

**A Föld alakjának ismerettörténete – az archív
térképek georeferálásának geofizikai alapja**

MTA doktori értekezés

Timár Gábor

**Budapest
2018**

Tartalomjegyzék

Előszó.....	3
1. Bevezetés.....	7
2. A georeferencia fogalma és eszközei	11
2.1. Geodéziai dátumok és térképi vetületek	12
2.2. Eszközök, módszerek, adatforrások, adatelőkészítés	13
3. A Föld alakjának változása az egyes korok tudományos ismeretei szerint	17
3.1. A gömb alak.....	17
<i>Lázár deák térképének (1528) lehetséges vetülete és georeferálása</i>	<i>25</i>
<i>A Cassini-féle Franciaország-térképmű (1744) és georeferálása.....</i>	<i>32</i>
<i>A földrajzi kezdőmeridiánok és a földrajzi hosszúság meghatározása</i>	<i>34</i>
3.2. Az ellipszoid alak.....	40
<i>A Habsburg Birodalom második katonai felmérése és annak georeferálása.....</i>	<i>51</i>
<i>Hosszmértékek labirintusa, kalibráció és átszámítás</i>	<i>57</i>
3.3. A geoid alak	62
<i>A „félbehagyott kiegyenlítés”: az Osztrák-Magyar Monarchia 1:75000 méretarányú</i>	
<i>térképsorozata (1880).....</i>	<i>72</i>
<i>A „tökéletes kiegyenlítés”: a porosz, majd német felmérés (1893).....</i>	<i>74</i>
<i>A gravitációs mérések története</i>	<i>76</i>
3.4. Helmerttől napjainkig: kontinentális dátumok, globális geofizika, űrgeodézia	80
<i>Kontinentális koordináta-rendszer kezdeménye Európában: a német katonai hálózat (DHG)</i>	<i>91</i>
4. A georeferált térképek alkalmazása a gyakorlatban: esettanulmányok.....	95
4.1. A közép-tiszai természetes árlecsapoló csatornák vízvezető kapacitásának megbecslése ..	95
4.2. A 2005-ös bánáti árvíz és a térség szabályozás előtti topográfiájának kapcsolata	98
4.3. A Kis-Szamos természetes mederváltozása Szászfenesnél a XIX. század második felében ..	99
4.4. Folyómeder- és partváltozások mesterséges beavatkozások hatására: a Ráckevei-	
(Soroksári-) Duna kiágazása Budapestenél	101
4.5. A Balti-tenger visszahúzódása a térség izosztatikus kiemelkedése miatt.....	103
5. Eredmények, tézisek ismertetése	105
Irodalom	107
Köszönetnyilvánítás.....	131

Előszó

1761. június 6-án néhány férfi állt a bécsi jezsuita csillagvizsgáló (1. ábra) erkélyén a kora reggeli napfényben. A Vénusz áthaladását figyelték a napkorong előtt, egy olyan eseményt, amelyre ekkor már 122 éve nem került sor. Izgatottan várták, hogy a kelő Napban meglássák a Vénusz sötét, kerek pöttyét, és hogy az, pár óra múlva, immár belülről érintse meg a korong szélét, végül elhagyja azt. E jelenségek bekövetkezésének időpontját gondosan lejegyezték az obszervatórium ingaórái segítségével.

Joseph Liesganig, a csillagvizsgáló igazgatója élete nagy pillanata ez: az eseményt, amelyre az európai csillagdak évek óta készültek, saját obszervatóriumából, annak műszereivel követheti. Mellette César-François Cassini de Thury, a tekintélyes párizsi obszervatórium vezetője állt, hogy a magával hozott kilenc láb hosszú teleszkópján kövesse a bolygó áthaladását. Néhány jezsuita tudós társaságában figyelte őket és a Vénuszt a húszéves Habsburg József főherceg, aki Mária Terézia császárnő halálát követően majd tizenkilenc év múlva lesz a következő uralkodó.

A császárnő akaratából a jezsuiták tornyától alig pár száz méterre, az egyetem főépületének, a mai Osztrák Tudományos Akadémia székházának tetején csak pár éve épült meg egy új, egyetemi csillagvizsgáló, amelyről szintén néhány tudós figyelte ez eseményt. Az új obszervatórium vezetője, Maximilian Hell (az érthetően öntudatos magyar szakirodalomban természetesen Hell Miksa) meglepő módon nem volt közöttük: ő pár napja egy másik, pár száz méterrel északabbra eső, a mai egyetemi levéltár épületén álló toronyban állította fel távcsövét, hogy távol legyen a zajongástól. Bár erről írásos dokumentum nem szól, szinte bizonyos, hogy a várt csillagászati esemény után a késői reggelit már közösen költhették el, valószínűleg a ma „régí egyetemi központ”-nak nevezett épületegyüttesben működő jezsuita rendházban, és biztosan együtt kezdtek az izgalmas számításokba is: milyen messze van a Nap a Földtől? (A történetet Posch et al., 2013, munkája nyomán jegyzem le.)

E jelenet egyetlen helyre és időpontba sűríti mindazt a tudományos tevékenységet és gondolkodásmódot, amelynek hatása meghatározó a következő száz év európai felmérési és térképészeti munkálataira. Ha a területek szempontjából hasonlóan jellegzetes alkalmakat, helyszíneket, találkozásokat akarunk keresni, a bécsi észlelés után nyolcvan évvel bekukkanthatunk a göttingeni egyetemre, ahol Karl Friedrich Gauss beszélgethetett kollégáival, köztük fiatal doktoranduszával, Johann Benedikt Listinggel. További száz évvel később mindazok az ötletek és találkozások is felvethetők, amelyek később az űrkutatáshoz és így az űrgeodéziához vezettek. Most azonban maradjunk az 1760-as évek Bécsében, és lássuk, miért volt fontos tényleges és szimbolikus szerepe minden részletnek: a jezsuitáknak, Cassininek, a francia-osztrák társaságnak és a Vénusznak!

A jezsuita rend Közép-Európában a tudomány egyik fellegvárának számító infrastruktúrát működtetett. Csak a Habsburg Birodalom területén hat csillagvizsgáló állt rendelkezésre a



1. ábra. Canaletto: Bécs, dominikánus templom (1759-60) c. festménye. Háttal a jezsuita rend „csillagász-tornya”, ez ma már nincs meg. Onnan figyelte Cassini III, Liesganig és Habsburg József főherceg az 1761. június 6-i Vénusz-áthaladást.

Vénusz-áthaladás megfigyelésére, ezek közül kettő, a nagyszombati és a kolozsvári létesítését kifejezetten ezen 1761-es csillagászati esemény ösztönözte. Az említett két bécsi (a régi jezsuita tornyot pár év múlva aztán bezárják, ma már nincs is meg) mellett még Grazban és Prágában is van felszerelt észlelőpontjuk. Liesganig, aki később a Birodalom első alapvonalait jelöli ki és kezd fokmérésekbe, majd az I. katonai felmérés galíciai munkálatait vezeti, éppúgy jezsuita atya, mint a később európai hírnevet szerző, selmeci születésű Hell, akit a dán király később felkér, hogy a következő, 1769-es Vénusz-áthaladást norvégiai birtokainak északi végéről, Vardø szigetéről észlelje. Az egyetemes tudomány számára talán nem is közülük kell kiválasztanunk a kor legjelentősebb jezsuita tudósát. A raguzai születésű, Rómában egyetemet végzett Rogerio Josepho Boscovich (az érthetően öntudatos horvát irodalomban természetesen Ruđer Josip Bošković; vö. Lapaine, 2016; Ádám, 2017) is sűrűn megfordult itt Bécsben: ő javasolta Mária Teréziának az ausztriai fokméréseket, felismeri – bár abban a korban formalizálni nem tudja – a geoid-alak és az izosztázia lehetőségét és algoritmizálja az egyenes-illesztést. A jezsuita rend tagjai sokszor távoli területeken is végeztek hittérítést, így tagjaik közül természetes módon kerültek ki világlátott emberek, és a rend viszonylagos önállósága is kedvezett a tudós elmék kibontakozásának. A kor tudománya sokkal „egyetemesebb” volt, mint manapság. A Nagyszombatban a Vénusz-áthaladását észlelő Weiss Ferenc

obszervatóriumvezető asszisztense az a szintén jezsuita Sajnovics János volt, aki aztán Hell Miksával tartott az említett északi expedícióra (Hell, 1770) és a hosszú sarki éjszaka alatt a helyi lappok szavainak lejegyzésével elsőként vetette fel a magyar-lapp nyelvhasznóságot (Sajnovics, 1770). Boskovich is bölcsészettudomány, „triviumot” és hittant tanult Rómában, de közben elmélyedt annyira a természettudomány, a „kvadrivium” területén, hogy végzés után azonnal a matematika tanárának nevezték ki. A tudományok közti átjárhatóság, egymás kölcsönös ismerete egyfajta holisztikus jelleget adott általában a kor tudományának, de a jezsuitákénak mindenképp.

A kor ünnepelt francia tudományának követeként jelen lévő Cassini és a Cassinik szerepe nehezen túlbecsülhető mindannak fényében, ami az európai térképészetben az 1700-as évek közepétől kezdődő bő száz év alatt végbement. A „Cassini-dinasztia” tagjaként lépett apja és nagyapja nyomába csillagászként. Apja, Jacques Cassini vezetésével mérték le a Dunkerque és Perpignan közti, egész Franciaországon áthúzódó meridiánív hosszát a célból, hogy pontosan meghatározzák a Föld méretét, és ez a munka képezte a bécsi vendég César-François fő művének, Franciaország topográfiai térképének az alapját. E térképmű 187 szelvényen ábrázolja a korabeli Francia Királyság területét egységes 1:86400 méretarányban, a később Cassiniról elnevezett vetületben. A térkép elkészítését kiterjedt geodéziai felmérés előzte meg, csillagászati helymeghatározással és terepi háromszögeléssel. Ez a technológia lett az alapja az említett évszázad európai térképészeti munkáinak, az 1:86400-as méretarány derivátumai (pl. az osztrák felmérésekben használt 1:28800 illetve a németalföldi 1:14400) pedig a kor szinte minden fontosabb térképművét jellemzik. Franciaország ekkor már nemcsak a saját földjén vezetett, de két másik fokmérésen is „túl van”: a francia Akadémia által szervezett, Charles Marie de La Condamine és Pierre Bouguer által vezetett perui, ill. a Pierre Louis Maupertuis és Alexis Claude Clairaut vezette lappföldi mérések adták az első becslést a Föld alakjának gömbtől való eltéréseinek számszerűsítéséhez. Ausztria pedig épp az elsőhöz készül, saját földjén, Brünntől Bécs mellett elhaladva s horvátországi Varasdig.

Az, hogy Cassini, kora egyik vezető francia tudósa a Habsburg Birodalom legnagyobb koponyáival közösen észlel, tudását velük megosztja, mi több, azért van Bécsben, hogy a csillagvizsgáló hosszúságkülönbségét több éves háromszögelési felméréssel megállapítsa a párizsi obszervatóriumhoz képest, szintén meglepő. Ilyesmi ugyanúgy elképzelhetetlen lett volna fél évszázaddal korábban, a spanyol örökösödési háború idején, mint akár ötven évvel később, Napóleon alatt is. A Habsburgok és Franciaország a történelemben szinte mindig ellenségként álltak szemben egymással. A bécsi találkozó előtt pár évvel lezárult hétéves háborúban azonban meglepő módon szövetségesek voltak, és ez bőven kitartott ebben az időszakban is. A francia felmérési technikát először a Habsburg uralom alatt levő németalföldi területeken, kb. a mai Belgiumban alkalmazták először Franciaország határain kívül, részben épp a háború alatti katonai felvonulások keretében – ez a „megoldás” aztán sokszor visszaköszön az osztrák térképészetben is. A korabeli Európa két legnagyobb kontinentális hatalmának együttműködése a tudományban és ezen belül a térképészetben megteremtette az előzőekben említett szabvány felmérési eljárást és ábrázolási módot. Az európai felmérések

ennek nyomán alapultak ívmérések és paralelkörök menti háromszögelési láncokon, csillagászati alappontok köré fejlesztett alappont-hálózatokon. Ezek jelölték ki az egyre inkább közös térképi kereteket, a puzzle-darabok leendő helyét. Magukat e darabokat pedig a legtöbbször egységes méretarányban, azonos vetítési módszerrel készülő topográfiai térképlapok jelentették, amelyek az 1870-es évekre Európa majdnem felét, Közép- és Nyugat-Európa szinte teljes területét lefedték.

A Vénusz-áthaladás nemcsak látványként volt érdekes a kor tudósai számára. A több mint évszázados ismétlődéssel és általában ekkor 8 éves időközzel párokban előforduló jelenségek (a legutóbbi ilyen „pár” 2004-ben és 2012-ben volt) sorában az 1761-es a második volt, amelyet már távcsővel is észleltek. Azt azonban, hogy ez az észlelés, a Föld különböző helyeiről megtéve alkalmas a Nap-Föld távolság, a csillagászati egység hosszának meghatározására, így végső soron a Naprendszer méret-skálájának pontos beállítására, még az évszázad elején írta le Sir Edmund Halley (1716) brit királyi csillagász, a híres üstökös névadója. Ekkor javasolta azt is, hogy állíttassanak csillagvizsgálók és induljanak expedíciók a Föld különböző pontjaira, hogy ott az áthaladás időtartamának észlelésével adatokat szerezzenek a csillagászati egység hosszúságának meghatározásához. Halley ugyan 1742-ben elhunyt, ötlete azonban túlélte: a bécsivel párhuzamosan Oroszországban (Lomonoszov, 1761, ennek kapcsán ír először a Vénusz légköréről), a Jóreménység fokán és Kanadában is biztosan történtek mérések. Európa nyugati részén a belépés nem volt megfigyelhető, az az ottani napkelte előtt történt. 1761 aztán a világ talán első teljeskörű nemzetközi tudományos összefogását is indukálta. A Jóreménység fokán észlelő brit Jeremiah Dixon és Charles Mason párosa (ők térképezték a következő pár évben Pennsylvania és Maryland határát, a később róluk elhíresült, az amerikai történelemben fontos és az ottani köztudatba valósággal beégett Mason-Dixon vonalat) eredetileg Batáviában tervezett észlelni, útjukat azonban egy francia hadihajó támadása késleltette – s míg Batáviában a teljes áthaladás észlelhető lett volna, Fokvárosban ez napkeltekor már zajlott. Bár a brit-francia tengeri csetepaték ekkor folyamatosan zajlottak, francia és angol hajó szinte nem is haladhatott el lövés nélkül egymás mellett, azonban eztán megállapodtak, hogy az 1769-es Vénusz-áthaladást észlelni igyekvő hajókat békén hagyják. Mentessül így a támadásoktól James Cook kapitány hajója, az *Endeavour* is, amely épp a későbbi francia birtok Tahiti felé hajózott az áthaladás észlelésére. Szükség is volt a hosszú expedíciókra: az 1769-es áthaladás európai helyi idő szerint éjfél körül történt, így a csendes-óceáni, vagy Hell Miksa esetében a hosszú sarki nappalt biztosító északi megfigyelőpontokra kellett utazni. A Vénusz tehát apropót adott a nemzetközi tudomány összefogására; ehhez hasonló szakterületünkön talán a száz évvel később közép-európai, később európai fokmérés, majd további száz év múlva a Nemzetközi Geofizikai Év volt.

1. Bevezetés

Jelen munkám gyakorlati célja olyan eljárás, illetve eljárások megalkotása és ismertetése, amelyek segítségével topográfiai méretarányú történeti térképek georeferálhatók, vagyis egyértelműen hozzárendelhetők a ma használatos térképi koordináta-rendszerekhez. E modern koordináta-rendszereket paraméterezésük egyértelműen hozzárendeli a szilárd Földhöz, annak felszínéhez, így a georeferencia eredményeként a régi térképek elektronikus változata – jellemzően egy szkennelt raszteres képi állomány – a mai Földet bemutató modelleken a mai felszínnel fedésbe hozható.

Mind a mai, mind a korabeli térképek Földünket valamilyen alapfelülettel helyettesítik és az alapfelületről valamilyen térképi vetület segítségével vetítik azt síkba – mindazonáltal a mai számítógépes megjelenítési rendszerek már nem okvetlenül igénylik e síkba vetítést, lehetőség van a terep és a hozzáillesztett fedvények háromdimenziós megjelenítésére is. A térképi vetületek geometriájával, matematikájával, torzulási viszonyaival és így alkalmazhatóságukkal a térképészet, azon belül a vetülettan foglalkozik. A geofizika és a felsőgeodézia tárgykörébe tartozik annak az alapfelületnek a modellezése, amelyről a vetítés történik. A *modell* kifejezésen azt értem, hogy meg kell adni az alapfelület alakjának geometriai típusát (tehát hogy milyen térbeli testnek gondoljuk azt), és ennek típusa függvényében számszerűleg jellemezni is kell ennek méretét és alakját.

A Föld alakját a nehézségi erőter egy potenciálfelületeként definiáljuk: azt a potenciálfelületet választjuk ki, amely a középtengerszinthez a legjobban illeszkedik. A modern geodéziai rendszerek ezt egy számszerű potenciálértékkel is megadják. E felület matematikai definiálása gömbfüggvény-sorokkal lehetséges (Legendre, 1787). A sorfejtés első tagja a gömbszimmetrikus, második tagja az ellipszoid formájú optimális közelítést írja le. Az igazán összetett, de amplitúdóban az első kettőhöz képest alárendelt maradék eltéréseket a többi, végtelen sok tag adja meg. Földünk fizikai-geodéziai alakja – a fenti definíció szerinti geoid – a modern űrgeodéziai mérések és azoknak a földi megfigyelésekkel történő kombinációja eredményeként nagy, függőleges értelemben centiméter-deciméter közötti pontossággal ismert. A pontosság finomításában eljutottunk odáig, hogy a Föld elsősorban szezonális tömegátrendeződéseinek (a felszíni hidroszféra, krioszféra és bioszféra tömegváltozásainak) az időbeli hatása is mérhető. Az alapfelület leírása az említett gömbfüggvény-sorokkal vagy szélességi-hosszúsági interpolációs rácsokkal megadható, leírása elméleti problémát nem vet fel, ellipszoidi közelítése mind (geo)fizikai, mint geometriai értelemben szabványosított.

Amikor azonban a történeti térképeket szeretnénk ebben a rendszerben elhelyezni, kutatásunknak mindenekelőtt arra kell irányulnia, hogy a térkép elkészítésekor milyennek tételezték fel Földünk alakját, és az akkori módszerekkel hogyan modellezték azt. Ez nem kis részben tudománytörténeti kérdés, a hozzátartozó számszerű modell-paraméterek (jellemzően a korabeli geodéziai hálózatok adatsorai) felkutatása pedig a klasszikus történettudományi, levéltári kutatás irányába is elvisz. Az a kérdés viszont, hogy a

Föld alakjára vonatkozó ismereteink hogyan fejlődtek és hogyan eredményezték a különböző alapfelületeken és módszerekkel elkészített térképek megszerkesztését, a fizika – és bizonyos mértékben az azt támogató matematika – fejlődéstörténetéhez vezet. Ebből is leginkább a gravitáció és modern fizikai leírása (időrendben: mozgások, erők, potenciálok, relativisztikus elmélet), illetve az ezen alapuló terepi geodéziai és geofizikai mérések eszközeinek mérnöki és fizikai megoldásai azok, amelyek minket e téren leginkább kell, hogy érdekeljenek.

A tudomány történetében, közvetett vagy közvetlen módon már az ókor óta megjelenik az a gondolat, hogy Földünk alakját ne a domborzattal, hanem egyfajta fizikai absztrakcióval: a tengerek szabad vízfelületével (más megközelítések szerint: a korábban még olvadtnak feltételezett Föld „eredeti, folyékony” szabad felszínével) azonosítsák. Ezt a felületet a görögök (Arisztotelész és Arkhimédész) gömbnek, Newton és Huygens forgási ellipszoidnak, majd a XIX. század gondolkodói (Gauss, Airy, Bessel), de már egyes elődeik is, pedig ennél is összetettebb formának, a később Listing által elnevezett geoidnak gondolták. A dolgozat ezt a három korszakot a 3. fejezet három alfejezetében tárgyalja, mindegyik végén példát mutatva az adott alapfelületen, a korban szabványos módszerrel elkészített, a korban nagy számító méretarányú elkészített térképműre és annak georeferálására, illetve egy-egy, az adott korszakhoz és alakhoz kapcsolódó, kiegészítő részben további, a gondolatmenet megértését segítő információkat adok a kezdőmeridiánok, a hosszúságok és a gravitációs mérések történetéből.

A negyedik alfejezet célja, hogy mindazon mai adatbázisok alapfelületének geofizikai alapjait ismertesse, amelyekhez az előbb említett történeti térképeket illeszteni akarjuk. A XX. század fő geofizikai felfedezése és elmélete: a lemeztektonika, illetve általánosabban a modern geodinamika leírja azt, hogy miért, sőt azt is, hogy hogyan változnak a korábban általában állandónak hitt geodéziai kerethálózatok. A XX. századi földmérés tan legfontosabb gyakorlati újdonsága, a műholdas geodézia pedig eszközöket biztosít nemcsak a földalak ma ismert pontosságú leírásához, de e geodinamikai változások nyomon követéséhez és a kerethálózatok ezekhez igazításához is.

Mindhárom alakmodell esetén annak három fázisa különíthető el a tudománytörténetben és az alkalmazott technika történetében:

1. amikor az adott alakmodell elfogadott, ismert, de a modellt jellemző dimenziók még nem ismertek;
2. amikor a modellt jellemző alakparaméterek, dimenzió már kellő pontossággal ismertek, de azok gyakorlati alkalmazása még nem megoldott, és;
3. amikor a modell minden tekintetben ismert, és gyakorlatban is alkalmazható.

Az Előszóban említett történelmi pillanat ebből a szempontból is igen érdekes. A gömbi földalak-modell közismert és elfogadott, mérete nagyon jó közelítéssel ismert és a térképek ezen az alapon készülnek. Az ellipszoid-modell már ismert, tudományosan elfogadott, az alakparamétereire vonatkozó első információk megvannak, de gyakorlati alkalmazása nem

megoldott. És mindeközben már felvetődött az a gondolat, hogy az alak ennél is összetettebb, de az egyrészt nem elfogadott tudományos nézet ekkor, és gyakorlati alkalmazásának a közelében sem vagyunk még.

A jelen munka időzítésének van egy számomra nagyon is egyértelmű oka. A fizika, és ezen belül a klasszikus gravitációs elmélet, továbbá a földalak- és földméréstudomány megismerése korábban, az általam erre allokálható néhány éves időtartam alatt mindössze a tudománytörténeti összefoglalók megismerését jelenthette. Ezek a valóságos történeti ív kicsi, és sokszor – egymás alapján állva – átfedő részét mutathatták be. A tudománytörténeti jellegű részhez hasonló – az enyémnél jóval átfogóbb! – munka Simonyi (1986) professzor úrnak a szakmai generációm számára mérföldkövet jelentő „*A fizika kultúrtörténete*” c. munkája. Kifejezetten a Föld alakjának témakörében nem is találtam hazai monográfiát (Stegena, 1988, első fejezete áll legközelebb ehhez), Gazda és Sain (1978) a fizika, míg Gazda és Marik (1982) a csillagászat történetének lexikonszerű ismertetését adják, melyek munkám fontos határterületei. A nemzetközi irodalomban Todhunter (1873) munkája jelent amolyan cédulázás-jellegű, de nagyon alapos felsorolást, amelyet természetesen felhasználtam munkámban. A csillagászat történetét és a francia forradalom időszakát megadó bibliográfiáját részletező könyv (Lalande, 1803) mellett a témának (és emellett a matematikának, fizikának, csillagászatnak és a természettudomány nagy részének) a XIX. század közepét megelőző szinte teljes antik és modern bibliográfiáját megtalálhatjuk Struve (1860) művében, amely a pulkovói csillagvizsgáló könyvtári katalógusa. Az e művekben felsorolt tételek teljeskörű feldolgozása sajnos jelentősen túlmutatna e munka keretein. A jelen értekezés harmadik fejezetéhez nagyon hasonló koncepciójú áttekintést ad Fischer (1975a) munkája.

De hogyan is jutottam én Lalande, Struve, vagy Todhunter említett munkáihoz? Az elmúlt évek nagyon fontos tudománytörténeti újdonsága a *Google Books*[®] adatbázis, és elsősorban ennek a XIX. század végéig feltöltött, szabad hozzáférésű tartalma. Mostantól a kutató nem csak hivatkozásokban vagy bonyolult könyvtárközi kölcsönzések keretében olvashatja Newtont, Gausst, Huygenst, Clairaut-t vagy akár Gemma Frisiust, hanem eredetiben is, érdeklődésünknek pedig maximum a nyelvismeret szabhat – az eddig felsoroltaknál szerencsére sokkal gyengébb – korlátot. Hasonlóan nagy segítséget jelentett, hogy az elmúlt időszakban a Royal Society is közzétette a *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 1665-1886 közötti évfolyamainak teljes, rendszerezett, modern könyvtári azonosítókkal is ellátott tartalmát. Nem állítom, hogy az általam olvasott klasszikus művek alapján az említett tényleges történelmi ív egészét vagy akár nagyobb részét vázolni tudom, de remélem, a földalak története szempontjából fontos történetnek az eddigiéknél bővebb összefüggés-halmazát mutatom be.

A bevezetés végén meg kell, hogy említsem még a tudománytörténeti kutatás általam egyik leghasznosabbnak bizonyult módszerét. Amikor régi idők felfedezéseiről tanulunk, érdemes elsőként korábbi tudománytörténeti művekben, és sokszor a vizsgált, vagy a közvetlenül azt követő időszak tankönyveiben is, legalább példák szintjén kutakodnunk. Newton magyarázata ma, a relativitáselmélet évszázadát követően nyilvánvalóan más, mint amilyen Laplace, Gauss

vagy Helmert számára volt. Clairaut formuláit Legendre gömbfüggvényeivel könnyen beláthatjuk (a mai tankönyvek ezt általában meg is teszik) – csak hát Legendre jó fél évszázaddal Clairaut után élt és alkotott, így, hogy utóbbi eredményeiért a korabeli fizika miért rajongott valósággal, azt sokkal inkább a XVIII. század végi reflexiókból érthetjük meg. Épp ezért nem győzők eléggé hálás lenni Todhunter (1873) már említett munkájának, aki a Föld alakjának matematikai és fizikai történetét Newton-tól Laplace-ig vázlatpontokba szedve a „rendezett” és még bőven a – már meglévő – hagyományos fizikában élő XIX. század ismeretei szerint rendszerezte. Ez annál is fontosabb számunkra, mert a hagyományos felsőgeodézia építménye Helmert (1880; 1884) összegzéseivel gyakorlatilag elkészült, és ennek fizikai alapjai is ebben az időben zárulnak.

Hasonlóan érdekesnek találtam a korabeli tankönyvek tanulmányozását, amelyekből megtudhatjuk, hogy az ezt oktató, ebből tanuló generáció hogyan gondolkodott saját szakterületéről, hogyan rendszerezte ismereteit. E szempontból a XIX. századi összefoglaló geodéziai tankönyvek és szövegek (Gauss, 1845; 1847; Albrecht, 1873; Jordan, 1877; Clarke, 1880; Helmert, 1880; 1884) tanulmányozása különösen érdekes – időként ezek a mai áttekintő cikkek funkcionális megfelelői a témában (ennek legszebb példája Jordan, 1873, tankönyve). Ugyanakkor fontos korlát – még saját, XX. századi geodéziai tanulmányainkban is hányszor fordul elő – hogy valamilyen alapvetőnek tekintett információt a tankönyvek le sem írnak (gondoljunk akár a hazai kataszteri rendszerek geodéziai alapadataira vagy jó néhány ország topográfiai térképrendszerének vetületi paramétereire), hisz az annyira magától értetődőnek számít az adott korban. A professzorok leírják a táblára, a diákok ezerszer leírják a jegyzeteikbe – amelyek aztán nem maradnak meg az utókornak. Ezeket az ismereteket általában másutt kell keresnünk.

Munkám eredményei – legalábbis a jelen értekezés benyújtásakor – megtekinthetők a MAPIRE¹ projekt (Timár et al., 2011; Biszak et al., 2014, 2017) honlapján, így e munka gyakorlatilag az ott bemutatott eredmények az eddig megjelent publikációimban megadottnál jóval mélyebb tudománytörténeti háttérét és azon felépülő matematikai-térinformatikai algoritmusait mutatja be.

¹ A „MAPIRE” név eredete: „historical **MAP**s of the Habsburg **EmpIRE**”, azonban a projekt és honlapja ma már az eredeti tematikán lényegesen túlmutatóan egész Európáról mutat történeti térképeket. Internetes címe: www.mapire.eu

2. A georeferencia fogalma és eszközei

Ahogy azt az előző pontban már említettem, a jelen feladat vonatkozásában a georeferencián azt értem, hogy egy térképnek vagy térképi jellegű adatbázisnak az elemeit koordinátákkal látjuk el, és a Föld (illetve más bolygók esetén az illető bolygó) szilárd felszínéhez képest megadjuk e koordináta-rendszer elhelyezkedését. A fenti két lépéssel a térkép vagy adatbázis bármely eleme egyértelműen hozzárendelhető a Föld (vagy más bolygó) valós fizikai, szilárd felszínéhez.

A térkép vagy adatbázis lehet vektoros vagy raszteres adatábrázolású. Vektoros esetben minden elem (pont, töréspont, centroid, stb.) eleve valamely koordináta-rendszerben adott. Raszteres esetben az elemek a képpontok (raszterek, pixelek), és ezek középpontját látjuk el koordinátákkal. A jelen munkában használt adatok mind szkennelt történeti térképek, amelyek raszteres adatok, így esetünkben a képpontok koordinátákkal ellátása, és e koordináta-rendszer Földhöz kapcsolása a feladat. E feladat megoldását társszerzőmmel egy teljes egyetemi jegyzetben leírtam (Timár és Molnár, 2013), e pontban ennek egy olyan rövid kivonatát adom meg, mely a munka lépéseit érthetővé teszi.

A szkennelt térkép egy raszteres képi állomány, amelynek kizárólag saját, képi koordináta-rendszere van. A georeferálás folyamata során valamilyen (a legtöbbször lineáris) függvénykapcsolatot létesítünk egy térképvetületi koordináta-rendszer és e képi koordináták közt oly módon, hogy néhány képpont (ezeket illesztőpontoknak vagy kontroll-pontoknak nevezzük; az angol *Ground Control Point* név alapján elterjedt a GCP rövidítés is) vetületi koordinátáit megadjuk, és megbecsüljük a képi koordinátákról vetületi koordinátákra áttérés elsőfokú polinomiális függvényeinek hat paraméterét. Ha az e paraméterekkel történt transzformáció hibája az illesztőpontokon elfogadhatóan kicsi (vagyis az így paraméterezett lineáris transzformáció jó matematikai modellnek bizonyul), akkor azzal kaphatjuk meg valamennyi képpont vetületi koordinátáját.

Ekkor a szkennelt kép már georeferált. A gyakorlatban (pl. az említett MAPIRE adatbázisban) a szkennelt térképeket nem saját koordináta-rendszerükben, hanem valamely, a teljes adatbázisban használt közös rendszerben tároljuk, és ehhez az eredeti képeket digitálisan átmintavételezzük; így azok képi sorai és oszlopai a kiválasztott közös koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamosak lesznek. Így valószínűsíthető meg a teljesen eltérő vetületi rendszerben készített történeti térképek egymáshoz és/vagy a mai térképekhez illesztése, ami a jelen munka célkitűzése.

2.1. Geodéziai dátumok és térképi vetületek

A georeferáláshoz használt koordináta-rendszerek leírása a térinformatika gyakorlati eszköztára, tehát egy korlátos algoritmus-készlet segítségével történik meg. Ezen algoritmusok a térinformatikában használt koordináta-rendszereknek két alapelemét kezelik: a geodéziai dátumokat és a térképi vetületeket. A koordináta-rendszer definiálásához mind a geodéziai dátum, mind a térképi vetület pontos megadása szükséges.

A geodéziai dátum az a görbült alapfelület, amelyen a rendszerben érvényes földrajzi szélesség és hosszúság adott: ez általában gömb vagy forgási ellipszoid lehet. Meg kell adnunk a gömb, illetve az ellipszoid méretét/alakját, illetve azt, hogy a térben hogyan helyezkedik el. Utóbbi nagyon fontos: a gömb vagy ellipszoid középpontja csak nagyon ritkán (kifejezetten az űrgeodézia eszközeivel erre a célra megvalósított alapfelületek, pl. a WGS84 esetében) esik egybe a Föld tömegközéppontjával, attól az 1960-as éveket megelőzően létesített rendszerek esetében mindenképp, az azóta létesített rendszerek esetében pedig a megvalósítás módjától függően eltér. Az alapfelület elhelyezését megvalósíthatjuk az áthidaló Mologyenszkij-féle formulákkal (Mologyenszkij, 1954 nyomán); ekkor csak a középpont helyvektorának 3 komponensét adjuk meg a tömegközépponthoz képest, vagy a Burša–Wolf módszerrel (Burša, 1962; Wolf, 1963; lásd még Ádám, 1982), amikor az elhelyezésen túlmenően az alapfelület tájékozását (3 paraméter) és skáláját (1 paraméter) is megadjuk. A paraméterezés részleteit az említett korábbi munkában (Timár és Molnár, 2013) aprólékosan ismertetem. A geodéziai dátum újabban korrekciós rács formájában is megadható; ez az illesztett gömb vagy ellipszoid definiálásakor elkövetett mérési vagy kiegyenlítési hibák kezelésére is szolgál, és alkalmas az alapfelületek geodéziai pontosságú definiálására is (Molnár és Timár, 2011). A térképi vetületek definiálása egy, ma már gyakorlatilag az összes, akár történetileg alkalmazott vetülettípust tartalmazó függvénykönyvtárra való hivatkozással és a konkrét vetület esetén a típushoz tartozó 4-6 vetületi paraméter megadásával történik.

Bármelyik leírási módot választjuk is, célszerűen azonos geodéziai alappontoknak a két rendszerben érvényes koordinátáiból indulunk ki, vagyis a felhasznált adatok azonos pontok koordinátái a korabeli és a mai geodéziai hálózatokban és a ponton érvényes geoidunduláció értéke. Az áthidaló Mologyenszkij- (a továbbiakban: ÁM-) eljárásban egy közös pont is elegendő, a Burša–Wolf- (a továbbiakban: BW-) eljárásban a minimális pontszám három. Az ÁM-eljárás paramétereinek megbecslése geometriailag triviális (Timár et al., 2002), míg a BW-eljárás paramétereit szabatos paraméterbecsléssel tehetjük meg (Ádám, 1982), de egy ettől eltérő módszer alkalmazásának lehetőségét is leírom.

A térképi vetületek a térinformatika célszerűségelvű fogalomrendszerében az ellipszoidi (Φ , Λ) és vetített (Eastings, Northings; röviden: E , N) koordináták közti kapcsolatot leíró függvény-négyesek. Egy vetületet általánosan négy egyenlet határoz meg:

$$E=f_1(\Phi,\Lambda,a,e,p_1,\dots,p_n) \quad (1)$$

$$N=f_2(\Phi,\Lambda,a,e,p_1,\dots,p_n) \quad (2)$$

$$\Phi=g_1(E,N,a,e,p_1,\dots,p_n) \quad (3)$$

$$\Lambda=g_2(E,N,a,e,p_1,\dots,p_n) \quad (4)$$

ahol (1) és (2) az ún. direkt, (3) és (4) pedig az inverz vetületi egyenletek. Az f_1 , f_2 , g_1 és g_2 függvények alakja a vetület típusától függ (Snyder, 1987), a és e az alkalmazott forgási ellipszoid méretét és alakját jellemző félnagy tengely és excentricitás, $p_1\dots p_n$ pedig a vetület típusától függő számú vetületi paramétereket jelentik. A térinformatikai rendszerekben a vetület definíciója a vetület típusának és paramétereinek teljes megadását jelenti, és azt is meg kell mondanunk, hogy az illető vetületnek mi a geodéziai alapfelülete (dátuma). A hazai gyakorlatban ma alkalmazott EO-vetület térinformatikai leírása például úgy történik, hogy megadom a vetület típusát: ferdetengelyű Mercator-vetület; az ennek leírásához szükséges hat paraméter (vetületi kezdőpont alapfelületi és vetületi koordinátái, skálátényező, középvonal azimutja a vetületi kezdőpontban) pontos számértékét, és az alkalmazott geodéziai dátumot (HD72): annak alapellipszoidját (IUGG-67) és az ellipszoid elhelyezésének/tájékozásának ÁM- vagy BW-paramétereit is. Az alábbiakban ismertetett történeti térképművek esetében az ezzel analóg leírás és a leírásnak megfelelő alkalmazás hibája jelenti a tudományos eredményt.

Az eddigiekben vázolt georeferálás optimális pontossága a „fél térképi milliméter”, vagyis a szkennelt térkép méretarányától függ. Ha pl. a méretarány 1:28800, akkor a térképen egy milliméter a terepen 28,8 méter, ennek fele kb. 14-15 méter. A történeti térképek esetén ez a követelmény ritkán teljesíthető. Az illesztés pontosságát egyrészt a kerethálózati koordináta-párok (a régi és a modern kerethálózatok által megvalósított koordináta-rendszerek) között felállított transzformáció adott pontbeli hibáival jellemezhetjük, a gyakorlatban viszont a térkép tényleges illeszkedését vizsgáljuk meg, fedésbe hozva azt a modern térképi adatbázisokkal.

2.2. Eszközök, módszerek, adatforrások, adatelőkészítés

A szkennelt történeti térképek georeferálásához szükséges adatforrások:

1. maguk a szkennelt térképek;
2. geodéziai alappontok koordinátái a térkép elkészítéséhez használt kerethálózatban (esetleg, ha elérhetőek, azimut-adatok is);
3. ugyanezen pontok koordinátái olyan modern koordináta-rendszerben, amely és a WGS84 koordináta-rendszer közötti kapcsolat/transzformáció szabványosított (és esetleg e rendszerben érvényes azimut-adatok);
4. ugyanezen pontokon a geoidunduláció értéke, pl. globális geoidmodell alkalmazásával, méterben.



2. ábra. Kéziratos kötetek a bécsi hadilevéltár (Österreichische Staatsarchiv, Kriegsarchiv) térképtárának a régi geodéziai felméréseket leíró részében. Több száz ilyen kötet tartalmazza a Habsburg katonai felmérések geodéziai adatait.

Az első adatforrás többféle lehet. Internetes vagy antikvár források mellett a legcélszerűbb szakértő levéltárak térképtáraiban kutatni (hazánkban pl. OSZK Térképtár, Magyar Nemzeti Levéltár, Budapest Főváros Levéltára, HM-HIM Térképtára, volt FÖMI térképtára, vagy külföldön az osztrák állami levéltár Hadilevéltárának térképtára; 2. ábra). Ezzel azért nem érdemes részletesebben foglalkozni, mert a kidolgozott módszer bármilyen forrásból származó archív térképeken alkalmazható.

A módszer szempontjából kritikus adatforrások a korabeli geodéziai kerethálózat(ok) adatai, amennyiben elérhetőek, és amennyiben létesült ilyen. Ez klasszikus levéltári kutatómunkát igényel, amely a térképet készítő szervezet iratainak felkutatásából, abban a minket érdeklő számértékek megtalálásából, digitalizálásából és esetleg metrikus rendszerbe transzformálásából áll. Amennyiben az ÁM-eljárást alkalmazva egyetlen pont adataira van szükségünk, az kutatható az interneten vagy tudományos publikációkban is.

A pontok mai koordinátái részben elérhetők a nemzeti geodéziai szolgálatok adatbázisaiban (az INSPIRE-ajánlások szerint ezek 1 méter élességű publikálása ingyenes hozzáféréssel is ajánlott; ez pedig elegendő az előző pont végén említett pontosság eléréséhez). Ha nem, akkor végső esetben globális internetes térképi adatforrásokkal (pl. *Google Earth*[®]) is

megpróbálkozhatunk, ha felismerjük a pontot és le tudjuk olvasni a koordinátáit. Ennek pontossága rosszabb az előző lehetőségénél; akár 20-30 méteres horizontális hiba is előfordulhat. A geoidunduláció értékének forrása bármely modern geoidmodell lehet.

Az áthidaló Mologyenszkij-féle transzformáció 3 paraméterének becslése triviális; elsőként áttérünk földrajzi koordinátákról ellipszoid-középponti derékszögű koordinátákra:

$$X = (N + h) \cos \Phi \cos \Lambda \quad (5)$$

$$Y = (N + h) \cos \Phi \sin \Lambda \quad (6)$$

$$Z = [N(1 - e^2) + h] \sin \Phi \quad (7)$$

ahol N a harántgörbületi sugár; a az ellipszoid fél nagytengelye, e az excentricitása; Φ , Λ ill. h a pont földrajzi koordinátái és ellipszoidi magassága, X , Y és Z pedig a kívánt geocentrikus koordináták. Ezt elvégezzük ugyanazon pontokra mind a korabeli, mind a mai koordinátáik felhasználásával, a

$$\begin{aligned} dX &= (N_1 + n_1) \cos \Phi_1 \cos \Lambda_1 - (N_2 + n_2) \cos \Phi_2 \cos \Lambda_2 \\ dY &= (N_1 + n_1) \cos \Phi_1 \sin \Lambda_1 - (N_2 + n_2) \cos \Phi_2 \sin \Lambda_2 \\ dZ &= [N_1(1 - e_1^2) + n_1] \sin \Phi_1 - [N_2(1 - e_2^2) + n_2] \sin \Phi_2 \end{aligned} \quad (8)$$

összefüggések alkalmazásával, ahol (Φ_1, Λ_1) a geodéziai kezdőpontnak a kiinduló dátumon, (Φ_2, Λ_2) pedig a céldátumon értelmezett ellipszoidi koordinátái, N_1 és N_2 ugyanitt a harántgörbületi sugár, n_1 és n_2 a kiinduló és a céldátumon értelmezett geoidunduláció, e_1 és e_2 pedig a kiinduló és a céldátum ellipszoidjának excentricitása. Amint említettem, ez az egyszerű számítás, amint a (8) formulában látjuk, egyetlen pont esetén is alkalmazható, ez esetben a pontosság becslése csak a térkép illesztésének vizsgálatával lehetséges. Ha több pont áll rendelkezésre, akkor a dX , dY és dZ transzformációs paraméterek az egyes pontokon számítottak egyszerű átlagaként becsülhetők.

A Burša–Wolf transzformáció további 4 paramétere az Ádám (1982) által ismertetett szabatos kiegyenlítési módszertől eltérő módon is megbecsülhető az alábbiak szerint, amennyiben legalább 3 alappont adatai rendelkezésünkre állnak és ismerjük a korabeli kerethálózat geodéziai–csillagászati főalappontját. Először elvégezzük a (8) alapján számított paraméterekkel az ÁM-transzformációt, vagyis megadjuk e szerint a pontok becsült koordinátáit a célrendszerben. Ebben maradék hibák vannak, melyek részben a rendszerek tájékozási, részben skálahibájából, illetve egyéb mérési és kiegyenlítési hibákból származnak.

A tájékozási hibákat legjobban kezelő elforgatási paramétereket megbecsülhetjük a

$$r_X = \frac{\alpha \cos \Phi \cos \Lambda}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi}} \quad (9)$$

$$r_Y = \frac{\alpha \cos \Phi \sin \Lambda}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi}} \quad (10)$$

$$r_z = \frac{(1-e^2)\alpha \sin \Phi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \Phi}} \quad (11)$$

összefüggésekkel (Timár, 2007a), ahol Φ és Λ a történeti hálózat geodéziai/csillagászati főalappontjának alapfelületi koordinátáit jelöli, α pedig az egyelőre ismeretlen, a hálózatok közötti elforgatást jellemző azimut értéke. Ez α -ra nézve egyváltozós feladat, amelyet (akár kézi) iterációval elvégezhetünk, ha Φ , Λ és α értékei alapján az r_x , r_y és r_z forgatási szögeket a Burša–Wolf transzformáció egyenletébe behelyettesítjük és megkeressük, hogy a legkisebb maradék hibák mely azimutszög esetén lépnek fel. A maradék hetedik paraméter, a skálátényező megbecslése ugyanígy történik: a pontokon most már a megbecsült α azimut szerinti forgatást is alkalmazva azok koordinátáit pontosítjuk, és megkeressük, hogy a még mindig megmaradt hibákat milyen skálátényező minimalizálja legjobban.

Az, hogy a korabeli térkép milyen vetületben készült, szintén irodalmi és levéltári kutatást igényel. Amennyiben ez nem vezet megoldásra, alkalmazhatunk vetületi analízist (Érdi-Krausz, 1958; Gede és Barancsik, 2015; Bayer, 2016), vagy a korabeli irodalomból kikövetkeztetjük, hogy az adott területen és korban milyen vetülettípusok alkalmazása jöhetett egyáltalán szóba, és milyen vetületi kezdőpontokat alkalmaztak. Ha ez sem vezet eredményre, még mindig lehetséges olyan helyettesítő vetület alkalmazása és paraméterezése (vö. Timár et al., 2003), amelynek használata a georeferálás eredményeként nem okoz a fent említetttnél nagyobb torzulást.

Optimális esetben a **végeredmény egy térinformatikai paramétersor a korabeli térkép geodéziai dátumának és vetületének minden adatával, illetve egy olyan leírás, amely megmondja, hogy a praktikus sok szelvényből álló korabeli térképmű egyes szelvényeit e koordináta-rendszerben hogyan helyezhetjük el: ha vannak megírt térképi vagy földrajzi koordináták, akkor azok alkalmazásával; ha nincsenek, akkor megadva, hogy a sarokpontok milyen koordinátákat kapnak e rendszerben. Ha ezek a metaadatok rendelkezésre állnak, akkor a georeferálás valójában annyira egyszerű, hogy önmagában nem is igényel komoly tudományos felkészültséget. A kulcs e metaadatok megadásában és kiszámításában van, és ahhoz, hogy ezt megtehessük, nem kerülhetjük el a térképkészítés korának a Föld alakjára vonatkozó elméleti és gyakorlati ismereteinek áttekintését.** A következő fejezet pontosan ezzel foglalkozik, az egyes korszakokban jellemző térképművek georeferálásának példáin illusztrálva a teljes folyamatot.

3. A Föld alakjának változása az egyes korok tudományos ismeretei szerint

3.1. A gömb alak

A tudósok az emberiség korai időszakában, a hellenisztikus kor óta feltételezték, illetve elfogadták, hogy a Föld gömb alakú. A görög filozófiában kortársai először számoszi Püthagorasz (Pitagorasz) nevéhez kapcsolják ezt a felfedezést, még ha közvetlen publikációja erről nem is maradt fenn. Az őt követő gondolkodók közül megemlítendő amaszeiai Sztrabón neve, aki a hajósok azon tapasztalatát, hogy a távoli vízi járművekből csak az árboc látszik, míg ha közelednek, észrevehetővé válik a hajótest is, bolygónk gömb alakjának bizonyítékeként tudta be.

Az első olyan szerző, akinek a Föld gömb alakját említő publikációjáról is tudunk, sztagairai Arisztotelész. Ő nemcsak az alakot írja le, érvelve pl. a holdfogyatkozások során a Hold felszínére vetülő földárnyék alakjával, hanem arról is értekezik, hogy a nehezebb (sűrűbb) anyagok a világ közepe, az ő tárgyalása szerint a Föld közepe felé igyekszenek. Az általa így megalkotott geocentrikus világképet számoszi Arisztarkhosz vitatta: már a korabeli becslésekből nyilvánvalóvá vált, hogy a Nap mérete a Földénél jóval nagyobb, a „világ közepét” így inkább a Napban javasolta meghatározni.

A geo- és heliocentrikus világképek közötti vita – bár már ekkor, de különösen a középkorban az általunk is tárgyalt eredményeket is hozó diskurzus egyik motorja volt – nem tartozik történetünk tárgyához. A tárgyak úszásáról alkotott törvényről ismert szürakuszai Arkhimédész megállapítása, miszerint valamennyi szabad vízfelület egy olyan gömbfelszín darabja, amelynek középpontja a Föld középpontjában van, viszont nagyon is. A görög tudomány így nemcsak a Föld alakjára adott elfogadhatóan pontos modellt, de gondolatmeneteiben már igen korán felmerült a ma gömbhéjasnak ismert Föld, illetve a tengerszinthez kapcsolható földalak absztrakciója is. Arkhimédészt e „gömbfelszínt alkotó vízfelület”-gondolataért akár a történelem első geofizikusának is tekinthetjük.

A hellenisztikus kor tudósainak ismerete nem merült ki a gömb-modell fogalmában. Ha a Föld gömb alakú, akkor ezt a modellt egyetlen számmal: a gömb sugarával geometriailag teljesen jellemezni tudjuk. A kor tudósai közül kürénéi Eratoszthenész volt az, aki erre először becslést adott. Becslésének alapja az Alexandria és Szüéné (ma: Asszuán) városok közötti szélességkülönbség ismerete, illetve a két város közötti tényleges távolság közvetlen megmérése. A módszer nyilvánvaló: a két város közti távolság úgy aránylik a Föld területéhez, ahogy a szélességkülönbségük a teljes kört megadó 360 fokhoz. A becslést két érdemi hiba terhelte. Egyrészt a két említett város nem azonos délkörön feküdt, másrészt a délebbi Szüéné – a számításban használt adattal ellentétben – nem a Ráktérítőn, hanem attól valamivel északabbra fekszik. E két hiba szerencsésen ellenkező előjellel befolyásolja a becslést.

PANNONIA INFERIOR.		131
Σαουαρίας, κατὰ δὲ τὸ μεσημβρινώ- τερον Δάρος)	μδ γ'	με γο'
ἢ κατὰ Κόρνακον ἐπιστροφὴ τοῦ Δανούβιον πο- ταμοῦ	μδ γ'	με δ'
ἢ κατ' Ἀκούμνηκον ἐπιστροφὴ	με	με γ'ιβ'
ἢ κατὰ Ῥίτιον ἐπιστροφὴ	με	με
τὸ κατὰ τὴν ἐπιτροπὴν Σαούου τοῦ ποταμοῦ, δὲ καὶ αὐτὸς ἐκτεινόμενος διὰ τῶν δύο Παννονίων συνά- πτει τῷ [Κατίω] ὄρει, πρότερον ἐπὶ τὰς ἀρκτους ἐπι- στραφεῖς, εἴτα πρὸς δυσμὰς	με	μδ ε.
§. 3. Κατέχουσι δὲ καὶ αὐτὴν τὴν ἐπαρχίαν ἐν μὲν τοῖς δυσμικοῖς μέρεσιν Ἀμαντινοὶ ἀρκτικώτεροι, ὑφ' οὓς ἔρχονται, εἴτα Ἀνδιάντες, εἴτα Βρεῦκοι· ἐν δὲ τοῖς ἀνατολικῶς ἀρκτικώτατοι μὲν Ἀραβίσκοι, μεσημβρινώτεροι δὲ Σκορδίσκοι.		
§. 4. Πόλεις δὲ εἰσιν ὑπὸ μὲν τὸν Δανούβιον πο- ταμόν		
Κούρτα	μβ ε'	μζ
Σαλούα	μβ ε	μζ ε
Κάρπις	μβ ε	μζ ε γ'
Ἀκούμνηκον	μγ	μζ ε
Σαῖνον	μγ ε	μζ
Λουσσόνιον	μγ ε δ'	μζ ε δ'
§. 5. Δουγιώνιον		
Τευτοβούργιον	μδ δ'	με γο'
Κόρνακον	μδ γ'	με δ'
Ἀκούμνηκον λεγόμενον	με	με γ'
Ῥίτιον	με ε	με
Schol. ad §. 2. * ὁ παρὰ τῶν βαρβάρων τὴν Δάρα καλούμενος.		

3. ábra. Ptolemaiosz pontjegyzékének alsó-pannóniai fejezete, részlet (közli: Nobbe, 1843); városok nevét követő görög betűs „kódok” a földrajzi koordinátákat jelölik.

Minthogy a városok közötti távolságot Eratoszthenész a görög „sztadion” egységben (Hultsch, 1862) adta meg, amely nem volt a mai metrikus rendszerhez hasonlóan szabványosítva, a Föld méretére vonatkozó becslést bizonyos határok között, de sokféleként értelmezhetjük. Példaként itt csak Hamilton és Falconer (1854), ill. Goldstein (1984) munkáit említem. A korabeli és modern mértékegységek nagyon részletes összevetésével Fischer (1975b) ad becslést az ókor földméret-elképzeléseiről. És bár nem tudjuk pontosan, hogy Eratoszthenész mekkorának is képzelte Földünket mai mértékegységeink szerint, erre becslést kaphatunk Ptolemaiosztól is.

A Föld alakjára vonatkozó, immár skálázott alakmodell birtokában a hellenisztikus kultúrkör tovább is lépett a méretmeghatározástól. Az i.sz. első évszázadban Klaudiosz Ptolemaiosz óriási munkát végezve gyakorlatilag feltérképezte az akkor ismert világot. Ehhez első lépésként mintegy 6300 földrajzi helynek, túlnyomórészt városoknak a koordinátáit jegyezte fel (3. ábra). A koordinátákat részben a ma is használatos szélesség-hosszúsági (földrajzi) koordináta-rendszerben adta meg. A pontok egy része esetében azonban a szélesség helyett a leghosszabb nap hosszát adta meg órában és percben (ez az Egyenlítőtől a sarkkörig a szélesség egyértelmű függvényeként változik 12-től 24 óráig), a hosszúság helyett pedig az adott hely és Alexandria közötti helyi idő különbségét – ez utóbbit holdfogyatkozások adatai alapján becsülte. E módszer nem igazán pontos, jobb viszont nem állt a korabeli tudósok és földmérők rendelkezésére. A koordinátajegyzék kezdőmeridiánját mindazonáltal nem Alexandriában, hanem az akkori ismert világ (görög szóval: az oikumené) legnyugatabb pontján, a Kanári-szigeteken vette fel, így jegyzékének minden pontján a hosszúságérték pozitív szám.

És ahogy a későbbi mértékegységek kapcsán is még többször előfordul: az alapvonalak hossz mérésének pontosságát és a mértékegységek váltószámának helyességét a kerethálózat skálája adja meg a legpontosabban; egyszerűen azért, mert mérete miatt az egységek alig észrevehető hibái mérhetővé válnak. Ptolemaiosz e pontjegyzékben maga is „nyilatkozott” a Föld méretéről: miközben az oikumené-t hosszúságértékben 180 fok kiterjedésűnek tekintette (vagyis szerinte a Föld területének felét fedi le), az mai fogalmaink szerint a Kanári-szigetektől Kína keleti partjaiig valójában csak 140 fokot fog át. Így elmondhatjuk, hogy Ptolemaiosz a Földet a mi mai fogalmaink 7/9-ének (vagyis kb. 22%-kal kisebbnek) tételezte fel.

Az ókori tudomány által feltételezett földméret és az újkori geodézia adatai közötti párhuzamot már Cassini II (1720) megvonta, a később említendő francia fokmérések dokumentációjában. Összehasonlítja Sztrabón *Geográfiájának* (elérhető pl. Hamilton és Falconer, 1854, fordításában) adatait a mai Narbonne és Nîmes közötti távolságra, amelyet maga is lemért a fokmérés során. Végül nem a fizikai távolságok, hanem a mértékegységek (az ókori és a francia láb) közötti arányt adja meg: 23/25 eredménnyel (8% rövidülés).

A ptolemaioszi ponthálózat tekinthető a geodézia történetében az első kerethálózatnak: olyan fizikai pontok halmaza, amelyeknek valamilyen módszerrel meghatározzuk a földrajzi koordinátáit. A kerethálózatok szolgálnak a térképszerkesztés alapjaként. A térkép megszerkesztéséhez mindazonáltal meg kell adnunk azt a függvényhalmazt (térképészeti szakszóval: vetületet) amely szerint az adott földrajzi koordinátákkal jellemzett pontokat a térkép síkjára felrajzolhatjuk. Ptolemaiosz esetében – és még bő másfél ezer évig ez így is marad – természetesen nem függvények, hanem szerkesztési utasítások szolgáltak a vetületek jellemzésére. Ptolemaiosz munkáiban ezeket is megadja, két vetületet is definiálva: első vetülete a ma „meridiánban hossztartó kúpvetület”, a második pedig a ma „kardioid vetület” néven ismert vetítéshez kapcsolható.

A hellenisztikus kultúrkör után, a Nyugat-Római Birodalom bukásával Európában igen hosszú tudományos és társadalmi hullámvölgy következett. A majdnem ezer évvel később kezdődő reneszánszig, a tudomány újbóli európai felemelkedéséig a görög és latin tudomány ismeretei, így Ptolemaiosz munkái és pontjegyzéke két úton-módon „élt túl” és jutott el. Az egyik a keresztény egyház által üzemeltetett apátsági és kolostori hálózat által végzett alapvetően másolási munka (Eco, 1980). A másik pedig a Közel-Keleten szerencsés időben felemelkedő, és bő fél évezredre a tudományos vezető szerepet magához ragadó arab civilizáció ennél lényegesen komolyabb, újdonságokat is megteremtő közege. A Ptolemaiosz csillagászati és kozmológiai munkáit tartalmazó könyv neve máig is nem véletlenül *Almagest* (arab szó, amely Nagy Könyvet, vagy A Legnagyobb-at jelent, eredeti görög címe *Mathematiké szüntaxisz* volt; Weinberg, 2015). Az arab kultúrkör ismereteink szerint csak kevés ponton és alig tett hozzá a Föld alakjával kapcsolatos ismereteinkhez. A Khorezm-i (ma: Üzbegisztán) származású Al-Birúni a hegyek magassága és a róluk kitáruló horizont távolsága közötti összefüggésből kísérelte meg pontosítani Ptolemaiosz földalak-beclsését (Scheppeler, 2006); nem sok sikerrel. Becslését nagyon megnehezítette, hogy igen kis szögeket kellett (volna)

pontosan megmérnie, miközben a szögmérésben mutatkozó hiba nagyon erősen befolyásolta a becslési eredményt. Ugyanezen civilizáció definiálta, írta le elsőként a matematikában nagyon fontos szögfüggvényeket.

A tudományosan a reneszánszsal ismét magára találó Európában az 1440-es években feltalált könyvnyomtatás teremtette meg annak alapját, hogy máig fennmaradó értekezések szülessenek. Ezek tanúsága szerint Európa XVI. századra jutott el a Föld alakjára vonatkozó becslések előkészítéséig. A leuveni egyetem tanára, Gerhard Mercator doktori témavezetője, Gemma Frisius (Papp-Váry, 2012) volt az, aki tudományos értekezésben javasolta a nagyobb távolságok háromszögeléssel történő megmérését (Frisius, 1533). Ennek keretében egy rövidebb háromszög-oldal tényleges fizikai hossz mérésén túl minden további mérés kizárólag a háromszög-hálózatban található szögek megmérését célozta. Mivel szöget mindig is sokkal pontosabban és olcsóbban tudtak mérni, mint távolságot, ez megteremtette az ókori Eratoszthenész földméret-becslő projektjének modern megismétlési lehetőségét. Itt jegyzem meg, hogy Frisius ezen túlmenően már ekkor leírta, hogy ha majd rendelkezik az emberiség olyan időmérő eszközzel, amely egy helyen beállítva pontosan képes mozgás közben is mérni az időt (ilyenre akkor még 200 évet kellett várni), ez hogy teszi lehetővé a földrajzi hosszúságkülönbségek meghatározását (Frisius, 1530).

Frisius módszerét a holland Willebord Snell (a hazai fizikai irodalomban inkább a latinos Snellius néven ismert) ültette a gyakorlatba. Nem kis büszkeséggel „Eratostenes Batavus” (Holland Eratoszthenész) név alatt publikálta munkáját (Snell, 1617), amely az első szabatos fokmérésnek tekinthető. A fokmérés az a művelet, amikor egy meridiánív mentén két, egymástól egy foknyi szélességkülönbségre levő pont közötti távolságot megmérünk. Snell ezt egy, a dél-hollandiai Breda és az Amszterdamtól északra, az IJsselmeer nyugati oldalán lévő Alkmaar városok között kiépített háromszögelési hálózattal végezte el, a ténylegesen megmért hosszúságú háromszögoldal, az ún. alapvonal Hága közelében volt. A már említett Cassini II (1720) összefoglalója szerint az eredményként egy fokos ívhossz 56496 toise-nak (110.114 méter), a ma elfogadott értéknél némiképp rövidebbnek adódott. A felmérés során először észlelték, hogy a gömbi (illetve ma már tudjuk: csak majdnem gömbi) felületen a háromszögek belső szögeinek összege kicsivel több, mint 180 fok, innen származtatjuk a gömbháromszögtan módszereit (Snell és Hortensio, 1627).

A németalföldi tudomány diadalmenetét Christiaan Huygens folytatta, aki 1656-ban megalkotta az első ingaórát (Huygens, 1673). Bár e szerkezet továbbra is stabil felállítási helyet igényelt, így tengeri utazás során nem volt alkalmas fedélzeti mérésre, stabil helyzetben, délben pontosan beállítva pár másodperc pontossággal képes volt eltalálni a következő delet, ami nagyságrendi javulás volt az addig használt homok- és vízórákhoz képest.

Az 1600-as években fokozatosan Franciaország vált Európa domináns nagyhatalmává, és a tudományban, a tudományos életben is a franciák vették át a stafétabotot Németalföldtől (akár ennek szimbólumaként tekinthetjük, hogy épp Huygens, amikor a Francia Akadémia tagjává választották, Párizsba költözött és tudományos tevékenységét itt folytatta). A következő

mintegy száz évben nagyjából a francia tudomány diktálta a tempót Európában a földalak-meghatározás terén és a kapcsolódó fizikai tudományokban is – a „szinguláris” kivétellel, Isaac Newtonnal a következő alfejezetben foglalkozunk. Az 1670-es évektől számíthatjuk a geodézia „francia korszakát”.

A Napkirály, XIV. Lajos 1669-ben „szerződtette” az olasz csillagászt, Giovanni Domenico Cassini (Cassini I), hogy létesítsen modern csillagvizsgálót Párizsban. A ma is látható új obszervatórium 1671-ben készült el. A csillagvizsgálóra épülő impozáns tudományos program két elemét fontos kiemelni: az obszervatórium délköre mentén elkezdett fokmérési sorozatot és a Naprendszer méretének meghatározására irányuló méréseket: mindkettő megkérdőjelezte a Föld gömb alakjára vonatkozó modellt – bár a fokmérés először még az addigi legpontosabb adatot szolgáltatva a feltételezett gömb sugarára.

Jean Picard kezdte meg a franciaországi fokméréseket, Párizs és Amiens között, a csillagvizsgáló délkörén. Az első szakasz mérési eredményei alapján az 1 fok szögműködés a meridiánív mentén 57060 toise-nak (111.213 méter) adta meg (Picard, 1671), amelynek alapján a gömbnek feltételezett Föld sugara 6.372.056 méter, ami nagyon jó eredmény (ma a Földdel azonos térfogatú gömb sugarát 6.371.008 méterben adjuk meg). A következő bő száz évben, a folytatott fokmérések kissé eltérő eredményeitől függetlenül ezt a sugárértéket használta a francia térképészet. Giovanni Domenico Cassini unokája és dédunokája (César-François Cassini de Thury és Jean-Dominique, comte de Cassini; avagy Cassini III és Cassini IV) ennek felhasználásával készítették el a Francia Királyság nagy térképét, a világ első részletes topográfiai országtérképét.

Cassini I egyik fontos projektje volt a Naprendszer méretének meghatározása. Míg a Naprendszerben a bolygópályák egymáshoz viszonyított aránya Kepler munkája óta nagy pontossággal ismert volt, abszolút távolságértékeket nem tudtak hozzájuk rendelni. Cassini I ötlete az volt, hogy meg kell figyelni a Mars égi helyzetét egy időben, a Föld két, viszonylag távoli pontján. Az egyik pont a frissen elkészült párizsi csillagvizsgáló volt, a másik pedig a dél-amerikai francia gyarmaton fekvő Cayenne városa, ahová fiatal munkatársát Jean Richert küldte el. A pillanatnyi Föld-Mars távolságot Párizs és Cayenne távolságából és a Mars e két ponton azonos időben meghatározott égi helyzetében mutatkozó szögműködésből lehetett meghatározni. Richer a mérések egyidejűségének biztosítására egy Huygens-féle „másodperc-ingát” vitt magával, egy olyan ingaórát, amelynek fél-periódusa pontosan egy másodperc volt. A cayenne-i mérések megkezdése előtt kalibrálta az ingát, és nagy meglepetésére az szisztematikusan késett, naponta kb. egy percet (4. ábra). Az ingát újrakalibrálta (hosszán picit csökkentve), elvégezte a méréseket: meghatározta a Mars helyzetét a Cassini által előírt időpontokban. Visszautazott Párizsba, kiszámították a Naprendszer méretét (3% pontossággal eltalálva azt), majd publikálta a dél-amerikai mérések jegyzőkönyvét, benne az újrakalibrálást (Richer, 1679).

CHAPITRE X.
OBSERVATIONS PHYSIQUES.
ARTICLE I.

De la longueur du pendule à secondes de temps.

L'UNE des plus confiderables Observations que j'ay faites, est celle de la longueur du pendule à secondes de temps, laquelle s'est trouvée plus courte en Caienne qu'à Paris: car la même mesure qui avoit esté marquée en ce lieu-là sur une verge de fer, suivant la longueur qui s'estoit trouvée nécessaire pour faire un pendule à secondes de temps, ayant esté apportée en France, & comparée avec celle de Paris, leur difference a esté trouvée d'une ligne & un quart, dont celle de Caienne est moindre que celle de Paris, laquelle est de 3. pieds 8. lignes $\frac{1}{2}$. Cette Observation a esté réitérée pendant dix mois entiers, où il ne s'est point passé de semaine qu'elle n'ait esté faite plusieurs fois avec beaucoup de soin. Les vibrations du pendule simple dont on se servoit, estoient fort petites, & duroient fort sensibles jusques à cinquante-deux minutes de temps, & ont esté comparées à celles d'une horloge tres-excellente, dont les vibrations marquoient les secondes de temps.

4. ábra. Richer (1679) beszámolója abból, hogy a Párizsban kalibrált inga hosszát Cayenne-ben meg kellett változtatnia ahhoz, hogy pontosan járjon; ez a gömb alaktól való eltérés első fizikai bizonyítéka.

Eredményét a kor két gényusza; Newton (1687) és Huygens (1690) emelték tágabb összefüggésbe. Mindkét magyarázat szerint az ingaóra azért járt másképp kis szélességen, mert a Föld gömb alakjával, illetve gömbszimmetrikus erőterével gond van. A gyakorlatias, mérnöki vénájú Huygens elmagyarázta, hogy a Föld tengely körüli forgása miatt az ingaórára más erők hatnak (az „erő” kifejezés ekkor még épp csak megjelent Newton Principiájában). Newton szerint sem lehet a forgó Föld alakja gömb, annak forgási ellipszoidnak kell lennie, így Párizsban és Cayenne-ben más a tömegközépponttól való távolság és így a vonzóerő is. Ez a két magyarázat fizikai alapon kérdőjelezi meg a Föld pontosan gömb alakját feltételező modellt.

És itt még nem volt vége. Cassini I-től átvette a fokmérés és a geodéziai felmérés munkáját fia, a már idézett Jacques Cassini (Cassini II), aki, miután megörökölte apjától a csillagvizsgáló igazgatói tisztjét, folytatta a fokméréseket, északon Dunkerque-ig, délen pedig a spanyol határ közelében fekvő Perpignan-ig (Cassini II, 1720). A kapott értékek szisztematikus eltérést mutattak a Picard (1671) által korábban meghatározott hosszúságoktól. Ráadásul az első eredmények – valószínűleg mérési és/vagy számítási hiba miatt – az északi szakaszon rövidebbnek mutatták az egy fok szélességkülönbséghez tartozó meridián-ív hosszát (56960 toise), mint délen (57097 toise), tehát a geometria ellentmondott Newton (1687) ekkor már publikált és ünnepelt teóriájának.

Tavola de' gradi misurati fino dall' anno 1735.

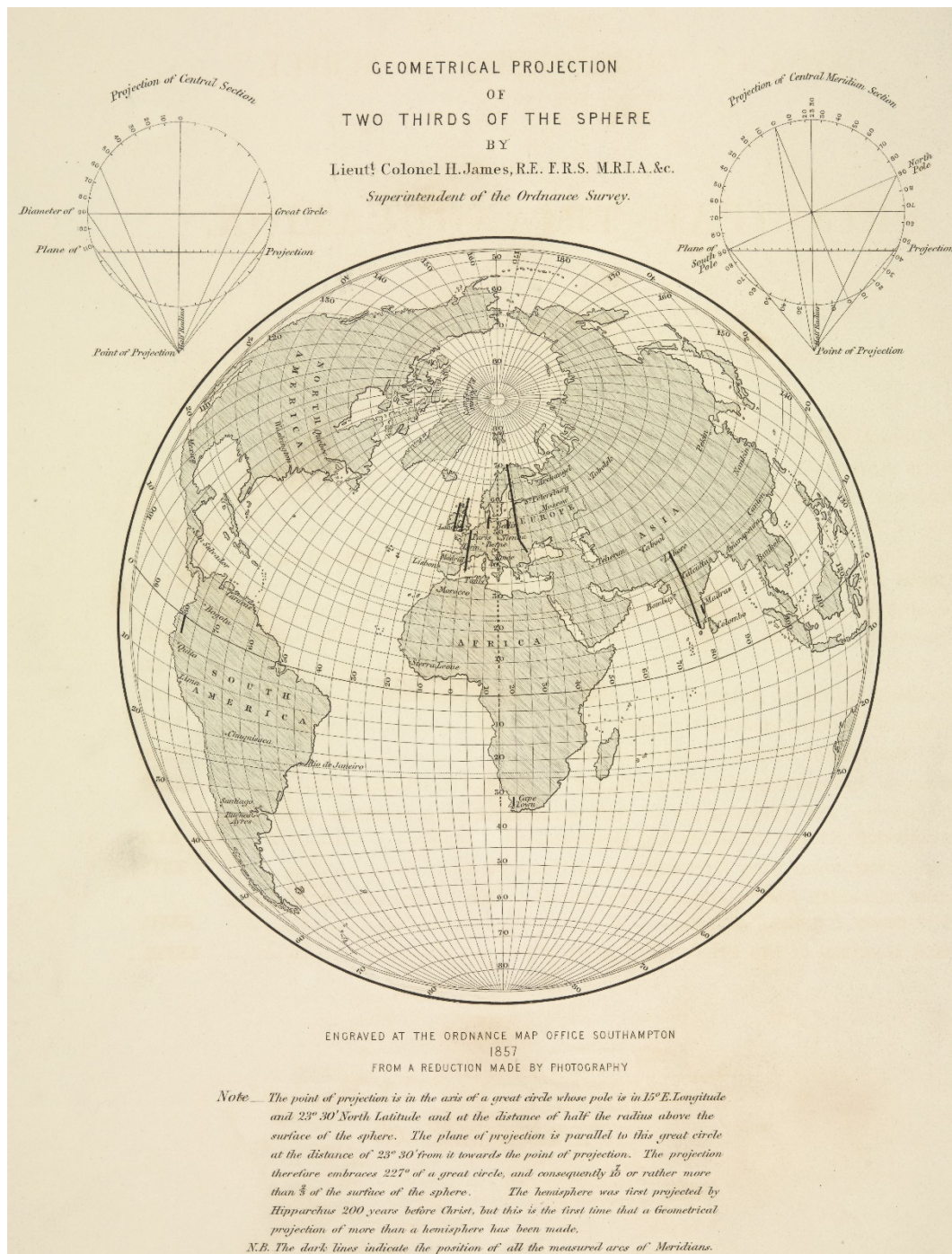
Latitudine	Gradi	Valore de' singoli gradi in tese.	Misuratori.
Australe	(0.° 0' ..	56753..nell'equatore	Bouguer.
	(33.° 18' ..	57037..Capo Buonasperanza ...	La Caille.
Boreale	(39.° 12' ..	56888..nella Pensilvania	Mafon, Dixon.
	(43.° 01' ..	56979..nello Stato Pontificio ...	PP.Bosc. e Mair.
	(43.° 31' ..	57048..in Francia	Acc. Francesi.
	(44.° 44' ..	57069..nel Piemonte	P. Beccaria.
	) 44.° 53' ..	57042..(	
	(45.° 00' ..	57028..(in Francia	Acc. Francesi.
	(45.° 43' ..	57040..(	
	(45.° 45' ..	57070..(	
	(45.° 57' ..	56881.. in Ungheria	P. Liesganich.
	(46.° 35' ..	57049..(	
	(46.° 51' ..	57055..(in Francia	Acc. Francesi.
	(47.° 41' ..	57057..(	
	(47.° 58' ..	57071..(	
	(48.° 43' ..	57086.. in Austria	P. Liesganich.
	(49.° 03' ..	57069.. in Francia	Acc. Francesi.
	(49.° 23' ..	57074..(in Francia	Acc. Francesi in
	(49.° 35' ..	57183..(diverse misuraz.	
	(49.° 56' ..	57048.. in Francia	Acc. Francesi.
	(66.° 20' ..	57422..nella Laponia	Acc. del circolo polare.

A quest' ultimo grado dovranno levare le 16. tese, che la refrazione delle stelle vi aumenta; cosicchè sarà soltanto di tese 57406.

Vedi il La Condamine *Mejure des trois degres* &c. art. 24. *Mem. de l' Acad.* 1751., e 1758. le opere del Maupertuis *Meridien de Paris*. P. Bosovich *De litterar. expedit.* P. Liesganich *Dimens. grad.* Il La Lande *Astronom.* n. 2691 *Encycloped. Figure de la terre* Alla latitudine di 43° 22' fu misurato in Francia un grado di longitudine, e si trovò constare di tese 41618. Il grado di latitudine a' 49° 23' contiene (secondo alcuni Astronomi) tese 57183: e perchè 25 leghe, ognuna di 2283. tese, fanno 57175. tese: la lega comune di Francia (che è di 2283 tese) si dice essere una ventesima quinta parte del grado detto di latitudine (La Lande *Astron.* n. 2691.)

5. ábra. Egy szélességi fok hossza a meridián mentén a Föld különböző pontjain elvégzett fokmérések eredményeként, az akkor használatos „toise” egységben (Hervás, 1783).

A Francia Akadémia a kérdés eldöntésére két expedíciót szervezett, egyet kis szélességre, Peruba (nagyjából a mai Ecuador területére), egy másikat pedig nagy szélességre, a Lappföldre, hogy egyértelmű eredményt kapjanak: milyen alakú is a Föld. Az expedíciókban a kor legnagyobb francia tudósai kaptak szerepet. Az északi vállalkozást Jean-Pierre Maupertuis vezette, tagja volt Alexis Clairaut, Pierre-Charles Le Monnier, csatlakozott hozzájuk a svéd Anders Celsius is. A perui expedíció vezetője Charles Marie de La Condamine volt, társaságában nem kisebb nevekkal, mint Pierre Bouguer és Louis Godin. Az eredmények



6. ábra. Az 1860-ig elvégzett meridiánív-mérések helye (közli: Clarke, 1858). Európa természetesen felülreprezentált; emellett a Bouguer-féle perui és a britek által végzett fokföldi és indiai mérések vannak feltüntetve.

egyértelműen cáfolták Cassini II (1720) korábbi adatait: nagy szélességen nagyobb távolság tartozik egy fok szélességkülönbséghez (Maupertuis, 1738; La Condamine, 1751). A gömbmodell helyébe végleg a lapult forgásiellipszoid-modell lépett.

Az alábbiakban a gömbi alapfelületeken készült térképekre és azok georeferálására mutatok két példát: Lázár deák térképére a XV-XVI. század fordulójáról (Timár et al., 2008; 2010) és Franciaország nagy Cassini-féle topográfiai térképére (Timár et al., 2014a) a XVIII. század

közepéről. Itt jegyzem meg, hogy a hazai térképészetben megtalálható utolsó, gömbi alapfelületet alkalmazó térképmű Lipszky János 12 szelvényes országtérképe (1806), amelynek metaadatait Bartha (1992) ill. Reisz (2005), georeferálási módszerét Timár et al. (2006a) közlik. E térkép topográfiai alapján készült el Kitaibel és Tomcsányi 1810-es móri földrengés-térképe (Timár, 2015), a magyar geofizika egyik fontos kortörténeti dokumentuma (Varga, 2015; Varga et al., 2015).

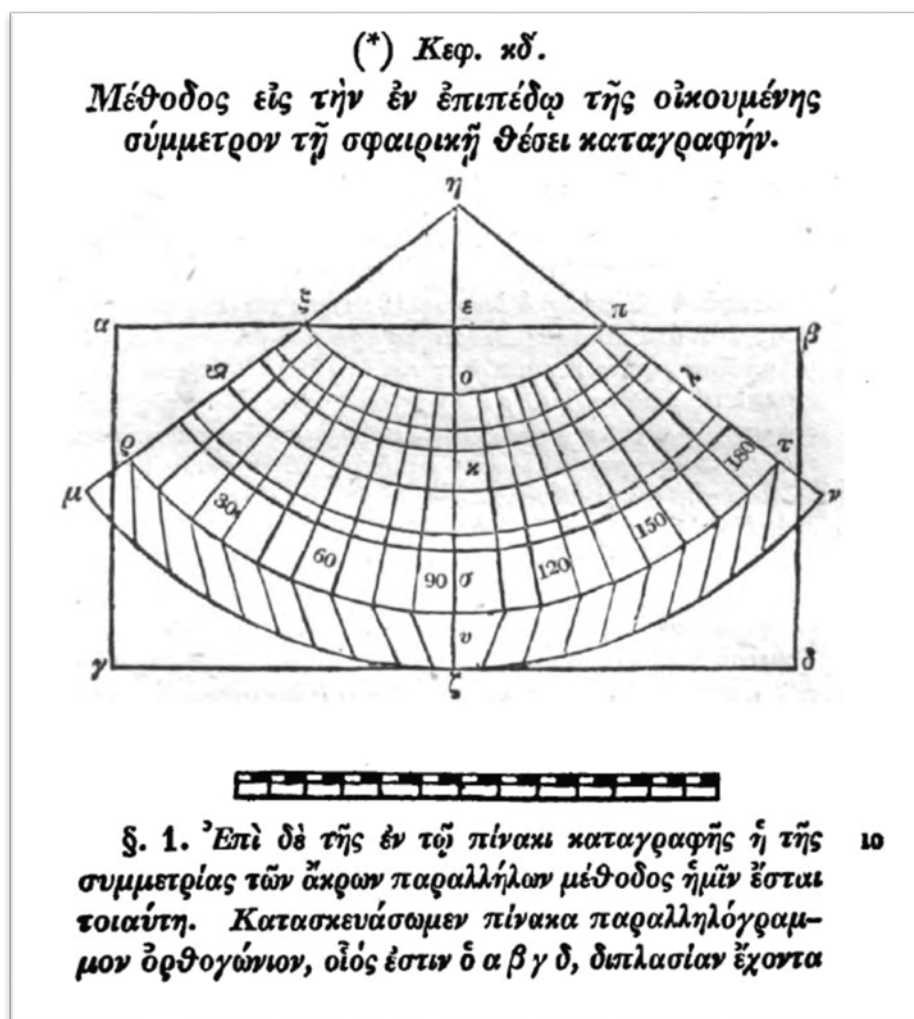
Lázár deák térképének (1528) lehetséges vetülete és georeferálása

A gömbi alapfelületen készített térképek közül elsőként Lázár deák 1528-ban publikált, de nyilvánvalóan a Magyar Királyság XV. századi hatalmi csúcspontján készült térképének georeferálására mutatok be egy módszert. A térkép Magyarország első viszonylag nagy méretarányú térképi ábrázolása (méretaránya valamivel részletesebb mint 1:500.000), a készítés kora pedig egyértelműsíti, hogy alapfelületeként nem is merülhetett fel más, mint a gömb. Mindazonáltal a térkép vetülete mindenképp érdekes kérdés, amelyet a georeferáláskor érdemes megválaszolni.

Lázár térképének tájolása a mai térképi ábrázolásokhoz képest meglehetősen furcsa, az északi irányhoz képest mintegy 40-45 fokkal elforgatott. Erre az elmúlt bő fél évszázadban számos magyarázat született. A vita alapvetően két szálon futott; az egyik szerint az ok a ptolemaioszi világvetületben (vö. Snyder, 1987; 2007; Török, 2007a) keresendő. A másik álláspont szerint sem a térképnek sem pedig az orientációjának nincs köze vetületekhez és egyáltalán semmi olyasmihez, amely a mai geodézia vagy térképészet módszereire emlékeztetne (pl. Bede, 1987; Lotz, 1988; de Fleck, 2003 is), az orientáció oka egyszerűen az, hogy az ábrázolt terület így volt a legkényelmesebben ábrázolható.

Előrebocsátom, hogy a georeferálás az első álláspont (ptolemaioszi világvetület, és ebből Magyarországra levezethető meridiánkonvergencia) alkalmazásával egyszerűbben megvalósítható. Ez a megközelítés Cholnoky (1943) cikkén alapul, aki először írta le, hogy a Lázár-térkép tájékozása Ptolemaiosznak az Óvilág ábrázolására használt kúpvetületéből (7. ábra) következik, mai térképészeti kifejezéssel élve e vetületben a hálózati észak a térkép egyik oldalának irányába mutat, miközben a földrajzi északi irány attól lényegesen eltér. Ezt a gondolatmenetet vették át Fodor (1952), majd Irmédy-Molnár (1958; 1964) is. A vita ezen pontján már felvetődött, hogy a térkép Ptolemaiosz első vagy második vetületében készült-e (Irmédy-Molnár, 1958; Gábor és Horváth, 1979), és – bár ezt semmilyen számítás vagy érv nem támasztja alá – itt találkozhatunk a kardiod vetületbeli ábrázolás lehetőségével is.

A későbbiekben olyan munkákkal találkozhatunk, amelyek a térkép egyes részein próbálkoznak a földrajzi fókuszrekonstrukciójával. Hrenkó (1974) és Érdi-Krausz (1976; 1982) munkái e vonulatba tartoznak, míg Fleck (1979) dolgozata jelenti az első elemző áttekintést a korszakban rendelkezésre álló helymeghatározási adatokról. Mivel a térkép torzulása érdemi



7. ábra. Ptolemaiosz vetületének eredeti ábrázolása a Geographia-ban (Nobbe, 1843). A benne ábrázolt vízszintes téglalap párhuzamos oldalakkal rajzolt rész-szelvényén Magyarország természetesen „ferdén” állna – úgy, ahogy a Lázár-térképen is látjuk.

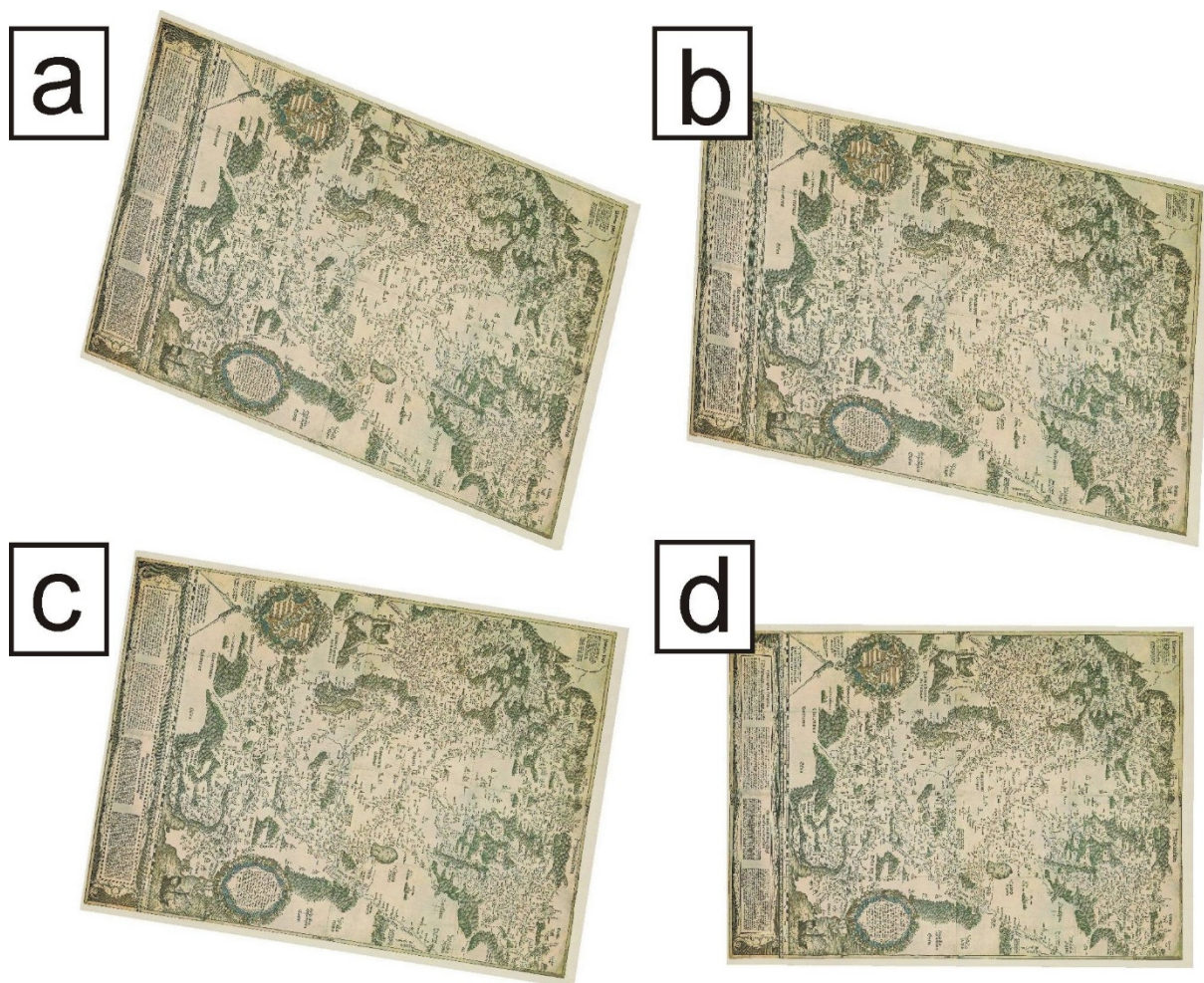
regionális eltéréseket mutat, részben ez vezethetett a térkép vetületben ábrázolt voltát elvető véleményekhez. Érdi-Krausz (1976; 1982) mellett Stegena (1976; 1982) foglalkozott a térkép érdemi vetületi analízisével, amikor a Tissot-indikátrixok által megadott torzulási viszonyokat vizsgálta.

A térkép készítése kapcsán abban szinte egybehangzó az eddigi kutatások eredménye, hogy a felmérés alapját az útvonalleírások képezték (Cholnoky, 1943; Plihál, 1990; 2013; Török, 1996), amelyek egydimenziós volta gyakorlatilag kizárja a (korabeli) geodéziai igényű ábrázolás lehetőségét. Molnár et al. (2008) mindazonáltal arra a következtetésre jutottak, hogy a Lázár-térkép a modern térinformatikai eszközökkel meglepő pontossággal georeferálható. A térinformatikai módszerek elterjedése arra is lehetőséget kínál, hogy ellenőrizzük; vajon Cholnoky felvetése a térkép vetületével kapcsolatban helytálló-e, és milyen pontossággal? Ehhez át kell tekintenünk, hogy hogyan is készülhetett a Lázár-térkép, sőt, a kutatás érdekes adalékokat szolgáltat a ptolemaioszi vetület gyakorlati modellezése irányában is.

Ha a Lázár-térkép elkészítési módjára vagyunk kíváncsiak, a vonatkozó vaskos szakirodalom tanulmányozása mellett érdemes azon is elgondolkodni, hogy azzal a tudással, amely Lázár rendelkezésére állt, mi magunk hogyan oldottuk volna meg a térképezés és térképrajzolás feladatát? Rögtön az elején le kell szögeznünk, hogy nem lehet máshogy térképet készíteni, csak úgy, ha vannak már előzetesen ismert pontjaink, ahonnan kiindulva a további részleteket felmérhetjük. Ekkora területen, mint a Kárpát-medence, e pontok szükségszerűen földrajzi koordinátákkal adóttak, emiatt kell egy szabály, hogy azokat hová rajzoljuk a térképlapon, annak koordináta-rendszerében. Ez azt jelenti, hogy a „geodéziai kerethálózat” és a „vetület” korabeli megfelelőinek meg kell lennie. Ismerhetett Lázár koordinátákat? Természetesen, Ptolemaiosz (83-161) *Geographia*-ja a több ezer ismert koordináta párral (amelyből néhány tíz a Kárpát-medence és környezete területére esett) nyilván ott volt feltehetően budai dolgozósobájában, ahogy Regiomontanus vagy Alphonsus koordinátajegyzékeit is ismernie kellett (Fleck, 1979). A *Geographia*-ból, ill. az *Almagest*-ből azt is tudhatta, hogy ezeket a pontokat hogyan lehet a Ptolemaiosz kozmográfiai (világ-) térképén használt vetületben, síkban ábrázolni. Innen jó néhány pontot fel lehet rajzolni az üres papírra, ill. pergamenre, felhasználva az Alsó- és Felső-Pannónia, Noricum, Illyricum, Dacia és Sarmatia területére vonatkozó fejezeteket (Fehér, 2004). Az így alkalmazott és ábrázolt „alappontok” közti kitöltés, felmérés módszere már nyilván az itinerario-kon, útleírásokon alapul (Plihál, 1990; 2013; Török, 2007b), amely lényegében a ma sokszögelésnek nevezett felmérési eljárás (irányszögek és hosszúságok mérése) korabeli megfelelője lehetett az országot behálózó útvonalak mentén. Ennek lehetőségét Fleck (2003) ugyan vitatja, műve azonban fontos forrás, mert ismereteti a Lázár-térkép felmérési módszereit érintő korábbi vita fontos publikációit. A szerzők véleménye szerint – vitatva pl. Török (2003) következtetését – egyes várak, települések helye azért szerepel kétszer, mert két külön sokszögvonalról felvéve – a vonalak pontatlansága miatt – különböző helyre kerültek, a térképkészítő pedig nem döntötte el, melyik változat a helyes, hanem mindkettőt feltüntette.

Lázár térképe regionális, korabeli, a *Geographia*-n alapuló kifejezéssel élve korográfiai térkép (Klinghammer et al., 1995; Török, 1996). Egy ekkora terület ábrázolásához azonban, mint fent már láttuk, ill. térképészeti tanulmányainkból ismert, alappontokra és vetületre van szükség. Az alappontok közötti terület felmérése már történhet más módszerrel, pl. sokszögeléses technikával. Vitatok azonban minden olyan, a térkép szerkezetére vonatkozó megállapítást, amely a térkép „vetületnélküliségét” a korabeli részletmérések hibáival indokolja. A rendelkezésre álló alappontok is hibával terheltek (Fleck, 1979), ezekhez hozzáadódnak a felmérési módszer hibái. Amennyiben a georeferálás pontossága nem rosszabb ezeknél (és mint látni fogjuk, nem rosszabb), akkor a vetület alkalmazását tételezhetjük fel, de legalábbis kimondhatjuk, hogy a vetület feltételezése elég pontos matematikai modellt szolgáltat a georeferáláshoz. Lássuk, lehetett-e ez a vetület a korabeli kozmográfiai, vagyis világtérképeink használatos ptolemaioszi vetület?

Amennyiben azzal a feltételezéssel kívánunk élni, hogy a Lázár-térkép ptolemaioszi vetületű, és ezt a térinformatika eszközeivel kívánjuk megerősíteni, ahhoz tudnunk kell a ptolemaioszi



8. ábra. Lázár térképének georeferálása meridiánban hossztartó kúpvetületen (ptolemaioszi vetület): (a) mind a vetületi középpont mind a standard parallel hibás; (b) a standard parallel hibás; (c) a vetületi kezdőpont; hibás (d) minden paraméter optimálisan beállított. A (d) szerinti paraméterekkel fogadom el a ptolemaioszi vetületet a térkép saját vetületeként (Timár et al., 2010).

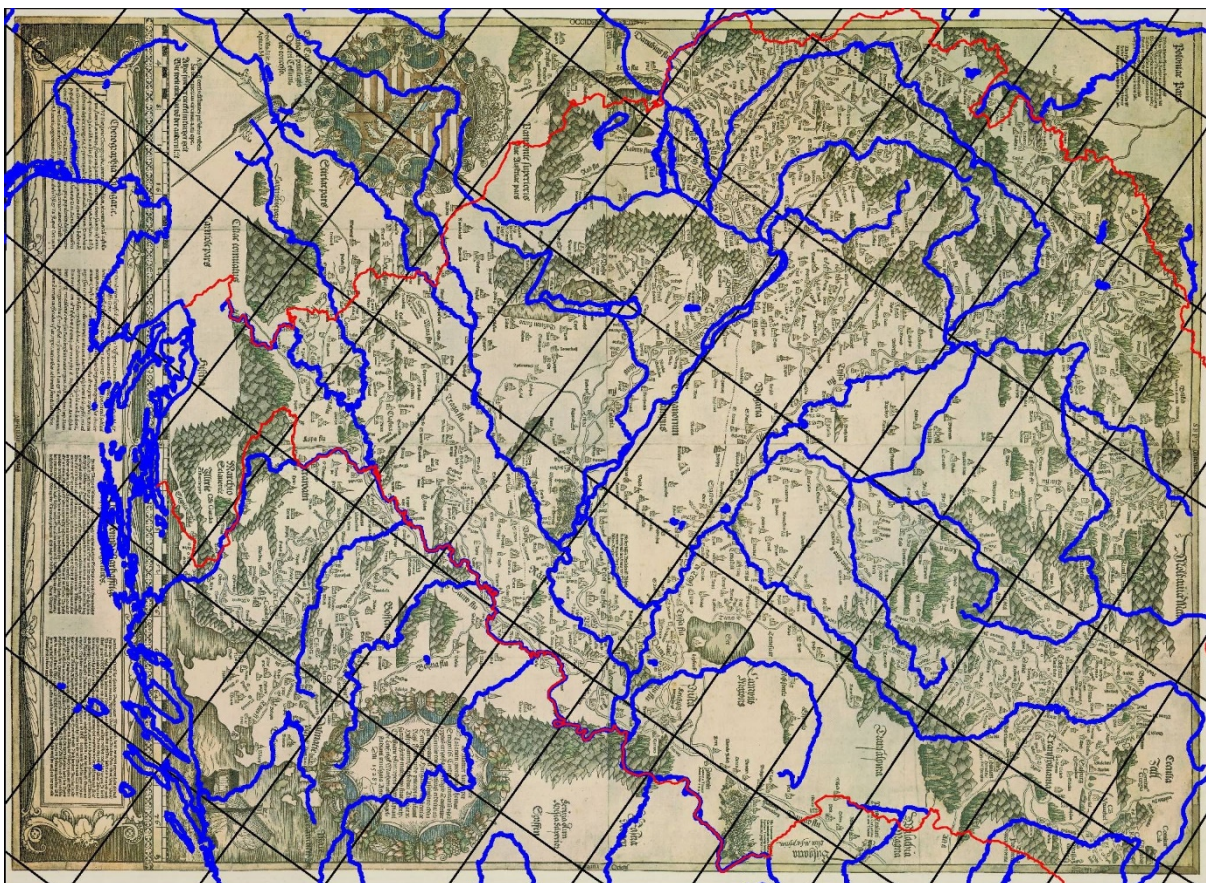
vetület típusán túlmenően annak vetületi paramétereit is. A típus egyértelműen a meridiánban hossztartó kúpvetület (Snyder, 1987). Az érintő vagy metsző helyzetnek nincs különösebb matematikai jelentősége, ezt amúgy is a Föld méretére vonatkozó ismeretekből kell levezetni. Vizsgálatunk szempontjából lényeges viszont a kúp hajlásszöge, vagy ami ezzel egyenértékű információ, a meridiánok képeinek egymáshoz képest vett szöghelyzete, a sugárhajlás. Ezt elvileg a Ptolemaiosz-térképből közvetlenül is megbecsülhetnénk, pl. a Timár et al. (2003) által közölt módszerrel, azonban e világtérképen a hosszúságok közismerten túlbecsültek (vö. Török, 2007a), emiatt az eredmény a gyakorlatban nehezen lenne használható. A kérdés eldöntésére azonban felhasználhatjuk magát a Lázár-térképet, amelyhez rendelkezésemre állt egy több mint 600 pontból álló illesztőpont-adatbázis (Molnár et al., 2008). Ennek pontjai a mai földrajzi koordináta-rendszerben érvényes szélesség- és hosszúságadataikkal jellemzettek. E pontok felhasználásával megvizsgáltam a ptolemaioszi vetülettípust több különféle metszőparalelkörpárral, a vetületi kezdőpont különféle hosszúságértékeivel. A próbálkozások során arra

jutottam, hogy a metsző paralelkörök helyétől a térkép vetített képének sarokszögei, míg a kezdőpont hosszúságától a vetített kép elfordulása függ (8. ábra). Mindkettő lényeges a vetület paramétereinek meghatározásához: olyan paraméter-együttest keresünk, amelyben a Lázár-térképet georeferálva annak sarkai az eredetivel megegyező 90 fokos szögűek, oldalai pedig függőleges és vízszintes egyenesek. Ehhez a két metsző paralelkör helyét a következőképp kellett beállítani: $\Phi_1=0^\circ$; $\Phi_2=64^\circ$, vagyis az egyik standard paralelkör az Egyenlítő, a másik pedig a ptolemaioszi térképeken kitüntetett „Thule szélessége” paralelkör, ami véleményünk szerint a sarkkör korabeli változata. Ez kis mértékben eltér a modern 66,5 fokos értéktől. Ptolemaiosz szélesség-meghatározása alapvetően és eredetileg nem fokban történik, hanem a leghosszabb nappal időtartamának megadásával, így a sarkkör feletti szélességek nem is adóttak. Könnyen elképzelhető, hogy a korabeli, ókori észlelésekben a leghosszabb, nyári napfordulókori nappal 24 órás értékét e szélességnél észlelték, aminek három additív oka lehet:

- a planetáris precesszió (a Föld forgástengelye és az Ekliptika által bezárt szög néhány tízezer év periódusú változása 22 és 24,5 fok értékek között; elnevezés: Main, 1863; a hazai irodalomban lásd pl. Kis, 2002), amely 2000 év alatt mintegy fél fokkal mozdította északra a sarkkör pozícióját;
- a napkorong elméleti pontnál nagyobb, mintegy fél fokos fizikai kiterjedése, ill.
- a szintén kb. fél fok elhajlást okozó refrakció, amely miatt a fénysugarak a horizont közelében kismértékben elhajlanak, így a napkorong akkor is látszhat, ha kismértékben az álláspontunktól a horizonra húzott egyenes alatt van.

Amennyiben ezt a két standard szélességi kört választjuk vetületünk paramétereinek, a georeferált, vetített térképi állomány sarkai mindig derékszögűek lesznek, de a vetületi kezdőpont hosszúságának függvényében a térkép széleinek a vízszintessel bezárt szöge változik. Az a hosszúság, amelyre a vetületi kezdőpontot helyezniünk kell, ha a térkép széleit vízszintesnek és függőlegesnek akarjuk megkapni, a következő: $\Lambda_0=90^\circ$ (Greenwich-től).

Első látásra ezzel elégedettek is lehetnénk, hiszen épp azt várjuk, hogy a kezdőpont a Ptolemaiosz által térképezett, és általa 180 fokot átfogó hosszúságtartományba eső világ feléhez essen. Csakhogy Ptolemaiosz térképe nem Greenwich-hez, hanem az Óvilág legnyugatabbi pontjára, praktikusán Ferróhoz (Timár, 2007b) teszi a kezdőmeridiánt, amelyhez képest a vetületi kezdőpont hosszúsága már nem 90, hanem 107-108 fok. Nincs azonban ezzel sem nagyságrendi probléma: ahogy korábban már említettem, Ptolemaiosz térképén a teljes Óvilág látszik a Kanári-szigetektől Kelet-Ázsiáig. A térképek egy részén ez a felszíndarab 180 fokos, de más változatokon (lásd pl. Török, 2007a) ennél is nagyobb hosszúságtartományt fed le. Ha Ferrótól Kínáig (140 fok hosszúságkülönbség) fogadjuk el Ptolemaiosz 180 fokos értékét, akkor ennek a fele 70 fok (Ferrótól), akkor ehhez a Ferro-Greenwich szögkülönbséget (kb. 17,66 fok) hozzáadva már a fenti említetthez igen közeli, 87,66 fokos értéket becsülhetünk. Nem lehet azonban, még a térkép kisebb részei vonatkozásában sem, egységes hosszúságtorzulásról beszélni (Fleck, 1979). Megfontolandó azonban, hogy Buda (Aquincum) hosszúsága Ferrótól 36 és 37 fok közt van, míg a ptolemaioszi pontjegyzékben – ami Lázár



9. ábra. A saját vetületében lineáris illesztéssel georeferált Lázár-térkép, rávetítve a tengerpartok, folyók és a történelmi Magyarország mai adatbázisból vett vonalaival. Az illesztés Magyarország középső részén meglepően pontos (Timár et al., 2010).

térképének egyik geodéziai alapja is lehetett – ez az érték 43 fokként szerepel. A torzulás tehát az ismert világ, az oikumené nyugati részén nagyobb, emiatt adódik, hogy a vetületi kezdőpont nem pontosan a Ferrótól számított 90 foknál lesz optimális.

Ami azonban számunkra a leglényegesebb, hogy a fenti paraméterekkel definiált, meridiánban hossztartó kúpvetület esetén a Lázár-térkép vetített, georeferált változata derékszögű sarkokkal és vízszintes ill. függőleges szélekkel jelenik meg. Magyarázatot igényel a továbbiakban az, hogy miért a nyugati („Occidentalis”) mutat felfelé.

Az eredeti kézirat fekvő formátumú lehetett, amelynek tetején volt észak. A nyomtatásra előkészítők álló téglalapú kiadványt terveztek, valamint behelyezték a rajzi részbe a címet és a címet. Ez a két „idegen” egység az eredeti szerkezetet három részre bontotta. Aki a nyomdában az égtájakat elhelyezte a nyomódúcra, annak nem volt tudomása a fent említett beavatkozásról, valamint arról, hogy a térképet kísérő szövegben mi olvasható. Ott az alábbiakra figyelmeztették e térkép használóját: „Ha pedig ezt a térképet helyesen fekteted a négy égtáj felé, látni fogod, melyik város fekszik a másikkhoz képest inkább napkeletre vagy napnyugatra, hasonlóképpen délre vagy északra”. Ilyen megjegyzésre nincs akkor szükség, ha az égtájak a kereten meg vannak írva (Plihál, 1990).

Mindenképp érdemes összevetni Lázár térképének georeferálási pontosságát (9. ábra) a fent definiált első ptolemaioszi vetületben (a továbbiakban: LP-vetület) és a Molnár et al. (2008) által bemutatott modern vetületekben. Azt tapasztaljuk, hogy az LP-vetületbe történő lineáris illesztés hibája nagyjából a modern vetületekbe történő kvadratikus illesztésével egyezik meg. Ez elegendően jó indikáció arra vonatkozóan, hogy a térkép LP-vetületben készült. Az illesztés átlagos pontossága 15-20 kilométer. Ennél lényegesen alacsonyabb a hiba az ország középső részén, és egyes, feltehetően Mátyás korában csillagvizsgálókkal rendelkező városok (Bécs, Buda, Várad, Gyulafehérvár), hiba alig vagy egyáltalán nem jelentkezik. A nagyobb, 30 kilométer körüli hibák az ábrázolt terület szélén, az adriai partvidéken, a Száva és a Duna alsó folyása mentén és Erdély keleti készein lépnek fel.

Végül megjegyzem, hogy a vetületi kezdőpont szélességének értéke a metsző paralelkörök megfelelő beállítása esetén érdektelen. A kezdőpont vetületi síkkoordinátáit mindkét irányban zérusnak állítottam be, a ma használatos koordinátákról pedig, amelyek az illesztőpontokon adottak voltak, a felhasznált szoftver automatikusan számított át a fenti paraméterekkel jellemzett ptolemaioszi vetületre. Mivel Lázár térképén vetületi koordinátamegírás nincs, a ptolemaioszi vetített rendszerbeli értékek csak segédváltozók; ezek értéke valóban függ a kezdőpont szélességétől, de következetes paraméterhasználat esetén ennek a térkép mai rendszerekhez való illesztésére nincs hatása.

Összefoglalva, a Lázár térképe számára kidolgozott, több mint 600 pontot tartalmazó illesztőpont-adatbázis felhasználásával megállapítom, hogy a térkép a meridiánban hossztartó kúpvetület (Ptolemaiosz első vetülete) alkalmazásával derékszögű sarkokkal és a vetületi rendszerben vízszintes és függőleges szélekkel georeferálható, átlagosan 15-20, maximálisan 30 kilométer pontossággal, ha a vetület paramétereit az alábbiak szerint adom meg:

$$\Phi_1=0^\circ; \Phi_2=64^\circ; \Lambda_0=90^\circ \text{ (Greenwich-től)}$$

A vetületi kezdőpont szélessége indifferens, vetületi koordinátáit mindkét irányban zérusnak definiáltam. Az illesztőpont-adatbázisban adott földrajzi koordinátákat ebbe a vetületbe átszámítva a térkép lineáris illeszkedési hibája nagyjából megegyezik a mai rendszerekbe (pl. EOVS, UTM) átszámítás esetén alkalmazott kvadratikus illesztés hibájával. Ez arra utal, hogy a fenti vetület lehetett Lázár térképének eredeti vetülete. Amennyiben pedig elfogadjuk azt, hogy ez volt az abban a korban használt „ptolemaioszi” vetület, akkor Lázár térképe közvetett bizonyítékot szolgáltat arra, hogy ezen a két metsző paralelkör az Egyenlítő és az északi sarkkör (vagy az utóbbival esetlegesen megegyező „Thule szélessége”).

A Cassini-féle Franciaország-térképmű (1744) és georeferálása

Cassini III nagy Franciaország-térképe volt a XVIII. század legnagyobb térképészeti projektje, egyben az első olyan munka, amely a mai szemléletünk szerint is topográfiai térképet eredményezett egy teljes országról. Az eredményezett térképmű annyiban is a mai topográfiai munkák elődje, hogy az alkalmazott nagy méretarány (1:86400) miatt a térképezett terület nagyszámú (187 darab) szelvényen ábrázolja, amelyek egységes szelvényhálózatot képeznek. Ez a páratlan gazdagságú adatforrás jól mutatja be Franciaország 1750 körüli természeti és épített állapotát, és természetes kiindulópontja pl. erdészettörténeti (Dupouey et al., 2007) vagy partvonal-változási (Castaings et al., 2011) kutatásoknak is. A Cassini-térkép georeferálását elsőként nagyszámú (kb. 200 ezer) illesztőpont alkalmazásával tették meg, modern vetületekben (a francia nemzeti hálózatként használt NTF/Lambert-zónákban) vett koordináta-értékek és képi koordináták kapcsolatával (Grosso, 2010; Costes et al., 2012; Herrault et al., 2013), a belső torzulásokat elosztó, White és Griffin (1985) által leírt „gumilepedő-modellt” alkalmazva. Az eredmény megtekinthető a *David Rumsey Map Collection* gyűjteményben.

Itt ehelyett egy olyan algoritmust mutatok be, amely az eredeti, Cassini-féle gömbi alapfelület és vetület térinformatikai definícióján alapul, felhasználja a térképmű szelvényrendszerének tulajdonságait, és ezen metaadatok alapján bő két nagyságrenddel kevesebb illesztőponttal, gyakorlatilag a szelvények sarokpontjainak manuális alkalmazásával hasonló pontosságú lineáris georeferálást tesz lehetővé (Timár et al., 2014a). Cassini térképét tekinthetjük az utolsó nagy, gömbi alapfelületű térképműnek. A térkép vetülete a gömbi szélesség-hosszúsági háló egyenközű alkalmazásának transzverzális változata, a Cassini-vetület. A térinformatikai rendszerekben ezt így nem fogjuk megtalálni; a vetülettípust ugyanis Soldner² ellipszoidi



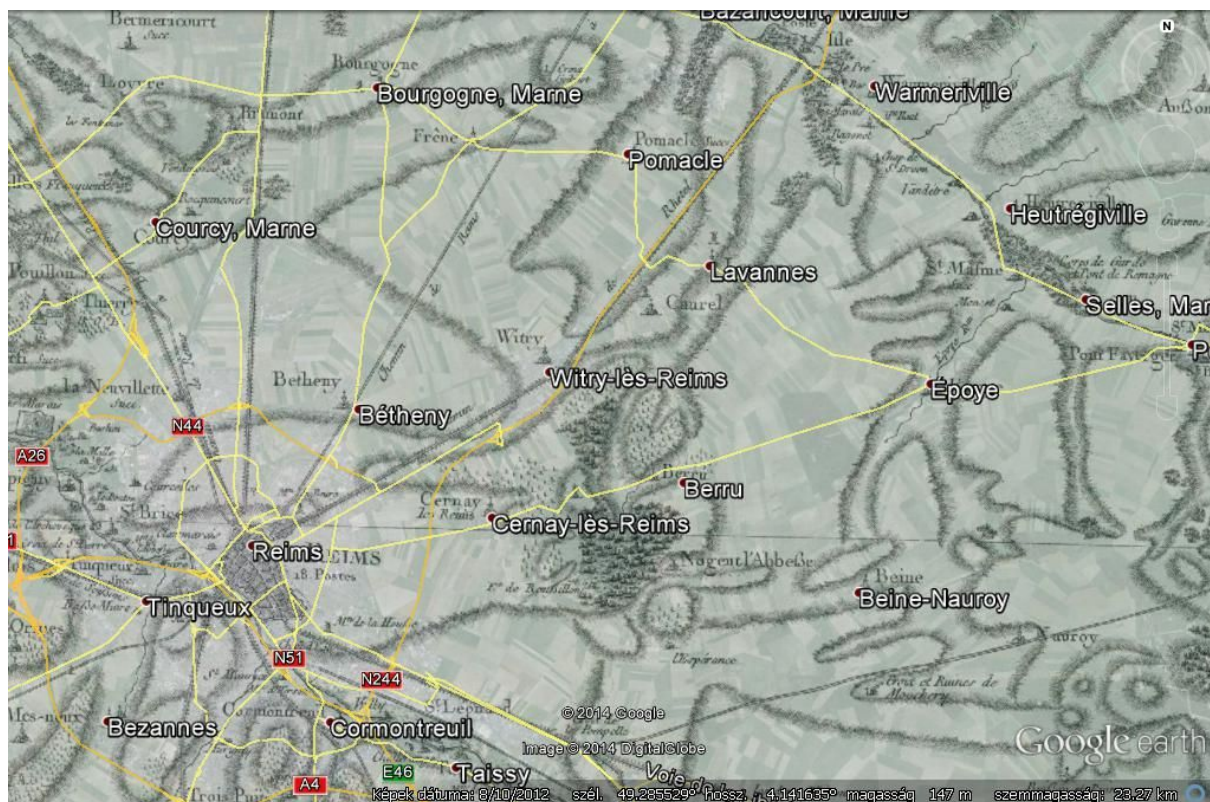
10. ábra. Cassini III és Maraldi (1744) átnézeti térképe sarkában minden információt megtalálunk a gömbi alapfelület méretéről és elhelyezéséről: az egy szélességi fokra eső 57060 toise távolságot és a párizsi obszervatórium földrajzi szélességét.

² Johann Georg von Soldner feltehetően 1810-ben írt kéziratát K. Steuer-Cataster-Commission (1873) közli a 271-274. oldalon.

alapfelületre általánosította, ezért a vetületválasztáskor a „Cassini-Soldner-” vagy a „Soldner-” vetületet választva és ahhoz gömbi alapfelületet rendelve jutunk ehhez a megoldáshoz.

A gömbi alapfelület mérete a Picard (1671) fokméréséből származtatott érték. A két, egymástól egy foknyira levő paralelkör távolsága a meridiánív mentén 57.060 toise (10. ábra). Ha elfogadjuk a toise-méter váltószámként az IGN (*Institute Nationale de l'Information Géographique et Forestière*) által közölt 1,94906 méter értéket (amelyet Clarke, 1867, vizsgálata alapján max 0,2 tizedmilliméter pontossággal tehetünk meg), úgy ez a távolság 111.213 méter, a gömb sugara pedig – ahogy már korábban említettem – 6.372.056 méternek adódik. Feladatunk még e gömb térbeli elhelyezése a Földhöz képest. Szerencsére elérhető a térképműhöz használt kerethálózat adatbázisa és áttekintő térképe; utóbbin a vetületi és geodéziai kezdőpontként alkalmazott párizsi csillagvizsgáló földrajzi szélessége is megtalálható (10. ábra): 48 fok 50 perc 10 másodperc. A hosszúságérték természetesen zérus: ezt alkalmazták kezdőmeridiánként. E pont és Greenwich hosszúságkülönbségére Mugnier (2001) szerint a korai felmérésekben 2 fok 20 perc 13,95 másodperc értéket alkalmaztak, bár megjegyzem, hogy a későbbi háromszögelési összemérés során (Cassini IV et al., 1790) első adatként 2 fok 22 perc 31 másodperc értéket adtak meg. Ezen értékek közt a különbség térképészetileg nagynak tűnik (kb. 3 kilométer kelet-nyugati irányban), azonban ha bármelyik értéket következetesen használjuk, mind a vetület mind a geodéziai alapfelület definíciójakor, az ebből származó eltérés nem éri el az egy métert sem. Az áthidaló Mologyenszkij-transzformáció (Mologyenszkij, 1954) paraméterei az így elhelyezett Cassini-gömb középpontjára: $dX=+11986$ m; $dY=+439$ m; $dZ=-18438$ m. Az ellipszoidi dátum-transzformációkhoz szokott szem elsőre soknak találhatja a dX és dZ értékeket, de ne feledjük: itt gömböt helyezünk el, és e két érték pitagoraszai összege kb. 22 kilométer, ami nagyjából megegyezik a földi egyenlítői és sarki sugár különbségével.

A Cassini(-Soldner)-vetület paramétereiként a csillagvizsgáló korabeli szélességértékét és az említett, Mugnier (2001)-féle hosszúságértéket használom, a vetületi kezdőpont térképi koordinátáinak pedig mindkét irányban zérust adok meg. Az e koordináta-rendszerben megadott síkkoordináták a kelet-nyugati irányban 40.000, észak-déli irányban 25.000 toise kiterjedésű szelvényeken toise egységben meg vannak adva; a csillagvizsgáló a párizsi szelvény középpontjában helyezkedik el. A szelvények sarokpontjait illesztőpontokként definiálva 1000-nél



11. ábra. Az áttetszővé tett Cassini-térkép Google Earth-fedvényként (Timár et al., 2014); így ellenőrizhetjük a földi illesztőpontok nélkül, kizárólag a megbecsült térinformatikai paraméterek alapján a szelvények sarokpontjait felhasználó illesztés pontosságát. A sárga vonalak a Google Earth szerinti mai úthálózat vonalai, a fekete-fehér fedvény a régi térkép.

kevesebb illesztőponttal megoldható a teljes térképmű georeferálása, az elérhető pontosságot a 11. ábrán mutatom be. A maradék hibák nagy része az adott helyeket Párizssal összekötő vektor irányában jelentkezik, vagyis skálahiba. A skálahiba ilyen esetekben az alapvonalmérés hibájának és az alkalmazott hosszúságetalon átszámítási hibájának a szorzata; ha az alapvonalmérést teljesen pontosnak feltételezzük, akkor ez az adat utal az alkalmazott toise-etalon és a méter közötti váltószám fent említett értékének hibájára.

Itt kell megemlítenem azt is, hogy a bemutatott hibák nem a gömbi alapfelület alkalmazásának következményei. Gömbi alapfelületen is lehet szinte teljesen pontosan georeferálható térképet szerkeszteni. A XVIII. század első felében és közepén azonban még a pontosabb észleléseket lehetővé tevő terepi eszközök (a Ramsden-teodolit, a Borda-féle ismétlőkör és a Reichenbach-féle teodolitok) előtt vagyunk, a maradék hibákat tehát célszerűen a terepi szögmérések pontatlansága hatásának tudhatjuk be.

A földrajzi kezdőmeridiánok és a földrajzi hosszúság meghatározása

A Föld tengely körüli forgása miatt a földrajzi szélességben van kitüntetett kezdőpont: a leghosszabb szélességi kör, az Egyenlítő. Már Ptolemaiosz idejében ez volt a nyilvánvaló

„nulla” szélességi fok. A hengerszimmetrikusnak feltételezett földalakok, a gömb, majd a forgási ellipszoid ezzel szemben nem kínál nyilvánvaló kezdő hosszúsági kört: elvileg bármelyiket kijelölhetjük annak; álláspontunk földrajzi hosszúsága ez esetben a kiválasztott meridián síkja és álláspontunk meridiánjának síkja által bezárt szög, a számítás módja mind gömbi, mind ellipszoidi esetben azonos. A gyakorlati alkalmazás számára ez két problémát vet fel, és mindkettő látványosan kíséri végig a geodézia történetét: a kezdőmeridián kijelölését és a földrajzi hosszúságnak a kiválasztott meridiánhoz képest történő meghatározását.

Az első kezdőmeridián a Ptolemaiosz által a korabeli Óvilág, a görög tudománykör számára ismert földfelszín legnyugatabbi pontja, a Kanári-szigetek volt. Ptolemaiosz pontosan tudta, hogy ismeretei és az általa készített „kerethálózat” pontjai csak a Föld felszínének ötödére-hatodára terjednek ki – ám mivel az általa ismert világ „nem ért körbe”, az általa választott megoldás nem okozott semmilyen elvi vagy gyakorlati problémát. A ptolemaioszi rendszerben készült világtérképeken végig ezt a beosztást találjuk, és – a hosszúság-meghatározásnak ebben a korban még elkerülhetetlen hibájával terhelt – így kerültek a hosszúsági adatok az ebből levezetett regionális térképekre is.

A nagy méretetarányú topográfiai térképek esetében a problémát kezdetben azzal kerülték meg, hogy a térkép készítéséhez készített háromszögelési hálózat kiinduló, csillagászati kezdőpontja hosszúságának zérus értéket választottak. Természetesen tudták, hogy a más kezdőponttal és így más kezdőmeridiánnal készített térképek hosszúságbeosztása különböző lesz, azonban ezt egyrészt nem tartották problémának (kezdetben nem tűnt reális igénynek, hogy a francia térképekhez a majdani angol, piemonti vagy osztrák felméréseket hozzáillesszék), és – legalábbis kezdetben – eszközeik sem igazán voltak a hosszúságkülönbségek topográfiai pontosságú meghatározására.

A hosszúságok több ország által azonos módon értelmezett megjelölésének igénye nem is ebből – és nem is kizárólag a szárazföldek tekintetében – fakadt. A nagy felfedezések Kolumbusz utáni hullámában a spanyol és portugál „érdekszférákat” elkülönítő, a nyugati félteke tekintetében 1494-ben Tordesillasban, majd a keleti félteke vonatkozásában 1529-ben Zaragozában kötött szerződések (Herzog, 2015) hosszúsági vonalak mentén különítették el a két tengeri hatalom leendő érdekszféráit – merészen beleértve ebbe az egyébként még fel nem fedezett területeket is. Ha lehet, még ennél is „elméletibb”, és a gyakorlatban ennél is önkényesebben kezelt határvonalak voltak azok, amelyek azokat a vizeket jelölték, ahol az Újvilágból kincseket szállító flották elleni „állami” kalózkodást szerződések tiltották. A mi szempontunkból legérdekesebb az 1634-es párizsi királyi rendelet, melynek előzménye egy, április 25-én a párizsi Arsenalban megtartott gyűlés. Ezen Richelieu bíboros, későbbi főminiszter vezetésével a matematikusok és csillagászok tanácskoztak, és eldöntötték, hogy a Kanári-szigeteken található „Vas-sziget” (spanyolul *El Hierro*, franciául *Île de Fer*; innen kapta Európa-szerte elfogadott nevét: Ferro) legyen a kezdőmeridián. XIII. Lajos ugyanazon év július elején pedig ezt királyi rendeletbe foglalta (Lagarde, 1979). Ugyanez a rendelet szabályozza a

J'ai rendu raison dans le Journal des Sçavants du 7 Juin 1700 de la différence des Méridiens entre Paris & cette Isle établie par le moyen des routiers de Mer, joints aux Observations faites au Cap Verd, quoiqu'éloigné de cette Isle. J'ajouterai seulement à ce que j'ai rapporté dans ce Mémoire que quand même les Observations qui pourront être faites dans la suite se trouveroient éloignées de quelques minutes de ma détermination, qui est de 20 degrés, il me paroîtroit raisonnable de s'en tenir, pour la longitude de Paris, à ce compte rond de 20 degrés, en perfectionnant seulement la longitude de l'Isle de Fer, plutôt que de changer toutes les autres longitudes du Monde, d'autant plus que 20 degrés font précisément la 18^{me}. partie du tour de Terre, & que l'on calculera plus facilement les longitudes des Villes, lesquelles longitudes l'on est obligé de rapporter toujours au Méridien de Paris.

12. ábra. Delisle (1722) leírása, mely javasolja, hogy – bár a valóságos érték ettől eltér – a párizsi és a ferrói kezdőmeridiánok között pontosan 20 fok legyen a definiált különbség.

spanyol és portugál kereskedőhajók számára biztosítandó szabad kereskedelem zónáját is (Gehler, 1831).

Hátra volt még Ferro és a már említett Cassini-féle, 1671-ben elkészült csillagvizsgáló meridiánköre közötti szögekülönbség megállapítása, amelyre elsőként Louis Feuillée minorita szerzetest kérték fel, de mérése a Jupiter-holdak elégtelen észlelése miatt (Feuillée, 1714) nem volt elég pontos. A Párizs és Ferro közötti *nagyjából* 20 fok (valójában csaknem fél fokkal több) különbséget viszont Delisle (1722) megállapította. Javaslata alapján a „Ferrói kezdőmeridiánt” valójában a párizsi meridiántól kerek 20 fokkal nyugatra definiálták (12. ábra). A ferrói délkör tehát valójában fizikailag a párizsinak felel meg, ha a hosszúságértékekből 20 fokot levonunk (Timár, 2007b; Withers, 2017).

Természetesen nem a párizsi, illetve ferrói kezdőmeridián volt az egyetlen, amelyet a XVIII. századtól kezdődően használtak. Ahogy a már említett módon minden háromszögelési kampány a saját kezdőpontját tekintette nullmeridiánnak, így az egyes csillagvizsgálók (illetve egyes esetekben, mint amilyen Bécs: fontosabb tereptárgyak) meridiánköre lett a kezdő délkör: Greenwich, Nápoly, Stockholm, Bécs, Nagyszombat, Buda, Pulkovó; hogy csak néhányat említsünk a nagyon sok európai példából. Ahogy a csillagdak egymás közti hosszúságkülönbségét meghatározták, a fentiek közül a XIX. század közepéig a kontinentális Európa nagy részén, így Franciaországon kívül pl. a Habsburg térképészetben és a német államokban majd az egységes Németországban a ferrói (párizsi) meridiánt használták. Még Oroszországban is, ahol a pulkovói kezdőmeridián volt a topográfiai térképek kezdőhosszúsága, a kereten emellett a párizsi meridiántól való szögtávolságokat is feltüntették. A Brit Birodalom által alkalmazott greenwich-i kezdőmeridián ekkor még elsősorban a

hajózásban volt egyeduralgkodó, és hogy miért, arra a hajók fedélzetén végezhető hosszúság-meghatározás nagy nehézségek árán megszülető módszere ad magyarázatot.

A távoli pontok hosszúságkülönbségének meghatározása az újkorig nem volt pontosan megoldott. Ptolemaiosz módszere ehhez a holdfogyatkozások a különböző álláspontokból azonos abszolút idejűnek feltételezett fázisait használta. A probléma az, hogy a Hold ehhez egyszerűen nincs elég messze, és egy fogyatkozás egyes fázisai akár több perccel is eltérő abszolút időben látszhatnak pl. Európa vagy Ázsia más-más pontjairól. Minthogy pedig egy földrajzi fok eltérés négy (időbeli) perc különbség eredményeként áll elő, ez bizony több fokok hibákat eredményez, amint azt a ptolemaioszi „kerethálózat” pontosságánál már láthattuk.

Azonban a probléma kezelésére mindaddig nem volt más eszközünk, amíg nem találtunk sokkal távolabbi holdakat, amelyek fogyatkozásai már kellően azonos abszolút időben látszanak bármely földi észlelő számára. Ahogy Galilei távcsövével az égre fordította és megtalálta a Jupiter holdjait, észlelte azok fogyatkozásait a Jupiter mögött, rögtön felismerte ezt a lehetőséget. Az általa előre jelzett fogyatkozási idő-táblázatok azonban nem bizonyultak pontosnak. A már említett Giovanni Domenico Cassini, még franciaországi szerződése előtt elegendően pontos táblázatokat szerkesztett (Cassini I, 1668), így – legalábbis olyan pontok között, ahol vagy működött csillagvizsgáló, vagy oda legalább ideiglenesen telepíthető volt (ez egyáltalán nem számított különlegességnek, vö. Hell, 1770) – a földrajzi hosszúságkülönbség megállapíthatóvá vált. Bár a módszer (Cassini I, 1688) a korban szokásos mérnöki tudásnál és eszköztárnál lényegesen jobbat feltételezett, a francia fokmérések során az egyes alappontoknak a párizsi kezdőmeridiántól való kelet-nyugati eltéréseinek meghatározásához sikerrel használták (Cassini II, 1720). Az egy kontinensen fekvő csillagvizsgálók hosszúság-különbségét közvetlen háromszögeléssel is igyekeztek megállapítani (Párizs-Bécs: Cassini III, 1765; Párizs-Greenwich: Cassini IV et al., 1790; Roy, 1790; Kater, 1828). A napóleoni háborúkat követően még olyan módszert is megpróbáltak, hogy köztes pontokban végzett lőpor-robbantások felvillanásának egyidejű észlelésével állapítsanak meg hosszúság-különbséget (Fallon, 1822).

A valódi kihívást azonban a tengeri hosszúság-meghatározás problémája jelentette. Hogyan lehet egy hajó, szükségszerűen imbolygó fedélzetén meghatározni a hosszúsági helyzetet valamely ismert ponthoz képest? 1707-ben egy viharban, ilyen eszköze nem lévén, Sir Cloudesley Shovell admirális, a brit flotta vezérkari főnöke irányt tévesztett és 4 nagy hajója, köztük saját zászlóshajója is, zátonyra futott a Scilly-szigetek mellett, 2000 emberével együtt magát is hullámsírba vesztve. A katasztrófa okát már akkor is nyilvánvalóan a fedélzeti hosszúság-meghatározás megoldatlanságára vezették vissza. A Parlament az eset hatására 1714-ben megalkotta a „Hosszúsági Törvényt” (*Longitude Act*), nagy pénzdíjat állítva a probléma megoldásáért a pályaművek elbírálására felállított bizottság nem kevesebb, mint 114 évig működött (Sobel, 1995).

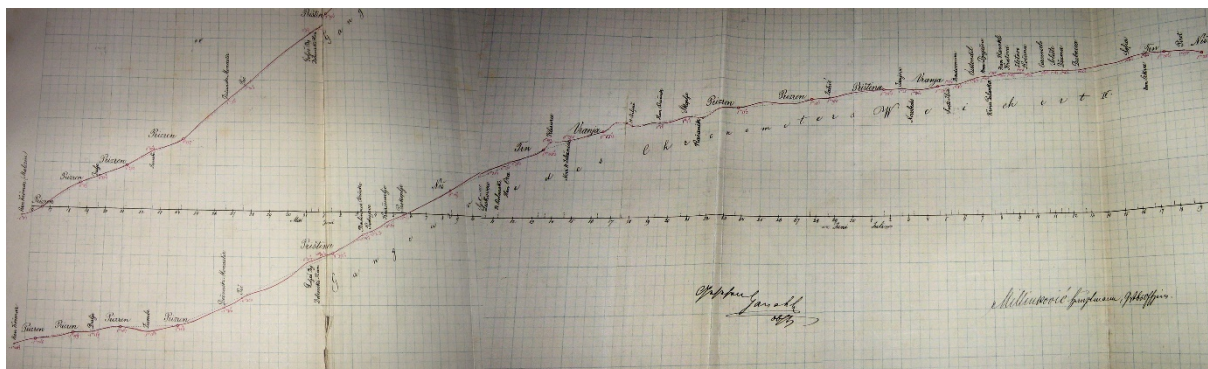
A megoldást a pályázók két irányban keresték, mind Gemma Frisius (1530) két évszázaddal korábbi ötlete alapján: ha tudjuk az abszolút időkülönbséget két pont között, abból a hosszúságkülönbség egyszerű aránypárral megadható. A mechanikai megoldást John Harrison



13. ábra. Cook 1769-es Tahiti-térképének csak a földrajzi fókálózat alkalmazásával georeferált változata Google Earth felületen. A kelet-nyugati irányú hiba a hosszúságmeghatározás korabeli szokásos pontatlanságát mutatja.

a kronométer, a hajók imbolgó fedélzetén is működőképes, mechanikus rugós óra feltalálója adta meg (Harrison, 1767). Ennek egyik változatát James Cook kapitány is az *Endeavour* fedélzetére vihette (Cook kapitánynak az 1769-es Vénusz-áthaladás megfigyelésekor készített Tahiti-térképét a korban jellemző hosszúsági hibával a 13. ábrán mutatom be). A kronométerek azonban nagyon drágák voltak, előállításuk pedig nagyon szűk gyártókapacitásuk mellett is igen időigényes, így az alternatív, csillagászati megoldás, a Nevil Maskelyne királyi csillagász nevéhez fűződő „holdtávolság-módszer” és annak továbbfejlesztései is létjogosultságot nyertek. E módszer lényege bizonyos, a hajók fedélzetéről is észlelhető események, „efemeridák” évkönyvekben (*Nautical Almanac*³; 1767–) előre megjelentetése táblázatos formában, megadva ezek bekövetkeztekor a – hol máshol? – greenwich-i csillagvizsgáló hosszúsági körén érvényes helyi időt (GMT: *Greenwich Mean Time*). Bár ez a módszer (Maskelyne, 1802) is igényelte a helyi idő ismeretét, amely egy hajó fedélzetén nem minden esetben volt pontosan megoldható, az *előző dél óta* eltelt idő (különösen a célkikötőben állva) lényegesen pontosabban volt megbecsülhető, mint a *kiinduló kikötő elhagyása óta* eltelt idő. A módszer eredményeként a tengeri térképek egyre inkább a greenwich-i meridiánhoz képest tüntették fel a hosszúsági fokokat. Így volt ez annak ellenére, hogy a *Nautical Almanac* csak a

³ teljes címe: *The Nautical Almanac and astronomical ephemeris for the year – Published in order of the Commissioners of Longitude*. Elérhető a Google Books® szolgáltatásban.



14. ábra. A Monarchia balkáni háromszögelése során alkalmazott Weichert-kronométer kalibrációs grafikonja (Ganahl és Milinkovič, 1873).

második volt az ilyen típusú kiadványok közt: a franciák a párizsi meridiánra vonatkoztatva már 1679-től kiadják a *Connaissance des temps*⁴ c. éves periodikát.

Amikor az 1884-es washingtoni konferencián nemzetközileg elfogadott, egységes kezdőmeridiánt választottak, már csak Greenwich és Ferro „maradt állva”, mint a fő „tengeri” és mint az „európai szárazföldi” hosszúsági kör. A végül Greenwich győzelméhez vezető kacifántos vita a konferencia jegyzőkönyvében végigkövethető (ICW, 1884).

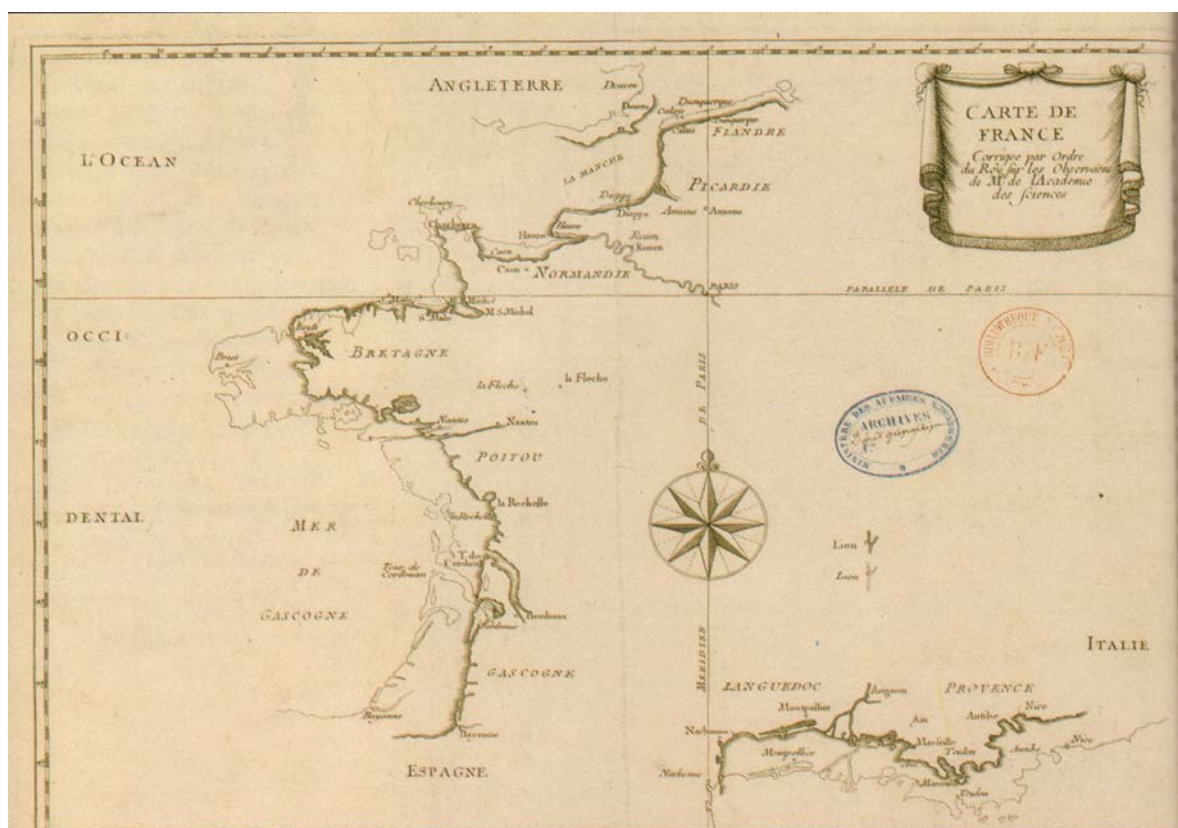
Ebben az időben már a szárazföldi felmérések, pl. a Monarchia Balkán-felmérései (Kovács és Timár, 2010) során is kronométereket használtak a hosszúságok mérésére (14. ábra). A távíró feltalálásával mindazonáltal a szárazföldi egyidejűség biztosítása megoldottá vált (Albrecht, 1869; 1904a), amelyet először a német (Albrecht, 1879) majd a közép-európai hosszúságértékek összehangolására (Albrecht, 1904b) alkalmaztak. Az egyes csillagvizsgálók közti, rádióval támogatott hosszúságkülönbség-mérések a két világháború közötti időszak fontos geodéziai munkáiként történtek meg (pl. Lambert et al., 1938).

Napjainkban a kezdőmeridiánt (IRM; *International Reference Meridian*) már a műholdas észlelésekből és az ezt megalapozó égi kerethálózatból vezetjük le, a Föld forgásának pontos paraméterei ismeretében. A GPS által is használt kezdőmeridián nem is megy át pontosan a greenwich-i csillagvizsgáló Airy-féle főkörén: ennek magyarázatára a IV. fejezetben, az egységes asztrogeodéziai-gravimetriai geoidmodelleknél térek ki.

⁴ 1795-ig *Connaissance des temps* címmel jelent meg, a Francia Akadémia kiadásában, ekkortól az új néven a *Bureau des Longitudes* adja ki, teljes címe *Connaissance des temps, à l'usage des astronomes et des navigateurs*. 1795-1805 között a francia köztársasági időszámítás szerinti évekre (évforduló: szeptember 22.) jelent meg. Elérhető a *Google Books*[®] szolgáltatásban és a *Gallica* adatbázisban.

3.2. Az ellipszoid alak

Mielőtt az ellipszoid alakú Föld tudományos képének formálódását tárgyalnánk, meg kell állapítanunk, hogy a gömb-modell valójában nem volt különösebben rossz, és pusztán a térképészet céljából a lecserélése sem volt feltétlenül indokolt. Mai ismereteink szerint a Föld alakjához legjobban illeszkedő forgási ellipszoid egyenlítői és sarki sugara között kb. 21,5 kilométer a különbség, ami az egyenlítői sugárnak kicsit több, mint 1/300 része. A gömbi alapfelülettel készített Cassini-térképnek az előző fejezet végén tárgyalt pontatlanságait nem a modell pontatlansága okozta: azokat sokkal inkább írhatjuk a korabeli terepi mérési-felvételezési munka pontatlanságai rovására. A korabeli térképkészítők szándéka mindazonáltal érthető: Földünket a legpontosabban igyekeztek feltérképezni, és – annak ellenére, hogy az ellipszoidot használó térképészeti kor elejének vetítési módszerei még távol álltak a területtartóságtól – ebben elsősorban az vezette őket, hogy a térképezett birodalom, esetünkben pl. Franciaország, területét is minél pontosabban meg lehessen határozni. Ez különösen azért volt érdekes, mert az új felmérés jelentősen csökkentette Franciaország térképezett területét (15. ábra; Picard et al., 1693), így a király joggal várhatta el, hogy további hibákra már ne kelljen számítania.



15. ábra. Franciaország térképezett területének csökkenése a Cassini-féle pontos térkép készítésével (vastag vonalak az új, a vékonyabbak a korábbi térképek szerinti partvonalak; Picard et al., 1693).

Amint láthattuk, a gömbi modell elavulását először a fizika, majd a geometria bizonyítékai okozták. A fizikában pedig elsősorban az erő fogalmának a XVII. század második felében történt megjelenése teremtette meg e bizonyítás lehetőségét.

A vonzás fogalma már nagyon régóta ismert volt: az előző fejezet elején már említettük Arisztotelész filozófiájának részeként a különböző sűrűségű anyagok eltérő törekvését a „kozmosz centruma” (az ő értelmezése szerinti földközéppont) irányába. A reneszánsz tudósai egyre célzottabban végeztek erre vonatkozó kísérleteket és elméleti megfontolásokat. Az elsőre Galileit és társait, a másodikra Keplert és csillagász elődeit hozhatjuk fel példaként.

Galilei (1638) témába vágó kísérletei elsősorban a gyorsulás mérését, leírását célozták. Kikövetkeztette, hogy légellenállás hiányában a tárgyak saját súlyuktól nem függő módon, azonos gyorsulással mozognak a Föld felé. Mivel a vizsgált tárgyak túl gyorsan zuhantak (vagy az elérhető építmények magassága volt túl kevés) a pontos mérésekhez, a gyorsulást a lejtőn történő gurítással mérte, igyekeztén minél kisebb súrlódással végezni a kísérleteket. Az eredmény az volt, hogy a testek zuhanási sebessége nőtt, de a növekedés mértéke, a gyorsulás a mérési hibahatáron belül állandó maradt. Az elhajított testek pályája légellenállás nélkül parabola. A légellenállás miatt ennek elsősorban a leszálló ága rövidül (ezek az ismeretek a tűzérségi várostromok korában – nem sokkal vagyunk pl. Buda 1686-os visszavívása előtt – nemcsak tudományos szempontból voltak jelentősek).

Kepler (1619) munkája a megelőző kb. másfél évszázad csillagászati eredményeit foglalta immár matematikailag is leírt, a bolygók mozgását a korábbiaknál sokkal pontosabban előrejelző modellbe. Kopernikusz (Mikołaj Kopernik) heliocentrikus elmélete és Tycho Brahe mai szemmel is szinte „big data”-nak tekinthető mérési eredményhalmaza képezte Kepler munkájának alapját és előzményeit. Ennek eredményeként az 1600-as évek elejére pontosan ismertük a Naprendszer arányait; az egyes bolygópályák ellipsziseinek nagytengelyét, excentricitását, és méretük egymáshoz viszonyított arányait. Amit nem ismertünk – és az 1% pontosságú adatokra még másfél évszázadot várni kellett – az a Naprendszer tényleges mérete volt. Igaz, hogy a hosszúságmértékekben is volt némi káosz ebben az időben, de ezt – lásd Cassini II (1720) összehasonlító fejezeteit – a lehetőségekhez képest profi módon tudták kezelni. Emiatt volt lényeges, hogy Richer elutazzon Cayenne-be (a Föld és a Mars pillanatnyi távolságának parallaktikus méréséhez), ami miatt kiderült az ingaórák járásának függése a földrajzi szélességtől. Bár a kapott adatról ma már tudjuk, hogy szinte valószínűtlenül jó, mintegy 3% pontosságú lett, sokáig nem volt lehetőség az ellenőrzésére. Ezért pezsdíti majd fel a tudományt az 1760-as évek két Vénusz-áthaladása, komolyan befolyásolva a dolgozatban tárgyalt témát, a térképészet geofizikai-geodéziai alapjainak fejlődéstörténetét is.

Egyelőre még 100 évvel ezelőtt vagyunk. Az ingaóra épp, hogy megjelent, és miközben „megbuktatta” a Föld gömb alakjának modelljét, alkalmat adott a gyorsulás minden eddiginél pontosabb megmérésére is. Huygens (1673) az ingaórát bemutató könyvében már kiszámítja, hogy az inga periódusideje azonos az ingahossz fele magasságából leejtett test zuhanási

[12]

AXIOMATA SIVE LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

Projectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohaerendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla tripulum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusque determinationem componitur.

Lex. III.

[13]

Lex. III.

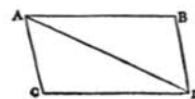
Actioni contrariam semper & aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales & in partes contrarias dirigi.

Quicquid premit vel trahit alterum, tantum ab eo premitur vel trahitur. Siquis lapidem digito premit, premitur & hujus digito a lapide. Si equus lapidem funi allegatum trahit, retrahetur etiam & equus aequaliter in lapidem: nam funis utrinque distentus eodem relaxandi se conatu urgebit Equum versus lapidem, ac lapidem versus equum, tantumque impedit progressum unius quantum promovet progressum alterius. Si corpus aliquod in corpus aliud impingens, motum ejus vi sua quomodocumque mutaverit, idem quoque vicissim in motu proprio eandem mutationem in partem contrariam vi alterius (ob aequalitatem pressionis mutuae) subibit. His actionibus aequales fiunt mutationes non velocitatum sed motuum, (scilicet in corporibus non aliunde impeditis:) Mutationes enim velocitatum, in contrarias itidem partes factae, quia motus aequaliter mutantur, sunt corporibus reciproce proportionales.

Corol. I.

Corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore describere, quo latera separatis.

Si corpus dato tempore, vi sola *M*, ferretur ab *A* ad *B*, & vi sola *N*, ab *A* ad *C*, compleatur parallelogrammum *ABDC*, & vi utraque ferretur id eodem tempore ab *A* ad *D*. Nam quoniam vis *N* agit secundum lineam *AC* ipsi *BD* parallelam, haec vis nihil mutabit velocitatem accedendi ad lineam illam *BD* a vi altera genitam. Accedet igitur corpus eodem tempore ad lineam *BD* sive vis *N* imprimatur, sive non, atque adeo in fine illius temporis reperietur alicubi in linea illa



Digitized by Google

Digitized by Google

16. ábra. Newton első három törvényének eredeti megfogalmazása a Principia első kiadásában (Newton, 1687).

idejével. Így, leheletnyi túlzással, de mondhatjuk, hogy az ingaóra jelenti a gravimetria első eszközét.

Galilei, Kepler és Huygens megfigyeléseit és elméleteit az angol génusz Sir Isaac Newton foglalta egységes rendszerbe. Összefoglaló munkájának (Newton, 1687) zsenialitása nem az, hogy leírja: a testek gyorsulása a köztük levő távolság négyzetének reciprokéval arányos – ez az információ már Kepler törvényeiben is el van rejtve – hanem az erőfogalom absztrakciójának bevezetése (16. ábra), illetve az a rendszer, amely Galilei leejtett tárgyait, Huygens óráját és Kepler bolygóit skálafüggetlenül összekapcsolja (17. ábra; Weinberg, 2015); egybefonva ezáltal az égi és a földi fizikát (Simonyi, 1986). Emellett új és önmagában is nagyon fontos matematikai eszköztárat – a differenciál- és integrálszámítást – definiál az elmélettel kapcsolatos számítások elvégzésére, rögtön példákon mutatva be azt. Példái számunkra fontos módon nagyrészt a különböző geometriai alakzatok (gömb, forgási ellipszoid, gömbhéj, ellipszoid-héj, illetve két dimenzióban végtelen réteg) gravitációs hatásainak kiszámítására irányulnak. Nemcsak megadja a Föld lapult ellipszoidi alakját (18. ábra), de kiszámítja az egyenlítőn az általa formalizált vonzóerő, és a Huygens (1673) által bevezetett centrifugális erő arányát is.

Prop. XVII. Prob. IX.

Posito quod vis centripeta sit reciproce proportionalis quadrato distantiae a centro, & quod vis illius quantitas absoluta sit cognita; requiritur linea quam corpus describit, de loco dato cum data velocitate secundum datam rectam egrediens.

Vis centripeta tendens ad punctum S ea sit quæ corpus p in orbita quavis data pq gyrare faciat, & cognoscatur hujus velocitas in loco p . De loco P secundum lineam PR exeat corpus P cum data velocitate, & mox inde, cogente vi centripeta, deflectat illud in Coniunctionem PQ . Hanc igitur recta PR tanget in P . Tangat itidem recta aliqua pr orbitam pq in p , & si ab S ad eas tangentes demitti intelligantur perpendiculara, erit (per Corol. I. Theor. VIII.) latus rectum Coniunctionis ad latus rect-

17. ábra. A Newton által centripetálisnak nevezett vonzóerő és a keltő tömegtől mért távolság négyzetének reciproka közti arányosság felírása a Principiában (Newton, 1687).

A mai földtudósok számára a Principia III. könyve valóságos kincsesbánya. Olyan jelenségek kvantitatív magyarázatába fog bele, mint a tavaszpont – ma luniszoláris precesszióknak nevezett – hátrálása, vagy épp az árapály. Bár leginkább a felszíni sűrűségből és a sűrűség bányákban lefelé szerinte mutató növekedéséből, de számszerűen helyesen úgy becsüli, hogy a Föld átlagsűrűsége a vízének 5-6-szorosa (a helyes érték 5,51). Meglepően pontos becslést ad a levegő sűrűségére és e sűrűség magassági csökkenésére csakúgy, mint a Jupiter és a Föld sűrűsége közti arányra is.

Az 1687-es Principia a mai olvasónak nem egyszerű olvasmány. Nem elsősorban a latin nyelv miatt (1729-től számos angol fordítása jelent meg), hanem mert alig tartalmaz egyenleteket: illusztrációit a geometria köréből meríti. Ez mai szemmel lehet furcsa, azonban a matematikában ma teljesen megszokott algebrai formalizmus akkor még nagyon gyerekcipőben járt⁵. Newton mindazonáltal bevezeti, hogy a Földnek lapult forgási ellipszoid alakúnak kell lennie – ez az első francia fokmérésekkel, azok hibái miatt, még nem, de az említett lappföldi és egyenlítői expedíciók eredményeivel már összhangban van. Az elmélet és a gyakorlat a mérési hibán egyelőre belül maradón egyezik. Az 1780-as évektől pedig sorra indulnak azok a fokmérések, amelyek célja a forgási ellipszoid nagyságának és alakjának (számszerűleg a fél

⁵ A titkosírás-kódolásban és -visszafejtésben is dolgozó François Viète alig száz évvel korábban helyettesítette először betűkkel az ismeretleneket és paramétereket, de még nem képletekben – azt majd René Descartes teszi meg a század első felében. Még a szorzásjel és az egyenlőségjel is alig ötven-száz éves ekkor (Cajori, 1928). A ma használatos matematikai formalizmust nagyrészt Leonhard Euler vezeti majd be pár évtizeddel később, ahogy pl. Newton II. törvényét is ő fogalmazza meg mai alakjában (Calinger, 2015).

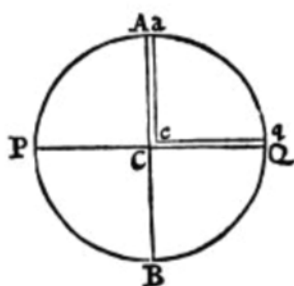
[422]

paulò altior esset sub æquatore quàm ad polos, Maria ad polos iussiderent, & juxta æquatorem ascendendo, ibi omnia inundarent.

Prop. XIX. Prob. II.

Invenire proportionem axis Planetæ ad diametros eidem perpendiculares.

Ad hujus Problematis solutionem requiritur computatio multiplex, quæ facilius exemplis quàm præceptis addiscitur. Inito igitur calculo invenio, per Prop. IV. Lib. I. quod vis centrifuga partium Terræ sub æquatore, ex motu diurno oriunda, sit ad vim gravitatis ut 1 ad 290 $\frac{1}{3}$. Unde si $APBQ$ figuram Terræ designet revolutione Ellipseos circa axem minorem PQ genitam; sitque $ACQca$ canalis aquæ plena, à polo Qq ad centrum Cc , & inde ad æquatorem Aa pergens: debet pondus aquæ in canali crure ACc esse ad pondus aquæ in crure altero QCc ut 291 ad 290, eò quòd



vis centrifuga ex circulari motu orta partem unam è ponderis partibus 291 sustinebit & detrahet, & pondus 290 in altero crure sustinebit partes reliquas. Porro (ex Propositionis XCI. Corollario secundo, Lib. I.) computationem ineundo, invenio quod si Terra constaret ex uniformi materia, motuque omni privaretur, & esset ejus axis PQ ad diametrum AB ut 100 ad 101: gravitas in loco Q in

Terram, foret ad gravitatem in eodem loco Q in Sphæram centro C radio PC vel QC descriptam, ut 126 $\frac{2}{3}$ ad 125 $\frac{2}{3}$. Et eodem argumento gravitas in loco A in Sphæroidem, convolutione Ellipseos $APBQ$ circa axem AB descriptam, est ad gravitatem in eodem loco A in Sphæram centro C radio AC descriptam, ut 125 $\frac{2}{3}$ ad 126 $\frac{2}{3}$. Est autem gravitas in loco A in Terram, media proportionalis inter gravitates in dictam Sphæroidem & Sphæram, propterea quod Sphæ-

18. ábra. A Föld és a bolygók forgási ellipszoid alakja Newton (1687) szerint.

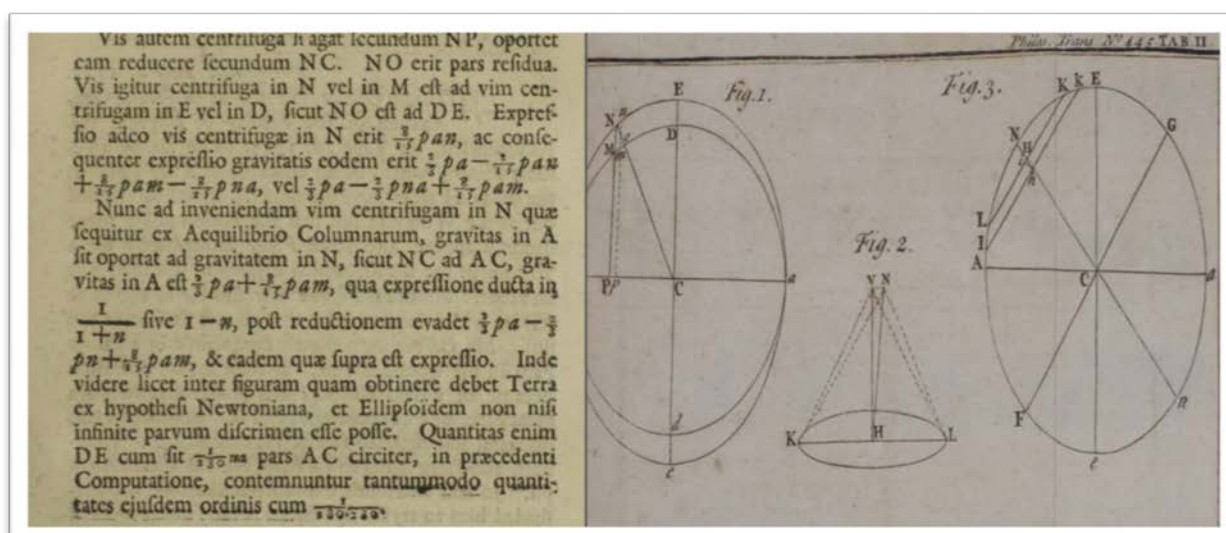
nagy tengelynek és az excentricitásnak vagy a lapultságnak) meghatározása. Semmi akadály az eredmények alkalmazásának a geodéziában és a térképészetben. Geofizikusként ehhez mindenképp hozzá kell, hogy tegyük: Huygens (1690) egy számunkra lényeges ponton még tovább lép Newton elméleténél. Ő mondja ki, hogy a tengerfelszín mindenütt merőleges a nehézségi gyorsulás irányára.

Mielőtt azonban áttekintenénk e gyakorlati cél, az ellipszoid alapfelületen való térképezés megvalósulásának lépéseit, fontos megjegyeznünk, hogy az „ellipszoid-korszak” két szempontból is különleges. Egyrészt az elején, nagyjából a XVIII. század végéig, a gyakorlati térképészetben szinte kizárólag a gömbi alapfelületet használták. Másrészt nagyon korán, már az 1750-es években felvetődött, hogy az ellipszoidi alapfelület sem teljesen pontos. Rogerio Boscovich (1760) már ekkor rámutat, hogy az észak-olaszországi és a dél-franciaországi ívméréseknek – nagyjából azonos szélességeken végezve azokat – azonos távolságot kellene adniuk a meridián egy szélességi foknyi hosszára; a helyzet azonban a hibahatáron túlmutatóan nem ez, ami miatt a hengerszimmetrikus forgási ellipszoid modellje már ekkor (Gauss előtt 70, Bessel előtt 80 évvel!) megkérdőjeleződik. A magyar Zách Xavér Ferenc 1803-ban (!) így ír Barnaba Oriáninak: „...köztudott, hogy Földünknek nagyon szabálytalan alakja van. Ez nem olyan, mint egy narancs, ahogy mondani szokás, hanem egy krumplihoz hasonlít” (Vargáné, 2003).

Boscovich és Zách, mindketten koruk nagy integratív gondolkodóiként viszonylag korán is világosan láthatták ezt, de mire az ellipszoid méret- és alakparamétereit célzó mérések igazán nekiindultak a XIX. század első felében, ez az ismeret kétségkívül megvolt a geodéziai gondolkodásban. Gauss (1828a) munkája után ez már nem is lehetett kérdéses. A mérések tehát a legjobban illeszkedő ellipszoid paramétereit próbálták meghatározni (Bessel, 1837a; Viik, 2007).

A Föld ellipszoidi alakjának kezdetben általánosnak tekintett geometriai paramétereit (fél-nagy tengely és lapultság) az előző alfejezetben már említett meridián-mérésekkel kezdték felmérni és a fokmérések eredményeit felhasználva megbecsülni. Az ilyen felmérésekhez kizárólag a szöghelyesekhez tartozó hosszak megmérésére volt szükség; a felméréseknek gravitációs (a nehézségi gyorsulás megmérésére irányuló) komponense nem volt. A már említett, a párizsi meridián mentén végzett felmérést (Picard, 1670; Cassini II, 1720), hamarosan több másik is követte. A pápai állam területén Rómától Riminiig Maire és Boscovich (1755) végzett fokmérést. Mária Terézia osztrák császárnőnek épp Boscovich javasolta egy osztrák fokmérés elvégzését. Ennek eredményeként 1762-ben Josef Liesganig, a bécsi jezsuita csillagvizsgáló igazgatója vezetésével megkezdődött a bécsi – a morvaországi Brünntől (ma: Brno), délen a horvátországi Varasdig (Varaždin) húzódó (Liesganig, 1768) –, majd a magyarországi Kistelek és (a mai Délvidéken fekvő) Csurog közötti alapvonalmérés (Liesganig, 1770). Hamarosan Európa számos államában elkezdődtek hasonló mérések, amelyek célja, hogy egységes, a francia Cassini-féle térkép mintájára készülhessenek térképek (Cassini III, 1765). A párizsi meridián-mérést megismételték (Cassini III, 1744), a vonalat később Spanyolország irányába meghosszabbították, az eredményeket pedig felhasználták – vagy legalábbis a felhasználásukat tervbe vették – a „méter” tényleges fizikai hosszának korabeli meghatározására (Méchain és Delambre, 1806).

A kezdetben még szabályosnak feltételezett ellipszoid paramétereinek meghatározására – az „oblatum kontra oblongum” (lapult vagy nyújtott ellipszoid) vita eldöntése mellett – igen



19. ábra. A Clairaut-formula, azaz a Föld geometriai és gravitációs lapultsága közötti kapcsolat segédértelének első megfogalmazása (Clairaut, 1738).

fontosnak ígérkezett a Francia Akadémiának az előző fejezetben már említett sarkkörü és egyenlítői fokmérés-párja. Az eredmények valóban bekerültek az ellipszoidok méret- és alak-meghatározásába, de geofizikai szempontból ennél lényegesen többet jelentettek.

Az évekig, a korabeli civilizált világtól teljesen elzártan végzett mérések a résztvevő tudósok szellemi kapacitásának töredékét igényelték. Tapasztalt csillagászoknak az, hogy kijelöljenek két pontot egy meridiánív mentén, majd azok csillagászatiilag meghatározott szélességkülönbségét meghatározzák, tényleges távolságukat pedig háromszögeléssel megmérjék, nem igazán okozott nehézséget, a módszert a párizsi meridián megmérésekor tökéletesen kidolgozták. Mihez kezdhet néhány, a világtól elzárt tudós, ha a napi munkáját pár óra alatt elvégezte?

Az északi expedíció tagja, Alexis Clairaut ugyanúgy tudományos témákon töprengést fordította idejét, mint feltehetően a többiek is. Néhány hónap alatt kidolgozott egy eljárást, amely a tömegvonzási erő Richer (1679) által észlelt szélességi anomáliáit és a Föld feltételezett szabályos forgási ellipszoid alakját kapcsolta össze (Clairaut, 1738; 1743; 19. ábra). A róla elnevezett Clairaut-formula a Föld geometriai és gravitációs lapultságának összefüggését adja meg, természetesen számolva a centrifugális erő hatásával is. Az összefüggés a mintegy fél évszázaddal később bevezetett potenciál-függvények segítségével könnyen belátható és akkor már megalkotható lett volna – Clairaut ezek nélkül is képes volt helyes következtetésre jutni „tudományos száműzetése” idején (amit azért hozzá hasonlóan jeles tudósokkal, pl. az idő egy részében a svéd Celsius professzorral töltött el). A déli expedíció tudósai közül Pierre Bouguer eredményei mérhetőek össze ezzel, azonban az ő következtetései már túlmutatnak az ellipszoid-modellen, így azokat a következő fejezetben ismertetem. Clairaut és Newton inspirációja alapján sorra születtek a saját nehézségi erőterében forgó folyadék ideális alakjára és külső

Pour avoir la différence en longitude, des deux méridiens correspondans aux extrémités de l'arc, nous observerons que u' , V' , $\downarrow$, et ϕ , étant les valeurs de u' , V' , $\downarrow$ et ϕ , à la première extrémité; on a

$$\phi - V' = \frac{a \cdot \left(\frac{du'}{d\downarrow} \right)}{\cos.^2 \downarrow}; \quad \phi - V = \frac{a \cdot \left(\frac{du'}{d\downarrow} \right)}{\cos.^2 \downarrow};$$

mais on a à fort peu près, en négligeant le quarré de ϵ ,

$$\phi - \phi' = \frac{c \cdot \epsilon}{\cos.^2 \downarrow}; \quad c = a \cdot \left(\frac{du'}{d\downarrow} \right) \cdot \text{tang. } \downarrow;$$

on aura donc

$$V - V' = - \frac{a \epsilon}{\cos.^2 \downarrow} \cdot \left\{ \left(\frac{du'}{d\downarrow} \right) \cdot \text{tang. } \downarrow + \left(\frac{d du'}{d\downarrow d\downarrow} \right) \right\};$$

d'où résulte cette équation fort simple,

$$(V - V') \cdot \sin. \downarrow = \pi;$$

ainsi l'on peut par l'observation seule, et indépendamment de la connoissance de la figure de la terre, déterminer la différence en longitude, des méridiens correspondans aux extrémités de l'arc mesuré; et si la valeur de l'angle π est telle que l'on ne puisse pas

20. ábra. A függővonal-elhajlás egyenleteinek első leírása a később, Helmert (1880) által „Laplace-pontoknak” említett pontokon (Laplace, 1799).

gravitációs terére vonatkozó megoldások Maclaurintól (1742) Eulerig (1788) sőt Gaussig (1813); igen részletes összefoglalásukat lásd Todhunter (1873) művében.

Szaporodtak a fokmérések, és hamarosan megkezdődtek a parallelkörök mentén végzett fokmérések is (Struve, 1831) éppúgy, mint a kezdőmeridiánokat kijelölő csillagvizsgálók közötti összekapcsoló háromszögelések (Cassini III, 1765; Cassini IV et al., 1790; Roy, 1790). A felmérések egyre nagyobb területekre terjedtek ki (Juan és Ulloa, 1752; Mason és Dixon, 1768; Everest, 1830; 1847; Struve, 1857). Az összes fokmérés rendszerezett felsorolása egy teljes könyvet tenne ki; szerencsénkre ezt a könyvet az 1880-ig lezárult mérésekről Sadebeck (1881) megírta. Az eredményekből meghatározható félnagy tengely-lapultság párok azonban bizonyos tartományon belül, de eléggé változónak adódtak. Az európai fokmérésekből a Föld alakja leheletnyivel kisebbnek tűnt, mint az indiaiakból, amit az inverz lapultság nagyobb értéke kompenzált. Mai ismereteinkkel pontosan tudhatjuk, hogy a nem teljesen szabályos forgási ellipszoid alakú potenciálfelület dudorait (pl. Európa) és gödreit (pl. India) találták meg ezzel. Ennél érdekesebb, hogy a legjobb koponyák a geoid-fogalom bevezetésével tulajdonképp egyszerre ismerték fel ugyanezt (Airy, 1826; Gauss, 1828a; Bessel, 1837a). Ahhoz, hogy ez kisebb léptékben, a terepi mérések szintjén is nyilvánvalóvá váljon, a háromszögelési hálózatba ún. Laplace-pontok beiktatása volt szükséges. A korábbi felmérések egy csillagvizsgáló csillagászati szélességén (és annak helyi rendszerben zérus hosszúságán), egy alapvonal fizikai hossz-mérésén, egy háromszögoldal azimutjának (csillagászati északi iránnyal bezárt szögének) meghatározásán, és a hálózatba vont pontokon az észlelhető közeli pontok iránya által bezárt

szögek megmérésén alapultak. Ezekből az adatokból valamennyi szögmérési pont (a háromszögháló csúcspontjai) földrajzi koordinátái egy előre meghatározott ellipszoidon kiszámíthatók (Cassini III, 1783; Bessel, 1825). Laplace-pontoknak⁶ azokat a háromszögelési pontokat nevezzük, amelyek ily módon kiszámított háromszögelési, tehát „ellipszoidi” koordinátái mellett azoknak a tényleges csillagászati koordinátáit is meghatározzuk, a ponton valóban elvégzett csillagászati helymeghatározással.

Amint azt az 5. ábrán már láthatjuk, a korai, XVIII. századi fokmérésekben meglehetősen bizonytalanság mutatkozik. Ebből, ahogy említettük, már Boscovich (1739; 1760) is azt feltételezte, hogy a hosszúságtól független, hengerszimmetrikus földalak-modell hamis. Bár ez a következtetés helytálló volt, az eltérést csaknem ugyanilyen mértékben a mérési hibák okozták. Ennek fő oka az volt, hogy a korabeli geodézia egyik axiómájának számított, hogy minél hosszabb az alapvonal (a háromszögelési hálózat fizikailag valóban megmért hosszúságú háromszög-oldala, amely az egész hálózat skálázását biztosítja), annál nagyobb lesz az elérhető pontosság (Viik, 2007). Ez azonban nem volt igaz. Friedrich Wilhelm Bessel német csillagász-geodéta, akit az „ellipszoid-korszak” talán legfőbb alakjának tekinthetünk, az 1830-as években elvégzett kelet-poroszországi (az orosz és az európai hálózatokat összekötő; Struve, 1831) hálózat felmérésekor felismerte, hogy – a hosszúság és a szögmérés nagyon különböző pontossága miatt – a minél rövidebb alapvonal biztosít jobb eredményt (Bessel és Baeyer, 1838). E műve 37. oldalán így ír erről:

„Nincs kétségünk afelől, hogy egy rövidebb alapvonalat ezen eszközökkel nagy pontossággal megsokszorozhatunk (...) és azt a háromszögelési hálózat feltételvizsgálatakor átvihetjük a Galtgarben-Condehnen háromszögoldalra.”

A hagyományos geodézia későbbi, modern gyakorlata már kizárólagosan ezt a módszert használja, az alapvonalmérések és a rájuk épülő háromszögelések pontossága pedig így jelentősen megnőtt.

Mint hogy elfogadottá vált, hogy az ellipszoid-modell nem teljesen pontos, de az is nyilvánvaló volt, hogy ennél bonyolultabb alakzat a kor matematikai-számítási eszköztárával nem kezelhető (még ma sem éri meg térképészeti szinten az ellipszoidnál bonyolultabb alapfelületek használata), a fő cél az ismert fokmérésekkel legjobban összhangban álló ellipszoid-méret és -alak meghatározása vált. Walbeck (1819) finn csillagász volt az első, aki 5 különböző

⁶ Az, hogy ez a gondolat Laplace kiterjedt életművének pontosan mely eleméhez köthető, nehezen kereshető vissza. Ő maga nyilván nem „Laplace-pontoknak” nevezte ezeket, miközben a fogalmat evidenciaként kezelő XX. századi szakirodalom már sehol nem hivatkozik vissza az eredeti forrásműre. A XIX. században azon művekhez érdemes fordulnunk, amelyek a fogalmat, már csak saját témájuk miatt is használják: Helmert (1880) 585. oldalán áttekintést ad e pontok alkalmazásának történetéről. Itt Laplace (1799) művének 117. oldalát (*Mech. Cél. Tome II Livre 3*) jelöli meg eredeti forrásként, hozzátéve, hogy csak a vizsgált meridián két végpontján állapítja meg e szögmértékeket. Ez utóbbi hely tekinthető eredeti forrásnak (20. ábra), Helmert pedig a „Laplace-pontok” névadójának.

Uebersicht der wichtigeren seitherigen Bestimmungen des Erd-Sphäroids.

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	ω	<i>R</i>	<i>M</i>	<i>G</i>
21.	1800 Delambre (1)	6 375653 ^m	6 356564 ^m	19089 ^m	334	6 369284 ^m	7418 ^m 51	57008 ^T 23
	1819 Walbeck (2)	6 376896	6 355833.	21062	302.781	6 369868	7419.85	57009.75
	1830 Schmidt (3)	6 376945.4	6 355520.9	21424.5	297.648	6 369796	7419.91	57008.58
	1830 Airy (4)	6 377490.5	6 356184.3	21306.0	299.33	6 370380	7420.55	57013.73
	1841 Bessel (5)	6 377397.16	6 356078.96	21318.20	299.153	6 370283	7420.44	57013.11
	1856 Clarke (8)	6 377935.8	6 356521.0	21413.8	297.72	6 370790	7421.06	57017.5
	1858 Clarke (10)	6 378293.7	6 356618.0	21675.7	294.26	6 371060	7421.49	57019.3
	1861 Clarke (13)	6 378253.6	6 356614.4	21639.2	294.754	6 371032	7421.43	57018.97
	1863 Clarke (15)	6 378288.2	6 356620.1	21668.1	294.36	6 371057	7421.47	57019.1
	1863 Pratt (16)	6 378245.2	6 356643.3	21601.9	295.26	6 371036	7421.42	57018.5
	1866 Clarke (18)	6 378206.4	6 356583.8	21622.6	294.979	6 370990	7421.37	57019.0
	1868 Fischer (19)	6 378333.3	6 356229.6	22108.7	288.50	6 370960	7421.53	57018.00
	1872 (L.) (20)	(6 377365.0)	(6 355298.0)	(22067.0)	(289.00)	(6 370000)	(7420.40)	(57009.47)

21. ábra. Az 1872-ig definiált forgási ellipszoidok méret- és alakparaméterei (Listing, 1872). A paraméterekben mutatkozó eltérés csak részben írható a mérési és kiegyenlítési hibák számlájára, a különbségek nagy része valós; a szabálytalan geoid-felület okozza.

fokmérés adatainak felhasználásával már a későbbi kiegyenlítési módszerek használatával definiált ellipszoid-méretet és -alakot (Kakkuri, 2001). A legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítés Gauss (1823)-féle publikálását követően ismét Bessel volt az, aki az addigi összes elérhető fokmérési adat felhasználásával globálisan legjobbnak illeszkedő ellipszoid-paramétereket publikált (Bessel, 1837a), majd ezeket – a francia fokmérésekben vétett, és időközben publikált hiba hatását figyelembe véve – kismértékben korrigálta (Bessel, 1842). Ezt az ellipszoidot a II. világháború előtti Európában – a brit szigeteket és a frankofón országokat leszámítva – szinte kizárólagosan használták Portugáliától Oroszorszáig, sőt sok közép-európai országban ma is ezt használják alapfelületnek. Hazánkban az EOVI bevezetése előtt a polgári és kataszteri térképezésben is alapfelületnek számított, és a kataszteri gyakorlatban sok esetben a digitális kataszter bevezetéséig ez maradt használatban.

A britek az Airy-1830, a franciák pedig a Clarke-1880 ellipszoidot használták, míg az indiai szubkontinensen az ottani háromszögelésből levezetett Everest-ellipszoid az alapfelület. Az Egyesült Államokban a Clarke-1866 ellipszoid helyi elhelyezését használták a globális dátumok (lásd a következő fejezetet) bevezetéséig. Ma a térinformatikai rendszereinkben ellipszoid-könyvtárak találunk, benne sok, általában a XIX., és kevés, a XX. században bevezetett ellipszoid adataival. Az első ilyen táblázatot Listing (1872) könyve mutatja be, értelemszerűen csak a megjelenése előtti időszak adatainak felhasználásával (21. ábra).

A szabványosított ellipszoid-adatok megjelenésével megszűnt annak az igénye, hogy a térképezés megkezdésekor, valamiféle fokméréssel vagy fokmérésekkel az alapfelületet is definiálni kelljen. Egy korábban publikált ellipszoid kiválasztásával, annak adatait felhasználva az alapvonal hosszát, a kezdőpont csillagászatilag meghatározott koordinátáit és egy onnan

kiinduló háromszögoldal csillagászati azimutját, továbbá a háromszögelési hálózat szögeit felhasználva a háromszögelési pontok földrajzi koordinátái az adott ellipszoidi alapfelületen kiszámíthatók (Bessel, 1825). A már említett Laplace-pontok miatti kiegyenlítési igény (lásd a következő fejezetet) ezt a számítást bonyolultabbá teszi, azonban kiegyenlítéssel vagy anélkül, az alapfelület feltételezett, választott mérete és alakja ismert, így a skálahibák forrása már csak a (Bessel módszere által lerövidített) alapvonalak hosszmerésének és a felhasznált hosszérték-etalonoknak a hibája marad (Helmert, 1899).

A geodézia „(kiegyenlítetlen) ellipszoid-korszakának” térképészeti vezető szerepe Ausztriáé, a Habsburg Birodalomé. Az előszóban leírt esemény, a francia és osztrák földmérések vezetőinek 1761-es bécsi, szövetségesként történő találkozása, a feltételezhető tudás-transzfer (Liesganig, 1770, francia „hexapède”-t, hat láb hosszú „perui toise”-t használ a bécsi fokmérés során) keretében a Habsburg térképészet hozzájut a *know how*-hoz. Franciaország a forradalommal elveszti tudományos és műszaki vezető szerepét. Az eredetileg francia tudás a napóleoni háborúk után a Habsburg térképészetben szökken szárba (Hofkriegsrathe, 1845): a Habsburg Birodalom második katonai felmérése, és az osztrák felmérés által készített más európai térképek (így a későbbi Olaszország és Románia első nagyméretarányú topográfiai térképművei; Marieni, 1846; Fligely, 1859) a kor, a XIX. század első felének térképészeti csúcsát jelentik. Ennek feltehetően oka az említett tudástranszfer; mert bár a Habsburg Birodalom a kontinentális Európa első három hatalmában ekkor mindig benne van, és ennek megfelelő erőforrásokat tud a célra allokálni, a természettudomány korabeli központja inkább Angliában és – egyre hangsúlyosabban – német földön alakul ki. Dacára annak, hogy a brit térképészet majdnem az osztrákkal egyidőben és lényegesen jobban dokumentáltan (vagy legalábbis ma jobban kereshetően) megkezdte a szigetek felmérését (Roy, 1785; Williams et al., 1795; 1797; Mudge, 1800), az elkészült térképművek minősége – véleményem szerint – nem éri el a hasonló időszak Habsburg-térképeit.

A stafétabot átadása az osztrákoktól a németekhez a térképészetben még fél évszázadot várta magára. Az említett osztrák térképművek (rendszeres összefoglalásukat lásd Kretschmer et al., 2004) alapfelülete minden esetben kiegyenlítetlen ellipszoid. A Habsburg térképészet a XIX. század első felében, az. ún. második katonai felmérés (Hofstätter, 1989; Jankó, 2001; 2007; Timár et al., 2006) időszakában járt egyértelműen a világ élvonalában. Ebben az időszakban a Habsburg Birodalom katonai térképészete nemcsak az ország saját területére, hanem a bármilyen okból ideiglenesen megszállt területekre is elkészítette a geodéziai felmérést és a topográfiai térképeket, bár ezek méretaránya a Birodalmat ábrázoló felmérésénél kisebb volt. Így készült el az 1820–1840-es években az Appennini-félsziget első részletes térképsorozata (Marieni, 1846; Timár et al., 2017a), illetve a krími háború időszakában Havasalföld osztrák felmérése is (Timár, 2008; Bartos-Elekes et al., 2014). A következő pontban a második katonai felmérés során használt földalakmodellt és a felmérés georeferálásának folyamatát mutatom be korábbi munkáim (Timár, 2004; Timár et al., 2006) alapján.

A Habsburg Birodalom második katonai felmérése és annak georeferálása

A második (más néven franciskánus) katonai felmérés az Osztrák-Magyar Monarchia területét érintő térképezések egyik remekműve. Adattartalmát, rajzi elemeit és esztétikumát tekintve is kiemelkedő, s bár a térképezés elhúzódozó jellege (1806–1869) miatt sem tartalmilag, sem technikai kivitelezésében nem egységes, az utóbbi évek tapasztalatai alapján állítható, hogy térképlapjai a mai napig is jól használhatók.

A Habsburg Birodalom katonai vezetése számára a napóleoni háborúk során vált nyilvánvalóvá, hogy az 1780-as évekig felmért és elkészített első (josefianus) katonai felmérés a kor harcászata számára már nem megfelelő. A francia forradalom katonai újítása, a kezdetben önkéntességen, később sorozáson alapuló tömeghadsereg számára részletesebb térképi ábrázolás vált szükségessé. Ezt elsősorban a nagy tömegű seregtestek mozgatásával és utánpótlásával kapcsolatos igények motiválták, de a korábban nem látott embertömegeket érintő ütközetek helyszínválasztásához is fontos volt a terep, a leendő csatatér pontos ismerete.

I. Ferenc császár 1806-ban adta ki azt a kabinetparancsot, amelyben elrendeli a Birodalom területének új térképészeti felmérését. A terep ábrázolásának részletein túlmenően a tervezett, és a következő mintegy fél évszázad alatt elkészített térképmű elsősorban a geodéziai alapok tekintetében jelentett újdonságot. A felmérés idején már rendelkezésre álltak a Joseph Liesganig jezsuita szerzetes által vezetett alapvonal-felmérések, és a második felmérés során támaszkodhattak a Birodalom egyidejűleg készülő első háromszögelésének adataira is (Jankó, 2001). Így a második katonai felmérés térképszelvényei alkotják az első nagyméretarányú topográfiai térképművet, amely a Birodalom teljes területét valamilyen geodéziai alap felhasználásával, meghatározott vetületi utasítás alapján ábrázolja.

A fő geodéziai alappontok koordinátáinak meghatározása csillagászati módszerekkel történt; az alappontok között ezért is találunk csillagvizsgálókat. A térképi síkra Cassini-féle vetülettel tértek át, bár Varga (2002) szerint a vetítésnek az itt alkalmazott módja nem tekinthető tényleges vetületnek a Cassini-féle elv következtelen alkalmazása miatt: az ellipszoidon elképzelt, összefüggő háromszögelési hálózat oldalainak hosszát síkhosszaknak tekintették, a síkháromszögek szögeit pedig az ellipszoidi szögekből húrredukcióval számították. A síkháromszögek szögzárási hibáját egyenletesen osztották szét a háromszögek belső szögei között. Mivel a hosszakat minden irányban redukció nélkül vitték át a síkra, az ábrázolásnak ez a módja nem tekinthető Cassini-féle vetületnek, és nem is egyértelmű, mert a különböző útvonalakon számított koordináták között igen jelentős ellentmondások adódtak. Egy 600 km hosszú geodéziai vonal bizonytalansága kerekén 1 km volt. Emiatt a felmérés koordináta-rendszerét „vetületnélküli rendszer” néven is említik (Varga, 2000; 2002). Megjegyzem ugyanakkor, hogy Cassini III és Maraldi (1744) ugyanezt a módszert alkalmazták, így ha a francia felmérés esetében a Cassini-vetületet jó matematikai modellként fogadtuk el, ugyanezt a Habsburg II. felmérés esetén is megtehetjük.



22. ábra. A második katonai felmérés teljes, georeferált mozaikja (kiegészítve Havasalföld térképével) a MAPIRE honlapon.

A felmérést az eredeti tervek szerint Bécs vetületi kezdőponttal, és e kezdőpontnak megfelelő szelvényezéssel végezték volna el az egész birodalom területén (22. ábra). Később egyértelművé vált, hogy az egységes rendszerben (egyetlen vetületi zónában) elkészítendő térképmű torzításai a birodalom nyugati és keleti határterületein, a bécsi meridiántól távolabb túlzottan nagyok lettek volna (Hofstätter, 1989; Jankó, 2001). Így aztán a bécsi szelvényezés szerint már elkészült tartományok (Alsó- és Felső-Ausztria, Morvaország, Magyarország és Dalmácia) mellett a többi tartományok esetében saját kezdőpontot és szelvényezési rendszert alakítottak ki (Timár et al., 2006). Ezeket az alábbiakban részletesen ismertetem. A viszonylag egységesnek mondható rendszerbe két tartomány, Salzburg és Tirol, nem illeszkedik. E tartományok felmérési szelvényeihez nem rendelhető a terepen állandósított, fizikai vetületi kezdőpont. E tartományok térképezése – mivel a korábbi, első katonai felmérés során azokról nem készült térkép – a kampány elején történt meg, és vetületi kezdőpontként egy, a ténylegesen térképezett területtől messze északra eső, fiktív pont volt (Timár, 2009).

A felmérési szelvények méretaránya a korabeli hosszegységek átszámításával 1:28800-nak, az első felmérés szelvényeivel azonosnak adódik (Strenk, 1992). A felmérési szelvényeken (Lombardia kivételével) koordinátamegírással nem találkozunk. A szelvények sorokba (Sectio) és oszlopokba (Colonne) rendezettek, ezek a számok adják a szelvény azonosítását. A tartományok egy részében (Alsó- és Felső-Ausztria, Lombardia, Velence, Parma, Modena, Magyarország) az oszlopok számozása egységes, a legnyugatabbi oszloptól növekvő módon történik. A többi tartományban a vetületi kezdőponttól keletre és nyugatra növekvő

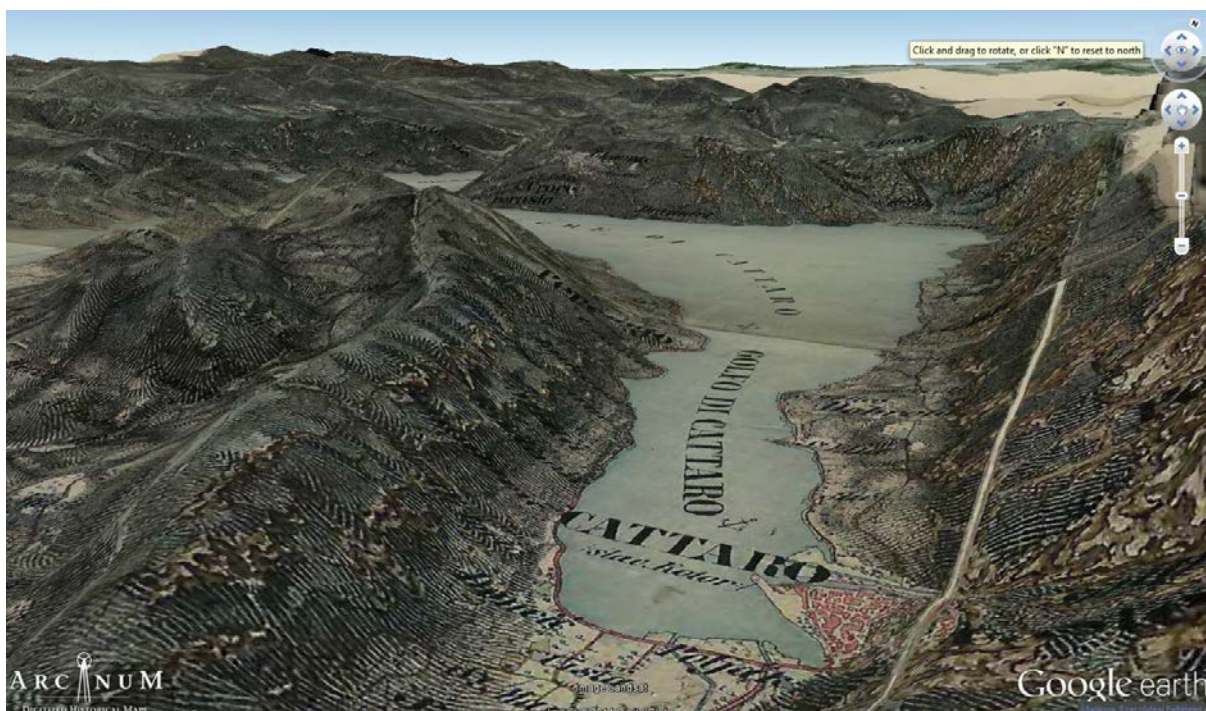
oszlopszámozással találkozunk. Tirol és Salzburg, illetve Lichtenstein jelent kivételt a szelvényazonosítás szempontjából is. E tartományokban az egyes szelvények száma csak az áttekintő térképek segítségével utal a szelvény tényleges földrajzi elhelyezkedésére. Ez utóbbi sajátosság is mutatja e tartományok szelvényeinek a két felméréstípus közötti átmeneti jellegét.

A felmérési szelvények az egységes méretarány megtartása mellett kétféle méretben készültek: 24×16 bécsi hüvelyk (téglalap alakú), illetve 20×20 bécsi hüvelyk (négyzet alakú) kiterjedésben. Az 1. táblázatban megadom, hogy az egyes tartományok szelvényei milyen méretben készültek el. A második felmérés munkálatai 1869-ig tartottak. Ez alatt az idő alatt a Habsburg Birodalom területe több alkalommal megváltozott. Az egyes tartományok ábrázolt kiterjedése a felméréskori határviszonyokat tükrözi, emiatt lényeges a készítési idő. Ezt is az 1. táblázatban foglalom össze:

Tartomány	Felmérés ideje	Szelvényméret
Salzburg	1807-1808	24"×16"
Alsó- és Felső-Ausztria	1809-1818	24"×16"
Tirol, Vorarlberg, Lichtenstein	1816-1821	24"×16"
Lombardia, Velence, Parma, Modena	1818-1829	24"×16"
Magyarország	1819-1869 (megszakításokkal)	24"×16"
Tengermellék (Küstenland)	1821-1824	20"×20"
Stájerország	1821-1836	20"×20"
Illíria	1829-1835	20"×20"
Morvaország és Szilézia	1836-1842	20"×20"
Csehország	1842-1853	20"×20"
Dalmácia	1851-1854	20"×20"
Erdély	1853-1858; 1869-1870	24"×16"
Galícia és Bukovina	1861-1864	20"×20"
Horvátország és Szlavónia	1865-1869	20"×20"

1. táblázat. A második felmérés kivitelezésének időszakai a Habsburg Birodalom egyes tartományaira vonatkozóan, és a felmérési szelvények mérete (Timár et al., 2006; Jankó, 2001, alapján).

A második katonai felmérés során a Habsburg Birodalom területét a fenti 14 tartományra osztották. E tartományok térképei egyedi szelvényezés szerint rendszerezettek. A térképezés



23. ábra. Adatintegráció georeferencia alapján: a Kotori- (korabeli nevén: Cattarói-) öböl a második katonai felmérésen, a domborzati adatok forrása az űrtechnológiával készült SRTM-adatbázis (Farr et al., 2007). A mintegy másfél évszázadnyi különbséggel készült adatok kapcsolatát a közös koordináta-rendszer valósítja meg.

során 8 önálló vetületi rendszert alkalmaztak, amelyeket a 2. táblázatban foglalkok össze. Itt megadom a vetületi kezdőpontoknak Marek (1875) szerint érvényes földrajzi (ellipszoidi) koordinátáit is az alább ismertetett alapfelületen, melyen 8 kezdőponttal egy 8 vetületből álló vetületi rendszert definiáltam. A rendszer minden tagja Cassini-, más terminológia szerint Cassini–Soldner-vetület. A kezdőpontok vetületi koordinátáit minden esetben (0 méter; 0 méter)-nek választottam. A felmérés alapfelülete, vagyis az alkalmazott Föld-modell mérete vonatkozásában kissé ellentmondó adatokkal találkozunk. A szelvények georeferálása során az irodalmi hivatkozások többsége (Varga, 2002; Buffoni et al., 2003) által említett Zách–Oriani-féle hibrid ellipszoidot tekintettem alapfelületnek. Ennek fél nagytengelye 6376130 méter, lapultsága 1/310. Más ellipszoid választása és a paraméterek annak megfelelő következetes kiszámítása esetén az eltérés nem éri el a méteres nagyságrendet. A felmérés geodéziai alappontjainak földrajzi hosszúsága a ferrói kezdőmeridiánra (Timár, 2007b) vonatkozik. A felmérés térképeinek georeferálása során a Ferro–Greenwich különbséget következetesen az ún. Albrecht-féle különbség (Albrecht, 1904b, munkája alapján levezetve) egész szögmásodpercekre kerekített alakjaként, $17^{\circ} 39' 46''$ -nek definiáltam. Abszolút értelemben a ferrói hosszúságok a nagyobbak. Megjegyzem, hogy néhány szögmásodperccel, vagy akár szögperccel eltérő definíció esetén sem tapasztalnánk eltérést a vetületi átszámításokban, ha a különbséget mind a kezdőpontok megadásakor, mind az elhelyezési paraméterek számításakor következetesen alkalmazzuk.

Az ellipszoidnak az egyes tartományi rendszerekben érvényes elhelyezési paramétereit a kezdőpontoknak a Zach-Oriani-ellipszoidon érvényes, illetve a modern rendszerekben ismert koordinátái, valamint az adott pontbeli geoidunduláció-értékek felhasználásával számítottam (Timár et al., 2006). Az elhelyezési paramétereket a 2. táblázatban adom meg.

Kezdőpont	Érvényességi terület	Szélesség	Hosszúság	dX (m)	dY (m)	dZ (m)
Wien-Stephansdom	Alsó- és Felső-Ausztria, Magyarország, Dalmácia, Morvaország, Vorarlberg	48,20910	16,37655	+1752	+243	+580
Gusterberg	Csehország	48,03903	14,13976	+1775	+205	+560
Schöklberg	Stájerország	47,19899	15,46902	+1775	+221	+563
Krimberg	Illíria, Tengermellék	45,92903	14,47423	+1772	+202	+563
Löwenburg	Galícia, Bukovina	49,84889	24,04639	+1718	+192	+654
Vízakna	Erdély	45,84031	24,11297	+1722	+376	+595
Ivanić	Horvátország	45,73924	16,42309	+1782	+218	+556
Milano	Lombardia, Velence, Parma, Modena	45,45944	9,18757	+1260	+500	+991
(virtuális)	Tirol, Salzburg, Lichtenstein	–	–	–	–	–

2. táblázat. A második felmérés Cassini–Soldner-vetületeihez tartozó vetületi kezdőpontok koordinátái a Zach-Oriani ellipszoidon és az ellipszoid elhelyezési paraméterei (Timár et al., 2006).

Említettem, hogy a felmérési szelvényeken (a lombardiai lapok kivételével) semmilyen koordinátamegírás nem szerepel. A georeferenciát ebben az esetben a térképlapok szelvény számozása és a szelvények sarokpontjai hordozzák. A kezdőpontoknak az egyes tartományok szelvényezési rendszerben való elhelyezését a 3. táblázat tartalmazza.

Tartomány	Kezdőpont	A kezdőpont elhelyezkedése a szelvényezésben
Alsó- és Felső-Ausztria, Magyarország	Wien-Stephansdom	A 44. sor 21. oszlop szerinti szelvény középpontjában
Morvaország	Wien-Stephansdom	A 17. sor keleti és a nyugati 1. oszlop szerinti szelvények érintkezési szakaszának felezőpontjában
Dalmácia	Wien-Stephansdom	A -23. sor keleti és a nyugati 1. oszlop szerinti szelvények érintkezési szakaszának északi végpontján
Vorarlberg	Wien-Stephansdom	Mint Alsó- és Felső-Ausztria esetén, de a 0. oszlopot „A”, a -1. oszlopot „B”, innen a további negatív számú oszlopokat az ABC betűivel jelölve
Csehország	Gusterberg	A 23. sor keleti és a nyugati 1. oszlop szerinti szelvények érintkezési szakaszának felezőpontjában
Stájerország	Schöklberg	Az 5. sor keleti és a nyugati 1. oszlop szerinti szelvények érintkezési szakaszának felezőpontjában
Illíria, Tengermellék	Krimberg	A 10. sor keleti és a nyugati 1. oszlop szerinti szelvények érintkezési szakaszának északi végpontján
Galícia, Bukovina	Löwenburg	A 9. sor keleti és a nyugati 1. oszlop szerinti szelvények érintkezési szakaszának északi végpontján
Erdély	Vízakna	A 19. sor keleti és a nyugati 1. oszlopa szerinti szelvények érintkezési szakaszának északi végpontján
Horvátország	Ivanić	A 6. sor keleti és a nyugati 1. oszlopa szerinti érintkezési szakaszának északi végpontján
Lombardia, Velence, Parma, Modena	Milano	Nem szabályos: a 10. sor 4. oszlopa szerinti szelvény északnyugati sarkától 4/5 szelvényt keletre és 5/8 szelvényt délre

3. táblázat. Az egyes tartományok szelvényezési rendszereiben a vetületi kezdőpontok elhelyezkedése (Timár et al., 2006).

A fenti metaadatok ismeretében a felmérés bármely szelvényének sarokponti koordinátái az adott tartományban érvényes térképi koordináta-rendszerben megadhatóak és e koordináta-rendszerek a ma szabványos WGS84 alapfelületi rendszerhez kapcsolhatók. Az egyes szelvények georeferálása így egyszerűen, gyorsan és a térképi tartalomtól függetlenül is elvégezhető. A georeferált szelvények mindegyikének ábrázolásával folytonos és georeferált

mozaik jön létre. Csehország és Dalmácia esetében az elkészült „tartományi mozaikot” kismértékben, néhány szögperccel el kell fordítani, ezzel korrigálva a kerethálózat felmérésekor elkövetett terepi felvételezési hibákat (Veverka és Čechurová, 2003; Timár et al., 2006).

Az eddig ismertetett georeferálási módszer hibáit jelen esetben úgy értelmezhetjük, hogy a módszer segítségével a mai térképekre illesztett korabeli szelvények milyen vízszintes pontossággal illeszkednek egymáshoz; a felismerhető és azonosítható tereptárgyak mennyire esnek egy pontba a régi és mai térképeken? Ezt vizsgálva a második katonai felmérés szelvényeinek georeferálása a fenti módszerrel az ábrázolt terület túlnyomó részén max. 40-50 méter hibával végezhető el. Ez a pontosság csak kiegészítő módszerekkel érhető el Tirol és Salzburg tartományokban (Timár, 2009), illetve – feltehetően, de még nem bizonyítottan a kerethálózat egyes elemeinek hibája miatt – a Bánát területén, a Vaskaputól kb. az Alföld délkeleti részéig.

Maga a szűk értelemben vett második katonai felmérés természetesen csak a Habsburg Birodalom területére terjedt ki, még ha az ország területi kiterjedése – Észak-Olaszországban – változott is a több évtizedes térképezési munka során. A felmérés során alkalmazott technológia felhasználásával azonban, általában kisebb méretarányt alkalmazva, több, határos terület geodéziai munkái és térképei is elkészültek (Fligely, 1859; Kretschmer et al., 2004). A császári hadsereget a korszak több konfliktusában alkalmazták hosszabb-rövidebb beavatkozásokra, és ezek során azonnal megkezdődtek a felmérési munkák is, akár az épp zajló hazai tevékenység felfüggesztésével és az érintett személyzet áthelyezésével. Így történt meg a fent ismertetettel gyakorlatilag azonos technológia alapján az Appennini-félsziget felmérése több lépésben (Marieni, 1846; Kretschmer et al., 2004; Timár et al., 2017a), illetve a krími háború időszakában Havasalföld felmérése (MGI, 1859; Bartos-Elekes et al., 2013; Timár et al., 2014b) is. Ez utóbbinak külön érdekessége, hogy a következő évtizedben a függetlenedő Románia vezetésének megbízásából az elkészült térkép másolata is elkészült: a Szatmári Papp Károly (a román szakirodalomban természetesen Carol Pop Satmari) által elkészített másolat-sorozatot tartják Románia első topográfiai térképének (Bartos-Elekes, 2013).

Hosszmértékek labirintusa, kalibráció és átszámítás

Amikor a Föld alakját akarjuk számszerűsíteni, vagy már a geodéziai hálózatról térképre térünk át, minden esetben valamilyen konkrét mértékegységben kell kifejezni az eredményeket. Esetünkben ez legnagyobb részt a hosszsmértékek körüli zavart jelenti: szerencsére a súlysmértékeknek történetünkben akkora jelentőségük nincs, a szögsmértékekben pedig a metrikus rendszerrel párhuzamosan elkövetett francia próbálkozás: az újfok-rendszer, szerencsére a frankofón országokon kívül nem vert gyökeret, és még azokban is alárendelt maradt. Így e rövid ismertetésben a hosszúság egységeinek kezeléséről, annak történetéről szólok.

Már a görög földméret-meghatározásnál szembesültünk a problémával: a máig – nem kis szerencsével – megőrződött számítási módszer-leírás és eredmények értelmezését megnehezíti, sőt gyakorlatilag lehetetlenné teszi, hogy azok olyan hosszmértékre hivatkoznak, amely a ma használatos mértékegység-rendszerbe nem, vagy csak találgatásokkal számítható át. Ilyen esetben, mint ott látható volt, az elkészült kerethálózat ma ismert fizikai elhelyezkedéséből és méretéből következtethetünk vissza a korabeli hosszmértékre – természetesen a kerethálózat meghatározási hibáival is terhelt.

A hosszmértékek körüli zűrzavar fonalát a modern térképkészítések időszakában, tehát a XVIII. században vesszük fel. Eddigre az egyes „országok” (de gondoljunk csak bele: a német és az olasz egység előtt lévén: mit is jelent *akkoriban* ez a szó!) többé-kevésbé egyesítették mindazt, ami területükön előfordult. Korábban minden piactéren ott volt a „hosszmérték”, általában a templom falába vakolva (24. ábra), hogy ekkora az „irgendwingeni⁷ rőf”, és a kereskedés során bárki ellenőrizhette a rőfös saját mértékét. A szomszéd város rőfje egy kicsit máslyen volt, vagy ott ölben számoltak. Egységes rendszernek nyoma sem volt, az követhető, hogy gyakorlatilag mindenütt volt egy „öl”, egy „láb” és egy „hüvelyk” jellegű hosszmérték, de hogy ez hol mekkora, az természetesen változott. Az országok, birodalmak szuverenitásának lényeges elemévé vált pont a számunkra érdekes időszaktól (és ha belegondolunk: mindmáig), hogy az egységes törvények, az egységes pénz mellett a határokon belül egységes mértékrendszert is garantálni tudjon. A Habsburg Birodalomban például Mária Terézia 1756-ban adta ki az „Allgemeinen Maßpatent” rendeletet.

Kiindulásnak tekinthetjük tehát azt, hogy mire az egyes országok eljutottak a topográfiai térképezés finanszírozásáig, a saját mértékrendszerüket a kor színvonalán már egységesítették. Franciaországban a toise, a Habsburg Birodalomban a bécsi öl, Angliában az ottani birodalmi mértékrendszer (yard, láb; ld. Airy, 1857) már, az országon belül egységesnek tekinthető: van valamilyen etalon és létezik az etalon replikáinak rendszere, biztosítva a replikák minőségellenőrzését is. Ez az országon belül elegendő volt egy felmérési-térképezési kampányhoz: hasonlóan a kezdőmeridián-„szabványhoz”, a hosszmértékek esetében sem jelentett gondot a toise-alapú Cassini-felmérés számára, hogy a szomszéd országokban milyen



24. ábra. A rőf (Elle) etalonja a bécsi Stephansdom falában (Wikimedia).

⁷ kb. „valaholfalvi”

hosszmérték alapján készül térkép, ha ugyan készül. A határokon való kapcsolódás igénye csak jóval később jelentkezett.

Valójában ez esetben pontosan a tudomány, a most tárgyalt földalak-kutatások számítottak a megbízható átszámítási módszer kialakítása motorjának. Amikor még „csak” azt kellett összehasonlítani, hogy a korábbi fokmérések eredménye hogy viszonyul az aktuálisan elvégzethez (Cassini II, 1720), a tét nem volt túl nagy, de már megvolt az igény, hogy valamilyen közös egységbe tudjuk átszámítani az adatokat. Igazi jelentősége akkortól van a konverzió műveletének, amikor a kérdés nem a gömbi földsugar, hanem az ellipszoid alakja; a kiszámításhoz szükséges sok (több) fokmérés egységessége. És itt hálásak lehetünk a francia tudományos dominanciának; az angolokat kivéve senkinek (ez esetünkben az osztrákokat jelentette...) nem jutott eszébe, hogy más mértéket használjon, mint a francia toise, és még az angolok is rögtön megadták a hitelesített átszámítást (Roy, 1790). A Habsburg Birodalomban Josef Liesganig eleve toise-ben végezte a hosszmeréseket, munkája legelején az akkori mértékkel mérve példamutató precizitással egymáshoz kalibrálva a bécsi öl és a francia toise hosszát (Liesganig, 1770).

Az egyetlen megmaradt probléma – amely majd bizony a metrikus rendszerben is fellép –, hogy mennyire hatékony a replikák és az etalon azonosságát célzó rendszer. Liesganig (1770) nem véletlenül említi a „*perui toise*”-t, vagyis azt annak a replikának a hosszát, amelyet La Condamine egyenlítő fokmérő-expedíciója használt. Valóban ez, a később „*toise d’Académie*”-nek nevezett hosszúságegység az, amelybe aztán a többi fokmérés adatait átszámítják. De miért érdekes az, hogy a „toise” mondjuk méterre átszámítva a hatodik, ötödik, vagy akár negyedik tizedesjegyben (utóbbi a tized-milliméter) mekkora? A mindennapi életben – beleértve a XVIII. századnak a földmérést leszámítva *minden* mérnöki vonatkozását is! – ez tényleg nem tűnik fontosnak. De ne feledjük, vagy lapozzuk fel itt: egy fok szögműködés Picard (1671) szerint 57.060 toise; vagyis már az ötödik tizedesjegy több mint egy méter eltérést okozhat ebben. A Föld területének vagy sugarának megadásához és pontos metrikus átszámításához ennél is nagyobb számábrázolási pontosság a kívánatos.

A ma is a világ nagyobbik részén használt metrikus rendszert a francia forradalom után, 1791-ben vezették be⁸, először természetesen csak Franciaországban. Alapegységének, a méternek igyekeztek olyan definíciót találni, amely valamely természeti állandóból levezetett. Elsőnek a Huygens-féle „másodperc-inga” hosszára gondoltak (a mai, az időmértékhez kötött méter korában talán érdekes, hogy a méter definiálására alkotott első ötlet is az időetalonhoz kötődött fizikailag), azonban erről pont a franciák tudhatták legjobban, hogy helyről helyre változó érték. A végleges választás a délköröknek az Egyenlítőtől a pólusig számított hosszának tízmilliomod részére (vagyis a sarkon átmenő földkerület negyvenmilliomod részére) esett. Ez természetesen a fokmérés célzott pontosítását és újraszámolását igényelte (Méchain és Delambre, 1806). A

⁸ Az Alkotmányozó Nemzetgyűlés által tárgyalt javaslat címe: „*Rapport sur le choix d'une unité de mesure: lu à l'Académie des sciences le 19 mars 1791*”.

mérés azonban elhúzódott, és az első méter-etalon („levéltári méter”) még az eredmények beérkezése előtt elkészítették, és azt – bár a mért hosszakból levezetett hosszról kb. 0,02%-kal eltért – később is megtartották (Alder, 2003). Megvolt tehát a mértékegység és az etalon is, nem volt megoldva viszont az etalon nemzetközi alkalmazhatósága (a replikák rendszere) és ennek szervezete.

Ennek hiányában az egyes országok továbbra is a francia forradalom előtti toise-rendszer replikáit használták. Érdekes e szempontból is olvasni pl. Bessel és Baeyer (1838) beszámolóját a kelet-poroszországi felmérésről: az alapvonal hosszát még mindig toise-ben adták meg. Ezt alkalmazták aztán a porosz, majd a német felmérések során is. A méterre átszámítva 13,55 mikron hosszkülönbség (Jordan, 1899) oka még a toise-etalonok hosszkülönbségéből ered, amelyet egyszerűen méterre váltottak (Helmert, 1899)⁹. Az egyes országok, amikor áttértek a metrikus rendszerre, a korábbi, saját mértékegységük és a méter közötti váltószámot hivatalos rendeletben rögzítették (a Monarchia osztrák részén ld. Reichsgesetzblatt, 1872). Épp a geodéziai igények miatt a váltószámot kellően sok tizedesjegyre rögzítették. Ez a definíció azonban csak bizonyos pontosságig alkalmas a korábbi, ill. a Birodalom olaszországi területein alkalmazott, ölben mért hosszak átszámítására (Timár et al., 2017a).

Érdekesség, hogy az egyes országokban használt hosszsmértékeket csak a Monarchia esetében kötötték saját mérések alapján a méterhez. A brit Ordnance Survey ugyanis 1866-ban Southamptonban megszervezte az egyes országok hosszúságetalonjainak egymáshoz kalibrálását (Clarke, 1867; ugyanennek a mérésnek a könyv formátumú, nagyobb terjedelmű változata tartalmaz egy, a Föld alakjára vonatkozó fejezetet, amely a Clarke-1866 ellipszoid méretparamétereit immár méterben is megadta; Clarke, 1866). Ez a rendszer később is hivatkozási alap, nemzetközileg elfogadott adatrendszer maradt (vö. pl. Helmert, 1899). Ausztria (akkor még nem Osztrák-Magyar Monarchia) pedig azért maradt ki ebből, mert bár a bécsi öl etalonját is meghívták a mérésre, az az 1866. évi porosz-osztrák háború miatt késve érkezett meg.

Annak azonban, hogy az országok a metrikus rendszert bevezessék, feltétele volt a replikák rendszerének megteremtése, amelyet a köztudat a franciákhoz köt, a dolog kikényszerítése viszont a Közép-európai fokméréshez (Baeyer, 1861; Ádám és Drewes, 2012), az annak során észlelt – pl. az előző bekezdésben említett – részrendszerek közötti skálahibákhoz kapcsolódik. Az 1870-es évek elején – épp a porosz-francia háború lezárulta és az egységes Németország kikiáltása után – a németek kezükbe vették a dolgot. A francia büszkeség csorbíthatatlanul hagyásával: tehát a métert megtartva és a szükséges adminisztrációt francia földön, Sèvres-ben felállítva, de gyakorlatilag megmondták, hogy mit kell csinálni. Felállt a nemzetközi mérésügyi szervezet (BIPM; *Bureau International des Poids et Mesures*), az ehhez kapcsolt állandó

⁹ A két cikk címe nem véletlenül azonos: a megjelenéskor már elhunyt Jordan cikkére Helmert röviden reagált.

bizottság és a konferenciák rendszere. A szervezet létrehozását rögzítő szerződést, a „méter-konvenciót” 1875-ben 17 alapító tagország írta alá. Elkészítették az új méter-etalon (kialakításánál a magyar Kruspér István elképzeléseit is követve) rögtön harminc példányban, ezek közül az egyiket kinevezték párizsi etalonnak, a többi pedig, kalibrációjukat követően a metrikus konvenció országai kapták meg, nemzeti replikaként. A méter definíciója ezzel elszakadt a Föld alakjától; ehhez az etalonhoz és rendszeréhez kapcsolódott.

A fizika XX. századi fejlődése lehetővé tette, hogy a méter hosszát ismét univerzális állandó(k)hoz kössék. Először a kadmium-, majd a kripton- (^{86}Kr -) fényforrások által kibocsátott jellegzetes hullámhossz valahányszorosaként definiálták a métert, majd – a magyar Bay Zoltán javaslatát (Bay és White, 1973) követve – 1983 óta (a hazai jogrendbe 1991-ben átvéve) a fénysebességhez és a másodperchez kötötték: a fény által a másodperc $1/299.792.458$ része által megtett úthossz lett a definíció. Maga a másodperc is atomi definíciójú. Így a ma használatos definíció ismét (Huygens javaslata után több mint 300 évvel) az időetalonhoz kötött. A métert napjaink mindennapi életében a replikák rendszerén kívül a valódi fizikai etalont tartalmazó lézer-táv mérők és a cézium-atomórával koordinált műholdas navigációs rendszerek valósítják meg.

3.3. A geoid alak

Ahogy azt már a bevezető részben említettem, Földünk alakját ma a középengerszínhez legjobban illeszkedő ekvipotenciális felületként (olyan felület, amelynek pontjain a Föld nehézségi erőterének potenciál-értéke azonos) írjuk le. Ebből következik, hogy ahogy az ellipszoid alakú Föld megértése, leírása és paraméterezése nem lett volna lehetséges az erő fizikai fogalmának bevezetése nélkül, úgy – legalábbis a történetre így utólag visszatekintve – az ellipszoidnál összetettebb modell is feltételezi a potenciál fizikai fogalmának ismeretét.

Egy erőter skalárpotenciáljának fogalmán azt a térbeli függvényt értjük, amelynek parciális deriváltjai az erő által keltett gyorsulás koordináta-tengelyek szerinti komponenseit adják. Más megközelítés szerint egy erőterben két pont potenciálkülönbsége annak a munkának a mennyiségével egyezik meg, amely egy egységnyi tömegű próbatestnek az egyik pontból a másikba történő mozgatásához szükséges. Amennyiben ez a munkamennyiség nem függ a két pont között választott út irányától (hanem csak a két ponttól magától), akkor az erőteret konzervatívnak nevezzük. A nehézségi erőter mindkét eleme (az egyszerűség kedvéért tekintsünk el az időátlagban nulla potenciáltöbbletet okozó árapálykeltő erőktől), a tömegvonzási és a centrifugális erőter is konzervatív; így a nehézségi erőter maga is az. A nehézségi erőter pontjainak abszolút potenciálértékét az egységnyi tömegű próbatestnek a pontból a végtelenbe mozgatásához szükséges munkamennyiségként adjuk meg – más megközelítés szerint épp a végtelenből a pontig történő mozgás munkája ez, de könnyen belátható, hogy a kétféle értelmezés csak előjelében különbözik egymástól.

A potenciál *nevet* (de még nem a fent leírt, mai fogalmat!) Archibald (2003) szerint elsőként Bernoulli (1726) említi meg, majd kiterjedtebben használja összefoglaló hidrodinamikai művében (Bernoulli, 1738). Archibald (2003) szerint a mai értelemben vett potenciál első megfogalmazása Lagrange (1776)¹⁰ munkájához kapcsolódik, majd a gondolatot nem sokkal később (Lagrange, 1777) bővebben is kifejti. E gondolatmenetet folytatva Laplace (1783) az, aki a gondolatot három dimenzióban a gyakorlatba ülteti, definiálja a ma „Laplace-egyenletnek” nevezett differenciálegyenletet (25. ábra), amely tetszőleges potenciálfüggvényre alkalmazható (Howarth, 2017). Bár a fenti munkák már pontosan a mai potenciál-fogalmat használják, magát a potenciálfüggvény nevet pontosan erre a fogalomra Green (1828) használja először (Rouse Ball, 1908).

A potenciálérték, illetve a pontok közötti potenciálkülönbség közvetlenül nem mérhető. Meghatározása összetett mérésekkel, a szintezés és a gravitációs mérések kombinációjával lehetséges. Nem véletlen, hogy az ún. geopotenciális értékek alkalmazása nem terjedt el a mindennapi geodéziai alkalmazásokban (vö. Biró, 1990), és az sem, hogy magának a kitüntetett

¹⁰ Lagrange e munkája 1773-ban érkezett a Francia Királyi Akadémia lapjához és annak az évnek a kötetében szerepel, ezért a szakirodalom egy része 1773-ra datálja azt. Az 1773-as évkönyv viszont 1776-ban jelent meg, ezért itt így szerepeltetem.

PREMIÈRE PARTIE, LIVRE II.

157

mais on a

$$0 = \left(\frac{dd\phi}{dx^2} \right) + \left(\frac{dd\phi}{dy^2} \right) + \left(\frac{dd\phi}{dz^2} \right);$$

on aura donc pareillement

$$0 = \left(\frac{ddV}{dx^2} \right) + \left(\frac{ddV}{dy^2} \right) + \left(\frac{ddV}{dz^2} \right); \quad (\mathcal{A})$$

cette équation remarquable nous sera de la plus grande utilité dans la théorie de la figure des corps célestes. On peut lui donner d'autres formes plus commodes dans diverses circonstances; concevons, par exemple, que de l'origine des coordonnées, on mène au point attiré, un rayon que nous nommerons r ; soit θ l'angle que ce rayon fait avec l'axe des x , et ϖ l'angle que le plan formé par r et par cet axe, fait avec le plan des x et des y ; on aura

$$x = r \cdot \cos. \theta; \quad y = r \cdot \sin. \theta \cdot \cos. \varpi; \quad z = r \cdot \sin. \theta \cdot \sin. \varpi;$$

d'où l'on tire

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad \cos. \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \quad \text{tang. } \varpi = \frac{z}{y};$$

25. ábra. A Laplace-egyenlet eredetileg közölt formájában (Laplace, 1798-99; az 1784-es mű utánközlése).

helyzetű potenciálfelületnek a térbeli elhelyezése is épp csak a legutóbbi évtizedekben lett megoldott probléma és jutott gyakorlati jelentőséghez. A XX. század közepe előtt a potenciálfelület és az ellipszoid függőleges eltérését (az ún. geoidundulációt) közvetlenül nem is használták; valójában a potenciálfelületre merőleges irány (a helyi függőleges) és az ellipszoidfelületre az adott pontban állított merőleges szögműködése volt az, amelyet meg lehetett határozni. E fejezetben leginkább e szögműködés, az ún. függővonal-elhajlás felismerésével, meghatározásával és alkalmazásával foglalkozom.

A függővonal-elhajlás lehetőségének felismerése – sőt első megmérése is – Pierre Bouguer (1749) nevéhez fűződik. Bouguer a La Condamine-féle egyenlítői fokmérés résztvevőjeként felismerte, hogy az Andok nagy csúcsai (Chimborazo, Cotopaxi) mindenképp nagy tömegűek, így – a Newton-féle tömegvonzási törvénynek megfelelően – önállóan, a Föld tömegétől függetlenül is vonzó hatást gyakorolnak a közeli testekre. Bouguer megkísérelte megmérni az ebből származó hatást úgy, hogy a hegység közelében, a tengerparton és a két előbbi hely között, egy fennsíkon is megmérte a csillagok zenittávolságában adódó különbségeket, olyan pontokon, amelyek egymáshoz képest vett helyzetét háromszögeléssel meghatározta. Az így adódó különbségek azonban lényegesen kisebbek annál, amit a hegyek és a Föld térfogata és elhelyezkedése indokolna, ha sűrűségük azonos lenne (26. ábra). Ebből a jelentés legvégén (76. és 77. pont) azt a következtetést vonja le, hogy a Föld sűrűsége lefelé növekszik – amit már

63. Il n'est pas nécessaire, ce me semble, d'insister davantage sur tout ceci, ce que je viens de dire suffit, pour montrer qu'on peut toujours découvrir aisément l'effet de l'attraction, s'il est vrai que cette force ait lieu. Mais le droit de M. Newton est tel, que c'est assez pour l'établir, qu'il soit justifié une seule fois; au lieu que l'observation peut manquer dix & vingt fois, sans qu'on en puisse rien conclure contre les attractions. La plupart des montagnes contiennent des concavités qui diminuent extrêmement leur masse; & indépendamment de cela, il se peut faire que le Globe terrestre soit 7 à 8 fois plus dense à proportion que les montagnes qui le sont le plus, & qui sont entièrement solides, & il pourroit même l'être 15 ou 16 fois & ne contenir que des matieres métalliques de l'espece de celles que nous connoissons. Le Pérou est vraisemblablement, comme je l'ai déjà dit, l'endroit du Monde où les montagnes ont le plus de hauteur, & cependant il n'y en a que très-peu où l'on puisse faire l'observation, avec quelque apparence de succès. Il est vrai aussi que presque toutes ont été sujettes à quelque eruption de flammes, & que c'est la plus forte raison d'exclusion. Quoique je
n'aye

26. ábra. Bouguer (1749: 376. o.) felismeri, hogy a Kordillerák hegyeinek sűrűsége jóval kisebb mint a teljes Földé.

Newton is valószínűsített. Bouguer (1749) ezzel Pratt (1854; 1871) és Airy (1855) előtt több mint egy évszázaddal geofizikailag később helyesnek bizonyuló magyarázatot ad arra, hogy a „csillagászati” és a „háromszögelési” úton meghatározott pozíciót miért befolyásolják kisebb mértékben a hegyek, mint az pusztán a térfogatukból következne. Bouguer-től függetlenül, pusztán a meridiánívek hosszának földrajzi hosszúságfüggéséből Boscovich (1739) hasonló következtetésre jut (munkáját részletesebben ismerteti Passi et al., 1744).

A hegyeknek a helyi függőlegesre gyakorolt hatását a későbbiekben más tudósok is vizsgálták. Nevil Maskelyne (1776) királyi csillagász egy skóciai hegy szomszédságában, Zách (1814) pedig a francia Alpokban végzett erre irányuló vizsgálatokat. Az izosztázia lehetőségétől és koncepciójától függetlenül nyilvánvalóvá vált, hogy a helyi függőleges el fog térni a felszín-közeli extra tömegek hatására az ellipszoid normálisától. Ha pedig elfogadjuk – márpedig

elfogadták – hogy a Föld elméleti alakját – Huygens (1690) definíciójának megfelelően – a tengerszint képezi, akkor nyilvánvaló, hogy a tengerparti hegyek bizony azt is „megdöntik”, még ha csak kicsiny mértékben is. A Föld alakja már csak ezért sem lehet pontosan forgási ellipszoid. Természetes, hogy az említett Airy (1855) és Pratt (1854) által vizsgált, az indiai szubkontinens háromszögelésében a Himalája miatt fellépő függővonal-elhajlások (amelynek az izosztázia elmélete nem a létezését, hanem a várthoz képest *kisebb mértékét* magyarázta meg) is ugyanennek a jelenségnek a következményei. Mire azonban az Everest-féle indiai háromszögelés eljut idáig, Európában már kialakul a geoid-fogalom.

Az 1820-as évek második felében a már igen jó nevű matematikust és csillagászt, Carl Friedrich Gausst megbízzák, hogy készítse elő Szászország térképezését (még jóval a német egység előtt vagyunk), készítsen el egy geodéziai kerethálózatot. Szászország akkoriban igen érdekes alakú volt: nagyjából a mai Szászország, Szász-Anhalt és Alsó-Szászország tartományokat tartalmazva az Érchegységtől (cseh határ) a brémai tengerpartig húzódott, közepén az északi német területek legmagasabb csúcsával, a Harz-hegységbeli Brockennel. Gauss úgy lehetett a

— 73 —

Unterschied, von dem doch jedenfalls nur ein kleiner Theil dem Instrumente und den in der Rechnung gebrauchten Declinationen zur Last fallen kann. Die Vergleichung des Breitenunterschiedes zwischen Altona und dem Brocken mit der Krümmung, welche dem sich der Erde im Ganzen am besten anschliessenden Sphäroid entspricht, würde daher eine Abweichung von 16" geben.

Nach unserm Dafürhalten betrachtet man diesen Gegenstand aus einem falschen Gesichtspunkte, wenn man bei solchen Erscheinungen immer nur von Localablenkungen der Lothlinie spricht, und sie also gleichsam nur als einzelne Ausnahmen ansieht. Was wir im geometrischen Sinn Oberfläche der Erde nennen, ist nichts anderes als diejenige Fläche, welche überall die Richtung der Schwere senkrecht schneidet, und von der die Oberfläche des Weltmeers einen Theil ausmacht. Die Richtung der Schwere an jedem Punkte wird aber durch die Gestalt des festen Theils der Erde und seine ungleiche Dichtigkeit bestimmt, und an der äussern Rinde der Erde, von der allein wir etwas wissen, zeigt sich diese Gestalt und Dichtigkeit als höchst unregelmässig; die Unregelmässigkeit der Dichtigkeit mag sich leicht noch ziemlich tief unter die äussere Rinde erstrecken, und entzieht sich ganz unsern Berechnungen, zu welchen fast alle Data fehlen. Die geometrische Oberfläche ist das Product der Gesamtwirkung dieser ungleich vertheilten Elemente, und anstatt vorkommende unzweideutige Beweise der Unregelmässigkeit befremdend zu finden, scheint es eher zu bewundern, dass sie nicht noch grösser ist. Wären die astronomischen Beobachtungen einer zehn- oder hundertmahl grössern Genauigkeit fähig, als sie gegenwärtig haben, so würden sie diese Unregelmässigkeit ohne Zweifel überall nachweisen.

27. ábra. A Föld potenciálméleti alakjának (a később, Listing által "geoid"-nak nevezett felszínnek) az első szabatos leírása Gauss (1828a) munkájában. Fordítása a szövegben.

feladattal, mint a lappföldi és perui francia fokmérők: tudományosan biztosan nem kötötte le a kapacitásait (Kehlmann, 2005). Ezekben az években számos – nem feltétlenül a földméréssel kapcsolatos – publikációt jelentetett meg. Aztán 1828-ban beszámolt a szász földmérésről is (Gauss, 1828a), és ennek 73. oldalán megadja annak magyarázatát, hogy miért „lötyögnek” a fölmért pontok és azt is, hogy a Föld különböző helyein végzett fokmérések miért térnek el egy adott, elméleti, de legjobban illeszkedő ellipszoidtól (27. ábra):

„Véleményünk szerint rossz oldalról vizsgáljuk e jelenséget, amikor csak a függővonal helyi eltéréseiről beszélünk, és ezeket helyi kivételeknek tekintjük. Geometriai szempontból a Föld felszíne nem más, mint az a felület, amely mindenütt merőleges a helyi nehézségi erővonalra, és amelynek a tengerek felszíne egy részét alkotja. A nehézségi erő irányát azonban minden pontban a teljes földtömeg és annak változó sűrűsége adja. A külső földrétegekben, amelyekről szintén hiányos a tudásunk, a sűrűség nagyon szabálytalan, és ez lefelé is folytatódik, megnehezítve a számításainkat, hiszen ahhoz szinte minden adatunk hiányzik. A geometriai alak ezen kiegyenlítő hatások összességének eredménye. Ahelyett, hogy furcsállanánk a szabálytalanság egyértelmű bizonyítékait, inkább azon csodálkozhatunk, hogy a hatás nem nagyobb. Ha csillagászati méréseink tízszer vagy százszor pontosabbak lennének, e szabálytalanságokat kétségtelenül mindenütt meghatározhatnánk.”

Igaza lett, de az eredményre sokáig kellett várnunk, és végül először nem is a csillagászat szolgáltatta azt.

Hogy a dolog ne maradjon megoldatlanul, rögtön egy korábban általa már publikált (és többek, így pl. a francia Legendre, 1806, által is vitatott elsőségű) eljárást, a legkisebb négyzetek módszerét (Gauss, 1823) javasolja a pontok végleges koordinátáinak meghatározására. Gauss stílusa persze leginkább a matematikában jártas olvasónak volt érthető, így a módszert a hozzáértő csillagászok már használták, de a világos műszaki utasításokat kedvelő földmérő mérnököknek még majd' négy évtizedet várniuk kellett rá. Az 1870-es években aztán a feltörekvő német geodéziai tudomány egyik legnagyobb alakja, a fiatal – de már aacheni professzor! – Friedrich Robert Helmert fogalmazza meg és kanonizálja ezzel a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazását a geodéziai hálózatok kiegyenlítésében (Helmert, 1872).

Az 1872-es év más szempontból is egyfajta mérföldkő a földalak történetében. Gauss korábbi göttingeni doktorandusza, Johann Benedikt Listing, korábban már idézett munkájának 9. oldalán először használja a „geoid” kifejezést mindarra a fogalom(csoport)ra, amelyet Gauss és Bessel már bevezetett (28 ábra; Listing, 1872):

„A Föld korábban definiált matematikai alakját, amelynek a tengerfelszín egy részét képezi, nevezzük a Föld geoid-alakjának vagy röviden geoidnak. A második felületet, amely egyszerű matematikai kifejezéssel adható meg, és amely méretében és alakjában a lehető legközelebb áll a geoidhoz, nevezzük szferoidnak. E névadással elkerülhetjük az egyszerű „matematikai felszín” kifejezés használatából adódó félreértéseket.”

Es kommen also in unserer Frage zwei mathematische Flächen zur Sprache, beide im Allgemeinen von sphäroidischer Gestalt, die eine jedoch vergleichungsweise mehr von physischer, die andere mehr von abstract mathematischer Bedeutung. Wir werden die vorhin definirte mathematische Oberfläche der Erde, von welcher die Oberfläche des Oceans einen Theil bildet, die geoidische Fläche der Erde oder das Geoid nennen, und für die zweite Fläche, die durch einen einfachen mathematischen Ausdruck

10

darstellbar, in Form und Grösse sich möglichst nahe an das Geoid anschliessen soll, die Benennung Sphäroid reserviren. Diese Namen dienen füglich Verwechselungen vorzubeugen, welche durch den Gebrauch des Ausdruckes »mathematische Oberfläche«, der nicht minder oft auf die zweite als auf die erste Fläche angewendet worden, fast unvermeidlich sind.

28. ábra. A "geoid" kifejezés első említése és magyarázata Listing (1872) munkájában. Fordítása a szövegben.

Az ellipszoidok térbeli elhelyezését a geodéziai kerethálózatok biztosítják. Ahogy azt korábban említettem, a háromszögelési hálózatokat, mind gömbi, mind ellipszoidi alapfelületen egy csillagvizsgáló (ez általában a hálózat „kezdőpontja” vagy „fundamentális pontja”) csillagászati pozíciója, az alapvonal megmért fizikai hossza, egy háromszögoldal megmért csillagászati irányszöge és a háromszögelési pontokról látható más háromszögelési pontok között észlelt irányok alkalmazásával állítják fel. A végeredmény egy olyan ponthalmaz, amelyek a terepen fizikailag állandósítottak, és a fenti adatok alapján meghatározták azok ellipszoidi (vagy korábbi esetben gömbi) koordinátáit. Ez az alakzat térben úgy helyezkedik el, hogy a hálózat csillagászatilag meghatározott alappontján, *tehát egyetlen ponton* az alapfelületet (gömb vagy ellipszoid) a valódi geoidfelülethez¹¹ hozzáillesztjük. Ehhez a művelethez a geoid alakot nem kell ismernünk, sőt a geoid létének ismerete sem szükséges. Az alapfelület geometriai középpontja valahová a Föld tömegközéppontja közelébe kerül, de azt bizonyosan nem fogja „eltalálni”. Az eltérés mértéke attól függ, hogy a geoid a hálózati kezdőpont környékén milyen

¹¹ Valójában nem a tengerszinti, hanem a csillagászati alappont magasságában levő potenciálfelülethez, de az ebből származó hiba bőven kisebb, mint aminek hatását a térképek pontosságán észrevehetnénk.

„dőlést” mutat (a geodéták ezt nevezik függővonal-elhajlásnak), illetve hogy a választott alapfelület mennyire pontosan illeszkedik a Föld valódi alakjához. A két középpont térbeli távolsága gömbi esetekben (lásd a Cassini-térképről szóló esettanulmányt az 3.1. alfejezetben) 10 kilométer körüli, a korai ellipszoidok esetében néhány száz métertől kb. 2 kilométer értékig terjed.

A Laplace-pontok alkalmazása (vagyis, ahogy az előző fejezetben írtam: a hálózat egyes pontjain a háromszögeléssel kapott „ellipszoidi” koordináták mellett, azoktól függetlenül a csillagászati koordináták és azimut közvetlen meghatározása ugyanezen pontokban) ebbe a rendszerbe első közelítésben zavart vitt. A zavar oka, hogy a Föld potenciálfelületei a valóságban nem pontosan gömb vagy forgási ellipszoid alakúak, *miközben a fent ismertetett módszerek azt annak feltételezik*. A Gauss–Helmert-féle kiegyenlítés lényege az, hogy a pontok véglegesített ellipszoidi koordinátáit úgy határozzák meg, hogy az előre meghatározott méretű ellipszoidhoz képest számított függővonal-elhajlások négyzetösszege minimális legyen (Helmert, 1872). Geometriailag ez azt jelenti, hogy a kiválasztott méretű ellipszoidot a geoidhoz simítjuk: de már nem egyetlen ponthoz, hanem *a kiegyenlített hálózat által kijelölt geoidfelület-darabhoz*. Az így kiegyenlített hálózatok által megvalósított ellipszoidok középpontja a Föld tömegközéppontjától a korábbiakhoz képest kevésbé tér el; ennek oka azonban csak kisebb részben a módszerből következő pontosság, sokkal inkább az, hogy mire e módszert alkalmazni kezdik (a XIX. század legvégén és a XX. században) addigra a valódi földalakhoz a korábbiaknál globálisan jobban illeszkedő ellipszoidokat használtak. Az eltérés mértéke a Bessel-ellipszoid (Bessel, 1842; Listing, 1872) alkalmazása esetén Európában 500 méter körüli, de a XX. századi ellipszoidok európai alkalmazása esetén ritkán haladja meg a 150 métert. Magyarországon a Varsói Szerződés idején alkalmazott rendszerben átlagosan 123 méter, az EOVS alapfelülete esetén átlagosan 85 méter az ebből származó horizontális eltérés a WGS84 alapfelülethez képest (Timár et al., 2002; 2003).

Amikor az alapfelületnek nemcsak a mérete, hanem a térbeli elhelyezése is ismert, már nem egyszerűen ellipszoidnak (vagy korábban: gömbnek) nevezzük, hanem geodéziai dátumnak (nem keverendő az időpontokhoz tartozó *dátum* szóval). Ahhoz, hogy a történeti térképeket a mai koordináta-rendszerekbe illeszteni tudjuk, ismernünk kell alapfelületeik ilyen térbeli helyzetét is, vagyis a geodéziai dátumot is.

A geodézia valójában, ahogy azt a fentiekben láthattuk, eddig a pontig „működőképes” a geoid helyzetének pontos ismerete nélkül is. A háromszögelési hálózat felállításához nem szükséges a geoid ismerete. Nem szükséges a kiegyenlítés elvégzéséhez sem. Az eredményként előálló térkép (lásd e fejezet végén a német-porosz topográfiai térképsorozat bemutatását) adott méretarányon pontosabb már nem is lehet. Mindazonáltal a XIX. század közepétől először a geoidalak-meghatározás fizikai módszerei, majd – részben a szintezési eredmények értelmezése, tehát a geodézia „harmadik dimenziója” által támasztott igény miatt az asztrogeodéziai módszerek képezték a geodézia fő kutatási irányait. Az első irány Stokes (1849), a második Helmert (1880) eredményeivel kezdődött.

A kutatások végső célja a geoid feltérképezése volt. Ennek megvalósításához először is szükség volt olyan eszköz(ök)re, amelyekkel a geoid pozícióját adott helyen – természetesen főként a szárazföldeken, hisz a tengerfelszín azzal többé-kevésbé egybeesik – meg lehet határozni. De szükség volt arra a leírási módra is, amely alkalmas az eredmény magassági értelemben történő megjelenítésére. Ennek legnyilvánvalóbb módja a földrajzi tereptárgyak tengerszint feletti magasságának megadása, a geodéziában azonban a matematikai földalak Listing (1872) által geoidra és szferoidra javasolt szétválasztása eredményeként a geoid és az azt közelítő ellipszoid közötti, pontról pontra változó magasságkülönbség, az ún. „geoidunduláció” meghatározása lett a cél. Ezzel pedig éppen az volt – és az úrkorszakig maradt is – a probléma, hogy az ellipszoidokat a gyakorlatban a fent ismertetett módon nem a teljes geoidhoz, hanem annak egy felmérési hálózati darabjához illesztették.

A geoidunduláció meghatározására elsőként Stokes (1849) adott első ránézésre meglepőnek tűnő megoldást: a nehézségi gyorsulás helyről helyre mért értékeiből javasolta kiszámítani azokat egy magfüggvény és a Föld teljes felületére elvégzett felületi integrál segítségével (29. ábra). Az ún. Stokes-formula geofizikai jelentősége nehezen becsülhető túl: az első közvetlen kapcsolatot adta meg a fizikai-gravimetriai mérések és az alapvetően geometriai jellegű

694

MR. STOKES, ON THE VARIATION OF GRAVITY

Integrating by parts, and observing that γ vanishes with ζ , we get

$$\gamma = 2\zeta^{-1}Z + 3\int_0^\zeta \zeta^{-2}Z d\zeta.$$

The last integral may be obtained by rationalization. If we assume $R = w - \zeta$, and observe that $Q_0 = 1$, $Q_1 = \cos \psi$, and that $w = 1$ when ζ vanishes, we shall find

$$\int_0^\zeta \zeta^{-2}Z d\zeta = \cos \psi \cdot \log \frac{w - \cos \psi}{1 - \cos \psi} - (1 + \cos \psi) \frac{w - 1}{w + 1} - 2 \cos \psi \cdot \log \frac{w + 1}{2}.$$

When $\zeta = 1$ we have $Z = (2 - 2 \cos \psi)^{-\frac{1}{2}} - (1 + \cos \psi)$, $w = 1 + 2 \sin \frac{\psi}{2}$, and

$$\int_0^1 \zeta^{-2}Z d\zeta = -2 \sin \frac{\psi}{2} \left(1 - \sin \frac{\psi}{2} \right) - \cos \psi \log \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \left(1 + \sin \frac{\psi}{2} \right) \right\}.$$

Putting $f(\psi)$ for the value of γ when $\zeta = 1$, we have

$$f(\psi) = \operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} + 1 - 6 \sin \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \log \left\{ \sin \frac{\psi}{2} \left(1 + \sin \frac{\psi}{2} \right) \right\} \dots \dots (45)$$

In the expression for Δu , we may suppose the line from which θ' is measured to be the radius vector of the station considered. We thus get, on replacing $F(\theta', \phi')$ by $G^{-1}\Delta g$, and employing the notation of Art. 22,

$$\Delta u = \frac{1}{4\pi G} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Delta g \cdot f(\psi) \sin \psi d\psi d\chi \dots \dots \dots (46)$$

32. Let $\Delta g = g' + \Delta'g$. Then $\Delta'g$ is the excess of observed gravity reduced to the level of the sea by Dr. Young's rule over calculated gravity; and of the two parts g' and $\Delta'g$ of which Δg consists, the former is liable to vary irregularly and abruptly from one place to another, the latter varies gradually. Hence, for the sake of interpolating between the observations taken at different stations, it will be proper to separate Δg into these two parts, or, which comes to the same, to separate the whole integral into two parts, involving g' and $\Delta'g$ respectively, so as to get the part of Δu which is due to g' by our knowledge of the height of the land and the depth of the sea, and the part which depends on $\Delta'g$ by the result of pendulum-experiments. It may be observed that a constant error, or a slowly varying error, in the height of the land would be of no consequence, because it would enter with opposite signs into g' and $\Delta'g$.

29. ábra. A Stokes-integrál (a [46] egyenlet), vagyis a geoidunduláció és a mért nehézséggyorsulás-értékek kapcsolatának első publikált formája (Stokes, 1849).

Man vereinigt in einer Übersichtskarte die Stationen zu nahezu geradlinigen Zügen und berechnet zuerst an jedem Punkt die in die Zugrichtung fallende Komponente γ der Lotabweichung. Ist α' das Azimut, so wird nach Fig. 41 S. 515 die Komponente $\gamma = \xi \cos(\alpha' - \alpha)$, also wegen der (7) S. 516:

$$\gamma = \xi \cos \alpha' + \eta \sin \alpha'. \quad (1)$$

Der Sinn hiervon ist der, daß im Azimut α' die Tangente des Sphäroids den *Depressionswinkel* γ in Bezug auf die Tangente des Referenz-ellipsoids hat.

Alle Werte γ trägt man in großem Maßstabe auf Millimeterquadratpapier als Ordinaten auf, rechtwinklig zu Abscissen, deren Differenzen den horizontalen Entfernungen entsprechen. Durch die erhaltenen Punkte legt man eine Kurve aus freier Hand, wobei zur Abrundung der Kurve Abweichungen von den Punkten zulässig sind, die jedoch innerhalb des Betrages des Einflusses der plausiblen Beobachtungsfehler in ξ und η auf γ bleiben müssen und in der Regel abwechselnd $+$ und $-$ zu nehmen sind.

Man kann aber mit völlig genügender Annäherung für den Zuwachs der Erhebung $\Delta N' = N'_k - N'_i$, welche das Sphäroid in Bezug aufs Ellipsoid von P_i bis P_k besitzt, setzen:

$$\Delta N' = - \int_{P_i}^{P_k} \gamma'' ds, \quad (2)$$

wobei die Integration über die ganze Länge der kürzesten Linie von P_i bis P_k zu erstrecken ist.

30. ábra. A Helmert-formula, vagyis a geoidunduláció kiszámítása a függővonal-elhajlások vonalmenti integrálja alapján, első publikált alakja (Helmert, 1880).

geoidfelszín között. A szferoidnak feltételezett Föld ún. normálpotenciálja és a tényleges potenciálérték közti különbség (a perturbációs potenciál, ill. potenciálzavar) és a geoidunduláció közötti kapcsolatot Bruns (1871; 1878) ismerte fel.

Az alternatív módszer Helmert (1880) névéhez fűződik: ha a geoidundulációt egy ponton ismertnek tételezzük fel (és a felmérések kezdőpontjain ennek a helyi ellipszoidhoz képest vett értéke alapesetben épp zérus), továbbá ismerjük egy vonal mentén a függővonal-elhajlások iránymenti értékét, akkor a kezdőponttól a kérdéses pontig azok vonalintegráljából is becsülhető a geoid-ellipszoid távolság (30. ábra). A két módszer a gyakorlatban csak bizonyos feltételekkel egyesíthető (Sterneck, 1881; Pizzetti, 1910; Somigliana, 1929; 1933; Heiskanen, 1958; Mologyenskij et al., 1960), emiatt az előbbi szokás „gravimetriai (kvázi)geoidnak”, míg a másodikat „asztro-geodéziai (kvázi)geoidnak” is nevezni.

A vízszintes alaphálózatokban alkalmazott koordinátákat viszont ez a kutatás nem érintette. A geoid – még ha ismerték is volna térbeli helyzetét e korban – túlságosan bonyolult felület volt ahhoz, hogy geodéziai alapfelületként használják. Még az ellipszoidról síkra/kúpra/hengerre vetítés is a számítógépek előtti számítási képességeink csúcsait igényelte (nem véletlenül volt elvárás, hogy egy új konstans vagy számítási paraméter publikálásakor annak logaritmusa is sok jegyre meg kellett adni). És még ez sem ment mindenütt közvetlenül: nem véletlenül alkalmazták rendszeresen a közbeiktatott, ún. „Gauss-gömböt”, egy közbenső alapfelületet. Az ellipszoidról gömbre vetítést, illetve annak görbületi alapjait Gauss (1828b) szabatosan, ráadásul szögtartó módon definiálta, a gömbről a képfelületre vetítés pedig a legtöbb esetben ismert volt, vagy kidolgozása nem volt túl bonyolult. Geoidról képfelületre azonban sem akkor, sem azóta nem jutott eszébe senkinek vetíteni: sem matematika, sem geoid-adat nem volt hozzá.

Emiatt a „geoid alakú Föld” időszakának alapfelületei a kiegyenlített ellipszoidok, vagyis amikor az ellipszoid térbeli elhelyezése során nem csak egyetlen pont – a csillagászati kezdőpont – koordinátáit, hanem a geoidnak a kiegyenlített háromszögelési hálózat kiterjedése által definiált felület-darabját használjuk fel. Két példát mutatok be erre. Az első a Habsburg Monarchia III. katonai felmérése (1880 körül; Hartl, 1887), amelynek esetében a kiegyenlítést megkezdték, azonban azt a térképekre megjelenő sürgős katonai igény (az 1878-as balkáni orosz-török háború és a kapcsolódó konfliktusok) miatt félkész állapotban hagyták, így az elkészült térképmű vízszintes pontossága elmarad a korábbi, egyébként kiegyenlítettlen felmérésétől.

A második példa az 1890 körül befejezett orosz majd német felmérés, amely mai mércével mérve is tökéletesen pontosnak tekinthető (és mint a következő fejezetben látni fogjuk, a későbbi európai kontinentális hálózatok magját is alkotja; Timár et al., 2004a). Ennél kevésbé pontosabbat több ország is alkotott a XX. században; pontosabbat viszont egy sem.

Természetesen felvetődik a kérdés, hogy miért is ilyen pontos a német térképmű, mi eredményezi a technikai pontosság e csúcsát? Vajon Bessel, Gauss és Helmert kétségkívül briliáns tudományos és rendszerező elméje vezette a német földmérést és térképészetet a csúcsra? A rigorózan végigvitt kiegyenlítés eredményezi e pontosságot?

Véleményem szerint – bár fentiek szerepe sem elhanyagolható – a döntő faktort nem ez jelenti. Egyrészt a korábban bemutatotthoz képest sokkal egyértelműbben definiált vetületi alap (a transzverzális Mercator, más néven Gauss-, vagy mai szóhasználattal Gauss-Krüger¹²-vetület),

¹² Az talán az eddigiekből is kiderült, hogy Gauss nem volt „egyszerű eset”; néhány fontos eredményét későbbi kollégái és követői „fordították le” valamennyire érthetőbb formára, ahogy ezt a geodéziai kiegyenlítés esetében Helmert tette meg. A Gauss-féle szögtartó transzverzális hengervetület egyenleteit vagy számítási módját Gauss nem publikálta, eredményei kéziratokban és levelezésében maradtak fenn. Louis Krüger (1912; 1919) öntötte azokat azóta is ismert alakjukba a Gauss-életmű alapján (Trájer, 1926). Gauss és Krüger tehát – bármennyire „összenőttek” is neveik – nem voltak, nem is lehettek munkatársak, másfél-két generáció választja el őket egymástól.

amely nemcsak szögtartóságával múlja felül a korábban használatos Cassini-vetületben készült térképeket, de ez esetben tényleg ez a pontos vetület, míg pl. az osztrák második felmérés esetében a Cassini- (illetve ellipszoidi alapfelületen Cassini-Soldner-) vetület deklaráltan csak matematikai modell volt. A másik fontos faktor a felhasznált műszerek pontossága. Elvileg semmi akadálya annak, hogy a Cassini-féle, gömbi alapfelületű térképezést hasonlóan georeferálható térképpel koronázzuk meg, a gyakorlatban viszont az 1700-as évek közepén és az 1800-as évek végén használt műszerek pontossági szintje közötti különbség (és az alapvonal-mérés Bessel-féle újítása) dönt el mindent. A vezető helyet Gauss vetülete mellett Georg Reichenbach (a precíziós teodolit megalkotója) és Carl Zeiss műszerei szerezték meg Németországnak – természetesen a szokásos német precizitás (a Baeyer tábornok vezette porosz felmérés) és a német egység miatt nyilván érzett társadalmi lendület mellett.

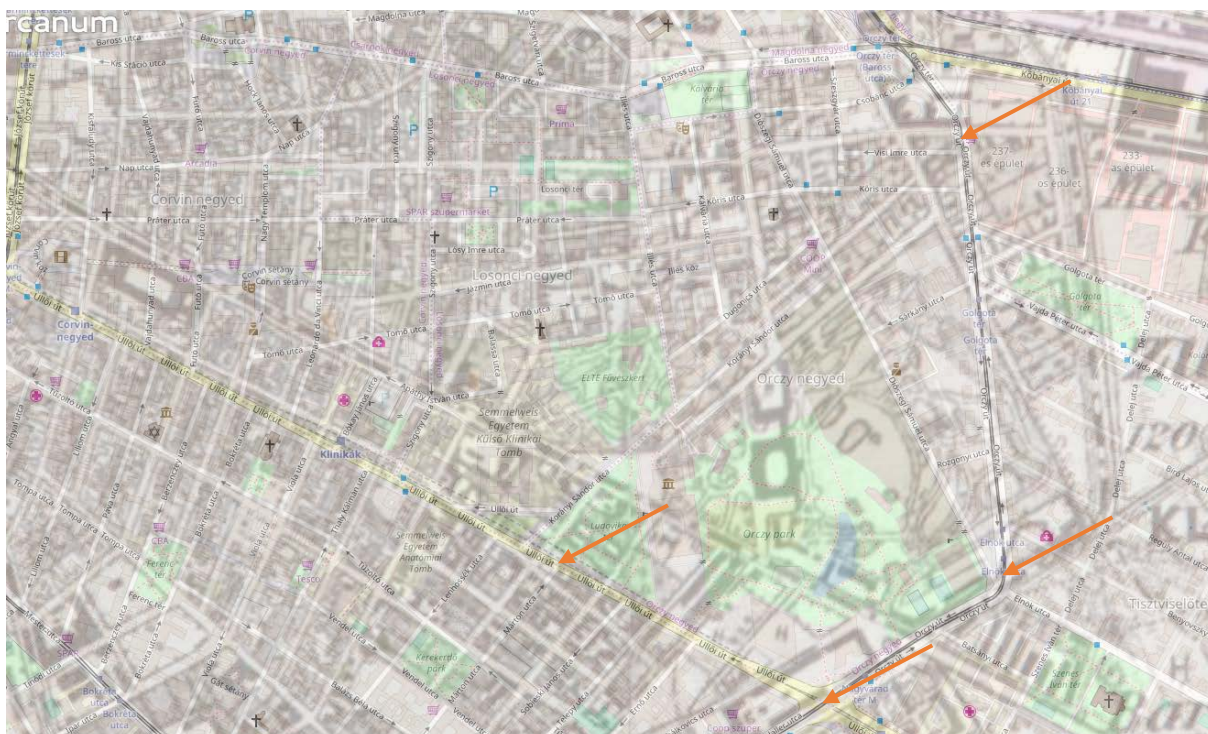
A „félbehagyott kiegyenlítés”: az Osztrák-Magyar Monarchia 1:75000 méretarányú térképsorozata (1880)

A térkép alapfelületeként használt ellipszoid relatív elhelyezését biztosító hálózat-kiegyenlítés matematikai alapjainak bemutatása (Gauss, 1823; 1828a) és annak német nyelven és a mérnöki gyakorlat számára közérthetően történő ismertetése (Helmert, 1872) után logikusan vetődött fel az igény a Monarchia katonai térképészetében is, hogy az elkészítendő új térképmű geodéziai alapjait ezzel a technológiával alkossák meg (Hartl, 1887).

A Monarchia területén több mint 600 pontból álló elsőrendű geodéziai kerethálózatot létesítettek (MGI, 1902), ennek bázisán készült el a harmadik katonai felmérés 1:25000 méretarányú térképműve, illetve az 1:75000 méretarányú térképsorozat. Utóbbi elkészítését sürgette az 1878. évi balkáni konfliktus, ami azzal fenyegetett, hogy a Monarchiának fegyverrel kell beavatkoznia. Végül ez – Bosznia-Hercegovina vértelen megszállását leszámítva – nem következett be, azonban az ország vezetői, élükön a császárral, joggal követelték a korszerű térképek mielőbbi elkészítését, függetlenül a kerethálózaton épp ekkor végzett kiegyenlítési munkáktól. A Monarchiának a saját kerethálózatán és felmérési adatain túlmenően nagyszámú balkáni mérési adat is rendelkezésére állt (Kovács és Timár, 2010).

Az 1:75000 méretarányú sorozat minden szempontból igazi „állatorvosi lónak” minősíthető. Méretaránya meglehetősen szokatlan, furcsa kompromisszumot jelent a már nem elég részletes 1:100.000 méretarány és a pontosabb, de a terület nagy részén ekkor még ilyen részletességgel fel nem mért 1:50000 méretarány között. Vetületi rendszere egészen egyedi és a georeferenciát némiképp megnehezítő poliéder-vetület (Hazai, 1954)¹³; ebben minden 1:75000 méretarányú

¹³ helyenként „Lichtenstern-féle poliéder-vetület”-ként is előfordul, ennek szakirodalmi nyomát azonban az osztrák és német irodalomban nem találtam meg; ott a hasonló nevű Joseph Max von



31. ábra. A "félbehagyott kiegyenlítés" bizony érdemi pontatlanságot okoz, ha az alapfelületet egységesnek tételezzük fel! Figyeljük meg az Üllői út és a vasutak elhelyezkedését a régi és a mai térképen! (a kb. 400 méter hibát mutató eltolási vektorok pirossal jelezve; A Monarchia 1:75.000 méretarányú térképe, 1880 körül.)

szelvény saját síkvetületben készül, a szelvényközepén elhelyezett kezdőponttal. Bár az alkalmazott síkvetület elvileg szögtartó, ennek a közvetett irányzásra (amikor az ágyú pozíciójából nem látható a cél) lassan áttérő tűzéréség nem sok hasznát vehette: a térképen nincsenek vetületi koordináta-vonalak és a szelvények között semmilyen átszámítási lehetőség nincs (Varga, 2004).

Az 1:75000 méretarányú sorozat georeferálása ezért, ha nem szeretnénk minden szelvényhez külön ferdetengelyű síkvetületet definiálni, szelvénytörzsekben vagy –oszlopokban valószínűsíthető meg leggyorsabban. Az egyes sorokhoz vagy oszlopokhoz olyan helyettesítő vetületet kell választani, amelynek alkalmazása esetén a nem eredeti vetület alkalmazása miatti hiba nem lesz túl nagy. A viszonylag kis méretarány miatt ez a feladat nem nehéz: ha a térképi leolvasás pontosságát fél térképi milliméternek tekintjük, e méretarány mellett ez azt jelenti, hogy ha ezen önkényes vetületválasztás 30 méternél kisebb hibát okoz, az a gyakorlatban nem vehető észre (Veverka és Čechurová, 2003; Timár és Molnár, 2008). Ezen hibahatáron belül szelvénytörzsenkénti alkalmazás esetén pl. a Lambert-féle szögtartó kúpvetület, oszlopokkénti alkalmazáskor pedig vagy a Gauss-Krüger vetület, vagy a szinuszoszoidális vetület alkalmazható, szelvénytörzsenként illetve oszlopokként más-más vetületi paraméterekkel. Az e vetületekben

Liechtenstern működése ismert, de ő fél évszázaddal korábban alkotott, így nyilvánvalóan nem alkalmazhatott szögtartó síkvetületeket.

georeferált szelvénytörzsek vagy oszlopok aztán közös, a teljes térképműre egységes vetületbe transzformálhatók, amely a georeferált mozaik vetülete lesz. E módszer egyetlen hátránya, hogy a végső, közös vetületben (ami szinte bármi, a területen alacsony torzulást eredményező vetület lehet) az eredeti szelvények már nem „vízszintes álló, majdnem téglalap alakú foktrapézok” lesznek, hanem kismértékben torzítottak, elforgatott helyzetben. A MAPIRE honlapon látható mozaik oszloponként definiált szinuszoidális vetülettel készült, a Bessel-ellipszoid Hermannskogel-1892 dátuma alapján (Molnár és Timár, 2009).

Ha megvizsgáljuk a georeferált mozaik illeszkedését a mai topográfiahoz, azt tapasztaljuk, hogy a hibák lényegesen nagyobbak, mint az előző fejezetben említett második katonai felmérés esetében voltak (31. ábra), sok helyütt meghaladják a 200 métert is (a Monarchia legdélebbi részének déli, albániai előterében pedig az egy kilométert is majdnem elérik, ezt azonban felmérési hibának tarthatjuk). Ennek okát a következőben látom: a Hermannskogel-1892 dátum már a kiegyenlítés eredményeként előálló alapfelület. Az ezt megvalósító kerethálózat pont-koordinátáit MGI (1902) adja meg, az 1892. évszám pedig a kiegyenlítés befejezésére utal, Hermannskogel pedig („Bécs János-hegye”) az alapfelület geodéziai kezdőpontja. Az 1:75000 méretarányú szelvényeket a császári sürgetés hatására már 1880 körül elkezdik véglegesíteni és kiadni – ekkor azonban még nincs kész a kiegyenlítés. Ha az MGI (1902) szerinti kerethálózat pontjait a saját koordináta-rendszerükben a georeferált térkép-mozaikra vetítjük, azt vehetjük észre, hogy egy-egy, mintegy 10 pontból álló rész-hálózat közel azonos horizontális hibavektort mutat. Véleményem szerint tehát megkezdték a kiegyenlítést a kisebb blokkokra (ennek módszerét a hazai irodalomban Trájer, 1926, ismerteti), azonban a munka közben már ki kellett adni a térképeket. Ezt követően befejezték a kiegyenlítést, azonban a pontosított térképmű kiadását az első világháború és a Monarchia felbomlása már nem tették lehetővé. Az utódállamok pedig – bár a Hermannskogel-1892 dátumot általában, ha más néven is, de megtartották – már más, korszerűbb vetületi alapon készítették el topográfiai térképeiket.

A „tökéletes kiegyenlítés”: a porosz, majd német felmérés (1893)

A Monarchiától eltérően, az 1871. évi porosz-francia háború és az I. világháború között a frissen megalakult/egyesített Német Birodalom nem szembesült közvetlenül a területén vagy határainál fenyegető fegyveres konfliktus lehetőségével. Így a még az önálló Poroszország idején megkezdett háromszögelési felmérés (amelyet az egyesítés után gyorsan kiterjesztettek a Birodalom többi területeire is) szabatos kiegyenlítését semmilyen sürgős térképészeti igény nem akasztotta meg. A felmérésben a Bessel-1841 ellipszoidot használták, a geodéziai kezdőpont a Berlin Tempelhof kerületében emelkedő Marienhöhe nevű dombon levő Rauenberg elsőrendű háromszögelési pont volt. A kezdőmeridián – hasonlóan a Monarchia térképészetéhez – előbb a ferrói, majd a greenwich-i meridián volt. Az új kezdőmeridiánra történő áttérés egy véletlen körülmény miatt semmilyen nehézséget sem okozott. Greenwich ugyanis $17^{\circ} 39' 46,02''$ -cel van Ferrotól keletre, a régi berlini csillagvizsgáló tornyának

hosszúsága pedig, amelyből Rauenberg hosszúságát levezették 13,39"-cel hibás volt. Így a fokbeosztást $17^{\circ} 39' 59,41''$ -cel kellett volna eltolni. Kereken $17^{\circ} 40' 00,00''$ -es eltolást alkalmaztak, aminek eredményeként a topográfiai térképek régi szelvénybeosztását is meg lehetett tartani (Trájber, 1926). Ezt az értéket vette át Ausztria, Csehszlovákia és Jugoszlávia is.

A berlini régi csillagvizsgálót lebontották és a Rauenberg alappontot a 20. század elején fokozatosan ipartelepek vették körül, emiatt a rendszer geodéziai kezdőpontját a közeli Potsdamban, a Geodéziai Intézet területén álló Helmert-toronyba helyezték át, a hálózatba vont alappontok koordinátáinak változatlanul hagyásával. Ez utóbbi hely ma a potsdami Földtudományi Kutatóközpont része. A most már potsdami kezdőpontú rendszert 1940-ig egységesítették, és a létrejött rendszer korabeli elnevezése Reichsdreiecksnetz 1940 (RDN-1940) lett. A második világháborút követő megosztottság időszakában mind Nyugat-, mind Kelet-Németország geodéziai szolgálata átvette az RDN-1940 rendszerben meghatározott alapponti koordinátákat. Keleten a rendszer nevét is megtartották, miközben több alkalommal elvégezték a kizárólag Kelet-Németország területére vonatkozó újra-kiegyenlítést. A nyugati rész-rendszer neve *Deutsche Hauptdreiecksnetz* 1977 (DHDN77) lett.

A fentiek eredményeképp a geodéziai alapfelületek kezdőpont szerinti neve bizonyos zavart okozhat. Mind a régi, Bessel-ellipszoidi német, mind az 1950-es, Hayford-ellipszoidi európai rendszer kezdőpontja a potsdami Helmert-torony, ezért a térinformatikai és a GPS-tárgyú, nem tudományos irodalomban gyakran mindkettőt „*Potsdam Datum*” néven említik, pedig a kettő nem ugyanaz. Az ellentmondást feloldandó, a régi, Bessel-ellipszoidi rendszert szokás még mindig Rauenberg-, vagy még inkább Potsdam–Rauenberg dátumnak is nevezni (annak



32. ábra. Helgoland szigeteinek partvonal-változása 1893 (a porosz-német 1:25000-es térképmű) és napjaink között. A térképi tartalom illeszkedése pontos, a partváltozás valóban bekövetkezett.

ellenére, hogy a „Rauenberg” pont nem Potsdamban van), míg az európai rendszer helyes megnevezése ED50 (Timár et al., 2006b).

Az említett németországi, Bessel-ellipszoidi alapfelületek (Potsdam–Rauenberg, RDN-1940, DHDN77) a számunkra a 2. pontban kitűzött pontossági követelmények határán jóval belül azonosnak tekinthetők (Ihde és Lindstrot, 1995). A Bessel-ellipszoid elhelyezési paramétereiként a következők alkalmazhatók: $dX = +631$ m; $dY = +28$ m; $dZ = +446$ m (Timár et al., 2004).

Az eddigiek alapján a térképmű georeferálása nagyon egyszerűen és gyorsan elvégezhető. Az egyes térképszelvények sarokpontjait a geodéziai rendszerben értelmezett szélesség-hosszúsági koordinátákkal látjuk el, majd ezeket átszámítjuk a hosszúságtartományuknak megfelelő Gauss-Krüger vetületi zónába (Bill és Walter, 2015). Ily módon minden szelvény sarokpontjai egy ismert és jól definiált koordináta-rendszerben adottak lesznek, a szelvények pedig innen bármilyen alapra (pl. *Google Earth*[®], *OpenStreetMap*) rávetíthetők lesznek. A nagyon pontosan definiált koordináta-rendszer, az ahhoz addig nem látott pontossággal megvalósított kerethálózat és a nagy méretarány (1:25000) eredményeként a georeferencia meghökkentően jó, gyakorlatilag a modern térképekével (a jobbakkéval...) azonos (32. ábra). A porosz/német koordináta-rendszer vált aztán az első európai kontinentális dátum-kezdemény magjává, ahogy ezt a következő rész végén be is mutatom.

A gravitációs mérések története

A nehézségi gyorsulás mérésének első, a mai tudomány által is elismert módszer szerinti mérését Galileo Galilei nevéhez kötjük. Ő volt az, aki egyrészt megállapította, hogy a leejtett testek sebessége az eltelt idővel (és nem a megtett úttal) arányosan növekszik, illetve ennek mértékét is igyekezett meghatározni. Minthogy a rendelkezésére álló ejtési pontok nem voltak igazán magasan, vizsgálataihoz lejtőket alkalmazott, így állapította meg az gyorsulás jelenségét, illetve annak kapcsolatát a lejtő szögével.

A gravitációs gyorsulás értékének másik alapvető mérési módszere Huygens (1673) nevéhez kapcsolódik. Az általa feltalált ingaóra lengésideje – ahogy azt az előző fejezetben már említettem – azonos az ingahossz fele magasságából leejtett test esési idejével, így az inga a szabadesésnél mindenképp kényelmesebb és pontosabb gyorsulásmérésre teremt lehetőséget, elsősorban ezért, mert sok lengés összegzett idejét lehet megmérni vele. A következő két évszázadban, a XIX. század második feléig ez jelentette a nehézségi gyorsulás mérésének szabvány módszerét.

Amikor Newton (1687) ismertette az általános gravitáció törvényét, ő valójában csak az arányosságot állapította meg az egymásra ható testek közt fellépő erő, és a testek tömege és távolságuk négyzetének reciproka között. Ennél tovább az akkori eszközökkel nem is léphetett

volna, és mintha nem is foglalkoztatta volna a tényleges erőhatás kiszámítása, ahogy a Föld tömegét sem próbálta meghatározni – nem is lett volna olyan szabványos súlymérték, amelyben megtehetné volna. A vonzóerő kiszámításához szükséges arányossági tényező, az univerzális gravitációs állandó meghatározása még jó egy évszázadig váratott magára.

A meghatározásához használt kísérlet legfontosabb alkotóeleme a később több, számunkra is fontos kísérletben visszatérő torziós szál volt. Ez egy olyan felfüggesztő anyag, amelynek aljára egy azonos tömegekkel kiegyensúlyozott rudat erősítettek, és amelynek a torziós szál, mint tengely körüli elforgatása a tömegekre ható forgatónyomaték függvényeként megadható. A tömegek ismert helyzete miatt ebből a tömegekre ható erőhatás kiszámítható. Ezt a kísérleti berendezést elsőként Coulomb (1785a) használta, így állapítva meg a töltött fémgömbök között fellépő elektrosztatikus vonzóerő mértékét (Coulomb, 1785b).

A Coulomb-inga¹⁴ gravitációs célú alkalmazását elsőként az angol John Michell lelkész és fizikus kísérlete meg, azonban mérési elrendezését túlságosan sok hibahatás érte, emiatt a valójában nagyon kicsi effektust haláláig nem tudta kimutatni.

A kísérletet barátja és kollégája, Henry Cavendish folytatta. Ő aprólékos mérnöki munkával kiküszöbölte a zavaró hatások nagy részét, elsősorban azáltal, hogy az eszközt ritkított levegőben alkalmazva megszüntette a légellenállás tompító hatásának nagy részét. A fizika történetének egyik legfontosabb kísérleteként számon tartott vizsgálat eredményeképpen a Föld sűrűségére a víz 5,48-szorosát kapta eredményül, visszaszámítva a ma ismert értéket, a gravitációs állandót 1-1,5% pontossággal sikerült meghatároznia (Cavendish, 1798). Ez volt az első kutatás, amelyben – a fenti pontossággal – sikerült megbecsülni a Föld tömegét.

A klasszikus, Huygens-féle ingamérésekkel történt a nehézségi erőter abszolút értékének megmérése a világ több pontján (Young, 1819; Bessel, 1837b; Sterneck, 1893; 33. ábra; Borrass, 1911; Woollard és Rose, 1963; Reicheneder, 1968), ennek terepi alkalmazását a XIX. század második felében a Monarchia térképészete fejlesztette ki. Az alkalmazást ekkor még nem a nyersanyagkutatás, hanem a geodéziai szintezés tette fontossá. Amikor nyilvánvalóvá vált, hogy a Föld nehézségi erőterének szintfelületei egymással nem párhuzamosak, hanem ehhez képest kissé elhajlanak, és „sűrűsödésüket” épp a nehézségi gyorsulás írja le, a szintezéshez gravitációs-, ekkor még inga-méréseket igyekeztek kapcsolni a potenciálfelületek pontosabb követésére. Robert Daublebsky von Sterneck¹⁵ csehországi születésű osztrák

¹⁴ Bár magyarul mind a kétféle eszköz neve „inga”, angolul és németül is elkülönül a függőleges síkban lengő, ill. a vízszintes síkban egyensúlyba álló „ingák” elnevezése. Angolul ezek neve rendre „pendulum” ill. „balance”, németül pedig „Pendel” ill. „Waage”; a Coulomb- (Cavendish-, Eötvös-) „ingát” mindkét nyelv „mérleg”-ként említi. E szempontból és a könnyebb megértés érdekében akár megfontolható lenne, hogy a „torziós inga” vagy „Eötvös-inga” kifejezések helyett a „torziós mérleg”, illetve sz. „Eötvös-mérleg” szókapcsolatra térjünk át.

¹⁵ Akár az inkább cseh hangzású Daublebsky nevet is használhatta volna, de írásait következetesen von Sterneck-ként jegyezte.

The results are as follows, expressed in the lengths of the seconds pendulum L.W., for Vienna Geographical Institute, as deduced from absolute determinations by

				mm.
1. Peters	in Berlin,	1870,	L.W. =	993.745
2. Lorenzoni	" Padua,	1885,	" =	.756
3. Anton	" Berlin,	1878,	" =	.760
4. Peters	" Altona,	1869,	" =	.763
5. Mahlke	" Hamburg,	1891,	" =	.782
6. Peirce	" Berlin,	1876,	" =	.791
7. Bessel	" Berlin,	1835,	" =	.804
8. Biot	" Padua,	1820,	" =	.805
9. Sabine	" Altona,	1828,	" =	.810
10. Oppolzer	" Vienna,	1884,	" =	.834
	(Türkenschanze)			
11. Defforges	" Paris,	1884,	" =	.835
12. Orff	" Munich,	1877,	" =	.837

33. ábra. A "másodperc-inga" kalibrált hossza különböző mérési pontokon (Sterneck, 1893).

mérnök, Eötvös többszörös mérőtársa alkotta meg a gyorsulásmérésre addig alkalmazott legpontosabb, ún. Sterneck-ingát (Sterneck, 1887).

A Cavendish-féle berendezés aprólékos továbbfejlesztése báró vásárosnaményi Eötvös Loránd nevéhez fűződik. Elsősorban a minél teljesebb vákuum és a torziós szál gondosan megválasztott anyaga segítségével a pontosságot tovább tudta növelni. Az eszközt „horizontális gradiométernek” nevezte el, és Cavendishtől eltérően már nem az ismert külső tömegek és a műszer tömegei között fellépő erőt kutatta, hanem a külső gravitációs erőter gradienseinek irányát, amely felé a műszer felfüggesztett tengelye kitérni igyekezett. A műszer zseniális módosításával, a tengely egyik végén levő tömeg lejjebb helyezésével pedig a potenciál vegyes deriváltjai is megállapíthatóvá váltak (Eötvös, 1906, 1909). A módszer jóval pontosabb volt a gyorsulásméréssel elérhetőnél, és a nehézségi erőter fizikai kutatása során elsőként alkalmassá vált erőforrás-kutatási, vagyis gyakorlati geofizikai célokra is.

Fontos tudnunk, hogy a később Eötvös-ingának elnevezett műszer „lengése” teljesen más, mint a Huygens-féle ingaóráé vagy akár a Sterneck-ingáé. Míg utóbbiakban az inga egy vízszintes tengelynek megfelelő felfüggesztés körül függőleges síkban leng, az Eötvös-inga esetében a felfüggesztés, a torziós szál függőleges, míg a mozgó rész a vízszintes síkban fordul el és áll be néhányszor tíz perc alatt a nehézségi erőter változása és a torziós szálban ébredő csavarási feszültség által meghatározott egyensúlyi helyzetbe. E helyzet iránya a közvetlen mérési adat; egy ponton hat különböző kiinduló irányból végzett méréssel a mérési adatok és a meghatározandó ismeretlenek száma azonos lesz. Eötvös a véglegesített műszerbe két ilyen ingát is elhelyezett, egymáshoz képest szembefordított helyzetben, így egy mérési ponton csak három elforgatott irány menti, különböző mérésre volt szüksége.

Eötvös kísérleteinek alapját az addig ismeretlen pontosság és következetesség teremtette meg, amellyel a módosított Cavendish-féle kísérleti elrendezés valamennyi elemét (elsősorban a légellenállást, a torziós szál forgás-érzékenységet és a műszer egyes részeinek egymásra gyakorolt hatását) addig finomította, amíg a fellépő hibák nagyságrenddel csökkentek. Ezzel a gravitációs állandót is sikerült pontosítani, de a fent említett erőforrás-kutató mérések is ezáltal váltak lehetővé. A gravitációs állandót dinamikus mérésekkel, a klasszikus Eötvös-inga köré épített elrendezéssel már a mai pontosságot megközelítően tudta becsülni (Eötvös, 1896; Meskó, 2006). Eötvös műszerével szintén megkísérelte egy topográfiai elem (a Gellért-hegy) gravitációs hatását kimutatni; míg azonban ilyen mérést végző elődei (Bouguer, 1749; Maskelyne, 1776; Zách, 1814) a függővonal-elhajlás csillagászati megméréseivel operáltak, Eötvös közvetlen gravitációs mérésekkel a hegy többlet-tömege által keltett gradiometriai görbületet és az abban mutatkozó irányváltozást mutatta ki (Eötvös, 1889). Eötvös másik csúcsteljesítménye a végletekig pontosított, és egyik tömegét lejjebb elhelyező torziós ingának a terepi mérésekre alkalmas, az ottani viszontagságokat is jól tűrő kialakítása volt; ennek eredményeként a XX. század első harmadában műszere szinte egyeduralkodó volt a szénhidrogének kutatásában és sok helyütt az 1950-es, 1960-as évekig is használták, mígnem a szeizmikus kutatás és a relatív gravimetria vette át a vezető szerepet.

A nehézségi gyorsulás közvetlen, terepi meghatározását a relatív (általában precíziós rugók használatán alapuló) graviméterek megalkotása jelentette (LaCoste, 1934; 1935; Eckhardt, 1940; LaCoste és Romberg, 1945). Ezek nem a gyorsulás abszolút értékét mérték, hanem egy ismert vagy ismertnek feltételezett nehézségi gyorsulás-értékkel jellemzett ponton beállítva az ottani gyorsuláshoz képest érvényes különbségeket lehetett megmérni velük más, közeli pontokon. Ez a módszer szintén alkalmas a gyakorlati geofizikai, erőforráskutató mérések elvégzésére. A kapott eredmények ráadásul közvetlenebbül alkalmazhatók erre, mint az Eötvös-műszerek adatai, és maga a mérés is egyszerűbb, így a kutató geofizikában két háború közötti időszakban egyre inkább ezek terjedtek el, és az 1950-as évektől szinte kizárólag ezeket használják.

A globális gravitációs állandó egészen a közelmúltig a legkevésbé pontosan (kb. 4-5 tizedesjegyig) ismert univerzális állandó (Meskó, 2006). Az Einstein-féle relativitáselméletben az állandó átértelmeződik: a tömegek által a téridőben okozott görbület és az azt keltő tömeg közötti arányt írja le. Magának a relativitáselméletnek pedig két, a geodéziában-geofizikában is komoly szerepet játszó tudós kísérletei is bizonyítékait adják. Johann Georg von Soldner, Bajorország első felmérője és a Cassini-vetület ellipszoidi formuláinak megalkotója vetette fel először a tömegek mellett elhaladó fénysugarak elhajlásának lehetőségét (Soldner, 1801). Eötvös szélső pontosságú műszerei pedig a súlyos és tehetetlen tömeg ekvivalenciáját mutatták be egy kétszázmilliomod rész pontossággal (Eötvös et al., 1922). A relativitáselmélet pedig döntő fontossághoz jut a XX. század majdani ürgeodéziái eszközei igényelte számításokban.

3.4. Helmertről napjainkig: kontinentális dátumok, globális geofizika, űrgeodézia

Helmert (1880; 1884) munkájával a klasszikus geodézia épülete – legalábbis ami a horizontális koordinátákat illeti – készen állt. Tökéletesen leírt és kanonizált rendszert alkotott a csillagászati helymeghatározás, a háromszögelés, a kiegyenlítési technika, a rendelkezésre álló műszerek pedig bőven lehetővé tették a nagyméretarányú kataszteri térképek olyan elkészítését, hogy azon a helyek azonosítása hibahatáron belül megoldható volt. A tűzéség megkapta azokat a szögtartó térképeket és térképi koordinátákat, amelyekkel a közvetett irányzás lehetővé vált (Varga, 2004). A klasszikus földmérésben nem igazán maradt elvi teendő. A gyakorlatban a hagyományos hálózatok kontinentális kiterjesztése volt a következő logikus lépés.

Ha összehasonlítjuk Helmertről felsőgeodéziai tankönyveit a XX. század közepén megjelentekkel, azokban új fejezeteket nem találunk, lényegében a ma is alapvetésnek számító Heiskanen és Moritz (1967) tankönyv megjelenéséig. A Helmertről utáni eredmények a térképek horizontális pontosságán érdemben már nem javítottak. A mi, georeferenciára fókuszáló szempontunkból a „mű készen állt”, de a tudományos kutatás természetesen folytatódott.

A XX. század – az űrkorszakig tartó – első, hosszabb részének a geodéziai kutatásait, ahogy már az előző fejezet végén láthattuk, főként a geoid meghatározása mint cél, határozta meg. Ez azonban akkor még elméleti oldalról sem volt egyszerű. Bár a geoid alakját jellemző geoidunduláció helyi számértékére két módszer is adódott (a gravimetriai Stokes, a geometriai pedig Helmertről jóvoltából), mindkettő alkalmazását alapvetően megnehezítette, hogy nem volt globális, „földi elhelyezésű” ellipszoid (Helmert, 1880; Homoródi, 1953). Mindazok az ellipszoidok, amelyekhez a geoid függőlegesen hozzá mérhető volt, relatív elhelyezésűek voltak, geometriai középpontjuk eltért a Föld tényleges tömegközéppontjától. A század első felében érdemi kutatások irányultak a két fenti definíción alapuló egységesítésre (Pizzetti, 1910; Somigliana, 1929; 1933), azonban az abszolút elhelyezésű ellipszoid hiánya miatt ezek nem bizonyultak áttörésnek.

Ebben az időszakban a geofizika jelentős kontribúciót mutat fel e területen, elsősorban a gravitációs méréseknek a nyersanyag-kutatásban betöltött, kezdetben szinte egyeduralkodó szerepe miatt. Mivel a nehézségi gyorsulás értékének az erőforráskutatás számára elegendően pontos terepi mérése majd csak a második világháború után lesz elérhető (Eckhardt, 1940; LaCoste és Romberg, 1945), a nehézségi potenciál második deriváltjait, vagyis a gyorsulás hely szerinti változásait nagyrészt mérhetővé tevő műszer, a már említett Eötvös-inga kapcsán ebben jelentős magyar szerepet találhatunk (Eötvös, 1906; 1909). Maga Eötvös így beszél ennek jelentőségéről akadémiai elnöki értekezésében:

„Az olyan vállalkozások, a minő, ha megvalósul, az afrikai fokmérés is lesz, már nem csupán arra való, hogy a lapultság átlagos értékéhez újabb adattal járuljanak, hanem a tudományra nézve fontosak a felvilágosításokért is, melyeket magukban adnak azon vidék görbületi és

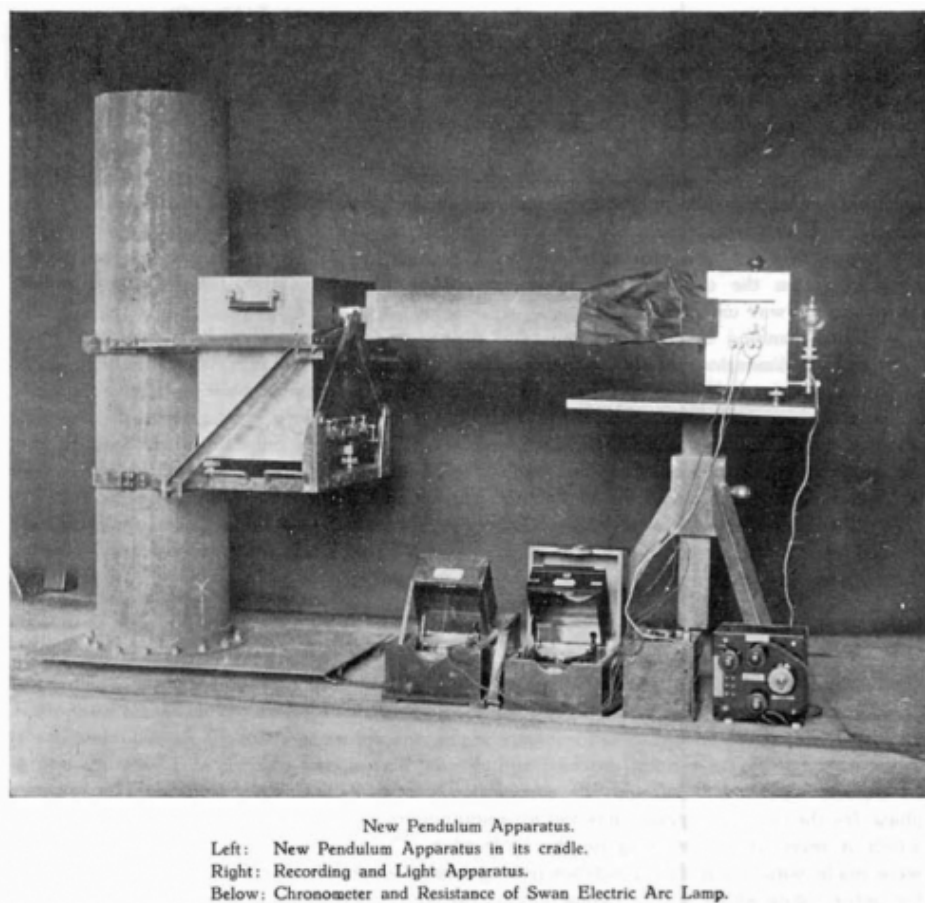
nehézségi viszonyairól, a melyen áthaladnak. A tudományos érdeklődéssel még egy, inkább gyakorlati szükséglet is egyesül: ez a helyes és pontos térképkészítés, mely csak akkor lehetséges, ha ismerjük a felületet, melyhez a lerajzolandó vidék helyzetét viszonyítjuk. Ma már egy önállóvá vált tudományszak, a geodesia foglalkozik ezekkel.

De ez a geodesia eddigelé használt módszereivel, a fokméréssel, a függő-ön irányának és az inga lengésének megfigyelésével még nem ad teljes megoldást. Megállapíthatja ugyan mintegy vázlatos körvonalakban az egész Föld alakját, fölismerheti és tanulmányozhatja az egyes vidékeken jelentkező, úgynevezett rendellenességeket; de, hogy milyen a nehézség szülte felszín, milyen alakú a vizek szintje épen ott, a hol állunk és közvetlenül körülöttünk, merre és mennyivel görbül, merre és mennyivel változik rajta a nehézség: minderre eddig használt eszközeivel megfelelni nem tud. Úgy van vele, mint a messzire látó, a ki jól látja a távolban kékelő hegyeket s gyönyörködni tud bennök, de nem tudja elolvasni a levelet, melyet kezében tart s mely talán örömhírt hoz neki; vagy, hogy egy más, már előbb használt hasonlattal éljek: meg tudja mérni a tenger görbeségét, de nem a pohárba öntött vizét. Eszközeinek érzékenységet s ezzel megfigyelő tehetségét sok ezerszer kellene fokoznia, hogy ezt tehesse.

Ezt próbáltam meg én.” (Eötvös, 1901)

A felsőgeodézia gyakorlatába Eötvös módszerét Helmert (1910) az 1906-os budapesti konferenciát (Ádám, 2000) követően illesztette be, mindazonáltal az Eötvös-inga elsősorban a nyersanyagkutatásban jutott szerephez (Nettleton, 1940). Az Eötvös-tenzor általa megmérhető komponenseit inkább csak napjaink kollokációs gyakorlata (Heitz és Tscherning, 1972; Tscherning, 2001; Sansò, 2013) kapcsán tudjuk, immár az űrgeodézia eredményeivel ötvözve, beemelni a geoid-alak centiméter-pontosságú meghatározásába (Tóth et al., 2001; Tóth, 2009a; 2009b; Völgyesi, 2016).

A geoid gravimetriai meghatározása, a Stokes-integrál alkalmazása egy adott ponton elméletileg a teljes földfelületre vonatkozó gravitációs mérési adatbázist igényel (Helmert, 1910; Heiskanen, 1966). A gyakorlati alkalmazásban viszont nem feltétlenül kell ilyen messze menni; az integrálba vont Stokes-magfüggvény a földfelület nagy részén igen csekély értéket vesz fel (Bíró, 1981), így a szükséges mérési terület bizonyos korlátozással szűkíthető (Heiskanen, 1957; Kenyeres, 1993). Az erőforráskutató gravitációs mérések azonban kizárólag a szárazföldeken történtek. Emiatt mindenképp érdemes áttekinteni a tengeren végzett gravitációs mérések úttörő időszakát. Az első, dokumentált ilyen mérést Oskar Hecker (1910) végezte el. Minthogy a mérés mozgó hajókon történt, szükségessé vált az Eötvös-effektus (Eötvös, 1919; 1920) figyelembe vétele, sőt Hecker a fekete-tengeri mérések egy részét, épp Eötvös útmutatásai alapján újra elvégezte, ezzel szolgáltatva az effektus kísérleti bizonyítékát. A korabeli tengeri mérések jó összefoglalóját adja Briggs (1916), felhívva a figyelmet arra, hogy a mérési pontosságot elsősorban a hajók fedélzetének mozgása rontja.



34. ábra. Vening Meinesz (1932) tengeralattjárón használt gravitációs mérőműszere.

Felix Andries Vening Meinesz holland geofizikus volt az, aki ezt a problémát azzal oldotta meg a gyakorlatban, hogy nem felszíni hajók, hanem a vízmozgásnak sokkal kevésbé kitett tengeralattjárók fedélzetén végzett gravimetriai méréseket (34. ábra). Első útját Hollandiából az akkori holland gyarmat Indonéziába tette (Vening Meinesz, 1925), szerencsésen harántolva ezzel a mai lemeztektonika által „aktív lemezszegély”-nek értelmezett szerkezeti határt is. A méréssorozatot egy amerikai tengeralattjárón folytatta, immár a Karib-térségben (Vening Meinesz et al., 1930). Bár a tengeralattjáróra elsősorban a felszíni vízmozgástól független, stabil mérőállás érdekében volt szükség, ha már ott voltak, megmérték a nehézségi gyorsulást azonos vonalon, de különböző mélységben is. És bár e mérések elsősorban az Egyed (1955) által bemutatott „Stokes-geoid” meghatározását célozták (Heiskanen, 1947), ismét az történhetett, mint Bouguer, Clairaut vagy Gauss esetében: a hosszú, tengeri, sőt tenger alatti utakon Vening Meinesznek bőven volt ideje eredményein eltöprengeni. Ebből született a geofizika – nevezetesen a litoszféra-kutatás – területén fontos, dinamikus (időbeli változásokat is követő) izosztatikus modell (Vening Meinesz, 1931; 1964; Heiskanen és Vening Meinesz, 1958).

A Vening Meinesz (1931)-féle „dinamikus” izosztatikus modell azonban dinamikus Földet feltételez! Ez csak az ő itt említett publikációját követően nyert általános elfogadottságot. Wegener (1912) ugyan már korábban bemutatta kontinensvándorlási elképzelését (annak elég széles körű bizonyítékaival), a tudományos közélet fő sodrát azonban csak a bazaltos

óceánfenék szimmetrikus mágnesezettségi iránymintázata (Dietz, 1961) és a *Glomar Challenger*-mérések (Peterson és Edgar, 1969) győzték meg erről valójában. Az pedig fontos geodéziai jelentőséggel bír, hogy a lemeztektonikai folyamatok Földünk *minden* pontját mozgásban tartják, ami a kerethálózatok pontjain fellépő szög-értékeket (és így a pontok koordinátáit is), állandó változásban tartja (Biró és Thöng, 1987; Bányai, 1988; Billiris et al., 1991; Stiros, 1993)¹⁶. A vízszintes mozgások globális értelemben cm/év nagyságrendűek (az együtt mozgó lemezdarabokban értelemszerűen kisebb nagyságrend jellemző). Függőleges mozgások pedig nemcsak a lemeztektonikai mozgások, hanem az izosztatikus hatások következtében is fellépnek, helyenként akár mm/év, sőt egyes helyeken cm/év nagyságrendben is (Ekman, 1996).

Az űrgeodézia és a lemeztektonika korszakát megelőzően, az 1920-as évektől az 1950-es évtizedig tanúi lehetünk az első kontinentális dátumok kialakításának. Ezek továbbra is relatív elhelyezésű ellipszoidok, azonban már a geoid kontinensnyi méretű darabjaihoz vannak illesztve a függővonal-elhajlások kiegyenlítése segítségével, vagyis még mindig a geoid tényleges geometriai ismerete nélkül. Időben az első kontinentális dátum a tudományos stafétát Németországtól átvenni igyekvő Amerikai Egyesült Államokban készült el, ez a NAD-27 (North American Datum, 1927), amely a Clarke (1866)-ellipszoidnak az USA kontinentális területén húzódó geoidhoz illesztésével jött létre, és amely az Egyesült Államok topográfiai és geológiai térképeinek máig az alapfelületét képezi. Az USA térképészetében ezt megelőzően uralkodó kaotikus viszonyokba Ihrig (1926) ad némi betekintést.

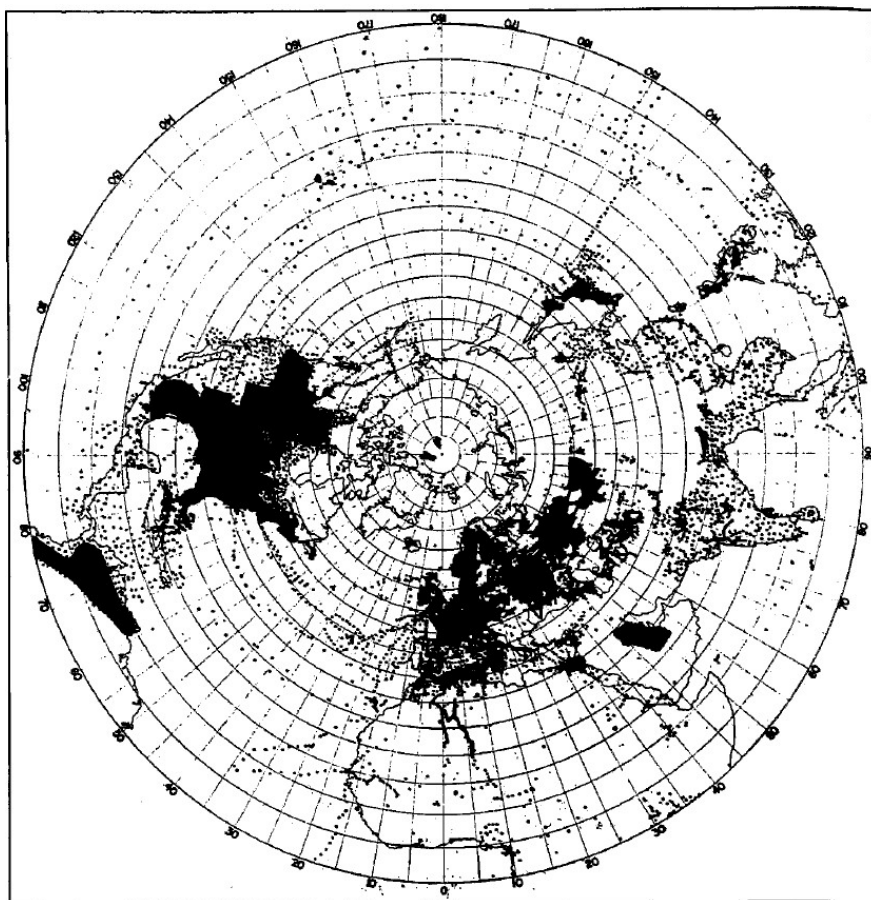
Európában a második világháború hozta el a kontinentális dátumok korszakát: a kontinens nagy részét elfoglaló Németország a saját, Bessel-ellipszoidi alapfelületét terjesztette ki Európa nagyobb részére (DHG – *Deutsche Heeres Gitter*; Ledersteger, 1948; Homoródi, 1952; Timár et al., 2004a), és készített ennek alapján különböző méretarányú katonai térképeket 6 fok zónaszélességű Gauss-Krüger vetületi rendszerben. A második világháború győztes államai ezt a rendszert adaptálták így-úgy a saját katonai térképészetükben. A Varsói Szerződés államai a Szovjetunió európai, illetve a kelet-európai tagországok területén húzódó geoidfelülethez illesztett Kraszovszkij–1940 ellipszoidot vezettek be (Pulkovo–1942 dátum, 1942. évi koordináta-rendszer, a nyugati irodalomban: „System 42”; Levitszkaja, 2016), és ezen alkalmazták a német vetületi rendszertől koordinátázásában csak a vetületi zónára utaló vezérszámmal eltérő, de egyébként azzal azonos rendszert. Európa nyugati felén a Hayford- (International-24) ellipszoidot, gyakorlatilag a német dátumból kiindulva (Hough, 1949) helyezték el (ED50; *European Datum* 1950), hogy ezen valósítsák meg az eredeti német vetületi rendszertől csak skálatényezőjében különböző UTM (Universal Transversal Mercator) vetületi rendszert (O’Keefe, 1952). Az 1950-es és 1960-as években kontinentális dátum valósult meg

¹⁶ Ez „visszafelé” is működik: ha egy kisebb vizsgálati terepszakasz mozgásban van, a mozgásvizsgálati célból telepített lokális hálózat torzulásait észlelve a mozgások meghatározhatók (Bányai, 1992; Mentés et al., 2012).

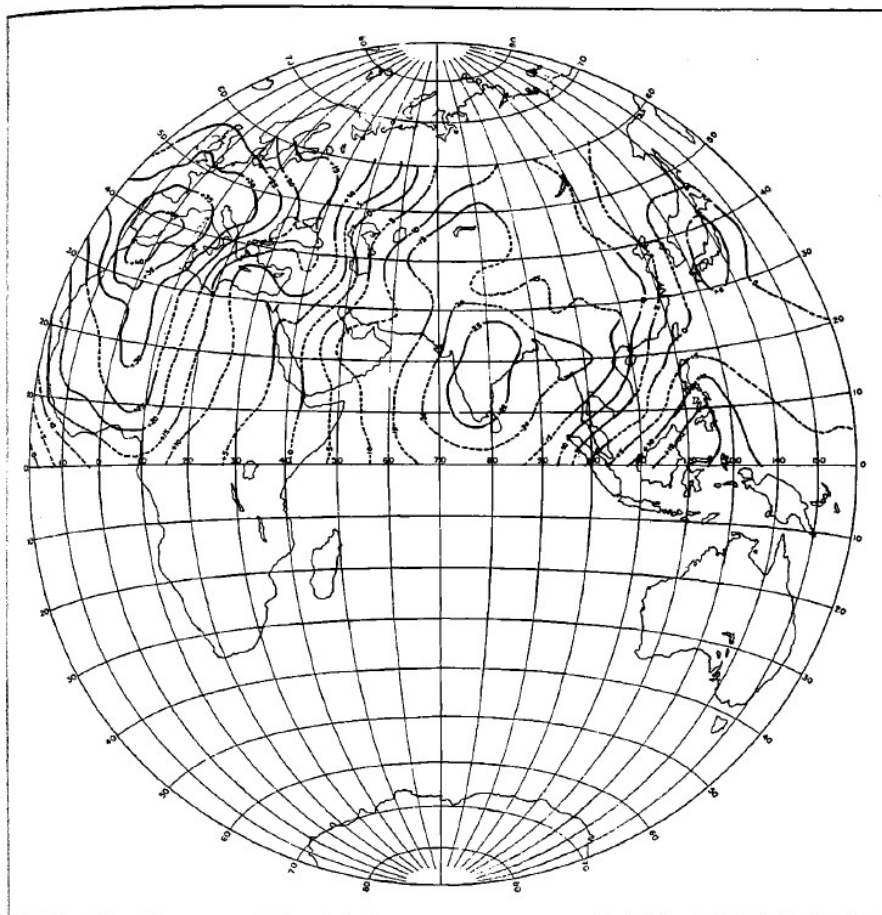
Dél-Amerikában is (PSAD-56 [Provisional South American Datum] és SAD-69 [South American Datum]).

A második világháborúban gyakorlati alkalmazási szintig kifejlesztett radartechnológia, elsősorban a nagy hatótávolságú vezetőjelek és iránymérés bázisán (Hart, 1948) az 1950-es években megkezdődött a kontinentális dátumok interkontinentális radar-összemérése is (Warner, 2002). Ez lett volna a hagyományos, földi geodézia természetes válasza a csak relatív elhelyezésű ellipszoidok problémájára: ha a kontinentális hálózatokat rádiójelekkel vagy kombinált gravimetriai-csillagászati módszerekkel egységes háromszögelési hálózatba lehet kapcsolni, úgy a teljes Földre (valójában persze csak a szárazföldekre) érvényes ellipszoid-illesztést lehetett volna megvalósítani, minden eddiginél jobban megközelítve az ellipszoid középpontjával a Föld tömegközéppontját.

Az 1950-es évekre a LaCoste és Romberg (1945) elvén működő műszerekkel észlelt terepi és tengeri gravitációs mérések számának robbanásszerű növekedése (35. ábra) lehetővé tette a Stokes-módszeren alapuló geoidtérképezés (Hirvonen, 1934) globalizálását. Ennek, mint már említettem, legfőbb elvi akadályá épp a tömegközépponti elhelyezésű ellipszoid hiánya volt. A finn Weikko Aleksanteri Heiskanen munkássága ehhez szerencsésen ötvözte a szükséges geodéziai és geofizikai ismereteket (Heiskanen, 1924; 1928; 1929; 1938; 1947), így – immár



35. ábra. A geoidszámításhoz elérhető gravimetriai mérések helye az északi féltekén 1954-ben (Hirvonen, 1956)



36. ábra. A "Columbus geoid" keleti félttekéje (adatok az északi szélesség 0-60. fok között), az űrgeodéziát megelőző globális geodézia csúcsteljesítménye. Izovonalak 5 méterenként (Heiskanen, 1957).

az *Ohio State University* kutatóprofesszoraként, de megtartva igazgatói állását a finn geodéziai szolgálat élén is – megkezdhette e probléma megoldását az első „*World Geodetic System*” megalkotásával (Heiskanen, 1951). Ennek, és az immár több tucatnyi országból és a tengerekről érkezett nagyszámú gravitációs mérésnek az alapján ő alkotta meg a „Columbus geoid”-ot¹⁷ (Heiskanen, 1957; 36. ábra). Ennek megteremtése utat nyitott az immár kombinált, gravimetriai és asztrogeodéziai geoidmegoldásokon is alapuló, de még mindig szigorúan csak földi méréseken nyugvó, globális dátummeghatározási kísérletek felé is¹⁸ (Fischer, 1959).

Talán jelképesnek is tarthatjuk, hogy a földi geodézia e csúcsteljesítménye ugyanúgy 1957-ben jelent meg, mint amikor az emberiség történetében először sikerült Föld körüli pályára juttatni egy űreszközt, pontosabb módszert kínálva az ellipszoid abszolút elhelyezésére. Megkezdődött

¹⁷ Az *Ohio State University* székhelye Columbusban van, az intézmény épp Heiskanen tevékenysége eredményeképp vált az amerikai és nemzetközi geoidkutatás fellegrárává.

¹⁸ A hatvanas évektől már a pusztán tudományos kíváncsiságnál többről volt szó a „*World Geodetic System*”-ek kapcsán: a *Corona* kémfűholdak képein megtalált objektumokat próbálták világszinten egységes koordináta-rendszerbeli koordinátákkal ellátni (Day et al., 1998; Warner, 2002)

az űrkorszak, és ez a geodéziában is forradalmi változásokat hozott: a geoidmeghatározásra irányuló kutatási eredmények egy részét zárójelbe tette, míg más alkalmazásoknak új teret nyitott.

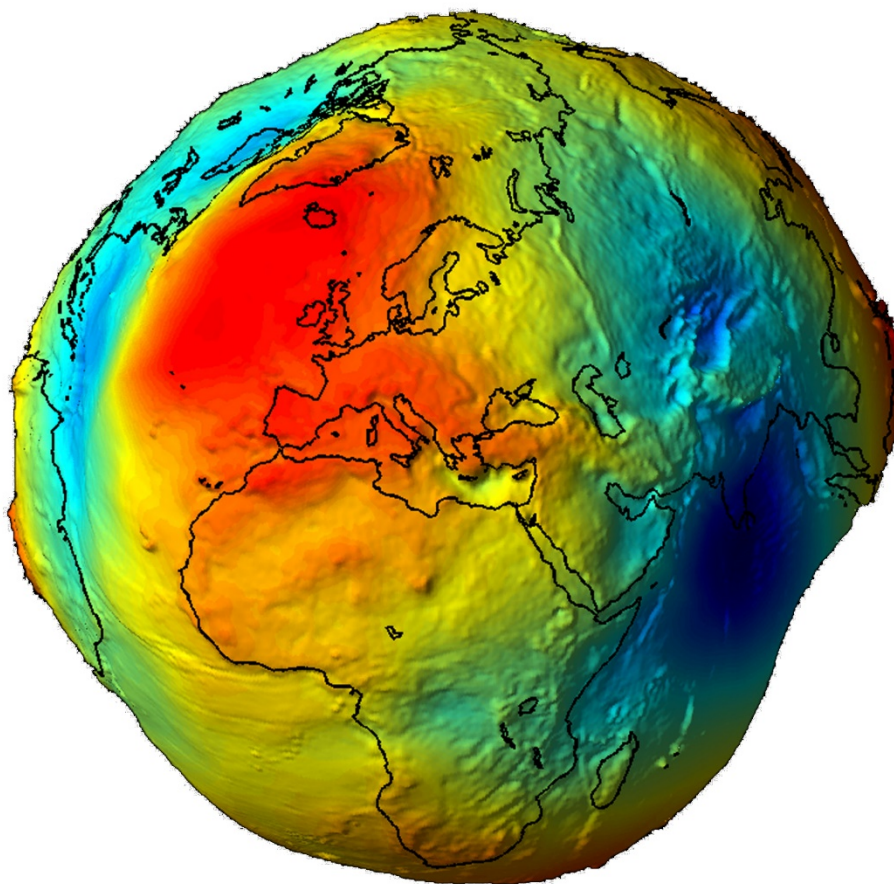
Az 1960-as években az űrtechnológia elképesztő gyorsasággal terjedt el a tudományban és aztán a mindennapi életben is. Az emberes űrrepülés, az időjárási-, erőforráskutató- és kéműholdak jelentette távérzékelés, az űrtávközés és az interplanetáris szondák mellett a geodézia igényei nem is voltak olyan nagyok. Egy fix rádiófrekvencián sugárzó adó egy ismert pályájú műhold fedélzetén (és hozzá egy idő-etalon, amelyből számítható annak adott időpontbeli helyzete) – ez önmagában forradalmasította a geodéziai felméréseket (Kaula, 1966). A műholdak pályájának ugyanis van egy, Kepler óta nagyon jól ismert tulajdonsága: a pillanatnyi pályasík nagyon jó közelítéssel tartalmazza a Föld tömegközéppontját. És – ahogy azt Newton és Laplace munkáiból pontosan tudni lehetett – a nem egészen gömbszimmetrikus alakú, és emiatt nem gömbszimmetrikus potenciálfelületeket generáló Föld gravitációs terében a műholdpálya folyamatosan változik, a fenti szabály minden pillanatban igaz. Már „csak” a műhold pályáját kell tudni folyamatosan kiszámítani, és megmérni, hogy milyen messze vagyunk tőle. Vagy, ha ez egyelőre nem megy, legalább azt megmondani, hogy mikor vagyunk a legközelebb hozzá: ez az 1960-as években alkalmazott Doppler-geodézia alapja (Kaula, 1961a; Zsongolovics, 1961; a hazai irodalomban: Drahos et al., 1968; Ferencz et al., 1970; Tarcsai és Ádám, 1972). A geodéziai alappontok kikerültek az űrbe: pozíciójuk az idő függvényében változott, de cserébe ismert volt a földközépponthoz képest vett helyzetük.

Egyetlen műhold áthaladására órákat várni egy geodéziai alapponton, hogy aztán jó pár ilyen áthaladás adataiból meg lehessen határozni az alappont helyzetét a Föld tömegközéppontjához képest: ez nyilván kellő motiváció volt azoknak a tudósoknak, akik és elődjeik évtizedek óta csak álmodoztak a „földi ellipszoidról” – azonban ez mindennapi használatra, navigációs célokra így még nem kényelmes. A megoldás nem soká váratott magára: a NAVSTAR GPS-rendszer egész műholdcsoportot foglal magába, a rendszer része az azt alkotó holdak pályaelemeinek folyamatos követése és hozzáférhetősége (és annak későbbi pontosítása is), mindezt pedig kereskedelmi forgalomban kapható – különböző technológiai alapon, különböző pontossági szinten és áron elérhető) – műszerek teszik elérhetővé ma már bárkinek (Ádám et al., 2004). A műholdak mozgásának, illetve az onnan érkező jelek terjedésének számításához pedig az a relativitáselmélet is szükséges, amelynek igazolásához Eötvös ekvivalencia-kísérlete (Eötvös et al., 1922) is hozzájárult.

A NAVSTAR GPS saját koordináta-rendszert is kapott. A holdak és a műszerek pozícióját a rendszerprogramok a Föld tömegközéppontjába állított origójú, derékszögű koordináta-rendszerben tárolják, melynek X-tengelye a kezdőmeridián és az Egyenlítő metszéspontjára, Z-tengelye pedig a földrajzi északi sarkra mutat. E derékszögű koordináták a földrajzi gondolkodású felhasználó számára gyakorlatilag nem értelmezhetők, ezért a GPS-rendszer a pozíciókat földrajzi szélesség-hosszúság-koordinátákkal adja meg, méghozzá egy, a rendszerhez kialakított geodéziai dátumon, a WGS84-en (World Geodetic System 1984). Ez

egy olyan ellipszoid, amelynek geometriai középpontja egybeesik a Föld tömegközéppontjával, kistengelye a referenciapólusra (földrajzi északi sark) mutat, mérete és lapultsága pedig globálisan legjobban illeszkedik a geoidfelülethez (DMA, 1986). Valódi abszolút elhelyezésű (földi) ellipszoid tehát.

A felhasználók számára a háromdimenziós GPS-helymeghatározás eredményeként nemcsak a földrajzi (ellipszoidi) koordináták adóttak, hanem a magassági helyzet is. A derékszögű koordinátákról földrajzi és magassági koordinátákra áttéréskor a magassági helyzetet első lépésben a WGS84 ellipszoid felett kapjuk meg. Ez az átlagos felhasználó számára nem sokat mond, ahhoz viszont, hogy ehelyett a „szokásos” tengerszint feletti magasságot kaphassuk meg, mire van szükségünk? Pont a geoid adott pontbeli helyzetére ezen ellipszoidhoz képest, tehát a geoidundulációra! Ez az alkalmazás egy pillanat alatt megteremtette a geoid ismeretének nagyon is gyakorlati igényét (Ádám, 1999; Ádám et al., 2002). És megteremtette a meghatározásának egyik módját is: az álláspontunkon a GPS által meghatározott ellipszoid feletti magasság és az ugyanott meghatározott tengerszint feletti magasság különbsége épp a geoidunduláció. Ennek első, még csak vázlatos ismerete már a lemeztektonika bizonyítékaihoz



37. ábra. A műholdas és földi gravimetriai adatok kombinációjából előállított EGM96 geoidmodell, kb. tízezerszeres magassági torzítással (Lemoine et al., 1998).

tett hozzá (Kaula, 1972; a hazai irodalomban elsőként Horváth, 1968; 1973), majd annak dinamikai hátteréhez is (Chase, 1979).

A globális szatellitgeodéziai geoidmegoldások (37. ábra) egy bizonyos felbontásig műholdak pályaelemeinek finom változásait használták (O’Keefe et al., 1959), legtöbbször kiegészítve felszíni gravitációs adatokkal (Kaula, 1961b; Rapp, 1969; Lerch et al., 1972). Napjaink űrgeodéziája ennél összetettebb és ötletesebb megoldásokat is ismer (a hazai irodalomban lásd Földváry, 2004). A nagy pontosságú regionális geoidszámítások (pl. Tóth et al., 2002; Tóth, 2009a; 2009b) azonban a műholdas és földi adatok, ez utóbbin belül a gravimetriai, gradiometriai és asztrogeodéziai mérési eredmények együttes alkalmazását, az ún. kollokációt (Heitz és Tscherning, 1972; Tscherning, 2001) használják, az eredmény optimális esetben centiméter pontosságú függőleges irányban. A műholdas és a kizárólag földfelszíni gravitációs mérésekből levezetett geoidmegoldások közötti különbségek egy érdekes elemzését Chapman és Talwani (1979) adják. A kombinált geoidmodelleken alapul a ma használatos WGS84 tömegközépponti elhelyezésű dátum (DMA, 1986).

A WGS84-et több módon „valósítják meg” fizikailag. A hagyományos megoldás a felszíni geodéziai pontokból álló kerethálózat, melyek koordinátáit adatbázisba foglaljuk. A hálózat neve ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*). A már említett globális geodinamika és lemeztektonika, illetve a pontok környékének helyi, sokszor ember okozta folyamatai e pontok három dimenziós helyzetét folyamatosan változtatják. Ez egyrészt azt az igényt támasztja, hogy a pontok koordinátáit bizonyos időközönként (kezdetben kétévente, ma évente) határozzák meg és publikálják. Az „ITRF” rövidítéshez így évszám is csatlakozik, az „ITRF97” például az 1997. évi helyzetet (epochát) jelenti. Az állomások évenkénti elmozdulása a legszebb globális *mérnöki* illusztrációja a földfelszín valódi, geofizikai meghatározottságú dinamikájának (mert *földrajzilag* azért továbbra is a tájképet tartjuk annak).

Ám ha a kerethálózatot évről évre újra kell mérni, akkor szükség van egy, a kerethálózat pontjaitól független koordináta-rendszerre is (vö. Gaposchkin és Kołaczek, 1981). Az említett földközéppontú, derékszögű koordináta-rendszer tengelyeit emiatt már nem is a változó földfelszínhez, hanem a csillagos égbolt legstabilabb pontjaihoz kötik, így ismét a csillagászzal párosítva a geodéziát (Biró et al., 2013). A legstabilabb pontok (amelyeknek a Föld Nap körüli keringése miatt fellépő látszólagos évi mozgása, ún. parallaxisa minimális) természetesen azok, amelyek a legtávolabb vannak tőlünk. Ideálisan pontszerű rádióforrások ezek, amelyek jelei több milliárd fényévre levő kvazárokból érkeznek: ezek – és égi koordinátaik – alkotják az égikoordináta-kerethálózatot (ICRF – *International Celestial Reference Frame*), az általuk megvalósított koordináta-rendszer pedig az ICRS (*International Celestial Reference System*). A földi kerethálózat koordináta-rendszere, az ITRS ebből vezethető le, a Föld forgásának nagyon pontosan ismerendő paraméterein keresztül, és emiatt nem véletlen, hogy az ITRF számos alappontja rádiótávcső is egyben.

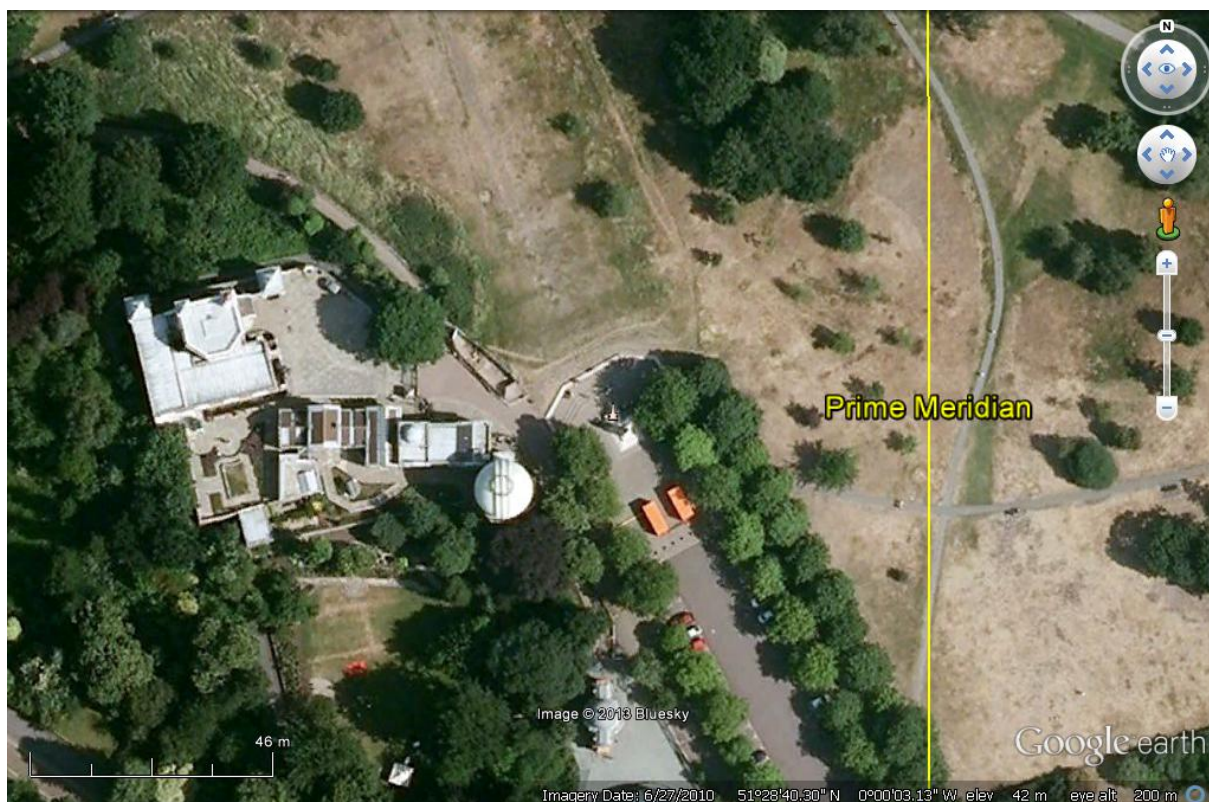
Gyakorlati szempontból azt kell tudnunk, hogy – amennyiben megelégszünk a néhány deciméteres vízszintes pontossággal; és a régi térképes alkalmazásokban ez nekünk bőven

elegendő – a WGS84 és az ITRS azonosnak tekinthető, és az ITRF bármelyik realizációja ennek megvalósításaként szolgál.

A WGS84 jelentősége e munka szempontjából az, hogy a régi térképeink georeferálásakor a cél az, hogy a régi koordináta-rendszer és a WGS84 között teremtsünk a térinformatika eszköztárával kezelhető kapcsolatot. Amikor a régi térképeket a maiakra vetítem, akkor a mai térképeket WGS84-rendszerben levőnek tételezzük fel. Ezt a rendszert használja (egy Mercator-vetületet közbeiktatva) a *Google Maps/Earth* alkalmazáspár, és ez az alapfelülete az *OpenStreetMap* (OSM) nyílt hozzáférésű globális téradatbázisnak is, amely szintén alkalmazható a régi térképek modern referenciájaként. Ezen adatbázisok raszteres és vektoros elemei is a WGS84 rendszerben tároltak.

Földünk geodinamikai-lemeztektonikai mozgásai azonban nem minden esetben zajlanak folyamatosan, a rájuk jellemző, maximum néhány centiméter/év sebességgel, amely az alapfelületet egyelőre csak a hibahatár alatti mértékben torzítja. Egyes földrengések során a lemezek, és így a felszín elmozdulása geológiai-geodéziai értelemben pillanatszerűen (fizikailag pedig néhány perc alatt) néhány méter nagyságrendű is lehet. Ez azt jelenti, hogy pl. a *Google Earth*[®] vagy az OSM által megjelenített topográfia (amellett, hogy az ilyen nagyságú földrengés miatt az ezeken ábrázolt épített objektumok nyilván károsodnak is) a valóságos, GPS által mért helyzetéhez képest eltolódik.

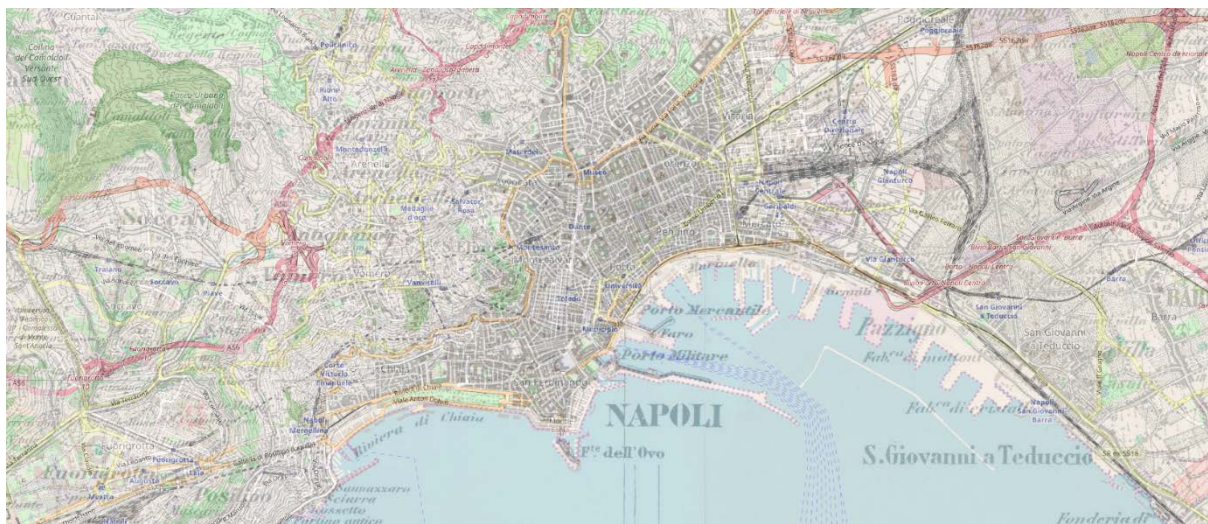
Végezetül a globális gravimetriának az utóbbi években megalkotott – és a régi térképes alkalmazások szempontjából talán legfontosabb – alkalmazására, a GGM+ adatbázisra (Hirt et al., 2013) hívom fel a figyelmet. Az adatbázis fejlesztői az összes elérhető felszíni gravimetriai adat és az SRTM felszínmodell (Farr et al., 2007) segítségével minden pontra megbecsülték a nehézségi gyorsulás ott mérhető értékét. Ez önmagában számunkra talán nem annyira érdekes, ahogy az sem (mert már más forrásból ez ismert), hogy megadták a geoidunduláció ebből számított értékeit. Ami viszont alkalmazásaink számára itt nagyon lényeges, hogy kiszámították a WGS84 ellipszoidhoz képest fellépő függővonal-elhajlások szélességi és hosszúsági irányú komponenseit is. Ez az adatbázis eddig nem volt elérhető, bár a számítás módja és annak hibái korábban is ismertek voltak (Vening Meinesz, 1928; Hirvonen, 1956; Kaula, 1957; Renner, 1960; Biró, 1967; Jekeli, 1999).



38. ábra. A WGS84 (ETRS) koordináta-rendszer kezdőmeridiánja mintegy 130 méterrel keletre halad a greenwich-i csillagvizsgáló passzázsműszerének vonalától. Magyarázat a szövegben.

Ennek egyik legérdekesebb alkalmazása, illetve következménye az a már korábban is említett tény, hogy bár az ITRS is a greenwich-i kezdőmeridiánt használja (bár az IRM; *International Reference Meridian* nevében már nem szerepel a „Greenwich” szó), az mégsem megy át a csillagvizsgáló híres ’Airy-meridiánján”, hanem attól mintegy 5 szögmásodperccel keletre található (38. ábra). Ennek magyarázata épp az, hogy bár Airy a csillagvizsgáló helyi vízszintesén jelölte ki a meridiánt, a WGS84 ellipszoid merőlegese ezen a ponton ettől eltér, és ez a GGM+ adatbázisból könnyen le is olvasható. Az eltérés méréke – kelet-nyugati irányban pontosan az az 5,31 szögmásodperc, amennyivel a kezdőmeridiánt a *Google Earth*[®]-ön a csillagvizsgálótól keletre találjuk (Malys et al., 2015).

Ezt a módszert pedig alkalmazhatjuk magunk is olyan történeti térképek georeferálására, amelyről semmilyen korabeli dokumentáció nem áll rendelkezésre, így nem ismerjük a csillagászati kezdőpontnak a térkép készítésekor használt (kiegyenlített) koordinátáit sem. A mai Dél-Olaszországot ábrázoló „*Carta delle Provincie Meridionali* (1862-1876)” esetében pl. kikövetkeztethető, hogy kezdőpontja az ábrázolt területen akkor működő egyetlen csillagda, a nápolyi Capodimonte obszervatórium. De melyek Capodimonte koordinátái a régi térképen? Erről nincs adat. Leolvashatjuk viszont a Google alkalmazásában a WGS84-koordinátákat és kivonhatjuk belőle a GGM+ szerinti függővonalelhajlás-értékeket; az így kapott koordinátákkal



39. ábra. A "Carta delle Province Meridionali" (1862-1876) térképmű (fekete vonalak az OpenStreetMap színes hátterén) georeferálása Nápolynál, alapponti adatok ismerete nélkül, kizárólag a globális GGMplus modell (Hirt et al., 2013) függővonal-elhajlásait használva.

elhelyezett alapfelülettel pedig sikeres a georeferálás (39. ábra) – mindig érdemes tehát a geofizika legújabb eredményeit használni a georeferencia gyakorlatában.

A XX. század jellemző alapfelületei a fentiek alapján a relatív elhelyezésű kontinentális dátumok és az ürgeodéziai alapú földi ellipszoid(ok). E fejezet végén egy kontinentális dátum kezdeményét mutatom be.

Kontinentális koordináta-rendszer kezdeménye Európában: a német katonai hálózat (DHG)

A második világháború első szakaszában, 1942 végéig a német hadsereg egyre újabb és újabb területeket hódított meg. Kelet-Európa hatalmas területei kerültek német megszállás alá, amely alól csak a németekkel szövetséges államok területe volt kivétel, és mint a magyar példa mutatja, azok sem a háború végéig. A német katonai térképészet azonnal megkezdte a meghódított területek térképezését, részben zsákmányolt térképek, részben saját felmérések felhasználásával. Az így létrejött katonai térképek koordináta-rendszerének elnevezése: *Deutsche Heeresgitter* (DHG; német katonai hálózat). Amint azt alább részletezem, a rendszer a méretarány-tényezőtől eltekintve megegyezik az UTM rendszerrel, alapfelülete pedig a Bessel–1841 ellipszoid. Az alapfelület elhelyezésére és tájékoztatására vonatkozó adatok csak egyes területekre érhetők el (pl. Homoródi, 1952; Mugnier, 2000a, 2000b, 2002; Raděj, 2001). Egyes területekre, így a Német Birodalomba beolvasztott Ausztria és Csehország területére, illetve Szlovákiára és Magyarországra kiterjesztették a németországi alapfelületet, gyakorlatilag megkezdve az első európai kontinentális geodéziai alaphálózat kialakítását. Más, főként megszállt területeken a DHG koordináta-rendszer alapjaként a Bessel-ellipszoidokon értelmezett helyi dátumokat vették át (Timár et al., 2004a). Az előző alfejezetben említett

potsdami kezdőpontú rendszert 1940-ig egységesítették. A második világháború során a rendszert a Nagynémet Birodalomba újonnan annektált területeken is bevezették (RMI, 1944). Amint azt Timár et al. (2004a) igazolják, arra is törekedtek, hogy a rendszert ne csak a német katonai vagy polgári közigazgatás alatt levő területekre, hanem egész Közép-Európára ki lehessen terjeszteni (Ledersteger, 1948). A megszállt területeken a meglevő geodéziai hálózat újramérésével, illetve zsákmányolt haditérképek felhasználásával folyt a munka, míg a szövetséges államok geodéziai szolgálatait felkérték meglevő felsőrendű hálózataik átszámítására az RDN-1940 rendszernek megfelelően. Ezen az alapfelületen, illetve más helyi Bessel-dátumokon (Mugnier, 2002) definiálták a német katonai térképi koordináta-rendszert, a DHG-t. Ez a vetületi rendszer, eltekintve a zónákra utaló vezérszámoktól és az alapellipszoidtól, gyakorlatilag megegyezik a Varsói Szerződés későbbi Gauss-Krüger vetületi rendszerével, vagyis 6 fokos zónaszélességű, érintő helyzetű transzverzális hengervetületekből áll (Timár et al., 2004a).

A német befolyás alatt levő területek mellett a német katonai tervezés igényeinek megfelelően Svájc területére is elkészült az 1:25000 méretarányú topográfiai térképmű, amely egyébiránt az első ilyen méretarányú munka volt az ország területére vonatkozóan. A térképezés két fázisban történt: 1940 őszén a térképeket a német Gauss-Krüger koordináták szerint adták ki, majd az 1943-as légifényképezési adatokkal helyesbített térképeket 1944-45 telén már a DHG-koordinátákkal látták el. (Oehrli és Rickenbacher, 2002). Összességében tehát megállapíthatjuk, hogy a megszállt területeken az elérhető helyi Bessel-ellipszoidi dátumok, a Birodalom és a szövetséges államok területén pedig a RDN-1940 rendszer volt a német katonai koordináta-rendszer, a DHG alapfelülete (Timár et al., 2004a). Ezen túlmenően Spanyolország területének nagy részére 1:50000 méretarányban készült német térképsorozat, amelynek hálózata az itt korábban is használt Lambert-kúpvetület szerint haladt (Scharfe, 2004).

Érdemes külön megvizsgálnunk az RDN-1940 rendszer magyarországi realizációját is, hiszen a második világháború alatt az ország akkori, ideiglenesen megnövekedett területére 1941-ben katonai térképsorozat készült. Ennek egyik verziója a magyarországi sztereografikus rendszer, a másik verzió pedig a német DHG-rendszer szerinti vetületi koordinátákat tartalmazza. A második világháború során a német katonai térképészet felkérte a magyar hatóságokat a magyarországi elsőrendű alapponthálózat egy részének átszámítására az RDN-1940 rendszerbe. A munkát a Háromszögelő Hivatal végezte. Ennek pontos leírását adja Homoródi (1952), de tanulmányát olvasva figyelembe kell vennünk, hogy az 1952-es politikai helyzetben a szerzőre nézve veszélyes lett volna nyíltan írni a német katonai térképezéshez kapcsolódó munkákról, ezért az átszámításra a következő módon hivatkozik:

„Segítségünkre jött az a munkálat, melyet a Háromszögelő Hivatal az 1940-es években végzett, amikor először került szóba a Gauss-Krüger vetület bevezetése a középeurópai rendszer keretében. Ekkor elsőrendű pontjaink jórészt átszámították ebbe a rendszerbe s ebben rendelkezésünkre állott több ausztriai, horvátországi és csehszlovákiai pont koordinátája is.” (Homoródi, 1952)

Az írás tehát a felületes és nem szakmabeli olvasónak akár a szovjet Gauss-Krüger rendszer bevezetésére is utalhat, azonban a korabeli szakértők számára világos módon a német rendszerről van szó, s ez még egyértelműbbé válik, amikor a munka alapfelületként a Bessel-ellipszoidot említi. A számítási munkák leírása e bevezetés után már szabatos (Timár et al., 2004a).

Az átszámítás eredményeként a Gellért-hegy pont koordinátái az RDN-1940 rendszerben: $\Phi=47^{\circ} 29' 15,382''$; $\Lambda=19^{\circ} 2' 59,723''$ (Homoródi, 1952). Ezt összevetve a pont WGS-84 koordinátaival, illetve a ponton az EGM96 geoidmodellből számított geoidunduláció értékkel, az RDN-1940 rendszer magyarországi kiegyenlítésére a következő eltolási (áthidaló Mologyenszkij-) paraméterek adódnak:

RDN-1940 (HU) » WGS84: $dX=+641$ m; $dY=+24$ m; $dZ=+453$ m.

Ha ezt az adatot összevetjük a német Potsdam-Rauenberg dátumnak az előző pontban említett paramétereivel ($dX=+631$ m; $dY=+28$ m; $dZ=+446$ m), a következő megállapításokat tehetjük:

- Az eltérő paraméterek használatából 6,3 méter vízszintes eltérés adódik. Ennek forrása az RDN-1940 rendszer alább tárgyalt tájékozásának figyelmen kívül hagyása.
- A függőleges értelmű eltérés mintegy 11 méter. Ennek forrása az RDN-1940 rendszer térbeli elhelyezésében (geoid-illeszkedés) meglevő bizonytalanság, illetve a Berlin és Budapest geoidunduláció-értékei közötti különbség.
- A fent leírt viszonylag kis hibák lehetővé teszik, hogy az RDN-1940 rendszert a térinformatikai alkalmazásokban egységesen a Németországra megadott paraméterekkel jellemezzük Magyarországon is.

Korábbi munkámban (Timár et al., 2004a) 13 elsőrendű alappontra egy kiegyenlítést is elvégeztem, amelynek eredményeképp nemcsak a dátum-eltolási paramétereket, hanem az elforgatási tagokat (a rendszer tájékozását) és a méretarány-tényezőt is megbecsültem. A kiegyenlítés hibája vízszintes értelemben átlagosan 1,3 méter, a maximális eltérés a vizsgált pontokon 3 méter. A Gellért-hegy alappont adatait nem vontam be a kiegyenlítésbe, az arra vonatkozó hiba 5,2 méter. Igen fontos megemlíteni, hogy a fenti 7 paraméter felhasználásával a Rauenberg alappont német rendszerbeli és WGS84-koordinátái között is mindössze 5 méter hibájú kapcsolat teremthető! Ez azt jelenti, hogy az RDN-1940 rendszer a Budapest-Berlin távolságon is hasonló hibával terhelt, mint a magyarországi pontokon. Kijelenthetjük tehát, hogy valóban egységes rendszerről van szó, amelynek az egyes területekre vonatkozó 3-paraméteres leírásaiban előálló kis különbségek a rendszer egységes, de a WGS84 rendszerhez képest eltérő tájékozásából adódnak. A ma is használatos regionális alapfelületek (ED50, Pulkovo-1942, ill. az észak-amerikai NAD-27, a dél-amerikai SAD-1969, az afrikai Adindan és ARC-1950) 3-paraméteres leírása hasonlóan, az egyes részterületekre kis eltérésekkel történik.

A DHG-rendszer azonban – már csak kialakítása, a fejlesztésére fordítható rövid idő és a háborús körülmények miatt is – nem volt egyenletes geodéziai pontosságú valamennyi európai

területen. A Németországhoz még a háború előtt vagy a háború első részében hozzácsatolt területeken, különösen ha azok, mint Lengyelország vagy Franciaország egyes részei, korábban német fennhatóság alatt voltak és a német felmérés azokra elkészült, a geodéziai kiterjesztés pontosnak tekinthető. Amint a fenti példán láttuk, a jó geodéziai alapokkal rendelkező és a németekkel ebben együttműködő Magyarországon is a kor pontossági szintjén majdnem megvalósult az egységesítés. Más meghódított területeken, pl. Lengyelország középső és keleti részén és a Szovjetunió megszállt részein ez a munka nem fejeződhetett be (sok helyütt meg sem kezdődött), így ott a Bessel-1841 ellipszoid helyi elhelyezésű dátumait átvéve a már meglévő térképekre vezették fel a német Gauss-Krüger-koordinátákat. Így a DHG inkább kontinentális vetületi rendszernek és az első európai kontinentális dátum magjának tekinthető. A világháborút követően a győztes hatalmak és katonai szövetségi rendszereik ezeket a “kezdeményeket” használva alkották meg saját geodéziai és térképrendszereiket: a NATO az ED50 dátumot és az azon alapuló UTM-rendszert, a Varsói Szerződés pedig a Pulkovo-1942 alapú katonai Gauss-Krüger térképművet.

4. A georeferált térképek alkalmazása a gyakorlatban: esettanulmányok

A fenti módszerek alkalmazásával georeferált térképek lehetővé teszik, hogy az ábrázolt korabeli terep elemeit tetszőleges modern térképi rendszerben koordináta-helyesen, gyakorlatilag kvantitatív elemzésbe vonjuk. Ezek lehetséges alkalmazási területei igen kiterjedtek, gyakorlatilag a földrajz- és környezettudomány legtöbb, illetve a történeti és mérnöki tudományok néhány területét érintik. Elsősorban a korábbi természetes és épített környezet elemeit szokták kutatni ezen eszközökkel, és fontossága miatt ezek közül is egyes árvízvédelmi alkalmazásokra hívom fel kiemelten a figyelmet.

E záró fejezetben korábbi munkáim alapján öt esettanulmányt mutatok be, mindet az árvízvédelem és vízgazdálkodás területéről: a közép-tiszai természetes árlecsapoló csatornák maximális vízhozam-kapacitásának megbecslését (Timár és Gábris, 2008), illetve a 2005-ös bánáti árvíz által elöntött területek vízszabályozások előtti állapota vizsgálatát (Timár et al., 2008), majd a folyók természetes és mesterséges mederváltozását a Kis-Szamos (Timár et al., 2004b) és a budapesti Duna-szakasz (Timár et al., 2013a) esetében. Példákat mutatok a Balti-tenger térségének regionális izosztatikus kiemelkedésének következményeire (Timár et al., 2004c). Minden bemutatott esetben természetesen a georeferált történeti térképek alkalmazása jelenti a vizsgálat alapját; az teremti meg ezen elemzések lehetőségét.

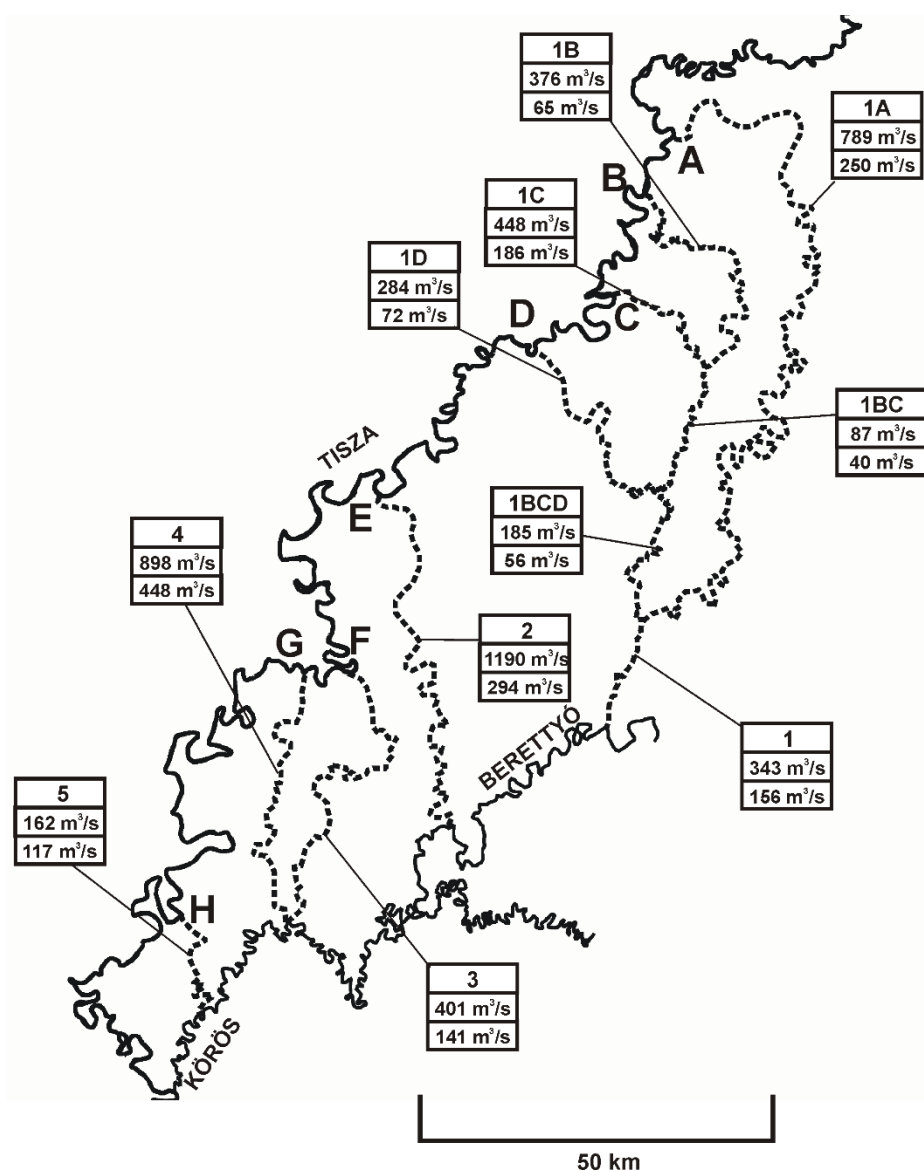
4.1. A közép-tiszai természetes árlecsapoló csatornák vízvezető kapacitásának megbecslése

A tiszai Alföld a Pannon-medencének a negyedidőszakban leggyorsabban süllyedő területe (Joó, 1992). A kéregmozgások és a geodinamikai folyamatok által meghatározott felszínsüllyedéssel – a folyószabályozásokat megelőzően – a Kárpátokból és előhegyeiből érkező folyók döntően árvízi hordaléklerakása tartott egyensúlyt, kialakítva az Alföld központi részének ma is jellemző természeti képét. Itt száz kilométert is meghaladó távolságon belül a 10 métert sem elérő völgylejtésen túl maximum ugyanennyi magasságváltozást mutató domborzatot találunk; e magasságkülönbségek a folyóvízi üledéklerakás beszédes nyomai (Timár, 2003). Miközben a terület teljes egésze – a Középhegységtől az Erdélyi-szigethegységig folyamatosan, az Alföld központi részén maximális értékeket mutatva – süllyedt már az emberi beavatkozások előtt is, a régió folyói és azok közvetlen környezete csak e vidék egy részét érintik. A hordalékszállítás szempontjából a teljes területen elterítés egyik nyilvánvaló módja a folyók oldalirányú mederváltozása; a Tisza azonban az elmúlt 16-18 ezer évben nem mutatott néhány kilométernél nagyobb oldalirányú elvándorlást (Timár et al., 2005). A rendkívül sík területen azonban a Tisza árvizei a medertől nagy távolságra is eljutottak, az ártér szélessége a Tisza keleti partján helyenként több tíz kilométerre nőtt. Ez, összekapcsolva az említett völgylejtéssel, azt eredményezte, hogy az ártér távoli része összekapcsolódik a



40. ábra. A Tisza és a Körös közötti természetes árapasztó (ideiglenes) medrek a folyószabályozások előtt, Goetz és Probst térképén (1804; georeferencia: Timár és Galambos (2008).

Körös árterével; sőt a kiáradt víz el nem párolgó része leginkább a Körösök felé folyt tovább, a Tisza bal partjától a Körös felé természetes árapasztó csatornákat képezve. E csatornák esetleges „felélesztése” a hosszú távú tiszai árvízvédelmi stratégiának is eleme lehet (pl. a Keleti-főcsatorna is egy ilyen nyomvonalon épült ki), így e csatornák szabályozás előtti árvíz-elvezető kapacitásának becslése gyakorlati szempontból is érdekes (Timár és Gábris, 2008).



41. ábra. Az előző ábrán bemutatott csatornarendszer becsült vízvezető kapacitása a medrek morfológiája alapján (Timár és Gábris, 2008). Az azonosító számok alatti nagyobb vízhozam-értékek az átlagos, az alsó, kisebb értékek a szűkületeknél fellépő minimális vízhozamot mutatják; az összesített vízvezető kapacitás becslése a szűkületi vízhozamok alapján történt. Az ábrán a Berettyó szabályozás előtti medervonalát tüntettem fel. Az arab számok az egymástól független csatornákat, ill. ágrendszereket jelölik.

A tiszai Alföld árapasztó csatornái több történeti térképen is követhetők. Miközben alaprajzi szempontból a legszebben Lipszky János 1806-os keltezésű térképén (Reisz, 2005; Timár et al., 2006a) vannak feltüntetve, míg a csatornák rendszerét Goetz és Probst 1804-es (Timár és Galambos, 2008) kisebb méretarányban, de átláthatóbban mutatja be (40. ábra).

A régi térképeknek a maiakkal történt fedésbe hozását követően a csatornák nyomát 15 méter pixelméretű Landsat-ETM űrfelvételen sikerült azonosítani és digitalizálásukat követően mederparamétereiket – a meanderező medrek jellemző kanyarméretét – helyről helyre meghatározni. Ezekből az egyes csatornák átlagos és szűkületi (tényleges) maximális

átbocsátott vízhozamát megbecsülve, a teljes rendszer nagyvízi árapasztó kapacitása 1000 m³/sec érték körül adható meg; a szabályozásokat megelőzően a Tisza bal oldali ártere maximum ekkor hozammal volt képes az árvízi többletnek a sárréti süllyedék és a Körös-meder felé továbbítására (41. ábra, Timár és Gábris, 2008).

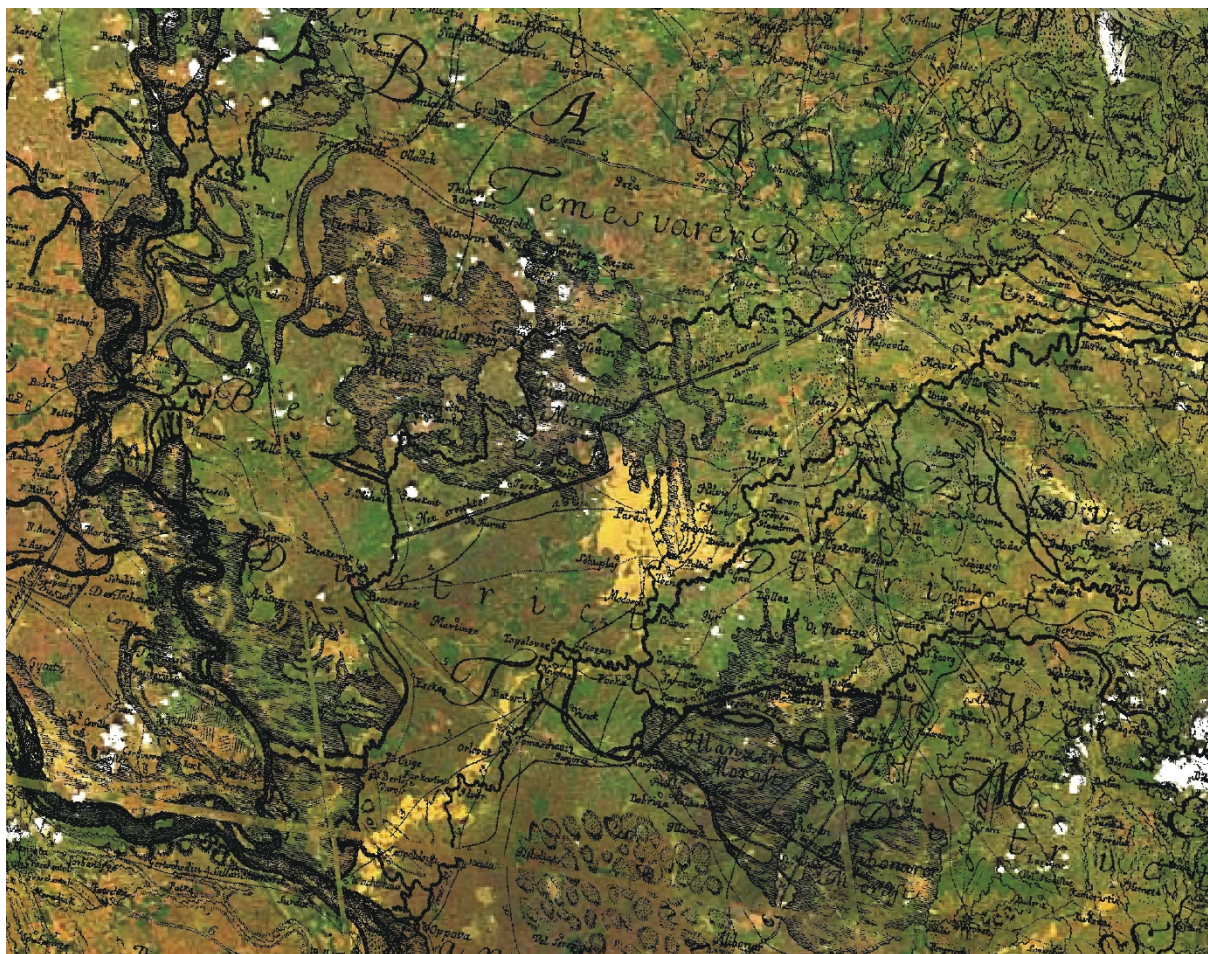
4.2. A 2005-ös bánáti árvíz és a térség szabályozás előtti topográfiájának kapcsolata

2005 tavaszán a dél-erdélyi hegyekben tapasztalt gyors hóolvadás és a sok eső miatt rekord-hozamú árhullám alakult ki a nyugat-délnyugati irányban, a Bánát felé folyó vízfolyásokon, elsősorban a Bégán és a Temesen. Az utóbbi folyó romániai szakaszán gátszakadás is bekövetkezett; a kiömlött víz pedig nemcsak a folyóval párhuzamosan haladt, hanem a Temes bal partján a vízfolyásra majdnem merőlegesen nagyobb távolságig is eljutott, azt részben a szerb-román határon létesített gát fogta meg. E szokatlan elárasztási minta oka a mikrodomborzat; ezt azonban a méteres vagy több méteres alapszintközű mai topográfiai térképek nem feltétlenül képesek megmutatni.

Ebben az esetben is a történeti térképek kínálnak érdekes adatforrást. Ha feltételezzük, hogy a vizsgált bánáti terület magassági helyzete az elmúlt 250 évben lényeges *belső* változást nem szenvedett, Lázár deák már említett térképe vagy az 1769-es Müller-térkép segíthet az árvízi elöntési minta megértésében. E térképeknek ugyan szabatos magasságjelölésük nincsen, azonban az alföldi területeken a nagyon kis magasságkülönbségek miatt is annyira más terepfedezet, növényborítás alakulhat ki, hogy azokat e mégoly korai térképek is be tudják mutatni.

És ebben az esetben is pontosan ez a helyzet. Ma már nincs nyoma – sőt a topográfiai térképek szintvonalait is nagyon értő szemekkel, tulajdonképp már a „megoldás ismeretében” kell kövessük, hogy észrevegyük – annak a tónak, amely a bánáti Nagybecskerek térségében majdnem egy Balatonnyi méretben hullámozott itt a Lázár-térkép tanúsága szerint (Székely et al., 2009). A tó mocsaras maradványa – és eddigre már kevés szabad vízfelülete – is egyértelműen azonosítható a Müller-térképen, Lázár után 250-280 évvel. Ma, bő egy évszázaddal a szabályozások, és 250 évvel Müller után, ahogy már említettük, szinte semmi nem látható ebből topográfiai térképeinken, a köztes első katonai felmérésen a terület északi része még mocsár, a második felmérés inkább a maira emlékeztető szántóterületet mutat, helyenként mocsaras nyomokkal.

A Müller-térkép fedésbe hozva az elöntést mutató MODIS-űrfelvétellel azonban megmutatja a mikro-domborzat jelentőségét és annak megjelenését a régi térképen: a gátszakadás után a folyótól majdnem merőlegesen távolodó víz épp e régi mocsaras területet igyekszik feltölteni (42. ábra; Timár et al., 2008).

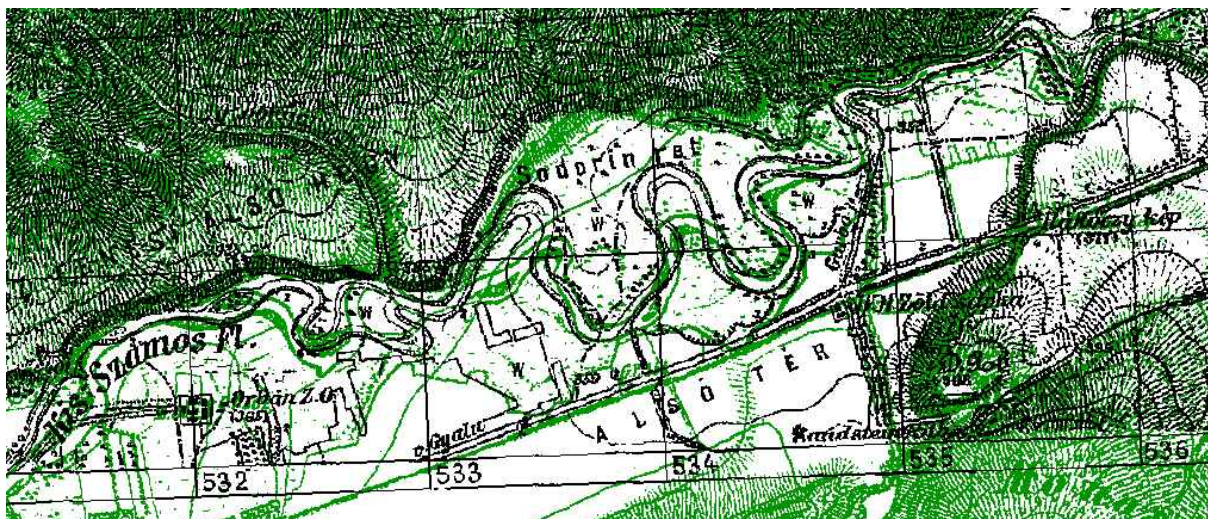


42. ábra. A Temes 2005 áprilisi, bányai árvize (világos-sárgás folt a valós színes, MODIS űrfelvétel-kompoziton). A fekete térképi fedvény az 1769-es Müller-térkép georeferált változata. A kiöntött víz a korábban megvolt de mára eltűnt mocsarak által jelzett, kicsit alacsonyabb térszín felé áramlik (Timár et al., 2008).

4.3. A Kis-Szamos természetes mederváltozása Szászfenesnél a XIX. század második felében

A régi térképeket, amennyiben azok georeferálása megtörtént, nemcsak a mai térképekkel és adatbázisokkal lehet fedésbe hozni és együttesen elemezni, hanem egymással is. Amennyiben például egy (akkor) még nem szabályozott folyó azonos szakaszáról különböző időpontban készült térképeket vetítjük egymásra, tanulmányozhatjuk a folyó természetes dinamikáját: a medermorfológia változását és ennek sebességét is.

A meanderező vízfolyások dinamikájának néhány alapvető tulajdonsága a geomorfológiában és a vízmérnöki tudományokban jól ismert. Egyrészt a kanyarulatok a külső ív felé fejlődve, ott a partélt lebontva, a belső íven övzátonyokat építve növekednek. Másodsorban, ahogy a kanyarulat emiatt metszésbe kerül a meder egy másik szakaszával, akkor a kanyarív lefűződik és holtág, morotva alakul ki, amely a továbbiakban – aktív vízfolyás híján – már nem változtatja



43. ábra. A Kis-Szamos természetes medervátozása Szászfenesnél, kb. 20 év alatt, az egymást követő katonai felmérések szelvényein (zöld:második felmérés, 1870 körül; fekete: harmadik felmérés, 1890 körül).

helyét és lassan feltöltődik. Harmadrészt pedig a kanyargó folyómedernek a völgylejtés irányába első partja mindig gyorsabban erodálódik, mint a szemközti, amiatt a kanyarívek a folyásirány mentén lassan lefelé vándorolnak, miközben az előbb említett két változást is elszenvedik.

A második katonai felmérés erdélyi szelvényeit viszonylag későn fejezték be. Mivel a munkát három évre megszakította a krími háború idején, az ottani osztrák megszállás alatt lehetővé váló havasalföldi felmérés (Fligely, 1859; Bartos-Elekes et al., 2013), a térképsorozat e tartományban csak az 1860-as évek végére készült el, az 1860-as évek környezeti állapotát mutatva. A viszonylag egyidőben elkészülő harmadik katonai felmérés emiatt itt a legkisebb időlépéssel, kb. 20-30 évvel követi azt (Kovács, 2002; Jankó, 2007). A 43. ábrán a Kis-Szamosnak a Kolozsvártól nyugatra elhelyezkedő szászfenesi völgyrészletét mutatja be; zöld színnel a korábbi, második felmérés idején mutatott folyómederrel, feketével pedig a későbbi állapotot mutatva, szép példáját adva előző bekezdésben említett mederváltozásoknak e folyószakaszon.

4.4. Folyómeder- és partváltozások mesterséges beavatkozások hatására: a Ráckevei- (Soroksári-) Duna kiágazása Budapestnél

A Duna mai budapesti partszakasza a pesti parton a megyeri révtől a csepeli szigetcsúcsig, a budain pedig az Északi összekötő vasúti hídtól a Kopaszi-gát déli végéig jellegében lényegesen különbözik a természetes állapottól. Ezen túlmenően az említett pesti partszakasz északi és déli vége, a Nép-szigettől északra és a Ráckevei- (Soroksári-) Duna (a továbbiakban: soroksári Duna-ág) kiágazási része; Budán pedig a lágymányosi partszakasz vonalvezetésében is lényegesen eltér a szabályozás előtti állapottól. E rövid esettanulmányban az említett pesti partszakasz déli végének átalakulását mutatom be korábbi munkám (Timár et al., 2013a) alapján, Budapest közigazgatási térképsorozatának georeferált változata (Timár és Biszak, 2007) alkalmazásával.

Ahogy a Duna elhagyta a gellérthegyi szűkületet, természetes, szabályozás előtti állapotában szétterült, mai szélességének három-ötszörösét is elérve viszonylag sekély mederben folyt tovább. Emiatt a XVII-XIX. században a Dunán igen gyakori jeges árvizek (Pišút, 2002) idején itt nagy volt a jégtorlasz, jégdugó kialakulásának veszélye, amely pl. az emlékezetes 1838-as pest-budai árvíz okozója is volt. A helyzet jobbítása érdekében a városegysítés időszakában az 1870. évi



44. ábra. A Duna dél-budapesti szakasza (1876) a második katonai felmérés reambulált szelvényén. Figyeljük meg a soroksári Duna-ág tölcsérszerű alakját!

X. törvénycikk (a Duna-folyamnak a főváros mellett szabályozásáról s a forgalom és közlekedés érdekében Buda-Pesten létesítendő egyéb közmunkák költségeinek fedezéséről és e közmunkák végrehajtási közegeiről) előírta a fővárosi Duna-szakasz rendezését, ebben pedig kiemelten az említett jégtorlasz-veszélyes hely felszámolását. Ennek megfelelően a budai parton korábban a mai Budafoki út-Bogdánfy út vonalában húzódó part előtt, még a folyómederben egy töltést építettek a mai Műegyetem rakpart-Pázmány Péter sétány-Kopaszi gát vonalon, az így levágott öböl déli végét a folyam felé nyitva hagyva. Ezt az öblöt a természetes, de sokkal inkább a mesterséges feltöltés napjainkra a Ferencváros-Kelenföld közti vasútvonal déli oldalán megmaradt Kopaszi-öböl kivételével feltöltötte.

A soroksári Duna-ág kilépése a Duna főmedréből eredetileg egy, a második katonai felmérés szelvényén is jól látható, tölcészerű formát mutatott (44. ábra). A mederág kilépése a déli vasúti híd pesti hídfőjétől a csepeli szigetcsúcsig folyamatos és igen széles volt; Szigetszentmiklósig mindenütt szélesebb a mai állapotánál. Ehhez képest ma lényegesen más a helyzet; a Csepel-sziget északi csúcsa már nem „hegyes”, hanem enyhén ívelt, annak északi oldalán a soroksári Duna-ág a keskeny Kvassay-zsilipen át a Duna főágra merőlegesen, sőt kicsit visszahajló irányban ágazik ki. Vajon e partvonal kialakítása mekkora mérnöki beavatkozást igényelt?

A köztes állapotot mutató 1908-as 1:5000 méretarányú budapesti közigazgatási térkép tanúsága szerint nem veszedelmesen nagyot (45. ábra). Mindösszesen két műtárgy készült el a zsilip



45. ábra. A Kopaszi-gát (K), a ferencvárosi part folytatásában épült párhuzammű (P) és a csepeli szigetcsúcsot záró töltés (CS) Budapest 1908-as közigazgatási térképén (Timár és Biszak, 2007; Timár et al., 2013a).

kialakítását megelőzően: egy, a budai oldal említett töltésével együtt a Dunának szűkebb főmedret szabó párhuzammű a mai part vonalában a vasúti hídtól a leendő zsilipig, és a Csepel-sziget új, ívelt formáját megadó töltés. Ez a mai szigetcsúctól még északi irányban eltért, illeszkedve a sziget eredeti csúcspontjához, és később, a zsilip építésekor átépítették. Ennyi építési munka, a leszűkített Duna-meder rendszeres kotrása és 2 évtizednyi türelem elegendő volt: a párhuzammű mögött szinte nullára csökkenő vízsebesség miatt nagyon gyors feliszapolódás történt, szárazulattá téve a mai „VITUKI-telek” néven ismert területrészt. Ezt elősegítette, hogy a mederágot nagyjából a mai Gubacsi-híd vonalában ideiglenesen le is zárták. Végül a zsilip felépítésével és a soroksári Duna-ág partjának véglegesítésével zárult az átalakítás folyamata.

4.5. A Balti-tenger visszahúzódása a térség izosztatikus kiemelkedése miatt

Észak-Európát, így különösen Skandináviát, a Balti-tenger térségét az utolsó jégkorszak során is közismerten vastag jégtakaró borította. Ennek gyors, geológiai időskálán szinte „pillanatszerű” elolvadása megbontotta a regionális izosztatikus egyensúlyt; a jég terhétől megszabadult litoszféra gyors, bár időben lassuló kiemelkedést szenved el (Walcott, 1973). A kiemelkedés mértéke a Botteni-öbölben mutatkozó kiemelkedési centrumban majdnem 1 cm/év, Finnország délnyugati részén 4-5 mm/év, és még Észtország nyugati partján is 1-2 mm évente (Ekman, 1996; Eronen et al., 2001).



46. ábra. A tengerpart visszahúzódása Észtország 1937-es és 1992-es topográfiai térképeinek készítése ideje között, az izosztatikus eredetű regionális kiemelkedés következtében (Timár et al., 2004c).

Észtország a történelem során először az első világháború után nyerte el függetlenségét, majd az 1940-es szovjet-orosz megszállás, a második világháborús német uralom és a szovjet tagköztársasági korszak után 1991-ben szerezte vissza újra azt. Az első függetlenség idejének végére, 1937-re készült el az ország első saját topográfiai felmérése és térképe, amelynek georeferálását Timár et al. (2004c) mutatják be. Ezt követően már a mai köztársaság időszakának elején, 1992-től készült el az új topográfiai térkép, valamivel több, mint fél évszázados különbséggel bemutatva az ország topográfiáját és az abban megmutatkozó változásokat. Az épített környezetben mutatkozó domináns változások mellett a természeti állapotban bekövetkezett egyik legfontosabb módosulás a tengerpart helyzetében vehető észre. A regionális kiemelkedés miatt – miközben a tengerszint függőleges helyzete e skálán szinte változatlanul tekinthető – a tengerpart visszahúzódik, amely a sík, fővenyes partszakaszok esetén már a két említett térkép készítése közötti 55 évben is látványos; a több száz méteres visszahúzódás nyilvánvalóan sokkal nagyobb, mint a két térkép egymásra illesztésének pontossága (46. ábra).

A balti kiemelkedés centrumától messzebb fekvő Dániában is találhatunk partvonal-visszahúzóási példákat, amennyiben a vizsgálatba lényegesen korábbi térképeket vonunk. Az 1762-1821 közötti dán „Målebordsblade” felmérés (Mugnier, 2006) 1780 körüli szelvényét georeferálva észrevehetjük, hogy a szigetek kiterjedése jóval kisebb volt, és a szárazföld terjeszkedése csak néhány helyen történthetett mesterséges feltöltés eredményeképp (47. ábra).



47. ábra. A koppenhágai repülőtérenk is otthont adó Amager-sziget kiterjedésének változása az 1780-es évek és napjaink között.

5. Eredmények, tézisek ismertetése

1. Megvizsgáltam annak lehetőségét és módszert dolgoztam ki arra, hogy archív/történelmi térképek mai rendszerekhez történő georeferálása pusztán a térképi szelvényezés és/vagy hálózat felhasználásával – a térképi tartalom felhasználása nélkül – hogyan és milyen (az eredeti térkép készítésének korától és technológiájától függő) pontossággal lehetséges.

2. Vizsgálataim alapján arra jutottam, hogy az ilyen típusú, elvi alapú georeferencia létrehozásához szükség van a korabeli, a Föld alakjára vonatkozó, az adott korban tudományosan elfogadott matematikai, (geo)fizikai, csillagászati, geodéziai ismeretek feldolgozására, a mérési pontosság, és hálózatfejlesztési módszerek pontos rekonstrukciójára, és ezen az alapon a korabeli térképek metaadatainak a mai térinformatikai rendszerekben szokásos paraméterezésének megadására. Ezért kiterjedt szakirodalmi kutatást végeztem online elérhető eredeti dokumentumokon (kihasználva a *Google Books*[®] által most már biztosított lehetőséget) ezen ismeretek rendszerezett történeti leírása érdekében.

3. Az 1. tételben megfogalmazott módszer alkalmazásához a 2. tételben leírt szakirodalmi kutatás bázisán metaadatbázist alkottam, a következő történelmi térképművek alapfelületi és vetületi adataival, lehetővé téve a térképek georeferálását:

Térképművek:

- A Cassini-féle Franciaország-térkép (1750 körül; Timár et al., 2014a).
- Lipszky János Magyarország-térképe („Mappa generalis regni Hungariae partiumque adnexarum Croatiae, Slavoniae et confinium militarium magni item principatus Transylvaniae”, 1806; Timár et al., 2006a)
- Habsburg Birodalom második katonai felmérése (1806-69; Timár és Molnár, 2003; Timár, 2004; Timár et al., 2004a; Timár et al., 2006b; Timár et al., 2006b).
- Habsburg Birodalom 1:75.000 méretarányú térképsorozata és az 1:25.000 méretarányú harmadik katonai felmérés (1880 körül; Timár és Molnár, 2008; Molnár és Timár, 2009) illetve a korabeli román felmérés (Timár és Mugnier, 2010).
- A Habsburg katonai térképészet által készített Havasalföld-felmérés (1855-57; Timár et al., 2014b) és annak vetületileg azonos román, Szatmári-féle másolata (Bartos-Elekes et al., 2013).
- A Habsburg katonai térképészet által a mai Olaszország területén a XIX. század első felében készített topográfiai térképművek (Timár et al., 2017a).
- Norvégia 1880-1910 közötti, 1:100.000 méretarányú „Rektangelskart-” (négyzetgöztérkép-) sorozata (Timár et al., 2017b).
- Magyarország II. világháborús topográfiai térképe (1941) sztereografikus és német katonai vetületben (Timár et al., 2004b).
- A magyarországi történelmi kataszter térképszelvényei (Timár, 2007b; Timár és Biszak, 2010).

- A budapesti közigazgatási térképek térképszelvényei (Timár és Biszak, 2007).
- Az olaszországi történeti kataszter térinformatikai leírása (Timár et al., 2013b).

(A fentiekén túlmenően több más térképmű feldolgozása is megtörtént – az európai Oroszország „3 versztes” topográfiai sorozata (1880 körül, 1:126.000 méretarány); Finnország „szénátusi” térképsorozata (1900 körül, 1:21.000 méretarány), azonban ezekből még semmilyen tudományos publikáció nem született, azok készítése folyamatban van.)

Egyedi térképek:

- Lázár deák Magyarország térképe (1528; Timár et al., 2008a; 2010);
- Kitaibel és Tomcsányi 1810-es móri földrengés-térképe (Timár, 2015).

A felsorolásból jelentősége és egyedi jellege miatt kiemelem a Habsburg második katonai felmérés Tirol és Salzburg tartományokat bemutató szelvényeit, melyet korábban teljesen vetület és geodéziai alap nélkülinek tartottak (Kretschmer et al., 2004). Levéltári kutatásaim eredményeként megállapítottam, hogy a ténylegesen elvégzett háromszögelési munkák eredményeként előállt alapponthálózat pontjait egy virtuális alapponthoz, mint kezdőponthoz igazodó Cassini-vetületi koordinátákkal adták meg és a térképrendszer ehhez igazodik (Timár, 2009). A rendszerben a georeferálást tisztán geometriai transzformáció segítségével elvégezve a legnagyobb eltérés 250 méter, de tipikusan kisebb, mint 100 méter. Az ellenőrzésképpen 50 db GCP felhasználásával elvégzett hagyományos illesztés legnagyobb hibája 500 méter, tipikus hibája 200 méter volt. Ebből arra következtettem, hogy az általam megadott módszernél érdemben pontosabb georeferencia nem definiálható.

4. Elkülönítettem a természetes és mesterséges környezet fejlődéséből, megváltozásából eredő, térképeken nyomozható eltéréseket és az egykori térképezési rendszerből, az ennek a mai rendszerhez illesztési módszerből adódó hibákat, utóbbira maximális becslést adva a tényleges változás mértéke valóban vizsgálhatóvá vált. Így különösen, a dolgozatban is bemutatott, eltérő tematikájú, különböző természeti vagy emberi beavatkozás következtében bekövetkező változásokat bemutató esettanulmányok esetében:

- A Tisza és a Körös között a folyamszabályozások előtt aktív természetes árlecsapoló csatornák rendszerének bemutatását és a rendszer maximális vízvezető kapacitásának (1000 m³/s) megbecslése (Timár és Gábris, 2008);
- A 2005-ös bányai árvíz és az 1769-es Müller térkép által bemutatott korabeli ártéri topográfia kapcsolata (Timár et al., 2008b);
- a budapesti Duna-szigetek utóbbi 150 évre vonatkozó fejlődéstörténeti leírása (Timár et al., 2013a);
- a tengerpartnak a jégtakaró elolvadását követő izosztatikus kiemelkedés hatására bekövetkező visszahúzódása az észtországi partvonal egy részén (Timár et al., 2004c).

Irodalom

- Airy, G. B. (1826): On the figure of the Earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 116: 548-578.
- Airy, G. B. (1855): On the computation of the effect of the attraction of mountain-masses, as disturbing the apparent astronomical latitude of stations in geodetic surveys. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 145: 101-104.
- Airy, G. B. (1857): Account of the construction of the new national standard of length, and of its principal copies. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 147: 621-702.
- Albrecht, C. Th. (1869): Über die Bestimmung von Längen-Differenzen mit Hülfe des electrischen Telegraphen. Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde. Wilhelm Engelmann, Leipzig, 83 p.
- Albrecht, Th. (1873): Formeln und Hülftafeln für geographische Ortsbestimmungen nebst kurzer Anleitung zur Ausführung derselben. Wilhelm Engelmann, Leipzig, 176 p.
- Albrecht, Th. (1879): Ausgleichung des deutschen Längenbestimmungsnetzes. Astronomische Nachrichten 95: 129-142 Nr. 2265.
- Albrecht, Th. (1904a): Über die Verwendbarkeit der drahtlosen Telegraphie bei Längenbestimmungen. Astronomische Nachrichten 166: 337-344. Nr 3982.
- Albrecht, Th. (1904b): Ausgleichung des zentraleuropäischen Längennetzes. Astronomische Nachrichten 167: 145-162. Nr 3993-94.
- Alder, K. (2003): The measure of all things – The seven-year odyssey and hidden error that transformed the world. Free Press, New York, London Toronto, Sydney, Singapore, 448 p.
- Archibald, T. (2003): Analysis and physics in the nineteenth century: The case of boundary-value problems. In: Jahnke, H. N. (ed.): A history of analysis. History of Mathematics, vol. 24, American Mathematical Society, translated from: Geschichte der Analysis, Spektrum Akademischer Verlag, 1999.
- Ádám, J. (1982): On the determination of similarity coordinate transformation parameters. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini 41: 283-290.
- Ádám, J. (1999): Difference between geoid undulation and quasigeoid height in Hungary. Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata 40(3-4): 571-575.
- Ádám, J. (2000): Geodesy in Hungary and the relation to IAG around the turn of 19th/20th century - A historical review. Journal of Geodesy 71(1): 7-14.
- Ádám J. (2017): Roger Joseph Boscovich élete és munkássága. Geodézia és Kartográfia 69(3): 39-40.
- Ádám, J., Drewes, H. (2012): The International Association of Geodesy (IAG): Historical overview. Journal of Geodesy 86(10): 793-799.
- Ádám J., Tokos T., Tóth Gy. (2002): Magassági mérőszámok és azok kapcsolata Magyarországon. Geodézia és Kartográfia 54(1): 5-10.

- Ádám J., Bányai L., Borza T., Busics Gy., Kenyeres A., Krauter A., Takács B. (2004): Műholdas helymeghatározás. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 458 o.
- Baeyer, J. J. (1861): Ueber die Grösse und Figur der Erde – Eine Denkschrift zur Begründung einer mittel-europäischen Gradmessung nebat einer Uebersichtskarte. Georg Reimer, Berlin, 104 p.
- Bayer, T. (2016): Estimation of an unknown cartographic projection and its parameters from the map. *GeoInformatica* 18(3): 621-669.
- Bartha L. (1992): Lipszky János kartográfiai munkássága és követői. In: Joó I., Raum F. (eds.): A magyar földmérés és térképészet története; Raum F., Winkler Gy. (eds.): Első kötet B. Nyomtatott kézirat kiadó nélkül, Budapest, 341 p.
- Bartos-Elekes, Zs., Timár, G., Imecs, Z., Magyari-Sáska, Zs. (2013): Georeferencing the topographic map of Walachia. 8th International Workshop on Digital Approaches to Cartographic Heritage. Róma, 2013.09.19-2013.09.20., Paper 12.
- Bay, Z., White, J. A. (1973): The speed of light and the new meter. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae* 36(1): 99-106.
- Bányai, L. (1988): Comparative analysis of some estimation models for determination of horizontal crustal deformations. *Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica Hungarica* 23: 199-217.
- Bányai, L. (1992): The role of the elastic rebound theory in design and evolution of deformation surveys. *Tectonophysics* 202(2-4): 107-110.
- Bede I. (1987): Lázár: a deák és térképe. *Geodézia és Kartográfia* 40: 367-373.
- Bernoulli, D. (1726): Examen principorum mechanicae et demonstrationes geometricae de compositione et resolutione virium. *Comment. Acad. Petropolii*, 126–142.¹⁹
- Bernoulli, D. (1738): *Hydrodynamica, sive De viribus et motibus fluidorum commentarii. Opus academicum ab auctore, dum Petropoli ageret, congestum. Johannis Reinholdi Dulseckeri, Basiliensis (Basel)*, 304 p.
- Bessel, F. W. (1825): Über die Berechnung der geographischen Längen und Breiten aus geodätischen Vermessungen. *Astronomische Nachrichten* 4: 241-254.
- Bessel, F. W. (1837a): Bestimmung der Axen des elliptischen Rotationssphäroids, welches den vorhandenen Messungen von Meridiansbögen der Erde am meisten entspricht. *Astronomische Nachrichten* 14: 333-348.
- Bessel, F. W. (1837b): Bestimmung der Länge der einfachen Sekundenpendels für Berlin. Druckerei der Königlichen Akademie der Wissenschaften, Berlin, 102 p.
- Bessel, F. W. (1842): Über einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seiner Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde. *Astronomische Nachrichten* 19: 97-102.

¹⁹ Cím és szerzőségi közlés: Bernoulli Dániel és Clairaut levelei Teleki József grófhoz / Jelítai József. Megjelenés: Budapest: [Franklin Ny.], 1938. Terj./Fiz. jell.: p. 502-507; 22 cm. Név/nevek: Jelítai József (1889-1944).

- Bessel, F. W., Baeyer, J. J. (1838): Gradmessung in Ostpreussen und ihre Verbindung. Königlich Akademische der Wissenschaften, Berlin, 452 p.
- Bill, R., Walter, K. (2015): Crowdsourcing zur Georeferenzierung alter topographischer Karten – Ansatz, Erfahrungen und Qualitätsanalyse. *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement* 140(3): 172-179.
- Billiris, H., Paradissis, D., Veis, G., England, P., Featherstone, W., Parsons, B., Cross, P., Rands, P., Rayson, M., Sellers, P., Ashkenazi, V., Davison, M., Jackson, J., Ambraseys, N. (1991): Geodetic determination of tectonic deformation in central Greece from 1900 to 1988. *Nature* 350: 124– 129.
- Biró, P. (1967): On the accuracy of the deflection of the vertical interpolated by gravimetric methods. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie – Sonderheft* 25: 86-90.
- Biró, P. (1981): Zur Anwendung der Stokes'schen Formel für zeitliche Schwereänderungen. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 106: 523-531.
- Biró, P. (1990): What is 'Gravity' in fact? In: Rummel, R., Hipkin, R. G. (eds.): General Meeting of the International Association of Geodesy: Gravity, Gradiometry, and Gravimetry. Symposium No. 103. Springer, New York NY, 1-8.
- Biró, P., Thông, N. C. (1987): Relative and true surface movements. *Journal of Geodynamics* 8: 275-279.
- Biró P., Ádám J., Völgyesi L., Tóth Gy. (2013): A felsőgeodézia elmélete és gyakorlata. HM Zrínyi Térképészeti és Kommunikációs Szolgáltató Nonprofit Kft., Budapest, 508 o.
- Biszak, E., Kulovits, H., Biszak, S., Timár, G., Molnár, G., Székely, B., Jankó, A., Kenyeres, I. (2014): Cartographic heritage of the Habsburg Empire on the web: the MAPIRE initiative. 9th International Workshop on Digital Approaches to Cartographic Heritage Budapest, 4-5 September 2014., pp. 26-31.
- Biszak, E., Biszak, S., Timár, G., Nagy, D., Molnár, G. (2017): Historical topographic and cadastral maps of Europe in spotlight – Evolution of the MAPIRE map portal. In: Livieratos, E. (ed.): 12th ICA Conference Digital Approaches to Cartographic Heritage, Venice, 26-28 April 2017., pp. 204-208.
- Borrass, E. (1911): Bericht über der relativen Messungen der Schwerkraft mit Pendelapparaten in der Zeit von 1808 bis 1909: und über ihre Darstellung im Potsdamer Schweresystem. G. Reimer, Berlin, 288 p.
- Boscovich, R. J. (1739): De veterum argumentis pro telluris sphaericitate dissertatio. Typis Antonii de Rubeis in Via Seminarii Romani, Roma, 16 p.
- Boscovich, R. J. (1760): De recentissimis graduum dimensionibus et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda. Supplementum ad nota min Vers. 667, Philosophiae Recentioris a Benedicto Stay, Libri X, Tomus II, Roma, 406-426.
- Bouguer, P. (1749): La figure de la terre, déterminée par les observations de messieurs Bouguer & de La Condamine, de l'Académie Royale des Sciences, envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour observer aux environs de l'Equateur. Charles-Antoine Jombert, Libraire du Roy, Paris, 394 p.

- Briggs, L. J. (1916): A new method of measuring the acceleration of gravity at sea. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 2(7): 399-407.
- Bruns, H. (1871): *De proprietate quadam functionis potentialis corporum homogeneorum. Dissertatio inauguralis quam consensu et auctoritate amplissimi philosophorum ordinis in alma literarum Universitate Friderica Guilelma Berolinense pro Summis in Philosophia Honoribus. A. W. Schade, Berolini [Berlin], 23 p.*
- Bruns, H. (1878): *Die Figur der Erde – Ein Beitrag zur europäischen Gradmessung. Stankiewicz, Berlin, 49 p.*
- Buffoni, D., Leoni, D., Bortolamedi, R. (2003): L'eredità cartografica catastale degli asburgo in formato digitale. *E.geography: GIS e Società - 6° Conferenza Italiana Utenti ESRI*, 9-10 Aprile 2003. (URL: <http://www.esriitalia.it/conferenza2003cd/content/documenti/9aprile/buffoni.doc>)
- Burša, M. (1962): Теория определения непараллельностей малой оси референц-эллипсоида полярной оси инерции Земли и плоскостей исходного астрономического и геодезического меридианов по наблюдениям искусственных спутников Земли. *Studia Geophysica et Geodetica* 6:209-214.
- Cajori, F. (1928): *A history of mathematical notations, Volume I.: Notations in elementary mathematics. The Open Court Company, London, 451 p.*
- Calinger, R. S. (2015): *Leonhard Euler, mathematical genius of the enlightenment. Princeton University Press, Princeton-Oxford, 668 p.*
- Cassini I, I. D. (1668): *Ephemerides bononienses medicorum syderum ex hypothesibus et tabulis. Emilii Mariae & Fratrum de Manolesiis, Bononiae [Bologna], 48 p.*
- Cassini I, G. D. (1688): *La méthode de déterminer les longitudes des lieux de la terre par les observations des satellites de Jupiter. Imprimerie de Gabriel Martin, Paris, 47 p.*
- Cassini II, J. (1720): *De la grandeur et de la figure de la Terre. De L'Imprimerie Royale, Paris, 306 p.*
- Cassini III, C.-F. (1744): *La meridienne de l'Observatoire Royal de Paris, vérifiée dans toute l'étendue du Royaume par de nouvelles Observations. Suite des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Année MDCCXL. Guerin & Guerin, Paris, 292 p.*
- Cassini III, C.-F. (1765): *Relation des deux voyages faits en Allemagne par ordre du Roi: Par rapport a la figure de la Terre, pour déterminer la grandeur des degrés de longitude; Par rapport a la géographie, pour poser les fondemens d'une Carte générale & particulière de l'Allemagne; Par rapport a l'astronomie, pour connoître la position des principales Villes où les Astronomes Allemands ont fait leurs Observations & établir une correspondance entre les Observatoires de l'Allemagne & celui de Paris. Nyon, Paris, 200 p.*
- Cassini III, C.-F. (1783, post mort.): *Description géométrique de la France. J. Ch. Desaint, Paris, 107 p.*
- Cassini III, C.-F., Maraldi, G. D. (1744): *Nouvelle carte qui comprend les principaux triangles qui servent de fondement a la description geometrique de la France. Levee par ordre du Roy. Aubin & Heulland, Paris. Térkép, 1 szelvény.*

- Cassini IV, J.-D., Méchain, P., Legendre, A.-M. (1790): Exposé des opérations faites en France en 1787, pour la jonction des observatoires de Paris et de Greenwich. Sourds-Muets, Paris, 94 p.
- Castaigns, J., Dezileau, L., Fiandrino, A. & Verney, R. (2011). Evolution morphologique récente d'un complexe lagunaire méditerranéen: le système des étangs Palavasiens (France). *Revue Paralia* 4: 7.1–7.12.
- Cavendish, H. (1798): Experiments to determine the density of the Earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 88: 469-526.
- Chapman, M. E., Talwani, M. (1979): Comparison of gravimetric geoids with Geos 3 altimetric geoid. *Journal of Geophysical Research* 84: 3803-3816.
- Chase, C. G. (1979): Subduction, the geoid, and lower mantle convection. *Nature* 282: 464-468.
- Cholnoky J. (1943): Magyarország első jó térképe. *Magyar Katonai Szemle* 13(7): 94-97.
- Clairaut, A. C. (1738): Investigationes aliquot, ex quibus probetur terræ figuram secundum leges attractionis in ratione inversâ quadrati distantiarum maximè ad ellipsin accedere debere. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 40: 19-25.
- Clairaut, A. C. (1743): Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'hydrostatique. Durant Libraire, Paris, 305 p.
- Clarke, A. R. (1858): Ordnance trigonometrical survey of Great Britain and Ireland. Account of the observations and calculations of the principal triangulation and of the figure, dimensions and mean specific gravity of the earth as derived therefrom – Plates. Eyre-Spottiswoode, London, 28 p.
- Clarke, A. R. (1866): Comparisons of the standards of length of England, France, Belgium, Prussia, Russia, India, Australia, made at the Ordnance Survey Office, Southampton. Eyre & Spottiswood, London, 287 p.
- Clarke, A. R. (1867): Abstract of the results of the comparisons of the standards of length of England, France, Belgium, Prussia, Russia, India, Australia, made at the Ordnance Survey Office, Southampton. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 157: 161-180.
- Clarke, A. R. (1880): *Geodesy*. Clarendon Press, Oxford, 356 p.
- Costes, B., Grosso, E., Plumejeaud, C. (2012). Géoréférencement et appariement de données issues des cartes de Cassini: Intégration dans un référentiel topographique actuel. SAGEO12, Liège, Belgium.
- Coulomb, C.-A. (1788a): Description d'une boussole, dont l'aiguille est suspendue par un fil de foie. *Histoire de l'Académie des Sciences, Année 1795, L'Imprimerie Royale, Paris*, 560-568.
- Coulomb, C.-A. (1788b): Premier mémoire sur l'électricité et le magnétisme. Construcion & usage d'une balance électrique, fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal, d'avoir une force de réaction de Torsion proportionnelle à l'angle de Torsion. *Histoire de l'Académie des Sciences, Année 1795, L'Imprimerie Royale, Paris*, 569-577.

- Day, D. A., Logsdon, J. M., Lattell, B. (eds., 1998): Eye in the sky – The story of the Corona spy satellites. Smithsonian Books, Washington DC, 288 p. (különösen érdekes itt [szerző megjelölése nélkül]: Corona and the revolution in mapmaking, pp. 216-227.)
- Delisle, G. (1722): Determination géographique de la situation et de l'étendue des différentes parties de la terre. Histoire de l'Académie royale des Sciences, 365-383.
- Dietz, R. S. (1961): Continent and ocean basin evolution by spreading of the sea floor. *Nature* 190: 854-857.
- DMA, Defense Mapping Agency (1986): Department of Defense World Geodetic System 1984 – Its Definition and Relationships With Local Geodetic Systems. Technical Report 8350.2. St. Louis, MO, (oldalszám nem értelmezhető).
- Drahoš D., Horváth F., Tarcsai Gy. (1968): Mesterséges holdak Doppler-görbéinek geodéziai alkalmazása. *Geodézia és Kartográfia* 20: 333-338.
- Dupouey, J.-L., Bachacou, J., Cosserat, R., Aberdam, S., Vallauri, D., Chappart, G., Corvisier de Villèle, M.-A. (2007). Vers la réalisation d'une carte géoréférencée des forêts anciennes de France. *Le Monde des Cartes* 191: 85-98.
- Eckhardt, E. A. (1940): A brief history of the gravity method of prospecting for oil. *Geophysics* 5(3): 231-242.
- Eco, U. (1980): *Il nome della rosa*. Bompiani, Milano, 442 p.
- Egyed, L. (1955): *Geofizikai alapismeretek*. Tankönyvkiadó, Budapest, 535 o.
- Ekman, M. (1996): A consistent map of the postglacial uplift of Fennoscandia. *Terra Nova* 8: 158–165.
- Eötvös L. (1889): Jelentés a Sz. Gellérthege vonzó erejére vonatkozólag. *A Magyar Tudományos Akadémia Értesítője* 23: 145.
- Eötvös, R. (1896): Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus. *Annalen der Physik* 295(10): 354-400.
- Eötvös L. (1901): A Föld alakjának kérdése. *Természettudományi Közlöny* 382: 321-328.
- Eötvös, R. (1906): Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwaage. *Verhandl. d. XV. allg. Konferenz der Internat. Erdmessung in Budapest, Bd. I.* 337-395.
- Eötvös, R. (1909): Bericht über geodätische Arbeiten in Ungarn besonders über Beobachtungen mit der Drehwaage. *Verhandl. d. XVI. allg. Konferenz der Internat. Erdmessung in London-Cambridge, I.*, 319-350.
- Eötvös, R. (1919): Experimenteller Nachweis der Schwereänderung, die ein auf normal geformter Erdoberfläche in östlicher oder westlicher Richtung bewegter Körper durch diese Bewegung erleidet. *Annalen der Physik* 364(16): 743-752.
- Eötvös L. (1920, post mort.): Kísérleti kimutatása annak a nehézségi változásnak, amelyet valamilyen szabályos alakúnak felvett földfelületen keleti vagy nyugati irányban mozgó test e mozgás által szenved. *Matematikai és Természettudományi Értesítő*, 37(1): 1-28.
- Eötvös, R. (post mort.), Pekár, D., Fekete, E. (1922): Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Tragheit und Gravität. *Annalen der Physik* 373(9): 11-66.

- Eronen, M., Gluckert, G., Hatakka, L., van de Plassche, O., van der Plicht, J., Rantala, P. (2001): Rates of Holocene isostatic uplift and relative sea-level lowering of the Baltic in SW Finland based on studies of isolation contacts. *Boreas* 30(1): 17-30.
- Everest, G. (1830): An account of the measurement of an arc of the meridian between the parallels of 18° 3' and 24° 7', being a continuation of the grand meridional arc of India. Parbury, Allen & Co, London, 337 p.
- Everest, G. (1847): An account of the measurement of two sections of the meridional arc of India. The Honourable East India Company, London, 439 p.
- Eulero (Euler), L. (1788): Enodatio difficultatis super figura Terrae a vi centrifuga oriunda. *Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitinae* 2: 121-130.
- Érdi-Krausz Gy. (1958): Vetületanalízis. Térképtudományi Tanulmányok (Studia Cartologica) 1: 194-270.
- Érdi-Krausz Gy. (1976): Lázár térképeinek matematikai szerkezete. In: Stegena L. (ed.): A magyar térképészet kezdetei. Kézirat, Tankönyvkiadó, Budapest, 81-88.
- Érdi-Krausz, Gy. (1982): The mathematical structure of Lazarus maps. In: Stegena, L. (ed.): Lazarus Secretarius – The first Hungarian mapmaker and his work. Akadémiai Kiadó, Budapest, pp. 89-96.
- Fallon, L. A. (1822): Disposition zu den Blickfeuern, welche an 15ten August und an den nachfolgenden Abenden zum Behufe der astronomischen Längenbestimmung zwischen München und Ofen gegeben werden. Hof- und Staats- Aerariat-Druckeren, Wien, 18 p.
- Farr, T. G., Rosen, P. A., Caro, E., Crippen, R., Duren, R., Hensley, S., Kobrick, M., Paller, M., Rodriguez, E., Roth, L., Seal, D., Shaffer, S., Shimada, J., Umland, J., Werner, M., Oskin, M., Burbank, D., Alsdorf, D. (2007): The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics* 45: RG2004, doi:10.1029/2005RG000183
- Fehér B. (2004): Ptolemaios és forrásai. In: Fehér B.-Kovács P. (eds.): Korai földrajzi írók – a római hódítás kora. *Fontes Pannoniae Antiquae, Az ókori Pannónia történetének forrásai. Egyetemi segédkönyv, Károli Egyetemi Kiadó, Budapest*, 88-105.
- Ferencz, Cs., Drahos, D., Ferencz, I., Horváth, F., Tarcsai, Gy. (1970): Some theoretical contributions concerning Doppler-geodetical measurements. *Space Research* 10: 43-53.
- Feuillée, L. (1714): Journal des observations physiques, mathematiques et botaniques, faites par ordre du Roi sur les côtes orientales de l'amerique Méridionale & aux Indes Occidentales. depuis l'année 1707 jusques en 1712, Tome Premier. Pierre Giffart, Paris, 504 p.
- Fischer, I. (1959): A tentative World Datum from geoid heights based on the Hough ellipsoid and the Columbus Geoid. *Journal of Geophysical Research* 64(1): 73-84.
- Fischer, I. (1975a): The figure of the Earth – Changes in concepts. *Geophysical Surveys* 2: 3-54.
- Fischer, I. (1975b): Another look at Eratosthenes' and Posidonius' determinations of the Earth's circumference. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society* 16: 152-167.
- Fleck A. (1979): Miről beszélnek régi idők földrajzi koordinátái. *Geodézia és Kartográfia* 31(6): 425-438.

- Fleck A. (2003): A szögmérés kezdetei a földmérésben. *Geodézia és Kartográfia* 55(5): 19-26.
- Fligely, A. von (1859): *Organisation und Fortschritt der militärisch kartographischen Arbeiten in Österreich*. Auer, Wien, 11 p.
- Fodor F. (1952): *A magyar térképírás. I. kötet*, Budapest, 18-24.
- Földvály L. (2004): 2000-es évek első évtizede: a gravimetriai műholdak korszaka. *Magyar Geofizika* 45(4): 118-124.
- Frisius, G. (1530): *De principiis astronomiae et cosmographiae*. Joannes Grapheus, Antverpia [Antwerpen], 82 p.
- Frisius, G. (1533): *Libellus de locorum describendorum ratione, et eorum distantii inveniendis nunquam ante hac visus*. Grapheus, Antverpia [Antwerpen], 16 p.
- Galilei, G. (1638): *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due noue scienze attenenti alla meccanica & i movimenti locali*. Elsevirii, Leida [Leiden], 306 p.
- Ganahl, J. R. von, Milinkovič, T. (1873): *Astronomische Ortsbestimmungen in der Türkei ausgeführt im Jahre 1873*. Militär-Geographische Institut, Wien. Kézirat, Österreichische Staatsarchiv, Kriegsarchiv, Wien, Archive ID: Triangulierung/259.
- Gaposchkin, E. M., Kołaczek, B. (eds., 1981): *Reference coordinate systems for Earth dynamics. Proceedings of the 56th Colloquium of the International Astronomical Union held in Warsaw, Poland, September 8-12, 1980*. D. Reidel, Dordrecht-Boston-London, 400 p.
- Gauss, C. F. (1813): *Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum homogenorum, Methodo nova tractata. Commentationes Societatis Regiae Scientiarum Gottingensis Recentiores, Volumen II. Commentationes classis mathematicae*, 1-24.
- Gauss, C. F. (1823): *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*. Dieterich, Gottingae [Göttingen], 58 p.
- Gauss, C. F. (1828a): *Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona*. Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 84 p.
- Gauss, C. F. (1828b): *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Dieterich, Gottingae [Göttingen], 50 p.
- Gauss, C. F. (1845): *Untersuchungen über Gegenstände der höhern Geodäsie, Erste Abhandlung*. *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Zweiter Band von Jahren 1842-1844*. Dieterichschen Buchhandlung, Göttingen, *Abhandlungen der mathematischen Classe* 3-45.
- Gauss, C. F. (1847): *Untersuchungen über Gegenstände der höhern Geodäsie, Zweite Abhandlung*. *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Dritter Band von Jahren 1845-1847*. Dieterichschen Buchhandlung, Göttingen, *Abhandlungen der mathematischen Classe* 4-43.
- Gazda I., ifj., Marik M. (1982): *Csillagászattörténeti ABC*. Tankönyvkiadó, Budapest, 152 o.
- Gazda I., ifj., Sain M. (1978): *Fizikátörténeti ABC*. Tankönyvkiadó, Budapest, 248 o.
- Gábor I., Horváth Á. (1979): *A haditérképek története*. Zrínyi Katonai Kiadó, Budapest, 267 o.

- Gede, M., Barancsik, Á. (2015): Determining the projection of small scale maps based on graticule line shapes. 10th Conference on Digital Approaches to Cartographic Heritage. Corfu, 2015.05.27-2015.05.29. Paper 012. 9 p.
- Gehler, J. S. T. (1831): *Physikalisches Wörterbuch*, VI Band. „L”. Schwickert, Leipzig, 628 p.
- Goldstein, B. R. (1984): Eratosthenes on the “measurement” of the Earth. *Historia Mathematica* 11(4): 411-416.
- Green, G. (1828): *An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*. T. Wheelhouse, Nottingham, 72 p.
- Grosso, E. (2010). Integration of historical geographic data into current georeferenced frameworks: A user-centered approach. *e-Perimtron* 5 (3): 107-117.
- Halley, E. (1716): *Dissertation on the Method of Determining the Parallax of the Sun by the Transit of the Venus, June 6, 1761*. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 29: 454. Az eredetileg latin publikáció angol forrása: Motte (ford., 1809): *Abridged Transactions of the Royal Society* 6: 243-249.
- Hamilton, H. C., Falconer, W. (1854): *The Geography of Strabo*, Volume 1. Henry G. Bohn, London, 519 p.
- Harrison, J. (1767): *The principles of Mr. Harrison’s time-keeper with plates of the same, published by order of the Commissioners of Longitude*. Richardson & Clark, London, 39 p.
- Hart, C. A. (1948): Some aspects of the influence on geodesy of accurate range measurement by radio methods, with special reference to radar techniques. *Bulletin Géodésique* 10(1): 307-352.
- Hartl, H. (1887): *Materialien zur Geschichte der astronomisch-trigonometrischen Vermessung der österreichisch-ungarischen Monarchie*. J. N. Vernay, Wien, 280 p.
- Hazai I. (1954): *Földi vetületek*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 508 p.
- Hecker, O. (1910): *Bestimmung der Schwerkraft auf dem Schwarzen Meere und an dessen Küste sowie neue Ausgleichung der Schwerkraftmessungen aus dem Atlantischen, Indischen, und Großen Ozean*, Zentralbureau der Internationalen Erdmessung, Veröffentlichungen N. F. 20: 1-160.
- Heiskanen, W. (1924): *Untersuchungen über Schwerkraft und Isostasie*. Veröffentlichungen des Finnischen geodätischen Institutes 4, 96 p.
- Heiskanen, W. (1928): Ist die Erde ein dreiachsiges Ellipsoid? *Astronomische Nachrichten* 232: 305-308.
- Heiskanen, W. (1929): Die isostatische Reduktion und die Erddimensionen. *Astronomische Nachrichten* 237: 73-76.
- Heiskanen, W. (1938): *Investigations on the gravity formula*. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae. Ser. A. Vol. 51*, 22 p.
- Heiskanen, W. (1947): The geoid study of the International Isostatic Institute. *EOS Transactions of American Geophysical Union* 28(3): 361-365.

- Heiskanen, W. A. (1951): On the world geodetic system. Publications of the Finnish Geodetic Institute 39: 1-25; reprinted in Publications of the Isostatic Institute of IAG, 26, Helsinki, 25 pp., 1951; reprinted in Publications of the Ohio State University, Institute of Geodesy, Photogrammetry and Cartography, no. 1, 1952.
- Heiskanen, W. A. (1957): The Columbus geoid. EOS Transactions of American Geophysical Union 38(6): 841-848.
- Heiskanen, W. A. (1958): On the gravimetric undulations of the geoid and the deflections of the vertical. *Geofisica Pura e Applicata* 41(1): 1-18.
- Heiskanen, W. A. (1966): The extension of the gravity net to the unsurveyed areas of the Earth: Geophysical methods. In: Orlin, H. (ed.): *Gravity Anomalies: Unserved Areas*. Geophysical Monograph Series 9: 75-77.
- Heiskanen, W. A., Moritz, H. (1967): *Physical geodesy*. W. H. Freeman and Co., San Francisco CA – London, 364 p.
- Heiskanen, W. A., Vening Meinesz, F. A. (1958): *The Earth and its gravity field*. McGraw-Hill, New York, NY, 470 p.
- Heitz, S., Tscherning, C. C. (1972): Comparison of two methods of astrogeodetic geoid determination based on least squares prediction and collocation. *Tellus* 24(3): 271-276.
- Hell, M. (1770): *Observatio transitus Veneris ante discum Solis die 3 Junii Anno 1769 Wandoëhusii, auspiciis potentissimi ac clementissimi Regis Daniae et Norvegiae Christiani Septimi facta*. Johann Trattner, Vindobonae [Wien], 96 p.
- Helmert, F. R. (1872): *Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf die Geodäsie, die Physik und die Theorie der Messinstrumente*. Teubner, Leipzig, 348 p.
- Helmert, F. R. (1880): *Mathematischen und physikalischen Theorieen der höheren Geodäsie, Teil I: Die mathematischen Theorieen*. Teubner, Leipzig, 631 p.
- Helmert, F. R. (1884): *Mathematischen und physikalischen Theorieen der höheren Geodäsie, Teil II: Die physikalischen Theorieen, mit Untersuchungen über die mathematische Erdgestalt auf Grund der Beobachtungen*. Teubner, Leipzig, 610 p.
- Helmert, F. R. (1899): Wie groß ist 1 Meter in Preußen? *Zeitschrift für Vermessungswesen* 28: 424.
- Helmert, F. R. (1910): Die Schwerkraft und die Massenverteilung der Erde. In: Furtwängler, Ph., Wiechert, E. (eds.): *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen – Geodäsie und Geophysik*. Teubner, Leipzig, 85-177.
- Herrault, P.-A., Sheeren, D., Fauvel, M., Monteil, C., Paegelow, M. (2013). A comparative study of geometric transformation models for the historical „Map of France” registration. *Geographia Technica* 8 (1): 34-46.
- Hervás, don Lorenzo (1783): *Idea dell’Universo*. Tomo XIII, *Storia della Terra, Parte III Trattato I*, Biasini, Cesena, 220 p.
- Herzog, T. (2015): *Frontiers of possession: Spain and Portugal in Europe and the Americas*. Harvard University Press, Cambridge, MA, 400 p.

- Hirt, C., Claessens, S. J., Fecher, T., Kuhn, M., Pail, R., Rexer, M. (2013): New ultrahigh-resolution picture of Earth's gravity field. *Geophysical Research Letters* 40(16): 4279–4283.
- Hirvonen, R. A. (1934): The continental undulations of the geoid. *Publications of the Finnish Geodetic Institute* 29: 1-89.
- Hirvonen, R. A. (1956): On the precision of the gravimetric determination of the geoid. *EOS Transactions of American Geophysical Union* 37(1): 1-8.
- Hofkriegsrathe (szerző megj. nélkül, 1845): *Instruction für die bei astronomisch-trigonometrische Landesvermessung und im Calcul-Bureau des K. K. Militair-Geografischen Institutes. P. P. Mechitaristen*, Wien, 209 p.
- Hofstätter, E. (1989): *Beiträge zur Geschichte der österreichischen Landesaufnahmen, I. Teil*, Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien, 196 p.
- Homoródi L. (1952): Vizsgálatok új háromszögelési hálózatunk elhelyezésére és tájékozására. *Földméréstani Közlemények* 4: 1-10.
- Homoródi L. (1953): Régi háromszögelési hálózataink elhelyezése és tájékoztatása. *Földméréstani Közlemények* 5: 1-18.
- Horváth, F. (1968): The gravity field of the Earth as determined by satellite observations and some of its geophysical implications. *Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis de Rolando Eötvös Nominatae – Sectio Geologica* 13: 43-52.
- Horváth F. (1973): Lemeztektonika és a globális gravitációs tér. *MTA X. Osztály Közleményei* 6: 293-298.
- Hough, F. W. (1949): European first-order triangulation and its adjustment. *Photogrammetric Engineering* 15: 26-32.
- Howarth, R. J. (2017): *Dictionary of mathematical geosciences – with historical notes*. Springer, Cham, 893 p.
- Hrenkó P. (1974): A Lázár-térkép szerkezete. *Geodézia és Kartográfia* 26: 359-365.
- Hultsch, F. (1862): *Griechische und römische Metrologie*. Weidmann, Berlin, 327 p.
- Huygens, C. (1673): *Horologium oscillatorium siue de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae*. Muguet, Paris, 161 p.
- Huygens, C. (1690): *Traité de la lumière: avec un Discours de la cause de la pesanteur*. Pierre Vander, Leiden, 180 p.
- ICW (szerző nélkül, 1884): *International Conference Held at Washington for the Purpose of Fixing a Prime Meridian and a Universal Day. October 1884, Protocols of the Proceedings*, Gibson Bros., Printers and Bookbinders, Washington DC, 212 p.
- Ihde, J., Lindström, W. (1995): Datumstransformation zwischen den Bezugssystemen ETRF/WGS, DHDN und System 42. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 120(4): 193-196.
- Ihrig D. (1926): Az Egyesült-Államok topografiai térképei. *Geodéziai Közlöny* 1-3: 183-186.
- Irmédi-Molnár L. (1958): Lázár deák és térképe. *Geodézia és Kartográfia* 10(3): 177-179.

- Irmédi-Molnár, L. (1964): The earliest known map of Hungary from 1528. *Imago Mundi, A Review of Early Cartography* 18: 53-59.
- Jankó A. (2001): A második katonai felmérés. *Hadtörténeti Közlemények* 114: 103-129.
- Jankó A. (2007): Magyarország katonai felmérései 1763-1950. *Argumentum*, Budapest, 196 o.
- Jekeli, C. (1999): An analysis of vertical deflections derived from high-degree spherical harmonic models. *Journal of Geodesy* 73(1): 10–22.
- Joó, I. (1992): Recent vertical surface movements in the Carpathian Basin. *Tectonophysics* 202:129-134.
- Jordan, W. (1873): *Taschenbuch der praktischen Geometrie – eine Sammlung von Resultaten der niederen und höheren Vermessungskunde*. Metzler, Stuttgart, 416 p.
- Jordan, W. (1877): *Handbuch der Vermessungskunde*. Metzler, Stuttgart, 717 p.
- Jordan, W. (1899): Wie groß ist 1 Meter in Preußen? *Zeitschrift für Vermessungswesen* 28: 334-336.
- Juan, G. don, De Ulloa, A. don (1752): *Voyage historique de l’Amerique Meridionale (...) et les observations astronomiques & physiques, faites pour déterminer la figure & la grandeur de la Terre*. Arkstel & Merkus, Amsterdam, 309 p.
- K. Steuer-Cataster-Commission (szerző megjelölése nélkül; 1873): *Die bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage*. Straub, München, 768 p.
- Kakkuri, J. (2001): Geodetic research in Finland in the 20th century. *Geophysica* 37(1-2): 33-77.
- Kater, H. (1828): An account of trigonometrical operations in the years 1821, 1822 and 1823, for determining the difference of longitude between the Royal Observatories of Paris and Greenwich. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 118: 153-239.
- Kaula, W. M. (1957): Accuracy of gravimetrically computed deflections of the vertical. *EOS Transactions of American Geophysical Union* 38(3): 297-305.
- Kaula, W. M. (1961a): Analysis of gravitational and geometric aspects of geodetic utilization of satellites. *Geophysical Journal International* 5: 104-133.
- Kaula, W. M. (1961b): A geoid and world geodetic system based on a combination of gravimetric, astrogeodetic, and satellite data. *Journal of Geophysical Research* 66(6): 1799-1811.
- Kaula, W. M. (1966): *Theory of satellite geodesy – Applications of satellites to geodesy*. Blaisdell, Waltham MA, Toronto, London, 124 p.
- Kaula, W. M. (1972): Global gravity and tectonics. In: Robertson, E. C. (ed.): *The nature of the solid Earth*. McGraw-Hill, New York NY, 385 p.
- Kehlmann, D. (2005): *Die Vermessung der Welt*. Rowohlt Verlag, Reinbek, 305 p.
- Kenyeres, A. (1993): Detailed geoid determination using the combination of truncated global integrals and geopotential models. *Periodica Polytechnica Ser. Civ. Eng.* 37(2): 91-108.

- Kepler [Keppleri], I. (1619): *Harmonices Mundi, Libri V. Godofredi Tampachii, Lincii Austriae [Linz]*, 255 p.
- Kis K. (2002): *Általános geofizikai alapismeretek*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 384 o.
- Klinghammer I., Pápay Gy., Török Zs. (1995): *Kartográfiatörténet*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 63. p.
- Kretschmer, I., Dörflinger, J., Wawrik, F. (2004): *Österreichische Kartographie. Wiener Schiften zur Geographie und Kartographie – Band 15. Institut für Geographie und Regionalforschung der Universität Wien, Wien*, 318 p.
- Kovács A. (2002): *Régi katonai topográfiai térképek szelvényezése*. Diplomamunka, ELTE Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék, Budapest.
- Kovács, B., Timár, G. (2010): The Austro-Hungarian triangulations in the Balkan Peninsula (1855-1875). In: Gartner, G., Ortog, F. (eds.): *Cartography in Central and Eastern Europe. Lecture Notes in Geoinformatics and Cartography*, Springer, Berlin-Heidelberg, 535-544.
- Krüger, L. (1912): *Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene*. Veröffentlichung Königlich Preussischen Geodätischen Institutes N. F. 52. Teubner, Leipzig, 172 o.
- Krüger, L. (1919): *Formeln zur konformen Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene*. Herausgegeben von der Preuss. Landesaufnahme, Berlin, 63 p.
- La Condamine, C. M. de (1751): *Journal du voyage fait par ordre du roi à l'Équateur, servant d'introduction historique a la mesure des trois premieres degrés du Méridien*. De L'Imprimerie Royale, Paris, 280 p.
- LaCoste, L. J. B. jr. (1934): A new type long period vertical seismograph. *Journal of Applied Physics* 5: 178-180.
- LaCoste, L. J. B. jr. (1935): A simplification in the conditions for the zero-length-spring seismograph. *Bulletin of the Seismological Society of America* 25(2): 176-179.
- LaCoste, L. J. B., Romberg, A. (1945): Force measuring instrument. US Patent 2,377,889.
- Lagarde, L. (1979): Historique du problème du Méridien origine en France. *Revue d'Histoire des Sciences* 32(4): 289-304;
- Lagrange, L. de (1776): Sur l'équation séculaire de la lune. *Mémoires de Mathématique et de Physique* 7: 1-61.
- Lagrange, L. de (1777): Remarques générales sur le mouvement de plusieurs corps qui s'attirent mutuellement en raisons inverse des carrés des distances. In: *Nouveaux Mémoires de L'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres*. Georges Jacques Decker, Berlin, 155-172.
- Lalande, J. de (1803): *Bibliographie astronomique avec l'histoire d'astronomie depuis 1781 jusqu'à 1802*. L'Imprimerie de la République, Paris, 966 p.
- Lambert, A., Dubois, O., Stoyko, N. (1938): *La deuxième opération internationale des longitudes, octobre-novembre 1933*. Unions Astronomiques et Géodésique–Géophysique Internationales, Bureau International de l'Heure, Paris, 12 p.

- Lapaine, M. (2016, ed.): Ruđer Bošković and the geosciences. Faculty of Geodesy of the University of Zagreb, State Geodetic Administration, Croatian Chamber of Chartered Geodetic Engineers, Zagreb, 363 p.
- Laplace, P. S. (1784): *Théorie de mouvement et de la figure elliptique des planètes*. P. D. Pierres, Paris, 154 p.
- Laplace, P. S. (1785): *Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes*. Imprimerie Royale, Paris, 84 p.
- Laplace, P. S. (1798-1799²⁰): *Traité de Mécanique Céleste, Tome Premier*. Crapelet, Paris, 368 p.
- Laplace, P. S. (1799): *Traité de Mécanique Céleste, Tome Second*. Crapelet, Paris, 382 p.
- Laplace, P. S. (1845; post mort.): *Oeuvres de Laplace – Traité de Mécanique Céleste, Tome V*. Imprimerie Royale, Paris, 540 p.
- Ledersteger, K. (1948): *Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid*. Sonderheft der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen. Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien, 141 p.
- Legendre, A.-M. (1787): *Recherches sur la figure des Planètes*. Histoire de l'Académie des Sciences, Année 1784, L'Imprimerie Royale, Paris, 370-389.
- Legendre, A.-M. (1806): *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*. Courcier – Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, Paris, 63 o.
- Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R. G., Pavlis, N. K., Chinn, D. S., Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R. (1998): *The development of the joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96*. NASA/TP-1998-206861, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD USA, 575 p.
- Lerch, F. J., Wagner, C. A., Smith, D. E., Sandson, M. L., Brownd, J. E., Richardson, J. A. (1972): *Gravitational field models for the Earth (GEM 1 & 2)*. NASA Technical Report (NASA-TM-X-65970), Goddard Space Flight Center, Greenbelt MD, 41 p.
- Levitszkaja, T. I. (2016): *История выбора единой системы геодезических координат в России*. Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове 223. Труды Всероссийской астрометрической конференции „Пулково-2015”, стр. 353-360.
- Liesganig, J. (1768): II. Extract of a letter, dated Vienna April 4, 1767, from Father Joseph Liesganig, Jesuit, to Dr. Bevis, F. R. S. containing a short account of the measurement of three degrees of latitude under the meridian of Vienna. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 58: 15-16
- Liesganig, J. (1770): *Dimensio Graduum Meridiani Viennensis Et Hungarici*. Bernardus, Vindobonae [Wien], 262 p.

²⁰ A könyv eredeti keltezése: „An VII”, ami a francia köztársasági naptár szerint az 1792. szeptember 22-ét követő hetedik évet jelenti: a Gergely-naptár szerint ez 1798 vagy 1799 is lehet.

- Listing, J. B. (1872): Über unsere jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde (aus den Nachrichten der K. Ges. der Wiss.). Deiterich, Göttingen, 66 p.
- Lomonosov, M. V. (1761): Явление Венеры на Солнце Наблюдаемое в Санктпетербургской Императорской Академии наук мая 26 дня 1761 года. Тип. Акад. наук, Санктпетербург, 17 p.
- Lotz Gy. (1988): A Lázár-térképről. *Geodézia és Kartográfia* 41: 347-353.
- Maclaurin, C. (1742): A treatise on fluxions, volume I-II. Ruddimans, Edinburgh, 763 p.
- Main, R. (1863): Practical and spherical Astronomy: For the use chiefly of students in the universities. Deighton, Bell & Co, Cambridge, 392 p.
- Maire, C., Boscovich, R. J. (1755): De litteraria expeditione per pontificam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam jussu et auspiciis Benedicti XIV. Pontifex Maximus suspecta a patribus Societ. Jesu. Palladis, Roma, 516 p.
- Malys, S., Seago, J. H., Pavlis, N. K., Seidelmann, P. K., Kaplan, G. H. (2015). Why the Greenwich meridian moved. *Journal of Geodesy* 89: 1263-1272.
- Marieni, J. (1846): Trigonometrische Vermessungen in Kirchenstaate und in Toscana. A. Strauss sel. Witwe & Sommer, Wien, 100 p.
- Marek, J. (1875): Technische Anleitung zur Ausführung der Trigonometrischen Operationen des Katasters. Péntügyminisztérium, M. Kir. Állami Nyomda, Budapest, 397 p.
- Maskelyne, N. (1776): An account of observations made on the mountain Schellien, for finding its attraction. Royal Society, London, 45 p.
- Maskelyne, N. (1802): Tables requisite to be used with the nautical ephemeris, for finding the latitude and longitude at sea, published by order of the Commissioners of Longitude, 3rd Edition, T. Bensley, London, 57 p.
- Maupertuis, P. L. M. de (1738): La Figure De La Terre: Déterminée Par Les Observations De Messieurs De Maupertuis, Clairaut, Camus, Le Monnier, de l'Académie Royale des Sciences, & de M. l'Abbé Outhier, Correspondant de la même Académie, Accompagnés de M. Celsius, Professeur d'Astronomie à Upsal, Faites Par Ordre Du Roy Au Cercle Polaire. De L'Imprimerie Royale, Paris, 184 p.
- Mason, C., Dixon, J. (1768): Observations for determining the length of a degree of latitude in the provinces of Maryland and Pennsylvania, in North America. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 58: 274-328.
- Méchain, P. Delambre, J. B. J. (1806): Base du système métrique décimal, ou mesure de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et Barcelone, exécutée en 1792 et années suivantes. Bardouin, Paris, Tome I, 551 p.
- Mentes, Gy., Bányai, L., Újvári, G., Papp, G., Gribovszki, K., Bódis, V. B. (2012): Recurring mass movements on the Danube's bank at Dunaszekcső (Hungary) observed by geodetic methods. *Journal of Applied Geodesy* 6(3-4): 203-208.
- Meskó A. (2006): Eötvös Loránd geofizikai munkái. *Természet Világa* 2006/1 különszám: 12-17.

- MGI, Militär-Geographische Institut (1859): Trigonometrische Vermessungen in der Wallachei, ansgeführt durch Offiziere des k.k. Ingenieur-Geografen Corps, in der Jahren 1855, 1856 und 1857. Manuscripts in the Kriegsarchiv of Österreichische Staatsarchiv, Wien, Archive ID: Triangulierung/194
- MGI, Militär-Geographische Institut (1902): Die Ergebnisse der Triangulierungen des K. U. K. Militär-Geographischen Institutes, Band I-II. Druck der Kaiserlich-Königlichen Hof- und Staatsdruckerei, Wien, Abschnitt I.: Geodätische Coordinaten, 122 p.
- Molnár, G., Timár, G. (2009): Mosaicking of the 1:75000 sheets of the Third Military Survey of the Habsburg Empire. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica* 44(1): 115-120.
- Molnár, G., Timár, G. (2011): Using of Grid Shift Binary (GSB) data to improve the geo-reference of the Third Military Survey of the Habsburg Empire. *Geophysical Research Abstracts* 13: 11861.
- Mologyenszkij, M. Sz. (1954): Новый метод решения геодезических задач. Труды Центрального Научно-Исследовательского Института Геодезии, Аэросъемки и Картографии 101: 3-21.
- Mologyenszkij, M. Sz., Jeremejev, V. F., Jurkina, M. I. (1960): Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли. Труды Центрального Научно-Исследовательского Института Геодезии, Аэросъемки и Картографии 131, Издательство геодезической литературы, Москва, 253 p.
- Mudge, W. (1800): An account of the trigonometrical survey carried out in the year 1797, 1798 and 1799, by order of the Marquis Cornwallis, Master General of the Ordnance. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 90:539-728
- Mugnier, C. J. (2000a): Grids & Datums – Czech Republic. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 66: 30-31.
- Mugnier, C. J. (2000b): Grids & Datums – Poland. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 66: 1063-1064.
- Mugnier, C. J. (2001). Grids & datums – the French Republic. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 67: 33 & 35.
- Mugnier, C. J. (2002): Grids & Datums – Latvia. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 68: 861-863.
- Mugnier, C. J. (2006): Grids & Datums – Kingdom of Denmark. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 72: 1209-1210.
- Nettleton, L. L. (1940): Geophysical prospecting for oil. McGraw-Hill, New York–London, 444 p.
- Newton, I. (1687): *Philosophiae naturalis – Principia mathematica*. Pepys, London, 510 p. Angol fordítás: *Mathematical principles of natural philosophy* (ford: Motte, A.; 1729), Benjamin Motte, London, 320 p.
- Nobbe, C. F. A. (ed., 1843): *Claudii Ptolemaei Geographia*. Caroli Tauchnitii, Lipsiai [Leipzig], 284 p.
- O’Keefe, J. A. (1952): The Universal Transverse Mercator grid and projection. *The Professional Geographer* 4(3): 19-24.

- O'Keefe, J. A., Eckels, A., Squires, R. K. (1959): Vanguard measurements give pear-shaped component of Earth's figure. *Science* 129(3348): 565-566.
- Oehrli, M., Rickenbacher, M. (2002): German Army Map of Switzerland 1:25000 – a secret map series from World War II. *Cartographica Helvetica* 26: 3-12.
- Papp-Váry Á. (2012): Két nagy térképész emlékezete – 500 éve született Gerhard Mercator, 200 éve Tóth Ágoston. *Magyar Tudomány* 173(7): 830-838.
- Passi, J., Malfatti, L., De Angelis, D. (1744): *Dissertatio de Telluris Figura habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Seminarii Romani convictoribus. Die Augusti anno 1739. dato omnibus opponendi loco. Typis Antonii de Rubeis, Romae [Roma]* 23 p.
- Peterson, M. N. A., Edgar, N. T. (1969): Deep ocean drilling with Glomar Challenger. *Oceans* 1(5): 17-32.
- Picard, J. (1671): *Mesure de la Terre. De L'Imprimerie Royale, Paris*, 30 p.
- Picard, J., La Hire, P. de, Cassini I, G. D. (1693): *Carte de France corrigée par ordre du roi sur les observations de Mrs de l'Academie des sciences de 1682. Bibliothèque national de France, Cartes et Plans, Ge DD 2987 (777)*
- Pišút, P. (2002): Channel evolution of the pre-channelized Danube River in Bratislava, Slovakia (1712–1886). *Earth Surface Processes and Landforms* 27(4): 369-390.
- Pizzetti, P. (1910): Sopra il calcolo teorico delle deviazioni del geoide dall' ellisoide. *Atti Reale Accademia delle Scienze [Torino]* 46: 331-350.
- Plihál K. (1990): Lázár kéziratának sorsa a megtalálástól a megjelenésig. *Geodézia és Kartográfia* 42(5): 372-379.
- Plihál K. (2003): *A Tabula Hungariae és változatai. Cartofil, Budapest*, 31 o.
- Plihál K. (2013): *A Tabula Hungariae... Ingolstadt, 1528 térkép és utóélete. Kossuth Kiadó, Budapest*, 224 o.
- Posch, T., Aspaas, P. P., Bazso, A., Müller, I. (2013): Austrian-Hungarian astronomical observatories run by the Society of Jesus at the time of the 18th-century Venus transits. *The Journal of Astronomical Data* 19(1): 121-129.
- Pratt, J. H. (1854): On the attraction of the Himalaya Mountains, and of the elevated regions beyond them, upon the plumb line of India. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 145: 53-100.
- Pratt, J. H. (1871): On the constitution of the solid crust of the Earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 161: 335-357.
- Raděj, K. (2001): Vznik Vojenského topografického ústavu (zahájení přechodu od geodetického systému a zobrazení národního typu k mezinárodnímu). *Web-Zeměměřič* 2001/4.
- Rapp, R. H. (1969): The geopotential to (14, 14) from a combination of satellite and gravimetric data. *Bulletin Géodésique* 91(1): 47-80.
- Reicheneder, K. (1968): Bedeutung und Entwicklung der absoluten Schwerebestimmung. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen* 56(2): 37-52.

- Reichsgesetzblatt (1872): Reichsgesetzblatt für die im Reichsrathe vertretenen Königreiche und Ländern. 16: Gesetz vom 23. July 1871, womit eine neue Mass- und Gewichtsordnung setzgestellt wird. Jahrgang 1872: 29-34.
- Renner J. (1960): Vizsgálatok a függővonalelhajlás terén. Geofizikai Közlemények 9(1-2): 44-50.
- RMI, Reichsministerium des Innern (1944): Planheft Großdeutsches Reich - Überblick über die Landesvermessungs- und Kartenwerke. Berlin.
- Reisz T. Cs. (2002): Magyarország általános térképének elkészítése a 19. század első évtizedében. Cartofil, Budapest, 512 o.
- Richer, J. (1679): Observations astronomiques et physiques faites en l'Isle de Caïenne. De L'Imprimerie Royale, Paris, 71 p.
- Rouse Ball, W. W. (1908): A short account of the history of mathematics. Dover Publications, New York, 539 p.
- Roy, W. (1785): An account of the measurement of a base on Hounslow-Heath. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 75: 385-480.
- Roy, W. (1790): An account of the trigonometrical operation, whereby the distance between the meridians of the Royal Observatories of Greenwich and Paris has been determined. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 80: 111-614.
- Sadebeck, M. (1881): Literatur der praktischen und theoretischen Gradmessungs-Arbeiten. Druck und Verlag von P. Stankiewicz, Berlin, 108 p.
- Sajnovics, J. (1770): Demonstratio idioma Hungarorum et Lapponum idem esse. Regiae Scientiarum Societati Danicae Praelecta, Hafniae [Koppenhága], 83 p.
- Sansò, F. (2013): The Local Modelling of the Gravity Field by Collocation. In: Sansò, F., Sideris, G. (eds.): Geoid Determination, Theory and Methods, Springer, Heidelberg, 203-258.
- Scharfe, W. (2004): «Deutsche Heereskarte von Spanien». El Mapa d'Espanya a escala 1:50.000 de l'Estat Major de l'Exèrcit alemany (1940-1944). Treballs de la Societat Catalana de Geografia 57: 111-138.
- Scheppler, B. (2006): Al-Biruni: Master astronomer and Muslim scholar of the eleventh century. The Rosen Publishing Group, New York, NY, 113 p.
- Simonyi K. (1986): A fizika kultúrtörténete. Gondolat Kiadó, Budapest, 538 o.
- Snell, W. (1617): Eratosthenes Batavus de terrae ambitus vera quantitate. apud Iodocum à Colster, Leyden, 263 p.
- Snell, W. (post mort.), Hortensio, M. (1627): Doctrinae triangulorum canonicae libri quattuor, duibus canonis sinuum, tangentium et secantium construction, triangulorum tam planorum quam sphaericorum expedita dimensio. I. Maire, Lugduni Batavorum [Leiden], 244 p.
- Snyder, J. P. (1987): Map projections – a working manual. USGS Prof. Paper 1395: 1-261.

- Snyder, J. P. (2007): Map projections of the Renaissance. In: Woodward, D. (ed.): The history of cartography, Vol. 3., Cartography in the European Renaissance. The University of Chicago Press, pp. 365-381.
- Sobel, D. (1995): Longitude – The true story of a lone genius who solved the greatest scientific problem of his time. 4th Estate, London, 191 p.
- Soldner, J. G. von (1801): Ueber die Ablenkung eines Lichtstrahls von seiner geradlinigen Bewegung, durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem en nahe vorbeigeht. Berliner Astronomisches Jahrbuch, 161-172.
- Somigliana, C. (1929) Teoria generale del campo gravitazionale dell'ellissoide di rotazione. Memorie della Società Astronomica Italiana 4: 541-599.
- Somigliana, C. (1933) Les expressions finies de la pesanteur normale. Bulletin Géodésique 38: 178-187.
- Stegena L. (1976): A Tissot-féle indikátrixok Lázár térképein. In: Stegena L. (ed.): A magyar térképészet kezdetei. Kézirat, Tankönyvkiadó, Budapest, 89-91.
- Stegena, L. (1982): Distortions on Lazarus's maps. In: Stegena, L. (ed.): Lazarus Secretarius – The first Hungarian mapmaker and his work. Akadémiai Kiadó, Budapest, pp. 97-102.
- Stegena L. (1988): Vetülettan. Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 221 o.
- Sterneck, R. von (1881): Untersuchungen über die Schwere auf der Erde. Mittheilungen des k. u. k. Militär-Geographischen Insitutes 1: 89-155.
- Sterneck, R. von (1887): Der neue Pendelapparat des k. u. k. Militär-Geographisches Institutes. Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geographischen Insitutes 7: 83-116.
- Sterneck, R. von (1893): On determination of gravity by means of pendulum apparatus (in German and in English). Proceedings of the American Philosophical Society 32: 84-96.
- Stokes, G. G. (1849): On the variation of gravity at the surface of the Earth. Transactions of the Cambridge Philosophical Society 8(5): 672-695.
- Stiros, S. C. (1993): Kinematics and deformation of central and southwestern Greece from historical triangulation data and implications for the active tectonics of the Aegean. Tectonophysics 220(1-4): 283-300.
- Strenk T. (1992): A II. katonai felvételek. In: Joó I., Raum F. (szerk.): A magyar földmérés és térképészet története, I. kötet, Budapest, 240-246 p.
- Struve, F. G. W. (1831): Beschreibung der Breitengradmessung in den Ostseeprovinzen Russlands. Kupfeltafeln, Dorpat (Tartu). Theil 1, 360 p.
- Struve, F. G. W. (1857): Arc du méridien de 25° 20' 39" entre le Danube et la Mer Glaciale : planches. Académie Impériale de sciences, St. Pétersbourg, 9 p. (térkép, 9 lapon).
- Struve, O. (1860): Librorum in Bibliotheca Speculae Pulcovensis anno 1858 exeunte contentorum catalogus systematicus. Eggers et Socios, Petropoli (St. Petersburg), 970 p.
- Tarcsai Gy., Ádám, J. (1972): Mesterséges hold és megfigyelőállomás koordinátáinak meghatározása Doppler-módszerrel. Geodézia és Kartográfia 24(4): 245-247.

- Timár, G. (2004): GIS integration of the second military survey sections – a solution valid on the territory of Slovakia and Hungary. *Kartografické listy* 12: 119-126.
- Timár, G. (2007a): Separated estimation of the shift, rotation and scale parameters of the Burša–Wolf transformation. *Geophysical Research Abstracts* 9: 01796, 4 p.
- Timár G. (2007b): A ferrói kezdőmeridián. *Geodézia és Kartográfia* 59(12): 3-7.
- Timár, G. (2008): Habsburg geodetic and cartographic activities in the Old Romania. *Studii și Cercetări, Seria Geologie-Geografie [Complexul Muzeal Bistrița-Năsăud]* 13: 93-102.
- Timár, G. (2009): System of the 1:28800 scale sheets of the Second Military Survey in Tyrol and Salzburg. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica* 44(1): 95-104.
- Timár G. (2015): Kitaibel és Tomcsányi 1810-es méri földrengéstérképének topográfiai alapja és georeferálása. *Magyar Tudomány* 176(3): 289-297.
- Timár G., Biszak S. (2007): Budapest 1938 előtti nagyméretarányú topográfiai térképeinek georeferálása. *Geodézia és Kartográfia* 59(8-9): 47-51.
- Timár, G., Biszak, S. (2010): Digitizing and georeferencing of the historical cadastral maps (1856-60) of Hungary. In: Livieratos, E., Gärtner, G. (eds.): *Proceedings of the 5th International Workshop on Digital Approaches in Cartographic Heritage*, 559-564.
- Timár, G., Galambos, Cs. (2008): Comparison of maps of Goetz & Probst (1804) and J. Lipszky (1804-10) of Hungary – a step forward in projection accuracy. *Geophysical Research Abstracts* 10: 04679.
- Timár, G., Gábris, Gy. (2008): Estimation of the water conducting capacity of the natural flood conducting channels of the Tisza floodplain, the Great Hungarian Plain. *Geomorphology* 98(3-4): 250-261.
- Timár G., Molnár G. (2003): A második katonai felmérés térképeinek közelítő vetületi és alapfelületi leírása a térinformatikai alkalmazások számára. *Geodézia és Kartográfia* 55(5): 27-31.
- Timár G., Molnár G. (2008): A harmadik katonai felmérés térképszelvényeinek georeferálása. *Geodézia és Kartográfia* 60(1-2): 23-27.
- Timár G., Molnár G. (2013): Térképi vetületek és alapfelületek. *Elektronikus egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest*, 131 o.
- Timár G., Varga J., Székely B. (2003): Ismeretlen paraméterezésű valódi kúpvetületen készült térkép térinformatikai rendszerbe integrálása. *Geodézia és Kartográfia* 55(2): 8-11.
- Timár G., Lévai P., Molnár G., Varga J. (2004a): A második világháború német katonai térképeinek koordinátarendszere. *Geodézia és Kartográfia* 56(6): 28-35.
- Timár G., Molnár G., Pendea F., Păunescu C. (2004b): A második és harmadik katonai felmérés erdélyi szelvényeinek vetületi és dátumparaméterei. *Geodézia és Kartográfia* 56(5): 12-16.
- Timár, G., Aunap, R., Molnár, G. (2004c): Eestis kasutatud ajalooliste daatumite teisendusparameetrid. *Geodeet* 28 (52): 23-26.

- Timár G., Székely B., Molnár G., Biszak S. (2006a): Lipszky János térképének (Magyarország és társországai, 1804-1810) georeferálása térinformatikai alkalmazásokban. *Geodézia és Kartográfia* 58(10): 13-17.
- Timár, G., Molnár, G., Székely, B., Biszak, S., Varga, J., Jankó, A. (2006b): Digitized maps of the Habsburg Empire – The map sheets of the second military survey and their georeferenced version. Arcanum, Budapest, 59 p.
- Timár, G., Molnár, G., Székely, B., Plihál, K. (2008a): Lázár térképe és a ptolemaioszi vetület. *Geodézia és Kartográfia* 60(7): 20-26.
- Timár, G., Székely, B., Molnár, G., Ferencz, Cs., Kern, A., Galambos, Cs., Gercsák, G., Zentai, L. (2008b): Combination of historical maps and satellite images of the Banat region – re-appearance of an old wetland area. *Global and Planetary Change* 62(1-2): 29-38.
- Timár, G., Molnár, G., Székely, B., Plihál, K. (2010): Orientation of the map of Lazarus (1528) of Hungary – result of the Ptolemaian projection? In: Gartner, G., Ortog, F. (eds.): *Cartography in Central and Eastern Europe. Lecture Notes in Geoinformatics and Cartography*, Springer, Berlin-Heidelberg, 487-496.
- Timár, G., Biszak, S., Székely, B., Molnár, G. (2011): Digitized Maps of the Habsburg Military Surveys: Overview of the Project of ARCANUM Ltd. (Hungary). In: Jobst, M. (ed.): *Preservation in digital cartography. Lecture Notes in Geoinformation and Cartography*, Springer, Berlin-Heidelberg, 273-283.
- Timár G., Szávost-Vass D., Rácz T. (2013a): A Duna újkori mederváltozásai Budapestnél, a Budapest-környéki Duna-szigetek története. In: Mindszenty A. (ed.): *Budapest: földtani értékek és az ember. Városgeológiai tanulmányok („In urbe et pro urbe”)*. ELTE Eötvös Kiadó, 156-164.
- Timár, G., Baiocchi, V., Lelo, K. (2013b): A new methodology to manage Italian geodetic datums of the cadastral systems and of the historic maps. *Applied Geomatics* 5(2): 147-153.
- Timár, G., Mészáros, J., Molnár, G. (2014a): A simple solution for georeferencing the Cassini map series of France. 9th International Workshop on Digital Approaches to Cartographic Heritage Budapest, 4-5 September 2014, pp. 117-122.
- Timár, G., Bartos-Elekes, Zs., Crăciunescu, V., Flueraru, C., Imecs, Z., Magyari-Sáska, Zs. (2014b): Danger doesn't vanish with the dikes: Comparison of the inundation pattern of the 2006 Danube floods and the historical topographic map of 1864 of South Romania. *e-Perimetreon* 9(3): 146-152
- Timár, G., Kocsis, B., P., Molnár, G., Deligios, M., Baiocchi, V., Galambos, Cs., Biszak, E. (2017a): Habsburg topographic cartography of the Italian peninsula in the first half of the 19th century. In: Livieratos, E. (ed.): *12th ICA Conference Digital Approaches to Cartographic Heritage*, Venice, 26-28 April 2017., pp. 177-183.
- Timár, G., Galambos, Cs., Kvarteig, S., Biszak, E., Baranya, S., Rüther, N. (2017b): Coordinate systems and georeference of Norwegian historical topographic maps. In: Livieratos, E. (ed.): *12th Conference on Digital Approaches to Cartographic Heritage*, pp. 146-151.
- Todhunter, I. (1873): *A history of the mathematical theories of attraction and the figure of the Earth from the time of Newton to that of Laplace*. Macmillan, London, 508 p.

- Tóth Gy. (2009a): A HGTUB2007 új magyarországi kombinált kvázigeoid megoldás. *Geomatikai Közlemények* 12, 131–140.
- Tóth, Gy. (2009b): New Combined Geoid Solution HGTUB2007 for Hungary, in: *Observing Our Changing Earth*, edited by: Sideris, M. G., International Association of Geodesy Symposia, IAG Symposia vol 133, Springer, Berlin, Heidelberg, 405–412.
- Tóth, Gy., Rózsa, Sz., Ádám, J., Tziavos, I. N. (2002): Gravity field recovery from torsion balance data using collocation and spectral methods. *IGES Bulletin* 13: 41-49.
- Török Zs. (1996): A Lázár-térkép és a modern európai térképészet. *Cartographica Hungarica* 5: 44-45.
- Török Zs. (2003): Lázár 475 éves térképe. *Élet és Tudomány* 58(20): 625-626.
- Török Zs. (2007a): Ptolemaiosz világtérképe. A Földgömb 9(7) melléklete.
- Török, Zs. G. (2007b): East-Central Europe. In: Woodward, D. (ed.): *The History of Cartography*, Vol. 3., *Cartography in the European Renaissance*. The University of Chicago Press, pp. 1820-1828.
- Trájer I. (1926): Németország felmérési szervezete és topográfiai térképei a háború után. *Geodéziai Közöny* 1-3: 32-42.
- Tscherning, C. C. (2001): Computation of spherical harmonic coefficients and their error estimates using least-squares collocation. *Journal of Geodesy* 75(1): 12-18.
- Varga D.-né (2003): Zách János Ferenc (1754-1832) csillagász. *A Magyar Tudománytörténeti Intézet Tudományos Közleményei* 41; a Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézet kiadványai 7; Piliscsaba, 219 o.
- Varga J. (2000): *Vetülettan*. Műegyetemi kiadó, Budapest, 296 o.
- Varga J. (2002): A vetületnélküli rendszerektől az UTM-ig. Kézirat, internetes elérhetőséggel. (URL: http://www.agt.bme.hu/staff_h/varga/Osszes/Dok3uj.htm)
- Varga J. (2004): Hozzászólás Mihályi Balázs „A térképek szerepe a hadszíntéren” c. szemleciikkéhez. *Geodézia és Kartográfia* 56(9): 26-27.
- Varga P. (2015): A magyar tudomány történetének büszkesége: 200 éve jelent meg Kitaibel Pál és Tomcsányi Ádám könyve az 1810. évi móri földrengésről. *Magyar Tudomány* 176(3): 276-288.
- Varga, P., Timár, G., Kiszely, M. (2015): Two hundred years ago the *Dissertatio de terrae motu Mórensi* and the first isoseismal map appeared. *Seismological Research Letters* 86(5): 1432-1437.
- Vening Meinesz, F. A. (1925): The determination of gravity at sea in a submarine. *The Geographical Journal* 65(6): 501-514.
- Vening Meinesz, F. A. (1928): A formula expressing the deflection of the plumb-line in the gravity anomalies and some formulae for the gravity field and the gravity-potential outside the geoid. *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen* 31(3): 315-331.
- Vening Meinesz, F. A. (1931): Une nouvelle méthode pour la réduction isostatique régionale de l'intensité de la pesanteur. *Bulletin Geodésique* 29: 33-54.

- Vening Meinesz, F. A. (1932): Gravity expeditions at sea 1923-1930. Vol. I. The expeditions, the computations and the results. N.V. Technische Boekhandel en Drukkerij Waltman, Delft, 109 p.
- Vening Meinesz, F. A. (1964): The Earth's crust and mantle. Developments in Solid Earth Geophysics 1, Elsevier, Amsterdam, 134 p.
- Vening Meinesz, F. A., Wright, F. E., Lamson, E. A. (1930): The gravity measuring cruise of the U.S. Submarine S-21. US Govt. Printing Office, Washington DC, 94 p.
- Veverka, B., Čechurová, M. (2003): Georeferencování map II. a III. vojenského mapování. Kartografické listy 11: 103-113.
- Viik, T. (2007): Bessel ja geodeesia. Geodeet 35: 74–78.
- Völgyesi, L. (2016): Renaissance of torsion balance measurements in Hungary. Periodica Polytechnica Civ. Eng. 59(4): 459-464.
- Walbeck, H. J. (1819): De forma et magnitudine telluris ex dimensis arcubus meridiani definiendis. Typis Frenckellianis, Aboae (Turku), 15 p.
- Walcott, R. I. (1973): Structure of the Earth from glacio-isostatic rebound. Annual Review of Earth and Planetary Sciences 1:15-37.
- Warner, D. J. (2002): Political geodesy: the Army, the Air Force. and the World Geodetic System of 1960. Annals of Science 59: 363-389.
- Wegener, A. (1912): Die Entstehung der Kontinente. Geologische Rundschau 3 (4): 276–292.
- Weinberg, S. (2015): To explain the World – The discovery of modern science. Harper Collins Publishers, New York, magyarul: A világ megismerése – Hogyan alakult ki a modern természettudomány, ford: Both E., Akkord, Budapest, 448 o.
- White, M.S., Griffin, P. (1985). Piecewise linear rubber-sheet map transformations. The American Cartographer 12 (3): 123-131.
- Williams, E., Mudge, W., Dalby, I. (1795): An account of the trigonometrical survey carried out in the year 1791, 1792, 1793 and 1794, by order of his grace the Duke of Richmond, late Master General of the Ordnance. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 85: 414-591.
- Williams, E., Mudge, W., Dalby, I. (1797): An account of the trigonometrical survey carried out in the year 1795 and 1796, by order of the Marquis Cornwallis, Master General of the Ordnance. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 87: 432-541.
- Withers, C. W. (2017): Zero degrees: Geographies of the prime meridian. Harvard University Press, Cambridge MA – London, 320 p.
- Wolf, H. (1963): Geometric connection and re-orientation of three-dimensional triangulation nets. Bulletin Géodésique 68:165-169.
- Woollard, G. P., Rose, J. C. (1963): International gravity measurements. University of Wisconsin, Geophysical and Polar Research Center, Madison WI, 518 p.
- Young, T. (1819): Remarks on the probabilities of error in physical observations, and on the density of the Earth, considered, especially with regard to the reduction of experiments

on the pendulum. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 109: 70-95.

Zach, F. X. (1814): L'attraction des montagnes – et ses effets sur les fils à plomb ou sur les niveaux des instrumens d'astronomie, constatés et déterminés par des observations astronomiques et géodésiques faites en 1810, a l'Ermitage de Notre-Dame des Anges, sur le Mont de Mimet, et au canal du l'isle de Planier près de Marseille. Seguin Aîné, Avignon, 715 p.

Zsongolovics, I. D. (1961): Спутники Земли и геодезия. Астрономический журнал 38(1): 115-124.

Megjegyzések az irodalomjegyzékhez:

1. A csillagász Cassini-dinasztia tagjainak nevét a felsorolásban rendre Cassini I, II, III és IV-ként tüntettem fel, mert a keresztnévek szerinti sorba rendezés felborította volna az egyébként esetükben logikus időrendet.
2. Egyes francia szerzők nevét nem a publikációk megjelentetésekor, hanem a ma szokásos írásmóddal adom meg. A francia forradalom előtt Laplace nevét La Place-ként írta, ahogy hozzá hasonlóan La Grange, Le Gendre vagy La Lande is Lagrange, Legendre vagy Lalande alakra egyszerűsítette nevét, és a tudományos utókor őket már e néven ismeri. Azon nemesi származású francia tudósok, akik pályája már a forradalom előtt befejeződött (így La Condamine) természetesen eredeti – és a tudományban is így ismert – nevükön szerepelnek.
3. Egyes francia és német nyelvű publikációk, a modern helyesírás, különösen az ékezethasználát szerint hibás címeit – eredeti alakjukban adom meg.
4. Az orosz nyelvű irodalom hivatkozása esetén a szerzőket általában magyar fonetikus átírással, a további bibliográfiai adatokat eredeti nyelven adom meg.
5. Az idézett könyvek esetén a szokásos bibliográfiai adatok: szerző(k), évszám, cím, kiadó, kiadás helye, terjedelem. A történeti (gyakorlatilag a XIX. szd. végéig általában minden) munkák esetében a kiadó általában nincs megadva, vagy a mű a szerző magánkiadásaként jelent meg. Ezekben az esetekben a nyomdát és annak működési helyét adom meg azonosító adatként.

Köszönetnyilvánítás

Nehéz dolgom van, ha mindazokat a kollégákat és barátokat fel akarom sorolni, akik nélkül e munka nem készülhetett volna el. Legelsősorban közvetlen kollégámat, Molnár Gábort említem, akivel a műben foglalt témákról való másfél évtizedes beszélgetés-sorozatunk során elfogyasztott kávé mennyiségét bizonyosan hektoliterben kell mérnünk. A másik alapvető támaszom és sokszor kontrollom már nincs közöttünk: Varga József† tanár úr a BME Általános és Felsőgeodéziai Tanszékéről volt az, aki bátorítóként, társszerzőként, bírálóként, témavezetőként nagyon sokat segített abban, hogy csapongásaim legalább valamennyire egy irányba mutassanak. Akinek pedig a dolgozat szerkezetét és a tudománytörténeti keret ötletét köszönhetem, ő nem más, mint korábbi doktori témavezetőm és tanszékvezető elődöm, Horváth Feri. Kicsit mérges voltam akkor az ötletért, hogy írjam át az egész művet, de bevallom, – talán érződik is a szövegen – hogy végül legjobban ezt, a (geo)fizika- és gravitáció-történeti részt, az eredeti művek felkutatását és olvasását élveztem legjobban. És az egész problémakörnek lehet, hogy 2002-ben nem is ugrottam volna neki, ha Székely Balázs – fontos, itt is bemutatott munkáim alap-társszerzője – nem veszi szavamat, hogy „ha a szabályozatlan Tiszát bemutató adatbázis még egy megrendelőnek kell, megcsinálom rendesen a dolgot”. Nemcsak egynek kellett, és nemcsak az. Ezért tartunk itt.

Néhány kollégát elsősorban azért kell említenem, mert bár e konkrét munkában kevésbé vettek részt, szemléletem formálását azonban elsősorban nekik köszönhetem. Ferencz Csaba és lánya, Orsolya, illetve a sajnálatosan korán eltávozott Tarcsai Gyuri† említendőek leginkább, ahogy az Űrkutató Csoportban eltöltött 17 évben az ottani kollégák gondolkodásmódja is meghatározóvá vált számomra.

Szép dolog az elmélet, de legszebb az, amikor az elért eredmények ezrek és tízezrek számára elérhetők és élvezhetők. Ez pedig nem ment volna az Arcanum Adatbázis Kft. nélkül. Bizony, 2005-ben, amikor először, amúgy „vakrandevú-szerűen” besétáltam a cégvezető, Biszak Sándor irodájába, kevésbé valószínűsítettem, hogy ez lesz belőle. Sándor – bár nem szakmabeli, de az archív adatok megőrzésének talán legnagyobb hazai apostola és művelője – azonnal átlátta a georeferált térképekben rejlő lehetőséget, amelynek eredménye a MAPIRE honlap, és annak most napi 5000 körüli látogatója. És amikor oldalba bök egy levéltáros konferencián 2017-ben, amikor a történész előadó a georeferencia előnyeit ecseteli – Na, erre se gondoltál volna tíz éve... Hát tényleg nem. A napi operatív kapcsolatot egyre inkább fiával, Biszak Előddel tartjuk, aki matematikusként maga is lendít a feldolgozó eljárások fejlesztésén.

Elkezdeni sem tudtam volna a témát, ha nem férek hozzá a feldolgozható régi térképekhez. Ma ez már nem akkora gond (bár a MAPIRE által szolgáltatott mennyiségben: de, persze, ma is az lenne), ám ha 2002-ben Jankó Annamária nem teszi elérhetővé a HM Hadtörténeti Intézet és Múzeum levéltárának szükséges elemeit és nem küld az Arcanumhoz, hát nem tartok itt, az biztos. Ezen túlmenően nagyon hálás vagyok a bécsi Kriegsarchiv térképtára vezetőjének, Robert Rill-nek és az intézményben működő magyar delegáció egymást követő tagjainak: Hermann Róbertnek, Lenkefi Ferencnek, Domokos Györgynek, Számvéber Norbertnek és Lázár Balázsnak, amiért egyrészt kibírták, hogy kutakodom a geodéziai adatok környékén,

másrészt a szabadságharc, a napóleoni háborúk és a középkori várostromok témájában gyarapították történelmi ismereteimet.

Munkám mindennapi környezetét tanszéki kollégáim közössége jelenti, akiknek szintén hálás vagyok ezért. Külön megköszönöm Drahos Dezső és Kis Károly segítségét, akik geofizikusként, ám messze nem a georeferencia területén dolgozva felhívták figyelmemet arra, ami a tágabb szakma művelői számára esetleg kevésbé érthető a dolgozatomban. Megköszönöm továbbá azon műegyetemi kollégáim: Ádám József, Krauter András†, Síki Zoltán, Takács Bence, Tóth Gyula és Völgyesi Lajos segítségét, akik 2005-2007 között, másoddiplomás képzésem során próbáltak legalább valamennyire geodétává tenni. Néhány kollégát azért kell felsoroljak köszönetem jeléül, mert az említett Varga Jóskához hasonlóan kordában és szakmai irányban tartották gondolataimat: Györffy János (ELTE), Alpár Gyula†, Borza Tibor (akkor FÖMI KGO), Joó István† (akkor NYME GEO) és Busics György és Földváry Lóránt (Óbudai Egyetem GEO) mindenképp ide tartoznak, de itt kell említsem Clifford J. Mugnier-t a Louisiana-i Állami Egyetem vezető oktatóját is.

Ez pedig átvezet ahhoz a nemzetközi közösséghez, amely a közép-európai (cseh, magyar és román) kezdeményezések összefogásával indult 2008-ban és máig együtt dolgozunk a feldolgozott térképek által lefedett földrajzi területek és időintervallumok bővítésén: Bohuslav Veverka, Jiří Cajthaml, Petr Urban (Csehország), Vasile Craciunescu, Stefan Constantinescu, Ionut Ovejanu, Cornel Păunescu (Románia), Raivo Aunap (Észtország), Valerio Baiocchi, Marco Deligios, Roberto Ranzi (Olaszország), Miran Kuhar, Tomaž Podobnikar (Szlovénia), Tomasz Panecki (Lengyelország), Danko Markovinović (Horvátország), Bjørn R. Pettersen, Sidsel Kvarteig (Norvégia), Kiss Eszter (Németország), és végül, de nem utolsósorban az erdélyi kollégák, Bartos-Elekes Zsombor, Imecs Zoli, Magyar-Sáska Zsolt és Nelu Rus. A Ledersteger-életmű digitalizálásában a Bécsi Műszaki Egyetemen (TU Wien) Andreas Roncat barátom volt segítségemre.

Fizikatanáraink közül Valovics Istvánnak nagyon hálás vagyok, hogy gimnáziumi óráival ebbe az irányba indított el, Dávid Gyulának pedig felejthetetlen egyetemi előadásai mellett az értekezés néhány pontjának pontosításáért is köszönettel tartozom.

A dolgozat akkurátus nyelvi lektorálását Székely Baláznak és Kis Károlynak kell megköszönjem – ha bármilyen hiba maradt a szövegben, az csak amiatt történhetett, hogy valamely megjegyzésük felett átsiklott a figyelmem.

És a végére maradt a legfontosabb, családom, akik nélkül lehet, hogy e mű előbb készül el, de nem lenne ilyen; lévén feleségem is térképész, akivel nagyon jó erről is beszélgetni, és lassan a gondolkodó korba érő fiaim, akik kérdései pár alkalommal új, jobb irányt adtak egy-egy gondolatmenetnek.