

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztálya

A közúti járműforgalom becslése és irányítása

Dr. Varga István

Tézisfüzet

2019. április 27.

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	1
1. A téma újszerűsége, célkitűzések	2
1.1. Motiváció	2
1.2. Célkitűzések	4
1.3. Eredmények	5
2. Új tudományos eredmények	6
Hivatkozott saját publikációk	15
Hivatkozások	20

1. fejezet

A téma újszerűsége, célkitűzések

1.1. Motiváció

A növekvő közlekedési igények kielégítése újabb és újabb megoldásokat követel meg a közlekedésirányítással foglalkozó szakemberektől. A közlekedéstudomány számára az egyik legnagyobb kihívás a szűkös infrastruktúra között működő közlekedési rendszerek tervezése és üzemeltetése, különösen igaz ez a városi közlekedési hálózatokban. A folyamatosan növekvő helyváltoztatási igények kiszolgálása érdekében az esetek többségében már nem lehetséges az infrastruktúra kapacitásának további bővítése, hanem a meglévő hálózat jobb kihasználtságát kell elérni. Ehhez nélkülözhetetlen a közlekedési folyamatok hatékonyabb irányítása és zárt hurkú szabályozása, amiben a korszerű közúti közlekedésirányítás kínál új megoldásokat.

A közlekedési folyamatok ilyen újszerű, irányításelméleti alapokon nyugvó megközelítéséhez az elmúlt nyolcvan év alatt jutott el a közlekedésirányítási technológia. A múlt században kialakuló közlekedéstudomány első jelentősebb úttörője az amerikai Bruce D. Greenshields volt, aki többek között a sebesség, a járműsűrűség és a forgalomnagyság közötti kapcsolatot írta le 1934-ben [64]. Az 1950-es években John G. Wardrop adott lendületet egy újonnan fejlődő tudományterületnek a *forgalomáramlási elméletnek* (angolul: traffic flow theory) [83]. Wardrop munkássága két korábbi jelentősebb eredményhez is szorosan kapcsolódott: a knighti bizonytalansági összefüggéshez [67] és Nash játékelméletéhez [72]. A hálózatok egyensúlyát leíró első matematikai modell is ebben az időben keletkezett Martin Beckmann, Charles B. McGuire és Christopher Winsten szerzőktől 1956-ban [49].

A mikroszkopikus szemlélet megalapozását jelentette 1950-ben Reuschel [80], majd 1953-ban Pipes [79] publikációja, akik a járművek időbeli, egymást követő mozgását leíró modellt fejlesztettek ki. Az általános járműkövetési modellek megalkotása R. E. Chandler és munkatársainak [54], valamint D. C. Gazis és munkatársainak [61] a nevéhez fűződik az 1950-es évek végén. Ugyanebben az évtizedben készült el a makroszkopikus szemléletű, a folyadékáramlás analógiájára épített, úgynevezett LWR modell, amelyet Michael J. Lighthill és Gerald B. Whitham [69], majd velük közel egy időben, de tőlük függetlenül P. J. Richards [81] alkotott meg. Az LWR modell mérföldkönek számított a forgalmi folyamatok leírásában. A Greenshields által leírt lineáris sebesség-sűrűség megközelítést Harold Greenberg 1959-ben logaritmikus összefüggéssel [63] váltotta fel, majd ezt G. F. Newell 1961-ben exponenciális összefüggés felhasználásával [73] írta le. További részletes megfigyelések hozták előtérbe a járművezetők és reakcióidejük hatásának figyelembe vételét. A reakcióidő létezésére és hatására G. F. Newell 1965-ben felállított egy hipotézist [74], amelyet T. W. Forbes megfigyelései [60] is alátámasztottak. A jelzőlámpás kereszteződések jelzéseinek kiszámítását Webster alapozta meg 1956-ban [84].

A többi tudományterülethez hasonlóan az 1960-as években a közlekedéstudomány is újabb lendületet kapott az első számítógépek megjelenésével. A forgalomirányításhoz kapcsolódóan számos elméletet és gyakorlati módszert dolgoztak ki, és ekkor fektették le a csomóponti jelzőlámpa vezérlés tudományos alapjait is. Egy évtizeddel később a folyadékáramlás analógiájára épített LWR modellt Harold J. Payne fejlesztette tovább [78], megközelítésében további tényezőket vezetett be az áramlási egyenletbe. Alapvető megfigyelése volt, hogy a vizsgált szakaszok átlagsebessége nem csak a járműsűrűségtől, hanem a szomszédos szegmensek állapotától és az átlagsebesség dinamikájától is függ. Az általa megalkotott másodrendű modell a mai napig az egyik legelterjedtebb megközelítés.

Az intenzívebb 1950-es és 1960-as évek után a tudományterület fejlődése látszólag lelassult, ebben a periódusban azonban jelentősen fejlődtek más tudományágak, mint a rendszer- és irányításelmélet. A szabályozó rendszerek tervezése során a klasszikus frekvencia tartománybeli analízis és szintézis módszerei (Bode, Nichols, Nyquist) az 1960-as évektől kiegészültek az időtartománybeli rendszer- és irányításelméleti módszerekkel. Ezeket a modern irányzatokat a *rendszerállapot* és az *állapottér* bevezetése jellemezte, így a hozzájuk illeszkedő tervezési módszereket állapotter-elméleti módszereknek nevezték el. A korszak egyik legjelesebb képviselője a magyar származású Rudolf E. Kálmán, akinek hatvanas években megjelent cikkei [65], [66] számos alapvető koncepció kidolgozását és probléma megoldását jelentették. Az állapotter-elmélet a mai (poszt-modern) rendszer és irányításelmélet, valamint a korszerű irányítási rendszerek tervezésének is egyik alapvető eleme.

Az állapotter-elmélet alapú megközelítés csak a későbbi évtizedekben kez-

dett hatást gyakorolni a közlekedéstudományra. A közúti folyamatok állapotbecslésének alapgondolata már 1973-ban megfogalmazódott N. E. Nahi és A. N. Trivedi munkájában [71]. Az elgondolás lényege, hogy a vizsgált közlekedési rendszert egy általános dinamikai rendszernek feltételezi, amelynek bemenetei, kimenetei és belső állapotai vannak. Az állapottér-elmélet szerinti megközelítésben a közlekedési folyamatok paramétereit és változóit állapotbecslési eljárások segítségével lehet meghatározni. Ez a felismerés vezetett oda, hogy a célforgalmi mátrix becslésére is felhasználják az állapotmegfigyelőt. Az első kísérletekben egy egyszerű kereszteződésben vizsgálták a forgalmat, ami ott a fordulási rátákkal egyezett meg. Erről Michael Cremer és Hartmut Keller [55, 56], valamint N. L. Nihan és G. A. Davis [75] publikáltak. Továbbá a Párizs környéki autópálya körgyűrű felhajtóinak együttes, integrált szabályozásában mutatta be Markos Papageorgiu 1991-ben az ALINEA rendszerben [77]. Később ez a rendszer lett az alapja az állapottér alapú autópálya forgalomleírásoknak és felhajtószabályozásoknak [59] valamint az állapottér alapú eseménydetektálásnak [46].

A közlekedési folyamatok leírásában az állapottér alapú megközelítés új lendületet kapott a 2000-es évek elején. Megjelent a Modell Prediktív Irányítás alkalmazása először az autópályán Bellemans és De Schutter munkáiban [50, 51], majd a PhD értekezésemben [42] a városi irányításban is, amit később Tettamanti Tamás fejlesztett tovább [82]. Az autópálya forgalmának leírásában úttörő munkának számítanak Luspay Tamás LPV alapú megközelítése [19], [70] és a közlekedési emisszió természetét leíró és a forgalom ilyen célú irányítását előtérbe helyező Csikós Alfréd munkái [57], [9]. Pár éve a mintafelismerő algoritmusokkal [40] és neurális hálókkal [10] is sikerült eredményeket elérnünk a városi forgalom előrebecslésének területén. Ugyancsak városi környezetben születtek eredményeink a fundamentális, szabad áramlású összefüggéseknek, a kötött, városi hálózatban történő felhasználására [6] valamint az autonóm járművek hatásainak vizsgálatára [23].

1.2. Célkitűzések

Dolgozatomban a közúti forgalomirányítás vizsgálatát az irányításelmélet rendszerleíró szemléletével és eszköztárával végeztem el. Az általam végzett tudományos munka célja az volt, hogy feltárja a közúti közlekedésben meglévő modellezési, állapotbecslési és irányítási problémák egy részét és azokra a modern irányításelmélet segítségével adjon megoldásokat. A motiváció abból a felismerésből származik, hogy a közúti közlekedés sajátosságai miatt elsősorban csak a korszerű, robusztus irányítási algoritmusok szolgálhatnak megfelelő minőségi megoldásokkal.

A közúti közlekedés irányításában alapvető problémát jelent, hogy ezek a rendszerek pozitív rendszerek, azaz az állapotok halmaza és a beavatkozó jelek

halmaza is pozitív értékkészletű. A gyakorlatban a közúti folyamatokat általános rendszerként modellezzük, ahol a pozitív tulajdonság figyelembe vételét a visszacsatolt rendszerben a szabályozótervezés során biztosítjuk a megfelelően felállított korlátozások beépítésével. Ezen korlátokon túl a belső szabályrendszerek miatt is nagyon sok korlátozás áll fenn az állapotokra és a beavatkozó jelekre egyaránt. Szerencsére mind a két problémát megfogalmazhatjuk a megfelelően felállított egyenlőségi és egyenlőtlenségi feltételek megadásával. A közúti közlekedés másik sajátossága, hogy jellemzően olyan folyamatokat irányítunk, amelyekről nem állnak rendelkezésünkre teljes körű mérési adatok. Az ilyen jellegű rendszerek szabályozása csak a rendszer belső állapotának becslése révén és robusztus irányítások tervezésével lehetséges, ahol a különböző zavarásokat, modellezési hibákat és bizonytalanságokat is figyelembe tudjuk venni.

1.3. Eredmények

Általánosságban a kutatásaim során arra a következtetésre jutottam, hogy a közúti közlekedés járműforgalmi rendszereiben a változók és paraméterek becslése megoldható. A becslés után kapott értékek elegendően pontosak ahhoz, hogy a közúti forgalomirányítás számára felhasználhatóak legyenek. Dolgozatomban olyan módszereket javasoltam a városi forgalomirányításban, amelyek lehetővé teszik a közúti folyamatok állapotváltozóinak és paramétereinek korlátozások mellett végzett, modell alapú becslését. Bemutattam, hogy a célforgalmi mátrix becslése korlátozások mellett is elvégezhető a cMHE technika alkalmazásával, csökkentve ezzel a becslési hibát. Bizonyítottam, hogy a városi jelzőlámpás csomópontok forgalomirányításához felhasználható a korlátozások mellett végzett modell prediktív szabályozó, amely képes előnybiztosítás megvalósítására is. A módszer működhet központi és elosztott irányítási struktúrában is és alkalmas robusztus kialakításban, segítségével hatékonyabb közúti forgalomirányító rendszer építhető.

A forgalomtechnikai mutatók javításán túl a forgalomirányítás számára további kihívás a biztonság, a környezetvédelem és egyéb szempontok együttes figyelembe vétele. Szabad áramlású autópálya szakaszok felhajtóinak irányításával igazoltam, hogy a több szempont is figyelembe vehető. A járműáramlat LPV alakban modellezett, forgalomtechnikailag optimális elerendő állapota és a járműforgalom károsanyag kibocsátás szempontjából optimális állapota súlyozottan vehető figyelembe. Mivel a közös optimum a fundamentális diagram instabil oldalára esik, ezért javasoltam egy halmazelmélet alapú szabályozót is, amely a járműforgalom stabilitási feltételeit is képes kielégíteni, a főpályán érkező meghatározott zavarás esetén.

2. fejezet

Új tudományos eredmények

1. Tézis

Bemutattam, hogy a városi hálózatokban használt jármű-megmaradási modell hiányos mérések esetén is jól használható, mert a járműszám és a torlódási információ elegendő pontossággal becsülhetők. Az egyedi kereszteződés torlódási információját hibadetektáló szűrővel becsültem, majd felhasználtam a jelzőlámpák irányítását végző átkonfiguráló szabályozóstruktúrában. Megmutattam, hogy az alkalmazott sorfelépülési modellben kevés számú (szakaszonként egy vagy két) járműérzékelő pont adataiból is pontos járműszámbecslés adható Kálmán-szűrő segítségével.

1. Javaslatot tettem a csomóponti mozgások állapottérben felírt dinamikai leírására az alábbi diszkrét idejű, lineáris időinvariáns (LTI) sztochasztikus állapottér modellel:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + x_{be}(k) + v_q(k) + x_f(k) \quad (2.1)$$

A mérési (kimeneti) egyenlet:

$$y(k) = Cx(k) + v_y(k) \quad (2.2)$$

ahol $x(k)$ vektor az állapotot, azaz csomópont behajtó ágaiban a helyzetjelző vonal előtt sorban álló járművek számát jelöli. A beavatkozó jel a zöld idő $u(k)$. A B mátrix elemei jelölik az átbocsátó képesség mérőszámait. A rendszerben mérjük a sorhoz érkező $x_{be}(k)$ bejövő járműmennyiséget, és az $x(k)$ sorhosszakat. A v_q és a v_y változók mérési zajok. A torlódási információt az egyes ágakból kihaladni nem képes járművek számával jellemeztem: $x_f(k)$.

2. Az $x_f(k)$ torlódási információ meghatározásához, az állapotegyenlet reziduál információjának kiszámítását kell elvégezni, amihez egy FPRG hibadetektáló szűrőt javasoltam:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= Fz(k) - Ey(k) + \bar{D}u(k) \\ r(k) &= Mz(k) - Hy(k) \end{aligned} \quad (2.3)$$

ahol r a reziduál értéke, (az $x_f(k)$ várható értéke), z a szűrő állapota, az F , E , D , M , H paramétermátrixok pedig a rendszer folytonos idejű FPRG hibadetektáló szűrő mátrixainak diszkrét idejű megfelelői. Ennek a torlódás detektáló szűrő alkalmazásával lehetőség van a kihaladni nem képes járművek számának irányonkénti meghatározására zajokkal terhelt mérések esetén is. Ez az információ aztán felhasználható a forgalomirányításban, egy átkonfiguráló szabályozó struktúrában.

3. Amennyiben az irányított csomóponti ágban és annak kapcsolódó ágiban a fordulási ráták ismertek vagy becsülhetők ([13]), akkor a kihaladó forgalom számítható a többi kapcsolódó szakasz bemeneti detektorainak méréseiből is. A csomóponti ágak kimeneti detektorai el is hagyhatók a rendszerből, valamint a jármű megmaradási állapotegyenlet is módosul a következőképpen:

$$x_j(k+1) = x_j(k) + T\{(q_j^m(k) - \sum \gamma_{ij}q_i^m(k)\} + Tv_j(k), \quad (2.4)$$

ahol $\gamma_{ij}(k)$ azon járművek aránya a j szakaszra belépő összes jármű számához képest, amelyek az i szakaszból érkeztek a j szakaszra. A két detektoros mérési konfiguráció telítetlen vagy telített forgalomban is alkalmazható. Egy detektoros (a csomóponti ág közepén elhelyezett) mérési konfiguráció is jó eredményt ad, amennyiben a mérőrendszert csak telített forgalomban alkalmazzuk. A feltétel azért fontos, mert a rendszer természetesen pozitív, míg a leíró egyenletünk nem az, ezért a szabad jelzéssel csak akkor egyenes arányos a kihaladó járműszám, ha mindig van elég sorban álló jármű, azaz a forgalom telített. Ebben az esetben az S csomóponti átbocsátóképeség, az u szabad jelzés idő, valamint a β fordulási ráták ismeretében a be- és kihaladó forgalom mérés nélkül is számítható. A Kalman-szűrő állapotegyenlete a következőképpen alakul:

$$x_j(k+1) = x_j(k) - u_j(k)S_j + \sum u_i(k)\beta_{ij}S_i + v_j(k), \quad (2.5)$$

A tézishez kapcsolódó publikációk: [44, 32, 17, 36, 43, 45]

2. Tézis

Bizonyítottam, hogy az állapotterben felírt közúti közlekedési folyamatok változói korlátozások mellett is becsülhetők. A modell alapú, mozgó horizontú becslés módszerét, közlekedési rendszerek célforgalmi mátrixának meghatározására használtam fel. Bemutattam, hogy a világban elterjedt induktív járműérzékelők adatain túl a mobiltelefonok cellainformációi alapján is hatékony becslés adható a célforgalmi mátrix meghatározására.

1. A közúti folyamatok paramétereinek becslését a célforgalmi mátrix elemeinek becslésére felírt diszkrét idejű, lineáris, időinvariáns, sztochasztikus állapotter modellben végeztem el:

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + w_{ij}(k) \quad (2.6)$$

ahol $w_{ij}(k)$ az állapotzaj, $x_{ij}(k)$ pedig a célforgalmi mátrix elemei, azaz az adott i irányból érkező járműfolyam j irányba haladó aránya, $k = 1, 2, \dots, N$. A bemenő és a kimenő járműszám mérhető, a kimeneti mérés zajjal terhelt:

$$y_j(k) = \sum_{i=1}^n q_i(k)x_{ij}(k) + v_j(k) \quad (2.7)$$

ahol $q_i(k)$ az adott i irányból behaladó forgalom nagysága, $y_j(k)$ az adott j irányba kihaladó forgalom nagysága, $i = 1, \dots, n$ és $j = 1, \dots, m$, ahol $v_j(k)$ egy nem definiált eloszlású zaj. A bemeneti járműáramlás is mérési zajjal terhelt, ahol $\zeta_i(k)$ nulla várható értékű normál eloszlású zaj.

2. Megmutattam, hogy a Mozgó Ablakos Becslés (cMHE) módszerrel az állapotok kellő pontossággal megbecsülhetők a közlekedési rendszerekben természetesen meglévő korlátozások figyelembe vételével is. A megoldás a következőkben felírt Ψ_k funkcionált minimalizálja a j horizonton, miközben kielégíti a (2.6) dinamikai egyenletet, a (2.7) mérési egyenletet és a (2.12) korlátokat:

$$\begin{aligned} & \min_{(\hat{x}_{k-N-1}, \hat{w}_{k-N-1|k}, \dots, \hat{w}_{k-1|k})} \Psi_k \\ \Psi_k = & \hat{w}_{k-N-1|k}^T Q_0^{-1} \hat{w}_{k-N-1|k} + \sum_{j=k-N}^{k-1} \hat{w}_{j|k}^T Q^{-1} \hat{w}_{j|k} \\ & + \sum_{j=k-N}^k \hat{v}_{j|k}^T R^{-1} \hat{v}_{j|k} + \Psi_{k-N}^* \end{aligned} \quad (2.8)$$

A dinamikai feltételek:

$$\hat{x}_{j+1|k} = A\hat{x}_{j|k} + G\hat{w}_{j|k} \quad j = k-N-1, \dots, k-1 \quad (2.9)$$

$$y_j = C\hat{x}_{j|k} + \hat{v}_{j|k} \quad j = k-N-1, \dots, k \quad (2.10)$$

A kezdeti érték a horizont elején:

$$\hat{x}_{k-N|k} = \bar{x}_{k-N} + \hat{w}_{k-N-1|k} \quad (2.11)$$

Korlátozások:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_{ij}(k) \leq 1 \\ \sum_{j=1}^m x_{ij}(k) &= 1 \end{aligned} \quad (2.12)$$

3. Bemutattam, hogy a mobiltelefon hálózatok jelzési eseményeire alapozva, makroszkopikus forgalombecslési módszer adható városi hálózatok forgalmi folyamatainak becslésére. A mobiltelefon jelzési események alapján előállítható az adott location area-hoz tartozó célforgalmi mátrix. A mobiltelefon adatok alapján a mátrix meghatározásán túl a legvalószínűbb útvonal is megadható és még a forgalmi ráterhelés is végezhető. A forgalombecslés megbízhatósága tovább javítható az utazási idők korlátozásoként történő felvételével a ráterhelés optimalizálási feladata során.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [13, 11, 12, 17, 36, 46, 45, 35, 25, 24, 34, 14]

3. Tézis

Bizonyítottam, hogy a városi hálózatokban, több csomópont jelzőlámpás irányításához tervezhető olyan forgalomirányító rendszer, amely képes korlátozások figyelembevételével is forgalomtechnikailag optimális irányítást adni, miközben az irányítási célok széleskörűen változtathatók. A módszer az állapottérben felírt diszkrét idejű, időinvariáns, járműmegmaradási egyenleteken alapuló, prediktív szabályozó eljárást alkalmazza.

1. A több csomópontból álló jelzőlámpa hálózatok forgalmi leírását a TUC [59] modellre alapozva írtam fel:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + x_{be}(k) + w(k) \quad (2.13)$$

ahol x a sorban álló járművek száma, u a beavatkozó jel (a szabad jelzés-idő), x_{be} a lehatárolt rendszer határain belépő járművek száma (amelyet a mérhető hibaként vettem fel), w a nem mérhető hibák összessége. A nem mérhető hibák között szerepelnek a mérésekre rakódó zajok és az állapothiba. A mérések v nulla várható értékű, normál eloszlású zajjal terheltek:

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (2.14)$$

2. Rámutattam, hogy a nem pozitív rendszerként felírt (2.13) modellben, a pozitív rendszer tulajdonság figyelembe vétele a szabályozótervezés során megfelelően felállított korlátozások beépítésével biztosítható. Javaslatot tettem a lineáris rendszerként modellezett közlekedési folyamatok pozitív ortánszon belüli irányítását lehetővé tevő szabályozó tervezési feltételeinek meghatározására.
3. Általánosan is megfogalmaztam a B mátrix felépítésének módszerét több kereszteződésből álló hálózatban, majd módszert dolgoztam ki MPC szabályozó tervezésére, amely a sorban álló járművek számát minimalizálja. A bemutatott szabályozó minden jelzőlámpa ciklusban úgy állapítja meg a beavatkozó jelet, hogy a következő funkcionált minimalizálja, miközben kielégíti a (2.13) dinamikai és a (2.14) mérési egyenleteket és a korlátozó feltételeket is:

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_p} (x_i^T(k)Qx_i(k) + u_i^T(k)Ru_i(k)) \quad (2.15)$$

ahol N_p a predikciós horizont hossza, x_i a helyzetjelző vonalak előtt sorban álló járművek száma, u_i a szabad jelzés idők hossza.

4. Bemutattam, hogy a (2.15) feladat megoldása megegyezik egy általánosan felírt, kvadratikus optimalizálási feladattal

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \quad & J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Phi \mathbf{u} + \beta^T \mathbf{u}, \\ & \mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

ahol $\mathbf{u}$ a szabályozó jelek vektora (szabad jelzés), Φ és β^T az állapotdinamikai modellt foglalják magukba, míg $\mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0$ egyenlőtlenség a korlátozások figyelembe vételét tartalmazza.

5. A forgalomirányító rendszerben az egyes (pl. megkülönböztetett) járművek előnybiztosítása is megoldható a megfelelően módosított Q súlyozó mátrix használatával. Az irányítási célok széleskörűen definiálhatók, például mutattam be olyan stratégiára ahol a rendelkezésre álló zöld időket úgy határozza meg a rendszer, hogy közben maximalizálja a csomópontban átjutó utasok számát.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [47, 37, 41, 29, 30, 17, 38, 21, 22]

4. Tézis

Bemutattam, hogy a prediktív forgalomirányítás továbbfejleszthető olyan elosztott irányító rendszerre, ahol a hálózat forgalomfüggő jelzéstervét a csomóponti forgalomirányító berendezések párhuzamosan, egy időben számítják ki. A kibővített állapotter modell alapján pedig robusztus prediktív irányítás is megvalósítható, amivel lehetőség nyílik a városi közlekedési rendszer bizonytalanságainak a kezelésére is.

1. Rámutattam, hogy az előző tézisben bemutatott MPC módszer alapján előállt, számítási feladat (2.16) megoldható decentralizáltan módon is, azaz a számítási műveleteket a csomóponti forgalomirányító berendezések elosztott módon, párhuzamosan is képesek megvalósítani.
2. A 2.16 egyenlet a dualitás-elmélet [52] alapján duális alakra hozható, és az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldására redukálható:

$$P\lambda = w, \quad \lambda_j \geq 0, \quad (2.17)$$

ahol P mátrix és w vektor Φ , β , $\mathbf{F}$, és $\mathbf{h}$ kombinációi. Majd a projektált Jacobi-iterációt alkalmazva a (2.17) megoldására [52] a következőt kapjuk:

$$\lambda_j(t+1) = \max \left\{ 0, \lambda_j(t) - \frac{\kappa}{p_{jj}} \left(w_j + \sum_{k=1}^m p_{jk} \lambda_k(t) \right) \right\}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.18)$$

ahol $\kappa > 0$ egy hangoló paraméter és p pedig P mátrix eleme.

A 2.17 egyenlet duális feladat iterációs algoritmussal történő megoldásával az MPC elosztott módon implementálható párhuzamos számítással. Az elosztott módszer lényege, hogy (2.18) globális iterációs probléma M darab kisebb feladatra bontható szét, amelyek párhuzamosan számíthatók. Városi jelzőlámpás hálózatban az $i = 1, 2, \dots, M$ számítást végző egységek megfeleltethetők a csomóponti vezérlő gépekben rendelkezésre álló számításai kapacitásnak. Az i -ik alprobléma gyakorlatilag az optimalizálási változók csökkentett halmazát figyelembe véve kerül kiszámításra. Az iteráció végső eredményéhez a részmegoldások növekvő pontosságú, közelítő megoldásaként jutunk. A λ^* optimális kiszámítása után az MPC feladat végső eredménye, azaz optimális zöldidők már közvetlenül számíthatók.

3. Bemutattam, hogy forgalmi modellben nehezen mérhető zavarások modell bizonytalanságot okoznak. Az állapot- és forgalmi igény bizonytalanságok a hálózati teljesítőképesség csökkenéséhez vezethetnek, valamint a prediktív irányítás esetén a bizonytalanságok hatása a teljes horizonton

érvényesül [48, 58],[37]. Ennek a problémának a megoldása lehet a store-and-forward modell kiegészítése állapot- és igénybizonytalansággal, amely révén az irányítás egy minimax optimalizációs feladat megoldását jelenti a következő formában:

$$\begin{aligned} \min_u \max_{\Delta} \quad & \sum_{i=0}^{K-1} x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k), \\ \text{feltételek:} \quad & u(k+i|k) \in \mathbb{U}, \quad \forall \Delta \in \Delta, \\ & x(k+i|k) \in \mathbb{X}, \quad \forall \Delta \in \Delta, \\ & \Delta(k+i|k) \in \Delta \end{aligned} \quad (2.19)$$

ahol $Q \succ 0$ és $R \succ 0$ diagonális súlyozó mátrixok, Δ a potenciális bizonytalanságok halmazát jelenti. A minimax feladatban a minimális költséget a bizonytalanságok lehetséges maximális hatása mellett keressük megfelelő $u(k+i|k)$ szabad jelzési idő beállítással. A (2.19) optimalizálás ugyanakkor nem determinisztikus időbonyolultságú probléma (NP-hard); a számítási idő exponenciálisan nő a hálózat méretével. Emiatt Ghaoui, Löfberg és Boyd eredményei [62, 68, 53] alapján a minimax feladatot egy hatékonyan megoldható szemidefinit optimalizálássá kell átalakítani.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [17, 26, 27, 28, 31, 33, 38, 39]

5. Tézis

Módszert javasoltam gyorsforgalmi utak többkritériumos forgalomirányítására (felhajtószabályozására), amelyben az LPV alakban modellezett járműforgalom, forgalomtechnikailag optimális elérendő állapota és a járműforgalom károsanyag kibocsátás szempontjából optimális állapota súlyozottan vehető figyelembe. A halmazelmélet alapú szabályozó a járműforgalom stabilitási feltételeit is képes kielégíteni, meghatározott zavarás, azaz a főpályán érkező, adott járműfolyam esetén.

1. A módszer egy felhajtóval rendelkező egyszerű autópálya szakasz forgalmi folyamatira épül. A hálózatot egy homogén sűrűségűnek tekintett, L hosszúságú, λ számú sávból álló szakasz adja. A forgalom szabályzását egy irányított felhajtó végzi, amely az l hosszúságú sorból r forgalomnagyságot enged a főpályára. A rendszer dinamikáját a másodrendű, diszkrét T mintavételi idejű METANET forgalmi modellel írhatjuk le [76]. A főpályán érkező q_{us} forgalomnagyság, a főpályán érkező forgalom v_{us} átlagsebessége, a felhajtón érkező w és a lehajtón távozó s forgalomnagyságok,

valamint a főpályán a vizsgált szegmenst követő szakaszon jellemző ρ_{ds} forgalomsűrűség zavarásként jelenik meg. A felállított modell egy nemlineáris folyamatnak tekinthető az alábbi alakban:

$$x(k+1)=f(x(k), u(k), d(k)), \quad (2.20)$$

ahol a szabályzójel $u = r$, az állapot $x = [\rho v l]^T$ és a zavarásokat a $d = [q_{us} v_{us} \rho_{ds} s w]^T$ vektor tartalmazza.

2. Megállapítottam, hogy a főpályán és a felhajtón haladó járműforgalom károsanyag kibocsátása Csikós [57] munkája alapján egyszerűsítve jellemezhető. Feltételezzük, hogy a főpályán haladó forgalom homogén és időben állandó összetételű és a gyorsulásának hatása elhanyagolható, valamint a forgalmi áramlat átlagsebessége az $L \times T$ tér-idő tartományon a benne résztvevő járműegyedek sebességét elfogadható pontossággal reprezentálja [5]. Ekkor a forgalom makroszkopikus kibocsátásának térbeli-időbeli eloszlását az alábbi összefüggés adja meg (az i -edik szakaszon, k -adik lépésben):

$$\varepsilon_i^p(k) = ef^p(v_i(k)) q_i(k), \quad (2.21)$$

míg az $L \times T$ diszkrét tér-idő ablakban a forgalom kibocsátása az alábbi összefüggés szerint számítható:

$$E_i^p(k) = ef^p(v_i(k)) q_i(k) L_i. \quad (2.22)$$

A fundamentális összefüggés figyelembevételével belátható, hogy a forgalom makroszkopikus kibocsátását leíró jellemzők (2.21) és (2.22) a forgalomsűrűség és a forgalmi átlagsebesség kétváltozós függvényei. A felhajtón haladó forgalom esetében a kialakuló sebességviszonyokat ismeretlennek feltételezzük és kontans v_{ramp} felhajtó sebességgel jellemezzük. A (2.22) egyenlet alkalmazásával az összes felhajtón keletkező kibocsátás a következő lesz:

$$E_{ramp}^p(k) = v_{ramp} ef^p(v_{ramp}) l_i(k) T. \quad (2.23)$$

3. Bemutattam, hogy első lépésben a nemlineáris rendszer állandósult állapotát megadó értékeket kell meghatározni. A következő választásokat tehetjük: (1) a vizsgált szakaszt követő szakaszon a forgalom sűrűsége megegyezik a kritikus sűrűséggel: $\rho_{ds}^* = \rho_{cr}$, (2) a lehajtó forgalom $s^* = 0$, (3) a felhajtó forgalom értékének a bemenőjelre vonatkozó korlátozások átlagát választjuk: $r^* = (r_{max} + r_{min})/2$. Ezzel a centrált dinamikában a bemenőjelre nulla középpontú, szimmetrikus korlátozást kapunk. Ezt követően a fennmaradó ρ^* , v^* , q_{us}^* és v_{us}^* változókra egy optimalizálási feladatot oldunk meg:

$$\begin{aligned}
& \min_{[\rho^*, v^*, v_{us}^*]} \quad \beta(\rho^* - \rho_{opt})^2 + (1 - \beta)(v^* - v_{opt})^2 \\
& \text{feltételek:} \quad 0 = \frac{T}{\lambda L} [q_{us}^* - \lambda \rho^* v^* + r^* - s^*] \\
& \quad 0 = \frac{T}{\tau} (V(\rho^*) - v^*) + \frac{T}{L} v^* (v_{us}^* - v^*) - \frac{\eta T}{\tau L} \frac{\rho_{ds}^* - \rho^*}{\rho^* + \kappa} - \frac{\delta T}{\tau \lambda L} \frac{r^* v^*}{\rho^* + \kappa}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Az állandósult állapotra megfogalmazott feltétel a felhajtó dinamikára az $w^* = r^*$ rögzítésével elégül ki. A felhajtó sorhossz állandósult állapotának tetszőleges érték adható, míg l^* -nak egy alacsony, l_{opt} -hoz közeli, de nem zérus értéket választhatunk. Az egyenletben szereplő $(\rho^* - \rho_{opt})$ tag jelentése a forgalomtechnikailag optimális járműsűrűségtől való eltérést jelenti, míg a $(v^* - v_{opt})$ tag a járműforgalom emisszió kibocsátása szempontjából optimális sebességtől való eltérést jeleníti meg. Ezen többkritériumos forgalomirányításban a két megjelenítendő szempont súlyozására van lehetőség a β paraméter változtatásával.

4. A módszer utolsó lépése, a szabályozó tervezése, amire Luspay [70] munkája alapján tettem javaslatot. A halmazelméleti szabályozótervezés alapján a maximális robusztus, irányított, invariáns halmaz meghatározására kerül sor. Ez a halmaz tartalmazza (ρ^*, v^*) , ideális, elérendő állapotot, amely már az előző pont szerinti súlyozással került meghatározásra, figyelembe véve a forgalomtechnikai és környezetvédelmi szempontokat is. A nemlineáris forgalmi dinamika eltolása és az állandósult állapotnak a nemlineáris alakba történő helyettesítése után, az $\tilde{x}$, $\tilde{u}$ és $\tilde{d}$ centrált változók elérhető értelmezési tartománya kompakt, konvex politópok formájában adható meg, melynek belső pontját képezi a centrált dinamika origója. Az így előállt LPV rendszerben egy normál H_∞ típusú szabályzás történik, mely a zavarásoknak az előre specifikált z performancia változókra tett hatását minimalizálja.

Kapcsolódó publikációk: [7, 4, 1, 8, 20, 2, 3, 16, 18, 15, 20]

Hivatkozott saját publikációk

- [1] A. Csikós, K. M. Hangos, and I. Varga. Freeway shockwave control using ramp metering and variable speed limits. In *21st Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1569–1574, Chania, Greece, 2013.
- [2] A. Csikós, T. Luspay, and I. Varga. Autópálya forgalom károsanyag kibocsátásának modellezése. *Közlekedéstudományi Szemle*, 60(6):21–29, 2010.
- [3] A. Csikós, T. Tettamanti, and I. Varga. Macroscopic modeling and control of emission in urban road traffic networks. *Transport*, 30(2):152–161, 2015.
- [4] A. Csikós, I. Varga, and K. M. Hangos. A simple dynamic model for the dispersion of motorway traffic emission. In *Proceedings of the 16th International IEEE Annual Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2013)*, pages 1559–1564, Hague, Netherlands, October 6-9 2013.
- [5] Alfréd Csikós, Tamás Luspay, and István Varga. Modeling and optimal control of travel times and traffic emission on freeways. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):13058–13063, 2011.
- [6] Alfréd Csikós, Tamás Tettamanti, and István Varga. Nonlinear gating control for urban road traffic network using the network fundamental diagram. *Journal of Advanced Transportation*, 49(5):597–615, 2015.
- [7] Alfréd András Csikós, István Varga, and Katalin Hangos. A hybrid model predictive control for traffic flow stabilization and pollution reduction of freeways. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 59:174–191, 2018.
- [8] A. Csikós, I. Varga, and J. Bokor. A közúti jármuforgalom modellezése és többkritériumú optimalizáláson alapuló irányítása társadalmi és gazdasági

- hatékonyság figyelembevételével. *Közlekedéstudományi Szemle*, 62(3):5–10, 2012.
- [9] A. Csikós, I. Varga, and K. M. Hangos. Modeling of the dispersion of motorway traffic emission for control purposes. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 58:598 – 616, 2015.
- [10] A. Csikós, Zs. J. Viharos, K. B. Kis, T. Tettamanti, and I. Varga. Traffic speed prediction method for urban networks - an ann approach. In *2015 International Conference on Models and Technologies for Intelligent Transportation Systems (MT-ITS)*,, pages 102–108, June 2015.
- [11] Balázs Kulcsár, István Varga, and József Bokor. Modern közúti forgalomirányítás. i. a forgalmi paraméterek becslése. *Városi Közlekedés*, 45(1):23–26, 2005.
- [12] B. Kulcsár, T. Bécsi, and I. Varga. Estimation of dynamic origin destination matrix of traffic systems. *Periodica Polytechnica ser. Transp. Eng.*, 33(1-2):3–14, 2005.
- [13] B. Kulcsár, I. Varga, and J. Bokor. Constrained split rate estimation by moving horizon. In *16th IFAC World Congress Prague*, volume 16, Czech Republic, 2004.
- [14] Á. Ludvig, T. Tettamanti, and I. Varga. Travel time estimation in urban road traffic networks based on radio signaling data. In *14th International Conference on Modern Information Technology in the Innovation Processes of Industrial Enterprises, MITIP*, pages 514–527, Budapest, 2012. ISBN 978-963-311-373-8.
- [15] T. Luspay, B. Kulcsár, T. Péni, and I. Varga. Freeway ramp metering: an LPV set theoretical analysis. *American Control Conference 2011*, 2011.
- [16] T. Luspay, B. Kulcsár, I. Varga, and J. Bokor. Parameter-dependent modeling of freeway traffic flow. *Transportation Research Part C*, 18:471–488, 2010.
- [17] T. Luspay, T. Tettamanti, and I. Varga. *Forgalomirányítás, Közúti járműforgalom modellezése és irányítása*. Typotex Kiadó, 2011. ISBN 978-963-279-665-9.
- [18] Tamás Luspay, Balázs Kulcsár, István Varga, and József Bokor. Parameter dependent freeway modelling. *Periodica Polytechnica. Transportation Engineering*, 36(1-2):61, 2008.

- [19] Tamás Luspay, István Varga, Balázs Kulcsár, and József Bokor. Modeling freeway traffic flow: an lpv approach. *EUROSIM*, 2007.
- [20] Tamás Luspay, Alfréd Csikós, Tamás Péni, István Varga, and Balázs Kulcsár. Ramp metering for flow maximisation and emission reduction—a set-based multi-objective design approach. *Transportation Research Procedia*, Volume 27:937–944, 2017.
- [21] Matolcsi Máté and István Varga. Pozitív bilineáris rendszerek irányíthatósága. *Kutatási jelentés. MTA SZTAKI. SCL-2006/5.*, 2006.
- [22] J. Polgár, T. Tettamanti, and I. Varga. Passenger number dependent traffic control in signalized intersections. *Periodica Polytechnica - Civil Engineering*, 57(2):201–210, 2013.
- [23] Tettamanti Tamás and Varga István. Az autonóm járművek forgalmi hatásai: a jármű- és forgalomirányítás kihívásai. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE*, LXIX(1):35–41, 2019.
- [24] T. Tettamanti, H. Demeter, and I. Varga. Route choice estimation based on cellular signaling data. *Acta Polytechnica Hungarica*, 9(4):207–220, 2012.
- [25] T. Tettamanti, P. Gáspár, and I. Varga. Közúti forgalombecslés mobiltelefon-hálózati események alapján városi környezetben. *Közlekedéstudományi Szemle*, LXIII:10–18, 2013.
- [26] T. Tettamanti, T. Luspay, B. Kulcsár, T. Péni, and I. Varga. Robust control for urban road traffic networks. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(1):385–398, 2013.
- [27] T. Tettamanti and I. Varga. Elosztott közúti forgalomirányító rendszer. *Városi Közlekedés*, XLIX(6):338–341, 2009.
- [28] T. Tettamanti and I. Varga. MPC alapú, elosztott városi forgalomirányító rendszer. In *MMA Symposium, Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés Konferencia*, 2009. CD/IFFK2009Tettamanti-Varga.pdf.
- [29] T. Tettamanti and I. Varga. Traffic control designing using model predictive control in a high congestion traffic area. *Periodica Polytechnica ser. Transp. Eng.*, 37(1-2):3–8, 2009.
- [30] T. Tettamanti and I. Varga. Városi forgalomirányító rendszer prediktív szabályozással. *Városi Közlekedés*, XLIX(3):131–135, 2009.
- [31] T. Tettamanti and I. Varga. Distributed traffic control system based on model predictive control. *Periodica Polytechnica ser. Civil Eng.*, 54(1):3–9, 2010.

- [32] T. Tettamanti and I. Varga. Forgalm nagyság mérése városok közúthálózatán. *Városi Közlekedés*, L(2):99–104, 2010.
- [33] T. Tettamanti and I. Varga. Robusztus városi forgalomirányítás. *Városi Közlekedés*, LI(1-2):80–84, 2011.
- [34] T. Tettamanti and I. Varga. Urban road traffic estimation based on cellular signaling data. In *14th International Conference on Modern Information Technology in the Innovation Processes of Industrial Enterprises, MITIP*, pages 220–230, Budapest, 2012. ISBN 978-963-311-373-8.
- [35] T. Tettamanti and I. Varga. Mobile phone location area based traffic flow estimation in urban road traffic. *Columbia International Publishing Advances in Civil and Environmental Engineering*, 1(1):1–15, 2014.
- [36] T. Tettamanti, I. Varga, and A. Csikós. *Közúti mérések*. Typotex, 2016.
- [37] T. Tettamanti, I. Varga, B. Kulcsár, and J. Bokor. Model predictive control in urban traffic network management. In *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1538–1543, Ajaccio, Corsica, France, 2008. CD ISBN: 978-1-4244-2505-1.
- [38] T. Tettamanti, I. Varga, and T. Péni. *Model Predictive Control*, chapter MPC in urban traffic management, pages 251–268. InTech, 2010. ISBN 978-953-307-102-2.
- [39] T. Tettamanti, I. Varga, T. Péni, T. Luspay, and B. Kulcsár. Uncertainty modeling and robust control in urban traffic. In *18th IFAC World Congress*, pages 14910–14915, 2011.
- [40] Tamás Tettamanti, Alfréd Csikós, Krisztián Balázs Kis, Zsolt János Viha-ros, and István Varga. Pattern recognition based speed forecasting methodology for urban traffic network. *Transport*, pages 1–12, 2017.
- [41] Tamás Tettamanti and István Varga. Modell prediktív irányítás alkalmazása közúti forgalomirányítási rendszerekben. *Városi Közlekedés*, 2009:131–135, 2009.
- [42] I. Varga. *Közúti folyamatok paramétereinek modell alapú becslése és forgalomfüggő irányítása*. PhD thesis, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2006.
- [43] I. Varga, B. Kulcsár, T. Luspay, and T. Tettamanti. Korszerű szabályozások a közúti forgalomirányításban. *A Jövő Járműve*, 1-2:34–36, 2008.
- [44] István Varga. A congestion detection based traffic control for signalized intersection. *Periodica Polytechnica. Civil Engineering*, 62(2):398, 2018.

- [45] István Varga and József Bokor. A new approach in urban traffic control systems. *Periodica Polytechnica. Transportation Engineering*, 35(1-2):3–13, 2007.
- [46] István Varga, Balázs Kulcsár, and József Bokor. Automatikus eseménydetektálás állapot-megfigyelővel. *Közlekedéstudományi Szemle*, 56(6), 2006.
- [47] István Varga, Balázs Kulcsár, and József Bokor. Modern közúti forgalomirányítás ii. jelzőlámpás szabályozás. *Városi Közlekedés*, (3):161–165, 2006.

Hivatkozások

- [48] K. Aboudolas, M. Papageorgiou, A. Kouvelas, and E. Kosmatopoulos. A rolling-horizon quadratic-programming approach to the signal control problem in large-scale congested urban road networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(5):680–694, 2010.
- [49] M. Beckmann, C.B. McGuire, and C. Winsten. *Studies in the economics of transportation*. Yale University Press. Yale University Press, New Haven, Connecticut, 1956.
- [50] T. Bellemans, B. De Schutter, and B. De Moor. Model predictive control with repeated model fitting for ramp metering. Singapore, 2002.
- [51] T. Bellemans, B. De Schutter, and B. De Moor. Anticipative model predictive control for ramp metering in freeway networks. *Proceedings of the 2003 American Control Conference, Denver, Colorado*, pages 4007–4082, 2003.
- [52] D.P. Bertsekas and J.N. Tsitsiklis. *Parallel and distributed computation: Numerical methods*. Prentice Hall, Old Tappan, NJ (USA), 1997. ISBN 1-886529-01-9.
- [53] S. Boyd and L. Vandenberghe. *Convex optimization*. Cambridge University Press, 2004. ISBN 0 521 83378 7.
- [54] R.E. Chandler, R. Herman, and E. Montroll. Traffic dynamics: Studies in car following. *Operations Research*, 6:165–184, 1958.
- [55] M. Cremer and H. Keller. Systems dynamics approach to the estimation of entry and exit o-d flows. In *Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pages 431–450, Utrecht, The Netherlands, 1984.
- [56] M. Cremer and H. Keller. A new class of dynamic methods for the identification of origin-destination flows. *Transportation Research B*, 21(2):117–132, 1987.

- [57] Alfréd Csikós. *Modeling and control methods for the reduction of traffic pollution and traffic stabilization*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, April 2015.
- [58] L.B. de Oliveira and E. Camponogara. Multi-agent model predictive control of signaling split in urban traffic networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(1):120–139, 2010. Information/Communication Technologies and Travel Behaviour; Agents in Traffic and Transportation.
- [59] C. Diakaki, M. Papageorgiou, and K. Aboudolas. Traffic-responsive urban network control using multivariable regulators. In *International Conference on Modeling and Management in Transportation*, volume 2, pages 11–16, Poznan/Cracow, 1999.
- [60] T.W. Forbes. Human factor considerations in traffic flow theory. *Highway Research Record*, 15:60–66, 1963.
- [61] D.C. Gazis, R. Herman, and R.B. Potts. Car-following theory of steady-state traffic flow. *Operations Research*, 7:499–505, 1959.
- [62] L.E. Ghaoui, F. Oustry, and H. Lebrete. Robust solutions to uncertain semidefinite programs. *SIAM Journal on Optimization*, 9(1):33–52, 1998.
- [63] H. Greenberg. An analysis of traffic flow. *Operations Research*, 7:79–85, 1959.
- [64] B. D. Greenshields. A study of traffic capacity. In *Proceedings of the Highway Research Board*, volume 14, pages 448–477, 1934.
- [65] R.E. Kalman. On the general theory of control systems. In Butterworth Scientific Publications, editor, *First IFAC Congress*, pages 481–492, 1959.
- [66] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction. *Journal of Basic Engineering (ASME)*, 82(D):35–45, 1960.
- [67] F. H. Knight. Some fallacies in the interpretation of social cost. *Quarterly Journal of Economics*, 38(4):582–606, 1924.
- [68] J. Löfberg. *Minimax approaches to robust model predictive control*. PhD thesis, Linköping University, Linköping, Sweden, 2003.
- [69] M.J. Lighthill and G.B. Whitham. On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads. In *Proceedings of the Royal Society of London*, volume 229, pages 317–345, Piccadilly, London, 1955.

- [70] Tamás Luspay. *Advanced Freeway Traffic Modeling and Control - Linear Parameter Varying Concepts*. Phd thesis, Budapest University of Technology and Economics, Dept. of Control and Traffic Automation, 2011.
- [71] N. Nahi and A. Trivedi. Recursive estimation of traffic variables: Section density and average speed. *Transportation Science*, 7(3):269–286, 1973.
- [72] J. Nash. Equilibrium points in n-person games. In *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 36, pages 48–49, 1950.
- [73] G. F. Newell. Nonlinear effects in the dynamics of car following. *Operations Research*, 9:209–229, 1961.
- [74] G. F. Newell. Instability in dense highway traffic, a review. In J. Almond, editor, *Proceedings of 2nd International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow*, pages 73–83, 1965.
- [75] N.L. Nihan and G.A. Davis. Recursive estimation of o-d matrices from input/output counts. *Transportation Research B*, 21(2):149–163, 1987.
- [76] M. Papageorgiou, J. M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of Boulevard Périphérique in Paris: Part I: Modelling. *Transportation Research A*, 24(5):345–359, 1990.
- [77] M. Papageorgiou, J. M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. ALINEA: a local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation Research Record*, (1320):58–64, 1991.
- [78] H.J. Payne. Models of freeway traffic and control. In G.A. Bekey, editor, *Simulation Council Proceedings Series: Mathematical models of public systems*, volume 1, pages 51–61, 1971.
- [79] L. A. Pipes. An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of Applied Physics*, 24:274–281, 1953.
- [80] A. Reuschel. Fahrzeugbewegungen in der kolonne. *Oesterr. Ingr. Arch*, pages 193–215, 1950.
- [81] P.J. Richards. Shock waves on the highway. *Operations Research*, 4(1):42–51, 1956.
- [82] T. Tettamanti. *Advanced Methods for Measurement and Control in Urban Road Traffic Networks*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, Dept. of Control for Transportation and Vehicle Systems, Budapest, 2013.

- [83] J. G. Wardrop. Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. volume 1-2, pages 325–378, 1952.
- [84] F. V. Webster. Traffic signal settings. Road Research Technical Paper 39, Department of Scientific and Industrial Research, H.M. Stationery Office, London, U.K., 1956.