \frac{TS_{nn}(f)}{|H(f)|^2}} = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \frac{S_{nn}(f)}{\frac{1}{T}|X(f)|^2}}. \quad (42)$$

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

A fenti kifejezés a Tyihonov regularizációjára hasonlít, azzal, hogy a regularizáló paraméter a jel/zaj viszony az adott frekvencián. A Wiener-szűrő a zajnak a teljesítménysűrűség-spektrumáról feltételez a priori információt, ami nem tartalmaz fázisinformációt. Ez előnyös, hiszen a zajregisztrátum spektrumának abszolút értékére megbízhatóbb becslést tudunk adni, mint a fázisára. Tipikusan feltételezhetjük, hogy a zaj spektruma pl. fehér, és a zajszint alapján egy egyenletes spektrummal számolhatunk.

#### 3.2.9. Inverz szűrés sztochasztikus jelmodell alapján – Kalman-szűrő

Kálmán Rudolf magyar származású villamosmérnök és matematikus nevéhez fűződik a sztochasztikus jelfeldolgozás egyik meghatározó eredménye. Az általa vizsgált alap feladatban egy állapotteret leírással rendelkező lineáris rendszer közvetlenül nem megfigyelhető belső állapotváltozóit becsülte, majd ez alapján a rendszer kimenetére egy jobb becslést adott, mintha csak egy kimeneti mérésünk lenne [41], [38], [42]. A rendszer gerjesztőjele alapértelmezésben egy fehér Gauss folyamat, ismert statisztikai paraméterekkel. Mind a megfigyelésnél, mind az állapotváltozónál egy normális eloszlású sztochasztikus zavarást feltételezett (mérési zaj  $\sim N(0, \mathbf{R}_i)$  és állapot zaj  $\sim N(0, \mathbf{Q}_i)$ ). Az általa kidolgozott megfigyelő lemásolja a megfigyelendő rendszert és becsüli a kimenetet. A tényleges és a becsült kimenet különbsége, továbbá a zavarások statisztikai tulajdonságai alapján módosítja az állapotmegfigyelő a becslést a rendszer állapotváltozóiról. A felírt állapotbecslő négyzetes értelemben optimális. Attól függően, hogy az állapotváltozó becslését mely kimeneti minták felhasználásával állítjuk elő, megkülönböztetünk Kalman-szűrőt (12. ábra), Kalman prediktort vagy Kalman simítót. A rendszer leírása állapotváltozós alakban a következő:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{i+1} &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i + \mathbf{w}_i, \\ \mathbf{z}_i &= \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i.\end{aligned}\tag{43}$$

Általános esetben a rendszer lehet idővariáns is. Ezt jelölik a mátrixok alsó  $i$  indexei. Az állapotváltozók (és értelemszerűen ebből a becsült, szűrt kimenet) az alábbi módon származtathatók a klasszikus predikció-korrekciónak megfelelően:

Predikciós fázis:

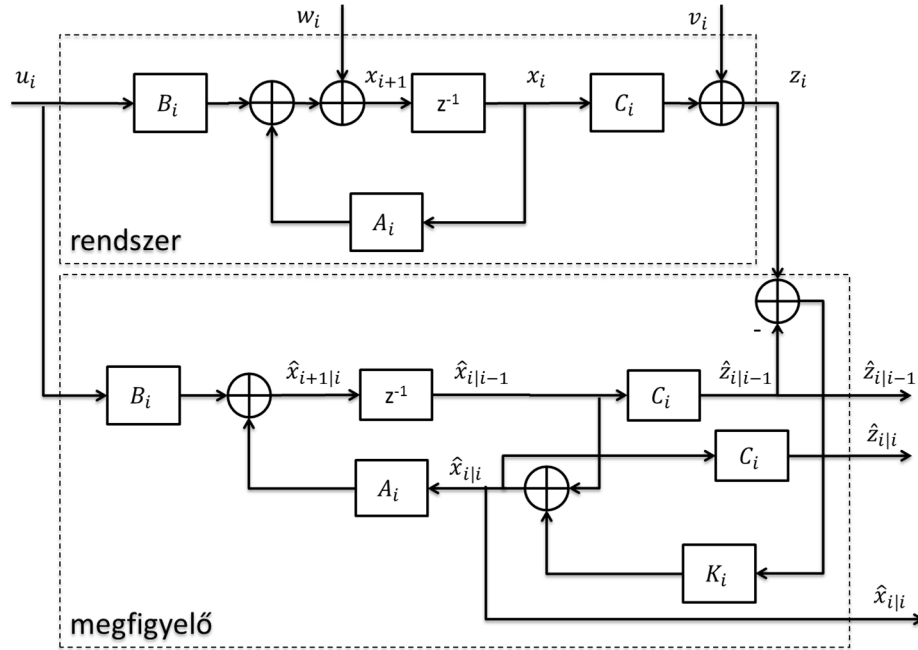
$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{i+1|i} &= \mathbf{A}_i \hat{\mathbf{x}}_{i|i} + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i, \\ \mathbf{P}_{i+1|i} &= \mathbf{A}_i \mathbf{P}_{i|i} \mathbf{A}_i^T + \mathbf{Q}_i,\end{aligned}\tag{44}$$

ahol  $\mathbf{P}_i$  az a posteriori hiba kovariancia mátrix (az állapotváltozók becslési hibájának mértéke). A fenti és a következő képletben az alsó indexek közül az első az iterációs lépésre (diszkrét idő) utal, a második arra, hogy a becslést mely időindexig tartó kimeneti minták ismeretében tesszük. Pl.  $\mathbf{P}_{i+1|i}$  azt jelenti, hogy a kimeneti mintákat az  $i$ . diszkrét időpillanatig ismerjük, és ez alapján az  $i+1$ . diszkrét időpillanatban levő a posteriori hiba kovariancia mátrixot becsüljük. A predikciós fázis után következik a megfigyelés összevetése a megfigyelő által becsült kimenettel, és ez alapján módosítjuk ismét az állapotváltozókat:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}_{i+1} &= \mathbf{z}_{i+1} - \mathbf{C}_{i+1} \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i}, \\ \mathbf{S}_{i+1} &= \mathbf{C}_{i+1} \mathbf{P}_{i+1|i} \mathbf{C}_{i+1}^T + \mathbf{R}_{i+1}, \\ \mathbf{K}_{i+1} &= \mathbf{P}_{i+1|i} \mathbf{C}_{i+1}^T \mathbf{S}_{i+1}^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i+1} &= \hat{\mathbf{x}}_{i+1|i} + \mathbf{K}_{i+1} \tilde{\mathbf{y}}_{i+1}, \\ \mathbf{P}_{i+1|i+1} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{i+1} \mathbf{C}_{i+1}) \mathbf{P}_{i+1|i},\end{aligned}\tag{45}$$

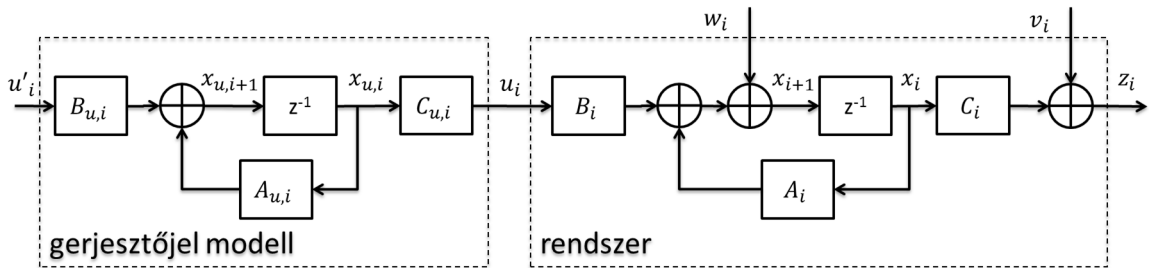
### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ahol  $\mathbf{S}_i$  a predikciós hiba kovariancia mátrixa. A  $\mathbf{K}_i$  Kalman erősítés csatolja szét a megfigyelés és a modellpredikció különbsége alapján a korrekciós igényt az állapotváltozókra. A fenti képletből látható, hogy a szétcsatolás alapvetően az állapotbecslő és a predikciós hiba bizonytalanságának aránya alapján történik (hiba kovariancia mátrixok a Kalman erősítés származtatásában), amit az a priori becslt mérési és állapot zajok varianciái befolyásolnak. Vagyis minél nagyobb a megfigyelési zaj, annál inkább hagyatkozik az állapotmegfigyelő az eddigi állapotbecslésre. Ha az állapotzaj dominál, akkor a predikciós hiba korrekciós hatása érvényesül erőteljesebben.



12. ábra Kalman-szűrő alkalmazása szűrési problémára (Kalman filter)

Tranziens jelek dekonvolúciójára úgy alkalmazható a Kalman-szűrő, hogy a gerjesztő jelet egy sztochasztikus folyamat egy szakaszának feltételezzük [43], [44]. Mivel a megfigyelendő jelünk spektruma tipikusan nem fehér, ezért a jelet úgy modellezzük, mintha egy lineáris rendszeren menne keresztül egy fehér Gauss folyamat (13. ábra).



13. ábra Mérőrendszer a gerjesztőjel modellezésével

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{u,i+1} &= \mathbf{A}_{u,i} \mathbf{x}_{u,i} + \mathbf{B}_{u,i} u'_i, \\ u_i &= \mathbf{C}_{u,i} \mathbf{x}_{u,i}, \end{aligned} \quad (46)$$

ahol az  $u$  alsó index a jelmodellre utal. A kaszkád rendszert összevonhatjuk egy közös kiterjesztett állapotegyenletbe:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{a,i+1} &= \mathbf{A}_{a,i} \mathbf{x}_{a,i} + \mathbf{B}_{a,i} u'_i + \mathbf{w}_{a,i}, \\ \mathbf{z}_i &= \mathbf{C}_{a,i} \mathbf{x}_{a,i} + \mathbf{v}_i, \end{aligned} \quad (47)$$

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ahol alsó index  $a$  a kiterjesztett (augmented) rendszerre utal. Az egyes mátrixok a következőképpen alakulnak:

$$\begin{aligned} A_{a,i} &= \begin{bmatrix} A_i & B_i C_{u,i} \\ \mathbf{0} & A_{u,i} \end{bmatrix} \quad B_{a,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{u,i} \end{bmatrix}, \\ C_{a,i} &= [C_i \quad \mathbf{0}] \quad x_{a,i} = \begin{bmatrix} x_i \\ x_{u,i} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (48)$$

A kiterjesztett rendszerre futtatva a Kalman állapotmegfigyelőt, nem csak a rendszer, hanem a gerjesztőjel modelljének állapotváltozóit is becsülni tudjuk. Innen a jelrekonstrukciót az alábbi módon kapjuk:

$$u_i = C_{u,i} x_{u,i}. \quad (49)$$

A módszer előnye, hogy idővariáns rendszerek esetén is alkalmazható. A Kalman-szűrő továbbfejlesztett változatával (Extended Kalman filter) gyengén nemlineáris rendszereket is tudunk kezelni. Ennek alapötlete a munkapont körüli linearizálás, ahol a mátrixok szerepét a lineáris rendszerben a nemlineáris függvény állapotváltozók szerinti deriváltjainak mátrixa veszi át. A kiterjesztett Kalman-szűrő hasonló gondolatmenettel kezelni tudja a nem additív zavarásokat is. Ez esetben a zavarásokat is bele kell venni a rendszert leíró nemlineáris egyenletbe:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= f(x_i, u_i, w_i), \\ z_i &= (x_i, v_i), \end{aligned} \quad (50)$$

ahol  $f(\cdot)$  és  $(\cdot)$  a változók nemlineáris függvényeit írják le. (Ennek állapotbecslését itt nem részletezem.)

A Kalman-szűrő inverz szűrésre való alkalmazásának egyértelmű hátránya, hogy nem csak a rendszer, hanem az ismeretlen gerjesztőjel parametrikus identifikációját is igényli.

### 3.3. Kihívások

Frekvenciafüggő hibák kompenzálásának területén a következő kihívásokkal nézünk szembe, amelyek egyben a lehetséges kutatási célokat is kijelölik:

- *Automatikus algoritmusválasztás:* a rendelkezésünkre álló dekonvolúciós algoritmusok közül az adott alkalmazásban melyik az optimális?
- *Új inverz szűrési algoritmusok kifejlesztése:* az adott alkalmazási terület szempontjából mi az ideális regularizáló operátor? Tudunk-e alkalmazásspecifikus regularizációt kifejleszteni? Itt regularizáció alatt teljesen általánosan a zajcsillapítás kezelését értem.
- *Vak dekonvolúció:* a bemenőjel rekonstruálása a súlyfüggvény ismerete nélkül.
- *Regularizáló paraméter automatikus optimalizálása:* a kiválasztott dekonvolúciós algoritmus esetén milyen regularizáló paraméter vagy paraméterek mellett optimális a zajelnyomás és jelút-kompenzáció torzítása közötti kompromisszum? Itt regularizáló paraméter alatt teljesen általánosan az inverz szűrő szabad paramétereit értem.
- *Robusztus rekonstrukció:* ha az a priori információ bizonytalan, vagy időben változik, milyen módszerek biztosítják a stabil becslést, vagy a paraméterváltozás követését?

Ezen a területen elsődlegesen az utolsó két problémakörrel foglalkoztam. Kutatásaim nagyobbik része azt vizsgálja, hogy hogyan lehet a felhasználó beavatkozása nélkül, limitált

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

a priori információ felhasználásával a mérési adatokból kinyerni olyan információt, ami alapján az inverz szűrő szabad paramétereit automatizáltan az optimum közelébe tudjuk állítani. Szintén foglalkoztam olyan robusztus rekonstrukciós algoritmus kifejlesztésével, mely a jel paraméterváltozásait képes detektálni és követni.

#### **3.4. Inverz szűrési módszerek automatikus paraméterállítása**

Az előző fejezetben bemutatott módszereket az optimális zajelnyomás mértékének hangolása szempontjából két nagy csoportba oszthatjuk. Parametrikus és nemparametrikus regularizálás. (Itt a regularizálás szót univerzális értelemben használom, mint a rosszul kondicionált probléma javítása, és nem csak a Tyihonov féle regularizációs módszert értem alatta, hanem tetszőleges zajelnyomási módszert, mely a rekonstrukciót javítja.) Parametrikus regularizálás alatt értem azokat a megoldásokat, melyek egy vagy néhány paraméter hangolásával állítják a zajelnyomás mértékét, és természetesen ezzel egy időben a torzítás mértékét is. Ebbe a kategóriába tartoznak többek között a következő módszerek:

- kimeneti simítószűrés, ahol a szűrő törésponti frekvenciáját hangoljuk csak (a szűrőstruktúra kötött),
- Tyihonov-féle regularizálás (amennyiben csak véges regularizáló operátort alkalmazunk),
- Kalman-szűrő inverz szűrésre módosított változata, ahol a hipotetikus bemeneti zaj varianciáját hangoljuk,
- iteratív dekonvolúció, ahol a lépésszám a hangolandó paraméter,
- időtartománybeli modellillesztés, ahol az ismert jelmodell paramétereit módosítjuk.

Nem parametrikus regularizálás alatt értem azokat az algoritmusokat, melyeknél a zajszűrést sok paraméter együttesen befolyásolja. Többek között ide tartoznak:

- neurális hálózatok, ahol minden perceptron súlyát hangoljuk,
- Wiener-szűrő, ahol mind a jel, mind a zaj feltételezett teljesítménysűrűség-spektruma (minden frekvencián egyedileg) módosítja a zajelnyomás mértékét.

A mérnöki gyakorlatban jogos elvárás, hogy a torzító, zavaró hatást lehetőség szerint automatikusan kompenzáljuk. Szeretnénk kiiktatni minden szubjektív elemet. Erre egyrészt azért van szükség, hogy a rekonstrukció ne igényeljen humán beavatkozást, és egy autonóm rendszerben (pl. beágyazott rendszer) is implementálható legyen. Másrészt a reprodukálhatóság megköveteli a humán faktor minimalizálását. Természetesen el kell ismernünk, hogy egy szakértő egyedi paraméterhangolása lehet jobb, mint egy automatikus módszeré, de az igényünk mégis az, hogy a szakértő tudását formalizáljuk, és a priori ismeretként vigyük bele a módszereinkbe.

Kutatásaim során parametrikus regularizáló módszerek automatikus paraméterállítással foglalkoztam. Az ezzel kapcsolatos szakirodalmat az alábbiakban foglalom össze. Érdekes módon míg az inverz problémáknak és inverz szűrési módszereknek igen kiterjedt az irodalma, a dekonvolúciós feladat automatikus paraméteroptimalizálása ehhez képest kisebb figyelmet kapott.

##### **3.4.1. Inverz szűrés optimalizálásával foglalkozó korábbi munkák**

A 3.2.1 fejezetben leírtaknak megfelelően azt tekintem az inverz szűrés legjobb eredményének, mely a legközelebb van a keresett (ismeretlen) bemenőjelhez. Ezen hibakritérium alapján az inverz szűrő ugyan nem számítható, de a módszerek összevetésére továbbra is ez szolgáltatja a jó mérőszámot, amit szimulációkban ismert bemenőjel esetén

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ki tudunk számolni. Ebben a fejezetben tehát amikor optimumra hivatkozom, akkor az input-error  $l_2$  norma szerinti minimumát értem:

$$\text{cost} = \|e(t, \underline{p})\|_{l_2} = \|\hat{x}(t, \underline{p}) - x(t)\|_{l_2} \quad (51)$$

$$\underline{p} = \underset{\underline{p}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\hat{x}(t, \underline{p}) - x(t)\|_{l_2} \right\}. \quad (52)$$

A szakirodalomban fellelt módszerek ettől eltérő, általában ad-hoc kritériumokat alkalmaznak az optimalizálásra.

a) A Tyihonov féle regularizálás automatizálásával foglalkozik egy korai mű [28] [45] Nahman és Guillaume munkájaként az 1980-as évek elején. Az inverz szűrést a frekvenciatartományban végzik el, ennek megfelelően az algoritmus egy FFT, majd inverz FFT műveletet igényel. Valós jelek esetén a frekvenciatartományban elvégzett szűrés az IFFT után szintén valós (és nem komplex) jelet kellene, hogy eredményezzen. A számolás során azonban a kerekítési hibák terjedése egy kis képzetes komponenst is létre fog hozni. Ezt a gyakorlatban figyelmen kívül szoktuk hagyni, hiszen van a priori ismeretünk arról, hogy a jel valós. A szerzők azt tapasztalták, hogy a képzetes rész varianciája összefüggésben van a regularizáló paraméterrel. Optimumként azt a regularizáló paramétert definiálták, ahol a képzetes rész varianciája minimális. A módszer előnye az egyszerűsége. Hátránya, hogy heurisztikus volta miatt a szerzők nem adnak magyarázatot a megfigyelésük okára. Nem bizonyított, hogy az általuk definiált paraméter közel van a valós optimumhoz. Triviálisan következik az algoritmusból, hogy működése nagyban függ a számbábrázolástól (fix pontos, lebegőpontos), és az FFT ill. IFFT implementálásától. Ennek megfelelően univerzális módszerként nem vethető be. A szerzők által jelzett jellegzetes hibafüggvényt nem sikerült reprodukálni. (Az USA elsődleges hitelesítési intézete, a National Institute of Standards and Technology, NIST ezt a módszert alkalmazta ultragyors mintavételező oszcilloszkópok kalibrálására az 1990-es évek közepéig. Többek között ezen algoritmus instabilitása volt egy nyomós érv amellet, hogy az NIST meghívjon vendégkutatónak az általam javasolt modell-alapú algoritmusom adaptálására és implementálására.)

b) A priori információ felhasználását javasolja Groetsch [46] Tyihonov regularizáció esetén. Az optimális paraméternek azt tekinti, ahol a (9) szerinti output-error pontosan megegyezik a zaj normájának egy felső becslőjével (diszkrepancia elvként hivatkozza az irodalom). A módszer egyszerű, azonban ahogy arra [47] rámutat, a kritérium gyakran túlregularizált megoldáshoz vezet, ami a zaj normájának felső becsléséből következik.

c) Parruck és Riad [48] inverz szűrési algoritmusát nemparametrikus rendszeridentifikációhoz dolgozta ki, mely szintén egy dekonvolúciós probléma. (A konvolúciós integrálban a bemenőjel és a súlyfüggvény szerepe szimmetrikus, felcserélhető.) A rendszeridentifikáció során ismert gerjesztő jellel tápláljuk meg a vizsgálandó lineáris rendszert, és a válasz ismeretében keressük a súlyfüggvényt. A szerzők a becsült súlyfüggvényt integrálják, így jutnak el az átmeneti függvény (ugrásválasz) becslőjéhez. Az ugrás-jellegű jel hátsó részét vizsgálják. Az optimumot ezen rész középértéke és szórása alapján határozzák meg. Ezekre fogalmaznak meg peremfeltételeket (legyen adott konstansnál sokkal kisebb). A módszer hátránya, hogy a peremfeltételek nem határoznak meg egyértelműen optimumot, így a módszer inkább döntéstámogató rendszerként értelmezhető, mint automatikus paraméterállításként, hiszen felhasználói beavatkozás szükséges.

d) Bertocco és társai egy hasonló algoritmust dolgoztak ki ugrásjellegű jelek rekonstrukciójára [49]. Az alapötlet az, hogy a zajszintnek az egész mérési rekord mentén egyenletes eloszlásúnak kell lennie. Az ún. output error-t vizsgálják, mely a lineáris rendszer

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

zajjal terhelt kimenetének és a rekonstruált bemenőjelből származtatott becsült kimenetnek a különbsége. Amennyiben a kimeneti hibafüggvényt (mint időfüggvényt) két részre vágjuk, egy első, és egy beállítás utáni hátsó részre, a két rész varianciája külön vizsgálható. Az optimális regularizáló paraméternek azt tekintik, melynél a jel elejének és végének output error varianciája megegyezik. A módszer előnye, hogy egyszerű implementálni, és biztató eredményeket ad, de nem bizonyított, hogy az így kapott regularizáló paraméter az optimum közelében van, továbbá a módszer használata ugrásjellegű jelekre korlátozódik.

e) Morozov a mérési zajról származó a priori információ felhasználását javasolja az inverz szűrés során [50]. Az optimumot annál a regularizáló paraméternél definiálja, melynél a kimeneti hiba varianciája megegyezik a zajról származó a priori varianciával. A módszer előnye a szisztematikus megközelítés (a priori információ felhasználása). Hátránya, hogy a zajszintről pontos információt feltételez, hiszen ennek mérésére rendkívül érzékeny az algoritmus. További hátránya (az előző output error hibán alapuló módszerekkel egyetemben), hogy az output error nem csak zaj komponenseket tartalmaz, hanem torzítást is, továbbá a kimeneti zajnak is egy szűrt változata jelenik meg. Ezt a fenti módszerek nem veszik figyelembe.

f) Younan és társai [14] szintén a kimeneti hibát vizsgálják, de nem a becsült kimenetet (output error), hanem a mérést magát. Az inverz szűrést a frekvenciatartományban valósítják meg, a kimeneti spektrum csonkolásával (adott frekvencia feletti komponensek kinullázása), majd egy ezt követő, a mérőrendszer átvitelének inverzével való szorzással. (A csonkításból eredő Gibbs oszcilláció mérséklésére még bevezetnek ablakozást.) Optimumként azt a vágási frekvenciát definiálják, melynél a csonkított rész véletlenszerűsége maximális, melyet ezen hibatag autókorrelációs függvényével ellenőriznek. A módszer egy konkrét regularizációs módszerhez kötött (spektrum csonkolása, majd ablakozással simítása), univerzális optimalizációként nem vethető be.

g) Székely [51] Gauss függvényrel való simító szűrést alkalmaz a frekvenciatartománybeli osztás után. A Gauss szűrő szabad paraméterének meghatározására megad egy kritériumot, mely nagyon ígéretes eredményeket adott RC hálózatok identifikálására, továbbá hálózatok termikus viselkedésének meghatározására. A módszer Gauss simítószűréshez kötött, ezért univerzális optimalizáló algoritmusként nem vethető be.

h) Bennia és Riad [52] egy frekvenciatartománybeli optimalizálást javasol, a frekvenciatartomány szegmensekre bontásával (átviteli-, áteresztő- és zárótartományok). A dekonvolúciós probléma azon változatát oldják meg, ahol a súlyfüggvényt keressük, és a gerjesztőjel az ismert. Az egyes frekvenciatartománybeli szegmensekre kiszámítják a regularizáló paraméter függvényében a következő hibatagot:

$$\sigma_i(\lambda) = rms_i\{|H(j\omega, \lambda) - H(j\omega, 0)|\} \quad (53)$$

ahol  $\lambda$  a regularizáló paraméter,  $rms_i$  pedig az  $i$ . szegmens négyzetes középértéke. Definíciójuk szerint az optimális  $\lambda$  paraméterre teljesülnie kell annak, hogy az (53) szerinti hibatag az áteresztő tartományban kicsi, a zárótartományban nagy, az átmeneti tartományban pedig a kettő közötti. Az optimalizálás csak kvalitatív szabályokat ad meg, ennek megfelelően a megoldás nem egyértelmű. A hibakritérium csak az átviteli függvény abszolút értékét használja fel, ezáltal lényeges információt elhagy.

i) Dhaene és társai vetik fel két paraméter együttes optimalizálását [29] Tyihonov-féle regularizáláshoz, melyben a regularizáló operátorok a becsült bemenőjel energiájához és simaságához kötöttek. A módszer 3 dimenziós grafikonok vagy kontúr plot-ok kiértékelését igényli. A megközelítés a Bennia-Riad algoritmus kiterjesztéseként értelmezhető. Előnye, hogy a két paraméter kezelése nagyobb szabadságot ad az optimális regularizáció

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

beállításához, de továbbra is humán beavatkozást igényel az algoritmus, nem teljesen automatizált.

j) A dekonvolúciós paraméter optimalizálásának klasszikus módszere az ún. L-görbe módszer. Itt a becült jel regularizáción való ismételt átvezetése utáni normát ábrázolják kimeneti hiba (output error) normájának függvényében, folyamatosan változtatott regularizációs paraméterek mellett. A görbe a regularizációs paraméter növelése mellett folyamatosan csökken, és egy jellegzetes L alakot vesz fel. Optimumként a görbe sarokpontját definiálják. (Szokás a normák logaritmusának függvényében is ábrázolni a fentieket.) A karakterisztikus sarokpont automatikus megtalálására az egyik legismertebb algoritmus Hansentől származik [53] [47], mely a maximális görbületet keresi. A módszer ígéretesnek tűnik, alkalmazzák gyakorlati feladatokra (pl. [54]), de nem bizonyított, hogy a sarokpont közel van az optimumhoz.

k) Roy és Souders szintén egy heurisztikus algoritmust dolgozott ki [55], melynek előnye, hogy az inverz szűrés hibáját súlyozni tudja az időtartományban. Ez lehetőséget biztosít adott jelrészletek rekonstrukciójának hangsúlyozására (pl. jel csúcserékének vagy felfutási meredekségének helyes becslése). A módszer azonban csak ugrásjellegű jeleket tud jól kezelni.

l) Olofson ultrahang jeleket rekonstruált, és kezelte enyhén túlvezérelt AD átalakító hatását [56]. Megoldása megköveteli, hogy ismerjük a jel eloszlását. Ez az információ sajnos a legtöbbször nem áll rendelkezésünkre.

m) Szolgay és Szirányi képek Richardson-Lucy iteratív dekonvolúciós algoritmusával való helyreállítására dolgozott ki megállási kritériumot [57]. A módszer nem használ külön regularizáló operátort. A rosszul kondicionált feladat zajlenyomását az iterációban való megállás biztosítja. Képfeldolgozásra meggyőzőek az eredményeik. Időtartománybeli determinisztikus jelek esetén azonban egy jól kézben tartott regularizáló operátor bevetése előnyösebb.

n) Kido és társai röntgen képek helyreállítására dolgoztak ki automatikus megoldást [58]. Habár az algoritmus végeredményben automatikus, de tartalmaz tapasztalati úton beállított paramétereket is. Az optimális tapasztalati paraméterhalmaz képtípus-függő. (Hasonló, képek adott tulajdonságát kihasználó algoritmusok kötöttek az adott alkalmazáshoz, vagy jelcsoporthoz, ld. pl. [59]). Mások felhasználják az ismeretlen mérendő jel eloszlását [60], mely csak speciális esetben áll rendelkezésre.

o) Kiterjedt az irodalma rosszul kondicionált  $\underline{y} = \underline{H} \underline{x}$  alakú lineáris mátrixegyenlet regularizált megoldásának, és a regularizációs paraméterválasztásnak.

$$\min_{\underline{x}} \left\{ \left\| \underline{H} \underline{x} - \underline{y} \right\|_{l_2} + \lambda \left\| \underline{x} \right\|_{l_2} \right\}, \quad (54)$$

A konvolúció felírható ebben a mátrixegyenlet alakban (ld. (12)). A munkák tipikusan nem használják ki a dekonvolúció esetén érvényes megkötést, hogy a mátrix alsó Toeplitz alakú, és általában a mérési zaj varianciájának ismeretét feltételezik. Jó összefoglaló található ezekről a munkákról [61]-ben. További tulajdonságuk, hogy a hibakritériumot általában az output-error különböző módosításaihoz kötik. A legismertebb változatot mutatom be Allentől (cross-validation [62]) ill. Golubtól (generalized cross-validation [63]). Az alapvető ötlet az, hogy a keresett  $\underline{x}$  k-ik eleme ( $x_k$ ) becsülhető úgy, hogy az egyenletrendszer k. sorát elhagyjuk (egy megfigyelés elhagyása), é az eggyel csökkentett rendű regularizált mátrixegyenletet oldjuk meg (az egyenletrendszer túlhatározott). Az így kapott becslőt  $\underline{x}^{(k)}(\lambda)$ -nak, annak k-ik tagját  $[\underline{x}^{(k)}(\lambda)]_k$ -val jelöljük. Optimális regularizációs paraméternek azt definiálják, melynél a kimeneti hiba alább módosított változata minimális:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$P(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( \left[ \underline{\underline{H}} \underline{\underline{x}}^{(k)}(\lambda) \right]_k - y_k \right)^2. \quad (55)$$

Míg az alap cross-validation technika eredménye függ az adatok sorrendjétől, ennek általánosított változata (generalized cross-validation) invariáns az ortogonális transzformációkra. Ezt a  $\underline{\underline{H}}$  mátrix szingulárisérték-felbontásával ( $\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{V}}$ ), egy unitér mátrixszal való szorzással majd normálással éri el. A minimalizálandó függvény:

$$V(\lambda) = \frac{1}{n} \left\| \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}} & \underline{\underline{\tilde{A}}}(\lambda) \end{pmatrix} \underline{\underline{\tilde{y}}} \right\|^2 / \left[ \frac{1}{n} \text{Tr} \begin{pmatrix} \underline{\underline{I}} & \underline{\underline{\tilde{A}}}(\lambda) \end{pmatrix} \right]^2 \quad (56)$$

ahol  $\underline{\underline{\tilde{y}}} = \underline{\underline{W}} \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{y}} = \underline{\underline{W}} \underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{V}} \underline{\underline{x}} + \underline{\underline{W}} \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{e}} = \underline{\underline{\tilde{H}}} \underline{\underline{x}} + \underline{\underline{W}} \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{e}}$ , az unitér mátrix  $[W]_{kl} = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{j2\pi kl/n}$ , és  $\underline{\underline{\tilde{A}}}(\lambda) = \underline{\underline{\tilde{H}}} \left( \underline{\underline{\tilde{H}}} \underline{\underline{\tilde{H}}} + n\lambda \underline{\underline{I}} \right)^{-1} \underline{\underline{\tilde{H}}}$ . [47] rámutat, hogy ez a kritérium nagyon lapos a minimum környékén, ennek megfelelően a minimumkeresés numerikusan instabil.

p) O'Leary munkája [64] tartalmaz direkt utalást az (51) szerinti input-error kritériumra. Az (54) szerinti mátrixegyenlet megoldását keresi azzal, hogy megenged más regularizáló operátort is (de csak egyet). A  $\underline{\underline{H}}$  mátrix szinguláris érték felbontásával ( $\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{V}}$ ) a probléma transzformálódik a következőbe:

$$\min_{\underline{\underline{z}}} \left\{ \left\| \underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{z}} - \underline{\underline{\beta}} \right\|_{l_2} + \lambda \left\| \underline{\underline{z}} \right\|_{l_2} \right\}, \quad \underline{\underline{\beta}} = \underline{\underline{U}} \underline{\underline{y}}, \quad \underline{\underline{z}} = \underline{\underline{V}} \underline{\underline{x}} \quad (57)$$

$$\underline{\underline{x}}_{Tyihonov} = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i \sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda} \underline{\underline{v}}_i, \quad (58)$$

ahol  $\beta_i$  a  $\underline{\underline{\beta}}$  vektor  $i$ . eleme,  $\sigma_i$  a diagonális  $\underline{\underline{\Sigma}}$  mátrix  $i$ . eleme az átlóban,  $\underline{\underline{v}}_i$  a  $\underline{\underline{V}}$  mátrix  $i$ . oszlopa. Az input-error kritérium szerinti tényleges optimum a következő:

$$\underline{\underline{x}}_{true} = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{\sigma_i} \epsilon_i \underline{\underline{v}}_i, \quad (59)$$

ahol  $\epsilon_i$  az ismeretlen zajkomponens. A célunk (58) és (59) közötti különbség minimalizálása, melynek a következőt kell kielégítenie (különbség négyzet  $\lambda$  szerinti deriválása után):

$$\begin{aligned} g(\lambda) &= \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2 \lambda}{(\sigma_i^2 + \lambda)^3} - \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i \epsilon_i}{(\sigma_i^2 + \lambda)^2} \\ &\approx \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2 \lambda}{(\sigma_i^2 + \lambda)^3} - \sum_{i=k}^n \frac{\beta_i^2}{(\sigma_i^2 + \lambda)^2} s^2 \sum_{i=1}^{k-1} \frac{1}{(\sigma_i^2 + \lambda)^2}, \end{aligned} \quad (60)$$

ahol  $s^2 = E\{\epsilon_i^2\}$  a zajkomponens momentuma,  $k$  pedig egy zajszinttől függő „megfelelően megválasztott” index. O'Leary tehát egy adott regularizációhoz kötött szuboptimális paramétert számolt ki, mely a bemeneti hibakritérium szempontjából számított optimumot közelíti, és egy zajra vonatkozó statisztikai paraméter ismeretét feltételezi. A módszer határozott előnye, hogy a bemeneti hibát minimalizálja (megfelelő közelítésekkel), hátránya, hogy a mátrix forma számításigényes, és a megoldás egy adott inverz szűréshez kötött. Később ez utóbbi kötést relaxálja, ha a módszer adott (szintén szűk) feltételeket teljesít. További hátránya a módszernek, hogy optimalizál egy paramétert ( $\lambda$ ), de bevezet egy újabb ismeretlent ( $k$  index), melynek megválasztásáról nem nyilatkozik. A

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

szimulációkban keskenysávú jelekre sávszűrő jellegű mérőrendszer esetén teljesen torz becslést adott a módszer.

#### 3.5. Új, spektrális modell-alapú automatikus paraméterállítás inverz szűrési módszerekhez

Ebben a fejezetben mutatom be az általam kidolgozott inverz szűrő optimalizáló algoritmust.

Amennyiben egy adott alkalmazásban már rögzítettük, hogy milyen típusú inverz szűrési módszert szeretnénk alkalmazni, az inverz szűrő szabad paramétereit úgy kell beállítanunk, hogy az optimális kompromisszumot jelentsen a rosszul kondicionáltságból eredő zajerősödés és a regularizáció következtében megjelenő hasznos jel torzulása között. Alapvetően tranziens jelek rekonstrukciójával foglalkoztam, ahol az optimum alatt a következőt értem:

$$\underline{p} = \underset{p}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left\| \hat{x}(t, \underline{p}) - x(t) \right\| \right\}, \quad (61)$$

ahol  $\underline{p}$  az inverz szűrő szabad paramétereinek halmaza,  $x(t)$  a mérendő fizikai jel,  $\hat{x}(t, \underline{p})$  a rekonstruált jel,  $\|\cdot\|$  pedig a megfelelő normát jelöli. Tranziens jelek esetén az  $l_2$  norma a szokásos, én is erre vezettem le a javasolt megoldásokat.

Az optimum ismereteim szerint nem számítható, ugyanis tranziens jelek dekonvolúciója esetén nem végtelen sok minta és végtelen sok kísérlet statisztikai tulajdonságaira szeretnénk optimumot, hanem egyetlen mérés véges hosszúságú regisztrátumánál célozzuk meg a legkisebb négyzetes eltérést. Mivel a mért jelben nem tudjuk elkülöníteni a zajt és a hasznos jelet, csak limitált információ áll rendelkezésre ahhoz, hogy az optimumot becsüljük. További eltérés, hogy nem a minimális varianciát keressük, hanem a legkisebb négyzetes eltérést, tehát a torzítás komponens véges értéken tartása is ugyanannyira fontos. Az általam kidolgozott algoritmus a paraméter beállításra egy automatikus megoldást ad, mely kellően közel van az optimumhoz. A 3.4.1 fejezetben ismertetett módszerekhez képest előnye, hogy tetszőleges parametrikus dekonvolúciós módszerhez alkalmazható, több regularizáló paramétert is tud egyszerre kezelni, figyelembe tudja venni a be- és kimeneti zajt is. További előnye, hogy a frekvenciatartományban számítható, ami az FFT hatékony kiszámítása révén eliminálja a mátrixszorzásokat.

##### 3.5.1. Több paraméter kezelése

Az általam javasolt paraméteroptimalizálás első lépése, hogy a (61) hibát a frekvenciatartományba átírva a Parseval tétel segítségével, majd megfelelő módon átrendezve az egyenletet, három tagot különíték el: egy torzítási, egy tisztán zaj, és egy olyan tagot, ami a kettő keresztkapcsolatából adódik:

$$\begin{aligned} \text{cost} &= T_s \sum_{i=0}^{N_f-1} \left( x(i) - \hat{x}(i) \right)^2 = \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| X(k) - \hat{X}(k) \right|^2 = \\ &= \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| X(k) \left( 1 - H(k)K(k, \underline{p}) \right) \right|^2 + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| N(k)K(k, \underline{p}) \right|^2 - \\ &\quad - \frac{2T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \underbrace{\left| X(k) \left( 1 - H(k)K(k, \underline{p}) \right) \right|}_A \underbrace{\left| N(k)K(k, \underline{p}) \right|}_B \cos(\varphi_{AB}(k, \underline{p})) \\ &= \text{cost}_{\text{bias}} + \text{cost}_{\text{noise}} + \text{cost}_{\text{bias, noise}}, \end{aligned} \quad (62)$$

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ahol a jelölések megegyeznek az előző fejezetek jelöléseivel ((2)-(5) egyenletek),  $K(f, \underline{p})$  pedig a  $\underline{p}$  paraméterhalmazzal optimalizálható inverz szűrő átviteli függvénye. Bizonyítottam, hogy a harmadik tag enyhe feltételek mellett elhanyagolható (ld. melléklet). A másik két tag spektrumának abszolút értékére egy spektrális modellt, ill. becslőt javaslok. A modellek/becslők a mérésekből automatikusan építhetők. A zajként fehér zaj modell szerinti zajt tételezünk fel. A zaj szintjét (variációját) a spektrum abszolút érték-négyzetének záró tartománybeli átlagolásával jól tudjuk becsülni. (Amennyiben a zaj spektrum nem fehér, de teljesítménysűrűség-spektruma ismert, a zajmodell a teljesítménysűrűség-spektrum gyökével arányos.) A hasznos jel spektrumának becslője egy iteratív eljárás segítségével nyerhető automatikusan. A kezdeti becslő a regularizáció nélküli dekonvolúció spektrumának abszolút értéke:

$$|N_{\text{model}}(f)| = \text{const}, \quad |X_{\text{model}}(f)|_0 = \left| \frac{Z(f)}{H(f)} \right|. \quad (63)$$

Amennyiben  $H(f)$  abszolút értéke bárhol nullához nagyon közeli értéket venne fel, a (63) becslő helyett a jelmodellre egy minimális regularizációt alkalmazunk. (Minimális alatt egy olyan biztonságosan kis értéket értek, amely az a priori információk alapján az optimális zajelnyomásnál garantáltan kisebb.) Ezekkel a becslőkkel a költségfüggvény kiszámítható, és a  $\underline{p}$  paraméter halmaz függvényében a minimum meghatározható.

$$\text{cost}^* = \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |X_{\text{model}}(k)|_0^2 |1 - H(k) K(k, \underline{p}_0)|^2 + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |N_{\text{model}}(k)|^2 |K(k, \underline{p}_0)|^2 \quad (64)$$

Az így nyert  $\underline{p}_0$  paraméterrel a jel spektrumának modellje tovább finomítható:

$$|X_{\text{model}}(f)|_{m+1} = |Z(f) K(f, \underline{p}_m)|. \quad (65)$$

A (64) és (65) egyenletekkel leírt iteráció addig folytatandó, amíg a  $\underline{p}_m$  paraméterhalmaz értékei be nem állnak. Beállítás alatt azt értem, hogy a bemenőjel becslése érdemben már nem változik. A tapasztalat azt mutatja, hogy néhány (5-10) iterációs lépés elegendő. Az iteráció végén a jelrekonstrukció a következőképpen nyerhető:

$$\hat{x}(i) = \text{real} \left\{ \text{IDFT} \left\{ Z(f) K(f, \underline{p}_{\text{végleges}}) \right\} \right\}, \quad (66)$$

ahol IDFT az inverz diszkrét Fourier-transzformációt jelöli. (A valós érték képzés az FFT, IFFT és köztes műveletek kerekítési hibái miatt szükséges. Végtelen pontos aritmetika esetén valós értéket adna vissza az algoritmus.)

Fontos megjegyezni, hogy a spektrális jelmodellek (spektrumok abszolút értékeire modell) nem közvetlenül határozzák meg a bemenőjel becslését, hanem a költségfüggvényen keresztül csak a regularizáció mértékét befolyásolják. Ez biztosítja a végső becslés robusztusságát a modellezési pontatlanságokkal szemben.

A paraméterek száma elvben tetszőleges, a gyakorlatban azonban érdemes ezt limitálni. A hibafüggvény lokális minimumokat tartalmazhat, melyek a paraméterszám-növekedéssel egyre rontják a globális optimum megtalálásának esélyét. A paraméterszám növekedés lassítja az optimalizálást.

Fontos megjegyezni, hogy a választott költségfüggvény tulajdonságaiból következően a zaj, illetve a rekonstruálandó jel spektrális modelljeinek csak az abszolút értékét használja fel az optimalizálás, a fázisinformációt nem. Ez előnyös, hiszen a fázisinformáció jóval bizonytalanabb, különösen az átmeneti és záró tartományokban.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

A frekvenciatartományban kiszámolt költségfüggvény kellően közel van a bemeneti jeltartományban (input error) megfogalmazott hibanormához. A módszer előnye, hogy a költségfüggvényt ebből a bemeneti hibanormából származtatja megfelelő közelítésekkel, ennek megfelelően szisztematikus módszer.

A bemenőjel spektrális modelljére tett iteratív algoritmus konvergenciájának bizonyítását – ami elsősorban Bakó Tamás eredménye – megadtuk a Tyihonov féle regularizáció azon esetére, melyben a regularizáló operátor a becsült jel energiája [DT2]. Egyben megadtuk az iteráció végeredményének analitikus alakját, mely lehetőséget ad a számítás felgyorsítására. Ez az alak csak a zaj spektrumának abszolút értékére igényel egy modellt, mely fehér zaj feltételezése esetén egy egyszerű varianciamérés vagy -becslés:

$$\lambda = \frac{\sum_k |N_{\text{model}}(k)|^2 \frac{|H(k)|^2}{(|H(k)|^2 + \lambda)^3}}{\sum_k |Z(k)|^2 \frac{|H(k)|^4}{(|H(k)|^2 + \lambda)^5}}. \quad (67)$$

A fenti egyenlet csak numerikus módszerekkel oldható meg, ezek számításigénye alatta van az eredeti módszer egyébként nem túl intenzív számításigényének.

A 3.4.1 alfejezetben ismertetett, több paraméter kezelésére képes inverzszűrő-optimalizáló algoritmusok és az általam javasolt algoritmus szimulációs eredményeken történő összehasonlítását a [DT2]-ben mutattuk be. Terjedelmi okokból itt csak a végkövetkeztetést ismételtem meg, miszerint az általam javasolt módszer kiemelkedik a becslés pontosságával és robusztusságával.

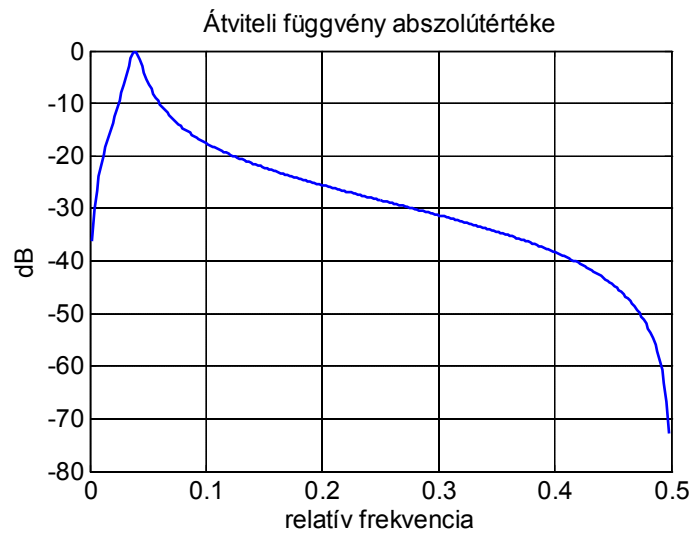
#### A módszer alkalmazásai: szimulációs eredmények

Az automatikus paraméteroptimalizálás hatékonyságának bemutatására először vizsgáljunk meg szimulált jeleket. Egy sáváteresztő rendszert feltételezünk (14. ábra). Keskenysávú gerjesztő jelet adtam a rendszerre. A megfigyelt kimenetéhez 20 dB jel/zaj viszonyú Gauss eloszlású zajt kevertem (15. ábra). Inverz szűrőnek Tyihonov féle regularizálást választottam egy ill. három regularizáló operátorral:

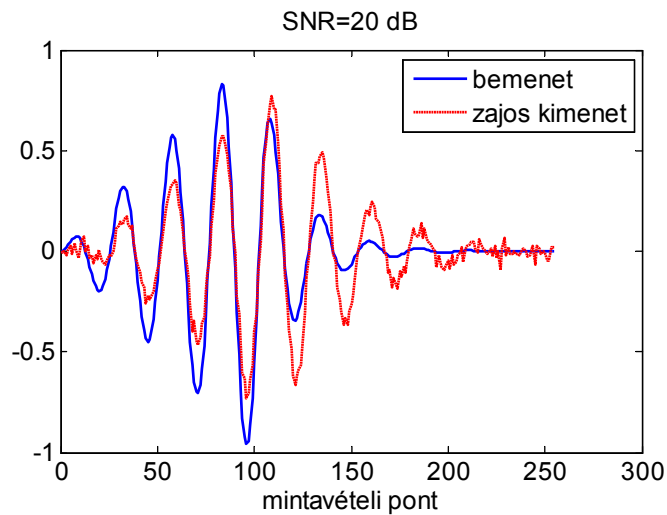
$$K_1(f) = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \lambda}, \quad K_2(f) = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \lambda + \gamma|L(f)|^2 + \delta|L(f)|^4}. \quad (68)$$

Az előző fejezetben bemutatott, általam javasolt spektrális jelmodell-alapú automatikus paraméterállítással rekonstruáltam a gerjesztőjeleket mind egy-, mind három regularizáló paraméter együttes hangolásával. Ehhez a zaj spektrális modelljét a zajos kimeneti spektrum zárótartománybeli átlagolásával nyertem automatikusan (16. ábra). A jel spektrális modelljét a megfigyelés spektrumából származtatom iteratív eljárással. Az iteráció kezdő lépése a megfigyelés spektrumának abszolút értéke, kompenzálva az átviteli függvény inverzével (és egy minimális regularizációval, 17. ábra). A nemlineáris hibafelület minimalizálása ismert numerikus optimalizálási technikákkal tehető meg (grid-search, simplex search, gradiens módszer, Newton-Gauss vagy Levenberg-Marquardt módszerek, [26]). Egyparaméteres regularizálással is elfogadható a rekonstrukció eredménye. Több paraméter együttes optimalizálása nagyobb szabadságfokot biztosít a helyreállításra, és jobb becslőt eredményez, ami a jel lokális csúcsai körüli jobb rekonstrukcióban látszik (18. ábra). A rekonstrukció négyzetes hibája a harmadára csökkent. Az automatikus paraméteroptimalizálás a tényleges optimum közelében adta meg a becslést (grafikai felbontáson belül megegyezik az általam becsült és a tényleges optimum).

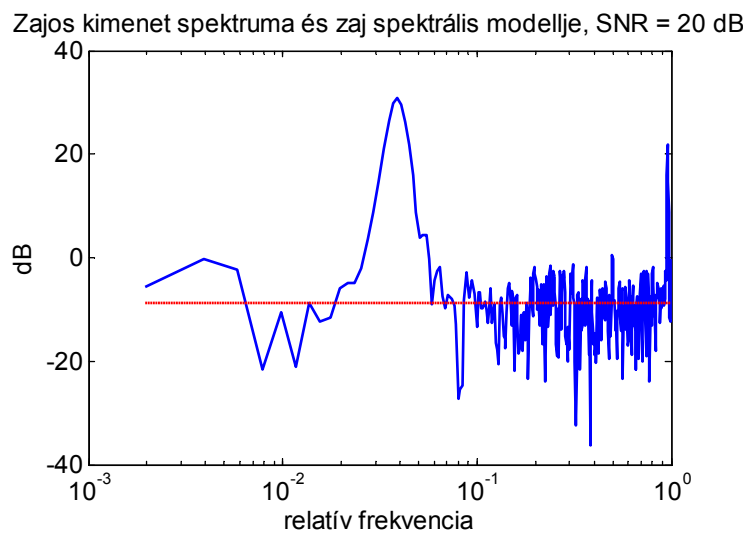
## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



14. ábra Mérőrendszer szimulált átviteli függvénye.

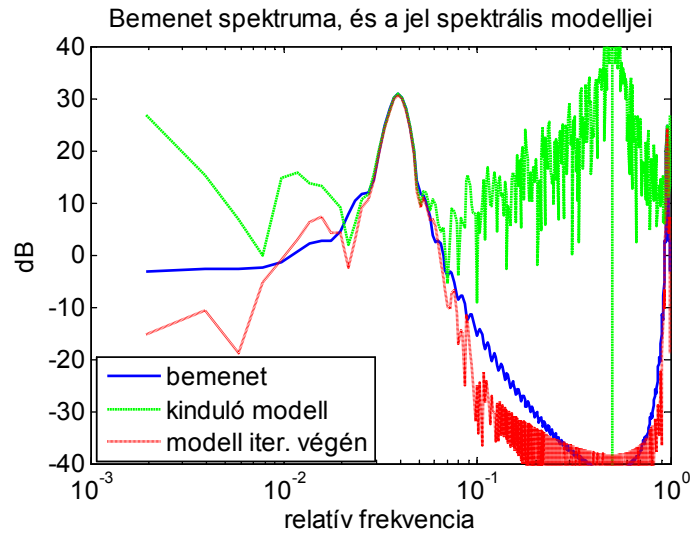


15. ábra Sáváteresztő mérőrendszer, keskenysávú mérendő jellel. Bemenő jel (folytonos vonal), rendszer zajos és torz válasza (szaggatott vonal).

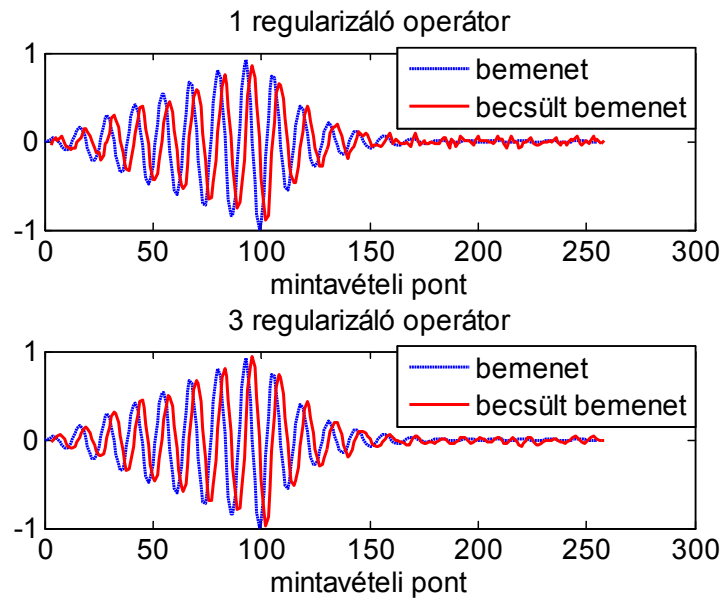


16. ábra A kimenő jel spektrumának abszolút értéke (folytonos vonal), és az ebből automatikusan számított zajmodell (szaggatott vonal).

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



17. ábra A bemenő jel spektrumának abszolút értéke, és az ebből származtatott kiinduló spektrális modell, majd az iteráció végső modellje.



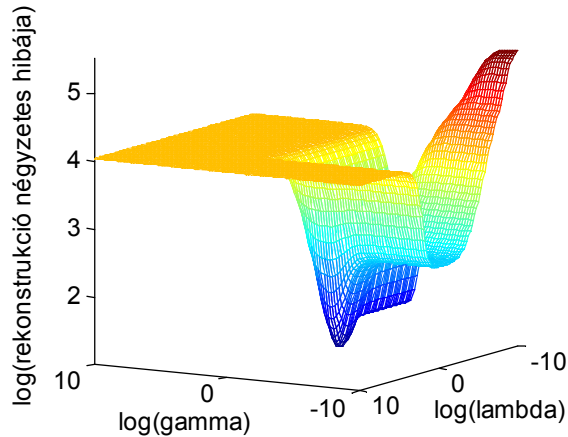
18. ábra Inverz szűréssel helyreállított jelek.

Valódi és becsült bemenőjel, 3 mintavett ponttal eltolva, hogy látszódjon a két jel együtt.

Felső ábra: 1 paraméteres optimalizálás. Alsó ábra: 3 paraméteres optimalizálás

Szimuláció esetén fel tudjuk térképezni az optimalizálandó paraméterek függvényében a tényleges hibafelületet is. Ezt két paraméter optimalizálása esetén tudjuk jól vizualizálni (19. ábra), ahol a bemeneti energia és a jel simasága voltak a regularizáló operátorok. Az ábrán az egyparaméteres optimalizálásnak az felel meg, ha valamelyik paramétert nullának választjuk. Pl.  $\gamma$  kis értéken tartása azt jelenti, hogy a felület jobb szélén lévő nyeregben, egy vonal mentén optimálunk csak. Ennek a minimuma nagyobb hibát eredményez, mint a globális minimum. A hibafelületből az is leolvasható, hogy egy paraméteres optimalizálás esetén a jel simaságának a kötése jobb regularizáló operátor, mint a jel energiája ( $\lambda = 0$  nyereg minimuma kisebb, mint  $\gamma = 0$  nyereg minimuma).

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



19. ábra Hibafelület két regularizációs paraméter optimalizálása esetén. A vízszintes tengelyeken a paraméterek logaritmusa látható, függőleges tengelyen a rekonstrukció négyzetes hibájának logaritmusa.

## A módszer alkalmazásai: nagyfeszültségű osztó sávzélességének kiterjesztése

### *Mérési eredmények: ETH Zürich – nagyfeszültségű osztó*

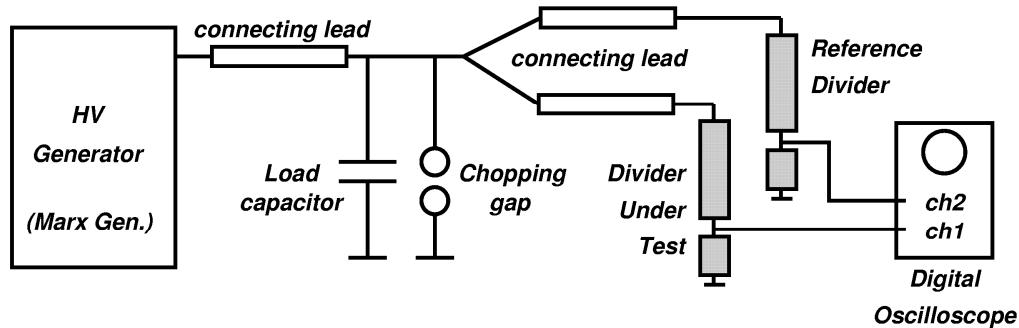
Szigetelők roncsolásmentes vizsgálatára nagyfeszültségű impulzust alkalmaznak [65]. A szigetelőre rövid (2-200  $\mu$ s), de nagy feszültségű jelet (100 kV-4 MV) tesznek, és vizsgálják a feszültség jelalakját. Amennyiben a szigetelőben bárhol hiba található, töltések mozdulnak el a szigetelő belseje felé, ami megváltoztatja a mérhető feszültség időfüggvényét. A vizsgálat úgy zajlik, hogy redukált jelszinten, ahol még nem feltételezhető torzító hatás, rögzítenek egy referencia jelet. A feszültség szintet folyamatosan növelve vizsgálják a jelalak torzulását. Ez a roncsolásmentes vizsgálat lehetőséget biztosít arra, hogy a hiba még abban a fázisban detektálható legyen, amikor nem okoz problémát, és a karbantartás, esetleges csere ütemezhető legyen arra az időszakra, amikor nem okoz szolgáltatáskimaradást.

A vizsgálathoz szükséges jelszint (néhány MV) közvetlenül nem mérhető egy digitális oszcilloszkóppal, vagy általános célú AD átalakítóval. Egy ún. nagyfeszültségű osztóval csillapítják a jelet néhányszor 10 V-ra (esetleg 100 V nagyságrendbe), amit már egy digitális oszcilloszkóp szokásos bemeneti osztója kezelni tud. Ezek a speciális nagyfeszültségű osztók költségesek. Nagy sávzélességű mérést rezisztív osztókkal lehet megvalósítani. A rezisztív osztók hátránya, hogy csak nagyon rövid idejű lököimpulzusok mérésére alkalmasak, mert véges a disszipációs képességük. Hosszabb lefutású impulzusokat kapacitív osztókkal mérnek, amelyek sávzélessége jóval szerényebb. Egy átmenetet biztosít az ún. csillapított kapacitív osztó (damped capacitive divider), mellyel széles tartományban vizsgálhatók jelek, viszont sávzélessége még mindig elmarad a rezisztív osztókétól.

Az ETH (Eidgenössische Technische Hochschule) Zürich Nagyfeszültségű Laboratóriumában közreműködésemmel végeztünk méréseket. Vizsgálatom célja egy csillapított kapacitív osztó sávzélességének kiterjesztése a jel digitális utófeldolgozásával (inverz szűrés). Ezáltal egy költséghatékony mérőrendszerhez jutunk, a rezisztív osztókéval vetekedő sávzélességgel. Kísérletünkben egy nagyfeszültségű generátorral egy ún. elején levágott lököimpulzust (front-chopped lightning impulse) generáltunk úgy, hogy egy szikraközzel rövidebbre zártuk a növekvő feszültséget egy adott szinten (20. ábra). Ez a hirtelen jelváltás nagyfrekvenciás tartományban biztosít jó vizsgáló jelet szigetelők teszteléséhez

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

(pl. transzformátorok szigetelése). A vizsgált csillapított kapacitív osztó mellett egy nagy pontosságú, kalibrációs mérésekre kifejlesztett rezisztív osztót alkalmaztunk referencia méréshez. Mivel a referencia osztó rezisztív, csökkentett jelszinten végeztük a mérést (kb. 60 kV csúcsérték). Az így csillapított jeleket egy digitális oszcilloszkópon jelenítettük meg, ill. ez szolgált a digitalizálásra is.

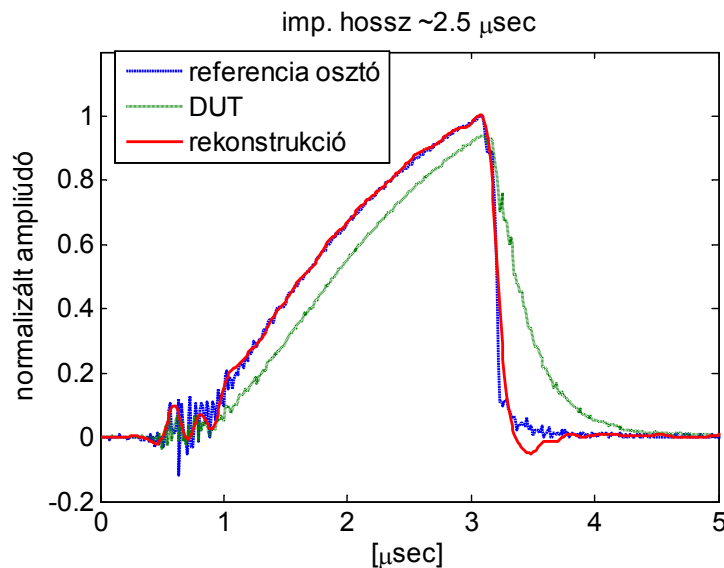


20. ábra Mérési elrendezés nagyfeszültségű lököimpulzus mérésére.

A vizsgált osztó (Divider Under Test) frekvenciatartománybeli identifikálása után nyílik lehetőség a torzulás dekonvolúcióval történő csökkentésére. A rosszul kondicionált feladat regularizálására Tyihonov 3 paraméteres inverz szűrési algoritmusát választottam:

$$K(f) = \frac{H(f)}{|H(f)|^2 + \lambda + \gamma|L(f)|^2 + \delta|L(f)|^4} \quad (69)$$

A csillapított kapacitív osztóval mért, majd abból rekonstruált jelalakot, továbbá a referenciaosztóval mért jelalakot mutatja a 21. ábra. A jelszinteket a referenciaosztóval mért jel csúcsértékére normáltam, hogy a hiba könnyen leolvasható legyen. Az inverz szűréssel rekonstruált jel igen közel fut a referenciaosztóval mérthez. A jel fontos paraméterei (felfutási és lefutási idő, csúcsérték stb.) jóval pontosabban mérhetők, mint a vizsgált csillapított kapacitív osztóval. Az inverz szűrés paramétereit az általam javasolt automatikus paraméteroptimalizálással állítottam be. Ezek a következőképpen alakultak:  $\lambda = 0.0027$ ,  $\gamma = 2.3$ ,  $\delta = 385$ .

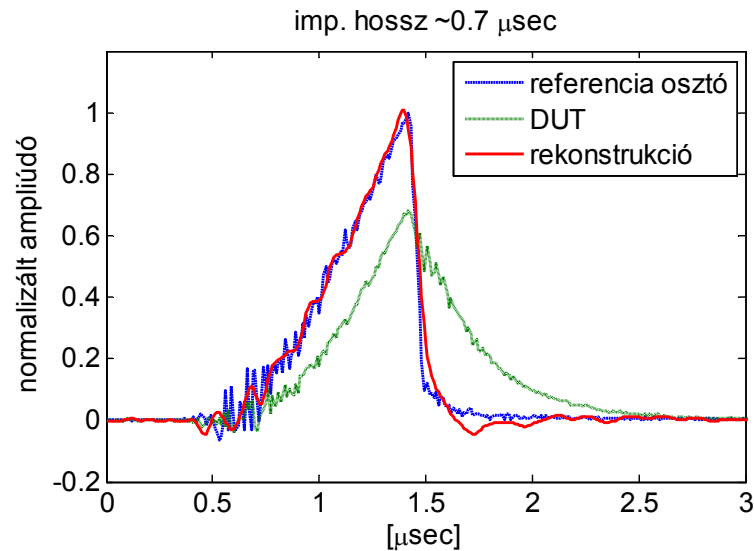


21. ábra Nagyfeszültségű lököimpulzus mérések, (pulzus szélesség kb. 2.5 μsec).

Referencia osztóval, a vizsgált csillapított kapacitív osztóval (DUT) mért jelalakok, továbbá a vizsgált osztó jeléből rekonstruált jelalak.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

Amennyiben a szikraköz távolságát csökkentjük, a nagyfeszültségű jel felfutásának még korábbi szakaszában áthúzza a szikraköz, és levágja a jelet. Kb.  $0.7\ \mu\text{s}$ -ra csökkentett pulzusszélesség mellett mért jelalakokat mutatja a 22. ábra. A rekonstrukció hatékonysága itt még szembeötlőbb. A vizsgált csillapított kapacitív osztó mérése alapján meghatározott pulzus paramétereket csak nagy torzulással tudjuk mérni, míg a rekonstruált jel együtt mozog a referencia osztó jelével: csúcsérték hibája 32%, melyet a rekonstrukció 2.1%-ra csökkentett. Ugyanígy a felfutási idő hibája 17%-ról 1.4%-ra csökkent. A három paraméteres optimalizálás az alábbi inverz szűrő paramétereit adta:  $\lambda = 0.0013$ ,  $\gamma = 0.51$ ,  $\delta = 1.9$ .



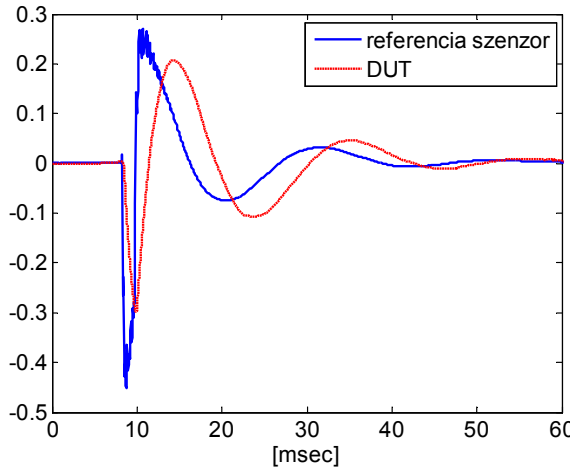
22. ábra Nagyfeszültségű lököimpulzus mérések (pulzus szélesség kb.  $0.7\ \mu\text{s}$ ).

Referencia osztóval, a vizsgált csillapított kapacitív osztóval (DUT) mért jelalakok, továbbá a vizsgált osztó jeléből rekonstruált jelalak.

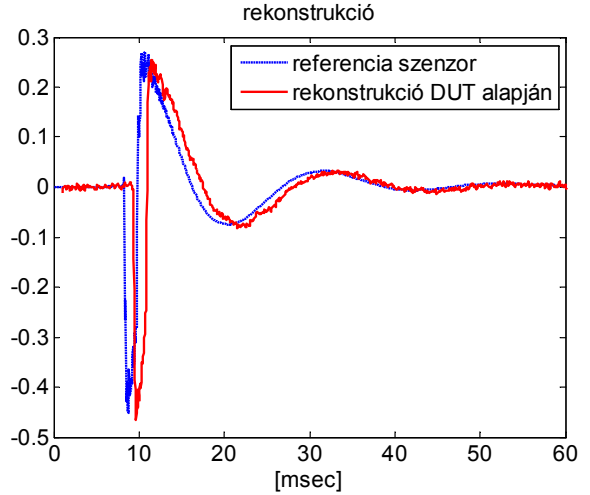
### A módszer alkalmazásai: gyorsulásmérő sávszélességének kiterjesztése

A következő kísérletben egy kis sávszélességű, differenciálkapacitásos MEMS gyorsulásmérő sávszélességét terjesztettem ki inverz szűrési módszerekkel. A vizsgált gyorsulásmérő: ADXL203 (Device Under Test, DUT). A referenciamérést egy Brüel&Kjaer nagy sávszélességű piezoelektromos gyorsulásmérő szolgáltatja (type 4399). Mindkét szenzort egy shaker-rel gerjesztettük laboratóriumi környezetben. A vizsgált gyorsulásmérő átviteli függvényét parametrikus identifikációval határoztam meg, elsőrendű aluláteresztő szűrőként modellezve az átvitelt. A modell paramétereit sok mérési ponthoz illesztettem, ahol a gyorsulásmérőt különböző frekvenciákon, szinuszos jellel gerjesztettem (identifikációs fázis). A mérési fázisban impulzusszerű gerjesztést alkalmaztam (nagy sávszélesség), kb.  $1.5\ \text{ms}$ -os impulzusszélességgel. A shaker az impulzusszerű gerjesztésre egy csillapított oszcillációval válaszol a saját mechanikai tehetetlensége miatt. A gyorsulásmérők ezt a csillapított oszcillációt mérik (23. ábra). Egyparaméteres Tyihonov féle regularizációt alkalmaztam inverz szűrésre. Az optimális paramétert a mérések alapján automatikusan állapítottam meg a javasolt paraméterhangolási technikával (24. ábra). A rekonstrukció igen sikeres, a referencia gyorsulásmérő jelétől alig tér el a kis sávszélességű gyorsulásmérő jele alapján tett becslés. Ez alapvetően a torzulás kis fokszámának (elsőfokú szűrő modell), és a moderált zajszintnek köszönhető.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



23. ábra Gyorsulásmérők mért jelei.  
DUT: ADXL203



24. ábra Gyorsulásmérő jelének  
rekonstruálása a DUT gyorsulásmérő jeléből  
(rekonstruált jel 1 msec-mal eltolva a  
láthatóság érdekében)

#### 3.5.2. Kétdimenziós jelek

Amennyiben az információ kétdimenziós tér függvényeként értelmezhető (pl. képfeldolgozás), a frekvenciafüggő torzulás egy kétdimenziós konvolúcióval írható le. Képek esetén az optika szférikus aberrációját, rosszul fókuszált kamerát [66], vagy a környezethez képest elmozdult kamerát modellezhetjük így [67]. A költségfüggvényt kétdimenziós jelekre felírva a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
 \text{cost} &= \sum_{i=0}^{N_i-1} \sum_{j=0}^{N_j-1} \left( x(i, j) - \hat{x}(i, j) \right)^2 = \frac{1}{N_k N_l} \sum_{k=0}^{N_k-1} \sum_{l=0}^{N_l-1} \left| X(k, l) - \hat{X}(k, l) \right|^2 \\
 &= \frac{1}{N_k N_l} \sum_{k=0}^{N_k-1} \sum_{l=0}^{N_l-1} \left| X(k, l) (1 - H(k, l) K(k, l, \underline{p})) \right|^2 \\
 &\quad + \frac{1}{N_k N_l} \sum_{k=0}^{N_k-1} \sum_{l=0}^{N_l-1} \left| N(k, l) K(k, l, \underline{p}) \right|^2 - \\
 &\quad - \frac{2}{N_k N_l} \sum_{k=0}^{N_k-1} \sum_{l=0}^{N_l-1} \underbrace{\left| X(k, l) (1 - H(k, l) K(k, l, \underline{p})) \right|}_A \underbrace{\left| N(k, l) K(k, l, \underline{p}) \right|}_B \cos(\varphi_{AB}(k, l, \underline{p})) \\
 &= \text{cost}_{\text{bias}} + \text{cost}_{\text{noise}} + \text{cost}_{\text{bias, noise}}.
 \end{aligned} \tag{70}$$

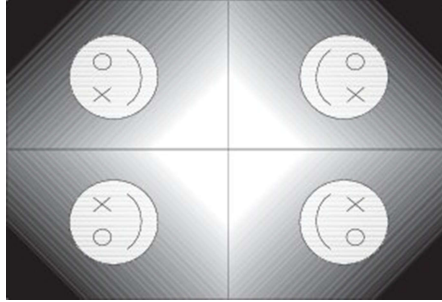
Az átviteli függvény kétdimenziós esetben ugyanúgy az impulzusválasz Fourier-transzformáltja, mint egy dimenzió esetén. Képfeldolgozásban az impulzusválaszt (súlyfüggvény) pont-szóródási függvénynek (pointspread function) nevezik, utalva arra, hogy még ideális esetben is egy elemi kis fényforrásnak az egy pixelnyi intenzitáscsúcsa helyett egy intenzitáseloszlást kapunk.

Bemutattam, hogy kétdimenziós esetben is ugyanúgy elhanyagolható a költségfüggvény harmadik, vegyes tagokat tartalmazó komponense, és a zajspektrum, ill. jelspektrum abszolút értékének megfelelő becslésével a négyzetes hibára jó becslés adható, amivel a regularizáló paraméter automatikus beállítása elvégezhető [DT7], [DT45]:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$\begin{aligned} \text{cost}^* = & \frac{1}{N_k N_l} \sum_{k=0}^{N_k-1} \sum_{l=0}^{N_l-1} |X_{\text{model}}(k, l)|^2 |1 - H(k, l)K(k, l, \underline{p})|^2 + \\ & + \frac{1}{N_k N_l} \sum_{k=0}^{N_k-1} \sum_{l=0}^{N_l-1} |N_{\text{model}}(k, l)|^2 |K(k, l, \underline{p})|^2. \end{aligned} \quad (71)$$

A jelek spektrális modellezése ugyanazzal a technikával történhet, mint egydimenziós jelek esetén (ld. előző fejezet). Extra figyelmet kell azonban fordítanunk arra, hogy a DFT jó becslője legyen a folytonos jel spektrumának. Egydimenziós jelek esetén ezt azzal segítettük elő, hogy a mintaregisztrátum hosszát úgy választottuk meg, hogy tranziens jel esetén a jel egy adott DC szintről induljon, majd oda adott hibahatáron belül végleg visszatérjen. Periodikus jelek esetén egész periódusra választjuk a regisztrátum hosszát. Amennyiben a kétdimenziós jel egy fénykép, ez a feltétel ritkán biztosítható. A jelünk tipikusan nem periodikus, és a kép átellenes élei eltérő intenzitást tartalmaznak. A DFT alapvetően periodikus jelet feltételez. A DFT tartományban elvégzett szűrés ennek megfelelően egy cirkuláris konvolúciónak felel meg. Egydimenziós tranziens jelek esetén a regisztrátum nullákkal való kiegészítése (zero padding) egy szokásos eljárás a DFT kiszámítása előtt, hogy a konvolúció cirkularitása ne okozzon gondot. Fényképek esetén a zero padding (vagy konstanssal való kiegészítés) nem segít, mert így továbbra is ugrás marad a kép átellenes éleinek intenzitásai között. Egy dimenziós esetben ugrás jellegű jelek esetére Nahman és Gans javasolt egy jelkiterjesztést, mely a jel tükrözött és eltolts változatának a jelregisztrátum mögé való illesztését tartalmazta a nullákkal való kiegészítés helyett [68]. Képekre ezt az ötletet vihetjük tovább az alábbi tükrözésekkel:



25. ábra Nahman-Gans kiterjesztés általánosítása kétdimenziós jelekre.

### ***Szimulációs eredmények***

Ellenőrizzük a paraméteroptimalizálás hatékonyságát szimulációs környezetben, ahol az adott regularizáló operator esetén elérhető legjobb rekonstrukciót is ki tudjuk számítani, hiszen a szimulációban össze tudjuk vetni az ideális torzulatlan képpel a becslést. Einstein szürkeárnyaltos fényképét 512x512 pixeles méretben és 8 bites intenzitásmélységben szkennelve állítottam elő az ideálisnak feltételezett képet. Ezt egy Gauss eloszlású pontszóródási függvényvel konvolváltam (5 pixel szórás), majd egyenletes eloszlású zajt kevertem a képhez. A zaj amplitúdója 1 LSB (8 bit esetén 1/256-od a teljes kivezérléshez képest). A torzulás egy rosszul fókuszált kameraképet szimulál. Az eredeti és a torzult, zajos képet a 26. ábra mutatja.

Inverz szűrőnek Tyihonov módszerét választottam, melynél a regularizáló operátor a becsült jel simasága:

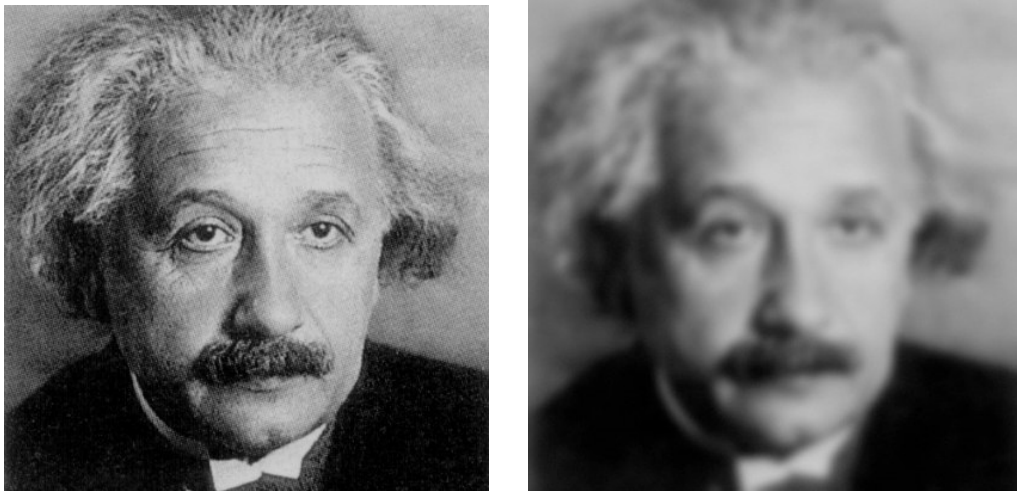
$$K(k, l, \gamma) = \frac{H(k, l)^*}{|H(k, l)|^2 + \gamma |D(k, l)|^2}, \quad (72)$$

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ahol  $D(k, l)$  a kétdimenziós másodrendű differenciaoperátor kétdimenziós DFT-je. A fenti példánál csak egy paraméterrel hangoljuk a regularizáció módját és mértékét. Természetesen az algoritmus működik kétdimenziós jelek és több regularizáló paraméter együttes hangolása esetén is. Amennyiben a regularizáló paramétert nagyon nagyra választjuk, egy sima, kis intenzitásugrásokat tartalmazó becsléshez jutunk, mely az eredeti kép finom részleteit nem adja vissza, ellenben a zaj nagymértékben ki van szűrve. A másik véglet, amikor nagyon kis regularizáló hatást állítunk be. Ebben az esetben a mérési zaj erősödik fel nagy mértékben (27. ábra).

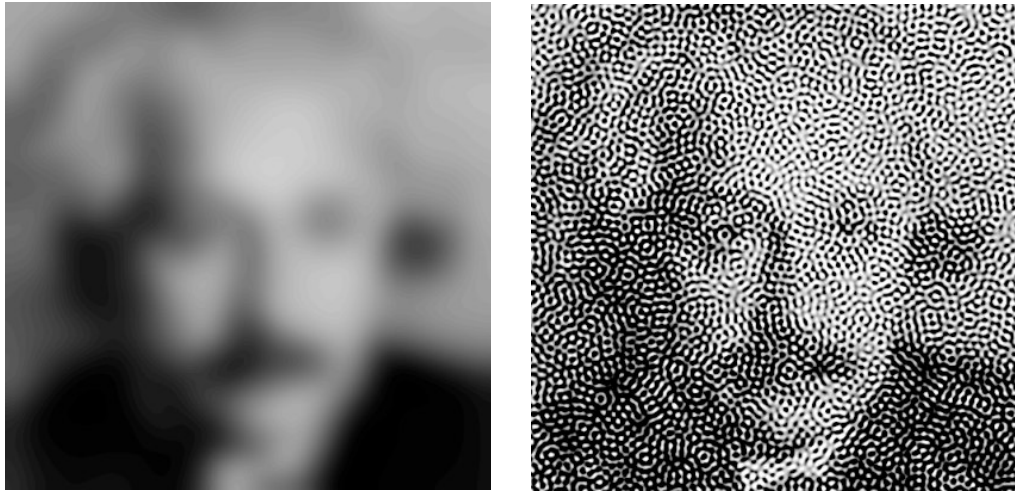
Itt jegyzem meg, hogy képfeldolgozásnál az intenzitást 8 bites színmélység esetén a 0..255 értékek között tartjuk, ez fedti le a fehértől a feketéig a teljes intenzitásskálát. Amennyiben ezen értelmezési tartományon kívül esik a becslés, két lehetőségünk van az értelmezési tartományba való beszűkítésre. Az egyik a jel összenyomása (dinamikakompresszió), a másik a túlsorduló részek levágása. Én a példában a vágást alkalmaztam. Ennek érdekessége, hogy kis regularizációs hatás mellett is a vártnál élesebben kirajzolódik az eredeti kép. A felerősödött mérési zaj ezt nem fedi el, mert a limiter alapvetően a zajt vágja. Ez a limiter tehát önmagában is regularizáló operátorként működik (27. ábra jobboldali kép).

Az általam javasolt spektrális modell-alapú paraméteroptimalizációs algoritmus egy olyan rekonstrukcióhoz vezet, mely kompromisszum a torzulás és zajelnyomás között (28. ábra). Ugyanezen ábrán látjuk azt a rekonstrukciót, ami az elvi optimum, tehát az adott regularizáló operátor és zajregisztrátum esetén elérhető legkisebb négyzetes hibát eredményező becslés. (Ezt csak szimulációban tudjuk meghatározni, ahol ismert az eredeti torzulatlan jel is.) A becsült és elvi optimum esetén a bemeneti négyzetes hiba: 0.0154 ill. 0.0152. Látható, hogy az automatikus paraméteroptimalizálás az elvi optimumhoz kellően közeli becslést adott. (Az iménti szimulációs kísérlet azt hivatott alátámasztani, hogy az automatikus paraméterállítás helyesen működik. Nem kíván optimális képfeldolgozási algoritmust bemutatni, csupán az adott módszer vagy regularizáló operátor által meghatározott lehetőségek között keresi a legjobbat.)

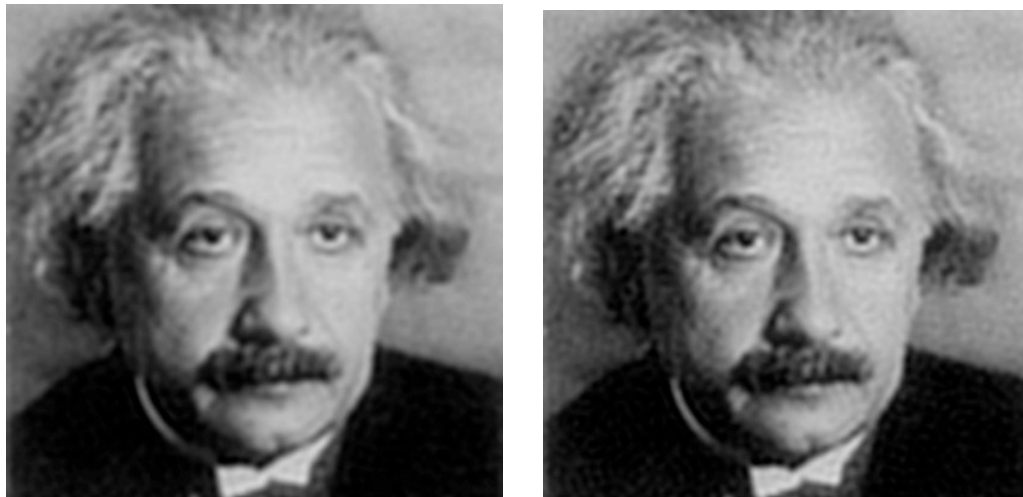


26. ábra Torzulatlan eredeti kép (baloldali kép), torzult zajos kép (jobboldali kép)

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



27. ábra Rekonstrukció túlregularizálás (baloldali kép) és alulregularizálás (jobboldali kép) esetén



28. ábra Rekonstrukció modellbázisú automatikus paraméterállítással (baloldali kép) és az elméleti optimum (jobboldali kép)

### 3.5.3. Ki- és bemeneti zaj együttes kezelése

A rendszeridentifikáció és a jelút-kompenzáció matematikailag ugyanannak az egyenletnek a megoldása (konvolúciós integrál visszafejtése), azzal a különbséggel, hogy míg a jelút-kompenzáció esetén a rendszer súlyfüggvényét tekintjük ismertnek, és a gerjesztő jelet becsüljük, addig a rendszeridentifikációnál a gerjesztő jelet tartjuk kézben, és a súlyfüggvényt becsüljük. További különbség, hogy rendszeridentifikációnál tipikusan a gerjesztő jelet is mérjük, ezáltal mind kimeneti, mind bemeneti zajt feltételezünk.

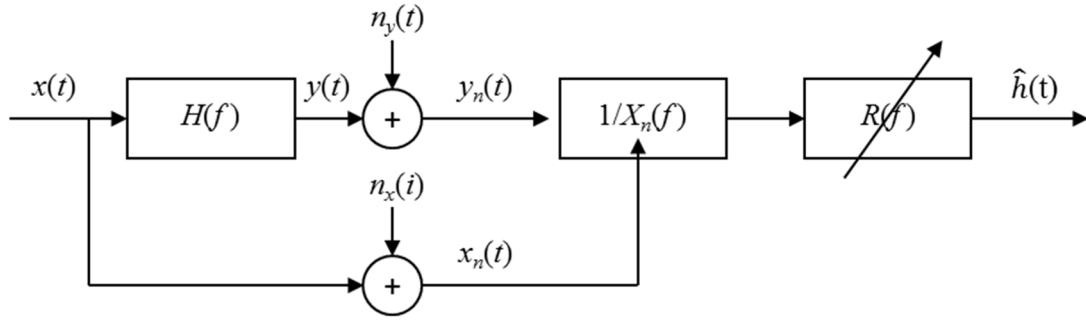
A frekvenciatartományban felírva a becslőt a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}\hat{H}(f) &= \frac{Y_n(f)}{X_n(f)} R(f) = \frac{(X(f) + N_x(f) - N_x(f))H(f) + N_y(f)}{X(f) + N_x(f)} R(f) = \\ &= H(f)R(f) + \frac{N_y(f) - N_x(f)H(f)}{X(f) + N_x(f)} R(f) = H(f)R(f) + \frac{N_{eq}(f)}{X_{eq}(f)} R(f),\end{aligned}\quad (73)$$

ahol a nagybetűk a megfelelő jelek diszkrét Fourier-transzformáltjait jelölik,  $R(f)$  pedig a regularizáló szűrő, mely a zajt csillapítja. A be- és kimeneti zajt is tartalmazó modellt ezzel visszavezettük egy csak kimeneti zajt tartalmazó modellre, ahol az ekvivalens kimeneti zajt jelöli  $N_{eq}(f)$ , a konvolúció ekvivalens magfüggvényét pedig  $X_{eq}(f)$ :

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

$$N_{eq}(f) = N_y(f) - N_x(f)H(f), \quad X_{eq}(f) = X(f) + N_x(f). \quad (74)$$



29. ábra Nem parametrikus rendszeridentifikáció modellje.

Az ábrán  $\hat{h}(t)$  a rendszer becsült súlyfüggvényét,  $R(f)$  pedig a regularizációt,  $n_x(i)$  ill.  $n_y(i)$  a gerjesztés és a rendszer kimenetének mérési zaját jelöli.

A 3.5.1 fejezet kifejtésében leírtakhoz hasonlóan ismét felírhatjuk a dekonvolúció hibáját:

$$\begin{aligned} \text{cost} &= T_s \sum_{i=0}^{N_f-1} \left( h(i) - \hat{h}(i) \right)^2 = \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| H(k) - \hat{H}(k) \right|^2 = \\ &= \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| H(k) \left( 1 - X_{eq}(k)K(k, \underline{p}) \right) \right|^2 + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| N_{eq}(k)K(k, \underline{p}) \right|^2 - \\ &\quad - \frac{2T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \underbrace{\left| H(k) \left( 1 - X_{eq}(k)K(k, \underline{p}) \right) \right|}_A \underbrace{\left| N_{eq}(k)K(k, \underline{p}) \right|}_B \cos(\varphi_{AB}(k, \underline{p})) \\ &= \text{cost}_{bias} + \text{cost}_{noise} + \text{cost}_{bias, noise}. \end{aligned} \quad (75)$$

Az ekvivalens zaj spektrumának abszolút értéke a következőképpen alakul:

$$\begin{aligned} |N_{eq}(f)|^2 &= |N_y(f) - H(f)N_x(f)|^2 \\ &= |N_y(f)|^2 + |H(f)N_x(f)|^2 \\ &\quad - 2|N_y(f)||H(f)N_x(f)| \cos(\varphi_{N_y}(f) - \varphi_{HN_x}(f)). \end{aligned} \quad (76)$$

Itt az utolsó koszinuszos tagról nincs sok információnk. Két lehetőségünk van. Az egyik, hogy a koszinuszt majoráljuk +1-gyel vagy -1-gyel. A másik, hogy elhanyagoljuk a tagot. Ez utóbbit fogom követni, tekintettel arra, hogy a zajnál jó feltételezés, hogy a spektrumának fázisa egyenletesen oszlik el a teljes körön, így koszinuszának várható értéke nulla lesz.

A (75) szerinti költségfüggvényt két lépésben közelítjük. Elhanyagoljuk a  $\text{cost}_{bias, noise}$  tagot, és az ekvivalens zaj spektrum modelljében a (76) koszinuszos tagját:

$$\begin{aligned} \text{cost}^* &= \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |H_{\text{model}}(k)|^2 \left| 1 - X_n(k)K(k, \underline{p}) \right|^2 + \\ &\quad + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left( |N_{y, \text{model}}(k)|^2 + |N_{x, \text{model}}(k)|^2 |H_{\text{model}}(k)|^2 \right) |K(k, \underline{p})|^2. \end{aligned} \quad (77)$$

Az ekvivalens bemeneti jel spektrumát nem szükséges modellezni, hiszen ez maga a mért zajos bemenet ( $X_n(f)$ ). A bemeneti és kimeneti zajmodelleknél csak a spektrumok abszolút értékére van szükségünk. Az esetek nagy részében fehér zajt feltételezhetünk, és a zajszintet a mérések spektrumából tudjuk automatikusan kinyerni (spektrum abszolút érték-négyzetének zárótartománybeli átlagolása), hasonlóan a 3.5.1 fejezetben leírtakhoz. A

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

különbség itt annyi, hogy a kimeneti zaj mellett megjelenik a bemeneti zaj is. Az átviteli függvény abszolút értékének modelljét szintén a 3.5.1 fejezetnek megfelelően, egy iteratív eljárás segítségével határozom meg. A kezdeti becslést  $|H_{model}(f)|_0 = \left| \frac{Y_n(f)}{X_n(f)} \right|$ , vagy ennek minimálisan regularizált változata adja. A (77) költségfüggvényt  $\underline{p}$  paraméterhalmaz szerint minimalizáljuk, mely egy becslést ad a súlyfüggvény adott modellek melletti optimális regularizációs paramétereire. Ezen súlyfüggvény Fourier-transzformáltjának abszolút értéke szolgáltatja a következő iterációs lépéshez a modell becslőjét:

$$|H_{model}(f)|_{m+1} = \left| \frac{Y_n(f)}{X_n(f)} R(f, \underline{p}_m) \right|. \quad (78)$$

Az iterációt addig folytatjuk, amíg a regularizációs paraméterek be nem állnak (tipikusan 5-10 lépés). A stabilizálódott paraméterek adják a nem parametrikus identifikáció regularizáló operátorainak becsült optimumát:

$$\hat{H}(f) = Y_n(f) K(f, \underline{p}_{végleges}) = \frac{Y_n(f)}{X_n(f)} R(f, \underline{p}_{végleges}). \quad (79)$$

### A módszer alkalmazásai: oszcilloszkóp identifikálása

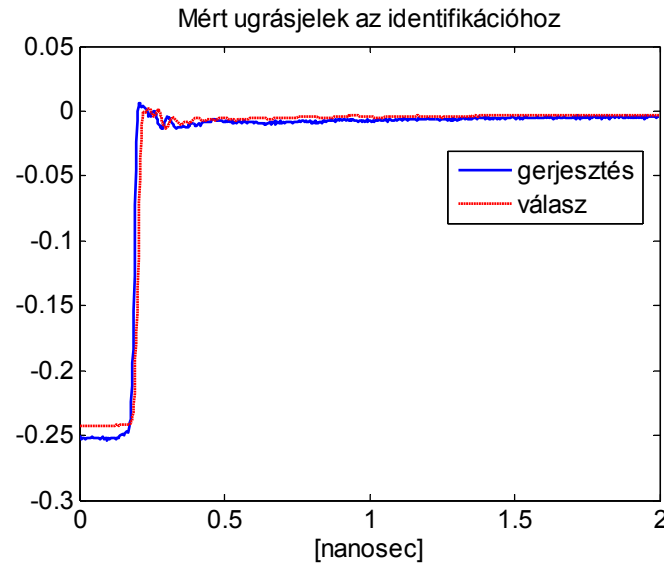
#### *NIST – ultragyors mintavéző oszcilloszkóp*

Egy ultragyors mintavételező oszcilloszkóp bemeneti csatornájának identifikálásán fogom bemutatni a javasolt módszer hatékonyságát. A méréseket az USA elsődleges hitelesítő laboratóriumában, az NIST-nél (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, USA) végeztük, ahol az én feladatom a többparaméteres automatikus inverz szűrési módszerem implementálása, az adott környezethez való adaptálása és továbbfejlesztése volt.

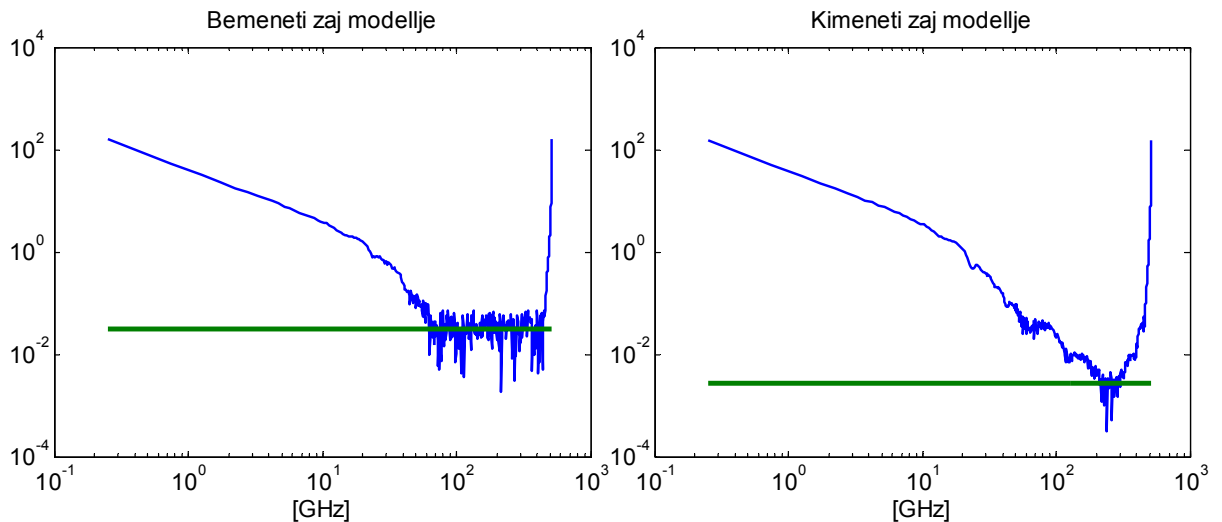
A mintavéző oszcilloszkóp ún. ekvivalens mintavételi üzemmódban működik, 512 GHz-es ekvivalens mintavételi frekvencián. Ez 2 psec mintavételi időnek felel meg. (Ennyi idő alatt a fény kb. 0.6 mm utat tesz meg.) A tényleges mintavételi frekvencia csak néhány száz kHz, de a mintavétel időzítésének pontosságát 2 psec nagyságrendjében kell biztosítani. A mintavéző rendszer sávszélessége bemeneti fokozattól függően 20-50 GHz.

Az identifikációhoz alkalmazott ugrásjeleket mutatja a 30. ábra. A jelek spektrumából a zajszintet automatikusan nyerem ki. A spektrum felső 25%-a zárótartománynak tekinthető. A spektrum ezen részének átlagolásával kaphatunk jó becslést a zajszintre, amiből fehér zajt feltételezve adódik a zajmodell (31. ábra). A (74) szerinti ekvivalens kimeneti zajmodellt a bemeneti zaj kimenetre transzformálásával, majd ennek a kimeneti zajjal való szuperponálásával nyerjük (32. ábra). Az automatikus paraméteroptimalizálással nyert átviteli függvény becslését mutatja a 33. ábra, abban az esetben, ha figyelembe vesszük a bemeneti és kimeneti zajokat is, illetve ha csak a kimeneti zajt modellezzük. A 80 GHz körüli irreális kiemelésből látható, hogy a bemeneti zaj modellezésének elhagyása jelentősen félrehúzza a becslést. Mindkét zaj együttes modellezése helyes átviteli függvény becslőt eredményez.

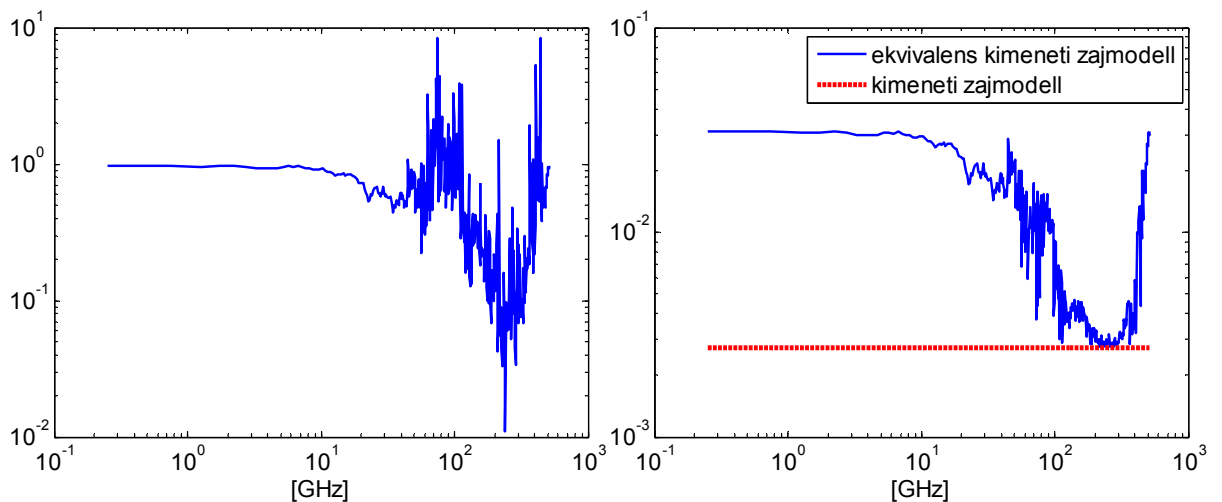
## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



30. ábra Identifikációhoz alkalmazott ugrásjel és az arra adott válasz ultragyors mintavételező oszcilloszkóp esetén (mérések az NIST-nél).

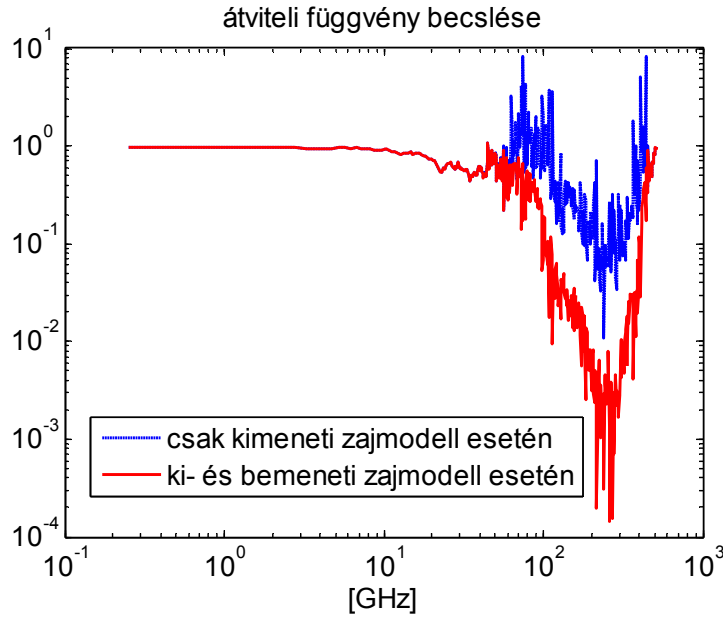


31. ábra Mért jelek spektrumai (absz. érték, kék vonal) és a zajmodellek (zöld vonal).  
Gerjesztőjel spektruma (absz. érték) és bemeneti zajmodell (baloldali ábra)  
Rendszerválasz spektruma (absz. érték) és kimeneti zajmodell (jobboldali ábra).



32. ábra Az átviteli függvény kiinduló becslése (baloldali ábra),  
és az ekvivalens zajmodell (jobboldali ábra).

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



33. ábra Átviteli függvény becslése csak kimeneti, illetve ki- és bemeneti zajt is modellezve (absz. értékek).

### 3.5.4. Rendszeridentifikáció és rekonstrukció: két egymás utáni dekonvolúciós lépés

A dekonvolúció általában feltételezi, hogy a rendszer torzulását (súlyfüggvény vagy átviteli függvény) pontosan ismerjük. A valóságban ez is az identifikációs mérések alapján számolt becslés. Maga az identifikáció is egy dekonvolúció. A jelrekonstrukció tehát két egymás utáni dekonvolúcióból áll. Amennyiben parametrikus regularizálást alkalmazunk a mérési zajok csillapítására (rosszul kondicionáltság kezelésére), az identifikációs lépésnél alkalmazott regularizáció mértéke nyilvánvalóan hat a jelrekonstrukcióra. Megvizsgáltam, hogy hogyan hat az identifikációnál elkövetett hiba a jelrekonstrukcióra. Az eddig megszokott jelöléseket használva  $x$  a gerjesztőjel,  $n$  a megfigyelési zaj,  $z$  a zajos és torz megfigyelés,  $\hat{H}$  a rendszer súlyfüggvénye. A nagy betűk a megfelelő jelek Fourier-transzformáltjait jelölik, a  $\hat{\cdot}$  pedig az adott jel becslőjére utal. Figyelembe véve, hogy a rekonstrukció során a rendszer átviteli függvényének csak egy becslőjét ismerjük, a következőt kapjuk a jelrekonstrukcióra:

$$\begin{aligned} Z(f) &= X(f)H(f) + N(f), \\ \hat{X}(f) &= Z(f)K(\hat{H}(f), f) = X(f)H(f)K(\hat{H}(f), f) + N(f)K(\hat{H}(f), f). \end{aligned} \quad (80)$$

Ahhoz, hogy a rendszer átviteli függvényének becslésénél elkövetett hiba hatását jól tudjuk követni, bontsuk két részre az inverz szűrőt: először az átviteli függvénnyel osszunk (output error kritérium megoldása), majd ezután alkalmazzunk egy regularizáló szűrőt:

$$\hat{X}(f) = \frac{X(f)H(f) + N(f)}{\hat{H}(f)} R(\hat{H}(f), f), \quad (81)$$

ahol  $R(f)$  a regularizáló szűrő. A fenti felírásból az látszik, hogy ahogy növeljük a zajelnyomás mértékét a rendszeridentifikációs fázisban  $\hat{H}(f)$  becslőjénél, úgy rontjuk a jelrekonstrukciós probléma kondicionáltságát, hiszen a nevező (81)-ben egyre kisebb lesz. Ez akkor is igaz, ha az identifikációs fázisban csak a zárótartományban alkalmazunk nagy zajelnyomást, ahol egyébként sem lenne sok esélyünk a jel rekonstruálására. A jelrekonstrukciós fázisban ugyanis ennek inverzével erősödik a zaj.

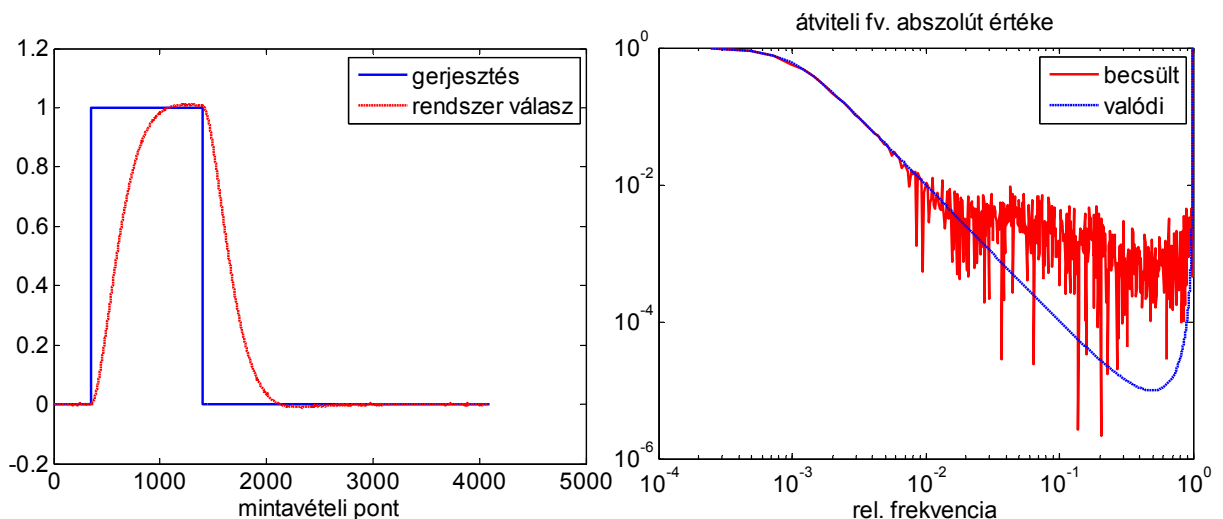
### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

Létezik egy olyan globális optimum, mely az identifikáció és a rekonstrukció regularizálásának mértékeit a jelrekonstrukció szempontjából optimalja. Ez nem feltétlenül egyezik meg a tökéletes identifikáció, majd egy tökéletes rekonstrukció egymás utáni lépéseivel. A kérdés az, hogy ha a rendszeridentifikáció regularizálásnak mértékét csak pontatlanul tudjuk megállapítani, melyik irányba tévedjünk inkább? Az alul- vagy a túlregularizált irányba? A fenti okfejtés mentén a válaszuk az, hogy egyértelműen az alulregularizált irányba. Ennek azért van jelentősége, mert a mérnökök az identifikáció során tipikusan addig növelik a regularizáció mértékét, amíg sima jelet nem kapnak súlyfüggvényként, vagy a frekvenciatartományban monoton csökkenést nem látnak a zárótartomány átvitelében. Gyakran ekkor már az átmeneti tartományban olyan torzulás jelentkezik, ami a helyes jelrekonstrukciót ellehetetleníti. Nézzük meg ezt szimulációs példán!

#### A módszer alkalmazásai: szimulációs eredmények

Egy másodrendű aluláteresztő rendszert szimulálok, melyet a rendszeridentifikációhoz egy adott szélességű pulzussal gerjesztek (identifikációs fázis). A mérési fázisban két Gauss alakú pulzus torzulását fogom vizsgálni. Tyihonov egyparaméteres regularizációját alkalmazom mind a rendszeridentifikációs fázisban, mind a jelrekonstrukció során. A jelrekonstrukció szempontjából optimális zajelnyomást a szimuláció esetén ki tudjuk számolni: az a regularizáló paraméter az identifikációs fázisban, ami a legjobb jelrekonstrukciót teszi lehetővé. Az időtartománybeli jeleket és az optimális identifikációt mutatja a 34. ábra. Az optimális identifikációnál látható, hogy az a záró tartományban nem próbálja meg nagymértékben elnyomni az identifikáció mérési zaját. A mérnöki reflex az, hogy a zajelnyomás mértékét úgy választjuk meg, hogy a zárótartományban is kb. ugyanazzal a levágási meredekséggel csillapodjon az átviteli függvény, mint az előtte lévő, még zajmentes tartományban. Ez azonban már az optimálisnál rosszabb kondicionáltságot jelent jelrekonstrukció számára.

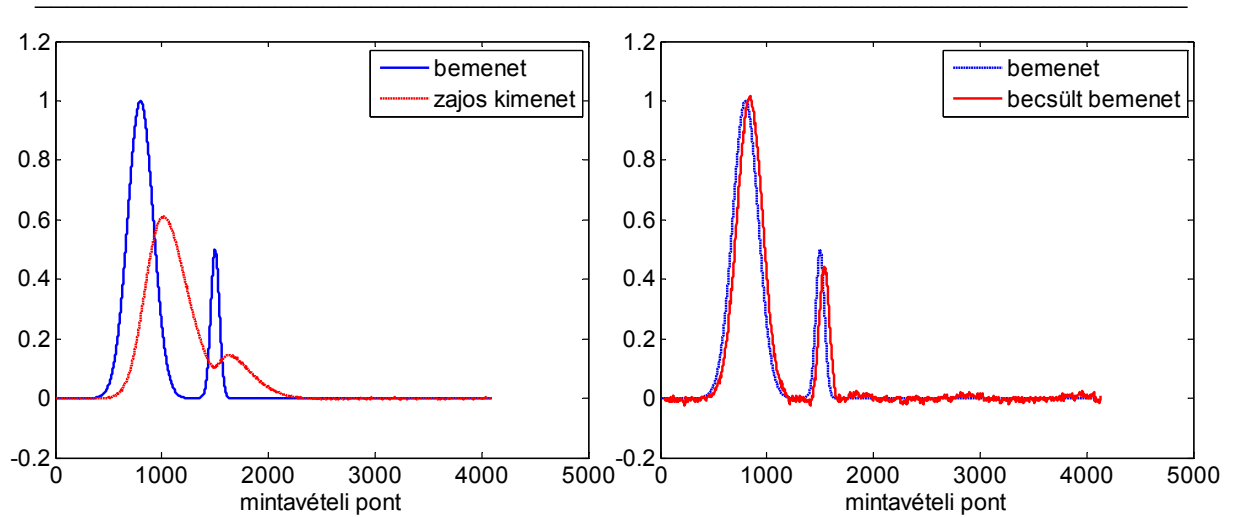
A mérési fázisban két Gauss alakú pulzus rekonstrukcióját kísérelem meg. Az optimális identifikáció felhasználásával az adott inverz szűrő esetén elérhető legjobb rekonstrukciót mutatja a 35. ábra.



34. ábra Rendszeridentifikációhoz használt gerjesztő- és válaszjel (baloldali ábra)

A rendszer valódi, és identifikált átviteli függvénye (jobboldali ábra). Az identifikációnál alkalmazott regularizáció mértékét a jelrekonstrukció szempontjából optimális paraméterre állítottam be.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



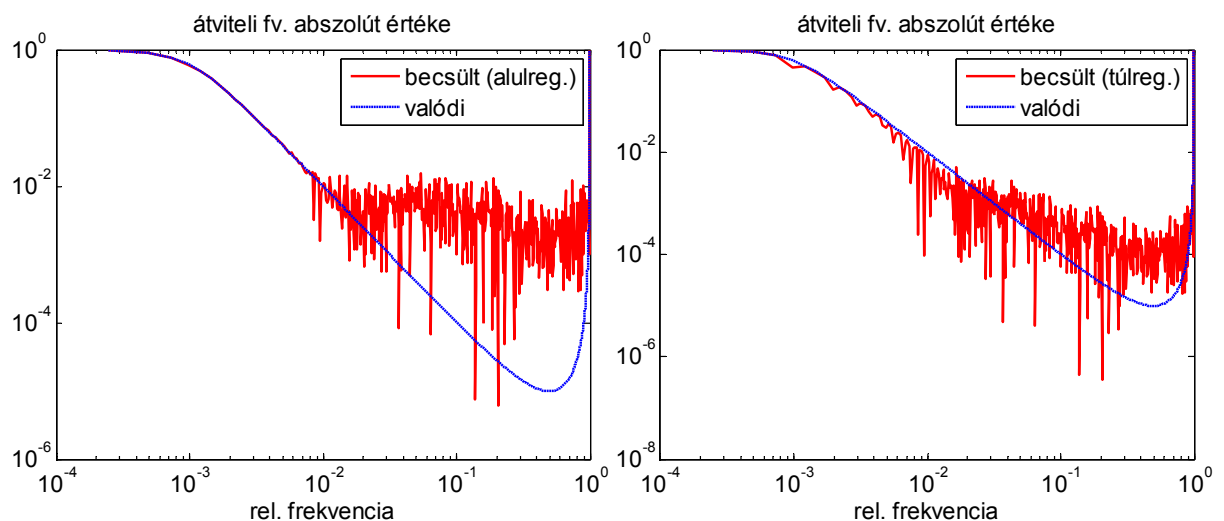
35. ábra Jelrekonstrukcióhoz gerjesztőjel és torzult ill. zajos válasz (baloldali ábra)  
Rendszer kimenete alapján az optimális dekonvolúció (jobboldali ábra).

A láthatóság érdekében a jelek egymástól az időtengely mentén kicsit el vannak tolva.

Ezután vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha az identifikációs fázisban alul-, ill. túlregularizáljuk az átviteli függvény becslőjét. A 36. ábra mutatja az átviteli függvényeket, a 37. ábra az ezekkel nyerhető legjobb rekonstrukciót. (A legjobb rekonstrukciót a szimulációban numerikusan kerestem meg, nem automatikus módszerrel becsültem.) Az alulregularizált identifikáció sokkal kisebb mértékű változást eredményez a becslőben, mint a túlregularizálás.

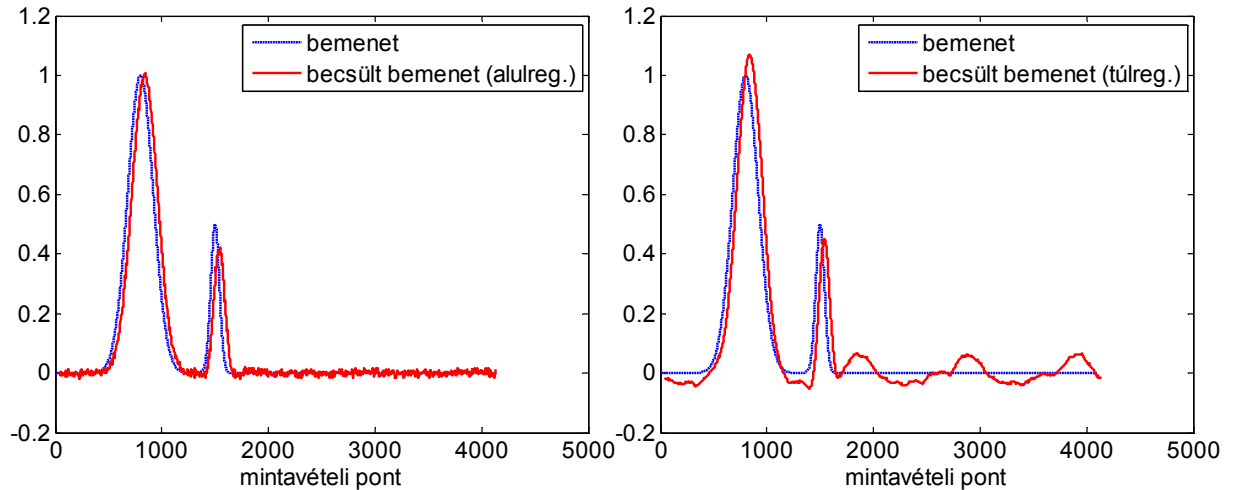
Jól mutatja ezt a jelrekonstrukció hibafelülete az identifikációs és a jelrekonstrukciós regularizálási paraméter (ill. annak logaritmusa) függvényében (38. ábra). Az identifikációs paraméter tengelyén a nagy értékek irányába elmozdulva a globális optimumtól a hibagörbe meredeken emelkedik, míg a kis számok irányába mozogva (alulregularizálás) mérsékelt növekedés után egy platón kb. állandósul a hiba mértéke.

Mindezek alapján a javaslat: identifikációs fázisban inkább regularizáljunk alul, mint túl.



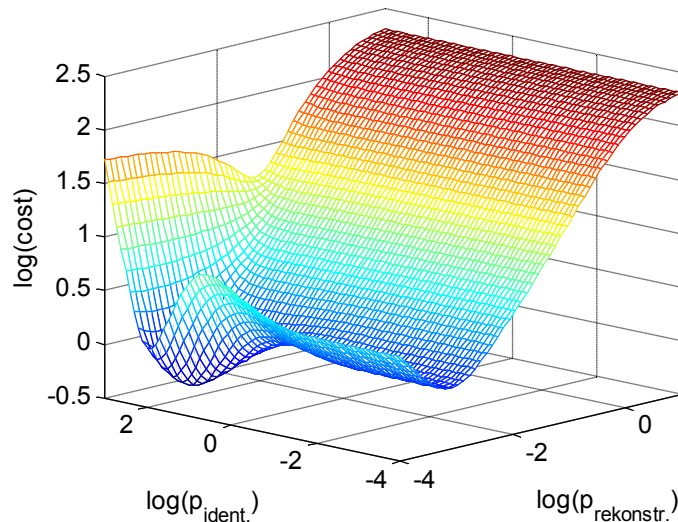
36. ábra Átviteli függvény abszolút értéke alulregularizált esetben (baloldali ábra),  
ill. túlregularizált esetben (jobboldali ábra).

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



37. ábra Optimális rekonstrukció az átviteli függvény alul- (baloldali ábra), ill. túlregularizálása esetén (jobboldali ábra).

A láthatóság érdekében a jelek egymástól az időtengely mentén kicsit el vannak tolva.



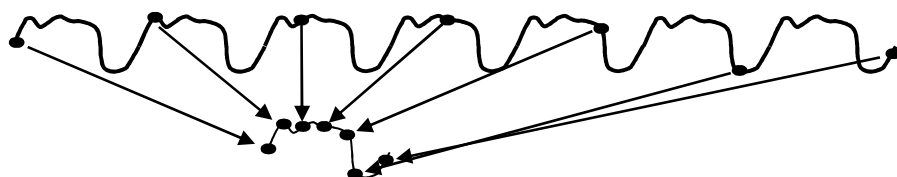
38. ábra Rekonstrukció négyzetes hibájának alakulása

az identifikáció és a rekonstrukció regularizáló paraméterének függvényében.

Az identifikáció túlregularizálása irányában a költségfüggvény meredekebben emelkedik, mint az alulregularizálás irányában.

#### 3.5.5. Az időzítés bizonytalanságának kezelése

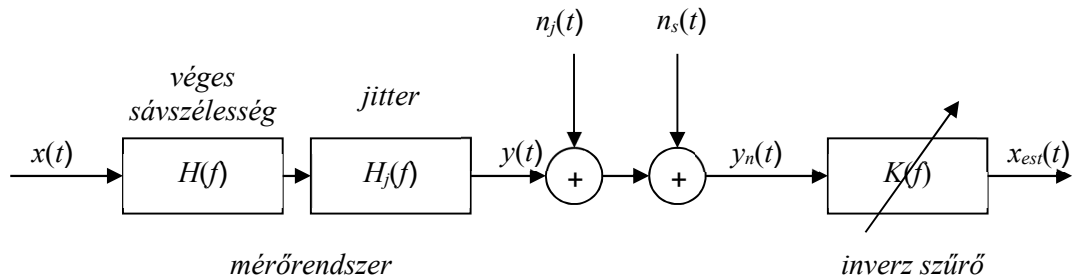
A következő algoritmus az ekvivalens mintavételezés minőségjavítását célozza meg. A mintavételi frekvencia növelésének vannak technológiai és gazdaságossági korlátai. Az ekvivalens mintavételezés ezeket a határokat terjeszti ki periodikus jelek esetén. Periodikus jelek esetén a jelet nem szomszédos mintáinként tapogatjuk le, hanem kihasználjuk azt a tulajdonságot, hogy a periodicitás miatt későbbi periódusokban is van ugyanilyen fázishelyzetű jel, és egy későbbi periódusból vesszük a következő mintát.



39. ábra Ekvivalens mintavételezés szemléltetése periodikus jelek esetén.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

Ezáltal nagyon nagy látszólagos (ekvivalens) mintavételi frekvencia érhető el, viszont extra pontos időzítésre van szükség a mintavétel időpillanatának megállapításában és a mintavétel tényleges végrehajtásában. Az időzítés bizonytalansága nem lehet nagyobb, mint a látszólagos (ekvivalens) mintavételi idő. A mintavétel időpillanatának bizonytalansága (jitter) egy nem stacionárius additív zajjal modellezhető (jel deriváltjától függő zaj, ld. pl. [69]). A mérést még egy, általában stacionárius zajkomponens is terheli (kvantálási zaj, elektromágneses interferenciák, termikus zaj, stb.). A kvantálási zaj hatásának csökkentése érdekében sok periódust szokás átlagolni. Ilyenkor a jitter hatása aluláteresztő szűrőként modellezhető, ahol a torzulást leíró súlyfüggvény a jitter időtartománybeli eloszlásának a valószínűség-sűrűségfüggvénye [70]. Ez, a nem stacionárius zaj mellett, egy jitterfüggő torzulást is visz a jelbe. A rendszer és a jelút-kompenzáció modellje így a következő ( $n_j(t)$  a nem stacionárius jitterfüggő zaj,  $n_s(t)$  pedig a stacionárius zaj az átlagolás után):



40. ábra Mérőrendszer és jelút-kompenzáció modellje ekvivalens mintavételező rendszerek esetén

Céлом a jitter torzító hatásának csökkentése dekonvolúcióval, és a kompenzáció bizonytalanságának származtatása. A becslő így fejezhető ki:

$$\begin{aligned} X_{est}(f) &= X(f)H(f)H_j(f)K(f) + N_j(f)K(f) + N_s(f)K(f) = \\ &= X(f) + \underbrace{X(f)(H(f)H_j(f)K(f) - 1)}_{bias} + \underbrace{N_j(f)K(f) + N_s(f)K(f)}_{noise}, \end{aligned} \quad (82)$$

ahol *bias* a torzulás, *noise* a sztochasztikus tagot jelöli. A zajszintek becslésénél ugrásjellegű gerjesztést feltételezek. Ez az ultragyors oszcilloszkópok és más nagyfrekvenciás eszközök kalibrálásánál szokásos. A beállási idő (settling time) után a jel jórészt csak stacionárius zajt tartalmaz, a jitter hatása elhanyagolható. A stacionárius zaj varianciája becsülhető ezen rész adott időpillanatában vett korrigált tapasztalati szórásnégyzetével ( $std\_n_s^2(t_{topline})$ ). Az ugrásrész meredek felfutása mind stacionárius, mind jitterfüggő zajt tartalmaz. Ezen részből nyert tapasztalati szórásnégyzet adja a két zaj együttes varianciájának becslőjét ( $std\_n_o^2(t_{edge})$ ). Mindkét esetben a varianciabecslőt a periodikus jel adott időpillanatban, különböző mintaregisztrátumokból vett jelsorozatból származtatjuk. A két zaj független egymástól, így a jitter okozta amplitúdó zaj szórására a következő becslő adható:

$$std\_n_j(t_{edge}) = \sqrt{std\_n_o^2(t_{edge}) - std\_n_s^2(t_{topline})}, \quad (83)$$

ahol  $t_{edge}$  a felfutó él-,  $t_{topline}$  a beállítás utáni tetővonal jelszakaszok egy adott időpillanatát jelölik,  $std\_n$  pedig a szórás becslője. (Itt a jitter okozta zaj szórását nullának becsüljük, amennyiben a tetővonal szórására nagyobb érték adódna, mint a felfutó élére.) A jitter okozta zaj extrapolálását az időtartományban a jel deriváltja alapján teszem meg:

$$std\_n_j(i) = diff\{y_n(i)\} \frac{std\_n_j(t_{edge})}{diff\{y_n(i)\}|_{t_{edge}}}, \quad (84)$$

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

ahol  $diff$  a középpontosan számított véges differenciát jelöli. A következő lépés ennek a szórásnak az inverz szűrő kimenetére való transzformálása:

$$std\_n_{s,invfilt} = std\_n_s \sqrt{\frac{1}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |K(k)|^2}, \quad std\_n_{j,invfilt}[i] = \sqrt{std\_n_j^2(i) * k^2(i)}, \quad (85)$$

ahol  $k(i)$  az inverz szűrő súlyfüggvényét,  $*$  pedig a konvolúciót jelöli. Mivel a két zaj független egymástól, a szórások négyzetesen összegezhetők. Ezek alapján az adott konfidenciaszintnek megfelelő bizonytalansági sáv a következő:

$$uncert\_x_{est,invfilt}(i) = b \sqrt{std\_n_{s,invfilt}^2 + std\_n_{j,invfilt}(i)^2}, \quad (86)$$

ahol  $uncert\_x_{est,invfilt}(i)$  a jelrekonstrukció bizonytalansága. A  $b$  szorzó faktor hordozza azt az információt, hogy milyen konfidenciaszintnek feleltetjük meg a bizonytalansági sávot.

### A módszer alkalmazásai: szimulációs eredmények

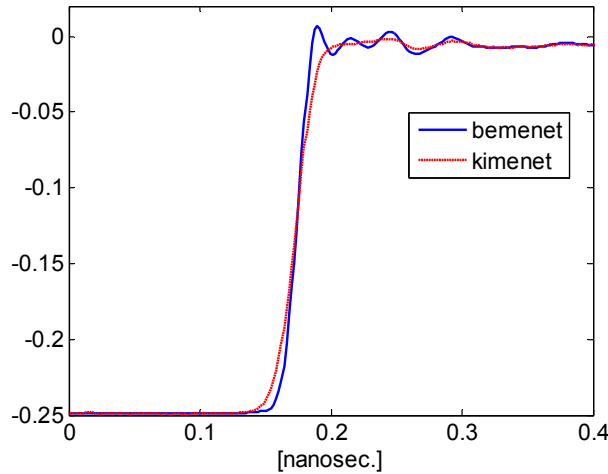
Oszcilloszkópokat gyakran ugrásjellel tesztelnek. Ennek részben történelmi, részben műszaki okai vannak. Az ugrásjel sávszélessége kellően nagy, előállítása egyszerű. A szimulációban ezért egy ugrásjellegű jelen tesztelem a javasolt algoritmusokat.

Az ugrásjellegű jelet egy NIST-nél (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, USA) végzett mérésből származtatom, a mért jel szűrésével. Ezt tekintem zajmentes gerjesztőjellek. A Nahman-Guillaume módszerrel tükrözöm, hogy Fourier-transzformálható legyen [28]. A jelet a valós (NIST) rendszer átviteli függvényének becslőjével konvolváltam a véges sávszélesség szimulálására. A jitternek mind az átlagolás következtében fellépő aluláteresztő csillapítását, mind a zaj jellegét szimuláltam, a 40. ábra által jelzetteknek megfelelően. A jitter időtartománybeli viselkedésére Gauss eloszlást feltételeztem,  $3T_s$  szórással, ahol  $T_s$  a mintavételi idő. Ezzel a valószínűsűrsűrűség-függvénnyel, mint súlyfüggvénnyel konvolváltam a kimenőjelet. Ez modellezi a jitter torzító hatását. A jitter zajhatásának modellezésére Gauss-eloszlású stacionárius zajt a zajmentes jel deriváltjának megfelelően erősítettem mintavett pontról pontra. Így kapunk egy nemstacionárius jitter-zajt. Az így szimulált jeleket mutatja a 41. ábra. Tyihonov-féle regularizációt választva inverz szűrőnek a véges sávszélesség és a jitter torzító hatása is részben kompenzálható. Az így kapott rekonstrukciót mutatja a 42. ábra. A kimeneti stacionárius zaj, ill. a nemstacionárius jitter zaj inverz szűrt változatát mutatja külön-külön a 43. ábra, illetve a két zajt együtt a 44. ábra.

A (86) szerint számolva a rekonstrukció bizonytalanságát, felrajzolhatjuk a becsült jel körül a becslés konfidenciasávját pontról pontra (45. ábra). A  $2\sigma$  konfidencia szinthez az tartozik, hogy a jelnek 95.45%-ban a határokon belül kell maradnia. 1000 szimulációt elvégezve kiszámítottam annak a hisztogramját, hogy hány mintavett pont esik a kalkulált hibahatáron belül. Ezt a hisztogramot mutatja a 46. ábra. A hisztogram alapján a várható érték 95.5%, ami nagyon közel van az elvi 95.45%-hoz.

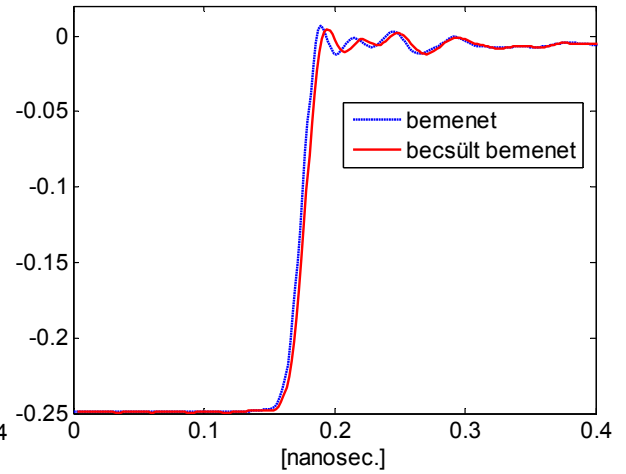
Az általam javasolt módszer jól becsüli a rekonstrukció bizonytalanságát.

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

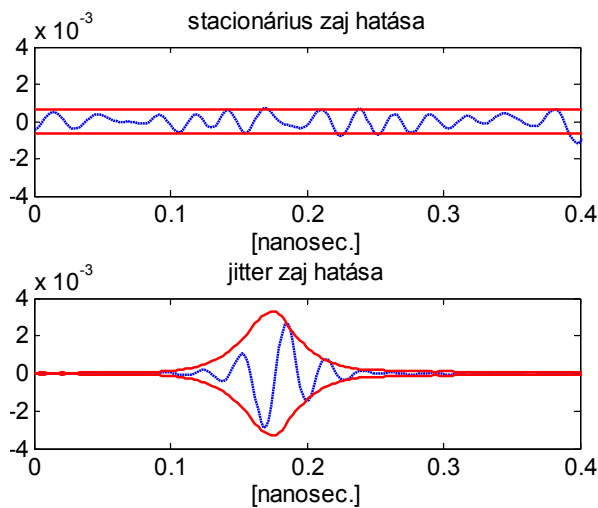


41. ábra Szimulált ugrásjel eleje.  
Gerjesztőjel, ill. torzult, zajos, jitteres rendszer válasza.

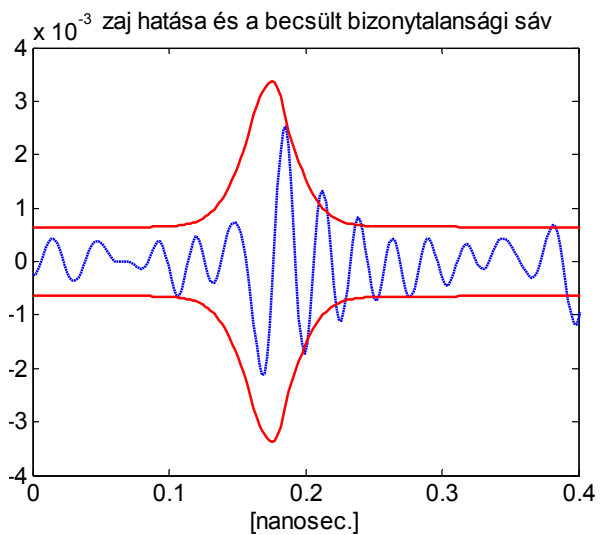
$\text{SNR}=55 \text{ dB}$ ,  $\text{std}_{\text{jitter}} = 3T_s$ .



42. ábra Véges sáv szélesség és jitter torzító hatásának rekonstrukciója. A láthatóság érdekében a két jel az időtengely mentén kicsit el van tolva egymástól.

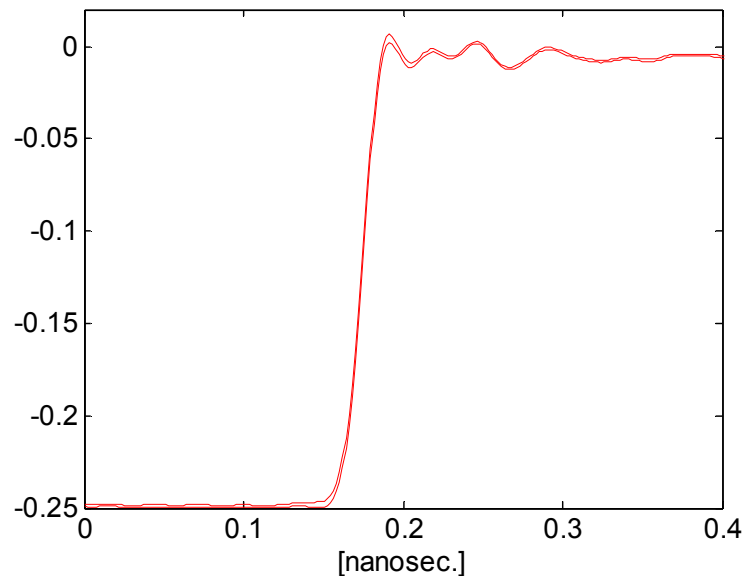


43. ábra Inverz szűrt zajok, és a becsült bizonytalansági intervallumok ( $2\sigma$  konfidencia intervallum).

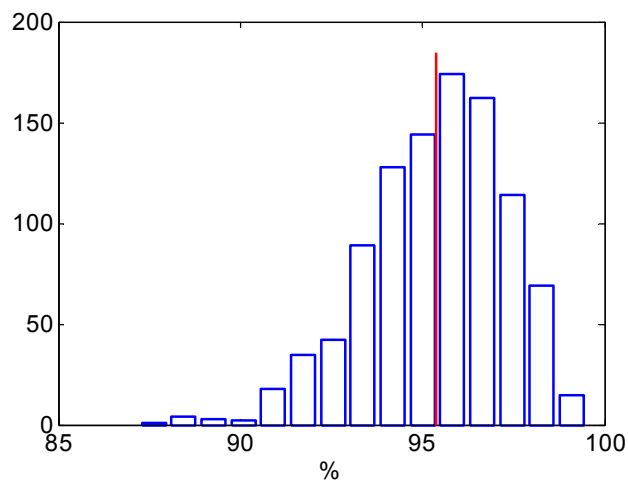


44. ábra Együttes inverz szűrt zaj, és együttes bizonytalansági intervallum ( $2\sigma$  konfidencia intervallum).

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák



45. ábra Bizonytalansági sáv az inverz szűrt jel körül.



46. ábra A rekonstrukció becsült hibasávon belül való tartózkodásának hisztogramja 1000 kísérletre. Várható értéke: 95.5%.

### 3.6. Markerbázisú mozgásanalízis hosszú expozíciós idő esetén

Nagyon sok mérnöki feladat esetén szükséges a pozíció és orientáció mérése, mint például mozgásanalízis a sportban vagy az orvosi diagnosztikában [71] [72], robotvezérlésnél [73], mechanikai struktúrák analízisének [74]. Az orientáció mérése a leggyakrabban ún. inerciális mérőegységet (Inertial Measurement Unit, IMU) alkalmaznak, mely háromdimenziós gyorsulásmérő, szögsebességmérő (ún. rate gyroscope) és magnetométer segítségével becsüli az orientációt [75]. Előnye, hogy nagy szabadságot ad a mozgásban (pl. testre rögzíthető), nem szükséges a megfigyelő részéről rálátás a szenzorra, mert rádióan keresztül tudja továbbítani az adatokat, vagy lokálisan tárolja. Hátránya, hogy nem ad információt a pozícióról, továbbá az orientációbecslést is befolyásolják a parazita gyorsulások (a szenzor maga is gyorsul), az épületen belüli fémstruktúrák (a mágneses mező elhajlik pl. vasbeton födém, fém bútorok esetén).

Markerbázisú optikai mérés nyújt alternatívát mind a pozíció, mind az orientáció meghatározására. A követni kívánt tárgyra vagy emberre aktív (világító) vagy passzív (fényvisszaverő) markert helyeznek fel, és egy vagy több kamerával követik a mozgást [76]. A markerek pozícióját minden egyes képkockából (frame) meghatározzák. Amennyiben

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

háromdimenziós térbeli rekonstrukcióra is szükség van, például több kamera képéből háromszögeléssel határozható meg a térbeli pozíció. Az orientációt több marker egymáshoz viszonyított pozíciója alapján tudjuk meghatározni. Az optikai mozgásanalízis hátránya, hogy takarás esetén (átmenetileg) elveszítjük mind a pozíció, mind az orientáció információt. Emberi mozgás követésénél további problémát szokott okozni a marker felhelyezési pozíciójának a megismételhetősége, továbbá az, hogy a marker a bőrrel együtt kicsit elmozdul az anatómiailag stabilabb referenciapontokhoz (csontokhoz) képest [77]. Ezen nehézségek ellenére széles körben alkalmazott eljárás.

Az utóbbi időben eredményesen kísérleteznek marker nélküli mozgásanalízissel, ahol a kép jellegzetes pontjait (feature points) azonosítják, és ezek elmozdulását követik az egymás utáni képkockákon [78]. (Ilyen jellegzetes pontok lehetnek pl. sarkok, melyet él detektálás után lehet meghatározni.) Ennek a módszernek az egyik most felfutó alkalmazási területe az autonóm vezetés, illetve ennek korai változatai, melyek csak segítik a vezetőt, de nem teljesen autonómok (pl. sávelhagyás figyelmeztetés). A textúra analízise szintén ígéretesnek tűnik marker nélküli pozícióbecslésre [79].

Néhány alkalmazásban nem a pozíció vagy orientáció a megfigyelni kívánt mennyiség, hanem olyan mennyiségek, melyeket ezekből tudunk származtatni. Ilyenek a sebesség, gyorsulás, egy szegmens szögsebessége, szöggyorsulása. Gyakran ennek támogatására egy vázmodellt feltételeznek, ahol a merev szegmensek csuklókon keresztül kapcsolódnak egymáshoz. A modell paramétereinek a méréshez való hangolása adja a végső becslést. Maga a modell biztosít robusztusságot a mérési hibákkal szemben. A megfelelő pontosság (akár a primer mérésé, akár a modell által regularizált becslésé) különösen fontos a származtatott mennyiségeknél, melyek tipikusan első vagy második deriváltjai (sebesség vagy gyorsulás) a primer mért mennyiségeknek (pozíció). A deriválás a nagyfrekvenciás zajokat, mérési pontatlanságokat nagymértékben felerősíti.

#### 3.6.1. Expozíciós idő hatása a pozícióbecslésre

A következőkben az optikai pozíciómérés egyik nehézségét emelem ki, és megvizsgálom, hogy a hiba hogyan tartható kézben. Az optikai mérések esetén minden képkocka véges (nem nulla) idejű expozíció hatására jön létre. A kép minden pixele ezen expozíciós idő alatt a bejövő fény integrálját fogja tartalmazni. Amennyiben a tárgy, amit a kamera filmez, elmozdul ezen rövid időn belül, a felvett kép elmosódott lesz. Értelemszerűen igaz ez mind a marker képre, mind a marker nélküli analízis esetén a jellegzetes pontokra (feature points). A Robert Bosch cég egyik tanulmánya szerint a CCTV alapú mérés egyik meghatározó hibaforrása a képek relatív lassú záridő miatti elmozdulása [80]. Autóipari alkalmazásokban a fényviszonyok széles határok között változnak, amihez a jel/zaj viszony miatt az expozíciós időnek alkalmazkodnia kell. Még más alkalmazásokban rövidnek számító expozíciós idő esetén is előfordul bemozdulás, hiszen a jármű maga nagy sebességgel mozoghat a környezetéhez képest, ezáltal a detektálandó objektumok (környezet jellegzetes pontjai, akadályok, gyalogosok, útjelzők) elmosódnak.

A célunk most nem az elmosódás (motion blur) megszüntetése vagy a teljes képen való rekonstruálása, hanem a marker pozíciójának pontos becslése. Nagyobb elmosódás tolerálható, ha csak egy jellegzetes paramétert akarunk helyreállítani (marker pozíció), mint ha a teljes képen meg szeretnénk szüntetni az elmosódást. A következőkben bemutatom (analitikusan levezetem), hogy a marker középpontjának becslésére elterjedten alkalmazott súlyozott geometriai centroid algoritmus milyen torzítást hordoz magában az expozíciós időnek és a mozgás frekvenciájának függvényében. Ez lehetőséget teremt a mérés tervezésére, a helyes kameraparaméterek beállítására (expozíciós idő, appertúra, ISO érzékenység), illetve a torzulás ismeretében akár a kompenzálásra is.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

A markerkép intenzitása modellezhető úgy, mint egy síkban elterülő test (egyenletes vagy nem egyenletes) tömegeloszlása. Feladatunk ez esetben a tömegközéppont megtalálása. Egyenletes tömegeloszlás jól modellezi a bináris marker képeket, melynél egy adott intenzitásküszöb szolgáltatja a döntést, hogy egy pixel a marker által fedett vagy nem fedett. Nem egyenletes eloszlás a szürkeárnyaltos képnek felel meg, vagy a színes kép egy adott színsatornájának. Ez utóbbi különösen előnyös, ha a marker adott színű (pl. piros LED), ezáltal kiemelkedik a környezetéből, és elegendő egy csatorna képét feldolgozni.

Egy adott 2-D test tömegközéppontját a következőképpen kapjuk:

$$\underline{r}_{cog} = \frac{1}{M} \int_A \underline{r} \rho(\underline{r}) dA, \quad M = \int_A \rho(\underline{r}) dA, \quad (87)$$

ahol  $\underline{r}_{cog}$  a tömegközéppont vektora, *cog* a Center of Gravity rövidítése,  $\rho(\underline{r})$  írja le a tömegeloszlást,  $M$  a test tömege,  $\underline{r}$  a helyvektor,  $A$  a felületet jelöli.

#### Pontszerű marker

Első közelítésként tegyük fel, hogy a marker modellezhető egy pontszerű fényforrással, és a képen csak egy irányba mozog (legyen ez az  $x$  irány). Ekkor a fenti analógia alapján (intenzitáseloszlása tömegeloszlásként modellezve) marker középpontbecslésünk a következő lesz:

$$x_{cog} = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} x i(x) dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} i(x) dx}, \quad (88)$$

ahol  $x_{min}$  és  $x_{max}$  a markerkép kiterjedésének határait,  $i(x)$  az intenzitáseloszlást jelöli. A fenti integrál mintavett jelek esetén szummaként írható fel:

$$x_{cog} = \frac{\sum_{k=x_{min}}^{x_{max}} k i(k)}{\sum_{k=x_{min}}^{x_{max}} i(k)}. \quad (89)$$

A továbbiakban a levezetést a folytonos időtartományra mutatom be, de az állítások ugyanúgy érvényesek a diszkrét időre is. A fenti képletekben a nevezőben szereplő integrál a mérés során konstans, az csak az expozíciós időtől és a marker fényességétől függ:

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} i(x) dx = g(\tau, I_{marker}), \quad (90)$$

ahol  $\tau$  jelöli az expozíciós időt,  $I_{marker}$  a marker fényességét adja meg, míg  $g(\tau, I_{marker})$  azt jelöli, hogy a kifejezés az előző két változó függvénye. A tömegközéppont kifejezés számlálójában lévő mennyiség egy hely szerinti integrál. Bizonyítottam, hogy ezt az alábbi egyszerű alakba átírhatjuk idő szerinti integrálra (részletes bizonyítás itt található: [DT1]):

$$x_{cog} = \frac{\frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} x_c(t) dt}{g(\tau, I_{marker})}, \quad (91)$$

ahol  $x_c(t)$  a marker trajektóriájának időfüggvénye az  $x$  tengely mentén. A fenti kifejezés egy konstans szorzótól eltekintve a marker tömegközéppontja koordinátájának, mint időfüggvénynek az időtartománybeli átlagértéke az expozíciós idő alatt, mely egyetlen képkocka esetén adja meg a tömegközéppont becslést. Ez nem más, mint egy mozgóablak átlagolás, aminek a torzítása az alábbi:

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

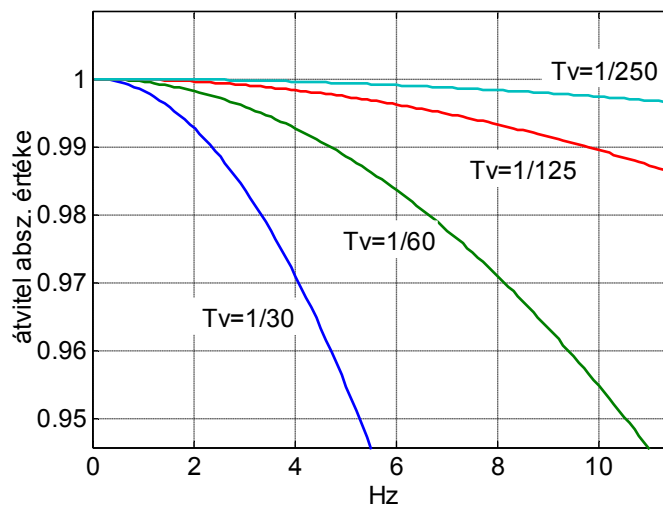
$$H(f) = \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau}, \quad (92)$$

ahol a torzulást úgy értelmezzük, mint a markermozgás Fourier komponenseinek amplitúdócsökkenését. A fenti torzulást különböző expozíciós időkre a 47. ábra mutatja. Az expozíciós idő kis csökkentésével jelentősen csökkenthetjük a középpontbecslés hibáját. Azonban az expozíciós időt nem kell addig csökkenteni, amíg a kép elmozdulás nélküli állóképpé válik, azaz az elmosódás 1 pixelnél kisebbé válik (pl. 5 Hz-es mozgás esetén  $\sim 1/2000$  sec), elég, ha egy tolerálható elmosódást biztosítunk (az előző példában pl.  $1/250$  sec). A fenti analitikus kifejezés lehetőséget ad arra, hogy a kamera beállításait a fényviszonyoknak megfelelően a középpontbecslésre optimáljuk. A bemeneti specifikáció a maximális hiba. Ebből következik a mozgás felső határfrekvenciájának ismeretében a szükséges expozíciós idő. A fényviszonyok figyelembevételével választhatjuk meg az expozíciós idő rögzítése mellett az apertúraértéket, ill. ISO érzékenységet.

A mérés tervezésének egy alternatív döntése lehet a jel/zaj viszony javítása az expozíciós idő növelésével, azon az áron is, hogy ez kismértékű torzulást okoz a marker középpontjának becslésében. Tekintve, hogy a torzulást ismerjük, lehetőségünk van annak kompenzálására (inverz szűrés):

$$H_{inv}(f) = \begin{cases} \frac{\pi f \tau}{\sin(\pi f \tau)} & \text{if } 0 < f < f_s/2 \\ 1 & \text{if } f = 0 \end{cases}. \quad (93)$$

Az inverz szűrést tipikusan a diszkrét frekvenciatartományban végezzük el. Ez esetben a fenti függvényt értelemszerűen tükrözni kell a negatív frekvenciák figyelembevétele miatt. A sinc függvény Nyquist frekvencia feletti átlapolódását nem kell biztosítanunk, amennyiben a marker mozgására betartottuk a mintavételi tételt. (Itt a mintavételi frekvenciának a frame rate felel meg a marker mozgásának felső határfrekvenciája szempontjából.)



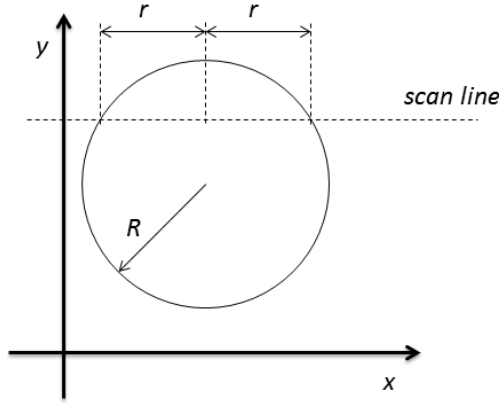
47. ábra Az expozíciós idő hatása a marker középpontbecslésére. A frekvenciafüggő csillapítás különböző expozíciós idők esetén (az expozíciós időt a kamerákon szokásos módon  $T_v$ -vel jelöltem). A csillapítás a marker szinuszos mozgása esetén észlelt amplitúdót jelenti.

### Kiterjedt marker

Az előzőekben azzal a közelítéssel éltünk, hogy a markerünk a pixel méretéhez képest pontszerű fényforrásnak tekinthető. Vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha ez nem teljesül.

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

A markerek képe a kamera érzékelőjén célszerűen körlap, mozgások 3D-ben történő vizsgálatához gömb alakú markereket használnak. Bizonyítható, hogy ez esetben a 2D súlyozott geometriai centroid középpontbecslés a súlyozott szuperpozíciója az egyes sorok mentén (scan line, 48. ábra) végrehajtott egy dimenziós középpontbecsléseknek. Amennyiben a mozgás iránya egy scan line mentén történik, ezek a súlyok nem függnak a mozgástól, és elegendő csak egy scan line mentén vizsgálni a torzulást.



48. ábra Markert egy CCD sor (scan line) mentén vizsgáljuk.

A levezetés hosszadalmas, itt példaképp csak monoton növekedő koordinátájú mozgásra adom meg egy scan line mentén az intenzitás-sűrűségfüggvényt, amiből a végkövetkeztetés majd jól látható lesz (részletes bizonyítás itt található: [DT1]):

$$i(x) = \frac{1}{\tau} \frac{t(x+r) - t(x-r)}{2r} \approx \frac{1}{\tau} \frac{dt(x)}{dx}, \quad (94)$$

ahol  $t(x)$  az inverz függvénye a scan line mentén való markermozgásnak (azt adja meg, hogy  $x$  pozícióban mely időben tartózkodott a markerközpont,  $x_c(t)$ ),  $2r$  a marker szélessége a scan line mentén, és  $t(x)$  az inverz függvény kiterjesztése a marker mozgásának határain:

$$t(x) = \begin{cases} \tau/2 & \text{if } x < x_{c,min} + r \\ t(x) & \text{if } x_{c,min} + r < x < x_{c,max} - r \\ +\tau/2 & \text{if } x_{c,max} - r < x \end{cases} \quad (95)$$

Vessük össze ezt az összefüggést a pontszerű fényforrás és monoton növekedő koordinátájú mozgás esetén kapott intenzitás-sűrűségfüggvénnyel:

$$i(x) = \frac{1}{\tau} \frac{dt(x)}{dx}. \quad (96)$$

Azt tapasztaljuk, hogy a különbség összesen annyi, hogy deriváltat egy véges differencia váltja fel. A levezetés további része teljesen megegyezik. Ennek megfelelően a pontszerű fényforrásra levezetett torzulás oly mértékben közelíti jól kiterjedt markerek esetét, amely mértékben a fenti kifejezésben a véges differencia közelíti a deriváltat.

Összefoglalásként megállapíthatjuk, hogy véges markerkiterjedés esetén is hatékonyan tudjuk alkalmazni a markerközpont torzulására adott kifejezést, és ezzel a mérés hibáját analitikusan tudjuk tervezni.

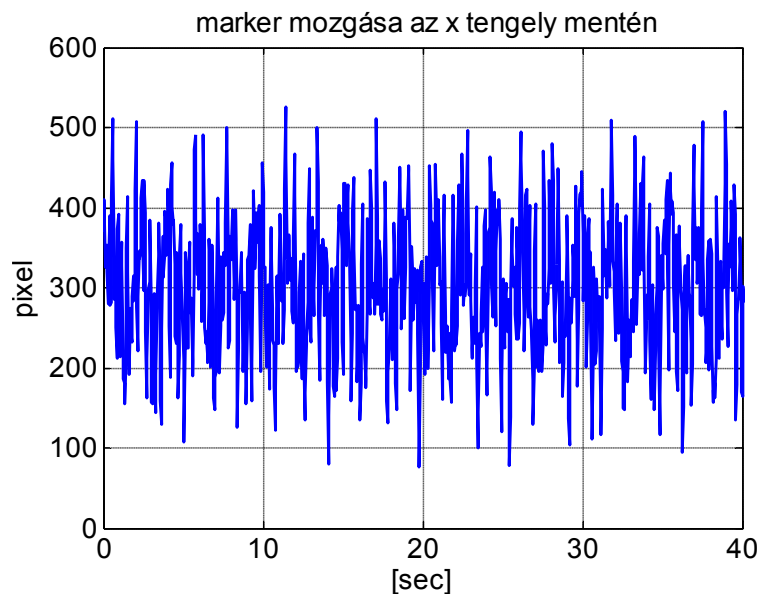
#### 3.6.2. Szimulációs eredmények

Kiterjedt markert szimulálva a középpontbecslés csillapítása az elméletileg (pontszerű markerre) kiszámolt csillapítással nagy pontossággal megegyezett ( $10^{-3}$  relatív hiba). A szimulációban 25 frame/sec-ot, 1/30 expozíciós időt feltételeztem. A markerméretet a

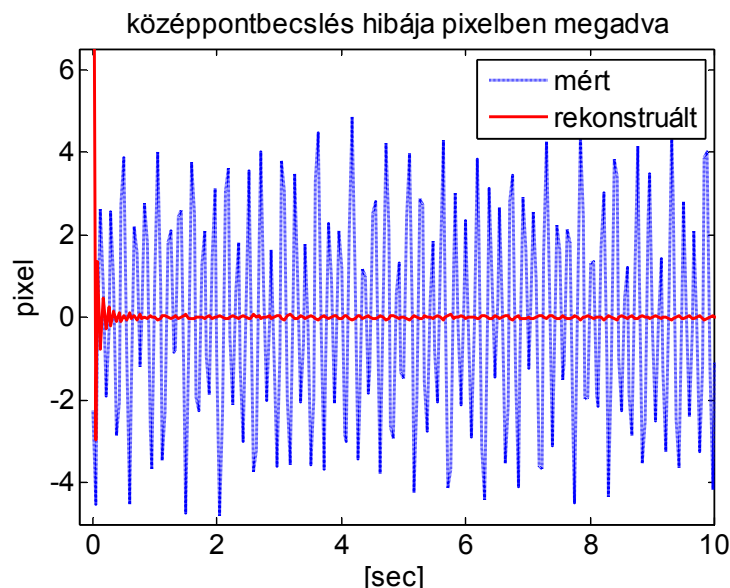
### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

mozgás amplitúdójának széles tartományában változtattam (10..400%), és az elvi görbével végig együtt futott a csillapítási görbe.

A marker középpontjának torzulását aperiodikus mozgás esetére is megvizsgáltam (4, egymással nem harmonikus viszonyban lévő szinuszos komponens:  $f_1=0.543$  Hz;  $f_2=2.112$  Hz;  $f_3=3.522$  Hz;  $f_4=5.444$  Hz). Zajként a kvantálási zaj szolgált 8 bites színmélységet feltételezve. A marker az  $x$  tengely mentén mozog (49. ábra). A torzulás ismeretében inverz szűrtem a mozgás trajektóriáját, és összehasonlítottam az így kapott középpont pozícióját a szimulációból ismert valódi értékkel (50. ábra). A kezdeti beállási tranziens után a hiba töredékére csökkent a kompenzáció nélküli értéknek. A középpont a korrekció után gyakorlatilag megegyezik valódi értékkel, ebben a felbontásban ábrázolva a különbség nem látható, ezért ábrázolom a hibát.



49. ábra Marker középpontjának szimulált pozíciója az x tengely mentén.



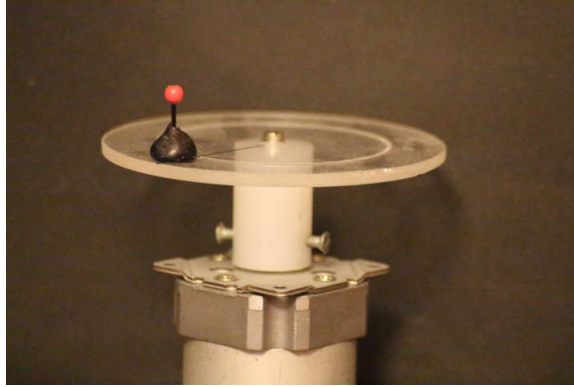
50. ábra A pozícióbecslés hibája a mért középpont és az inverzszűrt jel alapján.

#### 3.6.3. A módszer alkalmazása: mérési eredmények

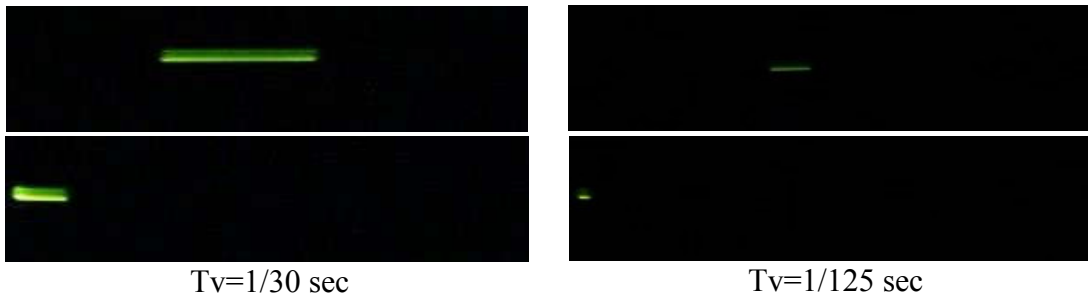
A fenti eredmények igazolására egy markert egy tárcsára helyeztem, amit egy szervomotor különböző fordulatszámmal forgatott (51. ábra). A kamera a mozgást a forgás tengelyére

### 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

kb. merőlegesen vette. Ideális esetben egy vízszintes harmonikus rezgőmozgást állítunk így elő. A kísérletek során passzív és aktív markerekkel is kísérleteztem. Aktív marker szignifikánsan jobb jel/zaj viszonyú mérést tett lehetővé. Az elmosódott markerképekre (52. ábra) alkalmaztam a súlyozott geometriai centroid középpontszámítást. Az amplitúdó (és ebből a torzulás) megállapításához szinuszt illeszttem a mért középpontokra (53. ábra).



51. ábra Mérési elrendezés egy jól definiált markermozgás előállításához (passzív marker).



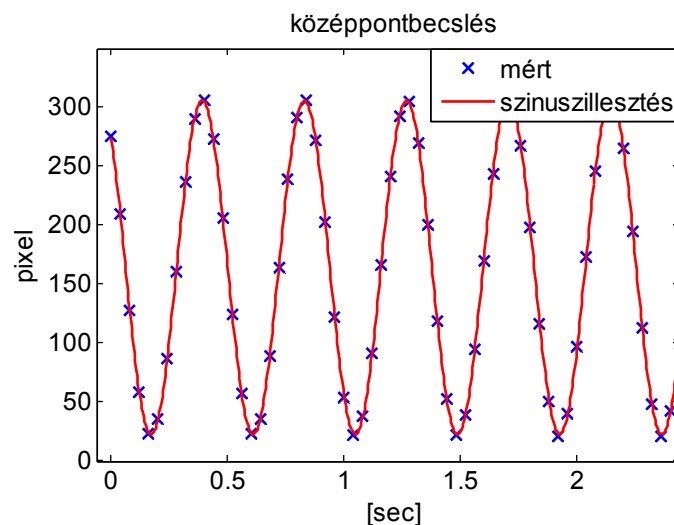
52. ábra Aktív marker elmosódott képe 194 rpm (3.24 Hz) fordulatszámnál.

A kép szélessége kb. a harmonikus rezgőmozgás amplitúdója.

Alsó és felső kép két különböző időpillanatban végzett expozíció.

Baloldali kép:  $T_v=1/30$  s, ISO 6400, az elmosódás kb. a félkör 20%-a.

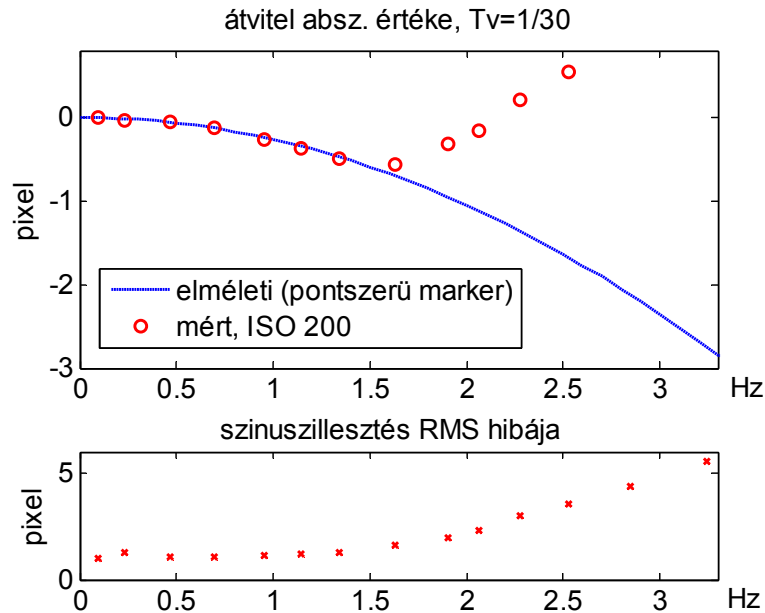
Jobboldali kép:  $T_v=1/125$  s, ISO 800, az elmosódás kb. a félkör 5.2%-a.



53. ábra Markerek becsült középpontja és az ezekre illesztett szinusz függvény.  
 $f=2.5$  Hz,  $T_v=1/30$ , ISO 6400.

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

Az így kapott amplitúdó csillapítását ábrázoltam a frekvencia függvényében (54. ábra). A mért értékek jól követik az analitikusan levezetett csillapítást addig a frekvenciáig, amíg a szinuszillesztés bizonytalansága meg nem növekszik. 1/30 sec expozíciós idő esetén ez a határ kb. 1.7 Hz-nél van. (Ilyenkor a marker az expozíció alatt a félkör kb. 14%-át befutja, tehát jelentős csóvát húz. A markerintenzitás sok pixelen oszlik el, és a kvantálásból eredő jel/zaj viszony nagyon rossz.) Ezen határ alatt a mérés jól igazolja az elméletet, a mért- és az elméletileg levezetett csillapítás megegyezik.



54. ábra A középpontbecslés amplitúdójának csillapítása a frekvencia függvényében (felső ábra), és a szinuszillesztés bizonytalansága (alsó ábra)  $T_v=1/30$  s esetén. 1.7 Hz alatt a mérés tökéletesen illeszkedik a várthoz, felette a szinuszillesztés megnövekedett bizonytalansága miatt nem értékelhető a mérés.

### 3.7. Tézisek

**1. tézis** Módszereket dolgoztam ki dekonvolúciós feladatok megoldására. Algoritmust adtam parametrikus dekonvolúciós módszerek regularizációs paramétereinek automatikus beállítására. Megoldást adtam ultragyors mintavételt alkalmazó eszközök ekvivalens mintavételezése során fellépő apertúrajitter által okozott frekvenciafüggő torzulás kompenzálására, és meghatároztam a rekonstrukció bizonytalanságát. Levezettem markerbázisú pozíciómérés hibáját hosszú expozíciós idő esetére.

#### 1.1 altézis

A tranziens jelek parametrikus dekonvolúciós algoritmusaihoz – kandidátusi értekezésem keretében – kifejlesztett paraméteroptimalizálási módszert továbbfejlesztettem többparaméteres optimalizálás esetére, így lehetőség nyílt több regularizáló operátor együttes alkalmazására és automatikus beállítására. Az algoritmust a (63)-(66) egyenletek adják meg. Az algoritmus előnye más optimalizáló algoritmusokhoz képest: (a) a bemeneti hibát minimalizálja, (b) több paramétert képes kezelni, (c) frekvenciatartományban számítható, ezáltal eliminálhatók a számításigényes mátrixműveletek.

Kapcsolódó publikáció: [DT11], [DT49]

#### 1.2 altézis

A többparaméteres dekonvolúciós algoritmusok optimalizációs módszerét adaptáltam ultragyors mintavevő rendszerekhez.

Kapcsolódó publikáció: [DT8], [DT47].

#### 1.3 altézis

Az általam javasolt paraméteres dekonvolúciós algoritmusok optimalizációs módszerét kiterjesztettem kétdimenziós jelek (képfeldolgozás) dekonvolúciójának paraméteroptimalizálására. A regularizáló operátor paraméterének meghatározása az (71) költségfüggvény  $p$  paraméter szerinti minimalizálása mellett történik. Ezzel a szférikus aberráció, rosszul fókuszált kamera és az elmozdult kép korrekciója tehető automatikussá.

Kapcsolódó publikáció: [DT7], [DT45].

#### 1.4. altézis

Kidolgoztam egy algoritmust, mellyel az ultragyors mintavevő rendszer időzítési bizonytalansága (jittere) által okozott torzulás kompenzálásakor számítható a bizonytalansági intervallum (bizonytalansági sáv a kompenzált jel körül). Az algoritmust a (83)-(86) egyenletek adják meg.

Kapcsolódó publikáció: [DT9], [DT46].

#### 1.5. altézis

Levezettem a markerbázisú pozíciómérés szisztematikus hibáját hosszú expozíciós idő esetére, amikor a marker elmosódik a képen. A torzulást a (92) egyenlet adja meg. Ez lehetőséget ad a mérés tervezésére (expozíciós idő, ISO érzékenység, apertúra összehangolása), és szükség esetén inverz szűréssel a hiba kompenzálására (93) szerint.

Kapcsolódó publikáció: [DT1].

## 3. Jelút kompenzálása: fr. függő hibák

**2. tézis** Új eljárást dolgoztam ki nemparametrikus identifikáció regularizáló operátorainak paraméterbecslésére.

**2.1 altézis**

Kiterjesztettem a parametrikus dekonvolúciós algoritmusok paraméteroptimalizációját úgy, hogy az figyelembe vegye az ismertnek feltételezett súlyfüggvény bizonytalanságát, valamint nemparametrikus identifikáció esetén a szokásos kimeneti zajmodell mellett a bemeneti zajmodellt is. Az algoritmust a (77)-(79) egyenletek adják.

Kapcsolódó publikáció: [DT10], [DT48].

**2.2 altézis**

Megmutattam, hogy a tranziens jelek rekonstrukcióját megelőző rendszeridentifikáció során alulregularizálás hatása lényegesen kedvezőbb, mint a túlregularizálás, mert az identifikációs lépésnél túlzott zajelnyomás alkalmazása a jelrekonstrukciós fázis kondicionáltságát rontja. Megmutattam, hogy a jelrekonstrukció szempontjából az is tolerálható, ha az identifikációs fázisban egyáltalán nem használunk regularizáló operátort.

Kapcsolódó publikáció: [DT38].

Itt maga az identifikáció nemparametrikus abban az értelemben, hogy a rendszer becsült súlyfüggvénye mintavett pontok formájában rekonstruálható, de ennek becslése során a regularizációs operátor továbbra is parametrikus.

## 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

A mérőrendszer nem kívánt hatásainak alapvetően két változata ellen küzdünk. A determinisztikus torzulások, és a zavarások ellen. Zavarások közül ebben a fejezetben a sztochasztikus zajokkal foglalkozom. A 3. fejezetben bemutatott dekonvolúciós problémánál már szembesültünk azzal, hogy rosszul kondicionált esetben az inverz szűrést csak zajelnyomással együtt tudjuk megtenni, különben használhatatlan becslőhöz jutunk. A zajelnyomás azonban sokszor az inverz szűrőbe volt beépítve, nem önálló lépésként fogalmazódott meg. Maga a zajelnyomás igénye önállóan, inverz szűrési lépés nélkül is felmerül. Inverz szűréshez kapcsolódóan láttunk már példát a 3.2.3 fejezetben (lineáris és nemlineáris szűrők), megismertük a Wiener-szűrőt (3.2.8 fejezet), és a Kalman-szűrőt (3.2.9 fejezet). Ezek inverz szűrési lépés nélkül is hatékonyan alkalmazhatók. A szűréseknek, és általában a zajelnyomásnak még nagyon sokféle változata van. Ezen dolgozatnak nem célja ezeket elemezni. A zajelnyomás egy speciális változatára fókuszálok munkámban, amikor a jelről a priori információ áll rendelkezésre valamilyen jelmodell formájában.

### 4.1. Jelmodell-alapú zavaraszűrés

Sokféle jelmodellel találkozhatunk a gyakorlatban. Az egyik leggyakoribb, amikor ismert, hogy a megfigyelendő jel periodikus. Ez esetben vagy a Fourier sor első néhány elemével modellezhetjük a jelet, vagy ha maga az időtartománybeli jel egyszerűen leírható (pl. háromszögjel, fűrészel, impulzus, trapézjel), akkor magával a jelalakkal, ahol véges számú paraméter hangolható csak. A Fourier-soros leírás esetén a hangolandó paraméterek az egyes frekvenciakomponensek amplitúdói és fázisai, a DC érték és az alapharmonikus frekvenciája. Ha a jel alakját közvetlenül fogalmazzuk meg, akkor a karakterisztikus pontok adhatják a modellparamétereket (pl. háromszögjel esetén felfutó él vége mind időben, mind az amplitúdó tartományban, lefutóél vége; négyszögjel esetén +/- csúcserték, kitöltési tényező és periódusidő). Még egyszerűbb az eset, ha ismert, hogy csak egy harmonikus komponenst tartalmaz a megfigyelendő fizikai folyamat. Ilyenkor egy szinuszzel négy paraméterét kell csak illeszteni a megfigyeléshez. Azt, hogy a fizikai folyamat csak egy szinuszjelet tartalmazzon, biztosíthatja a fizikai környezet, vagy a mérést tervező mérnök is, amennyiben egy rendszer viselkedését szeretnénk feltérképezni egy vizsgálójel hatására.

#### 4.1.1. Periodikus jelmodell illesztése spektrális felbontással.

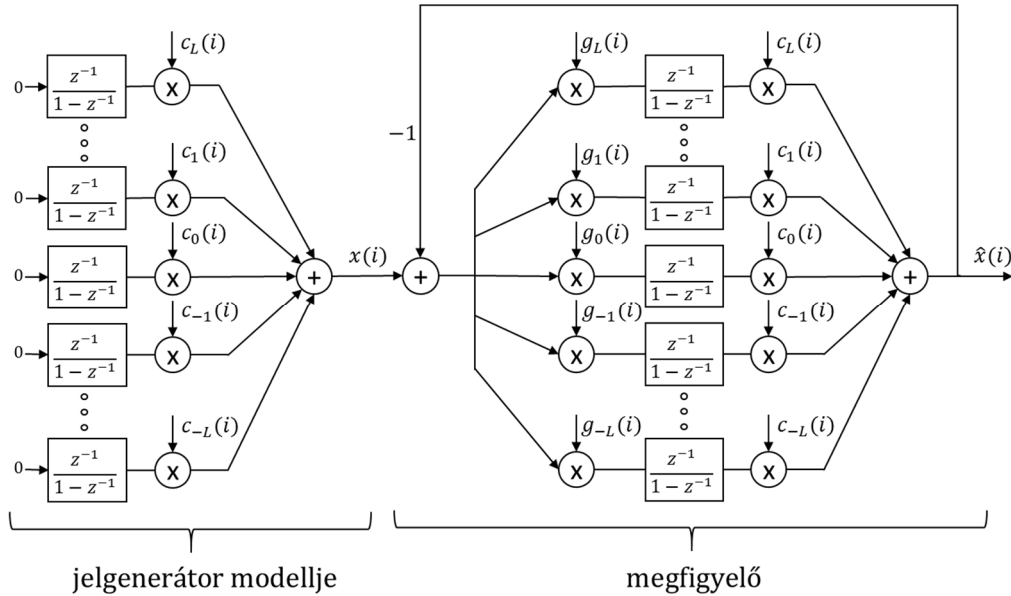
Periodikus jelekhez való modellillesztésnek egy alternatív változata a mért jelek spektrális felbontása, majd a jelkomponensek paramétereinek kinyerése a feltételezett frekvenciájú komponensekből. Ennek egyik szokásos módja a diszkrét Fourier-transzformáció (DFT) kiszámítása. A következőkben a spektrális felbontásnak egy alternatív megvalósítását mutatom be (rekurzív Fourier-Analizátor), mely hatékonyan alkalmazható beágyazott rendszerekben való implementációra. Bemutatom ennek a rekurzív megoldásnak az előnyeit a DFT-vel szemben. Ismertetem, hogy hogyan alkalmazható a módszer abban az esetben, amikor a megfigyelendő jel frekvencia csak durván ismert, illetve amikor a frekvenciája folyamatosan kúszik (lassan változik). Először ismertetem az irodalom alapján a rekurzív Fourier-analizátort, majd ennek frekvenciaadaptív változatát. Utána bemutatom az általam javasolt új frekvenciaadaptációs algoritmust, majd a spektrális megfigyelő adaptálását AD átalakítók tesztelésére.

#### 4.1.2. Rekurzív Fourier-analizátor

Péceli Gábor javasolta a Hostetter-féle megfigyelő [81] adaptálását, mely különböző transzformált tartománybeli felbontások rekurzív megvalósítását teszi lehetővé [82]. A spektrális megfigyelő általunk alkalmazott változata periodikus jelek Fourier-soros

## 4. Jelút kompenzálása: zavarcsűrés

felbontásának megfelelő jelmodellt alkalmaz. A periodikus komponenseket komplex exponenciális jelek formájában írjuk fel, ahol az együtthatók konjugált komplex párokat alkotnak. (A DC komponensnek értelemszerűen nincs konjugált párja.) A komplex jelek komplex együtthatóit egy regiszter tartalmazza, amit egy nulla bemenetű, az adott együtthatót kiinduló értéknek feltételezett diszkrét integrátor modellez (55. ábra). A megfigyelő lemásolja a jelmodellt, megpróbálja előállítani a megfigyelendő jelet, és egy visszacsatolt struktúrában hangolja a becslést. A hibajelet egy  $g_k(i)$  moduláló függvényen keresztül vezetjük az integrátorra. A moduláló bázisfüggvények egy erősítéstől eltekintve konjugált párai a jelmodell bázisfüggvényeinek.



55. ábra Jelgenerátor modellje és a spektrális megfigyelő

A jelmodell, ill. spektrális megfigyelő bázisfüggvényei ennek megfelelően a következők:

$$\left. \begin{aligned} c_k(i) &= e^{j\frac{2\pi}{N}ki} \\ g_k(i) &= \frac{1}{N} e^{-j\frac{2\pi}{N}ki} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} k &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L, \\ N &= 2 * L + 1. \end{aligned} \quad (97)$$

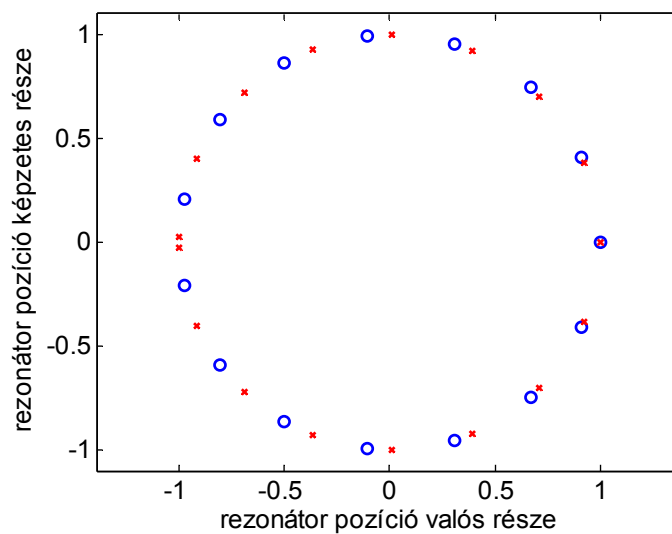
A struktúra megfelel egy DFT felbontásnak. A továbbiakban ezt a struktúrát Fourier-Analizátornak (FA) fogom nevezni. A megfigyelő integrátorainak kimenetén megjelennek a Fourier felbontás komplex együtthatói. A struktúra előnyös tulajdonsága, hogy rekurzív módon becsüli a DFT-t, ennek megfelelően számítási igénye kicsi, és robusztus a zavarokra, számítási hibákra. A (97) szerinti bázisfüggvények ún. dead-beat beállást eredményeznek, vagyis energiamentes állapotból indulva a becsült  $\hat{x}(i)$  jel az első  $N-1$  lépésben 0 kimenetet ad, és az  $N$ . lépéstől kezdve követi a megfigyelendő jelet (átvitele  $z^{-N}$ ).

További előnyös tulajdonsága a megfigyelőnek, hogy a bázisfüggvények (szűrőbank frekvenciaosztása) elhangolásával egy olyan DFT felbontáshoz juthatunk, aminek a frekvencia-tartománybeli lépésköze eltér a mintavételi frekvencia által meghatározott  $\frac{f_s}{N}$  egész számú többszörösétől:

$$\left. \begin{aligned} c_k(i) &= e^{j\omega_k i} \\ g_k(i) &= \frac{1}{N} e^{-j\omega_k i} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} k &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L, \\ N &= 2 * L + 1, \end{aligned} \quad (98)$$

#### 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

ahol  $\omega_1 = 2\pi f_1/f_s$ ,  $f_1$  a jel alapharmonikusának frekvenciája, és  $f_s$  jelöli a mintavételi frekvenciát. Ezáltal nem szükséges biztosítani, hogy a mintavételi frekvencia pontosan a jel alapharmonikusának megfelelően legyen beállítva. Ez több szempontból is előnyös. Egyrészt beágyazott rendszerekben (és egyéb mintavevő rendszerekben is) a mintavételi frekvencia nem hangolható tetszőlegesen finom felbontással, ezáltal nem biztosítható a szivárgásmentes spektrumbecslés  $f_s/N$  lépésközü DFT-vel. Másrészt, mint később látni fogjuk, a megfigyelendő jel frekvenciája nem is feltétlenül ismert előre. Most egyelőre feltételezzük, hogy a jel frekvenciája ismert, de nincs a mintavételi frekvencia által meghatározott rácson (DFT grid). A (98) szerinti bázisfüggvények esetén tehát ilyenkor sem lép fel szivárgás, illetve a picket fence effektus, amennyiben a szűrőbank frekvenciaosztását a jel alapharmonikusának megfelelően állítottuk be. (A dead-beat tulajdonság azonban már nem érvényesül.) Az egységkörön elhelyezkedő frekvenciaosztást szemlélteti a 56. ábra, DFT szerinti és tetszőleges frekvencialépéssel.

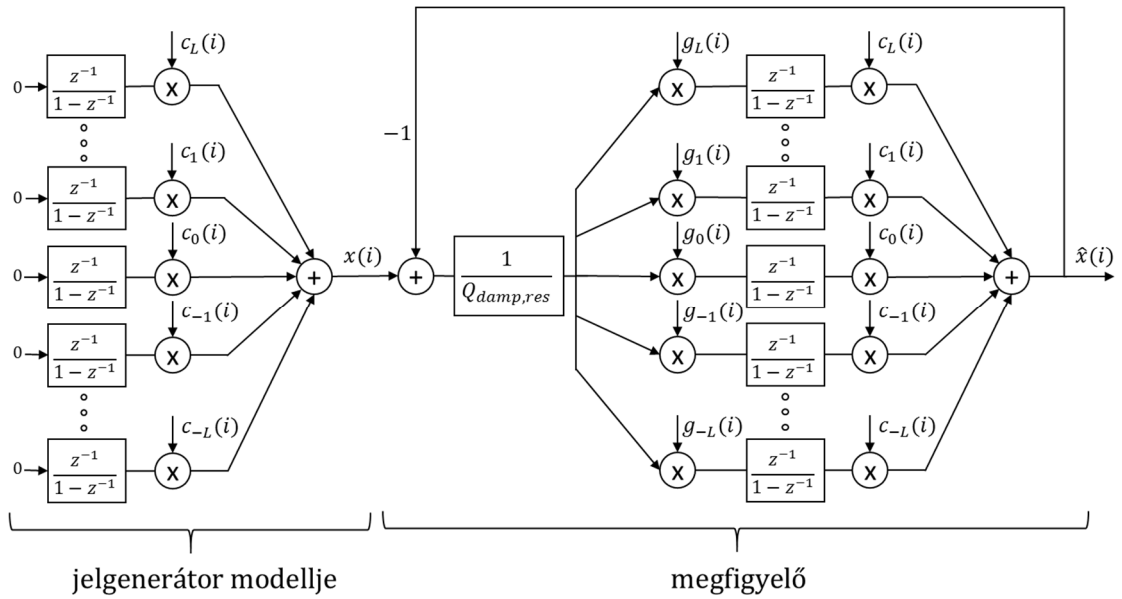


56. ábra Frekvenciaosztás egyenletesen elterítve az egységkörön, mint a DFT esetében (o), és egy tetszőleges frekvencia többszöröseinél (x)

##### 4.1.3. Robust FA (rFA)

Zajos mérések esetén a rekurzív Fourier-analizátor által becsült Fourier-együtthatók ugyanúgy zajosak lesznek, mint a DFT esetén. Ennek csillapítása a megfigyelő következő módosításával valósítható meg. Amennyiben a visszacsatolt struktúrában a hibát nem  $\frac{1}{N}$ -nel, hanem ennek  $Q_{damp,res} > 1$ -gyel csillapított változatával csatoljuk vissza, a Fourier-együtthatók beállása egy exponenciális átlagolásnak megfelelően történik meg (57. ábra). A visszacsatolás súlyozását a  $g_k(i)$  együtthatókba vihetjük be. Az így módosított megfigyelő sem lesz dead-beat beállású.

## 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés



57. ábra Jelgenerátor modellje és a robusztus rekurzív Fourier-analizátor (rFA).

## 4.1.4. AFA

A valóságban az a megkötés, hogy a megfigyelandő jel alapharmonikusát ismerjük, nem mindig reális. Gyakran csak közelítőleg ismerjük. Nagy Ferenc dolgozott ki egy algoritmust arra, hogy a jel alapharmonikusának durva becsléséből kiindulva hogyan módosítható az FA megfigyelő úgy, hogy PLL szerűen ráhangolódjon a jel tényleges frekvenciájára. Ezt Adaptív Fourier-Analizátornak (AFA) nevezzük [83].

Alapötlete, hogy a rekurzív Fourier-analizátor alapharmonikusának csatornáját megfigyelve becsülhető a valós és a feltételezett frekvencia különbsége. Az alapharmonikus Fourier-együtthatójának becselője ugyanis egy kis frekvenciaeltérés esetén körbeforog, és forgás sebessége a frekvenciakülönbséggel arányos. Az adaptációra Nagy Ferenc az alapharmonikus csatornájának minden lépésben (minden mintavételnél) történő megfigyelését, az ez alapján számított frekvenciahiba  $N$  lépésre történő szétterítését, és a szűrőbank frekvenciaosztásának frekvenciahibával arányos, minden lépésben megvalósított módosítását javasolja:

$$\omega_{1,n+1} = \omega_{1,n} + \frac{1}{N} \text{angle}(\hat{X}_{1,n+1}, \hat{X}_{1,n}), \quad (99)$$

$$c_{k,n+1} = c_{k,n} e^{j\omega_{1,n+1}k}, \quad g_{k,n+1} = \frac{1}{N} c_{k,n+1}^*,$$

ahol  $\hat{X}_{1,n}$  jelöli az alapharmonikusnak megfelelő csatorna integrátorának kimenetét, és  $\text{angle}(\cdot, \cdot)$  jelöli a két komplex szám által bezárt szöveget. A frekvenciahiba nem azonnali, hanem  $N$  lépésben történő korrekcióját magyarázhatja, hogy így a zajokból, zavarokból eredő torzulás hatása kisebb. Másrészt a Fourier-analizátor és ezt befolyásoló adaptív Fourier-analizátor két egymásba csatolt szabályozóként viselkedik. Ahhoz, hogy ez ne okozzon gondot, az egyik szabályozót érdemes lelassítani, a hatását csökkenteni. Az AFA esetében a frekvenciaadaptáció van lelassítva.

## 4.1.5. Robust AFA (rAFA)

A frekvenciahiba becslése a Fourier-együttható alapján történik, mely zajos jel esetén maga is zajos. A frekvenciabecslő robusztussága többféleképpen növelhető. Az egyik lehetőség,

#### 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

hogya a frekvenciahiba hatását ne  $N$  lépésben, hanem még lassabban hagyjuk érvényre jutni. Ezt nevezzük Robusztus Adaptív Fourier-Analizátornak, vagy robusztus AFA-nak (rAFA):

$$\omega_{1,n+1} = \omega_{1,n} + \frac{1}{N \cdot Q_{damp,AFA}} \text{angle}(\hat{X}_{1,n}, \hat{X}_{1,n-1}), \quad (100)$$

ahol  $Q_{damp,AFA}$  csillapítási tényező egy további lassítást visz az adaptáció sebességébe. Fontos megkülönböztetnünk a robusztus Fourier-Analizátort (rFA) a robusztus Adaptív Fourier-Analizátortól (rAFA). Az rFA esetében nem feltételezünk frekvenciahibát, és a Fourier-együtthatók becslőjének beállítását befolyásoljuk a csillapítási tényezővel, míg az rAFA az alapharmonikus frekvenciájának becslését, adaptációját célozza meg.

##### 4.1.6. Improved robust AFA (irAFA)

Ronk a robusztus AFA olyan módon való továbbfejlesztését javasolja, hogy a Fourier-együtthatókat kis környezetben átlagoljuk, és ezek különbsége alapján számítsuk a frekvenciahibát [84] [85]. Ezt továbbfejlesztett robusztus AFA-nak (improved robust AFA, irAFA) nevezzük:

$$\Delta \hat{\omega}_{1,n+1} = \frac{1}{N \cdot Q_{damp,AFA}} \text{angle}(\hat{X}_{aver(1,n)}, \hat{X}_{aver(1,n-1)}), \quad \hat{X}_{aver(1,n)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{X}_{1,n+1-b}. \quad (101)$$

##### 4.1.7. Block AFA (BAFA)

Simon Gyula az AFA-nak egy olyan módosítását tűzte ki célul, amely lehetőséget biztosít a konvergencia feltételének számítására [86]. Az eredeti AFA-nál a konvergencia bizonyítása annak nemlinearitása miatt nehezen kezelhető. Simon ezért egy blokkos adaptációt javasol (block AFA, BAFA). Az első  $N$  lépésben a Fourier-analizátor beáll az AFA módosító hatása nélkül. A következő  $P$  lépésben megfigyeljük az alapharmonikus Fourier-együtthatóját. A  $P$ . lépésre a fázishiba, és ez alapján a frekvenciahiba nagyobb biztonsággal becsülhető, mint egy lépés alapján:

$$\Delta \hat{\omega}_{1,n+1} = \frac{1}{P} \text{angle}(\hat{X}_{1,n}, \hat{X}_{1,n-P}). \quad (102)$$

Az így megállapított frekvenciakorrekciót egy lépésben alkalmazzuk a szűrőbank frekvenciaosztásának áthangolására, majd újabb  $N$  lépésben hagyjuk az FA-t működni AFA nélkül. Simon Gyula célja ugyan a konvergencia bizonyítása és biztosítása volt, de egyben bevezetett egy újabb elvet a frekvenciahiba mérésének robusztussá tételére, nevezetesen azt, hogy egymástól  $P$  távolságra lévő mintákat hasonlít össze.

##### 4.1.8. Extended Block AFA (eBAFA)

Ronk a blokk AFA gondolatát viszi tovább, és kombinálja a Fourier-együtthatók átlagolásának általa javasolt megoldásával (extended Block Adaptive Fourier Analyzer, eBAFA) [87]:

$$\Delta \hat{\omega}_{1,n+1} = \frac{1}{P} \text{angle}(\hat{X}_{aver(1,n)}, \hat{X}_{aver(1,n-P)}), \quad \hat{X}_{aver(1,n)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{X}_{1,n+1-b}. \quad (103)$$

## 4.2. Javasolt új frekvenciaadaptációs algoritmus: *Extended improved robust AFA (eirAFA)*

A fenti adaptációs megközelítések kombinációját javasoltam az FA frekvenciahibájának figyelembevételére. Ez egyetlen kifejezésbe sűríti a következő három módszert: hiba szétterítése több lépésre, Fourier-együtthatók átlagolása, egymástól  $P$  távolságra lévő Fourier-együtthatók összehasonlítása. A javasolt új frekvenciaadaptációt eirAFA-nak neveztem el (extended improved robust AFA), utalva az elődök zajcsillapítási technikáira.

$$\Delta \hat{\omega}_{l,n+1} = \frac{1}{N \cdot P \cdot Q_{damp,AFA}} \text{angle}(\hat{X}_{aver(1,n)}, \hat{X}_{aver(1,n-P)}), \quad \hat{X}_{aver(1,n)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{X}_{l,n+1-b} \quad (104)$$

Az adaptáció a BAFA-val ellentétben folyamatos. A három paraméter ( $P, B, Q_{damp}$ ) hangolásával különböző szempontok hangsúlyozhatók. Bármely két paraméter egységnyire való választásával eljutunk az rAFA, irAFA algoritmusokhoz, illetve a blokkos működést leszámítva a BAFA ill. eBAFA algoritmusokhoz. A paraméterek hangolásához az alábbi fizikai tulajdonságok szolgáltatnak támpontot: zajszint, frekvenciadrift mértéke és feltételezett sebessége.

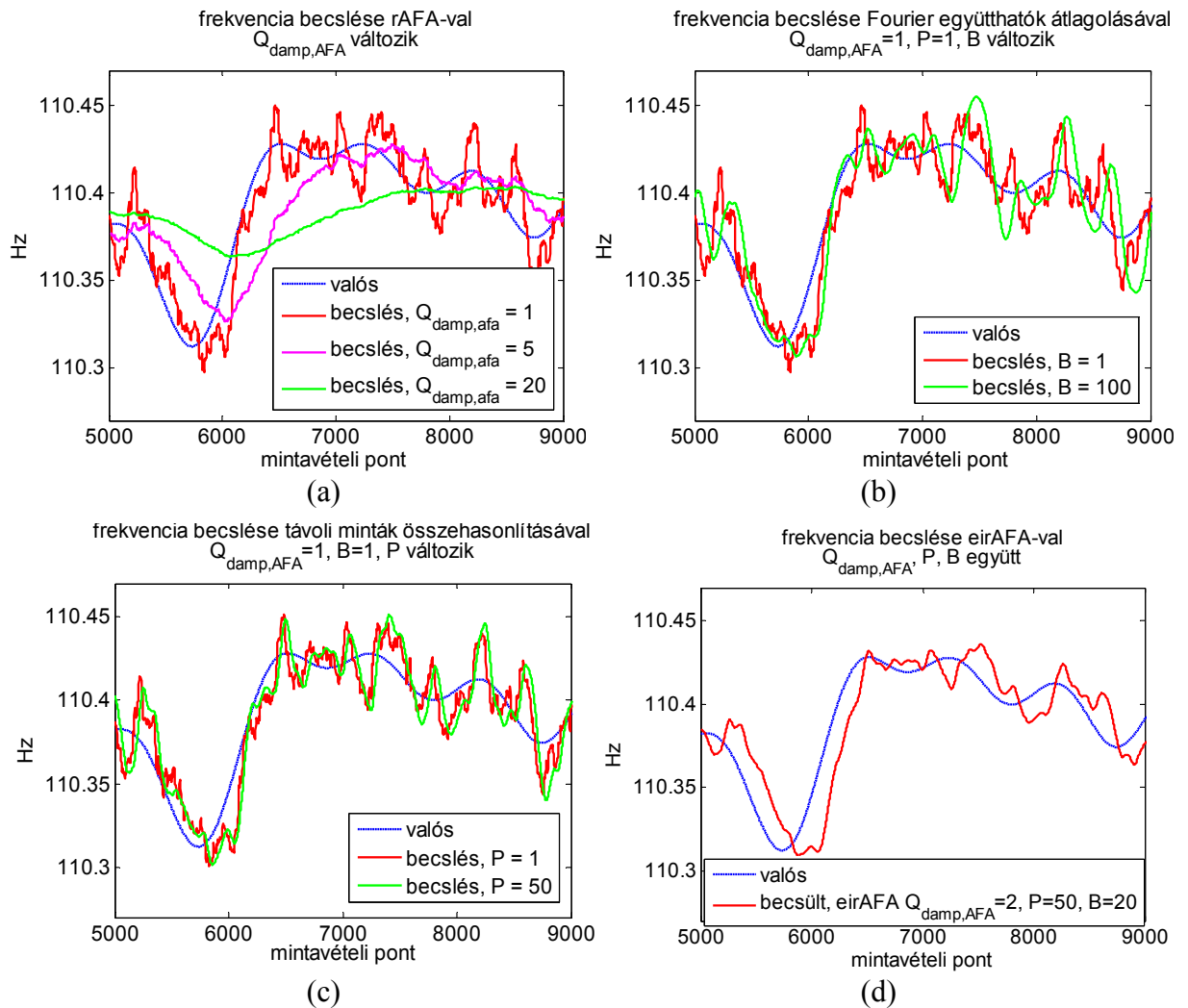
### 4.2.1. Adaptív Fourier-Analizátor különböző változatainak ellenőrzése szimulációs példán

A frekvenciaadaptáció hatékonyságának bemutatására egyetlen szinusz jelet szimuláltam, melynek a frekvenciája véletlenszerűen kúszik (frekvencia drift). Ez jól modellezi a jelgenerátorok órajelének driftjét hosszú mérések esetén. A szimulált jelhez 50 dB jel/zaj viszonyú additív Gauss zajt kevertem hozzá. Azért, hogy a frekvenciaadaptáció hatékonyságát lássuk, egyéb torzulást nem feltételeztem.

Az 58. ábra (a) része mutatja a frekvenciaadaptációs képességet a robusztus AFA esetén, amikor a mért frekvenciahibát nem  $N$  pontra terítjük szét, hanem  $NQ_{damp,AFA}$  pontra. Látható, hogy a csillapítási tényező ( $Q_{damp,AFA}$ ) növelésével egyre simább becslőt kapunk, viszont a konvergenciasebességet lassítja, továbbá egy késleltetést visz a becslésbe. A csillapítási tényező aluláteresztő szűrőként viselkedik a frekvenciabecslésre. Az 58. ábra (b) része a Fourier-együtthatók átlagolásának hatását mutatja ( $B$  paraméter). Minél több egymás utáni Fourier komponens átlagolunk, annál simább a becslésünk. Ugyanakkor az is látszik, hogy ahhoz, hogy ez látványos lokális simítást eredményezzen,  $B$  paramétert nagyra kell választanunk, ami a számítási igényt nagyban megnöveli. Az 58. ábra (c) része mutatja az egymástól időben távolabb eső Fourier-együtthatók becslőinek összehasonlításából eredő frekvenciahiba-becslés hatását. Itt a Fourier-együtthatókat nem átlagoljuk ( $B=1$ ). A  $P$  paraméter adja meg az összehasonlított Fourier-együtthatók időbeni távolságát. Ahogy növeljük a  $P$  paramétert, lokálisan egyre simább frekvenciabecslőt kapunk, viszont egyúttal a késleltetés is növekszik. Az 58. ábra (d) részén látjuk a javasolt algoritmust ahol mind a késleltetést, mind a Fourier-együtthatók átlagolását együttesen vetjük be.

Érdemes megkülönböztetni az ismeretlen, de stabil, és a folyamatosan vándorló alaphfrekvenciát. Az első esetben egy lassú konvergencia, de stabil becslés a jó stratégia a frekvenciabecslésre, majd adott esetben az AFA kiiktatása, ha már a frekvenciabecslés kellően pontos. (Kis frekvenciahibát az eredeti FA is követ a fázisbecslés folyamatos hangolása révén.) Amennyiben a frekvencia vándorol, be kell vállaljuk a nagyobb varianciát a becslésben a követési képesség megtartása miatt.

## 4. Jelút kompenzálása: zavarcsűrítés



58. ábra A jel frekvenciájának becslése az AFA különböző változataival (SNR=50 dB).

(a) A csillapítás hatása (rAFA).

(b) Fourier-együtthatók átlagolásának hatása

(c) Eltolt minták összevetésének hatása

(d) Több zajcsillapítás együttes alkalmazása a javasolt eirAFA esetén.

### 4.3. Adaptív Fourier-Analizátor adaptálása AD átalakítók szinuszillesztéses teszteléséhez

Sok alkalmazásban találkozunk szinuszos gerjesztő jellel, mint vizsgálójellel. Ezek közül az egyik AD átalakító tesztelés, ahol egy nagyon nagy tisztaságú szinusz jelet állítunk elő egy jelgenerátorral, majd az AD átalakítóval megmérve azt, az ADC különböző dinamikus hibáira következtetünk belőle [88]. Ilyen dinamikus paraméterek az effektív bitszám (Effective Number of Bits, ENOB), a harmonikus torzítás (Total Harmonic Distortion, THD), a harmonikus torzítás+zaj (Total Harmonic Distortion + Noise, THD+N), jel/zaj viszony (Signal to Noise Ratio, SNR), a jel/zaj+torzítás (Signal to Noise and Distortion Ratio, SINAD) vagy a Spurious Free Dynamic Range (SFDR) [89]. Néhány szabványban előírt paraméter a szinusz pontos paramétereinek ismeretét is igényli (pl. hisztogram teszt [90]), melyek nem állnak mindig rendelkezésre. Ezekben az esetekben egy szinuszgörbét illesztenek a mért jelhez. Az AD átalakítóval mért jelet a referenciajelhez hasonlítják. A szinuszjelet három- vagy négyparaméteres illesztéssel igazítják a mért értékekre, attól függően, hogy a jel frekvenciáját ismertnek feltételezik-e. A többi paraméter az amplitúdó, fázis és DC értékek, illetve ezekből származtathatóan a különböző felírásoknak megfelelő

#### 4. Jelút kompenzálása: zavarsszűrés

egyéb 3 paraméter (pl. fázis helyett szinuszos és koszinuszos tag amplitúdója). Az illesztett szinusz paraméterei szolgáltatják a referenciaparamétereket az amplitúdóra, DC-re (és ha szükség van rá, a fázisra, frekvenciára), és az illesztett referenciajeltől való eltérésből számíthatók dinamikus hibák.

A mérés pontossága növelhető, ha a mintavett pontok számát megnöveljük. (Hosszú idejű mérést maga az ADC szabvány is előír különböző instabilitások kimutatására.) Azt tapasztaltuk, hogy nagyon hosszú mintarekordok esetén (több millió minta) a négyparaméteres szinuszillesztés paraméterérzékenysége nagyon rossz lett a kiinduló frekvenciabecslő paraméterre nézve. Ennek triviális oka a szinusz periodicitása, ami miatt nagyon sok lokális minimuma van a hibafüggvénynek. A szinuszillesztés helyett ezért a rekurzív Fourier-analizátort [82], és az adaptív Fourier-analizátort (AFA) adaptáltam a periodikus jelkomponens helyreállítására.

Ahhoz, hogy az AD átalakító minden kvantálási lépcsőjét megfelelően tesztelhesük (a Full-Scale körülieket is), a gerjesztőjel amplitúdóját kicsivel nagyobbra szokás választani, mint az AD átalakító bemeneti jeltartománya (túlvezérlés), hiszen nem lehet teljesen pontosan beállítani a jelgenerátor DC ofszetjét és amplitúdóját. Ennek hatására a mintavett jel a túlvezérelt részekén limitálódik. Ez mind a rekurzív Fourier-analizátort, mind az AFA-t félrevezeti, ezért a túlvezérelt helyeken tiltom az adaptációt. Ekkor a rekurzív Fourier-analizátor által becsült Fourier-együtthatók utolsó értékét tartjuk ki mindaddig, amíg a jel vissza nem tér a normál jeltartományba. Ennek az a hatása, hogy a Fourier-együtthatókban jelenlévő zaj mindaddig tovább terjed, amíg az adaptációt ismét be nem kapcsoljuk. A tapasztalat azt mutatja, hogy enyhe túlvezérlés esetén ez a zajhatás tolerálható.

A fentiek segítségével AD átalakító teszteléséhez a referencia jel előállítására a következő algoritmust dolgoztam ki [DT5][DT24][DT25][DT28]:

1. Négyparaméteres szinuszillesztés a mintaregisztrátum kezdeti, rövid szakaszára  
→ durva kiinduló becslés a szűrőbank frekvenciaosztására.
- 2.a Rekurzív Fourier-analizátor (FA) futtatása. Amennyiben a gerjesztőjel túlvezérelt, a konvergencia gyorsítása érdekében a kezdeti szakasznál a szinuszillesztett jelet vezetjük a Fourier-analizátorra.
- 2.b Az AFA egyik robusztus változatának (rAFA, irAFA, eirAFA) futtatása a rekurzív Fourier-analizátorral párhuzamosan, és a szűrőbank mintánként való újrahangolása.
- 2.c Az FA és AFA adaptálásának tiltása a gerjesztő jel alul- ill. túlvezérlése esetén (hibajel nullával való helyettesítése az alul-/túlvezérelt részekén).
3. A rekurzív Fourier-analizátorból a DC és alapharmonikus komponens kicsatolása, mint referenciajel az ADC teszteléséhez.
4. (Opcionális) Amennyiben az AFA stabil frekvenciát becsül az egész mintaregisztrátum során (nincs fázis-drift), az FA újrafuttatása frekvenciaadaptáció nélkül. A szűrőbank frekvenciaosztását az AFA által becsült alapharmonikus-frekvencia időfüggvényének átlagolásával nyerjük. Ezt követően a frekvenciaadaptáció nélkül újrafuttatott FA-ból a DC és alapharmonikus komponensek szolgáltatják a referenciajelet az ADC teszteléséhez.

## 4. Jelút kompenzálása: zavarcsűrés

**4.3.1. A 4 paraméteres szinuszillesztés és AFA összevetése mérési adatokon**

A jelmodell illesztés hatékonyságát valós AD méréseken teszteltem.<sup>1</sup> A vizsgált AD átalakító egy 8 bites szukcesszív approximációs AD (ADC0804LCN, +/-1 LSB hibára specifikálva a teljes tartományban, beleértve Full-Scale-t, nullahibát (földelt bemenet esetén a hiba) és nemlinearitást. A gerjesztő szinuszjelet egy ultra kis torzítású jelgenerátor szolgáltatja (Stanford DS360, Rohde&Schwarz, -100 dB THD, 25 ppm frekvencia pontosság, 1 mHz frekvencia felbontás). A szinuszjel beállított frekvenciája 110.385 Hz. Mintavételi frekvencia 8110 Hz. Az AD és a jelgenerátor között egy általános célú mintavevő-tartó áramkör helyezkedett el (MAB398). Nagyon hosszú mérés rögzítette az AD átalakított értékeket (2 millió mintavett pont, kb. 4 perces mérés).

Nézzük meg, hogy mekkora a bizonytalansága a 4 paraméteres szinuszillesztésnek, amit az ADC tesztelési szabvány referenciajel előállítására előír. Itt most a jelgenerátor 1 mHz-es felbontása  $10^{-5}$ -es relatív frekvenciapontosságnak felel meg. A 4 paraméteres szinuszillesztést 5 különböző kezdeti frekvenciabecslő esetére végeztem el. A kezdeti frekvenciabecslők a jelgenerátor frekvenciájának nominális értéke, illetve +/- 1 mHz-cel ill. +/- 2 mHz-cel elhangolt értékei. 1 mHz frekvenciabizonytalanság származhat a generátor frekvenciafelbontásából, vagy annak frekvencia pontatlanságából. Amennyiben a kezdeti frekvenciabecslőt magából a mérésből származtatjuk, mint a DFT legnagyobb amplitúdójú komponensének frekvenciája, ezen mérés esetén 4 mHz frekvenciafelbontás és ennek megfelelő bizonytalanság adódik. A vizsgálatunkban ennek a felével hangoltuk el a szinuszillesztés kezdeti frekvenciáját a jelgenerátor nominális értékétől. A kezdeti frekvenciabecslő bizonytalanságának hatását a végső frekvenciabecslésre és az RMS hibára az I. táblázat foglalja össze. Látszik, hogy már nagyon kis bizonytalanság is lényegesen félreviszi a szinuszillesztést nagyon hosszú mérési adatok esetén; a fenti példában az 1 mHz-es pontatlanság 75-szörös RMS eltérést okozott. (Hangsúlyozom, hogy az 1 mHz nem a szinuszillesztés frekvenciahibája, hanem a szinuszillesztő optimalizáló algoritmus kiinduló frekvenciabecslőjének a pontatlansága. A végső frekvenciahiba ennél kisebbre adódik.) A bizonytalanság oka a szinusz periodicitásából eredő lokális minimumok megjelenése a szinuszillesztés költségfüggvényében. Indokolt tehát alternatív módszerek vizsgálata a referenciajel előállítására.

I. táblázat A 4 paraméteres szinuszillesztés hibája különböző kezdeti frekvenciabecslők esetén (8 bites ADC, 2 millió minta, mérési adatok)

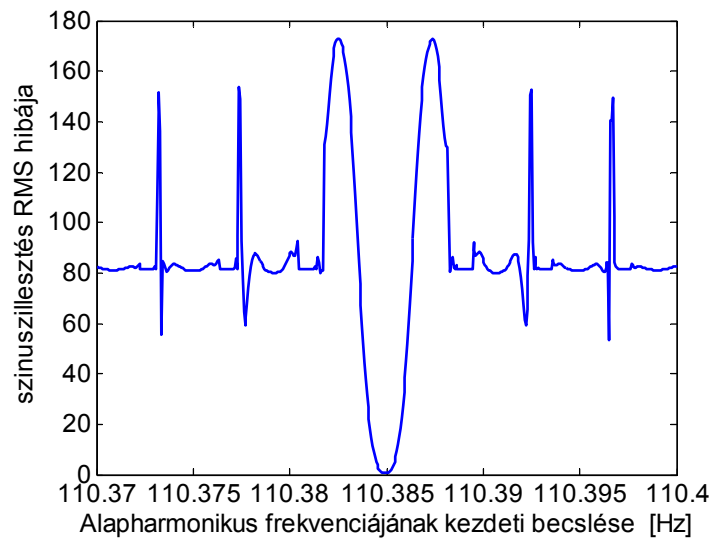
| esetek | frekvenciabecslés,<br>mint bemenő<br>paraméter a<br>szinuszillesztéshez | frekvencia becslése a 4<br>paraméteres szinuszillesztés<br>után | az illesztett<br>szinusz RMS<br>hibája |
|--------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| a      | 110.383 Hz                                                              | 110.38629 Hz                                                    | 155                                    |
| b      | 110.384 Hz                                                              | 110.38512 Hz                                                    | 30.4                                   |
| c      | 110.385 Hz                                                              | 110.38494 Hz                                                    | 0.57                                   |
| d      | 110.386 Hz                                                              | 110.38466 Hz                                                    | 42.7                                   |
| e      | 110.387 Hz                                                              | 110.38335 Hz                                                    | 163                                    |

Vizsgáljuk meg részletesebben, hogy a szinuszillesztés RMS hibája hogyan függ az optimalizáló algoritmus kezdeti frekvenciabecslőjétől (59. ábra). Azt látjuk, hogy a

<sup>1</sup> A mérést egy partner egyetem munkatársai végezték és bocsátották rendelkezésünkre, amit ezúton is köszönök: Ján Šaliga és Jozef Lipták, Technical University of Košice, Slovak Republic.

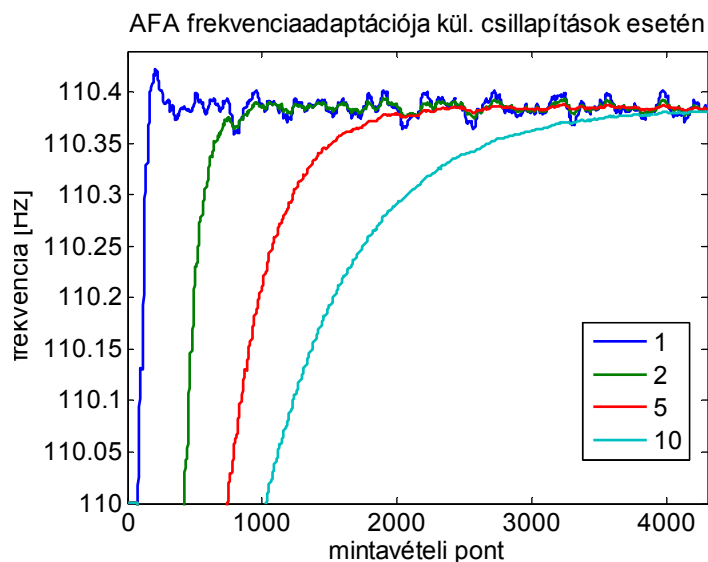
#### 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

minimális hibát a jelgenerátoron beállított névleges 110.385 Hz körül kapjuk (kb. 0.5 mHz-cel kisebb frekvenciánál). Az optimum nagyon közel van a vizsgált névleges értékhez mind frekvenciapozícióban, mind RMS értékben.



59. ábra Szinuszosztés RMS hibája az optimalizáló algoritmus kezdeti frekvenciabecslőjének függvényében

Az előző fejezetben javasolt adaptív Fourier-analizátorra (AFA) épülő algoritmust is teszteltem az adott mérési sorozattal. Az AFA a frekvencia durva becslése esetén is (50%-os hiba) rátalál a helyes frekvenciára. Most 110 Hz-ről indítottam az adaptációt, ami az eddigi 1 mHz-es bizonytalanság majd 400-szorosa. Az AFA csillapítással módosított változatát vizsgáltam (rAFA), különböző csillapítási együtthatók esetén (60. ábra).



60. ábra A robusztus AFA adaptálása ismeretlen frekvenciájú jel esetén, különböző  $Q_{damp,AFA}$  csillapítási tényezőkkel (kezdő frekvencia 110.0 Hz, mérési adatok)

Az algoritmusokat egy rövidebb, 1 millió pontos adatsorra futtattam le. Összevettem a szinuszosztés és az AFÁ-n alapuló javasolt algoritmus szinusz paramétereire gyakorolt hatását (II. táblázat). A robusztus AFA-nál  $Q_{damp,AFA} = 5$  értéket választottam, ami jó kompromisszum az adaptáció sebessége és zajimmunitás szempontjából. A táblázatból látható, hogy a javasolt AFA alapú módszer sokkal pontatlanabb (385 mHz kontra 1 mHz)

## 4. Jelút kompenzálása: zavarcsűrés

kiinduló frekvenciabecslő esetén is stabilan illeszkedik a mérési eredményre, és együtt fut a legjobb szinuszillesztés eredményével. Szinuszillesztés esetén tolerálhatatlan amplitúdóbecslési ingadozást látunk már az optimalizáció kezdeti frekvenciájának 2 mHz-nyi eltérése esetén.

II. táblázat Méréshez illesztett referenciajel hibája  
(8 bites ADC, 1 millió pont, mért adat)

| illesztési mód<br>(kezdeti frekv.)        | becsült<br>DC érték<br>[LSBs] | becsült<br>amplitúdó<br>[LSBs] | becsült<br>frekvencia<br>[Hz] | RMS hiba<br>[LSBs] |
|-------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|--------------------|
| 4-par<br>szinuszillesztés<br>(110.383 Hz) | 126.95                        | 159.10                         | 110.385                       | 34.1               |
| 4-par<br>szinuszillesztés<br>(110.387 Hz) | 126.95                        | 160.75                         | 110.384                       | 38.4               |
| 4-par<br>szinuszillesztés<br>(110.385 Hz) | 126.94                        | 136.85                         | 110.3849                      | 0.35               |
| AFA alapú<br>(110.000 Hz)                 | 127.01                        | 136.72                         | 110.3849                      | 0.34               |

A kísérlet azt igazolja, hogy a fenti mérés esetén mind a jelgenerátor, mind az ADC óragenerátora kellően stabil volt, hiszen a javasolt AFA alapú algoritmus, mely alkalmas frekvencia- és amplitúdóadaptációra is, ugyanolyan pontossággal tudta modellezni a mért jelet, mint a legjobb szinuszillesztés. Az AFA alapú algoritmus azonban ezt sokkal nagyobb stabilitással tette, a kezdeti frekvenciabecslőtől jóval függetlenebbül.

#### 4.3.2. A 4 paraméteres szinuszillesztés és AFA összevetése szimulációs adatokon

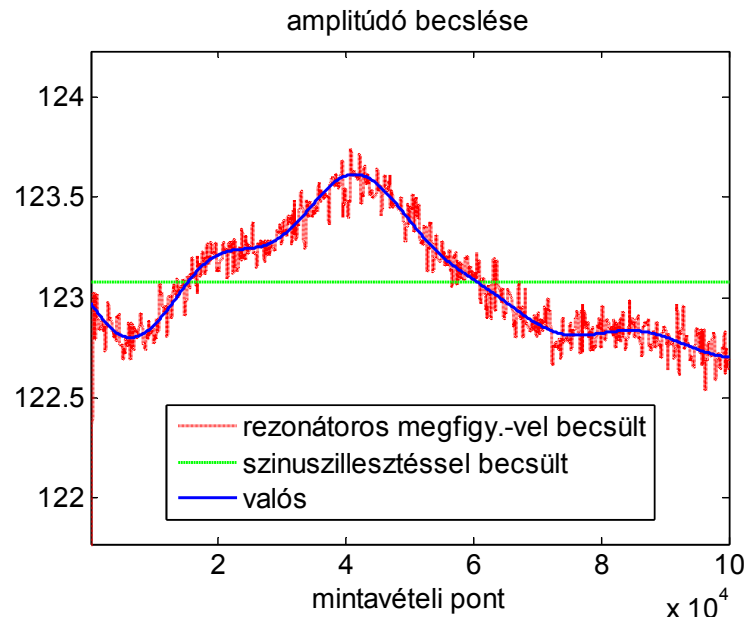
A mérési adatok feldolgozása jól demonstrálta, hogy a javasolt AFA alapú algoritmus robusztus a jel frekvenciájának kiinduló becslésére. Szimulációs adatokon tudjuk jól bemutatni, hogy milyen további előnyöket nyújt, ha a frekvencia lassan vándorol (drift), vagy ha az amplitúdó rövid idejű stabilitása nem biztosított. A javasolt algoritmus ezt hatékonyan detektálja, és jelzi, ha a mérés megismétlése indokolt emiatt, de egyben le is követi a változást, tehát folyamatosan hangolja a megfigyelendő jel modellparamétereit.

Elsőként nézzük meg, hogy hogyan követi a megfigyelő a kismértékű, lassú amplitúdóváltozást (61. ábra). Látható, hogy részben a zajnak, részben a két szabályozó kör (FA és AFA) folyamatos hangolásának köszönhetően ugyan egy kis varianciával, de jól követi a jel amplitúdójának tényleges pillanatértékét. A szinuszillesztés egy átlagos amplitúdót tud csak becsülni a teljes regisztrátumra.

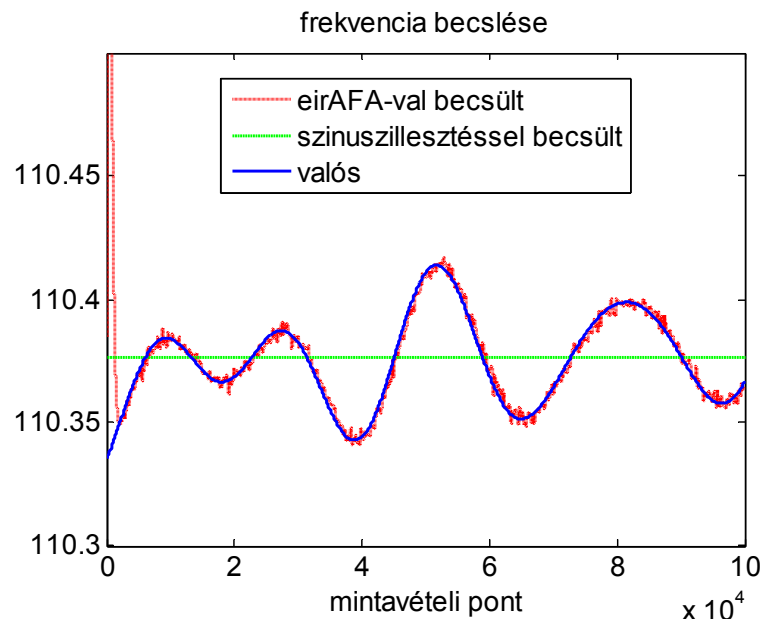
Hasonlóképpen jól adaptál a megfigyelőn alapuló jelmodellező algoritmus, ha a frekvencia kúszik (62. ábra). Egy kezdeti tranziens után a frekvenciát egy kis késleltetéssel ugyan, de helyesen követi az AFA megfelelő robusztus változata. A megfigyelővel követett jel RMS hibája több, mint egy nagyságrenddel kisebb, mint a szinuszillesztés hibája, amennyiben a zajos kvantált megfigyeléssel vetjük össze. Az eredeti zajmentes jellel összevetve a javulás még látványosabb, kb. 75-szörös a javasolt algoritmus javára. A zajszintre is kellően robusztus az algoritmus. Kb. 10 dB jel/zaj viszonyig kellően pontos becslőt ad a

#### 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

frekvenciára. Az AFA paraméterezése a driftről és zajszintről rendelkezésre álló a priori információk alapján történhet.



61. ábra Amplitúdóbecslés a rekurzív Fourier-analizátor struktúrával, amennyiben az amplitúdó lassan változik (SNR=55 dB, szimulált adat).  
A vízszintes vonal a szinuszillesztéssel nyert becsülő.



62. ábra Frekvenciabecslés az AFÁ-val, amennyiben a frekvencia lassan változik (SNR=55 dB, szimulált adat).  
A vízszintes vonal a szinuszillesztéssel nyert becsülő.

#### 4.4. Mintavételezési jitter hatásának kezelése jelmodell-alapú zavaraszűrésnél

A mérést – különösen nagyfrekvenciás AD átalakítók esetén – ún. jitter terheli, mint parazita hatás. Jitternek nevezzük azt a jelenséget, amikor a mintavétel nem az általunk kívánt pillanatban történik, hanem egy a körüli, de attól véletlenszerűen eltérő pillanatban. Az eltérés nem ismert. A jitternek az az oka, hogy egyrészt az órajelgenerátornak van egy rövid idejű instabilitása, másrészt a mintavételt indító órajel komparálásának van egy

#### 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

bizonytalansága (pl. órajelhez hozzáadódó zaj miatt), továbbá a komparálás után is a logika és a mintavevő-tartó áramkör késleltetésének bizonytalansága hozzájárul az ingadozáshoz. Az ideális és a tényleges mintavételi idő közötti különbséget apertúra jitternek (időtartomány), míg ennek hatását a mintavett jelben (amplitúdó tartomány) apertúra jitter hibának nevezik [69].

Célom a jitter szinuszillesztésre gyakorolt hatásának vizsgálata.

Magát a jittert már a jelfeldolgozás kutatásának korai szakaszában elkezdtek vizsgálni. Liu és Stanley egy hibahatárt állapított meg a jitteres minták körül 1965-ben [91]. Gans leírta, hogy nagyon gyors periodikus jelek esetén alkalmazott ekvivalens mintavételezés, és az azonos fázisúnak feltételezett minták átlagolása esetén (signal enhancement) a jitter hatása egy szűrőként írható le, ahol a szűrő súlyfüggvénye a jitter időtartománybeli valószínűség-sűrűségfüggvénye [70]. Verbeyst és társai speciálisan Gauss eloszlású jitterre vezették le eredményeiket [92]. Souders és társai szintén behatóan vizsgálták a jitter hatását az egyes mintákra, feltételezve, hogy a minta becslője nagyon sok kísérlet esetén a sokaság szerinti átlag egy adott időpillanatban [93]. Tekintettel arra, hogy ez a megközelítés közel áll az általam vizsgálthoz, ennek eredményét ismertetem. A minta sokaság szerinti átlaga, mint becslő a következő:

$$\bar{Y}_t = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{tk} , \quad (105)$$

ahol  $x_{tk}$   $k$ . kísérlet esetén a hipotetikus  $t$  időpillanatban vett minta. Az így definiált becslő várható értéke egy  $x(t)$  időfüggvény esetén a következő:

$$E\{\bar{Y}_{t_i}\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t_i + t) f(t) dt , \quad (106)$$

ahol  $f(t)$  a jitter időtartománybeli valószínűség-sűrűségfüggvénye,  $E\{. \}$  várhatóértéket jelent. Ezt a kifejezést Taylor sorba fejtve, majd Fourier-transzformálva kapjuk Souders által javasolt becslőt a torzítás meghatározására:

$$\begin{aligned} \{\bar{Y}_{t_i}\} = & \left\{ x(t_i) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt \right\} + \left\{ x'(t_i) \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t) dt \right\} \\ & + \left\{ \frac{x''(t_i)}{2!} \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t) dt \right\} + \end{aligned} \quad (107)$$

Az integrálok a jitter egyes momentumai:

$$\begin{aligned} \{\bar{Y}_{t_i}\} = & X(\omega) + j\omega\mu X(\omega) + \frac{\omega^2(\sigma^2 + \mu^2)}{2!} X(\omega) + \\ = & X(\omega) \left[ 1 + j\omega\mu + \frac{\omega^2(\sigma^2 + \mu^2)}{2!} + \dots \right] , \end{aligned} \quad (108)$$

#### 4. Jelút kompenzálása: zavarűrés

##### 4.4.1. Jitter hatásának levezetése szinuszillesztés esetén

A célom a jitter hatásának levezetése egy speciális esetben, amikor a gerjesztő jel szinuszos, és a mérési eredményekre szinuszjelet illesztünk. Az AD átalakítóra kapcsolt vizsgálójel a következő alakú:

$$x(t) = \sin(\omega t), \quad (109)$$

ahol  $\omega$  a jel körfrekvenciája, és  $t$  a folytonos idő. A jel amplitúdója egységnyiinek feltételezett (csillapítást vizsgálunk, ezért ezt tetszőlegesen választhatjuk meg.) A jitter hatása leírható úgy, hogy a fenti kifejezés idő tagjához hozzáadódik egy zaj jellegű tag,  $n(t)$ :

$$x_j(t) = \sin(\omega(t + n(t))). \quad (110)$$

A valóságban a jitter a mintavételkor adódik a jelhez. Célom az egyes hatások szeparálása, ezért a folytonos jelhez illesztett szinusz amplitúdótorzulását fogom vizsgálni, és a jittert úgy feltételezem, mint egy időhöz hozzáadódó folytonos random zavarás. Ezzel szeparálom a véges regisztrátumhosszból, a szinuszillesztő nemlineáris optimalizálási algoritmusból, a mérést terhelő zajból eredő további parazita hatásokat. A fenti jitteres jelhez illesztünk tehát szinuszjelet, és megvizsgáljuk, hogy a legjobb szinuszillesztés milyen paramétertorzulást eredményez. Innen vizsgálható tovább, hogy az egyéb parazita hatások a jitteres szinuszillesztést hogyan befolyásolják. További megkötésként feltételezem, hogy a jitter valószínűség-sűrűségfüggvénye nullára szimmetrikus, ami azt jelenti, hogy a korai és késői mintavétel valószínűsége megegyezik minden időeltérésre. Az alábbi szimmetriát feltételezve belátható, és egyben szemléletből is következik, hogy a négyzetes értelemben legjobb szinuszillesztés DC becslése, fázisa és frekvenciája megegyezik az eredeti jelével. Egyedül az amplitúdó torzulását kell vizsgálnunk. A hibát egy periódusra vizsgálom, majd a hibafüggvény minimumánál vizsgálom meg a paraméter várható értékét:

$$e = \int_0^T (x_j(t) - x(t))^2 dt = \int_0^T (\sin(\omega(t + n(t))) - A \sin(\omega t))^2 dt, \quad (111)$$

ahol  $T$  a periódusidő. A hiba minimumhelyének teljesítenie kell az alábbi feltételt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial A} &= \frac{\partial}{\partial A} \int_0^T (x_j(t) - x(t))^2 dt = 0, \\ \frac{\partial e}{\partial A} &= \int_0^T 2 (\sin(\omega(t + n(t))) - A \sin(\omega t)) \sin(\omega t) dt. \end{aligned} \quad (112)$$

A szinusz addíciós képletét felhasználva, és az amplitúdó várható értékét kifejezve kapjuk:

$$E\{A\} = \frac{E\left\{\int_0^T \sin^2(\omega t) \cos(\omega n(t)) dt\right\} + E\left\{\int_0^T \sin(\omega t) \cos(\omega t) \sin(\omega n(t)) dt\right\}}{E\left\{\int_0^T \sin^2(\omega t) dt\right\}} \quad (113)$$

A jitter valószínűség-sűrűségfüggvényére tett szimmetriamegkötések miatt a kifejezés az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$E\{A\} = \frac{\int_0^T \sin^2(\omega t) E\{\cos(\omega n(t))\} dt}{\int_0^T \sin^2(\omega t) dt} = E\{\cos(\omega n(t))\}. \quad (114)$$

Ez azt jelenti, hogy a jitter, mint valószínűségi változó, egy nemlineáris függvényen, mégpedig egy koszinusz függvényen keresztül transzformálódik. Egy  $f(x)$  valószínűség-sűrűségfüggvénnyel rendelkező valószínűségi változó  $y = r(x)$  transzformáció hatására a következő valószínűség-sűrűségfüggvénnyel fog rendelkezni:

## 4. Jelút kompenzálása: zavarűrés

$$g(y) = f(r^{-1}(y)) \left| \frac{dr^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad (115)$$

$$x = r^{-1}(y), \quad g(y) = f(x) \left| \frac{dx}{dy} \right|. \quad (116)$$

Amennyiben a transzformáció koszinusz függvény:

$$n = \frac{\arccos(y)}{\omega} \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\arccos(y)}{\omega} = \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}, \quad (117)$$

$$g(y) = f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}.$$

Ennek várható értéke adja a legjobb szinuszillesztés várható értékét:

$$E\{A\} = E\{g(y)\} = E\left\{f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}\right\}. \quad (118)$$

A (114) ill. (118) egyenletek analitikusan adják meg a jitter által okozott torzítást a szinuszillesztés amplitúdójára, feltéve, hogy ismerjük a jitter valószínűségi sűrűségfüggvényét. Amennyiben a jitter eloszlása miatt a fenti kifejezés zárt alakban nem írható fel, numerikusan lehet számolni a torzítást.

Egyenletes eloszlású jitterre gyorsan levezethető a torzítás. Legyen a jitter  $-a$  és  $a$  között egyenletes eloszlású.

$$f(n) = \frac{1}{2a} \quad a \leq n \leq a, \quad (119)$$

$$g(y) = f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}} = \frac{1}{\omega a \sqrt{1-y^2}}. \quad (120)$$

A szimmetrikus (119) valószínűségi sűrűség-függvény negatív  $n$  argumentumú része a koszinusz transzformáció hatására a pozitív argumentumú részre lapolódik be. Ezért tűnik el az  $\frac{1}{2}$ -es szorzó a (120)-ben. A (120) várható értéke adja az amplitúdó becslés torzítását:

$$E\{g(y)\} = \frac{1}{\omega a} \int_{\cos(\omega a)}^1 \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} dy = \left[ \frac{1}{\omega a} \sqrt{1-y^2} \right]_{\cos(\omega a)}^1 \quad (121)$$

$$= \frac{\sqrt{1-\cos^2(\omega a)}}{\omega a} = \frac{\sqrt{1-(1-\sin^2(\omega a))}}{\omega a} = \frac{\sin(\omega a)}{\omega a}.$$

#### 4.4.2. Összevetés M. Souders eredményével

Egyenletes zaj esetén Souders [93] is a (121) szerinti analitikus kifejezésre jut. A (114) ill. (118) egyenleteket összevetve Souders (108) kifejezésével nem sok hasonlóság látható. Az eredmények összevetésére ezért fejtsük Taylor sorba az általam levezetett (114) analitikus kifejezést:

$$\begin{aligned}
 E\{A\} &= E\{\cos(\omega n(t))\} = E\left\{1 - \frac{(\omega n(t))^2}{2!} + \frac{(\omega n(t))^4}{4!} - \frac{(\omega n(t))^6}{6!} \pm \dots\right\} \\
 &= 1 - \frac{\omega^2}{2!} E\{(n(t))^2\} + \frac{\omega^4}{4!} E\{(n(t))^4\} - \frac{\omega^6}{6!} E\{(n(t))^6\} \pm \dots
 \end{aligned} \tag{122}$$

Most összevetve (108)-et és (122)-et már látszik a hasonlóság. Az általam levezetett szinusziplesztés torzítása egy speciális esete a Souders végtelen soros közelítésének, amennyiben a jitter várható értéke nulla. Az általam levezetett kifejezés előnye a zárt alak, melyre az adott lehetőséget, hogy a gerjesztő jel szinuszos volt.

## 4.5. Tézisek

**3. tézis** AD átalakítók dinamikus tulajdonságainak meghatározásához robusztus algoritmust dolgoztam ki nagyon hosszú mintaregisztrátumok (több millió minta) esetére. Ezzel kiküszöbölhető a hagyományos négyparaméteres szinuszillesztés nagyfokú paraméterérzékenysége a kezdeti érték becslőjére, és kezelhetők a jelgenerátor és a mintavevő áramkör rövid idejű instabilitásai.

### 3.1 altézis

A rekurzív Fourier-analizátor (FA) és az adaptív Fourier-analizátor (AFA) felhasználásával kidolgoztam egy algoritmust, amellyel nagyon hosszú mintaregisztrátumok esetére is megbízhatóan és robusztusan állítható elő az AD átalakítók dinamikus hibáinak (THD, SNR, SINAD stb.) meghatározásakor szükséges referenciajel. Ezzel alkalmassá tettem a tesztelést a szabványban rögzített paraméterek meghatározásán túl a tesztkörnyezet következő nem ideális tulajdonságainak detektálására, ill. kompenzálására:

- detektálható a jelgenerátor frekvenciájának, ill. a mintavétel időzítő áramkörének rövid idejű instabilitása,
- detektálható a jelgenerátor amplitúdó-driftje,
- a fenti két hiba nem csak detektálható, hanem igény szerint kompenzálható is.

A módszert kiterjesztettem úgy, hogy akkor is alkalmas AD átalakító tesztelésére, amikor a mérés a túlvezérelés következtében a szinusz jel alját és tetejét levágja. Az algoritmust a 4.3 fejezet írja le.

Kapcsolódó publikációk: [DT5], [DT25], [DT28].

### 3.2 altézis

Továbbfejlesztettem a frekvencia-drift detektálására szolgáló adaptív Fourier-analizátort (AFA) az eddig ismert robusztus változatainak kombinálásával (extended improved robust AFA, eirAFA), mely mind a robusztus AFA, mind a blockAFA, mind a továbbfejlesztett robusztus AFA előnyös tulajdonságait megtartja, és paraméterezhetően hangolja. A frekvenciaadaptációs algoritmust (104) írja le. Az így továbbfejlesztett AFA univerzálisan alkalmazható, AD teszteléstől függetlenül.

Kapcsolódó publikáció: [DT24].

### 3.3 altézis

Levezettem a mintavételi jitter szinuszillesztésre gyakorolt torzító hatását. Az amplitúdóbecslés a következőképpen alakul:

$$E\{A\} = E\{\cos(\omega n(t))\} = E\left\{f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}\right\},$$

ahol  $n(t)$  a jitter (ideális mintavételi időponttól való időeltérés) időfüggvénye,  $f(n)$  a jitter valószínűsűrsűrűség-függvénye,  $\omega$  a szinusz körfrekvenciája,  $y = \cos(\omega n)$  a jitter nemlineáris transzformációja, „A” a szinuszillesztés amplitúdóbecslése.

A jitter időtartománybeli eloszlásának ismeretében a torzulás kompenzálható.

#### 4. Jelút kompenzálása: zavarsszűrés

A fenti tulajdonságok lehetővé teszik, hogy beágyazott számítógépes rendszerekben a mikrokontroller vagy DSP beépített AD átalakítóját akkor is hatékonyan teszteljük, amikor a mintavételi időzítő órajelének rövid-, és/vagy hosszúidejű stabilitása nem biztosított.

#### 4.6. Jelmodell-alapú jeldetektálás

A környezet megfigyelésének a 3. és 4. fejezetekben leírt változatai egy fizikai mennyiség idő/helyfüggését próbálták meg pontosan rekonstruálni. Az alkalmazások egy körében a jelet nem rögzíteni, hanem ismert alakjának meglétét detektálni szeretnénk. A feladatunk az, hogy egy zajos, esetleg torz környezetben nagy megbízhatósággal kijelentsük, hogy a megfigyelni kívánt jelenség/jelalak/jellegzetesség jelen van, vagy nincs.

Ennek a műszaki gyakorlatban egy régóta ismert változata, amikor egy adott tulajdonságú vizsgáló jelet generálunk, és ennek valamilyen csatornán keresztüli megérkezését keressük. Ismert jelalak esetén a feladatnak adott feltételek mellett optimális megoldása az illesztett szűrő (matched filter). Az illesztett szűrő gondolata az 1940-es években jelent meg, és különböző alkalmazásokban hatékonyan vetették be. Egy átfogó elemzést olvashatunk róla Turin cikkében [94]. Az alap feladat egy zajjal terhelt ismert jel hatékony detektálása:

$$z(t) = s(t) + n(t), \quad (123)$$

ahol  $s(t)$  a detektálandó, ismert jel,  $n(t)$  az additív zavar,  $z(t)$  a megfigyelésünk. Keressük azt a lineáris szűrőt, mely a kimeneti jel/zaj viszonyt maximalizálja. Ez a detektálandó jel időben megfordított (illetve annak eltolt vagy erősített) változata:

$$s(t) = k s(\Delta - t), \quad (124)$$

ahol  $k$  és  $\Delta$  tetszőleges konstansok. Az illesztett szűrő tehát nem más, mint egy keresztkorreláció a detektálandó jel és a zajos megfigyelés között. A keresztkorreláció egy nagy csúcsot ad, amikor a fázisban helyesen illeszkedik a keresett jel a zajos megfigyelésre.

Kérdés, hogy tudunk-e jobb megoldást ajánlani jeldetektálásra, mint a bizonyítottan optimális illesztett szűrő. Amennyiben a peremfeltételek ugyanazok, természetesen nem. De ha egy-egy kötést relaxálunk, akkor a hatékonyságot javíthatjuk. A következőkben azt mutatom be, hogy periodikus vizsgálójelek esetén, megengedve idővariáns szűrőt hogyan tehető robusztusabbá a jeldetektálás.

#### Jelstruktúra beépítése a rekurzív Fourier-analizátorba

A 4.1.2 fejezetben bemutatott rekurzív Fourier-analizátor hatékonyan alkalmazható spektrális felbontásra, és ez alapján a jel rekonstrukciójára is. Az alapgondolat az, hogy építsük be a detektálandó/megfigyelendő jel struktúráját a jelmodellbe, ennek megfelelően a megfigyelőbe is. Ehhez a detektálandó jelek körét le kell szűkítsük periodikus jelekre, azon belül is véges számú periodikus komponens szuperpozíciójára (multiszinusz). Az egyes komponensek amplitúdó és fázisviszonyait tetszőlegesen állíthatjuk:

$$s(t) = \sum_{k=1}^P A_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k). \quad (125)$$

A jelstruktúrát sokféleképpen bevihetjük a rekurzív Fourier-analizátorba. Egyik lehetséges változata, amikor a  $2..P$  csatornák állapotváltozóit (Fourier-együtthatók) nem hagyjuk szabadon hangolni, hanem az 1-es csatornához (vagy a domináns csatornához), a (125)-nek megfelelő amplitúdó és fázis arányoknak megfelelően állítjuk be. (Természetesen a negatív frekvenciáknak megfelelő csatornákon is.):

#### 4. Jelút kompenzálása: zavaraszűrés

$$\hat{X}_k = \hat{X}_1 \frac{A_k e^{j\varphi_k}}{A_1 e^{j\varphi_1}}, \quad k = 2..P. \quad (126)$$

Az így módosított megfigyelő helyesen működik, ha a vizsgáló jelet és a jeldetektálást egymáshoz tudjuk szinkronizálni. Az adott jelalak meglétét az  $\hat{X}_1$  Fourier-együttható becslése jelzi. A megfigyelő megfelel ebben az esetben egy olyan idővariáns illesztett szűrőnek, amely mindig fázishelyesen (a periodikus jelet cirkulárisan körbeforgatva) korreláltat a vizsgálójellel. Ez minden időpillanatban szolgáltatja a megfelelő korrelációt, amely egy időinvariáns illesztett szűrő esetén periódusonként csak egy csúcsot eredményezne. A jeldetektálás robusztussága ezáltal növelhető, továbbá biztosított az anytime jelleg is.

Amennyiben a vizsgálójel és a megfigyelő szinkronizálására nincs lehetőség, a vizsgálójel ismeretlen késleltetését becsülni tudjuk. Ehhez először a Fourier-analizátort (FA) az eredeti változatában kell működtetnünk, ahol az egyes csatornák szabadon hangolódhatnak. A különböző, vizsgálójel modelljében szerepet játszó csatornák fázisainak változásából a késleltetés becsülhető [DT56]. Ezzel a késleltetéssel kompenzálva a vizsgálandó jelet a csatornák már köthetők egymáshoz.

A téma kifejtését doktorandusz hallgatóm, Hajdu Csaba végzi. A motiváció a CERN nemzetközi részecskefizikai kutatóintézettel való együttműködés keretében a részecskegyorsítók sugárnyaláb szökését felügyelő biztonsági rendszerének jelút-integrátsvizsgálata. Részletebben erről itt írtunk: [DT4], [DT14], [DT18], [DT19].

#### 4.7. Új eredmények

##### *Jelstruktúra beépítése a rekurzív Fourier-analizátorba*

Periodikus vizsgálójelek detektálására a jelstruktúra (multiszinusz amplitúdó- és fázisviszonyai) beépítését javasoltam a rekurzív Fourier-analizátorba, mely lehetővé teszi a vizsgálójel robusztus detektálását, biztosítja az anytime jelleget.

Kapcsolódó publikáció: [DT17], [DT56].

A jelstruktúra rekurzív Fourier-analizátorba való beépítésének javaslata saját tudományos eredményem, ennek különböző változatainak kifejlesztése, részleteinek kidolgozása, a késleltetés automatikus becslése, az Adaptív Fourier-Analizátor algoritmusának a CERN részecskegyorsítóhoz való adaptálása Hajdu Csaba PhD hallgatóm eredménye. A CERN felügyelőrendszeréhez és a Fourier-analizátorhoz kapcsolódó eredményeket közösen publikáltuk: [DT4], [DT14], [DT17], [DT18], [DT19].

## 5. Jelút-kompenzáció feladatának kiterjesztése és általánosítása

A 3. fejezetben bemutattam a jelút-kompenzálásnak azt az esetét, amikor a mérőrendszer átvitele lineáris időinvariáns rendszerrel leírható és az inverz probléma rosszul kondicionált. A jelút-kompenzáció ugyan ezekkel a módszerekkel elvégezhető, amennyiben a fizikai rendszeren belüli jelutakat is figyelembe kell vennünk (ld. 4. ábra), és ezek a jelutak leírhatók frekvenciatartománybeli átviteli függvényükkel. Ebben a fejezetben a feladat következő kiterjesztéseivel foglalkozom:

1. nemlineáris rendszerek kompenzálása rosszul kondicionált esetben,
2. megfigyelés pontosítása alternatív jelutakkal (szenzorfúzió),
3. közvetve mérhető mennyiségek becslése.

### 5.1. Mérőrendszer átviteli hibáinak kompenzálása: statikus nemlinearitások

A frekvenciatartománybeli torzulás mellett gyakran fellépő hiba a mérőrendszer nemlinearitása. Ennek egyszerűbb esete, amikor a kimenet szigorúan csak a bemenet adott mintavételi pillanatában felvett értékétől, és természetesen a statikus nemlinearitástól függ. Ezt általában Taylor soros felbontással szokás analizálni.

Bonyolultabb a memóriával rendelkező eset, amikor a kimenet tetszőleges korábbi bemenetektől is függ [95], [96]. Ezt Volterra sorral tudjuk leírni, mely tekinthető a konvolúció kiterjesztésének (vagy a konvolúciót tekinthetjük ennek egy speciális esetének):

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^N \int_a^b \dots \int_a^b h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{j=1}^n x(t - \tau_j) d\tau_j, \quad (127)$$

ahol  $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$  az  $n$ -ed rendű Volterra kernel [97].  $N$  általánosan lehet végtelen is. Ún. gyengén nemlineáris rendszerek legjobb lineáris közelítésével foglalkozott kimerítően Dobrowiecki Tadeusz és Johan Schoukens brüsszeli iskolája. Részletesebben ld. [98].

Memóriával nem rendelkező, statikus nemlinearitások kompenzálásával foglalkozott irányításom alatt PhD hallgatóm, Bakó Tamás Béla. Tekintettel arra, hogy ezen a területen az eredmények jelentős része PhD hallgatóm érdeme, a tématerületet csak a teljesség kedvéért, röviden ismertetem.

A memóriamentes statikus nemlinearitás kompenzálása egyszerű esetben triviális: a nemlinearitás inverz függvényén kell átvezetnünk a jelet. Ügyelni kell arra, hogy nemlineáris torzulás esetén nem cserélhető fel a különböző torzító hatások sorrendje, ennek megfelelően a kompenzálásuk sorrendje sem. Számos ipari alkalmazásban találkozunk nemlineáris mérési problémával, és ennek kompenzálására tett kísérlettel. Csak néhányat kiemelve ezek közül: áramváltó transzformátorok nemlinearitásának kompenzálásával találkozunk [99]-ben, katódsugárcsőves oszcilloszkópok torzításával foglalkozik [100], digitális kommunikációs csatornák torzulását és kompenzálását vizsgálja [101]. Hangfeldolgozás területén szintén nagyon régóta intenzíven kutatott téma: [102], [103], [104], [105].

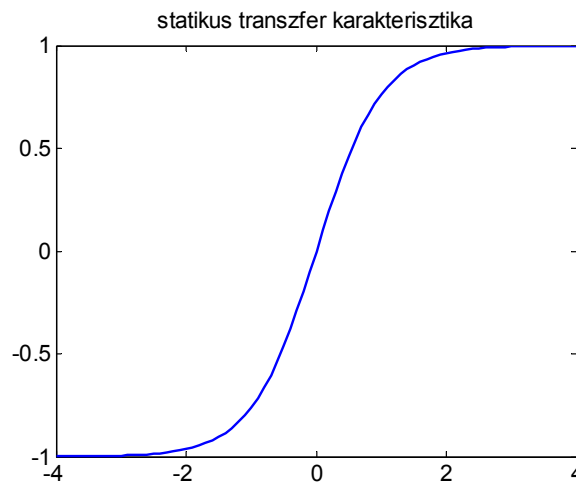
A feladat egyszerű esetben jól kondicionált, és a kihívás abban rejlik, hogy számítástechnikailag hatékony inverzszámításhoz jussunk. Az inverz nemlinearitás univerzális felírásának egyik módja a hatványsoros felírás [106], de a mai számítási kapacitás és egy beágyazott rendszerben is rendelkezésre álló memória mellett egy lookup table alkalmazása a statikus transzferkarakterisztika inverzének tárolására is jó alternatíva.

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

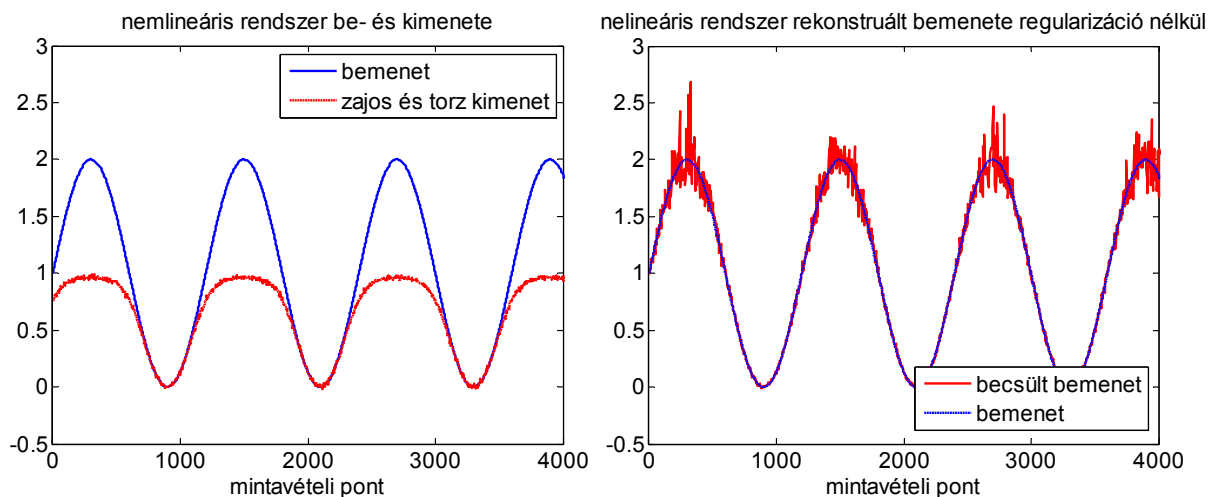
(Amennyiben a lookup table rendelkezésre álló mérete nem biztosít kellő felbontást, a tárolt minta körüli, alacsony fokszámú polinomiális interpoláció alkalmazható. Gyakran egy lineáris interpoláció is kielégítő.)

A nemlinearitás inverziója ott válik rosszul kondicionálttá, amikor a nemlinearitás statikus transzferkarakteristikája vízszinteshez közeli szakaszokat tartalmaz, mint pl. egy telítődő karakterisztikánál. Ennek inverz függvénye az additív mérési zajokat nagymértékben felerősíti.

A rosszul kondicionáltság illusztrálására nézzünk egy szimulációs példát, melyben egy szinuszjelet keretsztülveztünk egy telítődő karakterisztikán. A statikus nemlinearitást mutatja a 63. ábra. A gerjesztőjelet, a nemlinearitás torzító hatását, továbbá a zajos jel alapján rekonstruált bemenetet mutatja a 64. ábra. A rekonstrukció során a zaj azokon a jelszakaszokon erősödik fel, ahol telítésbe ment a kimenet. A dekonvolúcióval ellentétben a hiba itt nem a jel frekvenciájának, hanem pillanatértékének függvényében jelentkezik.



63. ábra Statikus nemlinearitás



64. ábra Nemlineáris rendszer bemenete és kimenete, illetve a kompenzált nemlinearitás (SNR=35 dB).

A zajerősödésre a dekonvolúcióhoz hasonlóan regularizáló operátorok vezethetők be. Ezen a területen ért el jó eredményeket irányításom alatt PhD hallgatóm, Bakó Tamás Béla, aki sikeresen megvédte PhD dolgozatát 2005-ben. Az alapgondolat, hogy az inverz nemlinearitást Taylor sorának első két tagjával közelítjük, és az elsőfokú tagot enyhén módosítjuk:

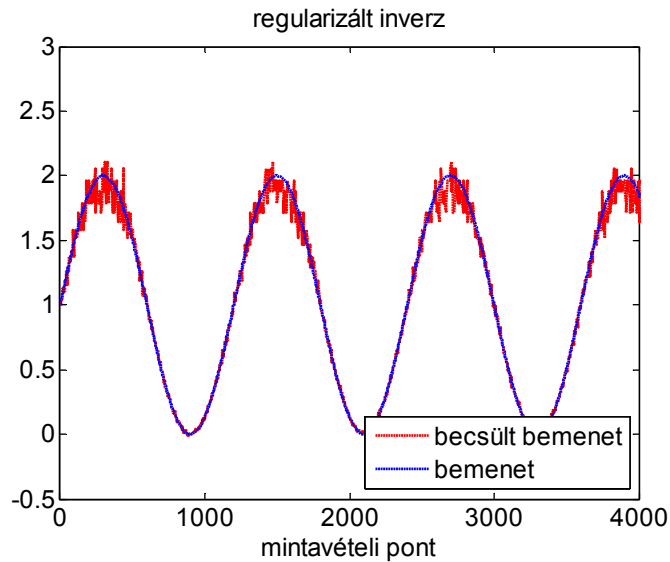
## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

$$K(y_0 + \Delta y) \approx K(y_0) + \left. \frac{dK(y)}{dy} \right|_{y=y_0} \Delta y, \quad (128)$$

ahol  $K(y)$  az inverz nemlinearitás. A derivált helyett az alábbi regularizált erősítést vezetjük be:

$$\left. \frac{dK(y)}{dy} \right|_{y=y_0} \rightarrow \frac{\left. \frac{dN(x)}{dx} \right|_{x=\hat{x}_0}}{\left( \left. \frac{dN(x)}{dx} \right|_{x=\hat{x}_0} \right)^2 + \lambda}, \quad (129)$$

ahol  $N(x)$  írja le a nemlinearitást [DT6], [DT42]. A inverz függvény deriváltját numerikusan integrálva kapjuk a regularizált inverz karakterisztikát. A konstans eltolás egyéb peremfeltételekből számítható. A szimulációs példában  $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$  esetén a regularizált rekonstrukciót a 65. ábra mutatja. Megfigyelhető itt is, hogy a torzítás és a zajerősödés egyensúlyát kell keresnünk a dekonvolúcióhoz hasonlóan. A 65. ábra becslőjénél a pozitív csúcsérték lekerekedik. A zajmentes bemenet eléri a 2-es amplitúdó értéket, míg a becslő alatta marad. A negatív csúcsérték nem szenved lényegi torzulást, mert ez a nemlineáris karakterisztika 1 körüli deriváltú részénél van.



65. ábra Kompensált nemlinearitás regularizálással,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ , (SNR=35 dB).

A regularizált inverzen kívül származtatható a torzításmentes becslő is [DT41]. A fenti módszereket sikeresen alkalmaztuk régi hangfelvételek restaurálására [DT43].

### 5.2. Szenzorfüzió és alkalmazásai

Az elektronika fajlagos költségének folyamatos csökkenésével, a szilícium lapon megvalósítható mikro-elektromechanikai szenzor rendszerek (micro electromechanical systems, MEMS sensors) megjelenésével egyre több szenzort vethetünk be a környezetünk megfigyelésére reális áron. Ez azt is jelenti, hogy ugyanazon fizikai jelenséget adott esetben több szenzorral is megfigyelhetjük [107], [108].

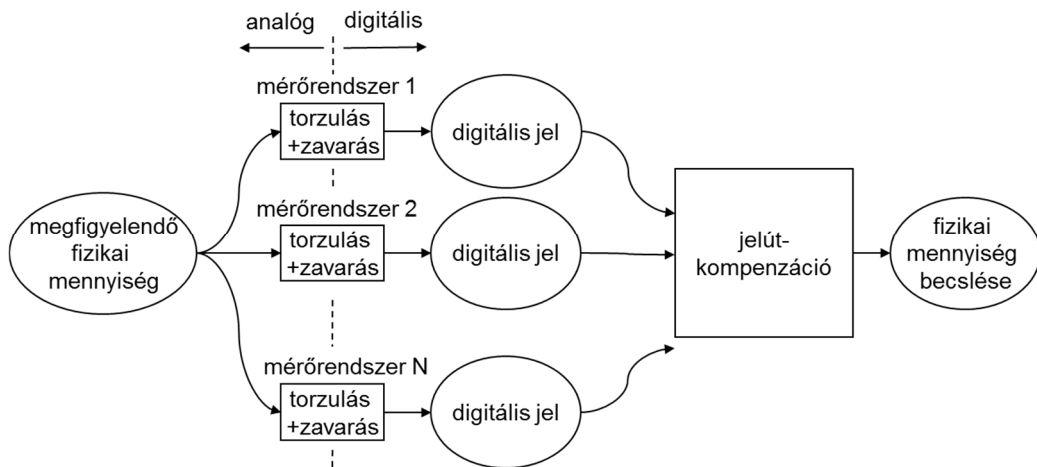
A többszörözött megfigyelésnek sokféle motivációja lehet. Az egyik a redundancia biztosítása biztonságkritikus rendszerekben. Ha az egyik szenzor meghibásodik, és az általa szolgáltatott információ kritikus, kell, hogy legyen alternatív információforrásunk (pl. automatikusan landoló repülőgép esetén földtől számított magasság információ). Gyakran arra is szükségünk van, hogy megállapíthassuk, hogy a szenzor által szolgáltatott adatnak hihetünk-e. Ha elromlik, és nem szolgáltat adatot, akkor egyszerű a helyzet. A redundáns

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

elem helytáll. Ha a szenzor úgy hibásodik meg, hogy rossz információt szolgáltat, akkor ezt a többi, azonos fizikai mennyiséget figyelő szenzor jelével való összevetéssel detektálhatjuk, adott esetben kompenzálhatjuk.

A szenzorok többszörözésének másik motivációja a pontosság növelése. Elvileg azonos szenzorokat is többszörözhetnénk, ami átlagolással jobb jel/zaj viszony biztosítását tenné lehetővé. Ez egy aránylag költséges módja lenne a pontosság növelésének. Gyakoribb, hogy azonos fizikai mennyiséget, de különböző bemeneti jeltartományokban mérő szenzorokat alkalmazunk. Ezáltal le tudunk fedni egy olyan széles bemeneti jeltartományt, amit egy szenzorral nem tudtunk volna megtenni. A sok szenzor összehangolását ilyenkor nem az egyes szenzorcsatornák kiválasztásával (szenzorok multiplexelésével) valósítjuk meg, hanem a szenzorok jeleinek súlyozott kombinálásával az adott mérési tartományban jellemző pontosságuknak megfelelően. Ily módon egy olyan komplex szenzorhoz jutunk, melyben minden szenzor valamilyen súllyal hozzájárul a végső becsléshez. A szenzorinformáció ilyen, több forrásból való kombinációját nevezik szenzorfüziónak.

A szenzorfüzió szót különböző szakterületek eltérően alkalmazzák. Én munkám során azzal a változatával foglalkozom, ahol a megfigyelendő fizikai mennyiség, mint időfüggvény is jelentőséggel bír. Érdekes tehát minden mintavett érték időbeni helyzete, a jel frekvenciatartománybeli viselkedése. Ezen megkötés mellett érdeklődésem középpontjába azon szenzorfüziós módszerek kerültek, melyeknél a szenzorok véges sáv szélességéből, átviteli függvényük eltérő frekvenciamenetéből adódó különbségeket használjuk ki, hogy egy széles frekvenciatartományban működőképes komplex szenzorhoz juthassunk. A 66. ábra jelölésének megfelelően tehát a torzulás véges sáv szélességet jelent, ahol az egyik szenzor kis frekvencián, a másik közepes, míg a harmadik nagy frekvencián pontos.



66. ábra Jelút-kompenzáció szenzorfüzió esetén.

A kis/nagy frekvencián pontos megjelölés adott esetben jelentheti azt is, hogy érdemben csak azon frekvenciatartományban mér. Pl. ha egy objektum pozícióját szeretnénk megfigyelni, és erre az egyik szenzorunk pozíció-, a másik sebességinformációt szolgáltat (ami a pozíció deriváltja), akkor a sebességszenzorunk a pozíció szempontjából csak nagy frekvencián (pozícióváltozásra vonatkozóan) szolgáltat érdemi információt. Ilyenkor a torzulás egy deriváló taggal modellezhető.

### 5.2.1. Frekvenciatartománybeli szűrést megvalósító szenzorfüzió

#### Szenzorfüzió komplementer szűrővel

A szenzorfüzió frekvenciatartománybeli megvalósításának alapötlete, hogy minden szenzorcsatorna jelét egy szűrőn vezetjük keresztül, ami a pontos működési tartományban

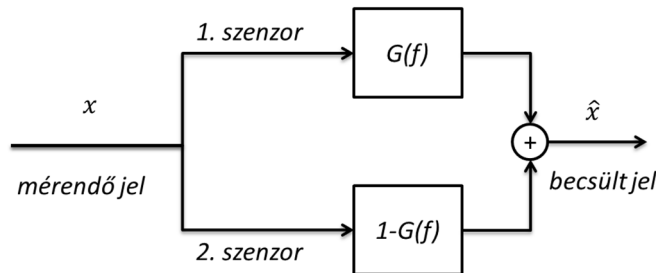
## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

áteszt, a többi tartományban elnyom, majd a szűrt csatornákat összegezi. Az egyes csatornák szűrése nem tetszőleges, hanem az eredő rendszerre a teljes átvitelenk egységnyi kell lennie.

Ha csak két szenzorunk van, a két jelcsatorna átvitele egymás komplementere kell legyen, ezért ezt komplementer szűrőpárnak nevezik. A komplementer viselkedésre az eredő egységnyi átvitelen kívül léteznek alternatív megközelítések is ( $H(z)$  fogja jelölni az egyik csatorna, míg  $H_c(z)$  a komplementer csatorna  $z$  tartománybeli átvitelét):

- mindentátesztő komplementer:  $H(z) + H_c(z) = A(z)$ , ahol  $A(z)$  egy mindent átesztő átviteli függvény, azaz csak a fázist módosítja,
- késleltetés komplementer, ahol a két csatorna együtt egy  $n$  ütemű késleltetést valósít meg,  $G$  erősítéssel:  $H(z) + H_c(z) = Gz^{-n}$ ,
- amplitúdó komplementer:  $|H(z)| + |H_c(z)| = G$ ,
- teljesítmény komplementer:  $|H(z)|^2 + |H_c(z)|^2 = G$ .

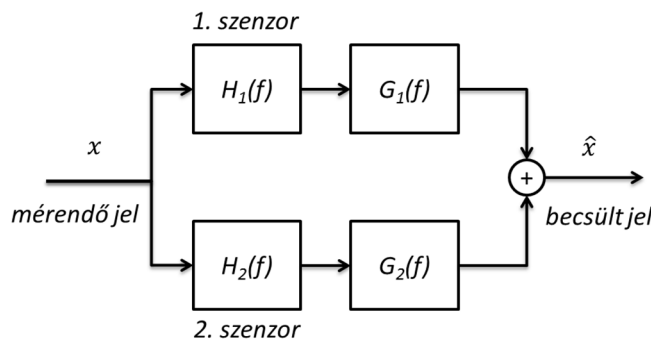
Offline feldolgozás esetén a leggyakoribb a bevezetőben tárgyalt eset, amikor az eredő átvitelre késleltetés, erősítés és fázistorzítás nélkül egységnyi értéket specifikálunk:  $H(z) + H_c(z) = 1$ . Mivel ez akauzális szűrőt eredményezhet, a késleltetés komplementer az ehhez legközelebb álló, online feldolgozható szűrőt eredményező megközelítés. A továbbiakban az alapesetet mutatom csak be. Itt is a frekvenciát univerzálisan  $f$ -fel jelölve, egységesen utalva akár a folytonos, akár a diszkrét leírásra (67. ábra). (Elképzelhető, hogy a folytonos frekvenciatartományban tervezzük a komplementer szűrőt, és később térünk át annak digitális realizációjára.)



67. ábra Szenzorfüzió komplementer szűrőpárral.

Ha a szenzor torzulását is figyelembe vesszük, akkor nem az általunk tervezett két szűrőnek kell komplementernek lennie, hanem a két csatornának, ami már a szenzor torzulását is magába foglalja (68. ábra):

$$H_1(f)G_1(f) + H_2(f)G_2(f) = 1. \quad (130)$$



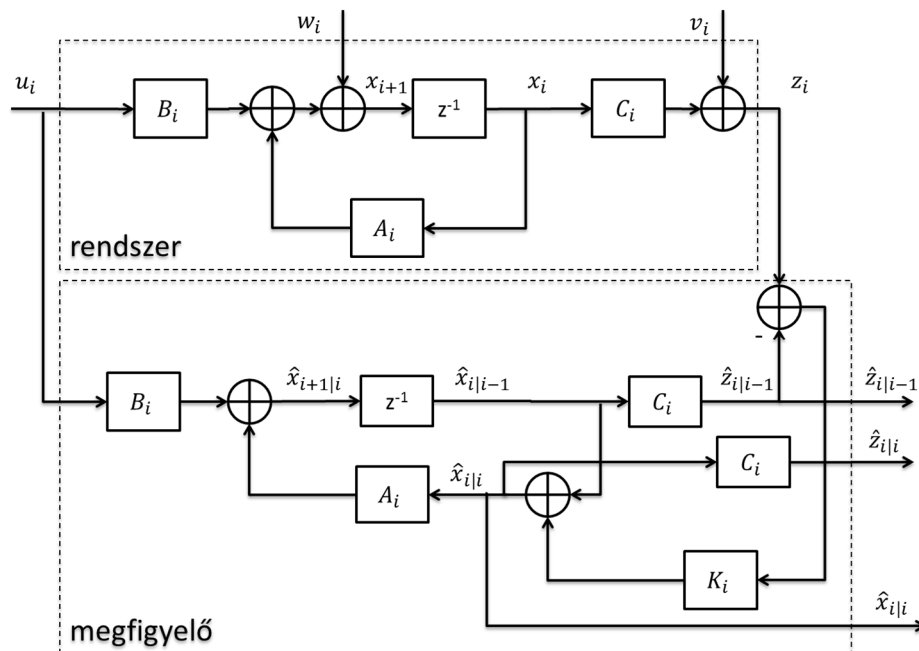
68. ábra Szenzorfüzió komplementer szűrőpárral, a szenzor torzulását is figyelembe véve.

Tipikus komplementer szűrőket és ezek összevetését a Kalman-szűrő megközelítéssel [109] mutatja be.

### Szenzorfúzió Kalman-szűrővel

A 3.2 fejezetben bemutatott Kalman-szűrő állapotterres leírással rendelkező lineáris rendszerek közvetlenül nem megfigyelhető belső állapotváltozóinak becslésére, és ezen állapotváltozók becsléséből a kimenet szűrésére bizonyítottan hatékony módszer. Kis módosítással alkalmassá tehető szenzorfúzióra is. A legegyszerűbb eset, amikor egy megfigyelendő kimeneti változónk van, és ezt több szenzorral szeretnénk mérni. Az egyes szenzorokat más és más zavarok terhelik (69. ábra  $v_i$  megfigyelési zaj vektora). Ezt úgy modellezhetjük, hogy a  $C_i$  kicsatoló mátrixszal szétcsatoljuk az adott állapotváltozót annyi kimeneti csatornára, ahány szenzorunk van. A Kalman-szűrő az állapotváltozó becslésekor mindegyik megfigyelést figyelembe veszi, az adott megfigyeléshez tartozó megfigyelési zaj szórásának függvényében. A sok szenzor (és azok korábbi értékei) ismeretében születik meg a becslés az állapotváltozókra, amiből egy simított, szűrt, sőt akár predikált kimeneti becslés származtatható a megfigyelendő mennyiségre. (Az implementáció során érdemes odafigyelni arra, hogy a megfigyelő az állapot- és megfigyelési zajt nem tartalmazza a modelljében. Ennek megfelelően az állapotváltozók becselőjének szétcsatolása alternatív szenzorok modellezésére a megfigyelőben már redundáns, hiszen minden csatorna ugyanazt a becslést fogja tartalmazni, ezért ezeket elég egyszer kiszámolni.)

A szenzorok dinamikáját szükség esetén az állapotterres leírással magában a lineáris rendszerben modellezhetjük. Itt is a leggyakoribb eset, amikor ugyanarra a fizikai mennyiségre annak deriváltjából vagy integráljából következtetünk (pl. szögsebesség becslése szögpozíció mérése alapján optikai kódtárcsával, vagy szögpozíció becslése szögsebességmérő (rate-gyroscope) segítségével). Az integrálás/deriválás figyelembevételével az állapotterres felírásban triviális, tekintve, hogy az állapotváltozók deriváltjának (diszkrét esetben differenciájának) viselkedését írjuk le az állapotátmeneti mátrixszal.



69. ábra Kalman-szűrő alkalmazása szenzorfúzióra: a  $C_i$  mátrix több szenzorra szétcsatolja a megfigyelést

### Gyakorlati példa – egyensúlyozó robotok

Az egyik gyakorlati példa, ahol hatékonyan alkalmaztuk a szenzorfúziót, egyensúlyozó robot pozíció- és dőlésszögmérése. A két egymás mellett keréssel rendelkező egyensúlyozó robotok előnye a kis helyigény, és az egy síkban való mozgási trajektória

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

esetében a kevés megkötés (szinte egy helyben megfordul). Hátránya a strukturális instabilitás, és a változó domborzati viszonyok (pl. lépcső) melletti nehézkes közlekedés. Elsődlegesen katonai célra tervezett, de ma már a civil szférában is széles körben elterjedt ennek embert szállító változata. A civil alkalmazásban talán legismertebb a Segway robot, ami nagyon sokféle egyszerűbb változatot ihletett a későbbiek során a világ számos fejlesztőközpontjában (70. ábra).



kép forrása: <http://commons.wikimedia.org>

(a)



<https://www.flickr.com>

(b)

70. ábra Segway egyensúlyozó robot (a) és hasonló egyszerűbb eszköz (b)

Az egyensúlyozó robot helyes működéséhez két alap szabályozást kell megvalósítani. A legfontosabb a dőlésszög szabályozás. A kerekek fordulatszámát folyamatosan úgy kell szabályozni, hogy a teher tömegközéppontja a kívánt mozgásnak megfelelő pozícióban legyen. Álló helyzetben, és egyenletes sebességgel való haladás során a kerék tengely fölött kell lennie a tömegközéppontnak. Gyorsítás esetén ennek el kell mozdulnia a gyorsulás irányába, a gyorsulás kívánt mértékének megfelelően. Ez megkívánja a pontos szögpozíció mérést. A másik fontos szabályozó kör a sebességszabályozás. Ha embert szállít a robot, és a rajta álló felhasználó egyben irányítja is azt (nem autonóm), akkor a felhasználó a testpozícióval hangolja a sebességet (pontosabban a gyorsulást) a súlypontjának mozgatásával. Autonóm esetben, vagy távirányított robotnál a sebességet is szabályozni kell.

A szögpozíció mérésére mozgó objektumokon ún. inerciális mérőegységet szokás alkalmazni (Inertial Measurement Unit, IMU), mely több szenzor fúziója alapján számítja a szöget. Ezek tipikusan többtengelyű gyorsulásmérők, MEMS szögsebességmérő giroszkópok, és magnetométerek jeleit használják fel. Ilyen orientációbecslő ma már minden okostelefon része [110].

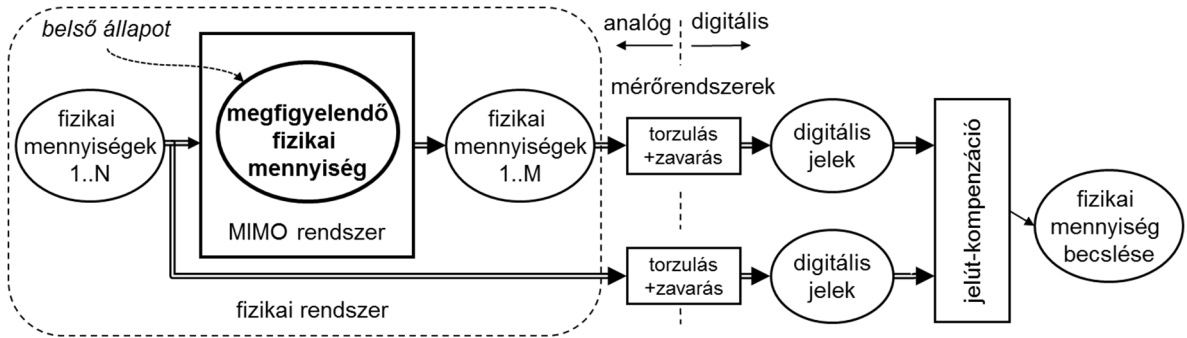
Az általunk megvalósított kisméretű egyensúlyozó robot szögpozíció- és sebességszabályozásánál is sok szenzor együttes információja alapján, szenzorfüzió segítségével sikerült megfelelő becslést adni a megfigyelni kívánt fizikai mennyiségekre. Ebből most a sebességmérést írom le röviden.

A kerék elfordulását a meghajtó DC szervomotorban elhelyezett inkrementális optikai kódtárcsa detektálja. Ez a kihajtó tengelyen helyezkedik el, ennek megfelelően a felbontása gyenge, kb. 100 impulzust szolgáltat egy körön. A kerék méretét figyelembe véve ez durván 1 cm-es felbontást eredményez a pozíciómérésben. A pozíció szempontjából ez kb. megfelelő, azonban ha a sebességet ennek deriváltjából származtatjuk, egy nagyon zajos becslőhöz jutunk. A durva felbontás miatt ugyanis kis sebességeknél csak ritkán van állapotváltozás a pozícióinformációban, a sebességbecslés ennek megfelelően impulzusszerű tuskéket eredményez (mintha impulzussűrűség-moduláció lenne). A sebességbecslést a Kalman-szűrő állapotváltozóiból kicsatolva egy nagyságrenddel pontosabb becslést kaptunk, mint a szenzorból differenciálással nyert információ, és még



## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

becsülni (megfigyelő). Jó példa erre a bevezetőben is felvezetett plug-in (hálózatról tölthető) elektromos járművek akkumulátorának állapotbecslése. A hatótávolság megállapításánál nem az a kérdés, hogy mekkora töltést vett fel a jármű a töltőállomáson, hanem hogy ebből mennyi tárolódott felhasználható energiaként az akkumulátorban, és a használat során mennyi az aktuálisan rendelkezésre álló energia. Ezt közvetlenül nem tudjuk mérni, hanem a fizikai folyamatok közelítő összefüggései alapján az akkumulátorfeszültség, az áramfelvétel és a hőmérséklet mérése alapján tudjuk becsülni az akkumulátor modellparamétereit, amiből már számítható a kinyerhető energia [111], [112], [113], [114].



72. ábra Jelút-kompenzáció közvetve mérhető mennyiségek esetén.

A megfigyelendő fizikai mennyiség a rendszer szenzorral közvetlenül nem megfigyelhető állapotváltozója. További fizikai mennyiségek nem csak a jelutakat, hanem a megfigyelendő mennyiséget is befolyásolják.

A feladat a belső állapotok megfigyelése esetén is általában szeparálható két részre. Első lépésként a mérőrendszerek ismert hibái kompenzálhatók, majd ez után van lehetőségünk egy lineáris vagy nemlineáris megfigyelő alkalmazására, mely a rendszer belső állapotváltozóit becsüli. Lineáris rendszerek esetén a Kalman-szűrő egy bizonyítottan hatékony eljárás a belső állapotváltozók becslésére [41], [38]. Gyengén nemlineáris rendszerek esetén a kiterjesztett Kalman-szűrő a legelterjedtebb (extended Kalman filter, EKF), mely analitikusan leírható, folytonos, differenciálható nemlinearitások esetén a munkaponti linearizálás alapötletével vezet tovább az alap lineáris megoldásról. Ennek további változata, amikor a rendszert leíró differenciálegyenletet nem az idő, hanem annak valamelyik hatványának deriváltjaként írjuk fel (fractional calculus). Ez elsősorban elosztott rendszerek leírásánál előnyös, és akkumulátorok állapotbecslésére is alkalmazzák [115]. Megfigyelőként alkalmaznak neurális hálózatot is, mely a töltöttségi szint és üresjárási feszültség közötti nemlineáris kapcsolatot approximálja tanulómintákon keresztül [116].

### 5.3.1. Rögzített paraméterekkel nem modellezhető torzulás figyelembevétele orientációbecslésnél

A 5.2.1 fejezet gyakorlati példáján (egyensúlyozó robot) keresztül mutatom be azt, hogy frekvenciatartománybeli fúziós algoritmusoknak milyen nem modellezett problémái lehetnek. A fenti fejezetben bemutattam, hogy a szenzorfúzió hogyan alkalmazható hatékonyan a sebességmérés pontosságának növelésére ismert fúziós módszerekkel. Ugyanígy orientációmérésre is gyakran alkalmazzák a szenzorfúziót. Most a dőlésszög mérésének (orientáció) nem modellezett problémájára mutatok rá.

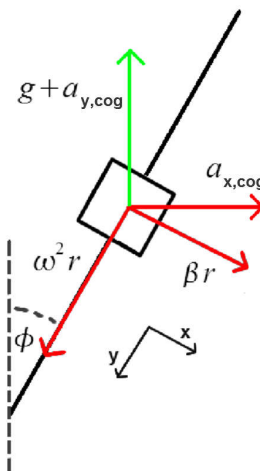
Egyensúlyozó robotok szabályozásához a szükséges dőlésszög információt nagyon gyakran egy kéttengelyű gyorsulásmérő és egy szögsebességet mérő giroszkóp (ún. rate gyroscope) fuzionálásával nyerik. A kéttengelyű gyorsulásmérő (tilt szenzor) nyugalmi állapotban csak a gravitációs gyorsulást méri, így mért gyorsulásainak arkusz tangense megadja a függőlegessel bezárt szöget. A giroszkóp jelének integrálása szintén szöginformációt ad, amennyiben egy adott időpillanatban egy referencia kezdő szög ismert. Egyik szenzor jele

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

sem alkalmas önmagában a dőlésszög precíz meghatározására. A tilt szenzor nem csak a gravitációs komponenszt, hanem parazita gyorsulásként a saját lineáris és centripetális gyorsulását is méri. A szögsebességet mérő giroszkóp jelének integrálásakor pedig az ofszet hibák integrálása okoz egy időben folyamatosan növekvő hibakomponenszt. A komplementer szűrős szenzorfüzió ezért kis frekvencián a tilt szenzor jelét, dinamikus viselkedés esetén a giroszkóp jelét hangsúlyozza. A komplementer szűrős megoldás széles körben elterjedt orientációbecslésre.

Ez a fúziós módszer azonban tartalmaz egy szisztematikus hibát. Azt feltételezi, hogy a szenzorok sávszélessége korlátozott, és a frekvenciatartományban kell a két szenzorinformációt úgy összegezni, hogy mind amplitúdó-, mind fázismenetben ideális legyen. Bemutatom, hogy ebben az alkalmazásban rendszeres hibát okoz, hogy a gyorsulásmérő egyensúlyozás közben fellépő saját gyorsulást is hozzáméri a gravitációs komponenshez, amit a fúzió nem szűr ki. A 73. ábra mutatja a robotra ható gyorsulásokat. Ebben a robotot egy mozgó csukló körüli elfordulással, és egy e körüli merev tengely mozgásával modellezzük. A dőlésszöget a földhöz rögzített koordináta-rendszerben a  $g$  gravitációs gyorsulás  $x$  és  $y$  tengelyre vett vetülete határozza meg. Parazita gyorsulásként ehhez hozzáméri a gyorsulásmérő magának a szenzornak a robot mozgásából eredő  $x$  és  $y$  irányú lineáris gyorsulását, továbbá az egyensúlyozás következményeként a dőlésszögváltozásból eredő tangenciális és centripetális gyorsulást. Ezek szuperpozíciója határozza meg az eredő gyorsulás vektorát, ezt méri a szenzor. Ezen parazita gyorsulások közül három torzítja a szögbecslést. A robot  $y$  irányú gyorsulása egy tengelyen van a gravitációs komponenssel. Mivel a gravitációs komponensnek csak az irányát mérjük, a pontos nagysága érdektelen, ezért a robot  $y$  irányú gyorsulása az egyedüli parazita komponens, amely a szögbecslést nem befolyásolja.

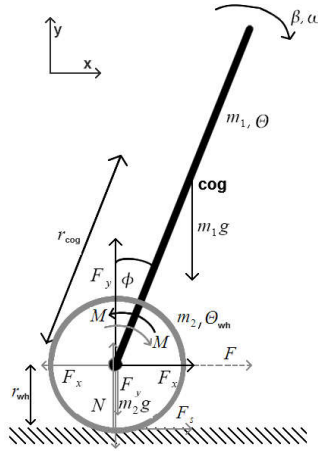
Triviális példa arra, hogy ezek a parazita gyorsulások hogyan vezetnek félre a komplementer szűrős szenzorfüziót, az az eset, amikor a robot konstans gyorsulással halad előre, miközben konstans szöget zár be a függőlegessel. Ez egy egyensúlyi pozíció, a robot gyorsításkor adott szögben be kell dőljön. Ekkor azonban a komplementer szűrő a gyorsulásmérő jelét továbbítja, tekintve hogy nincs változás a gyorsulásban (kis frekvenciás jel), és a giroszkópét elnyomja, ami hibás fúziót eredményez. A robot kisebb szöget érzékel, mint a valóságos, az ennek megfelelő beavatkozás is elmarad a szükségéstől, ami az instabil irányba dönti a robotot.



73. ábra Egyensúlyozó robotra ható gyorsulások. A ferde tengely a robotot, mint merev testet modellezi. Az azon lévő négyzet jelöli a kéttengelyű gyorsulásmérő szenzort.

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

A fenti rendszeres hiba kiküszöböléséhez az inverz inga kinematikai és dinamikai egyenleteit kell felírjuk, és az abban szereplő parazita gyorsulások meghatározása után lehetséges azok kompenzálása.



74. ábra Robot modellje, robotra ható erők, nyomatékok.

A parazita gyorsulások (ingatest vízszintes gyorsulása, szöggyorsulása, centripetális gyorsulás) méréséhez az ingatestre a csuklópontról különböző távolságokra helyezünk el egy-egy kétdimenziós gyorsulásmérőt. Mérjük még a motor áramát és a kerék ingatesthez viszonyított elfordulását (inkrementális szög jeladó). Az ingatest függőlegessel bezárt szögét az alábbiak alapján kapjuk:

$$\varphi = \arctg \frac{a_x - a_t - a_{x,cog} \cos(\varphi)}{a_y - a_{cp} + a_{x,cog} \sin(\varphi)} = \arctg \frac{a_x - \beta r - a_{x,cog} \cos(\varphi)}{a_y - \omega^2 r + a_{x,cog} \sin(\varphi)}, \quad (131)$$

ahol  $a_x$  ill.  $a_y$  a kétdimenziós gyorsulásmérő által mért két komponens,  $\beta$  az ingatest szöggyorsulása,  $\omega$  a szögsebessége a függőlegeshez viszonyítva,  $r$  a gyorsulásmérő távolsága a csuklópontról,  $a_t$  az ingatest tömegközéppontjának tangenciális,  $a_{cp}$  a centripetális,  $a_{x,cog}$  pedig vízszintes gyorsulása. A tangenciális és a centripetális gyorsulás hatása egyszerűen kompenzálható, amennyiben ismerjük az ingatest szögsebességét és szöggyorsulását. Ezt vagy egy szögsebességet mérő giroszkóp, vagy a két gyorsulásmérő különbségi jeléből tudjuk származtatni. A tömegközéppont vízszintes gyorsulása a következőképpen számítható:

$$a_{x,cog} = \frac{m_{wh} (\beta r_{cog} \cos(\varphi) - \omega^2 r_{cog} \sin(\varphi)) (\Theta_{wh} + m_{wh} r_{wh}^2) + m_{body} m_{wh} M r_{wh}}{(m_{body} + m_{wh}) (\Theta_{wh} + m_{wh} r_{wh}^2) - m_{body} \Theta_{wh}}, \quad (132)$$

ahol  $m$  a tömeget,  $\Theta$  a tehetetlenségi nyomatékot, alsó index  $wh$  a kereket,  $body$  az ingatestet jelöli.  $M$  jelöli a motor által az ingatestre kifejtett forgatónyomatékot,  $r_{wh}$  a kerék sugara,  $r_{cog}$  az ingatest tömegközéppontjának távolsága a csuklópontról. Mivel mind (131), mind (132) tartalmazza a  $\varphi$  szöget és  $a_{x,cog}$  gyorsulást, ezért egy iteratív eljárással finomítható folyamatosan a becslő:

$$\varphi_0 \longrightarrow a_{x,cog(0)} \longrightarrow \varphi_1 \longrightarrow a_{x,cog(1)} \longrightarrow \dots \longrightarrow \varphi_n. \quad (133)$$

### 5.3.2. Új eredmények

#### *Kétdimenziós mobil orientációbecslő*

Egyensúlyozó robotokhoz a leggyakrabban kéttengelyű gyorsulásmérőt és szögsebességet mérő giroszkópot alkalmaznak a szabályozáshoz szükséges dőlésszög meghatározására. Megmutattam, hogy a komplementer szűrős szenzorfüzió szisztematikus hibát tartalmaz (parazita gyorsulások torzítása), és egy fizikai modell-alapú rekonstrukciót javasoltam a fúzióhoz, mely a szisztematikus hibákat kompenzálja

Kapcsolódó publikáció: [DT31].

A szenzorfüzió fizikai modell alapján való korrigálásának javaslata saját tudományos eredményem, ennek az adott szenzorkombinációban való részletes kidolgozása, a robot fizikai modelljének levezetése, továbbá az algoritmus gyors prototípus rendszerben való implementálása Kalvach Arnold hallgatóm munkája. Az eredményeket közösen publikáltuk [DT31].

### 5.3.3. „Szenzor nélküli” méréstechnika

Ipari alkalmazásokban egyre terjed az ún. szenzor nélküli (sensorless) méréstechnika. Ennek lényege, hogy egy adott fizikai mennyiséget úgy szeretnénk megfigyelni, hogy azt szenzorral közvetlenül nem érzékeljük. Ennek kettős motivációja lehet. Az egyik a költségmegtakarítás (egy szenzort megspóroltunk). A másik a biztonságkritikus rendszerekben szükséges redundancia. A szenzort nem hagyjuk el, hanem meghibásodása esetén alternatív úton szerzünk információt a kívánt mennyiségről, ill. a szenzor hitelességvizsgálata is elvégezhető az alternatív információ alapján.

Mi biztosít lehetőséget arra, hogy közvetlen szenzoros érzékelés nélkül megfigyelhessük az adott fizikai mennyiséget? Az ún. analitikus redundancia. Ha egy fizikai mennyiség egyéb fizikai mennyiségek révén is megfigyelhető, mert ismert analitikus kapcsolat van közöttük, akkor az egyéb fizikai mennyiségeket megmérve szenzorokkal, és az összefüggést felhasználva következtethetünk a szenzorral nem megfigyelt mennyiségre. Jó példa erre a sebesség becslése út- és időinformáció alapján. A sebesség az út és az idő hányadosa (az út idő szerinti deriváltja). Sebességmérést visszavezethetünk elmozdulásszenzorral és időmérővel való mérésre. Ahogy ebben a példában is látszik, a szenzor nélküli megközelítéshez tipikusan több fizikai mennyiséget kell megfigyelnünk, ezáltal több szenzorra van szükségünk, mint ha közvetlenül mérnénk az adott folyamatot.

Előfordulhat, hogy a mérni kívánt mennyiség közvetlen mérése nem megoldható, nincs rá közvetlen érzékelő. Ha közvetlenül is tudjuk mérni, akkor is lehetséges, hogy ez az elv még a megnövekedett szenzorszámmal is költségkímélő. Elképzelhető, hogy a vizsgálni kívánt folyamat közvetlen mérése nagyon költséges, az analitikus redundanciával felállított modellparaméterek mérése viszont olcsó. Másik szokásos eset, amikor olyan szenzorok információit használjuk fel, melyek az eszköz egyéb funkciói miatt egyébként is rendelkezésre állnak, tehát nem jelent közvetlen költségnövekedést ezek más célra való ismételt felhasználása. Sok egyéb terület mellett az autóipar előszeretettel alkalmazza ezt az elvet, hiszen ez a terület nagyon költségérzékeny, és egyben biztonságkritikus terület is. Mind költségcsökkentésre (nem biztonságkritikus funkciók esetén), mind a redundancia növelésére (biztonságkritikus funkciók esetén) találkozunk alkalmazási példákkal.

### Állandó mágnesű szinkronmotor paraméterbecslése

Az alábbi példa biztonságkritikus rendszerekhez kapcsolódik. Gépjárművekben egyre több elektronikus beavatkozó van. Ezek egy része elektromotor. Az elektromotorok alkalmazási köre lehet kényelmi funkció (pl. elektromos ablakemelő, ülések, tükrök mozgatása stb.), de egyre gyakrabban találkozunk biztonságkritikus funkciókkal is (elektronikus szervokormány, adaptív futóműállítás, félautomata váltó stb.). Vizsgálatunk tárgya egy biztonságkritikus alkalmazásban felhasznált állandó mágnesű szinkronmotor. Leggyakrabban nyomatékszabályozással találkozunk a motoroknál, mely a nyomaték pontos ismeretét feltételezi. Nyomatékszenzor aránylag költséges lenne, de elektromotoroknál az áramokból és a rotor pozíciójából számítható a nyomaték. Ahhoz, hogy egy biztonságkritikus rendszerben ne egy áramszenzoron múljon a működés helyessége, alternatív módon is szeretnénk becsülni az átfolyó áramot, és ez alapján következtetni a nyomatékra. Az analitikus redundancia felhasználásával, a motor elektromos modelljének felírásával nyílik erre lehetőségünk. Először bemutatom a motor modelljének felírását, utána leírom az általunk javasolt paraméterbecslési eljárást, mely lehetőséget teremt a közvetlenül nem mért áram becslésére.

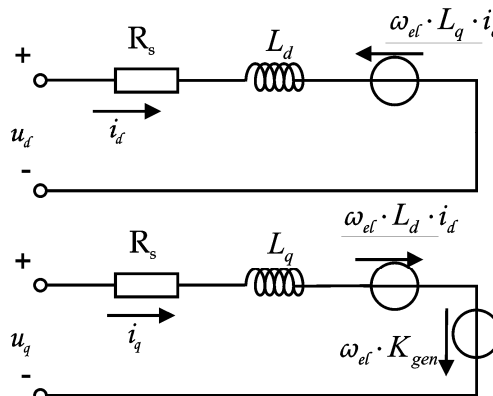
Az állandó mágnesű szinkron motorok a rotorhoz rögzített forgó koordináta rendszerben írhatók le kényelmesen. Ehhez először egy háromfázisú, állórészhez rögzített koordinátarendszerről áttérünk egy hipotetikus állórészhez rögzített kétfázisú leírásra (a három áram nem független egymástól, ezért két, merőleges irányú árammal egyértelműen jellemezhető a rendszer), ezt nevezik Clarke transzformációnak,

$$\begin{aligned} i_\alpha &= \frac{2}{3} \operatorname{Re} \left\{ i_u + i_v e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_w e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} = i_u, \\ i_\beta &= \frac{2}{3} \operatorname{Im} \left\{ i_u + i_v e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_w e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} = \frac{2i_v + i_u}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \quad (134)$$

ahol  $i_u, i_v, i_w$  a fázisáramok. A Park transzformáció az állórészhez rögzített koordinátarendszert forgatja el a forgórész irányába:

$$i_d = \cos(\Theta_r) i_\alpha + \sin(\Theta_r) i_\beta, \quad i_q = -\sin(\Theta_r) i_\alpha + \cos(\Theta_r) i_\beta. \quad (135)$$

A leírásnál figyelembe vesszük a tekercsek induktivitását, annak szögfüggését, a fázistekercsek közötti csatolást, a tekercsek ellenállását és a forgórész mágneses tere által indukált feszültséget (75. ábra). Az így kapott két áramkör nem független egymástól, az indukált feszültségek a másik áramkör áramát tartalmazzák (felső rész  $i_q$ -tól, alsó rész  $i_d$ -től függ), vagyis egy csatolt egyenletrendszerrel tudjuk csak leírni a viselkedésüket.



75. ábra Motor modellje rotorhoz rögzített koordinátarendszerben. A két áramkör egymásba csatolt az indukált feszültségeken keresztül (felső rész  $i_q$ -tól, alsó rész  $i_d$ -től függ)

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

### Identifikáció

Végső célunk az áram becslése. Ehhez először a fenti modell paramétereit kell meghatározzuk mérések alapján (rendszeridentifikáció). Az identifikáció során meghatározandó fizikai paraméterek: a tekercsek ellenállása, induktivitása és a forgógép generátorkonstansa. Az identifikációhoz mezőorientált vezérlést szokás alkalmazni, ahol szinuszos feszültség gerjesztést adunk a motorra, és különböző fordulatszámokon mérjük a fázisáramokat. A forgó koordináta-rendszerben leírt két fázisáram azonban függ a másik fázisáramtól ( $d$  komponens a  $q$ -tól,  $q$  a  $d$ -től), és annak deriváltjától is. Így egy csatolt differenciálegyenlet-rendszerhez jutunk. Ezt a csatolást azonban megszüntethetjük, ha az áramot (és annak deriváltját) tekintjük gerjesztésnek, és a fázisfeszültségeket kimenetnek. Ekkor a rendszert a következőképpen írhatjuk le:

$$U_d(t) = R_s I_d(t) + L_d \frac{dI_d(t)}{dt} - L_q \omega_{el}(t) I_q(t), \quad (136)$$

$$U_q(t) = R_s I_q(t) + L_q \frac{dI_q(t)}{dt} + L_d \omega_{el}(t) I_d(t) + \omega_{el}(t) K_{gen}, \quad (137)$$

ahol  $I_d, I_q$  a  $d$  ill  $q$  irányú áram komponens,  $U_d, U_q$  feszültség komponens,  $R_s$  a tekercs soros ellenállása,  $L_d, L_q$  a tekercs induktivitásának megfelelő komponense,  $\omega_{el}(t)$  az elektromos körfrekvencia,  $K_{gen}$  pedig a generátorkonstans. Amennyiben az identifikáció költségfüggvényét a következőképpen írjuk fel, a minimalizálás már ismert módszerekkel megtehető (mintavételezett jeleket feltételezünk):

$$\begin{aligned} \text{cost} = & \sum (U_d(R_s, L_d, L_q, K_{gen}, i) - U_{d,mért}(i))^2 \\ & + \sum (U_q(R_s, L_d, L_q, K_{gen}, i) - U_{q,mért}(i))^2. \end{aligned} \quad (138)$$

Mátrixformába rendezve a fenti egyenletet, és mintavételezett jeleket feltételezve a következőt kapjuk:

$$\underline{U}_{mért} = \underline{\underline{W}} \underline{P} + \underline{e}, \quad (139)$$

ahol

$$\underline{U}_{mért} = \begin{bmatrix} U_{d,mért}(1) \\ U_{q,mért}(1) \\ U_{d,mért}(2) \\ U_{q,mért}(2) \\ \vdots \\ U_{d,mért}(N) \\ U_{q,mért}(N) \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{W}} = \begin{bmatrix} I_d(1) & \frac{I_d(1) - I_d(0)}{T_s} & -\omega_{el}(1)I_q(1) & 0 \\ I_q(1) & \omega_{el}(1)I_d(1) & \frac{I_q(1) - I_q(0)}{T_s} & \omega_{el}(1) \\ I_d(2) & \frac{I_d(2) - I_d(1)}{T_s} & -\omega_{el}(2)I_q(2) & 0 \\ I_q(2) & \omega_{el}(2)I_d(2) & \frac{I_q(2) - I_q(1)}{T_s} & \omega_{el}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_d(N) & \frac{I_d(N) - I_d(N-1)}{T_s} & -\omega_{el}(N)I_q(N) & 0 \\ I_q(N) & \omega_{el}(N)I_d(N) & \frac{I_q(N) - I_q(N-1)}{T_s} & \omega_{el}(N) \end{bmatrix}, \quad (140)$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} R_s \\ L_d \\ L_q \\ K_{gen} \end{bmatrix},$$

## 5. Jelút-kompenzáció kiterjesztése

és  $\underline{e}$  a hibavektor. Ez alapján a paramétereket a következőképpen kapjuk:

$$\underline{P} = (\underline{W}^T \underline{W})^{-1} \underline{W}^T \underline{U}_{mért} . \quad (141)$$

### *Szenzor nélküli mérés*

A fenti paraméteridentifikáció most már lehetőséget biztosít arra, hogy a motor fázisáramaira az analitikus redundancia felhasználásával következtethessünk a fázisfeszültségek és a fordulatszám mérésének ismeretében (sensorless principle). Tekintettel arra, hogy a (136) és (137) differenciálegyenletek továbbra is csatoltak, numerikusan számíthatjuk véges differenciákkal a megoldást, vagy egy megfigyelővel becsülhetjük a kívánt áramértéket. Erre egyik lehetséges megoldást [117], [118] adja. Munkánk az identifikációs fázisra fókuszált, ezért a különböző megfigyelőket részleteiben nem ismertetem. A szabályozás számára szükséges nyomatókat az áram alapján kapjuk:

$$M = i_q K_{gen} . \quad (142)$$

Hasonló elven becsülhető az áram és feszültségek ismeretében a rotorpozíció ill. fordulatszám, ami az ezt mérő szenzor hitelességvizsgálatát biztosítja. (Természetesen a két szenzor nélküli elvből csak az egyiket alkalmazzuk. Vagy az áramot becsüljük, vagy a rotorpozíciót.)

### 5.3.4. Új eredmények

#### *Állandó mágnesű szinkronmotor árambecslése*

Állandó mágnesű szinkronmotorok kapocsfeszültségeiből és a forgási sebességből az analitikus redundancia miatt elvileg meghatározható a nyomatékszabályozás szempontjából legfontosabb paraméter, a motor árama. Ehhez a motorparamétereket előzetesen identifikálni kell, mely a motor forgó koordináta-rendszerében leírt csatolt differenciálegyenlet-rendszer megoldását kívánja. Az identifikációs probléma – ebben a kontextusban – új felírását javasoltam, mellyel a csatolás megszüntethető, és a költségfüggvény LS optimalizációs technikával minimalizálható. Az identifikációval nyert modellparaméterekkel futtatható egy alternatív árambecslő, mely egyrészt az árammérő hitelességvizsgálatára, másrészt meghibásodása esetén pótlására alkalmas.

Kapcsolódó publikációk: [DT32], [DT33], [DT34], [DT35], [DT37], [DT39], [DT54]

A csatolt differenciálegyenlet-rendszer szétcsatolására vonatkozó javaslat saját tudományos eredményem. Zentai András PhD hallgatóm tudományos eredménye a nemlineáris optimalizáció több változatának kidolgozása. Az eredményeket közösen publikáltuk.

## 6. Eredmények hasznosulása és hasznosításának lehetőségei

### 6.1. Költséghatékony mérőrendszer inverz módszerekkel

A külvilág fizikai paramétereinek megfigyelésében (beágyazott rendszerek, mérésadatgyűjtők stb.) igen gyakran nem technológiai-, hanem anyagi korlátba ütközünk, azaz létezik pontosabb, precízebb érzékelő vagy mérőberendezés, de annak költségeit az adott alkalmazás nem képes viselni. Ez elsősorban a nagy példányszámban gyártott eszközöknél jelentkezik, hiszen itt az anyag-/alkatrész-költség dominál (pl. autóipar), a fejlesztési költség jobban eloszlik a sok terméken, de egyedi termékeknél is fontos szempont az ár. A teljes jelrögzítési lánc (érzékelő, jelkondicionáló, AD átalakító) minőségének javítására kínál lehetőséget a jelek digitális utófeldolgozása.

Amennyiben a sávzélesség kiterjesztése a cél, dekonvolúciós algoritmusokkal rekonstruálhatjuk a megfigyelendő fizikai jellemzőt, feltételezve, hogy a torzulás lineáris és időinvariáns. Hordozható kis költségű permittivitásmérő kialakítását segítette a dekonvolúciós módszer [119]-ben. Okostelefon alkalmazását, és az ezzel járó rossz fókusz kompenzálását kezelik kamerakalibrációs feladatoknál a [120]-ban. Ha a nemlinearitás okozza a gondot, akkor a nemlinearitást tudjuk konvencionális vagy regularizációs technikákkal hatékonyan kompenzálni. (Pl. MEMS magnetométer és napszenzor alapú kis költségű pozícióbecslő [121]. Jelgenerátorok kalibrálása egyszerű mérőberendezésekkel, ADC nemlinearitásának kompenzálásával [122].) A mérést terhelő sztochasztikus zavarások ellen digitális (lineáris és nemlineáris) szűrési algoritmusok nyújtanak hatékony megoldást. A zajelnyomás hatékonyságát nagyban növelheti, ha a jelről parametrikus modell áll rendelkezésre.

*Saját eredmény ezen a területen:*

A többparaméteres optimalizálást sikerrel alkalmaztam nagyfeszültségű osztó frekvenciafüggő hibájának kompenzálására, mely által egy olcsóbb ún. csillapított kapacitív osztóval is a rezisztív osztók sávzélességével vetekedő minőség volt elérhető [DT11], [DT49]. A méréseket az ETH Zürich Nagyfeszültségű Laboratóriumában végeztük.

A beágyazott rendszerekben szokásos szenzorok minőségjavítására is hatékonyan alkalmaztam a sávzélesség kiterjesztését, pl. gyorsulásmérő sávzélességének kiterjesztésére [DT2].

Jelmodell-alapú zavarszűrést sikerrel alkalmaztam AD átalakítók tesztelésére, amikor a nagyon hosszú mérési idő miatt a jelgenerátor rövid idejű instabilitását is kezelni tudta az algoritmus [DT5], [DT25], [DT28].

### 6.2. Fizikai/technológiai korlát kiterjesztése inverz módszerekkel

Az inverz szűrési alkalmazások második nagy köre, amikor a mérőrendszer (szenzor, jelkondicionáló, AD átalakító) tulajdonságai fizikai vagy technológiai korlátok miatt tovább nem javíthatók, illetve amikor a fizikai rendszer jelűjtjét kell kompenzálnunk közvetlenül nem megfigyelhető mennyiségek esetén.

Nagyon sok képalkotó berendezésnél jelent korlátot a mérési elvből vagy a készülék limitált felbontásából adódó torzítás. Ultrahang-alapú képalkotó eszközök felbontásának javítására találunk példát [123] és [124]-ben orvosi diagnosztikai eszközöknél. EEG jeleinek feldolgozását tűzi ki célul [125]. Optikai képalkotás pontosságát limitálja a szférikus aberráció, a különböző lencsehibák, a rosszul fókuszált lencse, a kép bemozdulása. Ezek egy része szintén kompenzálható [126]. A konvolúciós neurális hálók objektum

## 6. Eredmények hasznosítása

klasszifikáló képességének további javítását célozzák meg dekonvolúciós lépések közbeiktatásával [127]. Hajók víz alatti mérés alapján való lokalizálásának pontosságát növelik dekonvolúcióval [128].

Az izom vizsgálatára alkalmas elektromiográf (EMG) jelei alapján rekonstruálják a motoros egység akciós potenciálját [129]. A bőr elektromos vezetőképességének változásából lehet következtetni stressz állapotra. A közvetlenül mérhető mennyiségből az izgalmat kiváltó ok rekonstruálása inverz módszereket igényel [130]. Félvezetők műszaki paramétereit becsülik négy vezetékes ellenállásmérés alapján [131]. Villám által létrehozott áramerősséget becsülik a mágneses tér alapján [132]. „Elektromos orr” hatékonyan vethető be az élelmiszeriparban különböző anyagok koncentrációjának mérésére. A mérési elvből következő torzítások kompenzálása inverz módszereket igényel [133].

Forrás szeparálás szintén egy gyakori feladat [134]. Terahertz tartományú képalkotás lehetőséget biztosít roncsolás- és érintésmentes anyagvizsgálatra. A különböző anyagrétegekről visszaverődő visszhangok szeparálására nyújt megoldást az inverzszűrés [135], [136]. A molekuláris biológia területén szintén alkalmazzák a dekonvolúciós módszereket sejt típusok szeparálására [137]. Zenei felvételekből egy adott hangszer hangjának elkülönítésével foglalkozik a [138] cikk. WLAN alapú beltéri helymeghatározásnál jelent problémát a többutas terjedés, mely szintén kompenzálható [139]. Szintén a rádiós csatornák többutas terjedésnek szeparálását tűzik ki célul [140]-ben. HF csatorna adaptív, és előismeretek nélküli (blind) kiegyenlítésével találkozunk [141]-ben.

Technológiai korlátba ütközünk a precíziós mérés technika esetén (tipikusan kalibrációs laboratóriumok műszerei). A kalibrációs laboratóriumok egyik feladata a mérőműszerek hitelesítése, amihez a mérendő műszernél nagyobb pontosságú referenciamérésre van szükség. Ez gyengébb képességű bevizsgálendő műszerek esetén nem jelent kihívást. A probléma ott jelentkezik, amikor a világ legpontosabb műszerét kell hitelesíteni. Erre nyújt lehetőséget az inverz szűrés [142], [143].

*Saját eredmények ezen a területen:*

Az USA elsődleges mérésügyi hivatalánál (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD) találkoztam a precíziós mérés technika problémakörével, ahol a feladatom ultragyors mintavételező oszcilloszkópok sáv szélességének kiterjesztése volt. A mintavevő rendszer ekvivalens mintavételi üzemmódban működött. Az így elért mintavételi frekvencia 512 GHz, mely 2 ps ekvivalens mintavételi időnek felel meg. Ez a mintavétel időzítése szempontjából is extra nagy kihívást jelent. A zaj csillapítása érdekében sok periódust szokás átlagolni. Bizonyítható, hogy a mintavételezés időzítésének bizonytalansága (jitter) miatt az átlagolás aluláteresztő szűrő hatású. Ez tovább rontja az amúgy is véges sáv szélesség miatt elérhető pontosságot. Mindezt együttesen lehet kompenzálni dekonvolúciós technikákkal [DT8], [DT9], [DT46], [DT47]. Elkészítettem egy szoftvercsomagot az NIST számára, mely beépült a kalibrációs mérőrendszerükbe (Lásd Műszaki alkotás, 7. fejezet.)

Markerbázisú mozgásanalízis pontosságának javítására alkalmaztam inverz szűrést. A rossz fényviszonyok miatt hosszú expozíciós idővel készült kameraképek elmosódnak. Markerek középpontbecslésének a hibáját levezettem, és bemutattam a kompenzálás lehetőségét. Egyúttal analízist adtam a mérés tervezéshez: ISO érzékenység, apertúra, záridő hangolása a fényviszonyok és a mozgás sebességének függvényében [DT1].

*Általam vezetett tudományos kutatást végző csoport eredményei:*

Bakó Tamás doktorandusz-hallgatóm nemlineárisan torzult akusztikus jelek rekonstruálásával foglalkozott. Filmek hangsávját optikai úton rögzítik. A film feketedési görbéje azonban nemlineáris. Különösen másolás során gyakori, hogy a munkapont a rossz

## 6. Eredmények hasznosítása

megvilágítás következtében eltolódik, és ezáltal a hang torzul. PhD hallgatóm nem megismételhető mérések, archív hanganyagok restaurálására dolgozott ki hatékony módszereket irányításommal. A nemlinearitás kompenzálása során fellépő zajerősödés kezelésére a dekonvolúciós módszerekből ismert regularizációs technikák adaptálása jelentette a megoldást [DT6], [DT44]. További hatékony algoritmusok születtek zajok (sistergés, kattogás stb.) szűrésére [DT41], [DT42], [DT43]. Bakó Tamás PhD dolgozatát 2005-ben sikeresen megvédte.

### 6.3. Komplex szenzorok

Szenzorok, mérőrendszerek bemeneti jel- és frekvenciatartományát növelhetjük meg több, különböző szenzor alkalmazásával, ahol az információ fuzionálásával egy komplex, új szenzort hozunk létre. Az elérhető pontosságot növelhetjük a redundáns információ felhasználásával. Szenzorfüzióval alkalmazások széles körében találkozhatunk.

A bemeneti jeltartomány kiterjesztésére egy egyszerű példa, amikor különböző irányba néző kameraképekből egy panorámaképet szerkesztünk össze, a felvételek orientációjának pontos meghatározása nélkül. Erre sok digitális fényképezőgépet gyártó cég nyújt szoftveres támogatást, melyek az egyes képeket megfelelően forgatják és eltolják, hogy a szomszédos képek átfedő részei jól illeszkedjenek.

Gyakran alkalmaznak fúziót ott, ahol a közvetlen mérés csak nagyon költséges eszközökkel lenne lehetséges, viszont több, egyszerűbb szenzorból származó információ fúziójával már jó becslés adható. Erre példa a forgó alkatrészt tartalmazó, költséges giroszkóp helyettesítése MEMS gyorsulásmérő és rezgőnyeltes (szintén MEMS) giroszkóp fúziójával. Ma minden okostelefonban több, fajlagosan kis költségű MEMS szenzor fúziója alapján kapunk orientációbecslést a navigációs alkalmazásainkhoz (IMU egység). Ugyanilyen szenzorfüziót alkalmazó IMU egységekkel találkozunk modellhelikopterek, drónok stabilizálása, egyensúlyozó robotok szögpozíciójának mérése során. A lokalizáció, orientáció becslésnél az IMU-n kívül egyéb szenzorok jelét is be szokták vonni a fúzióba.

Néhány példa a gyakorlatból: GPS nélküli lokalizáció [144], gépjármű GPS által szolgáltatott pozíciójának pontosítása jármű szenzorokkal [145]. Az autonóm vezetéshez szükséges a gépjárművek szabad úthosszának becslése, melyhez a lézer szkennerek és a sztereó látórendszer információját fuzionálták [146].

Orvosi területen MRI és CT, vagy PET/CT képek fuzionálásával növelték a diagnosztika hatékonyságát [147]. Városok közterületének kihasználtságát monitorozzák PIR és analóg mikrofonjelek fúziójával [148]. Az Erie-tó algásodásának feltérképezésére alkalmazott műhold szenzorokat egy kutatócsoport [149].

*Általam vezetett tudományos kutatást végző csoport eredményei:*

Bódis-Szomorú András doktorandusz hallgatóm kutatási területe tárgyak térbeli rekonstrukciója kameraképek alapján [DT13]. A megcélzott alkalmazás gépjárművek automatikus sávon tartása az út trajektóriájának rekonstruálása alapján [DT53], [DT16]. Ehhez a két oldalsó visszapillantó tükörré helyezünk fel egy-egy kamerát. A kamerákat először kalibrálni kell, melyet vagy egy offline kalibráció során, vagy haladás közben különböző nézetek alapján tehetünk meg [DT51], [DT52].

Inerciális mérőegység (IMU) szenzorfüziójában a nem modellezett szisztematikus hibák kompenzálására dolgoztunk ki algoritmust egyensúlyozó robotok pozícióméréséhez, Kalvach Arnold hallgatómmal [DT31].

Vitorlásversenyekhez dolgoztunk ki optimális útvonalszámító algoritmust hallgatómmal, Velinszky Lászlóval, mely a hajó közvetlenül nem (vagy nehezen) megfigyelhető műszaki

## 6. Eredmények hasznosítása

---

paramétereit sok szenzor jele alapján folyamatosan identifikálja, ami lehetőséget biztosít az optimális siklási szög megállapítására [DT22].

### **6.4. Biztonságkritikus rendszerek**

További alkalmazási kör a biztonságkritikus rendszerek világa. Ez az alkalmazási kör megköveteli, hogy a működést (szenzorokat, jelutakat, jelfeldolgozást) szigorúan ellenőrizzük extra eszközökkel, adott esetben a kritikus egységeket többszörözzük.

A többszörözésnek vannak fizikai (nem fér el több szenzor), és anyagi korlátai is. Erre kínál alternatívát egy olyan „virtuális” szenzor, ahol az analitikus redundancia kihasználásával más szenzorok jeleiből becsüljük a kívánt mennyiséget („szenzor nélküli” mérés technika).

A „szenzor nélküli” mérés a hibatűrési követelménnyel együtt gyakran fordul elő motorok (PMSM, BLDC, AC motorok) szabályozásánál mind gépjárművek [150], [151], [152], mind légi járművek esetén [153]. Sebészeti robotkar megfogási erejének becslésére szintén sikerrel alkalmazták a módszert [154].

*Általam vezetett tudományos kutatást végző csoport eredményei:*

Gépjárművek elektromos szervokormányának nyomatékszabályozásához szükséges árambecsléshez dolgozott ki irányításommal hatékony algoritmusokat Zentai András PhD hallgatóm. Ezzel lehetőség nyílik a felvett áram mérésének alternatív (nem árammérő) szenzorokkal való validálására, hitelességvizsgálatára, ill. az árammérő meghibásodása esetén annak pótlására. Erre az analitikus redundancia teremt lehetőséget, ugyanis a fázisfeszültségek és a fordulatszám mérésével – a motor fizikai paramétereinek ismeretében – becsülhető az áramfelvétel. A feladat megoldásához a motor paraméteridentifikációja szükséges. [DT33], [DT37], [DT34], [DT35], [DT39].

Biztonságkritikus rendszerek területén a jelút-kompenzációt ott is bevezethetjük, ahol a biztonságos működést felügyelnünk kell. A hibafelügyeleti rendszerrel szemben nagy robusztusság, zajimmunitás az elvárás.

Ezen a területen a CERN-nel (Európai Nukleáris Kutatóközpont, Genf, Svájc) való kutatási együttműködés szolgáltat jó példát. Hajdu Csaba PhD hallgatóm a CERN nagy hadronütköztetőjének (Large Hadron Collider, LHC) felügyeleti rendszeréhez dolgozott ki robusztus, FPGA-ban hatékonyan implementálható modell-alapú teszt rendszert, mely a sugárszökést felügyelő mérőrendszer integritását felügyeli [DT4], [DT14], [DT17], [DT18], [DT19].

## 7. Műszaki alkotások

### 7.1. Dekonvolúciós szoftvercsomag az NIST kalibrációs laboratóriuma számára

Az USA elsődleges kalibrációs laboratóriuma és kutatóközpontja (NIST, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, USA) számára adaptáltam a 3.5 fejezetben bemutatott spektrális modell-alapú automatikus inverz szűrési paraméterállítási módszert, és implementáltam ultragyors mintavevő oszcilloszkópok kalibrációs szoftverrendszerébe. Az algoritmus keretrendszerét LabView-ban, az időkritikus részeket C-ben implementáltam. A szoftverem beépült a kalibrációs rendszerbe, ami éveken keresztül a hitelesítés alapja volt.

#### A vonatkozó publikáció:

J. P. Deyst, N. G. Paulter, T. Dabóczy, G. N. Stenbacken and T. M. Souders, "A Fast Pulse Oscilloscope Calibration System," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement Vol. 47, No. 5*, pp. 1037-1041, 1998

**Független hivatkozások a cikkekre:** 30 db, ezek közül néhány kiemelt

- [1] Dominique Dallet, José Machado da Silva, „Dynamic Characterisation of Analogue-to-digital Converters,” Springer, 2005. 280 p.
- [2] Bertocco M, Garbin L, Narduzzi C, „Correction of systematic effects in digitizing oscilloscopes,” *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT* (ISSN: 0018-9456) 52: (3) pp. 871-877. (2003)
- [3] Wang CM, Hale PD, Coakley KJ, „Least-squares estimation of time-base distortion of sampling oscilloscopes,” *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT* (ISSN: 0018-9456) 48: (6) pp. 1324-1332. (1999),
- [4] Clement TS, Hale PD, Williams DF, Wang CM, Dienstfrey A, Keenan DA, „Calibration of sampling oscilloscopes with high-speed photodiodes,” *IEEE TRANS MICROWAVE THEORY* 54: (8) pp. 3173-3181. (2006)
- [5] Metzler G, „Fehlerkorrigiertes 50-GHz-Messsystem für nichtlineare elektrooptische Ein- und Zweitore, PhD disszertáció, Karlsruhe Institut für Technologie, 153 p., Fokozatszerzés éve: 2000.
- [6] Fiorentin P, „Flatness analysis of the oscilloscope frequency response by accurate step generator,” *Conference Record - IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*. Budapest, Magyarország: (2001.) pp. 2066-2069.
- [7] Remley K A, „Nose-to-nose oscilloscope calibration phase error inherent in the sampling circuitry,” 60th ARFTG Conference. Washington DC, Egyesült Államok: (2002.) pp. 85-97.
- [8] Remley K A, Williams D F, Thal H, „Sampling oscilloscope models and calibrations,” *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. (3) Philadelphia, Amerikai Egyesült Államok: (2003.) pp. 1507-1510.
- [9] Li M, Li Y -N, Chen Z -S, Shan W -Y, Keyun T, Dayong L, „Innovative broadband system calibration approach,” 2004 Asia-Pacific Radio Science Conference - Proceedings. Qingdao, Kína: (2004.) pp. 201-203. ISBN: 0780384040
- [10] Zhiqiang He, Wenxian Zeng, Jianke Li, „An Embedded Virtual Digital Storage Oscilloscope with 1GSPS,” *Electronic Measurement and Instruments*, 2007. ICEMI'07. 8th International Conference on. 2007-2007. IEEE, (2007.) pp. 382-385.
- [11] Gaudo PM, Bernal C, „Phase Shift Deskew of Oscilloscope Current and Voltage Sensing Probes by Means of Energy Balance,” 2008 IEEE MTT-S INTERNATIONAL MICROWAVE SYMPOSIUM DIGEST, VOLS 1-4. Atlanta, GA, 2008.06.15-2008.06.20. (2008.) pp. 1659-1662.

## **7.2. Grafikus felhasználói felületet tesztelő szoftver a Matlab FDIDENT Toolbox-ához**

A jelút-kompenzáció első lépésként a rendszer identifikációját igényli. Kifejlesztettem egy szoftver csomagot, mely a Matlab program Frequency Domain System Identification Toolbox (FDIDENT) grafikus felhasználói felületét teszteli automatikusan, szimulálva a felhasználó kattintásait és adatbevitelét. (Az FDIDENT Toolbox-ot a Mathworks cég, a Matlab fejlesztője éveken keresztül forgalmazta.) Az általam kifejlesztett tesztelő szoftver hozzájárult a toolbox kereskedelmi sikeréhez a megbízhatóság növelésével, garanciális költségek csökkentésével.

### ***A vonatkozó publikáció:***

***Dabóczy T.*** Kollár I, Simon Gy, Megyeri T, „How to test graphical user interfaces,” IEEE INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT MAGAZINE 6:(3) pp. 27-33. (2003)

### ***Független hivatkozások a cikkre: 20 db, ezek közül néhány kiemelt***

- [1] Jaafar M F, Selamat M H, Ghani A A, „Test Case Markup Language for Visual Programming Language,” INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER SCIENCE AND NETWORK SECURITY (ISSN: 1738-7906) 7: (9) p. 45. (2007).
- [2] Rajalakshmi M, Vinod Viji, „Critical Evaluation of GUI Software Exception Testing,” International Journal of Emerging Trends in Engineering and Development (ISSN: 2249-6149) 4: (3) pp. 477-486. (2013)
- [3] Florczyk M, Winiecki W, „The parametric method for functional testing of virtual instruments,” In: 2005 IEEE INTELLIGENT DATA ACQUISITION AND ADVANCED COMPUTING SYSTEMS: TECHNOLOGY AND APPLICATIONS. Sofia, Bulgária: 2005.09.05-2005.09.07. (2005.) pp. 310-315.
- [4] Denis Sergeevich Milov, “Triangular method for hypotheses filtration in a cognitive control framework,” Szabadalom. Ügyiratszám: PCT/RU2005/000558. Benyújtás száma: US 10/582,928. Közzététel éve: 2005.
- [5] Ana Cristina Ramada Paiva Pimenta, “Automated specification-Based Testing of Graphical User Interfaces,” PhD Thesis, Megjelenés/Fokozatszerzés éve: 2007.
- [6] S Rajagopalan, S J Sharma, V M Ghodki, “Low cost virtual instrumentation using PC printer port for ultrasonic velocity measurements,” TECHNICAL ACOUSTICS (ISSN: 0869-4583) (eISSN: 1819-2408) 2007: (12) p. &. (2007)
- [7] Wang Yulin, Gretchen, Li Yanbin, “New-style Interface Development Tool MATLAB/GUI,” RADIO COMMUNICATIONS TECHNOLOGY 34: (6) pp. 50-52. (2008)
- [8] Xin Min-jie, Gao Jian-hua, “Improved Framework DART for GUI Test,” Computer Engineering Vol. 35: (7) pp. 55-58. (2009)
- [9] Lai J, Zhang H, Huang B, “The object-FMA based test case generation approach for GUI software exception testing,” Proceedings of 2011 9th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety. Guiyang, Japan: 2011.06.12-2011.06.15. IEEE, (2011.) pp. 717-723.
- [10] Zhang Bofeng, Zou Changqing, “Generation of interaction diagram for GUI software testing and its implementation,” Application Research of Computers Vol. 24: (11) pp. 232-235. (2007)

## 8. Összefoglalás

Mérőrendszerek, beágyazott- és kiberfizikai rendszerek mind-mind a minket körülvevő környezet különböző fizikai mennyiségeit figyelik meg. Ezek alapján tájékozódunk, illetve az autonóm rendszerek ezek alapján hozzák a döntéseiket és avatkoznak be az őket körülvevő fizikai környezetbe. Mindehhez a külvilág pontos megfigyelése szükséges. Munkámban a megfigyelési jelút torzulásaival, sztochasztikus zavarásaival, és ezek digitális utófeldolgozás általi kompenzálásával, illetve a zavarok csökkentésével foglalkoztam.

Bemutattam, hogy hogyan lehet a megfigyelés torzulásait kompenzálni, ha a fizikai mennyiségtől a digitális jelig terjedő jelút torzulásait lineáris rendszerként tudjuk leírni, a mérést zavarok terhelik, és az inverz probléma rosszul kondicionált. Az irodalomban fellelhető parametrikus inverz szűrési algoritmusokhoz egy spektrális jelmodell-alapú automatikus paraméteroptimalizálási algoritmust dolgoztam ki, mely lehetővé teszi, hogy a felhasználó (szakértő) beavatkozása nélkül megtörténjen az inverz szűrés. Ez reprodukálhatóvá teszi az algoritmusokat, továbbá lehetőséget biztosít autonóm rendszerekbe való beépítésre (beágyazott és kiberfizikai rendszerek). A módszer többparaméteres optimalizálást tesz lehetővé, kezelni tudja a kétdimenziós jeleket is (képek), és alkalmas ki- és bemeneti zajmodellek együttes figyelembevételére. Speciális esetekben számítja a rekonstrukció bizonytalanságát. A módszert sikeresen alkalmaztam nagyfeszültségű mérések (ETH Zürich), digitális oszcilloszkópok kalibrációja (NIST USA), beágyazott rendszerek szenzorainak pontossága növelésére.

Ismerttettem a mérési zajok elnyomásának azt az esetét, amikor egy jelmodell növeli az immunitást a zajjal szemben. Az Adaptív Fourier-Analizátort továbbfejlesztettem és sikeresen adaptáltam AD átalakítók szinuszos illesztéses tesztelésére, amikor a hosszú mérési idő alatt nem biztosítható a jelgenerátor vagy a mintavevő órajel kellő mértékű rövid idejű stabilitása.

Markerbázisú mozgásanalízishez levezettem a marker középpontbecslésének szisztematikus hibáját (pl. rossz fényviszonyok miatti) hosszú expozíciós idő esetére. Ez lehetőséget biztosít a mérés tervezésére, és egyben a hiba dekonvolúciós módszerekkel való kompenzálására is.

Elsősorban PhD hallgatóimmal, ill. MSc hallgatóimmal közösen kutattuk a mérés sok szenzor információja alapján való tökéletesítésének lehetőségét, közvetlenül nem megfigyelhető mennyiségek mérési problémáit. Az eredményeket sikeresen alkalmaztuk egyensúlyozó robotok állapotbecslésére. A biztonságkritikus rendszerek területén a „szenzor nélküli” méréstechnikára dolgoztunk ki algoritmusokat, ahol az analitikus redundancia felhasználásával sok alternatív szenzor információjából következtetünk a közvetlenül nem mért mennyiségre. Szintén biztonságkritikus rendszerek területén hibafelügyeleti rendszert fejlesztettünk tovább a CERN részecskekutató nagy hadronütköztetőjének sugárszökést felügyelő rendszeréhez.

A digitális jelútkompenzációs módszerek alkalmasak a technológiai korlátok kiterjesztésére, költséghatékony mérőrendszerek kifejlesztésére, és közvetlenül nem mérhető mennyiségek becslésére.

## 9. Köszönetnyilvánítás

Munkámat az elmúlt 27 évben a BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszékén végeztem. Itt indultam el a tudományos pályán, innen indultam külföldi tanulmányutakra (ETH Zürich, TU Karlsruhe, NIST – USA), és ide tértem vissza a tanulmányutakról kamatoztatni a tanultakat. Köszönöm az egész tanszéki közösségnek a jó légkört, az inspirációt, a buzdítást.

Külön köszönöm egykori doktorandusz témavezetőmnek, Kollár Istvánnak, hogy elindított ezen a pályán és folyamatosan támogatott. Tőle tanultam meg cikket írni, konferencia előadást tartani, kitartóan küzdeni. István sajnos nem élhette meg, hogy tanítványa előállhasson az elkészült MTA disszertációval.

Nagyon köszönöm Péceli Gábor szakmai segítségét. Számtalan műszaki, tudományos kérdéssel fordulhattam hozzá. A vele való viták lényegesen hozzájárultak a disszertáció gondolatmenetének tisztázásához. Gábor sok-sok évvel ezelőtt kezdett el buzdítani, hogy készítsem el a disszertációt. Ehhez szükség volt még Jobbágy Ákos kitartó támogatására és szakmai segítségére. Ákosnak külön köszönöm, hogy tanszékvezetése idején biztosította számomra, hogy egy rövidebb ideig csak a tudományos munkával tudjak foglalkozni. Ez készítette elő 2013-ban habilitáció lehetőségét. Ekkor tudtam rendszerbe szedni az elmúlt 20 év munkáját.

Hálás vagyok a külföldi útjaim során a fogadó partnereknek. Különösen köszönöm Barry A. Bell (NIST, USA) baráti támogatását. Ő hívott meg az USA hitelesítő laboratóriumába. Kinn tartózkodásunk során családtagként fogadott be.

Végül, de nem utolsó sorban nagyon hálás vagyok családomnak a támogatásért. Feleségemnek, Bibornak, és gyerekeinknek, Áronnak, Kingának, Mártonnak, Nórinak, Krisztinek és Andrisnak. A disszertációírás hosszú órái az ő lemondásukat is igényelték, amikor tolerálták, hogy mint férj és apa átmenetileg csökkentett mértékben tudtam rendelkezésükre állni. Köszönöm szüleimnek, hogy neveltek, saját példájukkal tanítottak, taníttattak és segítettek erre a pályára állni. Köszönöm feleségem szüleinek, hogy együtt örültek a tudományos sikereknek, mindig boldogan annyinak, amennyi az aktuális élethelyzetünkbe belefért.

## 10. Saját publikációk

### Lektorált impaktfaktoros nemzetközi folyóiratcikkek:

- [DT1] T. Dabóczy, "Analysis of the distortion of marker-based optical position measurement as a function of exposure time," IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 65, No. 9, pp. 2023-2034, 2016.
- [DT2] T. B. Bakó and T. Dabóczy, "Improved-speed parameter tuning of deconvolution algorithm," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 65, No. 7, pp. 1568-1576, 2016.
- [DT3] B. Renczes, I. Kollár, and T. Dabóczy, "Efficient Implementation of Least Squares Sine Fitting Algorithms," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 65, No. 12, pp. 2717-2724, 2016.
- [DT4] C. F. Hajdu, C. Zamantzas, and T. Dabóczy, "A resource-efficient adaptive Fourier analyzer," Journal of Instrumentation, Vol. 11, Paper P10014, pp. 1-15, 2016.
- [DT5] T. Dabóczy, "ADC Testing using a Resonator-Based Observer: Processing very long time records and/or testing systems with limited stability," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 62, No. 5, pp. 1166-1173, 2013.
- [DT6] T. B. Bakó and T. Dabóczy, "Reconstruction of Nonlinearly Distorted Signals with Regularized Inverse Characteristics," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 51, No. 5, pp. 1019-1022, 2002.
- [DT7] T. Dabóczy and T. B. Bakó, "Inverse Filtering of Optical Images," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 50, No. 4, pp. 991-994, 2001.
- [DT8] J. P. Deyst, N. G. Paulter, T. Dabóczy, G. N. Stenbacken, and T. M. Souders, "A Fast Pulse Oscilloscope Calibration System," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement Vol. 47, No. 5, pp. 1037-1041, 1998.
- [DT9] T. Dabóczy, "Uncertainty of Signal Reconstruction in the Case of Jittery and Noisy Measurements," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 47, No. 5, pp. 1062-1066, 1998.
- [DT10] T. Dabóczy, "Nonparametric Identification Assuming Two Noise Sources. A Deconvolution Approach," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 47, No. 4, pp. 828-832, 1998.
- [DT11] T. Dabóczy and I. Kollár, "Multiparameter optimization of Inverse Filtering Algorithms," IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, Vol. 45, No. 2, pp. 417-421, 1996.

### Lektorált nemzetközi folyóiratcikkek:

- [DT12] I. Kocsis, Á. Tóth, Z. Szatmári, T. Dabóczy, A. Pataricza and G. Guta, "Towards Cyber-Physical System Technologies over Apache VCL," International Journal of Cloud Computing, Vol. 5, No. 1-2, pp. 91-111, 2016.

### Könyvrészlet

- [DT13] A. Bódis-Szomorú, T. Dabóczy, and Z. Fazekas, "Calibration and Sensitivity Analysis of a Stereo Vision-Based Driver Assistance System," in Stereo vision. Vienna: InTech Education and Publishing, 2008, pp. 1-26.

## 10. Saját publikációk

**Lektorált hazai idegennyelvű folyóiratcikkek:**

- [DT14] C. F. Hajdu, T. Dabóczy, and C. Zamantzas, "Possibilities for On-line Detector Connectivity Checks in Beam Loss Monitoring Systems," Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 61, No. 1, pp. 54-61, 2017.
- [DT15] Z. Gál, B. Almási, T. Dabóczy, R. Vida, I. Oniga, S. Baran and I. Farkas Z., "Internet of Things: Application Areas and Research Results of the FIRST Project," Infocommunications Journal, vol. 6, no. 3, pp. 37-34, 2014.

**Nem lektorált hazai folyóiratcikkek:**

- [DT16] A. Bódis-Szomorú, B. Virágh, I. Wahl, Z. Fazekas and T. Dabóczy, "Sztereo gépi látórendszer forgalmi sávok automatikus detektálásához és követéséhez," A jövő járműve II (3-4), pp. 48-55, 2008.

**Konferenciakiadványok**

- [DT17] F. Hajdu, T. Dabóczy, and C. Zamantzas, "Possibilities for Modeling a Signal Structure Within a Fourier Analyzer," Proceedings of the 24th PhD Mini-Symposium. Budapest, Magyarország, 2017.01.30-2017.01.31. Budapest: BME MIT, 2017, pp. 38-41.
- [DT18] F. Hajdu, C. Zamantzas, and T. Dabóczy, "Development of a Method for Continuous Functional Supervision of BLM Systems," IBIC2016 - Proceedings of the 5th International Beam Instrumentation Conference. Barcelona, Spanyolország, 2016.09.11-15., 2017, pp. 90-93.
- [DT19] F. Hajdu, T. Dabóczy, and C. Zamantzas, "On-line system supervision of beam loss monitoring systems with sinusoidal excitation," XXI IMEKO World Congress, Prága, Csehország, 2015.08.30-09.04, 2015, pp. 1176-1180.
- [DT20] A. Szarvas, Cs. Erdős, and T. Dabóczy, "Composability of Cyber-Physical Systems," Future Internet Services. 2014.12.14-2014.12.17. Veszprém, Magyarország, 2014, pp. 1-6.
- [DT21] I. Kocsis, Á. Tóth, Z. Szatmári, T. Dabóczy, A. Pataricza and G. Guta, "Towards Cyber-Physical System Technologies over Apache VCL," 2nd International IBM Cloud Academy Conference. 2014.05.08-2014.05.09, Atlanta, USA, 2014, pp. 1-10.
- [DT22] L. Velinszky and T. Dabóczy, "Optimal course calculation for sailing vessels," International Conference on Innovative Technologies: IN-TECH 2013, 2013.09.10-2013.09.12, Budapest, Magyarország, 2013, pp. 225-228.
- [DT23] T. Dabóczy, "Signal-path compensation in measurement technique: An overview," International Conference on Innovative Technologies: IN-TECH 2013. 2013.09.10-2013.09.12. Budapest, Magyarország, 2013, pp. 261-265.
- [DT24] T. Dabóczy, "Robust Adaptive Fourier Analyzer," International Conference on Innovative Technologies: IN-TECH 2013, 2013.09.10-2013.09.12, Budapest, Magyarország, 2013, pp. 257-260.
- [DT25] T. Dabóczy, "Increasing the Robustness of the Resonator Based ADC Testing," IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, I2MTC 2013, 2013 May 6-9, Minneapolis, USA, 2013, pp. 353-358.
- [DT26] T. Dabóczy, A. Pataricza, G. Strausz, and D. Varró, "Next Generation Embedded Systems," Advances in Wireless Sensor Networks (AWSN 2013, 2013.04.15, Debrecen, Magyarország, 2013, pp. 47-52.

## 10. Saját publikációk

- 
- [DT27] T. Kováczházy, G. Wacha, T. Dabóczy, Cs. Erdős, and A. Szarvas, "System Architecture for Internet of Things with the Extensive Use of Embedded Virtualization," IEEE 4th International Conference on Cognitive Infocommunications: CogInfoCom 2013. 2013.12.02-2013.12.05. Budapest, Magyarország, 2013, pp. 549-554.
  - [DT28] T. Dabóczy, "Robust ADC Testing With Very Long Time Records," Proceedings of the 2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference: I2MTC 2012, 2012.05.13-2012.05.16, Graz, Ausztria, 2012, pp. 2651-2655.
  - [DT29] T. Dabóczy and A. Kalvach, "Mobile speed and position sensor for home health monitoring based on accelerometer signals," International Conference on Biomedical Electronics and Devices, 2012.01.31-2012.02.04, Vilamoura, Portugália, 2012, pp. 350-354.
  - [DT30] A. Bódis-Szomorú and T. Dabóczy, "Optimization methods to calibrate a stereo rig with increased accuracy for vehicular applications," Proceedings of the 2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference: I2MTC 2012, 2012.05.13-2012.05.16, Graz, Ausztria, 2012, pp. 973-978.
  - [DT31] A. Kalvach and T. Dabóczy, "Estimation of Inclination Angle for Balancing Robots Based on Physical Model," IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, I2MTC 2012, IEEE, 2012, pp. 1417-1422.
  - [DT32] A. Zenta and T. Dabóczy, "Online parameter estimation of permanent magnet synchronous machines by means of window LS optimization," Proceedings of the ECC 2009 European Control Conference. Budapest, 2009. 08. 23-26, 2009, pp. 591-596.
  - [DT33] A. Zentai and T. Dabóczy, "Using Multi Dimensional Grid to identify a Permanent Magnet Synchronous Machine Model," IEEE/SICE International Symposium on System Integration, 2008.12.04, Nagoya, Japán, 2008, pp. 42-47.
  - [DT34] A. Zentai and T. Dabóczy, "Offline Parameter Estimation of Permanent Magnet Synchronous Machines by means of LS Optimization," IEEE/SICE International Symposium on System Integration. 2008.12.04 Nagoya, Japán, 2008, pp. 36-41.
  - [DT35] A. Zentai and T. Dabóczy, "Model based torque estimation of Permanent Magnet Synchronous Machines," IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2007.09.06-2007.09.08, Cracow, Lengyelország, 2007, pp. 178-181.
  - [DT36] A. Bódis-Szomorú, T. Dabóczy, and Z. Fazekas, "A Far-Range Off-line Camera Calibration Method for Stereo Lane Detection Systems," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2007, 2007. 05. 01-03, Varsó, Lengyelország, 2007, pp. 1-6.
  - [DT37] A. Zentai and T. Dabóczy, "Improving INFORM calculation method on permanent magnet synchronous machines," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2007, 2007.05.01-03, Varsó, Lengyelország, 2007, pp. 1-6.
  - [DT38] T. Dabóczy and A. Bódis-Szomorú, "Nonparametric Identification and Signal Reconstruction as Two Consecutive Deconvolution Steps," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2005, 2005.05.17-2005.05.19, Ottawa, Kanada, 2005, pp. 915-919.

## 10. Saját publikációk

- 
- [DT39] A. Zentai and T. Dabóczy, "Improving Motor Current Control Using Decoupling Technique," Proceedings of the EUROCON 2005, 2005.11.21-2005.11.24, Belgrád, Szerbia és Montenegro, 2005, pp. 354-357.
  - [DT40] A. Görgényi, L. Sujbert, I. Bogár, K. Molnár, and T. Dabóczy, "DSP-based Electromagnetic Flowmeter with Sinusoidal Excitation," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2005. 2005.05.17-2005.05.19. Ottawa, Kanada, 2005, pp. 1023-1026.
  - [DT41] T. B. Bakó and T. Dabóczy, "Unbiased Reconstruction of Nonlinear Distortions," Proceedings of the 19th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC/2002, Anchorage, USA, 2002.05.21-2002.05.23., 2002, pp. 1099-1102.
  - [DT42] T. B. Bakó, T. Dabóczy, and B. A. Bell, "Automatic Compensation of Nonlinear Distortions," Proceedings of the 19th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC/2002. Anchorage, USA, 2002.05.21-2002.05.23., 2002, pp. 1321-1325.
  - [DT43] T. Bakó, B. Bank, and T. Dabóczy, "Restoration of Nonlinearly Distorted Audio with the Application to Old Motion Pictures," 20th AES International Conference on Archiving, Restoration and New Methods of Recording. Konferencia helye, ideje: Budapest, Magyarország, 2001.10.05-2001.10.07., 2001, pp. 191-198.
  - [DT44] T. B. Bakó and T. Dabóczy, "Reconstruction of Nonlinearly Distorted Signals with Regularized Inverse Characteristics," Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2001, Budapest, Magyarország, 2001.05.21-2001.05.23., 2001, pp. 1565-1569.
  - [DT45] T. Dabóczy and T. B. Bakó, "Inverse Filtering of Optical Images," Proceedings of the 17th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2000, 2000.05.01-2000.04.04, Baltimore, USA, 2000, pp. 370-374.
  - [DT46] T. Dabóczy, "Time Domain Uncertainty Bound of Signals Reconstruction in Case of Jittery and Noisy Measurements," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 1998, 1998.05.19-1998.05.21, St. Paul, USA, 1998, pp. 1296-1301.
  - [DT47] J. P. Deyst, M. Souders, N. Paulter, T. Dabóczy, and G. Stenbacken, "A Fast Pulse Oscilloscope Calibration System," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 1998, 1998.05.19-1998.05.21, St. Paul, USA, 1998, pp. 166-171.
  - [DT48] T. Dabóczy, "Deconvolution Assuming Two Noise Sources," Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 1997, 1997.05.19-1997.05.21, Ottawa, Kanada, 1997, pp. 408-413.
  - [DT49] T. Dabóczy and I. Kollár, "Multiparameter Optimization of Inverse Filtering Algorithms," Proc. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC/1995: 95CH35783. 1995.04.24-1995.04.26, Waltham, USA, 1995, pp. 482-487.
  - [DT50] Á. Jobbágy, L. Gyöngy, and T. Dabóczy, "Increasing the accuracy of a TV based motion analysis system," 7th International IMEKO TC-13 Conference on Measurement in Clinical Medicine: Model Based Biomeasurements, 1995.09.06-1995.09.09, Stará Lesna, Szlovákia, 1995, pp. 385-387.

## 10. Saját publikációk

**Helyi konferenciák:**

- [DT51] A. Bódis-Szomorú and T. Dabóczy, "High-precision ground-truth data for evaluating dense stereo and optical flow algorithms," *Képfeldolgozók és Alakfelismerők VIII. Konferenciája*, 2011.01.25-2011.01.28, Szeged, Magyarország, 2011, pp. 1-14.
- [DT52] A. Bódis-Szomorú and T. Dabóczy, "A normalizált, 8-pontos algoritmus perturbációanalízise egy újabb szemszögből," *Képfeldolgozók és Alakfelismerők VIII. Konferenciája*, 2011.01.25-2011.01.28, Szeged, Magyarország, 2011, pp. 1-14.
- [DT53] A. Bódis-Szomorú, T. Dabóczy, and Z. Fazekas, "A Lane Detection Algorithm based on Wide-Baseline Stereovision for Advanced Driver Assistance," *7th Conference of the Hungarian Association for Image Processing and Pattern Recognition*, January 28-30, 2009, Budapest, Hungary, 2009, pp. 1-10.
- [DT54] A. Zentai and T. Dabóczy, "Szenzor nélküli rotor szöghelyzet meghatározó eljárás javítása változó reluktanciájú szinkron villamos gépeken," in *Doktoranduszok Országos Szövetsége*, Tavaszi Szél 2007, Budapest, 2007. 05. 17-20, 2007, pp. 153-162.

**Disszertáció**

- [DT55] T. Dabóczy, *Deconvolution of transient signals*. Kandidátusi disszertáció: MTA, 1994.

**Bírálat alatt lévő impaktfaktoros folyóiratcikk**

- [DT56] Csaba F. Hajdu, Tamás Dabóczy, Gábor Péceli, Christos Zamantzas, „Signal Detection by Means of Observer-based Decomposition,” submitted for publication to *Journal of Instrumentation*.

## 11. Irodalomjegyzék

- [1] Geisberger, Eva; Broy, Manfred, *agendaCPS, Integrierte Forschungsagenda Cyber-Physical Systems, adatech Studie*. München: acatech, Deutsche Akademie der Technikwissenschaften, 2012.
- [2] acatech, *Cyber-Physical Systems, Driving force for innovation in mobility, health, energy and production*. München: acatech, National Academy of Science and Engineering, 2011.
- [3] Kester, Walt, *Practical Design Techniques for Sensor Signal Conditioning*. ISBN-0-916550-20-6.: Analog Devices, 1999.
- [4] G. Fodor, *Jelek és rendszerek*. Műegyetem Kiadó, ISBN 963 420 869, 2006.
- [5] P. B. Crilly, "Error Analysis with Deconvolution Algorithms," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 42, No. 1, p. 78, 1993.
- [6] A. Rosenfeld and A. C. Kak, *Digital Picture Processing*. Orlando, Florida: Second Edition, Volume 1, Academic Press, Inc., 1982.
- [7] T. K. Sarkar, D. D. Weiner, and V. K. Jain, "Some mathematical consideration in dealing with the inverse problem," *IEEE Trans. on Antenna and Propagation*, Vol. 29., No. 2., pp. 373-379, 1981.
- [8] P. H. Van Cittert, "Zum Einfluß der Spaltbreite auf die Intensitätsverteilung in Spektrallinien," *Zeitschrift für Physik*, Vol. 69., pp. 298-308, 1930.
- [9] R. Yarlagada, J. B. Bednar, and T. L. Watt, "Fast algorithm for lp deconvolution," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 33, No. 1, pp. 174-182, 1985.
- [10] B. Wang, et al., "An  $L_p$  ( $0 \leq p \leq 1$ )-norm regularized image reconstruction scheme for breast DOT with non-negative-constraint," *Biomedical Engineering onLine*, 16:32, DOI: 10.1186/s12938-017-0318-y, pp. 1-19, 2017.
- [11] H. Gao, X. Li, and J. Qiu, "Finite Frequency  $H_\infty$  Deconvolution with Application to Approximated Bandlimited Signal Recovery," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-8, Jun. 2017.
- [12] C. D. Taylor, N. Younan, S. Giles, and E. Harper, "On a pulse data preprocessing technique to recover parameters of damped sinusoids in noise," *Electromagnetics*, Vol. 7, No. 2., pp. 101-116, 1987.
- [13] C. D. Taylor and D. P. Nicolas, "An adaptive data-smoothing routine," *Computer in Physics*, Mar/Apr, pp. 63-64, 1989.
- [14] N. H. Younan, A. B. Kopp, D. B. Miller, and C. D. Taylor, "On correcting HV impulse measurements by means of adaptive filtering and deconvolution," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 6, No. 2, pp. 501-506, 1990.
- [15] Balakrishnan, N.; Rao, C. R., *Handbook of statistics: Theory and methods*, Vol 16. Elsevier, 1998.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [16] P. A. Jansson, *Deconvolution with applications in spectroscopy*. San Diego: Academic Press, 1984.
  - [17] P. B. Crilly, "A quantitative evaluation of various iterative deconvolution algorithms," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 40, No. 3, pp. 558-562, 1991.
  - [18] P. B. Crilly, "A The use of a cross-correlation technique to enhance Jansson's deconvolution procedure," *Journal of Chemometrics*, Vol. 4, No. 4, July, pp. 291-298, 1990.
  - [19] P. B. Crilly, A. Bernardi, P. A. Jansson, and L. E. Borges da Silva, "Improving the Convergence Rate of Jansson's Deconvolution Method," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 51, No. 6, Dec., pp. 1142-1144, 2002.
  - [20] R. Gold, "An iterative unfolding method for response matrices," Argonne, IL, Technical Report, 1964.
  - [21] W. Richardson, "Bayesian-based iterative method of image restoration," *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 62, Jan., pp. 55-59, 1972.
  - [22] P. E. Siska, "Iterative unfolding of intensity data, with application to molecular beam scattering," *J. Chem. Phys.*, vol. 59, Dec., pp. 6052-6060, 1973.
  - [23] A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, *Solution of ill-posed problems*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1977.
  - [24] C. Narduzzi and C. Offelli, "A time domain method for accurate characterization of linear systems," *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, Vol. 40, No. 2., pp. 415-419, 1991.
  - [25] P. Rózsa, *Lineáris algebra és alkalmazásai*. Budapest: Tankönyvkiadó, 1991.
  - [26] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes, The art of scientific computing*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
  - [27] C. Narduzzi, "Inverse Filtering With Signal-Adaptive Constraints," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 54, No. 4, Aug., pp. 1553-1559, 2005.
  - [28] N. S. Nahman and M. E. Guillaume, *Deconvolution of Time Domain Waveforms in the Presence of Noise*. Boulder, CO. USA: National Bureau of Standards, Tech. Note 1047, NBS, 1981.
  - [29] T. Dhaene, L. Martens, and D. De Zutter, "Generalized iterative frequency domain deconvolution technique," in *Proceedings of IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 1993*, May 18-20, 1993, 93CH3291-0, Irvin, CA, USA, 1993, pp. 85-87.
  - [30] P. Neveux, E. Sekko, and G. Thomas, "A Constrained Iterative Deconvolution Technique with an Optimal Filtering: Application to a Hydrocarbon Concentration Sensor," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, No. 4, Aug., pp. 852-856, 2000.
  - [31] F. H. Glanz and W. T. Miller, "Deconvolution and non-linear inverse filtering using a neural network," in *Proceedings of International confrence on accoustics, speech and signal processing*, May 23-26, 1989, Glasgow, Scotland, 1989, pp. 2349-2352.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [32] R. Garcia-Gómez, J. Gómez-Mena, and L. Diez del Rio, "Adaptive receivers for removing linear and non-linear intersymbol interference by means of time delay neural nets (AR-TDNN)," in *Proceedings of International conference on acoustics, speech and signal processing*, May 23-26, 1989, Glasgow, Scotland, 1989, pp. 2368-2371.
  - [33] S. K. Lehman, "Deconvolution Using a Neural Network," NTIS No. DE91007114/HDM, Report No. UCRL-ID-195439, NTIS Report, 1990.
  - [34] S. Russel and P. Norvig, *Mesterséges intelligencia modeltn megközelítésben (magyar fordítás)*. Budapest: Panem Kiadó, 2006.
  - [35] (2011) Mesterséges Intelligencia Elektronikus Almanach. [Online]. [http://project.mit.bme.hu/mi\\_almanach/](http://project.mit.bme.hu/mi_almanach/)
  - [36] D. Henderson, A. G. Roddie, J. G. Edwards, and H. M. Jones, "A deconvolution technique using least-squares model-fitting and its application to optical pulse measurement," NTIS, Technical Report, 1988.
  - [37] N. Wiener, *Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1949.
  - [38] A. H. Jazwinski, "Stochastic processes and filtering theory," *Mathematics in Sceince and Engineering, Vol. 64.*, Academic Press, New York, 1970.
  - [39] A. T. Walden, "Deconvolution by modified Wiener filtering: Interpretation for an imperfectly known wavelet," Seattle, Washington 98195 USA, Technical Report, 1986.
  - [40] A. Gupta and C. C. Reddy, "Analytical Insights Into Parameter Estimation for Wiener Deconvolution," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 66, no. 10, pp. 2566-2575, 2017.
  - [41] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *J. Basic Eng. Trans. ASME, Series D, Vol. 982, No. 1*, pp. 35-45, 1960.
  - [42] G. Welch and G. Bishop, "An introduction to Kalman filter," UNC-Chapel Hill, TR 95-041, July 24, Technical Report, 2006.
  - [43] J. V. Candy and J. E. Zicker, "Deconvolution of noisy transient signals: A Kalman filtering application," in *Proceedings of IEEE conf. on Decision and Control*, Orlando, FL, USA, CH1788-9/82, 1982, pp. 211-216.
  - [44] I. Kollár, P. Osváth, and W. Zaengl, "Numerical Correction and Deconvolution of Noisy HV Impulses by Means of Kalman Filtering," in *Proceedings of IEEE International Symposium on Electrical Insulation*, June 5-8, 1988. Conference Record, CH2594 0/88, Boston (MA), USA, 1988, pp. 359-363.
  - [45] N. S. Nahman, "Software correction of measured pulse data," in *Fast Electrical and Optical Measurements*. Dordrecht, The Netherlands: NATO ASI Series, Martin Nijhoff Publishers, 1986, pp. 351-417.
  - [46] C. W. Groetsch, *The Theory of Tikhonov Regularization for Fredholm Equations of the First Kind*. Boston: Pitman, 1984.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [47] P. C. Hansen and D. P. O’Leary, "The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 14, No. 6, pp. 1487-1503, 1993.
  - [48] B. Parruck and S. M. Riad, "An optimization criterion for iterative deconvolution," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 32, No. 10, pp. 137-140, 1983.
  - [49] M. Bertocco, C. Narduzzi, C. Offelli, and D. Petri, "An improved method for iterative identification of bandlimited," in *Proceedings of IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Atlanta (GA), May 14-16, 1991, CH2940-5/91, 1991, pp. 368-372.
  - [50] V. A. Morozov, *Methods for Solving Incorrectly Posed Problems*. New York: Springer, 1984.
  - [51] V. Székely, "Identification of RC Networks by Deconvolution: Chances and Limits," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 45, no. 3, pp. 244-258, 1998.
  - [52] A. Bennis and S. M. Riad, "An optimization technique for iterative frequency-domain deconvolution," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 39, No. 2, Apr., pp. 358-362, 1990.
  - [53] P. C. Hansen, "Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve," *SIAM Review*, Vol. 34, No. 4, Dec., pp. 561-580, 1992.
  - [54] C. Liu, L. Xu, Z. Cao, and H. McCann, "Reconstruction of Axisymmetric Temperature and Gas Concentration Distributions by Combining Fan-Beam TDLAS With Onion-Peeling Deconvolution," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 63, No. 12, Dec., pp. 3067-3075, 2014.
  - [55] S. Roy and M. Souders, "Noniterative Waveform Deconvolution Using Analytic Reconstruction Filters With Time-Domain Weighting," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 50, No. 4, Aug., pp. 899-904, 2001.
  - [56] T. Olofsson, "Deconvolution and Model-Based Restoration of Clipped Ultrasonic Signals," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 54, No. 3, pp. 1235-1240, 2005.
  - [57] D. Szolgay and T. Sziranyi, "Optimal stopping condition for iterative image deconvolution by new orthogonality criterion," *Electronics Letter*, doi: 10.1049/el.2010.3692, Vol. 47, No. 7., 31st March, pp. 442-444, 2011.
  - [58] M. Kido, Y. Hirata, S. Yamada, and K. Kondo, "Automatic Restoration of X-ray Photography by Estimating Point Spread Function," in *Proceedings of International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT)*, 26-29 Oct. 2010, Tokyo, Japan, 2010, pp. 1180-1184.
  - [59] A. Loktyushin and S. Harmeling, "Automatic foreground-background refocusing," in *Proceedings of 18th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 11-14 Sept. 2011, Brussels, Belgium, 2011, pp. 3445-3448.
  - [60] L. Thibon, F. Soulez, and E. Thiebaut, "Fast Automatic Myopic Deconvolution of Angiogram Sequences," in *Proc. of IEEE 11th International Symposium on*

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- Biomedical Imaging (ISBI)*, April 29 - May 2 2014, Beijing, China, 2014, pp. 1067-1070.
- [61] J. Kay, "Asymptotic comparison factors for smoothing parameter choices in regression problems," *Statistics & Probability Letters*, vol. 15, no. Nov., pp. 329-335, 1992.
  - [62] D. M. Allen, "The relationship between variable selection and data augmentation and a method for prediction," *Technometrics*, vol. 16, no. 1, pp. 125-127, 1974.
  - [63] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba, "Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter," *Technometrics*, vol. 21, no. 2, pp. 215-223, 1979.
  - [64] D. P. O'Leary, "Near-optimal parameters for Tikhonov and other regularization methods," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 23, no. 4, pp. 1161-1171, 2001.
  - [65] R. Malewski and B. Poulin, "Impulse testing of power transformers using the transfer function method," *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 3., No. 2, pp. 476-483, 1988.
  - [66] Y. Wang, et al., "AllFocus: Patch-Based Video Out-of-Focus Blur Reconstruction," *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 27, no. 9, pp. 1895-1908, Sep. 2017.
  - [67] H. Cheong, E. Chae, E. Lee, G. Jo, and J. Paik, "Fast Image Restoration for Spatially Varying Defocus Blur of Imaging Sensor," *Sensors*, Vol. 15., No. 1, pp. 880-898, 2015.
  - [68] W. L. Gans and N. S. Nahman, "Continuous and discrete Fourier transforms of steplike waveforms," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. IM-31, June, pp. 97-101, 1982.
  - [69] Kester, Walt, *Mixed Signal and DSP Design Techniques*. ISBN-0-75067-611-6.: Analog Devices, 2002.
  - [70] W. L. Gans, "The measurement and deconvolution of time jitter in equivalent-time waveform samplers," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. IM-32, Mar., pp. 126-133, 1983.
  - [71] R. Janssen, et al., "Active markers in operative motion analysis," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 55, No. 3, June, pp. 854-859, 2006.
  - [72] J. E. McNamara, et al., "An Assessment of a Low-Cost Visual Tracking System (VTS) to Detect and Compensate for Patient Motion during SPECT.," *IEEE Trans. on Nuclear Science*, Vol. 55, No. 3, June, pp. 992-998, 2008.
  - [73] Y.-K. Kim, et al., "Developing Accurate Long-Distance 6-DOF Motion Detection With One-Dimensional Laser Sensors: Three-Beam Detection System," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 60, No. 8, Aug., pp. 3386-3395, 2013.
  - [74] H. S. Park, K. Park, Y. Kim, and S. W. Choi, "Deformation Monitoring of a Building Structure Using a Motion Capture System," *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, Vol. 20, No. 5, Oct., pp. 2276-2284, 2015.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [75] S. O. H. Madgwick, A. J. L. Harrison, and R. Vaidyanathan, "Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm," in *Proceedings of IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*, June 29 - July 1, Zurich, Switzerland, 2011, pp. 1-7.
  - [76] L. D. Vito, O. Postolache, and S. Rapuano, "Measurements and Sensors for Motion Tracking in Motor Rehabilitation," *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, June, pp. 30-38, 2014.
  - [77] R. Haratian, R. Twycross-Lewis, T. Timotijevic, and C. Phillips, "Toward Flexibility in Sensor Placement for Motion Capture Systems: A Signal Processing Approach," *IEEE Sensors Journal*, Vol. 14, No. 3, Mar., pp. 701-709, 2014.
  - [78] K. Li, Q. Dai, and W. Xu, "Markerless shape and motion capture from multiview video sequences," *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*, Vol. 21, No. 3, Mar., pp. 320-334, 2011.
  - [79] B. Holmberg and H. Lanshammar, "Possibilities of texture based motion analysis," *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol. 84, No. 1, October, pp. 1-10, 2006.
  - [80] Bosch, "Use of DinionXF Cameras to Reduce Motion Blur," Application Note, 2004.
  - [81] G. H. Hostetter, "Recursive discrete Fourier transformation," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Vol. 28, No. 2, Apr., pp. 184-190, 1980.
  - [82] G. Péceli, "A Common Structure for Recursive Discrete Transforms," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol. CAS-33, No. 10, Oct., pp. 1035-1036, 1986.
  - [83] F. Nagy, "Measurement of signal parameters using nonlinear observers," *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, Vol. IM-41, Febr., pp. 152-155, 1992.
  - [84] A. Ronk, "Analysis and Reproduction of a Signal's Periodic Components by Means of an Extended Block-Adaptive Fourier Analyzer," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 52, No. 1, Febr., pp. 13-19, 2003.
  - [85] A. Ronk, "Transients in adaptive Fourier analysers," *Proc. Estonian Academy of Sciences, Engineering*, 2004, Vol. 1, No. 3, pp. 209-226, 2004.
  - [86] G. Simon and G. Péceli, "Convergence Properties of an Adaptive Fourier Analyzer," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, Vol. 46, No. 2, Feb., pp. 223-227, 1999.
  - [87] A. Ronk, "A modified frequency error estimator for the block adaptive Fourier analyzer," in *Proc. Baltic Electronics Conference (BEC'2000)*, Tallinn, Estonia, 2000, pp. 103-106.
  - [88] V. Pálfi and I. Kollár, "Efficient execution of ADC test with sine fitting with verification of excitation signal parameter settings," in *Proceedings of IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, I2MTC 2012*, 13-16 May 2012, Graz, Austria, 2012, pp. 2662-2667.
  - [89] IEEE standard, *IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters*, IEEE Standard 1241-2010, doi: 10.1109/IEEESTD.2011.5692956: IEEE, 2011.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [90] J. Blair, "Histogram measurement of ADC nonlinearities using sine waves," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 43, No. 3, pp. 373–383, June, pp. 373-383, 1994.
  - [91] B. Liu and T. P. Stanley, "Error bounds for jittered sampling," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. AC-10, Oct., pp. 449-454, 1965.
  - [92] F. Verbeyst, Y. Rolain, R. Pintelon, and J. Schoukens, "Enhanced Time Base Jitter Compensation of Sine Waves," in *Proceedings of the Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2007*, 1-3 May 2007, Warsaw, Poland, 2007, pp. 1-5.
  - [93] T. M. Souders, D. R. Flach, C. Hagwood, and G. L. Yang, "The effect of timing jitter in sampling systems," *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, Vol. 39, No. 1, Feb., pp. 80-85, 1990.
  - [94] G. Turin, "An introduction to matched filters," *IRE Transactions on Information Theory*, Vol. 6, No. 3, June, pp. 311-329, 1960.
  - [95] J.-P. Noel and J. Schoukens, "Grey-box state-space identification of nonlinear mechanical vibrations," *International Journal of Control*, April, pp. 1-22, 2017.
  - [96] J.-P. Noel, A. F. Esfahani, G. Kerschen, and J. Schoukens, "A nonlinear state-space approach to hysteresis identification," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 84, Part B, pp. 171-184, 2017.
  - [97] R. H. Flake, "Volterra series representation of nonlinear systems," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, Vol. 81, No. 6, Jan., pp. 330-335, 1963.
  - [98] T. P. Dobrowiecki and J. Schoukens, "Linear approximation of weakly nonlinear MIMO systems," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 56, No 3, pp. 887-894, 2007.
  - [99] S. Bittanti, F. A. Cuzzola, F. Lorito, and G. Poncia, "Compensation of Nonlinearities in a Current Transformer for the Reconstruction of the Primary Current," *IEEE Trans. On Control Systems Technology*, Vol. 9, No. 4, July, pp. 565-573, 2001.
  - [100] S. K. Wilson and P. Delay, "A Method to Improve Cathode ray Oscilloscope Accuracy," *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, Vol. 43 No. 3, June, pp. 483-486, 1994.
  - [101] M. Okada, H. Nishijima, and S. Komaki, "A Maximum Likelihood Decision Based Nonlinear Distortion Compensator for Multi-Carrier Modulated Signals," *IEICE Trans. On Communications*, Vol. E81 B, No. 4, April, pp. 737-744, 1998.
  - [102] P. T. Troughton and S. J. Godsill, "Restoration of Non-linearly Distorted Audio using Markov Chain Monte Carlo Methods," in *Audio Engineering Society Convention 104*, May 1998, Paper No. 4679, 1998.
  - [103] W. Klippel, "Compensation for Nonlinear Distortion of Horn Loudspeakers by Digital Signal Processing," *AES: Journal of the Audio Engineering Society*, Vol. 44, No. 6, June, pp. 470-480, 1996.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [104] D. Preis and H. Polchlopek, "Restoration of Nonlinearly Distorted Magnetic Recordings," *Journal of Audio Eng. Soc.*, Vol. 32, No. 1/2, January/February, pp. 26-30, 1984.
  - [105] S. A. White, "Restoration of Nonlinearly Distorted Audio by Histogram Equalization," *Journal of Audio Eng. Soc.*, Vol. 30, No. 11, November, pp. 828-832, 1982.
  - [106] J. Tsimbrios and K. V. Lever, "Nonlinear System Compensation Based on Orthogonal Polynomial Inverses," *IEEE Trans. On Circuits and Systems: Fundamental Theory of Applications*, Vol. 48, No. 4, April, pp. 406-417, 2001.
  - [107] D. L. Hall and J. Llinas, "An Introduction to Multisensor Data Fusion," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 1, Jan, pp. 6-23, 1997.
  - [108] S. Challa and D. Koks, "Bayesian and Dempster-Shafer fusion," *Sadhana*, vol. 29, no. 2, April, pp. 145-174, 2004.
  - [109] W. T. Higgins, "A comparison of complementary and Kalman filtering," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-11, No. 3., May, pp. 321-325, 1975.
  - [110] M. B. Del Rosario, N. H. Lovell, and S. J. Redmond, "Quaternion-Based Complementary Filter for Attitude Determination of a Smartphone," *IEEE Sensors Journal*, vol. 16, no. 15, Aug., pp. 6008-6017, 2016.
  - [111] T. Mundra and A. Kumar, "Micro power battery state-of-charge monitor," *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol. 54, No. 2, pp. 623-630, 2008.
  - [112] Y. Hu and S. Yurkovich, "Battery State of Charge Estimation in Automotive Applications sing LPV Techniques," in *Proceedings of American Control Conference (ACC)*, June 30-July 2 2010, Baltimore, MD, USA, 2010, pp. 5043-5049.
  - [113] X. Tang, X. Mao, J. Lin, and B. Koch, "Li-ion Battery Parameter Estimation for State of Charge," in *Proc. of American Control Conference, ACC 2011*, 29 June-1 July 2011, San Francisco, CA, USA, 2011, pp. 941-946.
  - [114] G. Wu, et al., "State of Charge Estimation for Li-Ion Battery Based on an Improved Peukert's Equation with Temperature Correction Factor," in *Proc. of IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC 2016)*, 17-20 Oct. 2016, Hangzhou, China, 2016, pp. 1-4.
  - [115] B. Wang, Z. Liu, S. E. Li, S. J. Moura, and H. Peng, "State-of-Charge Estimation for Lithium-Ion Batteries Based on a Nonlinear Fractional Model," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 25, No. 1, Jan., pp. 3-11, 2017.
  - [116] A. A. Hussein, "A neural network based method for instantaneous power estimation in electric vehicles' Li-ion batteries," in *Proceedings of IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC 2017)*, 26-30 March 2017, Tampa, FL, USA, 2017, pp. 3122-3126.
  - [117] A. Piippo, M. Hinkkanen, and J. Luomi, "Analysis of an adaptive observer for sensorless control of PMSM drives," in *Proc. of IEEE IECON'05*, Nov. 2005, Raleigh, NC, USA, 2005, pp. 1474-1479.
  - [118] A. Piippo, K. Suomela, M. Hinkkanen, and J. Luomi, "Sensorless PMSM Drive with DC-link Current Measurement," in *Proc. of Industry Applications Conference, 2007*.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- 42nd IAS Annual Meeting, 23-27 Sept. 2007, New Orleans, LA, USA, 2007, pp. 2371-2377.
- [119] C. Merla, A. Paffi, F. Apollonio, S. Orcioni, and M. Liberti, "Portable System for Practical Permittivity Measurements Improved by Homomorphic Deconvolution," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 66, no. 3, pp. 514-521, Mar. 2017.
  - [120] H. Ha, Y. Bok, K. Joo, J. Jung, and I. S. Kweon, "Accurate Camera Calibration Robust to Defocus Using a Smartphone," in *Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 7-13 Dec. 2015, Santiago, Chile, 2015, pp. 828-836.
  - [121] M. M. Teshnizi and A. Shirazi, "Attitude estimation and sensor identification utilizing nonlinear filters based on a low-cost MEMS magnetometer and sun sensor," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 30, no. 12, pp. 20-33, Dec. 2015.
  - [122] F. Attivissimo, N. Giaquinto, and M. Savino, "Low-cost accurate characterization of FM sine wave generators," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 47, no. 2, pp. 384-389, Apr. 1998.
  - [123] N. Anantrasirichai, W. Hayes, M. Allinovi, D. Bull, and A. Achim, "Line Detection as an Inverse Problem: Application to Lung Ultrasound Imaging," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-12, Jun. 2017.
  - [124] C. Bai, et al., "Pulse-Inversion Subharmonic Ultrafast Active Cavitation Imaging in Tissue Using Fast Eigenspace-Based Adaptive Beamforming and Cavitation Deconvolution," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 64, no. 8, pp. 1175-1193, Aug. 2017.
  - [125] A. Kazemipour, et al., "Fast and Stable Signal Deconvolution via Compressible State-Space Models," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-12, 2017.
  - [126] W. Ding, X. Liu, D. Xu, D. Zhang, and Z. Zhang, "A Robust Detection Method of Control Points for Calibration and Measurement With Defocused Images," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 66, no. 10, pp. 2725-2735, Oct. 2017.
  - [127] Y. Tao, M. Xu, F. Zhang, B. Du, and L. Zhang, "Unsupervised-Restricted Deconvolutional Neural Network for Very High Resolution Remote-Sensing Image Classification," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-19, Aug. 2017.
  - [128] T. C. Yang, "Deconvolved Conventional Beamforming for a Horizontal Line Array," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-13, 2017.
  - [129] G. Biagetti, P. Crippa, S. Orcioni, and C. Turchetti, "Homomorphic Deconvolution for MUAP Estimation From Surface EMG Signals," *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 21, no. 2, pp. 328-338, Mar. 2017.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [130] S. Jain, U. Oswal, K. S. Xu, B. Eriksson, and J. Haupt, "A Compressed Sensing Based Decomposition of Electrodermal Activity Signals," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 64, no. 9, pp. 2142-2151, Sep. 2017.
  - [131] S. Sutar, I. Asselberghs, D. H. C. Lin, A. V.-Y. Thean, and I. Radu, "FETs on 2-D Materials: Deconvolution of the Channel and Contact Characteristics by Four-Terminal Resistance Measurements on WSe<sub>2</sub> Transistors," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 64, no. 7, pp. 2970-2976, 2017.
  - [132] G. Yang, Z. Yu, B. Zhang, S. Gu, and J. He, "Evaluation of Lightning Current From Magnetic Field Based on Deconvolution Method," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-6, Sep. 2017.
  - [133] O. Hotel, J.-P. Poli, C. Mer-Calfati, E. Scorsone, and S. Saada, "SAW sensor's frequency shift characterization for odour recognition and concentration estimation," *IEEE Sensors Journal*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-8, Sep. 2017.
  - [134] S. Ling and T. Strohmer, "Blind Deconvolution Meets Blind Demixing: Algorithms and Performance Bounds," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 63, no. 7, pp. 4497-4520, Jul. 2017.
  - [135] J. Dong, A. Locquet, and D. S. Citrin, "Terahertz Quantitative Nondestructive Evaluation of Failure Modes in Polymer-Coated Steel," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 23, no. 4, pp. 1-7, Jul. 2017.
  - [136] J. Dong, X. Wu, A. Locquet, and D. S. Citrin, "Terahertz Superresolution Stratigraphic Characterization of Multilayered Structures Using Sparse Deconvolution," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 260-267, May 2017.
  - [137] S. Mohammadi, N. Zuckerman, A. Goldsmith, and A. Grama, "A Critical Survey of Deconvolution Methods for Separating Cell Types in Complex Tissues," *Proceedings of the IEEE*, vol. 105, no. 2, pp. 340-366, Feb. 2017.
  - [138] C. Laroche, H. Papadopoulos, M. Kowalski, and G. Richard, "Drum extraction in single channel audio signals using multi-layer Non negative Matrix Factor Deconvolution," in *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 5-9 March 2017, New Orleans, LA, USA, 2017, pp. 46-50.
  - [139] A. Makki, A. Siddig, and C. J. Bleakley, "Robust High Resolution Time of Arrival Estimation for Indoor WLAN Ranging," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 66, no. 10, pp. 2703-2710, Oct. 2017.
  - [140] D. Stoeger, P. Jung, and F. Krahmer, "Blind Demixing and Deconvolution with Noisy Data: Near-optimal Rate," in *Proceedings of 21th International ITG Workshop on Smart Antennas, WSA 2017*, 15-17 March 2017, Berlin, Germany, 2017, pp. 270-274.
  - [141] N. Miroshnikova, "Adaptive blind equalizer for HF channels," in *Proceedings of Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SINKHROINFO)*, 3-4 July 2017, Kazan, Russia, 2017, pp. 1-4.

## 11. Irodalomjegyzék

- 
- [142] W. L. Gans, "Dynamic calibration of waveform recorders and oscilloscopes using pulse standards," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 39, no. 6, pp. 952-957, Dec. 1990.
  - [143] P. D. Hale, et al., "Traceable Waveform Calibration With a Covariance-Based Uncertainty Analysis," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 58, no. 10, pp. 3554-3568, Oct. 2009.
  - [144] D. D. S. Santana, C. M. Furukawa, and N. Maruyama, "Sensor Fusion with Low-Grade Inertial Sensors and Odometer to Estimate Geodetic Coordinates in Environments without GPS Signal," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 11, no. 4, pp. 1015-1021, Jun. 2013.
  - [145] K. Jo, K. Chu, and M. Sunwoo, "Interacting Multiple Model Filter-Based Sensor Fusion of GPS With In-Vehicle Sensors for Real-Time Vehicle Positioning," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 329-343, Mar. 2012.
  - [146] S. Kim, H. Kim, W. Yoo, and K. Huh, "Sensor Fusion Algorithm Design in Detecting Vehicles Using Laser Scanner and Stereo Vision," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 17, no. 4, pp. 1072-1084, Apr. 2016.
  - [147] V. Bhateja, H. Patel, A. Krishn, A. Sahu, and A. Lay-Ekuakille, "Multimodal Medical Image Sensor Fusion Framework Using Cascade of Wavelet and Contourlet Transform Domains," *IEEE Sensors Journal*, vol. 15, no. 12, pp. 6783-6790, Dec. 2015.
  - [148] L. P. L. Billy, N. Wijerathne, B. K. K. Ng, and C. Yuen, "Sensor Fusion for Public Space Utilization Monitoring in a Smart City," *IEEE Internet of Things Journal*, vol. PP (Early Access), no. 99, pp. 1-9, 2017.
  - [149] N.-B. Chang, B. Vannah, and Y. J. Yang, "Comparative Sensor Fusion Between Hyperspectral and Multispectral Satellite Sensors for Monitoring Microcystin Distribution in Lake Erie," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, no. 6, pp. 2426-2442, Jun. 2014.
  - [150] A. D. Pizzo, C. Olivieri, F. Ciancetta, M. Tursini, and N. Rotondale, "Development issues of a Neural observer-based and fault-adaptive sensorless strategy for a multiphase BLDC motor," in *Proceedings of 2014 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, 18-20 June 2014, Ischia, Italy, 2014, pp. 1166-1173.
  - [151] C. Olivieri, "A fault-adaptive and observer-based sensorless strategy for a fault-tolerant five-phase BLDC motor," in *Proceedings of 2013 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives and Predictive Control of Electrical Drives and Power Electronics (SLED/PRECEDE)*, 17-19 Oct. 2013, München, Germany, 2013, pp. 1-8.
  - [152] I. Kim, H. Kim, T. Kwon, and H. Lee, "Fail-Safe Control Strategy of Traction Motor in Electric Mobility with Sensorless Control Scheme," in *Proceedings of IEEE 75th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, 6-9 May 2012, Yokohama, Japan, 2012, pp. 1-5.
  - [153] A. Maalouf, L. Idkhajine, S. L. Ballois, and E. Monmasson, "Field programmable gate array-based sensorless control of a brushless synchronous starter generator for

11. Irodalomjegyzék

---

- aircraft application," *IET Electric Power Applications*, vol. 5, no. 1, pp. 181-192, Jan. 2011.
- [154] Y. Li and B. Hannaford, "Gaussian Process Regression for Sensorless Grip Force Estimation of Cable-Driven Elongated Surgical Instruments," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 1, no. 3, pp. 1312-1319, Jul. 2017.
- [155] T. Dabóczy, *Deconvolution of transient signals*. Kandidátusi disszertáció: MTA, 1994.
- [156] J. Schoukens and J. Renneboog, "Modeling the noise influence on the Fourier coefficients after a discrete Fourier transform," *IEEE Trans. on Instrumentatin and Measurement*, Vol. 35, No. 3, pp. 278-286, 1986.

## Melléklet

### Spektrális jelmodell-alapú automatikus inverz szűrés több paraméter együttes optimalizálásával

Egy lineáris és időinvariáns rendszer ki- és bemeneti jele közötti összefüggést a konvolúció írja le. A konvolúciót diszkrét rendszerre írjuk fel, mely a folytonos időtartománybeli jelekhez képest a diszkrét szimuláció ismert torzításait tartalmazza:

$$z(i) = \sum_{j=0}^{N_t-1} h(j)x(i-j) + n(i), \quad (143)$$

ahol  $x(i)$  a rendszer megfigyelendő bemenőjele,  $(i)$  a súlyfüggvény,  $n(i)$  a kimeneti zajregisztrátum,  $z(i)$  pedig a rendszer zajjal terhelt válasza. A mérést terhelő minden sztochasztikus zavarást a rendszer kimenetén egyetlen zajforrásként veszünk figyelembe (output error). Véges idejű megfigyelést és egyetlen mérést feltételezünk. Ennek megfelelően a sztochasztikus zavarás egy véges idejű mintaregisztrátumát kapjuk. Feladatunk a megfigyelendő fizikai jelenségből származó bemenőjel helyreállítása a rendszer mért zajos kimenetéből. Ahhoz, hogy a rekonstrukció minősége objektíven megítélhető legyen, egy hibakritériumot (költségfüggvény) kell definiálnunk. A szándékom a rendszer bemenőjelenek alakhű rekonstruálása, ezért a bemeneti jeltartományban fogalmazom meg a hibát (input error), és annak súlyozására az  $l_2$  normát definiálom. Az  $l_2$  norma előnye, hogy nem csak az időtartományban, hanem a diszkrét frekvenciatartományban is számolható a hiba a Parseval tétel értelmében:

$$\begin{aligned} \text{cost} &= T_s \sum_{i=0}^{N_t-1} \left( x(i) - \hat{x}(i) \right)^2 = \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| X(k) - \hat{X}(k) \right|^2 \\ &= \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| X(k) - X(k)H(k)K(k, \underline{p}) - N(k)K(k, \underline{p}) \right|^2 \\ &= \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| X(k) \left( 1 - H(k)K(k, \underline{p}) \right) \right|^2 + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \left| N(k)K(k, \underline{p}) \right|^2 - \\ &\quad - \frac{2T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} \underbrace{\left| X(k) \left( 1 - H(k)K(k, \underline{p}) \right) \right|}_A \underbrace{\left| N(k)K(k, \underline{p}) \right|}_B \cos(\varphi_{AB}(k, \underline{p})) \\ &= \text{cost}_{\text{bias}} + \text{cost}_{\text{noise}} + \text{cost}_{\text{bias, noise}}, \end{aligned} \quad (144)$$

ahol  $\hat{x}(i)$  a megfigyelendő bemenőjel becslése, a nagybetűvel jelölt mennyiségek a kisbetűs jelek diszkrét Fourier-transzformáltjai,  $T_s$  a mintavételi időköz,  $N_t$  a mérési pontok száma,  $N_f$  a DFT pontok száma,  $K(k, \underline{p})$  pedig az inverz szűrő, mely egy véges  $\underline{p}$  paraméterhalmaztól függ. A fenti hibafüggvény frekvenciatartománybeli felírás esetén három tagra szétbontható: egy torzítási, egy tisztán sztochasztikus és egy vegyes tagra. A torzítási tag csak determinisztikus komponenseket tartalmaz, és csak a gerjesztő jel spektrumának abszolút értékétől függ, fázisától nem. A tisztán sztochasztikus tag szintén csak a zajregisztrátum spektrumának abszolút értékétől függ, fázisától nem. Egyedül az utolsó, vegyes tagban van fázisinformáció. A zaj esetén a zajregisztrátum spektrumának fázisáról áll a legkevesebb információ rendelkezésre. A spektrum abszolút értéke adott pontossággal általában a priori ismert, hiszen a spektrum abszolút értékének négyzetéből származtatjuk teljesítménysűrűség-spektrum becslőjét. A zaj „színéből” (pl. fehér zaj) a

zajminta-regisztrátum spektrumának abszolút értékére jó becslést adhatunk. Az inverz szűrés optimális paraméterbeállításához további közelítéseket kell tegyünk. A fenti hibafüggvényből elhagyjuk a (nem ismert) fázist tartalmazó vegyes tagot, és a szintén ismeretlen spektrum abszolút értékek helyett egy azokra vonatkozó jelmodellt helyettesítünk:

$$\begin{aligned} \text{cost}^* &= \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |X_{\text{model}}(k)|^2 |1 - H(k)K(k, \underline{p})|^2 + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |N_{\text{model}}(k)|^2 |K(k, \underline{p})|^2 \\ &= \text{cost}_{\text{bias}}^* + \text{cost}_{\text{noise}}^*, \end{aligned} \quad (145)$$

ahol  $|X_{\text{model}}(f)|$  a bemenőjel spektrumának abszolút értékére,  $|N_{\text{model}}(f)|$  pedig a zaj regisztrátum spektrumának abszolút értékére egy modell. [155] publikációban bizonyítottam, hogy egy regularizációs paraméter esetén a költségfüggvény vegyes tagjának elhanyagolása gyenge feltételek mellett megtehető. A feltételek a következők:

1. a zaj spektruma sima,
2. a zaj várható értéke nulla,
3. a zaj Gauss eloszlású,
4. a regisztrátumhossz páros.

A fenti feltételek a gyakorlatban általában teljesülnek [156]. A [155] publikációban tett levezetés nem tartalmaz semmi megkötést az inverz szűrő paraméterére, ezért a vegyes tag elhanyagolásának létjogosultsága megmarad akkor is, ha az inverz szűrőt nem egy, hanem véges sok paraméterrel hangoljuk. Ez a kiterjesztés lehetőséget biztosít az egyparaméteresnél komplexebb regularizációs operátorok alkalmazására, és automatikus paraméeroptimalizálására. A jelek spektrális modellezésére a következő algoritmust dolgoztam ki: a zajregisztrátum spektrumának abszolút értékére egy konstans becslést teszünk a variancia ismeretében. A zaj varianciája közvetlenül mérhető a zajos és torz kimeneti jel spektrumának abszolút értékéből, annak is a zárótartománybeli részének négyzetes átlagolásából. A bemenőjel spektrumának abszolút értékére is szükségünk van. Erre a jelmodellt egy iterációs eljárással javasolom megadni. Az első durva modellünket a zajos kimeneti spektrum regularizáció nélküli inverz szűréséből kapjuk.

$$|N_{\text{model}}(f)| = \text{konst.} \quad |X_{\text{model}}(f)|_0 = \left| \frac{Z(f)}{H(f)} \right|. \quad (146)$$

Amennyiben a mérőrendszer átviteli függvénye bárhol nulla közeli értéket tartalmazna, a fenti jelmodell helyett a bemenőjel spektrumának kezdeti becselőjében egy kis mértékű regularizációt alkalmazunk. Fontos hangsúlyozni, hogy az így kapott jelmodellek a költségfüggvényt befolyásolják. A bemenőjel modellje nem közvetlenül szolgáltatja a becsült bemenőjel spektrumának abszolút értékét, hanem csak a regularizációs paraméterek értékére van hatása. A fenti modellekkel ki tudjuk számolni már a költségfüggvényt, és annak minimuma szolgáltatja az első becslőnk a regularizációs paramétervektorra:

$$\underline{p}_0 = \arg \min_{\underline{p}_0} \left\{ \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |X_{\text{model}}(k)|_0^2 |1 - H(k)K(k, \underline{p}_0)|^2 + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |N_{\text{model}}(k)|^2 |K(k, \underline{p}_0)|^2 \right\}. \quad (147)$$

Az így nyert  $\underline{p}_0$  paramétervektorral finomítjuk a bemenőjel spektrumának abszolút értékére alkotott modellünket a költségfüggvény kiszámításához, majd innenől kezdve iteratív módon az  $m+1$ . lépésben az  $m$ . paramétervektor felhasználásával kapjuk a jelmodellt. (A jelmodell továbbra is csak a költségfüggvényt befolyásolja, nem származik belőle közvetlen becselő a jel spektrumára.)

## Melléklet

$$|X_{\text{model}}(f)|_{m+1} = |Z(f) K(f, \underline{p}_m)|. \quad (148)$$

Innen újabb költségfüggvény adódik, melynek minimuma szolgáltatja az új optimális inverz szűrési paramétervektor becslést:

$$\begin{aligned} \underline{p}_{m+1} = \arg \min_{\underline{p}_{m+1}} & \left\{ \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |X_{\text{model}}(k)|_{m+1}^2 |1 - H(k) K(k, \underline{p}_{m+1})|^2 \right. \\ & \left. + \frac{T_s}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f-1} |N_{\text{model}}(k)|^2 |K(k, \underline{p}_{m+1})|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (149)$$

Az iterációval akkor állunk le, ha a paraméterváltozás jelentősen lelassul. Általában 5-10 iterációs lépés elegendő a paraméterek állandósulásához. A paraméterbecslésünkből az alábbi módon kapjuk a rekonstruált bemenőjelet:

$$\hat{x}(i) = \text{real} \left\{ \text{IDFT} \left\{ Z(f) K(f, \underline{p}_{\text{végleges}}) \right\} \right\}, \quad (150)$$

ahol IDFT az inverz diszkrét Fourier-transzformációt jelöli.

PDF konverziós hibák jegyzéke az alábbi disszertációhoz:

## Új jelút-kompensációs eljárások

MTA doktori értekezés

Dabóczi Tamás

Budapest, 2017.

A disszertáció eredeti Word 2016 docx formátumból az előírás szerinti pdf változatba történő konverziója során az ehhez felhasznált program hibája miatt hibás fájl keletkezett. A képletek egy részében bizonyos karakterek nem jelennek meg, amik az eredeti Word 2016 docx formátumú változatban helyesen láthatók.

A pdf konverter által okozott hibák a következők:

Word 2016 egyenletszerkesztőjével szerkesztett képletek pdf konverziója során:

- o nem jelentek meg az alábbi karakterek:  $h, -, *, \cdot, \Delta, \dots, \mathcal{F}, :=, [ \ ]$ ,
- o egybeírás helyett elválasztva jelenítette meg:  $\sin$ ,  $\arccos$ ,  $\argmin$ ,  $\min$ ,  $ha$  (Pl. „sin” helyett „si n”).

Tekintve, hogy a képletek nagyobbik része, ill. a Word korábbi változatainak egyenletszerkesztőjével szedett képletek helyesen jelennek meg, a benyújtáskor a jelölt ezt a hibát nem vette észre.

Ezen dokumentum célja az eredeti forrásdokumentumban helyesen, annak hivatalosan benyújtott pdf változatában hibásan megjelenő képletek helyes megadása. A hibajegyzék tartalmazza a helyesen megjelenő képletet, **pirossal** kiemelve azokat a karaktereket, amelyek nem jelentek meg a benyújtott pdf változatban, illetve **kékkel** kiemelve azokat a kulcsszavakat, amelyek elválasztva (extra szóköz közbeiktatásával) jelentek meg. (Ez utóbbiak nem értelemszavaróak).

Budapest, 2018. 07. 16.

  
Dabóczi Tamás

8. oldal:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau, \quad (1)$$

$$y(i) = \sum_{j=0}^{N-1} h(j)x(i-j). \quad (2)$$

10. oldal:

$$\text{cost} = \|e(t)\| = \|\hat{x}(t) - x(t)\|. \quad (7)$$

$$\text{cost} = \|\hat{y}(t) - z(t)\|, \quad (9)$$

11. oldal:

$$\begin{aligned} \underline{z} &= \underline{H}\underline{x} + \underline{n} \\ \underline{z}^T &= [z(0), z(1), \dots, z(N-1)] \\ \underline{x}^T &= [x(0), x(1), \dots, x(P-1)] \\ \underline{n}^T &= [n(0), n(1), \dots, n(N-1)] \\ \underline{H} &= \begin{bmatrix} h(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h(1) & h(0) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h(M-1) & h(M-2) & h(M-3) & \dots & 0 \\ 0 & h(M-1) & h(M-2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h(M-1) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\hat{\underline{x}}^0 = \underline{z}; \quad \hat{\underline{x}}^{n+1} = \hat{\underline{x}}^n + b(\underline{z} - \underline{h} * \hat{\underline{x}}^n), \quad (15)$$

13. oldal:

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}^0 &= \underline{z}, \quad \hat{\underline{x}}^{n+1} = p\hat{\underline{x}}^n + (\underline{z} - \underline{h} * p\hat{\underline{x}}^n) \\ \text{ahol } p &= \begin{cases} 1 & \text{ha } \hat{\underline{x}}^n \geq 0 \\ 0 & \text{ha } \hat{\underline{x}}^n < 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (16)$$

14. oldal:

$$\hat{\underline{x}}^0 = \underline{z}, \quad \hat{\underline{x}}^{n+1} = \hat{\underline{x}}^n + r\{\hat{\underline{x}}^n\}(\underline{z} - \underline{h} * \hat{\underline{x}}^n), \quad (17)$$

$$r\{\hat{\underline{x}}^n\} = b\left(1 - \frac{2}{c} \left| \hat{\underline{x}}^n - \frac{c}{2} \right| \right), \quad (18)$$

$$\hat{\underline{x}}^{n+1} = \hat{\underline{x}}^n \frac{\underline{h}}{\underline{h} * \hat{\underline{x}}^n}. \quad (19)$$

$$\hat{\underline{x}}^{n+1} = \hat{\underline{x}}^n \left( \frac{\underline{z}}{\underline{h} * \hat{\underline{x}}^n} \right)^\mu, \quad (20)$$

$$\text{cost} = \|z(t) - \hat{y}(t)\| + \lambda \|\hat{x}(t)\|, \quad (21)$$

15. oldal:

$$K(f) = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \lambda}. \quad (22)$$

$$K(f) = \frac{1}{H(f)} = \frac{1}{H(f)} \frac{H(f)^*}{H(f)^*} = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2}. \quad (23)$$

$$\text{cost} = \|z(t) - \hat{y}(t)\| + \gamma \|L\{\hat{x}(t)\}\|, \quad (25)$$

15. oldal, (25) egyenlet alatt a szövegben:

$$[1, -2, 1, 0, 0, \dots]$$

15. oldal:

$$|L(f)|^2 = 16 \sin^4 \left( \frac{\pi f}{f_s} \right). \quad (26)$$

$$K(f) = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \gamma |L(f)|^2}. \quad (27)$$

16. oldal:

$$\hat{\underline{x}} = \left( \underline{H}^T \underline{H} + \gamma \underline{L}^T \underline{L} \right)^{-1} \underline{H}^T \underline{z}$$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

$$\text{cost} = \|z(t) - \hat{y}(t)\| + \lambda \|\hat{x}(t)\| + \gamma \|L\{\hat{x}(t)\}\|. \quad (29)$$

$$K(f) = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \lambda + \gamma |L(f)|^2}, \quad (30)$$

17. oldal:

$$\hat{y}(t) = x_{\text{model}}(t, \underline{p}) * h(t), \quad (33)$$

$$\text{cost} = \frac{\sum_{i=0}^{N_t-1} w(i) (z(i) - \hat{y}(i))^2}{\sum_{i=0}^{N_t-1} w(i) x_{\text{model}}^2(i, \underline{p})}. \quad (34)$$

18. oldal:

$$\underline{p} = \underset{\underline{p}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left\| z(t) - g \left( x_{\text{model}}(t, \underline{p}) \right) \right\| \right\}. \quad (36)$$

$$K(f) = \frac{1}{H(f)} \frac{|X(f)|^2}{|X(f)|^2 + \frac{TS_{nn}(f)}{|H(f)|^2}} = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \frac{S_{nn}(f)}{\frac{1}{T}|X(f)|^2}}. \quad (42)$$

19. oldal:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{i+1} &= z_{i+1} - C_{i+1} \hat{x}_{i+1|i}, \\ S_{i+1} &= C_{i+1} P_{i+1|i} C_{i+1}^T + R_{i+1}, \\ K_{i+1} &= P_{i+1|i} C_{i+1}^T S_{i+1}^{-1}, \\ \hat{x}_{i+1|i+1} &= \hat{x}_{i+1|i} + K_{i+1} \tilde{y}_{i+1}, \\ P_{i+1|i+1} &= (I - K_{i+1} C_{i+1}) P_{i+1|i}, \end{aligned} \quad (45)$$

21. oldal:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= f(x_i, u_i, w_i), \\ z_i &= h(x_i, v_i), \end{aligned} \quad (50)$$

ahol  $f(\cdot)$  és  $h(\cdot)$  a változók nemlineáris függvényeit írják le.

23. oldal:

$$\text{cost} = \|e(t, \underline{p})\|_{l_2} = \|\hat{x}(t, \underline{p}) - x(t)\|_{l_2} \quad (51)$$

$$\underline{p} = \underset{\underline{p}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \|\hat{x}(t, \underline{p}) - x(t)\|_{l_2} \right\}. \quad (52)$$

24. oldal:

$$\sigma_i(\lambda) = \operatorname{rms}_i \{ |H(j\omega, \lambda) - H(j\omega, 0)| \} \quad (53)$$

25. oldal:

$$\min_{\underline{x}} \left\{ \left\| \underline{H} \underline{x} - \underline{y} \right\|_{l_2} + \lambda \|\underline{x}\|_{l_2} \right\}, \quad (54)$$

26. oldal:

$$P(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( \left[ \underline{H} \underline{x}^{(k)}(\lambda) \right]_k - y_k \right)^2. \quad (55)$$

26. oldal, (55) egyenlet alatt a szövegben:

$$(\underline{H} = \underline{U} \underline{\Sigma} \underline{V}^*),$$

26. oldal:

$$V(\lambda) = \frac{1}{n} \left\| \left( \underline{I} - \underline{\tilde{A}}(\lambda) \right) \underline{\tilde{y}} \right\|^2 / \left[ \frac{1}{n} \text{Tr} \left( \underline{I} - \underline{\tilde{A}}(\lambda) \right) \right]^2 \quad (56)$$

26. oldal, (56) egyenlet alatt a szövegben:

ahol  $\underline{\tilde{y}} = \underline{W} \underline{U}^T \underline{y} = \underline{W} \underline{\Sigma} \underline{V}^* \underline{x} + \underline{W} \underline{U}^T \underline{e} = \underline{\tilde{H}} \underline{x} + \underline{W} \underline{U}^T \underline{e}$ , az unitér mátrix  $[W]_{kl} = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{j2\pi kl/n}$ , és  $\underline{\tilde{A}}(\lambda) = \underline{\tilde{H}} \left( \underline{\tilde{H}}^* \underline{\tilde{H}} + n\lambda \underline{I} \right)^{-1} \underline{\tilde{H}}^*$ .

...

A  $\underline{H}$  mátrix szinguláris érték felbontásával  $\left( \underline{H} = \underline{U} \underline{\Sigma} \underline{V}^* \right) \dots$ 

26. oldal:

$$\min_{\underline{z}} \left\{ \left\| \underline{\Sigma} \underline{z} - \underline{\beta} \right\|_{l_2} + \lambda \left\| \underline{z} \right\|_{l_2} \right\}, \quad \underline{\beta} = \underline{U}^* \underline{y}, \quad \underline{z} = \underline{V}^* \underline{x} \quad (57)$$

$$\underline{x}_{true} = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i - \epsilon_i}{\sigma_i} \underline{v}_i, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} g(\lambda) &= \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2 \lambda}{(\sigma_i^2 + \lambda)^3} - \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i \epsilon_i}{(\sigma_i^2 + \lambda)^2} \\ &\approx \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2 \lambda}{(\sigma_i^2 + \lambda)^3} - \sum_{i=k}^n \frac{\beta_i^2}{(\sigma_i^2 + \lambda)^2} - s^2 \sum_{i=1}^{k-1} \frac{1}{(\sigma_i^2 + \lambda)^2}, \end{aligned} \quad (60)$$

29. oldal:

$$K_1(f) = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \lambda}, \quad K_2(f) = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \lambda + \gamma |L(f)|^2 + \delta |L(f)|^4}. \quad (68)$$

33. oldal:

$$K(f) = \frac{H(f)^*}{|H(f)|^2 + \lambda + \gamma |L(f)|^2 + \delta |L(f)|^4}. \quad (69)$$

39. oldal, 29. ábra képaláírása:

Az ábrán  $\hat{h}(i)$  a rendszer becsült súlyfüggvényét,  $R(f)$  pedig a regularizációt,  $n_x(i)$  ill.  $n_y(i)$  a gerjesztés és a rendszer kimenetének mérési zaját jelöli.

39. oldal:

$$\begin{aligned} |N_{eq}(f)|^2 &= |N_y(f) - H(f)N_x(f)|^2 \\ &= |N_y(f)|^2 + |H(f)N_x(f)|^2 \\ &\quad - 2|N_y(f)||H(f)N_x(f)| \cos(\varphi_{N_y}(f) - \varphi_{HN_x}(f)). \end{aligned} \quad (76)$$

42. oldal, (80) egyenlet fölött a szövegben:

Az eddig megszokott jelöléseket használva  $x$  a gerjesztőjel,  $n$  a megfigyelési zaj,  $z$  a zajos és torz megfigyelés,  $h$  a rendszer súlyfüggvénye.

52. oldal:

$$H(f) = \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau}, \quad (92)$$

$$H_{inv}(f) = \begin{cases} \frac{\pi f \tau}{\sin(\pi f \tau)} & \text{if } 0 < f < f_s/2 \\ 1 & \text{if } f = 0 \end{cases}. \quad (93)$$

53. oldal:

$$i(x) = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{t^*(x+r) - t^*(x-r)}{2r} \approx \frac{1}{\tau} \frac{dt^*(x)}{dx}, \quad (94)$$

53. oldal, (94) egyenlet alatt a szövegben:

... és  $t^*(x)$  az inverz függvény kiterjesztése a marker mozgásának határain:

53. oldal:

$$t^*(x) = \begin{cases} -\tau/2 & \text{if } x < x_{c,min} + r \\ t(x) & \text{if } x_{c,min} + r < x < x_{c,max} - r \\ +\tau/2 & \text{if } x_{c,max} - r < x \end{cases}. \quad (95)$$

71. oldal:

$$E\{\bar{Y}_{t_i}\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t_i + \Delta t) f(\Delta t) d\Delta t, \quad (106)$$

ahol  $f(\Delta t)$  a jitter időtartománybeli valószínűség-sűrűségfüggvénye, ...

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\bar{Y}_{t_i}\} &= \mathcal{F}\left\{x(t_i) \int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta t) d\Delta t\right\} + \mathcal{F}\left\{x'(t_i) \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta t f(\Delta t) d\Delta t\right\} \\ &+ \mathcal{F}\left\{\frac{x''(t_i)}{2!} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta t^2 f(\Delta t)^2 d\Delta t\right\} + \dots \end{aligned} \quad (107)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\bar{Y}_{t_i}\} &= X(\omega) + j\omega\mu X(\omega) - \frac{\omega^2(\sigma^2 + \mu^2)}{2!} X(\omega) + \dots \\ &= X(\omega) \left[ 1 + j\omega\mu - \frac{\omega^2(\sigma^2 + \mu^2)}{2!} + \dots \right], \end{aligned} \quad (108)$$

72. oldal:

$$x(t) = \sin(\omega t), \quad (109)$$

$$x_j(t) = \sin(\omega(t + n(t))). \quad (110)$$

$$e = \int_0^T (x_j(t) - x(t))^2 dt = \int_0^T (\sin(\omega(t + n(t))) - A \sin(\omega t))^2 dt, \quad (111)$$

$$\frac{\partial e}{\partial A} = \frac{\partial}{\partial A} \int_0^T (x_j(t) - x(t))^2 dt = 0, \quad (112)$$

$$\frac{\partial e}{\partial A} = \int_0^T -2 (\sin(\omega(t + n(t))) - A \sin(\omega t)) \sin(\omega t) dt.$$

$$E\{A\} = \frac{E\left\{\int_0^T \sin^2(\omega t) \cos(\omega n(t)) dt\right\} + E\left\{\int_0^T \sin(\omega t) \cos(\omega t) \sin(\omega n(t)) dt\right\}}{E\left\{\int_0^T \sin^2(\omega t) dt\right\}} \quad (113)$$

$$E\{A\} = \frac{\int_0^T \sin^2(\omega t) \varepsilon\{\cos(\omega n(t))\} dt}{\int_0^T \sin^2(\omega t) dt} = E\{\cos(\omega n(t))\}. \quad (114)$$

73. oldal:

$$n = \frac{\arccos(y)}{\omega} \quad \frac{\partial \arccos(y)}{\partial y} \frac{1}{\omega} = \frac{-1}{\omega \sqrt{1-y^2}}, \quad (117)$$

$$g(y) = f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}.$$

$$E\{A\} = E\{g(y)\} = E\left\{f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}\right\}. \quad (118)$$

$$f(n) = \frac{1}{2a} \quad -a \leq n \leq a, \quad (119)$$

$$g(y) = f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}} = \frac{1}{\omega a \sqrt{1-y^2}}. \quad (120)$$

$$E\{g(y)\} = \frac{1}{\omega a} \int_{\cos(\omega a)}^1 \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} dy = \left[-\frac{1}{\omega a} \sqrt{1-y^2}\right]_{\cos(\omega a)}^1 \quad (121)$$

$$= \frac{\sqrt{1-\cos^2(\omega a)}}{\omega a} = \frac{\sqrt{1-(1-\sin^2(\omega a))}}{\omega a} = \frac{\sin(\omega a)}{\omega a}.$$

74. oldal:

$$\begin{aligned}
 E\{A\} &= E\{\cos(\omega n(t))\} = E\left\{1 - \frac{(\omega n(t))^2}{2!} + \frac{(\omega n(t))^4}{4!} - \frac{(\omega n(t))^6}{6!} \pm \dots\right\} \\
 &= 1 - \frac{\omega^2}{2!} E\{(n(t))^2\} + \frac{\omega^4}{4!} E\{(n(t))^4\} - \frac{\omega^6}{6!} E\{(n(t))^6\} \pm \dots
 \end{aligned}
 \quad (122)$$

75. oldal, 3.3 altézis alatt a képlet:

$$E\{A\} = E\{\cos(\omega n(t))\} = E\left\{f\left(\frac{\arccos(y)}{\omega}\right) \frac{1}{\omega \sqrt{1-y^2}}\right\},$$

76. oldal:

$$h(t) = k s(\Delta - t), \quad (124)$$

$$s(t) = \sum_{k=1}^P A_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k). \quad (125)$$

78. oldal:

$$y(t) = h_0 + \sum_{n=1}^N \int_a^b \dots \int_a^b h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{j=1}^n x(t - \tau_j) d\tau_j, \quad (127)$$

ahol  $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$  az  $n$ -ed rendű Volterra kernel [97].

80. oldal:

$$K(y_0 + \Delta y) \approx K(y_0) + \left. \frac{dK(y)}{dy} \right|_{y=y_0} \cdot \Delta y, \quad (128)$$

80. oldal, (129) egyenlet alatt a szövegben:

A szimulációs példában  $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$  esetén...

80. oldal, 65. ábra képaláírásában:

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$$

82. oldal:

$$H_1(f)G_1(f) + H_2(f)G_2(f) := 1. \quad (130)$$

90. oldal:

$$i_d = \cos(\Theta_r i_\alpha) + \sin(\Theta_r i_\beta), \quad i_q = -\sin(\Theta_r i_\alpha) + \cos(\Theta_r i_\beta). \quad (135)$$

118. oldal, (143) egyenlet alatt a szövegben:

ahol  $x(i)$  a rendszer megfigyelendő bemenőjele,  $h(i)$  a súlyfüggvény,...