

VÁLASZ SZEIDL LÁSZLÓ PROFESSZOR ÚR BÍRÁLATÁRA

Nagyon köszönöm Szeidl professzor úrnak a disszertáció alapos átnézését, a bírálat elkészítésére szánt időt, az elgondolkodtató megjegyzéseket és kérdéseket.

Örülök, hogy a disszertációt kivitelében, struktúrájában megfelelőnek találta, és hogy a demonstrációs céllal szereplő példák, számítások segítették az elméleti eredmények értékelését. Külön köszönöm a tézisek elfogadását, és hogy a bemutatott eredmények alapján támogatja az MTA doktori cím odaítélését.

A bírálat két megjegyzést és három kérdést tartalmaz. A bírálatból származó idézetek az alábbi válaszokban vastagítva szerepelnek.

1. megjegyzés: A bíráló munkáját megkönnyítette volna egy, a tézisekhez szorosabban kapcsolódó szerkesztés. A szerző saját eredményeinek megfelelő kontextusban való leírása megtörténik a Tézisfüzetben, azonban számomra nem teljesen világos, hogy a saját eredményekkel kapcsolatban miért csak a [45], [47-50] és [81] munkáira hivatkozik a dolgozat érdemi részében és a [91-97] cikkekre pedig csak a dolgozat végén utal a tézisek rövid ismertetésénél.

A disszertáció és a tézisek viszonyával kapcsolatban én magam is kissé tanácstalan voltam. Végül úgy döntöttem, hogy a disszertációt nem a tézisfüzet kiterjesztésének tekintem, hanem egy önállóan, a téziseket megalapozó cikkektől függetlenül olvasható monográfiának. Ennél fogva a tézisek alapjául szolgáló cikkek anyaga teljes terjedelemben a disszertációba került (sőt, még bővebben is), tehát nem éreztem szükségét annak, hogy az olvasót a cikkekhez irányítsam. Csak ott helyeztem el hivatkozást, ahol nem volt szándék vagy lehetőség minden részlet kibontására, és a hivatkozott cikk követésével tényleg többlet ismeretekhez lehet jutni.

A tézisfüzet ugyanakkor a hivatkozott cikkek nélkül nem teljes, oda természetesen betettem a szükséges hivatkozásokat.

A jelek szerint ezek a döntések szándékommal ellentétben nem feltétlenül könnyítették meg minden olvasó dolgát. Ez úton kérek elnézést, ha ennek következtében a szükségesnél több időt és energiát igényelt a dolgozat értékelése.

2. megjegyzés: Megjegyzendő az is, hogy bár a 8. fejezetben az egyes módszerekkel, illetve szimulációval nyert eredmények összehasonlítása is megtörténik, ugyanakkor a szerző nem részletezi a szimulációs vizsgálatokkal összefüggő eredményeit és az ezzel kapcsolatos publikációira sem hivatkozik.

A bemutatott módszer képességeit demonstráló, a 8. fejezetben látott részletességű szimulációs tanulmány eddig még nem került publikálásra, a disszertációnak ez a része teljesen új eredmény.

Amikor az együttes momentumra alapozott eljárásokat publikáltuk (MAP/MAP/1-re 2010-ben, prioritásos sorokra 2009-ben jelent meg az egyébként kronologikusan fordítva beküldött eredmény), még nem voltak a kezünkben kellően rugalmas eszközök, melyekkel a távozási folyamatot közelítő MAP-ot minden esetben Markovi reprezentációra lehet hozni. Az eljárások nagyon gyakran eredményeztek nem-Markovi reprezentációt, és mivel nem volt világos, hogy mi ennek a következménye a hálózatanalízis során, ezeket az eseteket megpróbáltuk elkerülni. Ennek következtében ezekbe a cikkekbe csak egészen egyszerű numerikus példák kerültek.

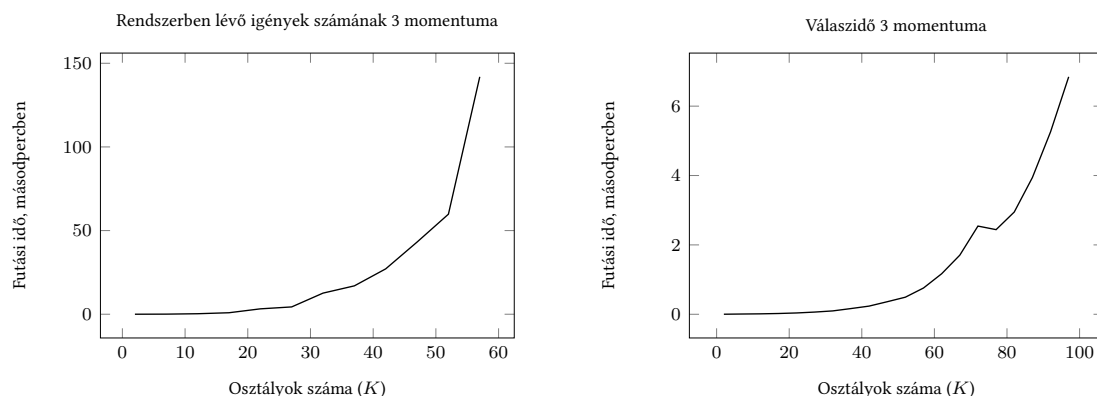
Később, több lépcsőben, megszülettek a disszertáció 3.3.3. és 3.3.4. fejezetében ismertetett eljárások, melyek segítségével közelítő Markovi reprezentációt lehet előállítani, ha a pontost nem sikerül. Ezek egészen új eredmények, bizonyos elemeit csak 2 évvel ezelőtt, 2016-ban publikáltuk. A disszertáció megírása előtt azonban nem történt kísérlet a két vonulat összekapcsolására, azaz a Markovi reprezentációra transzformáló lépés bevezetésére a sorbanállási hálózat analízis során. A 8. fejezetből jól látható, hogy ez a lépés valójában mennyire nagyon lényeges: a hálózat analízis numerikusan robusztussá vált, és lényegesen javult a közelítés pontossága is. Természetesen a szimuláció alapú összehasonlító vizsgálatokat a közeljövőben publikálni fogom, akár közvetlenül a disszertáció 8. fejezetének eredményeit, akár annak kibővített formáját.

1. kérdés: Az együttes momentumon alapuló eljárás esetén a többosztályos MMAP[K]/PH[K]/1 telekommunikációs hálózatok FCFS és prioritásos kiszolgálási elv mellett történő modellezésénél az eddigi tapasztalatok alapján van-e valamilyen reális határ az igények különböző osztályainak számára, amely mellett a feladat még numerikusan kezelhető és kielégítő pontosságú eredményhez vezet?

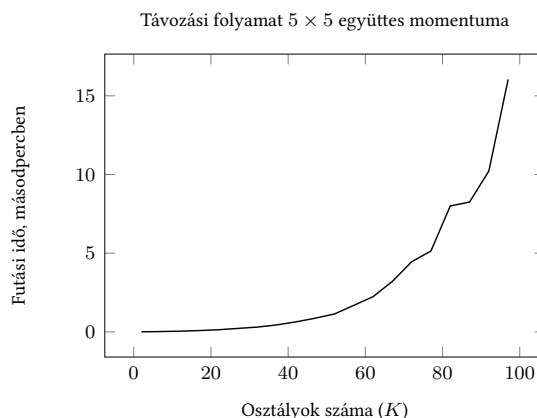
Nagyon örülök ennek a kérdésnek, mert így alkalmam nyílik rámutatni, hogy ezek a sormodellek mennyire jól skálázódnak az osztályok számával. Elöljáróban megjegyzem, hogy a szakirodalomban fellelhető publikációk szinte mind vagy eleve csak 2-3 osztályt megengedő modelleket vizsgálnak, vagy nem korlátozzák az osztályok számát, de csak 2-3 osztállyal közölnek tapasztalatokat.

Ha M az érkezési folyamatot leíró MAP mérete, és N_k a k . igényosztály fázis típusú kiszolgálási idő-eloszlásának mérete, akkor a MMAP[K]/PH[K]/1-FCFS sor megoldása során legfeljebb $N = M \cdot (\sum_{k=1}^K N_k)$ méretű mátrixokkal kell dolgozni. A válaszüti számolásához ekkora méretű lineáris egyenletrendszereket kell megoldani, míg a rendszerben lévő igények számának vizsgálatához ekkora mátrixokat tartalmazó ($AX + XB + C = 0$ alakú) Sylvester egyenletek megoldása a szűk keresztmetszet. Bár mindkettő komplexitása $O(N^3)$, a Sylvester egyenletek megoldása jóval időigényesebb. Az 1. ábra ezeket a megállapításokat jól visszaadja. Az ábrák legfontosabb üzenete azonban az, hogy akár $K = 50 - 100$ igényosztály vizsgálata is gond nélkül megvalósítható. Hasonlóan nagy számú igényosztály jelenlétében a távozási folyamat együttes momentumait is elfogadható futási idővel ki lehet számítani (2. ábra). A futtatások alatt numerikus problémát nem tapasztaltam, ez általánosságban is a mátrix-analitikus módszerek nagy erőssége.

A prioritásos sorok esetén a sor szintű teljesítményjellemzők kiszámításában hasonlóan jó skálázódást tapasztalhatunk, akár $K = 100$ igényosztály mellett is kivitelezhető az analízis (3. ábra), és itt is a Sylvester egyenletek megoldása a szűk keresztmetszet (bár itt kisebb



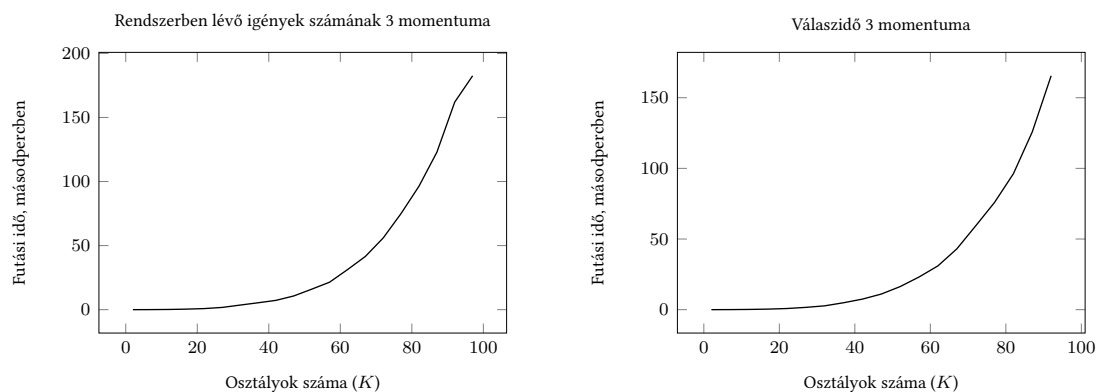
1. ábra. MMAP[K]/PH[K]/1-FCFS teljesítményanalízis futási ideje K függvényében



2. ábra. MMAP[K]/PH[K]/1-FCFS távozási folyamat analízis futási ideje K függvényében

mátrixokkal kell dolgozni). A prioritásos rendszerek esetén a problémát a távozási folyamat együttes momentumainak kiszámítása jelenti. A disszertáció $K = 2$ igényosztályra írja le az eljárást, ami elvben több osztályra is kiterjeszthető, de az állapottér-robbanás miatt én legfeljebb $K = 3$ esetén látom megvalósíthatónak. Elképzelhetőnek tartom, hogy a távozási folyamat analízist teljesen más alapokra helyezve (pl. a munkahátralék folyamara) egy jobban skálázódó eljárás is található, ahogy az FCFS sor esetben is történt, ez azonban további kutatást igényel.

Sorbanállási hálózatok esetében a $K > 2$ esetre hiányzó implementáció miatt jelenleg csak két igényosztályra tudok prioritásos csomópontokkal vizsgálatokat végezni. FCFS ütemezés mellett ilyen korlátozással nem kell számolni, ezért végeztem néhány kiegészítő vizsgálatot $K = 3$ és $K = 4$ igényosztállyal is (e fölött újra kellene implementálni a szimulátort és a hálózat analízis eljárást, mivel szoftver technológiai szempontból nincsenek felkészítve K egyszerű állítására). A vizsgált hálózat a disszertáció 8.3. fejezetében bemutatott két FCFS csomópontból álló tandem hálózat volt, a BC adatsorból előállított bemenettel. Az 1. táblázatban láthatók a 3 osztályos eredmények, a 2. táblázatban pedig a 4 osztályosak. Mindkét esetben az az együttes



3. ábra. MMAP[K]/PH[K]/1-Prio teljesítményanalízis futási ideje K függvényében

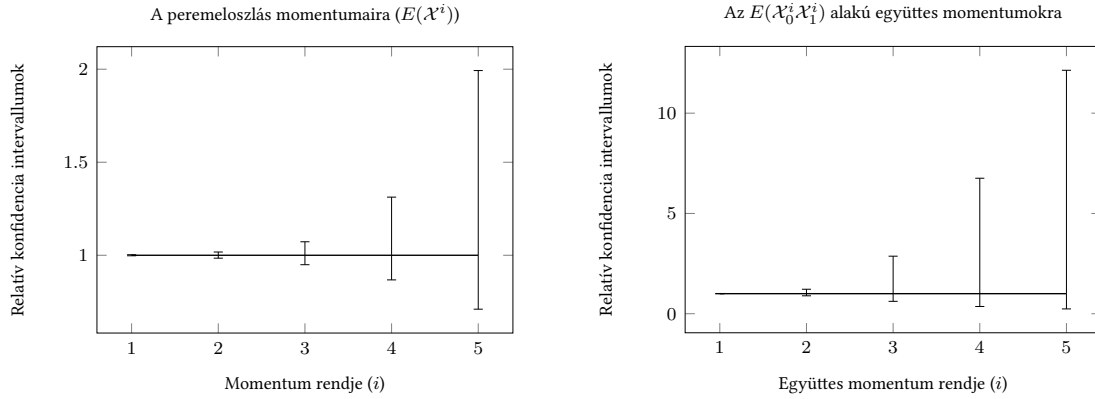
Közelítés	1. osztály	2. osztály	3. osztály
Szimuláció	3.5117/1.6953	1.3923/2.1225	2.1291/1.3092
Poisson közelítés	2.6254/1.7609	1.046/2.2846	2.0491/1.259
Javasolt algoritmus, egylépéses	3.4396/1.4743	1.3823/2.1002	2.2785/1.2384
Javasolt algoritmus, többlelépéses	3.239/1.5855	1.2859/2.0824	2.1036/1.2054
Repr. transzformáció nélkül	2.8151/1.5765	1.1249/2.1288	1.7475/1.1202

1. táblázat. Sorhossz átlag és relatív szórásnégyzet a tandem hálózat második csomópontjában, $K = 3$ esetén

momentumokra alapozott algoritmus teljesített a legjobban, melyben az "egylépéses" eljárás transzformálja a távozási folyamatot Markovi reprezentációra.

Közelítés	1. osztály	2. osztály	3. osztály	4. osztály
Szimuláció	5.9121/1.4988	2.327/1.7453	2.4936/1.4106	0.9668/1.8643
Poisson közelítés	4.8967/1.4367	1.9357/1.7218	2.4017/1.2982	0.9906/1.7726
Javasolt algoritmus, egylépéses	5.6219/1.2373	2.2448/1.6638	2.4682/1.2547	1.0099/1.7152
Javasolt algoritmus, többlelépéses	5.0745/1.3429	2.0052/1.6503	2.2017/1.2433	0.8916/1.7599
Repr. transzformáció nélkül	4.3612/1.3258	1.7236/1.6751	1.8505/1.2166	0.7181/1.826

2. táblázat. Sorhossz átlag és relatív szórásnégyzet a tandem hálózat második csomópontjában, $K = 4$ esetén



4. ábra. Relatív konfidencia intervallumok a momentumokra és együttes momentumokra a BC adatsorban

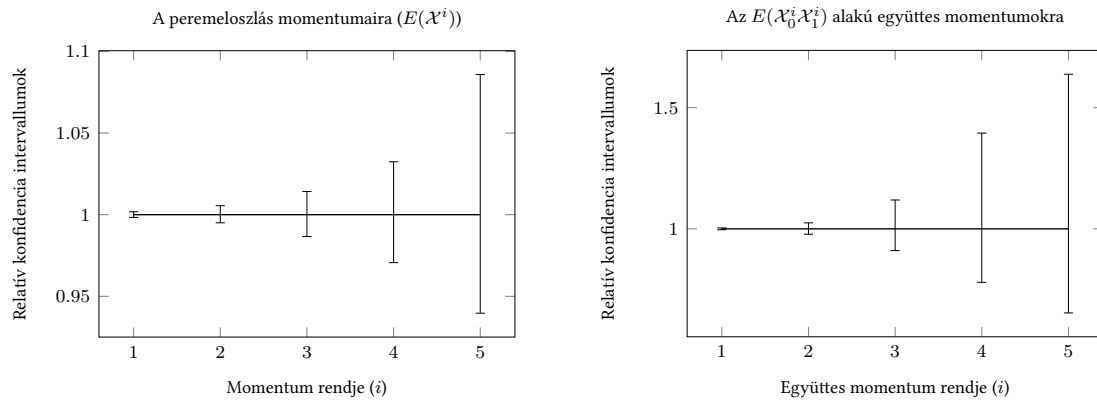
2. kérdés: A disszertációban több helyen hivatkozott forgalmi mérési adatok (LBL-TCP-3 és BC-pAug89) milyen nagyságú megfigyelési adategyüttest jelentenek, ezek alapján milyen hibával lehet becsülni a momentumokat és együttes momentumokat?

Az LBL-TCP-3 adatsor 1,8 millió megfigyelést tartalmaz, melyet egy 2 órás időablakban rögzítettek 1994-ben. A BC-pAug89 adatsor ennél kevesebb, 1 millió megfigyelésből áll, és nem egész 1 óra Ethernet forgalmat rögzít 1989-ből.

A bíráló rámutatott egy kritikus fontosságú kérdésre: ezekkel az adatsorokkal több probléma is van. Az egyik, hogy nagyon régiek, az Internet forgalom ma már egész más összetevőkből áll, mint 20-30 évvel ezelőtt. A másik, sokkal fontosabb probléma, hogy ezek az adatsorok rövidek, ennyi megfigyelés alapján a momentumokra és az együttes momentumokra vonatkozó konfidencia intervallumok sajnos elég tágak. Erre a problémára Peter Buchholz és Jan Kriege 2009-ben, „A Heuristic Approach for Fitting MAPs to Moments and Joint Moments” címmel megjelent cikke is rámutat.

A BC és az LBL adatsor momentumaira és együttes momentumaira számolt, az empirikus becsléshez relatív konfidenciaintervallumokat ábrázolja a 4. és az 5. ábra (90%-os szignifikancia szint mellett, bootstrap- t eljárással számítva). Az LBL perem momentumai láthatóan elég pontosan becsülhetők, de a BC trace esetén sajnos rosszabb a helyzet, az 5. momentum esetén kétszeres is lehet a hiba. Az együttes momentumok pedig mindkét adatsornál nagy hibával becsülhetők, a BC esetében $E(X_0^5 X_1^5)$ becslésénél akár 10-szeres hiba is elképzelhető.

Csupán egyetlen oka van annak, hogy mégis ezeket az adatsorokat vettem alapul a disszertációban, ez pedig az, hogy ezen a területen szinte minden illesztési eljárást publikáló cikk ezeken (is) demonstrálja a pontosságát, vagyis egyfajta összehasonlítási alapként szolgálnak.



5. ábra. Relatív konfidencia intervallumok a momentumokra és együttes momentumokra al LBL adatsorban

3. kérdés: A telekommunikációs hálózatok vizsgálatában lehetséges, hogy a forgalmi adatok paraméterei (pl. terhelés) változnak az időben. Lát-e lehetőséget időfüggő modellek vizsgálatára? Lehet-e a hivatkozott valós forgalmi adatokból az időtől való függésre következtetni?

A Markovi érkezési folyamatok képesek a forgalmi adatok bizonyos fokú változását modellezni. Pl. ha exponenciális eloszlású ideig jobban, majd exponenciális eloszlású ideig kevésbé terhelt a rendszer, akkor a MAP állapotterébe ezt a váltakozást be lehet építeni. Hasonló jellegű, de több időskálán zajló változásokat is képes figyelembe venni a Horváth András és Telek Miklós által 2002-ben publikált „A Markovian point process exhibiting multifractal behavior and its application to traffic modeling” című cikk MAP konstrukciója.

A determinisztikus periódussal rendelkező változásokat (pl. a forgalom napi ciklusának követése), vagy trendszerű változásokat (pl. a terhelés napról napra növekedő jellegének követése) azonban sokkal nehezebb MAP segítségével megjeleníteni. Lothar Breuer a 2000-es évek elején bevezette az inhomogén MAP-okat, melyben a D_0, D_1 mátrixok függhetnek az időtől, és publikált három cikket néhány kapcsolódó sormodell megoldásáról is, de ezután ennek a kutatási vonulatnak vége szakadt. Inhomogén MAP-ok illesztéséről szóló eredményről nincs tudomásom. A három említett cikk az alábbi:

- Breuer, Lothar. „Two Examples for Computationally Tractable Periodic Queues.” *International Journal of Simulation* 3.3-4 (2003): 15-24.
- Breuer, Lothar. „The periodic BMAP/PH/c queue.” *Queueing Systems* 38.1 (2001): 67-76.
- Lothar Breuer, Dieter Baum. „The inhomogeneous BMAP/G/ ∞ queue.” (2001): 209-223.

A disszertációban felhasznált BC és LBL adatsorok stacionaritását mindvégig feltételeztem, bár ezt nagyon részletekbe menően nem ellenőriztem, megelégedtem azzal, hogy az R szoftvercsomag `ts.stationary.test` függvénye, mely az adatsorokon több statisztikai tesztet is elvégez, mindkettőt stacionernek találta.

Budapest, 2018. május 26.



Horváth Gábor