

Opponensi vélemény

Fleiner Tamás: Fix pontok és választások: stabil házasságok és ami mögöttük van

című MTA doktori értekezéséről

1. Általános megjegyzések.

A dolgozat összesen 89 oldal, az irodalomjegyzék 69 tételt tartalmaz, ebből 18 tételnek Fleiner Tamás szerzője vagy társszerzője (a 18 tétel egyike a szerző 2000-ben írott PhD dolgozata).

A disszertáció a következő fő fejezetekből áll: Egy rövid Bevezetés, majd az alapokkal megismertető első fejezet, ezekben a szerző felveti a stabil házasság feladatát és ehhez kapcsolódó feladatok újfajta, sokkal általánosabb megközelítését, és ismerteti a későbbiekben szükséges alapvető fogalmakat és eszközöket, köztük a Tarski -féle fixponttételt és a kiválasztási függvényeket. Ezután következnek a fő eredményeket ismertető fejezetek (2.-7. fejezetek) melyek tartalma röviden felsorolva: Kernel típusú eredmények, Kernelek struktúrája, Alkalmazások, Stabil párosítás poliéderek, Stabil folyamatok, valamint Stabil párosítások általános (nem páros) gráfokon.

A dolgozat a szerző (és társszerzői) 17 cikkére épül, melyek között szerepel egy, a *Combinatorica* folyóiratban megjelent (rövid) publikáció, kettő *EGRES* közlemény, a többi pedig különféle (zömében rangos) nemzetközi folyóiratban megjelent közlemény.

Az angol nyelvű értekezés szép kivitelű és jól strukturált. Az anyag szerteágazó, tartalmas, sok és nehéz eredményt tartalmaz, emiatt nem könnyű olvasmány. Az értekezés formai szempontból megfelel az általános követelményeknek.

2. Témaválasztás, eredmények

A stabil házasság problémát Gale és Shapley vetette fel 1962-ben. A feladat (egyszerűen fogalmazva) a következő: n férfi és n nő mindegyike sorba rendezi a másik nem képviselőit aszerint, hogy mennyire szimpatikusak neki. Ezután ha n párt képzünk belőlük, egy párosítás nem stabil, ha található olyan férfi és nő, akik szívesebben választanák egymást, mint a jelenlegi társukat. Ellenkező esetben a párosítás stabil. A feladat ilyen stabil párosítás meghatározása, és ezzel kapcsolatos kérdések. Az alapfeladatnak sokféle általánosítása van, például az egyetemre jelentkezők és az egyetemek egymáshoz rendelésének feladata, és más, gyakorlati feladatok. A stabil hozzárendeléseknek bő irodalma van, több könyv is megjelent a

témában. A feladatkör szorosan kapcsolódik más tudomány-területekhez is, mint a játékelmélet, algoritmus elmélet, valamint gráfelmélet.

A dolgozat a stabil párosítások feladata és általánosításainak egy újszerű megközelítésével kapcsolatos. Fő eszköze a kiválasztási függvények alkalmazása és a Tarski-féle hálóelméleti fixponttétel. Ezek segítségével különféle kiterjesztéseket és általánosításokat lehet igazolni. A dolgozat 2. fejezete kernelekkel kapcsolatos eredményeket közöl, ezen belül matroid-kernelekre valamint részbenrendezésekre vonatkozó stabilitási eredményeket tartalmaz. A 3. fejezet FG-kernelek hálótulajdonságaival, valamint kiterjeszhetőségével foglalkozik. A 4. fejezet stabil párosításokra vonatkozó tételek további alkalmazásaira ad példát (hogyan lehet korábbi ismert, és kevésbé ismert tételeket vagy ezek általánosítását újfajta módon bizonyítani), valamint komplexitási eredményeket közöl. Az 5. fejezet megadja a párosítás poliédereknek egyfajta implicit karakterizációját, valamint a stabil b-párosítás egy kevésbé implicit leírását. A 6. fejezet stabil folyamatokkal foglalkozik, amely téma szorosan kapcsolódik az ellátási láncok stabilitásának vizsgálatához is. Végül a 7. fejezet nem páros gráfokon vizsgálja a stabil párosítás problémát, illetve stabil félpárosításokat, és ezek általánosítását.

3. Kritikai megjegyzések

Előre bocsátom, hogy az alább felsoroltak inkább technikai jellegű megjegyzések, a dolgozat matematikai értékét nem, vagy csak kevésbé érintik.

1. A fejezetek számát egy kicsit soknak találom. A Bevezetés (0. fejezet?) után az eredményeket az 1.-7. fejezetek ismertetik. Ha egy-egy fejezet megfelel egy-egy tézisnek, véleményem szerint célszerűbb lenne kevesebb tézispontba szedni az eredményeket. Továbbá, a fejezetek súlya nem egyenletes. Az utolsó fejezet hossza 30 oldal, az 1. fejezet (Alapok) 10 oldal, a további fejezetek (2.-től 6.-ig) összes hossza 38 oldal. További zavaró tényező, hogy az idézett cikkek (amely munkákon alapulnak a tézisek) több fejezet (vagyis tézis) esetén is felhasználásra kerülnek. Az 1.-7. fejezetek a szerző következő munkáira épülnek:

- 1. fejezet: [30, 20]
- 2. fejezet: [20,30,18]
- 3. fejezet: [20,19,21]
- 4. fejezet: [24,26,11,31]
- 5. fejezet: [21,20,25]
- 6. fejezet: [23,28,29]
- 7. fejezet. [6,13,27,22]

Látható, hogy ezek között helyenként átfedés van. (Például a [20] munka eredményei négy különböző fejezetben vannak felhasználva. Ennek persze az az oka, hogy ebben a cikkben

jelenik meg a dolgozatban sokat hivatkozott fixpont tételes technika. De ezen kívül további átfedések is vannak.)

Megállapítható, hogy például az utolsó fejezet erősen meg van alapozva, 4 (erős) publikációval amelyek más fejezetekben nem lettek felhasználva.

Ezzel szemben például a 6. fejezetben a [23] cikk folyóirata (megítélésem szerint) kisebb presztízsű, [28] még bíráló alatt van, és [29] is bíráló alatt van, és csak említés szintjén szerepel a fejezet végén.

A 4. fejezet is erősen megalapozott, 4 olyan publikációval amelyeket a dolgozat máshol nem idéz (és a publikációk között itt szerepel a Combinatorica note).

A 3. fejezet mindössze 5 oldal.

A 2., 3., és 5. fejezetek által idézett saját művek között átfedés van (a [20] publikáció), igaz, hogy mindegyik fejezetben van olyan idézett publikáció is amely máshol nem szerepel.

Mindezek alapján úgy gondolom, hogy szerencsésebb lett volna talán az eredmények másfajta csoportosítása. Hozzáteszem, hogy a dolgozat **összességében sok és erős eredményt** tartalmaz, és **sok publikációra** épül (csak a felépítés kissé egyenlőtlen vagy talán kissé ad hoc).

2. Sajnos van néhány zavaró elírás, ill. helyesírási hiba a dolgozatban, például a következők:

- 2. oldal, 2. bekezdés, „Instability” helyett szerintem „stability” kell hogy álljon,
- ugyanitt 3. bekezdés, 5. sor: „applicant” helyett applicants,
- 4. oldal, alulról az 5. sor: „structur”,
- 6. oldal, 1.1. fejezet, 7. sor. Itt szerintem e betű kellene az f betű helyett a definícióban,
- 10. oldal, 1.3. fejezet, 2. sor „Ha a partial order”,
- 10. oldal, 1.3. fejezet, 7. sor, „but not vice versa” szerintem nem érvényes, mert nem az ellentétes állítás cáfolata szerepel itt. Az állítás úgy szól, hogy minden „minden véges háló teljes”. Ennek megfordítása az az állítás hogy „minden teljes háló véges”. Ennek cáfolata az lenne ha olyan példát látunk ami teljes háló de nem véges. Viszont olyan példa áll itt amikor nem véges a háló és nem teljes.
- Cor 1.11, „és” (11. oldal),
- 52. oldal, alul a képletben „és”,
- A References-t illetően, van ahol van keresztnév, és van ahol nincs (csak kezdőbetű), valamint [28] és [29]-ben Jankó Zsuzsanna neve hibásan van megadva,
- Kisebb elírások a tézisfüzetben is szerepelnek.

3. Továbbá jó lett volna az idézett tételeket valahol megadni, felsorolni (tehát mit állít például a Cantor-Bernstein tétel, a Menelsohn-Dulmage tétel, a Kundu-Lawler tétel, a Galvin-tétel, a Dinitz-sejtés, Brouwer-féle fixponttétel, stb., akár a dolgozat végén egy Appendixben.

4. Megjegyzem továbbá, hogy a Tézisfüzetben a tételek számozása nem egyezik meg a dolgozatban levővel, és a hivatkozott művek száma és lényegesen eltér (ami talán nem szabálytalan, csak kellemetlen). Például a dolgozatbeli 4.4. tétel a Tézisfüzetben 4.3. Tétel, viszont a tézisfüzet 4.4. Tételének megfelelőjét a dolgozatban nem találom. Úgy tűnik a dolgozat 4.5 Tétele felel meg ennek, de e két tétel (a tézisfüzet 4.4. Tétele és a dolgozat 4.5 Tétele) kimondása, jelölései nem teljesen egyeznek meg.

4. ÖSSZEFOGLALÓ ÉRTÉKELÉS

Az értekezés egységes; sok értékes és érdekes, újszerű eredményt közöl a stabil házasság feladat és annak általánosításai problémakörével kapcsolatban. Fontos megjegyezni, hogy ez a problémakör mind elméleti, mind pedig gyakorlati szempontból is jelentős, hiszen például a felsőoktatási beiskolázások (diák-egyetem hozzárendelések „fair, igazságos” meghatározása) esetén is használják. Így szép példa arra amikor a matematika „hasznos”, közvetlen hasznossággal (is) bír.

A dolgozat eredményeit a szerző 17 publikációja támasztja alá közvetlenül (és továbbiak közvetve). A cikkek nagy része rangos nemzetközi folyóiratokban jelent meg. A felhasznált eszközök bizonyítják a jelöltnek a terület széles és alapos ismeretét. Mindezek alapján a dolgozatban közöltek elfogadom új tudományos eredményekként.

Összefoglalóan megállapítható, hogy Fleiner Tamás értekezése mind formai, mind tartalmi szempontból megfelel az MTA doktori szabályzatában előírt követelményeknek. A jelölt a PhD fokozat megszerzése (2000) óta kiemelkedő új tudományos eredményeket ért el. Mindezek alapján javaslom a nyilvános vita kitűzését és Fleiner Tamás részére az MTA doktora cím odaítélését.

Veszprém, 2019. július 15.

Dr. Dósa György