

VÁLASZ TERDIK GYÖRGY PROFESSZOR ÚR BÍRÁLATÁRA

Köszönettel tartozom Terdik professzor úrnak a sok időért és erőfeszítésért, amit a disszertáció értékelésére fordított. Köszönöm a méltató szavakat, melyekkel a dolgozatot illetve, a tézisek elfogadását, valamint a támogatást a nyilvános vitára bocsátást illetően.

Örömmre szolgál, hogy a bírálat ennyi kérdést, megjegyzést, és kritikai észrevételt tartalmaz. A kérdések, megjegyzések által esélyt kaptam egy-egy terület még alaposabb megvilágítására, a kritikákból tanultakat pedig igyekszem a jövőben a munkámba beépíteni.

a. A címben szereplő CORRELATED TRAFFIC magyar fordítása ÖSSZEFÜGGŐ FORGALOM, nagyon félrevezető, az általam ismert szaknyelvben ez utóbbi nem szinonimája a korrelált, ill. a nem független forgalomnak.

Kicsit jobban utánanézve valóban a "korrelált forgalom" a megfelelő fordítás. Mivel az utóbbi 17 évben kizárólag angol szakirodalmat olvastam, és angol nyelven publikáltam, a magyar szaknyelvi ismereteim a jelek szerint erősen megkoptak. Köszönöm, hogy a bíráló felhívta rá a figyelmemet, a jövőben igyekszem nagyobb figyelmet fordítani a megfelelő magyar megnevezések használatára.

b. A sűrűségfüggvény (6) spektrál reprezentációjából kiolvasható a paraméterek száma, ami minimális paraméter dimenziónak tekinthető. A három állapotú PH eloszlások kanonikus formája még rendelkezik ezzel a tulajdonsággal, a kanonikus forma megadására van eljárás is, ez a szerző egyik szép eredménye. A PH (3) kanonikus forma végső alakja három f1-f3 feltételeken múlik. Ennek ellenőrzése az utolsó lépés, holott lehetne ezzel kezdeni, mintegy statisztikai hipotézis vizsgálattal.

A disszertációban ezt a részt talán egy kicsit félrevezető módon sikerült leírni. A PH(3) uniciklikus reprezentációjában a (21)-es képlet szerint a minimális 5 helyett 6 paraméter van: $\gamma_1, \gamma_2, x_1, x_2, x_3, x_{13}$. Az f1-f3 esetek azonban nem abban az értelemben vett feltételek, hogy eldöntik, melyik kanonikus formát kell használni. A három különböző kanonikus forma automatikusan adódik az 1-es algoritmusból. Az algoritmusban található két döntési pont (ϑ_ℓ és ϑ_2 megválasztására), mely nem az utolsó, hanem az első lépések egyike, a sajátértékek viszonyától függően olyan irányba viszi a számításokat, hogy az eljárás végén szükségszerűen a három lehetséges kanonikus forma egyikét kapjuk meg.

A megértést egy sajnálatos elírás is nehezíti: az f1-f3 esetek felsorolásánál a nyilak bal oldalán mindenhol γ_2 szerepel ϑ_2 helyett, amiért elnézést kérek.

c. Egy PH eloszlás illesztésekor van-e kapcsolat a folyamat dinamikája és a Markov reprezentáció rendje között?

A Markov reprezentáció rendje nagyban meghatározza, hogy egy PH eloszlás milyen tulajdonságokkal rendelkezhet. Az egyik legismertebb összefüggés, hogy egy N -ed rendű PH eloszlású valószínűségi változó ($\mathcal{X}$) relatív szórásnégyzete ($c_{\mathcal{X}}^2$) nem lehet $1/N$ -nél kisebb:

$$c_{\mathcal{X}}^2 = \frac{E(\mathcal{X}^2)}{\sigma_{\mathcal{X}}^2} \geq \frac{1}{N},$$

tehát „magas, keskeny csúcsokat” tartalmazó sűrűségfüggvény előállításához magas rendre van szükség. Egy másik hasznos összefüggés a „steepest increase” lemma, mely megadja, hogy egy adott rend mellett legfeljebb mekkora lehet a sűrűségfüggvény deriváltja:

$$\frac{f_{\mathcal{X}}(t)'}{f_{\mathcal{X}}(t)} \leq \frac{N-1}{t},$$

ahol $f_{\mathcal{X}}(t)$ a sűrűségfüggvény. Ezekből az összefüggésekből is látható, hogy minél magasabb a rend, annál kevésbé megszorítóak ezek a korlátok. Ugyanakkor minél magasabb a rend, annál nehezebbé válik maga az illesztési folyamat: egyrészt nő az eloszlás paramétereinek száma, másrészt egyre összetettebbé válik az összes megvalósítható eloszlás lehetséges paramétereit magába foglaló tartomány, melyben az optimális paramétereket keressük.

d. A momentumok illesztésére (ami valójában a momentumok módszere a statisztikában) vannak ismert statisztikai eredmények, pl. konzisztencia, aszimptotikus eloszlás, ezek minden bizonnyal alkalmazhatók az itteni paraméterbecslés során is. Bizonyos esetekben a kummulánsok a momentumoknál kedvezőbb tulajdonságokkal rendelkeznek, érdemes lenne ezt a lehetőséget is megvizsgálni.

Köszönöm, hogy a bíráló felhívta rá a figyelmemet, hogy mint minden momentum illesztő eljárásra, a disszertációban bemutatott módszerekre is teljesül számos tulajdonság (többek között a konzisztencia), ezeket valóban szerencsés lett volna megemlíteni a dolgozatban.

A kummulánsok, és egyéb momentumokból származtatott kifejezések alkalmazásával nagyon sokat kísérleteztünk, de a fázis típusú eloszlások jellegzetességei miatt nem jártunk sikerrel. A hiper-exponenciális (exponenciálisok keverékéből álló) eloszlás esetén a nyers momentumokkal könnyebb dolgozni, a hipo-exponenciális esetben (exponenciálisok összege) pedig a kummulánsokkal, azonban egy általános fázis típusú eloszlásban az exponenciális eloszlású komponenseknek mind a keveréke, mind az összege egyidejűleg szerepet játszik, így sajnos nem találtunk olyan momentumokból származtatott kifejezéseket, melyek segítségével egyszerűbbé tehetnénk a momentumillesztési feladatot.

e. Jól ismert, hogy a hálózati forgalom, egy másik, idősor alapú modellezés szerint, hosszú memóriájú folyamat, azaz az autokorreláció lecsengése hiperbolikus, a vizsgált Markov modellek viszont csak néhány momentum meghatározásán alapulnak. Előfordulhat-e az, hogy a tárgyalt Markov folyamatok valamelyike hosszú memóriával rendelkezzen?

A valós hálózati forgalom viselkedésével kapcsolatban az elmúlt évtizedekben valóban számos érdekes statisztikai tulajdonságra derült fény, ilyen többek között az ön hasonlóság, a nehéz farkú eloszlások jelenléte, a hosszú távú korreláció. Azonban több sorbanállási modell teljesítményjellemzőire teljesülnek bizonyos inszenzitivitási tulajdonságok. Pl. az M/G/1 sorban a várakozó igények számának és a várakozás idejének várható értéke csak a kiszolgálási folyamat első két momentumától függ, az, hogy a kiszolgálási idő eloszlása ezen túl milyen más jellemzőkkel bír, nem játszik szerepet. A formálisan bizonyított inszenzitivitáson túl számos sor esetén mutattak ki úgynevezett kvázi inszenzitivitást szimulációs vizsgálatok segítségével. A sorbanállási viselkedés szempontjából tehát nem biztos, hogy az autokorreláció hiperbolikus lecsengése döntő szerepet játszik. Tapasztalataink alapján, korrelálatlan forgalom esetén a momentumok nagyon hatékony lehetőséget biztosítanak számunkra a forgalom kompakt leírására: már viszonylag kis számú momentum pontos illesztése esetén is elég pontos közelítést kapunk a sorok teljesítményjellemzőire. A korrelációs struktúra hasonlóan hatékony leírására azonban még nem találtuk meg a legmegfelelőbb statisztikai mennyiségeket. Azt tapasztaltuk, hogy az autokorrelációs függvény, lévén „csak” egy együttes várható érték, erre a célra nem megfelelő. Azonos peremeloszlással és autokorrelációs függvénnyel rendelkező MAP-ok ugyanis esetenként nagyon eltérő sorbanállási viselkedést tudnak mutatni. A disszertáció a másik végre alapuló megközelítést mutatja be: magasabb rendű együttes momentumokra épít, de csak az egy lépéses korrelációt veszi figyelembe. Az eredmények szerint ez több szempontból is szerencsésebb választás, de a végső kérdés, hogy milyen mennyiségekkel célszerű a korrelációt jellemezni, még mindig nyitott.

A kérdés másik részére, hogy képes-e egy Markov érkezési folyamat hosszú távú memóriát mutatni, bizonyos mértékig pozitív a válasz. A MAP-ok lag-n autokorrelációs függvényének lecsengését a $(-D_0)^{-1}D_1$ mátrix sajátértékei határozzák meg. Ha a domináns sajátérték abszolút értékben 1-hez elég közel van, akkor az autokorrelációs függvény hosszú idő múlva cseng le. A lecsengés mindig geometriai jellegű, tehát hiperbolikus viselkedést a MAP nem képes visszaadni, viszont egy rögzített (akár hosszú) időtartamot tekintve jól tudja azt közelíteni. A Horváth András és Telek Miklós által jegyzett, „A Markovian point process exhibiting multifractal behavior and its application to traffic modeling” című, 2002-ben megjelent cikk egészen összetett, multifraktális forgalmat is képes illeszteni egy több időskálát is átfogó eljárás segítségével. Egy másik nagyon hatékony eljárást dolgozott ki Giuliano Casale, és publikálta „Trace data characterization and fitting for Markov modeling” címmel 2010-ben. Ez a módszer több tízezer lépéses autokorrelációs függvényt is képes nagyon pontosan illeszteni, valós adatsorokon. Míg mindkét eljárás nagyon eredményes a forgalom bizonyos jellemzőinek illesztésében, sajnos jellegükönél fogva ezeket nem lehet kiterjeszteni többosztályos forgalom illesztésére, illetve az sem nyilvánvaló, hogy sorbanállási hálózat analízis céljára alkalmasak-e.

f. Az Utóiratban idézem Willinger egyik megállapítását, miszerint volt egy időszak, amikor a sorbanállás témájú publikációk esetén 5000-ból mindössze 50 foglalkozott valós adatokkal. Ez az arány bizonyára ma már változott, mégis hiányérzetem van a jelen disszertációban fellelhető valós adatokkal kapcsolatban. Használt ugyan két ma már klasszikusnak számító mérés sorozatot, ugyanakkor ezek a 90-es évekből valók, azóta pedig a technológia igen jelentős változáson ment keresztül. Nem látom semmilyen akadályát annak, hogy a mai, valós adatok által felvetett kihívások képezzék a kutatások további motivációit.

A felhasznált adatsorok valóban nagyon régiek, azóta az internet forgalom összetétele jelentősen megváltozott. Sajnos e mellett van egy másik gond is ezekkel az adatsorokkal, mégpedig az, hogy nagyon rövidek, az empirikus momentumok becsléséhez viszonylag tág konfidencia intervallumok tartoznak (ahogy azt Szeidl professzor úr kérdésére válaszolva számszerűsítettem is).

Mindezek mellett csak egyetlen oka van annak, hogy a disszertációban ezeket az adatsorokat használok: ezen a szakterületen szinte minden publikált illesztő eljárás ezeken az adatokon mutatja be az illesztési pontosságot, tehát egyfajta összehasonlítási alapként szolgálnak. Ha az algoritmusaimat összehasonlíthatóvá szeretném tenni a többi publikált eredménnyel, elkerülhetetlen, hogy ezekhez az adatsorokhoz forduljak. Szerencsés lett volna, ha ezek mellett kurrens, friss forgalmi méréseket is felhasználok, de sajnos ez vagy még hosszabbá tette volna az egyébként is hosszú disszertációt, vagy pedig az elméleti eredmények alaposabb leírása elől vett volna el némi teret. Valóban nincs akadálya annak, hogy a bemutatott eljárásokat mai, friss adatokra is alkalmazzuk.

Budapest, 2018. május 26.



Horváth Gábor