

A bírálóbizottság értékelése

Kovács Mihály a benyújtott angol nyelvű doktori értekezésében tudományos munkásságának azokat a fejezeteit tárgyalja, amelyek az időfüggő lineáris és szemilineáris sztochasztikus parciális differenciálegyenletek numerikus megoldásának témakörében születtek; konkrétan kilenc korábbi tudományos cikkének eredményét gyűjti össze. A fő eredmények minden esetben a megoldások térben végeselem-közelítéssel, időben egy stabil módszercsaláddal történő közelítésének hibabecslésére vonatkoznak.

Az első fejezetben a szerző additív Wiener-zajt tartalmazó lineáris sztochasztikus parciális differenciálegyenleteket vizsgál, melyek megoldására hibaformulát, pontosabban stabilitási becslést vezet le. Az eredményt elsőként a sztochasztikus hullámegyenletre alkalmazza, ahol először a szemidiszkretizált, majd - időben egy stabil módszercsaládot, térben végeselem-módszert alkalmazva - a teljesen diszkretizált egyenlet megoldására ad hibabecslést. Külön elemzi a gyenge és az erős értelemben vett hibát, ahol a gyenge megoldás definíciójában tett szigorú feltevések mellett igazolja, hogy az ilyen értelemben vett hibára vonatkozó konvergencia rendje az erős értelemben vett konvergencia rendjének kétszerese.

Hasonló hibabecsléseket vezet le a tézisben a Wiener-zajjal meghajtott Cahn—Hilliard—Hook-egyenlet megoldására, ami valójában egy biharmonikus hővezetési egyenlet. Ezt követően Volterra-típusú integro-differenciálegyenletekre alkalmazza a fejezet elején felírt hibabecslést. Ez utóbbi esetben az analízis fő eszköze a pontos megoldás alkalmas rezolvens-család Wiener-folyamat alakjában történő előállítás. Ezen egyenlet esetén a megoldás nem Markov-folyamat, viszont a létezik olyan Markov-folyamat, amelynek eloszlása a vizsgált végső időpontban ugyanaz, mint a megoldásé.

A munka második fejezetében szemilineáris sztochasztikus parciális differenciálegyenletek numerikus megoldásának elemzése a téma, ahol a nemlineáris tag legfeljebb szublineáris lehet. A teljes diszkretizációból nyert közelítő megoldások széles családjára sikerült hibabecslést adni. Az általános eredményt mind bizonyos parabolikus egyenletek, mind a szemilineáris Volterra-egyenletek esetére alkalmazza a szerző.

A dolgozat harmadik fejezetének anyaga ismét lineáris sztochasztikus parciális differenciálegyenletek végeselem-módszerrel kapott numerikus megoldásának hibaanalízise. A vizsgált feladatok abban különböznek az első fejezetben tárgyaltaktól, hogy itt négyzetesen integrálható Lévy-zajt feltételez a szerző. A hibaanalízis fő eszköze itt az Ito-formula azon alakja, mely a Lévy-folyamatok Poisson-típusú véletlen mértékek szerinti integrál-előállításán alapul. Ennek felhasználásával az első fejezetben tárgyalt egyenlettípusokra vonatkozó erős és gyenge hibabecsléseket bizonyít a szerző.

A munka jól felépített, minimális számú elírást tartalmaz. A szerző részleteiben ismeri a vonatkozó irodalom eredményeit és a tételek bizonyítását szolgáló módszereket is, azokat helyesen alkalmazza. A dolgozatban ugyanakkor nincsenek numerikus kísérletekkel kapott eredmények.

A doktori értekezés témája időszerű: ez a sztochasztikus parciális differenciálegyenletek klasszikus elméletének egy ma is érdekes és fontos részterületéhez kapcsolódnak. Az eredmények alapvetően a numerikus matematika részterületéhez sorolhatók. Ennek megfelelően az értekezésben ötvöződnek benn a sztochasztika, a parciális differenciálegyenletek és a numerikus matematika kérdései és módszerei.

A bizottság új tudományos eredményként fogadja el a dolgozatban leírt saját eredményeket. Ezek közül konkrétan az egyes szakaszok végén említett tételek a következők:

1. fejezet:

- 1.3.13. és 1.3.14. tételek (a Wiener-zajjal meghajtott sztochasztikus hullámegyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó gyenge hiba és erős hiba becslése),
- 1.4.1 tétel (a Wiener-zajjal meghajtott sztochasztikus biharmonikus hővezetési egyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó gyenge hiba becslése),
- 1.5.28. és 1.5.33. tételek (a Wiener-zajjal meghajtott sztochasztikus Volterra-típusú egyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó erős hiba és gyenge hiba becslése).

2. fejezet:

- 2.3.2. tétel és 2.3.6. lemma (a Wiener-zajjal meghajtott sztochasztikus szemilineáris egyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó különböző normák szerint vett maximális eltérések becslése),
- 2.3.7. tétel (a Wiener-zajjal meghajtott sztochasztikus szemilineáris egyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó gyenge hiba becslése).

3. fejezet:

- 3.2.6. tétel (formula a négyzetesen integrálható Lévy-zajt tartalmazó sztochasztikus parciális differenciálegyenletek megoldásának folytonos közelítésére vonatkozó gyenge hibára),
- 3.3.4-es tétel (a négyzetesen integrálható Lévy-zajt tartalmazó sztochasztikus parabolikus egyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó gyenge hiba becslése),
- 3.4.1-es tétel (a négyzetesen integrálható Lévy-zajt tartalmazó sztochasztikus Volterra-egyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó gyenge hiba becslése),
- 3.5.3-as tétel (a négyzetesen integrálható Lévy-zajt tartalmazó sztochasztikus hullámegyenletek gyenge megoldásának közelítésére vonatkozó gyenge hiba becslése).

Mindezek alapján a Bizottság javasolja az „MTA doktora” cím odaítélését Kovács Mihály részére.