

Válasz Kis Tamás bírálatára

Köszönöm a bíráló alapos munkáját és támogató véleményét.

A 3. pontban megfogalmazott kritikát elfogadom. Sajnos a disszertáció alapjául szolgáló cikkekben alkalmazott jelölésrendszer egységesítése nem sikerült tökéletesen, és ezen túl is maradtak elírások és sajtóhibák az dolgozatban.

A bíráló első kérése így szól.

1. Hogyan viszonyulnak a dolgozatban bemutatott kiválasztási függvény tulajdonságai a szakirodalomból ismert néhány példához (Roth: Conflict and coincidence of interest in job matching... (1984) , Blair: The lattice structure of the set of stable matchings with multiple partners ... (1988))?

Válasz.

Az általános válasz az, hogy a hivatkozott szakirodalom a kiválasztási függvényeknek a közgazdászok számára érdekes tulajdonságait kanonizálja egy-egy definícióban. Ezzel szemben a disszertációban követett felépítés inkább a matematikai szempontból izgalmas és jól kezelhető tulajdonságokra helyezi a hangsúlyt.

Konkrétan, a közgazdászok számára egy kiválasztási függvény megadható a (végesnek feltételezett) A alaphalmaz részalmazainak egy sorrendjével. Az alaphalmaz egy tetszőleges B részalmazához ekkor a kiválasztási függvény B -nek azt a részalmazát rendeli, ami a legelső az iménti sorrendben.

Az ilyen módon megadott kiválasztási függvények persze automatikusan teljesítik a közgazdászok által elvárt IRC tulajdonságot is. A disszertációbeli tárgyalásban egy kiválasztási függvény nem feltétlenül IRC tulajdonságú, hiszen nincs más megkötés, mint hogy az alaphalmaz B részalmazához a B -nek egy részalmazát kell rendelni.

Egy másik eltérés a magyar nyelven még meg nem honosodott substitutable tulajdonság definíciója. Itt a jelölésrendszer egységesítése és a közgazdász háttérű olvasó kímélése érdekében eltértem a korábban alkalmazott terminológiától, amikor is komonotonnak neveztem a szóban forgó tulajdonságot. A kiválasztási függvénytől elvárt azon tulajdonságról van itt szó, hogy a ki nem választott elemek által definiált kiválasztási függvény monoton. Ezt a közgazdász szakirodalom úgy fogalmazza meg, hogy egy, az eddigi választékhoz képest új választási lehetőség megjelenése nyomán nem történhet meg az, hogy egy korábban visszautasított elem kiválasztottá válik. Véges halmazok esetén (amire a közgazdászok érdeklődése hagyományosan korlátozódott) ez ekvivalens a visszautasított lehetőségek monoton tulajdonságával. Am végtelen alaphalmaz esetén könnyű olyan ellenpéldát konstruálni, amikor egyesével hozzáadva a választásokat nem sérül a substitutable tulajdonság, ám a kiválasztási függvény nem komonoton az általunk használt értelemben.

A disszertációban választott unortodox tárgyalásmód oka, hogy így egységesebben tudjuk tárgyalni a vizsgált modelleket és általánosabb eredmények adódnak.

A második kérdés az alábbi.

2. Van-e egyszerű strukturális jellemzése az 5.4 tételben $P^b(\mathcal{G}, \mathcal{O})$ poliéder lapjainak, azaz mely egyenlőtlenségek határoznak meg lapokat?

Válasz.

A kért poliéder sosem teljes dimenziós. Ez abból látszik talán a legegyszerűbben, hogy a stabil b -párosítások mérete csak a gráftól és a preferenciáktól függ, ezért a poliéder egy hipersíkon van. Ennek megfelelően nincsenek a lapokat meghatározó *egyértelmű* egyenlőtlenségek.

Minden esetre érdekes eredmény Király és Pap idevágó cikke, amiben a stabil párosítás poliédernek több lineáris leírásáról igazolják, azok hogy TDI (teljesen duális egészértékű) tulajdonságúak. Tudtommal nem ismert hasonló eredmény b -párosítások esetére. Azt sejtem, hogy növekedő és substitutable kiválasztási függvények esetén a kernelpoliédernek a disszertációban szereplő, blokkoló és antiblokkoló feltételekkel megadott leírása is TDI tulajdonságú, de ezt nem tudom bebizonyítani.

A bíráló kérdéshez szorosabban kapcsolódik Eirinakis és társai eredménye (The stable b -matching polytope revisited), amiben (többek között) a stabil b -párosítás poliéder lapjait ill. minimális lineáris leírását vizsgálják. Az derül ki, hogy a poliéder lapjait természetes módon meg lehet feleltetni bizonyos éleknek és rotációknak. Az innen adódó strukturális jellemzést viszont nem nevezném egyszerűnek.

A második kérdésre tehát a rövid válaszom, hogy nem ismerem ilyen egyszerű strukturális jellemzést.

Budapest, 2019. november 6.