

Válasz az opponensi véleményekre

Szabó Gábor:
Causality, Locality and Probability in Quantum Theory

Opponensek:

Gesztai Tamás (Eötvös Loránd Tudományegyetem)

Németi István (Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet)

Máté András (Eötvös Loránd Tudományegyetem)

Mindenekelőtt szeretném megköszönni mindhárom opponens gondos munkáját, szakértő figyelmét és konstruktív kérdéseit.

Válaszok Gesztai Tamásnak

1. kérdés: A markoviság nem egybites (van vagy nincs) tulajdonság; a kiválasztott szabadságfokok fizikai dinamikája általában nem szigorúan markovi, csak bizonyos közelítésben. Kérem, kommentálja ezt a körülményt.

Válasz: A markovitást az alapvető (mikroszkopikus) elméletekben általában megköveteljük. Feladni (vagy részben feladni) akkor szoktuk, ha a mikroszkopikus paraméterekről valamilyen makroszkopikus, *coarse-grained* változókra térünk át.¹ Ilyenkor ugyanis a *coarse-grained* változók közötti csatolások a rendszerben memóriaként jelenkezhetnek. Bell a lokális kauzalitás definíciójában azonban megköveteli, hogy a faktorizáló adatok a leárnýékoló Cauchy-felület mikroszkopikus (*fine-grained*) adatai legyenek. Mint megjegyzi,² *coarse-grained* változók esetén a leárnýékoló tartományon úgymond „átszivároghat” a közös múltból eredő kauzális hatás, és ez a *coarse-grained* változókra való kondicionálás mellett is korrelációt eredményezhet a térszerűen elválasztott események között.³ Bell ragaszkodása a *fine-grained* adatokhoz éppen a markovitást hivatott biztosítani a lokális kauzalitás definíciójában, azt tehát, hogy a kauzális hatás ne tudjon áthatolni a leárnýékoló Cauchy-felületen. Természetesen a *fine-grained* adatokra való kondicionálás nem szükséges feltétele a markovitásnak. Azt azonban, hogy egy mikroszkopikus elmélet mely *coarse-grained* adatai és ezek milyen feltételek mellett „szigetelik” a múltat, az egy roppant bonyolult kérdés, amelyről jószerivel semmit sem tudok.

2. kérdés: Kérem, adjon lehetőség szerint rövid definíciókat ezekre a fogalmakra: d-szeperáció; izotón folyam.

1 Ld. még a 3. kérdést.

2 „And it is important that events in V_C be specified completely. Otherwise the traces in region V_B of causes of events in V_A could well supplement whatever else was being used for calculating probabilities about V_A .”

3 Fontos tos megjegyezni, hogy a *fine-grained* adatok megkövetelése fontos különbség a Bell-féle lokális kauzalitás és a közös ok definíciója között, ahol is az utóbbi alatt tipikusan *nem* atomi eseményeket értünk.

Válasz: *d-szeparáció:* Legyen adva egy G irányított aciklikus gráf⁴, ahol a csúcsok az eseményeket, az irányított élek pedig az események közötti direkt kauzális kapcsolatot reprezentálják. A *d-szeparáció* a kauzális hatások „terjedésével” áll kapcsolatban a gráf két csúcsát összekötő különféle utakon. Legyen P egy út a gráfon, vagyis irányított élekkel összekötött szomszédos csúcsok halmaza. A P úton egy E csúcs (amely nem végpont) három típusú lehet: vagy *közbülső ok* ($D \rightarrow E \rightarrow F$) vagy *közös ok* ($D \leftarrow E \rightarrow F$) vagy *közös hatás* ($D \rightarrow E \leftarrow F$). A *d-szeparáció* mögött az az intúció áll, hogy két csúcs között a kauzális hatás csak közbülső és közös okokon keresztül terjedhet; egy közös hatás *blokkolja* a kauzális hatás terjedését. A szerepek azonban megfordulnak, ha a kauzális kapcsolatot *kondicionáljuk* az út valamely eseményére vagy események egy halmazára.⁵ Ha tehát két kauzálisan *független* eseményt kondicionálunk az eseményeket összekötő úton fekvő *közös hatásaikra*, akkor azok kauzálisan függővé válnak.⁶ Sőt, akkor is függővé válnak, ha az úton fekvő közös hatások valamely kauzális leszármazottjára⁷ kondicionáljuk őket. Ha azonban két kauzálisan *függő* eseményt az összekötő úton fekvő *közbülső vagy közös okokra* kondicionálunk, akkor azok – a Markov tulajdonság valamint a Közös ok elv miatt – kauzálisan függetlenné válnak. Röviden, a kondicionálás megfordítja a közös és közbülső okok illetőleg a közös hatás kauzális szerepét. A *d-szeparáció* ezzel a kondicionális függetlenné tétellel áll kapcsolatban.

Legyen adva tehát egy A és egy B csúcs egy G gráfon, egy a csúcsokat összekötő P út, valamint csúcsoknak egy további $\{C\}$ halmaza. A $\{C\}$ halmaz a kauzális hatásnak az A és B csúcs közötti terjedését a P úton akkor *blokkolja*, ha van legalább egy közbülső vagy közös ok P -n, amely benne van a $\{C\}$ halmazban, vagy létezik legalább egy közös hatás P -n úgy, hogy vagy ő maga vagy valamely leszármazottja nincs a $\{C\}$ halmazban. A $\{C\}$ halmaz akkor *d-szeparálja* az A és B eseményt, ha a kauzális hatást blokkolja minden olyan úton, amely összeköti az A és a B csúcsot.

Izotón folyam: Intuitíve az izotón folyam téridőtartományoknak és C^* -algebráknak olyan egymáshoz rendelése, ahol, ha egy tartomány benne van egy másikban, akkor a hozzárendelt C^* -algebra C^* -részalgebrája a nagyobb tartományhoz rendelt C^* -algebrának. Röviden, ha egy esemény (obszervábilis) benne van egy téridőtartományban, akkor benne lesz egy nagyobb tartományban is.

Formálisan, legyen M egy globálisan hiperbolikus téridő és legyen K az M téridő lefedése globálisan hiperbolikus résztéridőkkel. K a halmazelméleti tartalmazásrelációval egy irányított részben rendezett halmazt alkot. Legyen $\{A\}$ unitális C^* -részalgebrák egy halmaza. Egy $f: K \rightarrow \{A\}$ leképezés izotón, ha $V \subseteq V'$ -ből következik, hogy $f(V)$ egységelemes C^* -részalgebrája $f(V')$ -nek. Egy lokális fizikai elméletet egy ilyen izotón leképezés (folyam) definiál. Az elmélet klasszikus, ha a C^* -algebrák kommutatívak, és kvantumelméletet, ha nem.

3. kérdés: Kérem, foglalja össze röviden Seevinck és Uffink állítását, és annak cáfolatát alátámasztó érveit.

Válasz: Seevinck és Uffink azt állítják, hogy a Bell-féle lokális kauzalitás egyik feltétele, az ún. *teljes specifikáció* ellentmondásban áll a Bell-egyenlőtlenségek levezetéséhez szükséges másik feltétellel, az ún. *konspirációmentességgel*. Meglátásom szerint azonban a szerzők tévednek.

4 Vagyis egy olyan gráf, ahol minden él (egyszeresen) irányított, és nincs a gráfban irányított ciklus.

5 Vagyis rögzítjük ezeket az eseményeket, és úgy kérdezzük rá a csúcsok közötti kauzális kapcsolatra.

6 Hiszen nem lehetnek kauzálisan függetlenek, ha tudjuk, hogy milyen eseményeket hoznak létre közösen.

7 Kauzális leszármazott minden olyan csúcs (esemény), amely az adott csúcsból irányított élek mentén elérhető.

Részletesebben: legyen adva két mérés két térszerűen szeparált téridőtartományban, valamint egy Cauchy-felület a tartományok kauzális múltjainak *uniójában*, továbbá a Cauchy-felület fizikai adatainak teljes, *fine-grained* specifikációja. A konspirációmentesség azt jelenti, hogy a mérésválasztások valamint a Cauchy-adatok valószínűségeileg függetlenek. Seevinck és Uffink azt állítják, hogy a konspirációmentesség nem állhat fenn, ugyanis a Cauchy-adatok meghatározzák a mérésválasztásokat, mivel ezek a Cauchy-adatok jövőbeli függőségi tartományában helyezkednek el.

Nos, ez utóbbi állítás valóban igaz. Ebből azonban még nem következik, hogy a teljes specifikáció és a konspirációmentesség ellentmondásban állnának. Lehetséges ugyanis,⁸ hogy a Cauchy-adatok egy része (egy bizonyos *coarse-graining*) képezi a közös okot, egy másik része (egy másik *coarse-graining*) pedig felelős a mérésválasztásért. Vagyis azok az események, amelyek teljesen specifikálnak egy régiót, *nem feltétlenül ugyanazok* az események, amelyek kielégítik a konspirációmentességet. Más szóval, lehetséges (legalábbis elméletileg), hogy a *coarse-grained* közös okra fennálljon a konspirációmentesség, a maradék *coarse-grained* Cauchy-adatok pedig meghatározzák a mérésválasztást. Ez a "munkamegosztás" a Cauchy-adatok két része között elkerülhetővé teszi az ellentmondást a teljes specifikáció és a konspirációmentesség között.

4. kérdés: A nem-kommutativitás szerintem azt fejezi ki, hogy egy hullámmozgást megpróbálunk részecske-fogalmakkal leírni, és ez nem teljesen sikerül. Egyetért-e ezzel az állítással?

Válasz: Igen, de ez csupán egy speciális eset. A hely és impulzus operátorok nem kommutálnak, így az impulzus-sajátállapotok (a hullámok) a hely-sajátállapotok szerint kifejtve „hullámszerű eloszlást” adnak. A dolgozatban azonban a nem-kommutativitásnak egy általánosabb interpretációját használom. Eszerint ha két mérést (obszervábilist) kommutáló operátorokkal reprezentálunk, akkor:

a) Az egyik mérés kimeneteleinek statisztikáját nem befolyásolja, hogy azt a másik méréssel egyidejűleg végezzük-e vagy sem (*no-disturbance*). Ennek speciális eseteként:

b) Az egyik mérés kimeneteleinek statisztikáját nem befolyásolja, hogy azt a másik, térszerűen elválasztott méréssel egyidejűleg végezzük-e vagy sem. (Ezt az jelenséget nevezik *no-signaling*-nek az algebrai térelméletekben.)

c) Az egyik mérés kimeneteleinek statisztikáját nem befolyásolja, hogy azt közvetlenül a másik mérés után végezzük-e vagy sem. (Itt feltételezzük a projekciós posztulátumot.)

5. kérdés: A 9. tételben rendszeresen emleget Clauser-Horne bázist és egyenlőtlenségeket, anélkül, hogy hivatkozna ezekre a szerzőkre. Fizikusoknál az alaphivatkozás a négyesrész CHSH cikk: Clauser-Horne-Shimony-Holt, Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 15. Ez a dolgozat világos interpretációt mutat be: a beérkező részecskék se már feltárt, se még esetleg rejtett formában nem hordoznak olyan információt, ami meghatározná az egyedi mérés kimenetelét; a mérés eredménye nem a megfigyelt részecskék valami eleve létező tulajdonságának passzív megjelenítése, hanem a mérés folyamatában születik. Ez egybehangzik a tételbeli következtetésekkel, vagy eltér tőlük?

Válasz: A Clauser-Horne-Shimony-Holt-egyenlőtlenségek (a többi Bell-egyenlőtlenséggel együtt) kizárják a kvantumelmélet lokális konspirációmentes *együttes* közös okos modeljét, vagyis olyan rejtett paraméteres modellt, amelyben (i) a mérésválasztások nem befolyásolják kauzálisan a tőlük térszerűen szeparált mérések kimenetelét (lokalitás), (ii) a részecskék

tulajdonságai kauzálisan függetlenek a mérésválasztástól (konspirációmentesség), és (iii) ezek a tulajdonságok az összes kvantumkorrelációt faktorizálják (együttes közös okok). (Itt szeretném megjegyezni, hogy a Bell-egyenlőtlenségek tanulságát nem teljesen pontos úgy értelmezni, hogy a tulajdonságok nem a mérés során „születnek,” hiszen a Bell-egyenlőtlenségek az *indeterminisztikus* rejtett paramétereket is kizárják, vagyis olyan rejtett paramétereket, ahol a mérési kimeneteknek csak a statisztikája van előre rögzítve, maguk az egyedi mérési kimenetek nem, vagyis az egyedi kimenetek valóban a mérés során „születnek.”) A 9. tétel a Bell-egyenlőtlenségek fenti értelmezésénél (legalábbis első látásra) gyengébb is és erősebb is: Erősebb, mivel nem tételezi fel, hogy a különböző mérésválasztásoknál ugyanazok a tulajdonságok végzik a faktorizációt (noha megőrzi a tulajdonságok és a mérésválasztások függetlenségét); és gyengébb, mivel csak determinisztikus rejtett paraméteres modelleket zár ki.⁹ A 9. tétel tehát egy olyan rejtett paraméteres modellt zár ki, amelyben a részecskék nem rendelkeznek az összes lehetséges mérés szempontjából határozott tulajdonságokkal (*külön* közös okok), csak bizonyos mérésválasztásokra nézve, viszont ezeknek a részleges tulajdonságoknak a statisztikája független a mérésválasztástól. Mint azonban a 9. tétel megmutatja, egy determinisztikus külön közös okos modell egyben együttes közös okos modell is, amelyet, mint tudjuk, a Bell-egyenlőtlenségek sérülése kizár.

Válaszok Németi Istvánnak

1. kérdés: A harmas fejezetbeli kísérletnél nem kell-e specifikálni, hogy visszadobjuk-e a kockákat kihúzás után, illetve hogy a következő húzás előtt összerázzuk-e a dobozt?

Válasz: A különbség a visszatételes vagy visszatétel nélküli húzás valószínűségei között a kockák számának növekedésével nyilván csökken. Hogy a két modell közül melyiket választjuk, az a modellezett jelenségtől függ. Ha a jelenség egy forrásból érkező részecskenyaláb, akkor a visszatétel nélküli húzás a realisztikusabb modell. De ugyanez a modell akkor is megfelelőbb lesz, ha ugyanazon a részecskén hajtunk végre többszörös mérést (ami a mai kísérleti technológia mellett már lehetséges), hiszen a mérés után a „dobozba visszarakott részecske” nem ugyanazokkal a tulajdonságokkal (vagy propensity-kkel) rendelkezik, mint a mérés előtt, vagyis nyugodtan tekinthető egy másik „golyónak.”

2. kérdés: A második fejezetben, a 39-ik oldalon miért jelenti ugyanazt az alábbi két kifejezés: “without in any way disturbing a system” illetve “the predicting event is also causally irrelevant for the predicted event”?

Válasz: Einstein realitáskritériuma két dolgot feltételez: egyrészt, hogy egy esemény bekövetkezését 1 valószínűséggel meg tudjuk jósolni, másrészt, hogy a predikció közben nem zavarjuk meg a rendszert. A rendszer meg nem zavarása pedig azt jelenti, hogy a predikció, mint fizikai aktus nem áll direkt kauzális viszonyban a megjósolt eseménnyel. Ha ehhez hozzávésszük, hogy a predikció fogalma azt is magában foglalja, hogy a megjósolt esemény sincs kauzális hatással a jóslásra (a tegnapi időjárást nem lehet *megjósolni*), akkor a realitáskritérium második feltétele azt jelenti, hogy a jósló és a megjósolt események direkt módon kauzálisan függetlenek. Mivel mégis van közöttük korreláció, ezért a reichenbach közös ok elv alapján léteznie kell egy közös oknak, amely magyarázza a korrelációt. Ez az ok az Einstein által posztulált realitáselem.

⁹ Ahogy a 10. tétel megjegyzi, nem tisztázott vajon a 9. tétel fennáll-e a determinizmus elengedése mellett is.

Végül szeretnék reagálni Németi István és Máté András azon megjegyzéseire, – és egyszersmind elnézést is kérni ezért, – hogy a tanulmányok összeszerkesztésekor nem figyeltem eléggé a Latex-file keresztivatkozásaira, így a dolgozat végére valóban embert próbáló feladattá vált a képlethivatkozások követése. Köszönöm az opponensek kitartását és türelmét, és még egyszer gondos figyelmüket és munkájukat.



Budapest, 2020. 01. 08.