

A közúti járműforgalom becslése és irányítása

Dr. Varga István

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Kar

MTA Doktori értekezés

2019. április 27.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani mindazoknak akikkel az elmúlt időben együtt dolgozhattam, elsőként *Bokor József* akadémikusnak aki a kutatói pályára irányított, és bátorított a dolgozat elkészítésében. Külön köszönöm korábbi hallgatóimnak *Tettamanti Tamásnak*, *Csikós Alfrédnek* és *Luspay Tamásnak* a közös munkát és az eredményeket. A kutatómunkámban sok segítséget kaptam *Hangos Katalin* professzor asszonytól, *Péni Tamástól*, *Bartha Tamástól*, *Gáspár Pétertől* és *Szabó Zoltántól*. Szeretném külön megköszönni a rendszeres együtt gondolkodás lehetőségét *Kulcsár Balázs* barátomnak, akivel a sok közös munka révén sikerült a témában komolyabban elmélyednünk. Hálás vagyok családomnak és a hozzám közel állóknak a támogatásáért, és a végtelen türelemért, ami a dolgozat elkészítését kísérte.

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	ii
Ábrák jegyzéke	v
Táblázatok jegyzéke	vii
Nómenklatúra	viii
1. Bevezetés	1
1.1. Történeti áttekintés	2
2. A közúti közlekedés irányítástechnikai leképezése	5
2.1. A közúti közlekedés és a forgalomirányítás sajátosságai	5
2.2. A közúti forgalomirányítás felépítése	6
2.3. Az irányítási cél meghatározása	8
3. A közúti járműforgalom becslése	10
3.1. Sorban álló járművek számának becslése	10
3.1.1. Becslés szakaszonként három detektorral	11
3.1.2. Becslés szakaszonként egy vagy két detektorral	12
3.2. Torlódásdetektáló szűrő egyedi kereszteződés szabályozására	14
3.2.1. A kereszteződés forgalmi modellje	15
3.2.2. A modell állapotegyenletei	16
3.2.3. A torlódásdetektáló szűrő tervezése	19
3.2.4. Jelzőlámpa szabályozás torlódásdetektáló szűrővel	22
3.3. A célforgalmi mátrix korlátozások mellett végzett becslése	23
3.3.1. A célforgalmi mátrix	23
3.3.2. A célforgalmi mátrix klasszikus becslése	25
3.3.3. A célforgalmi mátrix becslése állapot térben	27
3.3.4. A célforgalmi mátrix korlátozások mellett végzett becslése	29
3.4. A járműforgalom becslése mobiltelefon-hálózati események alapján	34
3.4.1. A mobilhálózat jelzéseinek felhasználása	35
3.4.1.1. Voronoi-Diagram a GSM hálózat modellezésére	35
3.4.2. Az útvonalválasztás meghatározása becsléssel	36
3.4.3. A célforgalmi mátrix becslése mobiltelefon információk alapján	38
3.4.4. A forgalom becslése kibővített ráterhelési eljárással	39

3.5. Új tudományos eredmények	41
4. A városi járműforgalom irányítása állapotterben	44
4.1. Városi forgalomirányítás modell prediktív szabályozással	45
4.1.1. A járműforgalom modellezése hálózatban	45
4.1.1.1. Tárol és továbbít hálózati modell	46
4.1.1.2. A tárol és továbbít hálózati modell állapotterben	49
4.1.2. A TUC irányítási módszer	51
4.1.2.1. Ciklusidő szabályozása a TUC rendszerben	53
4.1.2.2. Zöldidő-összehangolás szabályozása a TUC rendszerben	54
4.1.3. Több csomópontból álló hálózat forgalomirányítása modell prediktív szabályozással	55
4.1.3.1. A szabályozó működése	56
4.1.3.2. A szabályozó tervezés lépései	59
4.1.3.3. A forgalomirányító rendszer működése	62
4.2. Elosztott MPC városi forgalomirányításhoz	64
4.2.1. Centrális és elosztott MPC szabályozási architektúra	64
4.2.2. Elosztott MPC szabályozás megvalósítása Jacobi-iterációval	65
4.3. Robusztus MPC városi forgalomirányításhoz	68
4.3.1. Bizonytalanság a városi hálózatban	68
4.3.2. Robusztus MPC additív bizonytalansági struktúra esetén	69
4.3.3. Robusztus MPC multiplikatív bizonytalansági struktúra esetén	73
4.4. Új tudományos eredmények	77
5. Többkritériumos közúti forgalomirányítás	81
5.1. Több szempont figyelembevétele a forgalomirányításban	81
5.1.1. A forgalombiztonság	81
5.1.2. A forgalom károsanyag kibocsátása	82
5.2. Többkritériumos forgalomirányítás szabad áramlás esetén	83
5.2.1. Az irányítási feladat megfogalmazása	83
5.2.2. Az autópálya forgalom modellezése	86
5.2.3. Forgalom károsanyag kibocsátásának modellezése	87
5.2.4. Az irányítási célok	88
5.2.5. A forgalmi dinamika LPV alakja	88
5.2.5.1. Állandósult állapot	89
5.2.5.2. LPV alak és halmaz reprezentációk	90
5.2.5.3. Halmazelmélet alapú szabályzótervezés	91
5.3. Új tudományos eredmények	92
6. Összefoglalás	95
A. A Kalman szűrő	96
B. Példa az OD mátrix becslésére Kálmán szűrővel	99
C. Példa az OD mátrix becslésére MHE módszerrel	104

D. Példa a forgalmi adatok becslésére mobiltelefon információk alapján	107
E. Példa egyedi kereszteződés szabályozása torlódásdetektáló szűrővel	110
F. Példa több csomópontból álló hálózat modell prediktív szabályozással történő jelzőlámpa vezérlésére	114
G. A költségfüggvény Φ mátrixa pozitív definitiségének bizonyítása	117
H. Az elosztott MPC algoritmus szimulációs vizsgálata	118
I. A (4.103) minimax feladat szemidefinit relaxációja	121
J. Az állapotkorlátozások robusztus teljesülése	124
K. A robusztus MPC algoritmus szimulációs vizsgálata	125
L. Példa több kritérium alapján irányított autópálya forgalom felhajtószabályozására	129
L.1. Időben változó zavarások hatásának elnyomása	129
L.2. Állandósult állapot elérése instabil kezdeti értékekből	131
L.3. Modell paraméterek és állandósult állapotok	133
L.4. NMPC szabályzó	133
M. Algoritmusok	135
Hivatkozott saját publikációk	137
Hivatkozások	142

Ábrák jegyzéke

2.1. Közlekedési folyamat általános szabályozórendszere	7
2.2. Információáramlás különböző forgalomirányító rendszerekben	8
3.1. Mérési elrendezés szakaszonként három hurokdetektor esetén	11
3.2. Szimulációs példa a három-detektoros becslésre	12
3.3. Mérési elrendezés szakaszonként két hurokdetektor esetén	13
3.4. Mérési elrendezés szakaszonként egy hurokdetektor esetén	13
3.5. A sorfelépülés modellje	15
3.6. A járművek kihaladásának feltételezett időbeli lefolyása	16
3.7. A sorfelépülés dinamikája torlódás esetén	17
3.8. A kereszteződés forgalmi folyamatainak hatásvázlata	18
3.9. A torlódás detektáló szűrővel bővített szabályozás	19
3.10. A jelzőlámpa szabályozó belső felépítése	22
3.11. A honnan-hová információ értelmezése lehatárolt közúti rendszerekben (körfor- galm, autópálya, város)	24
3.12. Egyszerű kereszteződés fordulási viszonyai	28
3.13. Az MHE állapotmegfigyelő célforgalmi mátrix becslésére	31
3.14. A mozgó ablakos becslés folyamata	32
3.15. A GSM hálózat felépítése (forrás: Küpper, A.:Location-based Services,2005)	36
3.16. GSM-cellák, mint Voronoi-sokszögek, valamint a Voronoi-sokszögek városi környe- zetben (Budapest V.ker)	36
3.17. A lehetséges útvonalak és az érintett Voronoi cellák kapcsolata	37
3.18. Legrövidebb távolság egy cella súlypontja és egy útvonal között	38
3.19. A location area in Budapest ($\sim 2.8 \text{ km}^2$)	39
3.20. Egy feltételezett utazás M-ből N pontba	40
4.1. A sorfelépülés diszkrét modellje	46
4.2. A hálózat felépítése a <i>tárol és továbbít (store and forward)</i> modellben	47
4.3. Járműáramlatok modellezése a <i>tárol és továbbít</i> modellben	48
4.4. A ciklusidő alakulása a Macaében üzemelő TUC rendszerben	54
4.5. A z útszakaszon álló járműoszlop	55
4.6. MPC alapú irányítás sémája	57
4.7. A prediktív irányítás elve	58
4.8. A diszkrét állapotter összerendelése az irányított csomóponti hálózattal	59
4.9. A járműoszlop méretére ható tényezők	59

4.10. Dinamikus, forgalomfüggő irányítás modell prediktív szabályozással	62
4.11. Centralizált irányító rendszer	64
4.12. Elosztott irányítási struktúra	65
4.13. Állapotbizonytalanság megjelenése városi forgalomban	69
5.1. Adott autópálya szakaszon, valós mérések alapján megjelölt állapotok (sebesség-sűrűség párok) halmaza	84
5.2. Elérhető állapottartomány és a szabályozó által meghatározott állapotok (maximális robusztusan irányított invariáns halmaz)	85
B.1. Minta kereszteződés a fordulási ráta becslési példához	100
B.2. Konstans fordulási ráta becslése Kalman szűrővel	101
B.3. Szinuszosan változó fordulási ráta becslése Kalman szűrővel	102
C.1. A szélső értékekhez [0,1] közeli fordulási ráták becslése Kalman-szűrővel és korlátozások mellett végzett mozgó ablakos becsléssel (MHE)	105
C.2. A fordulási ráták összegének 1-től való eltérése cMHE becslés valamint a Kalman-szűrővel történő becslés során	106
D.1. Egy bejáratú útvonal és az információt adó cellák valós mérések alapján	107
D.2. A rátehelés eredménye VISUM-ban a mobil adatokból nyert utazási információk felhasználás nélkül (baloldali kép) és ezen adatok felhasználásával (jobboldali kép)	108
E.1. A torlódott kihaladni nem képes járműszám a kereszteződés ágaiban	111
E.2. A kereszteződésben sorban álló összes járművek száma	111
E.3. A kereszteződés ágaiban sorban álló járművek száma	112
E.4. A kereszteződésben sorban álló összes járművek száma	112
E.5. A szabad jelzésidők (beavatkozó jel) változása a kereszteződés ágaiban	113
F.1. Négy kereszteződésből álló mintahálózat, az irányított sorhosszakkal	115
F.2. Jelzőlámpás irányítás LQ szabályozóval a minta hálózatban	115
F.3. Jelzőlámpás irányítás MPC szabályozóval a minta hálózatban	116
H.1. Teszthálózat hét jelzőlámpás csomóponttal (Budapest, X. ker.)	118
H.2. Az összegzett sorhosszak változása a szimuláció során	119
K.1. A teszthálózat (a jelzőlámpás csomópontok körrel, a szabályozott szakaszok fekete színnel vannak jelölve)	125
K.2. A teszthálózat sematikus közlekedési modellje a potenciális bizonytalansági arányokkal	126
K.3. A relatív átlagos útszakasz-foglaltság változása nominális forgalom esetén	127
K.4. A relatív átlagos útszakasz-foglaltság változása torlódott forgalom esetén	128
L.1. Dinamikus zavarás - bemenőjel és állapot	130
L.2. Kezdeti érték szimulációk (ρ, v) fázisképei	132

Táblázatok jegyzéke

3.1. Az OD mátrix szerkezete	25
D.1. A ráterhelés számszerű eredményei	109
E.1. A torlódásdetektálás eredményeinek értékelése	113
F.1. Az LQ és az MPC szabályozók eredményeinek összehasonlítása a több szimulációs futás átlagában	116
H.1. A szimulációs futtatások eredményei	119
H.2. Az iterációs lépések számának és a számítási időnek a megváltozása különböző lépésköz értékek mellett	120
H.3. Az elosztott és a centrális MPC átlagos számítási ideje	120
K.1. Forgalomtechnikai paraméterek változása a különböző irányítási stratégiával futtatott szimulációk során	127
L.1. Aggregált performancia értékek	131
L.2. Aggregált performanciák	133
L.3. Modell paraméterek és állandósult állapotok	133

Nómenklatúra

Betűszavak

<i>FPRG</i>	Fundamental Problem of Residual Generation
<i>ITS</i>	Intelligent Transportation System
<i>LMI</i>	Linear Matrix Inequality
<i>LTl</i>	Linear Time Invariant
<i>LTV</i>	Linear Time Varying
<i>LWR</i>	Lighthill-Whitham-Richards modell
<i>LQ</i>	Linear Quadratic
<i>MPC</i>	Model Predictive Control
<i>RMPC</i>	Robust Model Predictive Control
<i>NMPC</i>	Nonlinear Model Predictive Control
<i>TUC</i>	Traffic-responsive Urban Control
<i>VISSIM</i>	PTV Vissim egy mikroszkópikus közlekedési szimulációs program

1. fejezet

Bevezetés

Az életünk szerves része a térbeli-időbeli helyváltoztatási képességünk, amelynek minősége jelentős hatást gyakorol a mindennapjainkra. A közlekedés kiemelkedő szerepet tölt be a különböző társadalmi célok elérésében, mint a munkahelyhez, az oktatáshoz, az egészségügyi ellátáshoz, a pihenési és a rekreációs lehetőségekhez való hozzáférésben. A társadalmi célok elérésnek egyik fontos eleme a közúti forgalomirányítás hatékonyságának javítása. A növekvő járműforgalom és szűkös hálózati kapacitások közepette kell a járműveket eljuttatni az egyik pontból a másikba úgy, hogy azt biztonságosan, a lehető leggyorsabban, a legkevesebb várakozással, és a lehető legkisebb környezeti terheléssel tegyünk meg. A folyamatok megértésében és a szabályozási problémák megoldásában segítenek a különböző diszciplínák által kidolgozott elméleti eredmények integrálása.

Az első közúti forgalomirányító jelzőlámpát 150 évvel ezelőtt, 1868-ban Londonban helyezték üzembe. Az akkori berendezés még a vasúti szemaforjelzőre hasonlító kétállású mechanikus jelző volt, de hatására indult el a világot napjainkban teljesen átszövő közúti forgalomirányító rendszerek fejlődése. Az Egyesült Államokban 1917-ben már több kereszteződést koordináló elektromos jelzőlámparendszer üzemelt. Hazánkban 10 évvel később 1927-ben készült az első kézi vezérlésű közúti fényjelző készülék, majd 1943-ban már működött az első csomóponti jelzőlámpa összehangolás (zöldhullám).

Az korai berendezések telepítése óta eltelt időben a közúti közlekedés volumene dinamikusán emelkedett. A közlekedéstudomány művelői és a forgalomirányítással foglalkozó szakemberek számára az egyik legnagyobb kihívás az egyre zsúfoltabb környezetünkben létesített közlekedési rendszerek tervezése és működtetése. A növekvő igények kiszolgálása érdekében már sok esetben nem lehetséges, vagy nem gazdaságos az infrastruktúra kapacitások további bővítése, amiből adódik, hogy a meglévő hálózat jobb kihasználtságát kell elérni. A kapacitások hatékonyabb kihasználásában a korszerű közúti forgalomirányítás kínálhat új lehetőségeket.

Az általam végzett tudományos munka célja az volt, hogy feltárja a közúti közlekedésben meglévő irányítási problémák egy részét és azokra a modern irányításelmélet segítségével adjon megoldásokat. A motiváció abból a felismerésből származik, hogy a közúti közlekedés sajátosságai miatt elsősorban csak a korszerű, robusztus becslési és irányítási algoritmusok szolgálhatnak megfelelő minőségi megoldásokkal. Ezek a sajátosságok abból származnak, hogy a közúti közlekedésben jellemzően olyan folyamatokat kell irányítani, amelyekről sokszor nem állnak rendelkezésünkre teljes körű mérési adatok. Az ilyen jellegű rendszerek szabályozása csak a rendszer belső állapotának ismeretében és robusztus irányítások tervezésével lehetséges, ahol a különböző

zavarásokat, modellezési hibákat és bizonytalanságokat is figyelembe tudjuk venni.

Ahhoz, hogy megbízható, jól működő forgalomirányító rendszereket hozzunk létre, szükséges az egész irányítási probléma alapos rendszerszintű megfogalmazása. Ezen túlmenően különleges szakértelemre és gondos odafigyelésre van szükség a biztonságkritikus funkciókat is ellátó irányítórendszereknél, mint a közúti forgalomirányító rendszerek esetében.

A kutatómunkám során elsősorban olyan módszereket dolgoztam ki, amellyel jobban megérthetjük a közúti járműforgalom lefolyásának alapösszefüggéseit és új megközelítésű modelleket építhetünk. A modellezés után az irányításban nélkülözhetetlen, de nehezen mérhető forgalmi paraméterek és változók becslésével foglalkoztam, végül új, korszerű forgalomirányító módszerek fejlesztését végeztem el.

1.1. Történeti áttekintés

A múlt században kialakuló közlekedéstudomány az utakon jelentkező forgalomirányítási problémákra kezdetben egyszerű, gyakorlatias módszerekkel válaszolt. A tudományterület kimunkálásnak első jelentősebb úttörője az amerikai Bruce D. Greenshields volt, aki többek között a sebesség, a járműsűrűség és a forgalomnagyság közötti kapcsolatot írta le 1934-ben [117], amely összefüggés a mai napig alkalmazott a közlekedéstudományban.

Az 1950-es években az infrastruktúra, a kereskedelem, és az ipar fejlődése révén a közúti közlekedés problémáinak megoldása mindinkább összetett feladattá vált és komolyabb ismereteket igényelt. Ebben a mozgalmas időszakban fektették le az elméleti megközelítések alapjait, definiálták a közúti jelenségeket és több, korábban becsült számítást pontosítottak. A kor egyik legjelentősebben kutatója John G. Wardrop volt, aki lendületet adott egy újonnan fejlődő tudományterületnek a "forgalomáramlási elméletnek" (angolul: traffic flow theory) [194]. Ma ezeket a módszereket a forgalomtechnika révén ismerjük, amely már matematikai és statisztikai eszközökkel írja le a forgalmi áramlatokat. Wardrop több megközelítést mutatott be és két alapelvet dolgozott ki, a munkássága két korábbi jelentősebb eredményhez is szorosan kapcsolódott: a knighti bizonytalansági összefüggéshez [128] és Nash játékelméletéhez [152]. A hálózatok egyensúlyát leíró első matematikai modell is ebben az időben keletkezett Martin Beckmann, Charles B. McGuire és Christopher Winsten szerzőktől 1956-ban [71].

A mikroszkopikus szemlélet megalapozását jelentette 1950-ben Reuschel [176], majd 1953-ban Pipes [169] publikációja, akik a járművek időbeli, egymást követő mozgását leíró modellt fejlesztettek ki. Ez a járműkövetési modell a mai napig meghatározó jelentőségű alapösszefüggéseket tartalmaz. Az általános járműkövetési modellek megalkotása R. E. Chandler és munkatársainak [90], valamint D. C. Gazis és munkatársainak [112] a nevéhez fűződik az 1950-es évek végén. Ugyanebben az évtizedben készült el a makroszkopikus szemléletű, a folyadékáramlás analógiájára épített, úgynevezett LWR modell, amelyet Michael J. Lighthill és Gerald B. Whitham [139], majd velük közel egy időben, de tőlük függetlenül P. J. Richards [177] alkotott meg. Az LWR modell mérföldkőnek számított a forgalmi folyamatok leírásában.

A közlekedő járművek alaposabb megfigyelésének következtében folyamatosan finomodtak a modellek, egyre több feltevés és módosító javaslat jelent meg. A különböző modellek jellemző tulajdonsága, hogy bizonyos forgalmi helyzeteket nagyon valósághűen követnek, más szituációkban azonban nem alkalmazhatók. A forgalom sebessége és sűrűsége közötti összefüggés meghatározása egy másik komoly mérföldkő volt a közlekedéstudományban. Ezt a kapcsolatot Greenshields lineáris megközelítése után Harold Greenberg 1959-ben logaritmikus összefüggéssel [116] váltott

ta fel, majd ezt G. F. Newell 1961-ben exponenciális összefüggés felhasználásával [154] írta le. További részletes megfigyelések hozták előtérbe a járművezetők és reakcióidejük hatásának figyelembe vételét. A reakcióidő létezésére és hatására G. F. Newell 1965-ben felállított egy hipotézist [155], amelyet T. W. Forbes megfigyelései [108] is alátámasztottak. A jelzőlámpás kereszteződések jelzéseinek kiszámítását Webster alapozta meg 1956-ban [195].

A többi tudományterülethez hasonlóan az 1960-as években a közlekedéstudomány is újabb lendületet kapott az első számítógépek megjelenésével. A forgalomirányításhoz kapcsolódóan számos elméletet és gyakorlati módszert dolgoztak ki, és ekkor fektették le a csomóponti jelzőlámpa vezérlés alapjait is. Egy évtizeddel később a folyadékáramlás analógiájára épített LWR modellt Harold J. Payne fejlesztette tovább [168], megközelítésében további tényezőket vezetett be az áramlási egyenletbe. Alapvető megfigyelése volt, hogy a vizsgált szakaszok átlagsebessége nem csak a járműsűrűségtől, hanem a szomszédos szegmensek állapotától és az átlagsebesség dinamikájától is függ. Az általa megalkotott másodrendű modell a mai napig az egyik legelterjedtebb megközelítés.

Az intenzívebb 1950-es és 1960-as évek után a tudományterület fejlődése látszólag lelassult, ebben a periódusban azonban jelentősen fejlődtek más tudományágak, mint a rendszer- és irányításelmélet. A szabályozó rendszerek tervezése során a klasszikus frekvencia tartománybeli analízis és szintézis módszerei (Bode, Nichols, Nyquist) az 1960-as évektől kiegészültek az időtartománybeli rendszer- és irányításelméleti módszerekkel. Ezeket a modern irányzatokat a *rendszerállapot* és az *állapottér* bevezetése jellemezte, így a hozzájuk illeszkedő tervezési módszereket állapotter módszereknek nevezték le. A korszak egyik legjelesebb képviselője a magyar származású Rudolf E. Kálmán, akinek hatvanas években megjelent cikkei [126], [127] számos alapvető koncepció kidolgozását és probléma megoldását jelentették. Az állapotter elmélet a mai (poszt-modern) rendszer és irányításelmélet, valamint a korszerű irányítási rendszerek tervezésének is egyik alapvető eleme.

Az állapotter elmélet alapú megközelítés csak a későbbi évtizedekben kezdett hatást gyakorolni a közlekedéstudományra. A közúti folyamatok állapotbecslésének alapgondolata már 1973-ban megfogalmazódott N. E. Nahi és A. N. Trivedi munkájában [151]. Az elgondolás lényege, hogy a vizsgált közlekedési rendszert egy általános dinamikai rendszernek feltételezi, amelynek bemenetei, kimenetei és belső állapotai vannak. Az állapotter elmélet szerinti megközelítésben a közlekedési folyamatok paramétereit és változóit állapotbecslési eljárások segítségével lehet meghatározni. Ez a felismerés vezetett oda, hogy a célforgalmi mátrix becslésére is felhasználják az állapotmegfigyelőt. Az első kísérletekben egy egyszerű kereszteződésben vizsgálták a forgalmat, ami ott a fordulási rátákkal egyezett meg. Erről Michael Cremer és Hartmut Keller [93, 94], valamint N. L. Nihan és G. A. Davis [157] publikáltak. A Párizs környéki autópálya körgyűrű felhajtóinak együttes, integrált szabályozásában mutatta be Markos Papageorgiu 1991-ben az ALINEA rendszerben. [162]. Később ez a rendszer lesz az alapja az állapotter alapú autópálya forgalomleírásoknak és felhajtó szabályozásoknak [99] valamint az állapotter alapú eseménydetektálásnak [58].

A tudományterület fejlődésében sokat jelentett, hogy az 1970-es évektől – a számítástechnika gyors fejlődése következtében – már komoly számítási és irányítási feladatok váltak megoldhatóvá. A digitális technika megjelenése és térhódítása következtében új elméletek jelentek meg a járműforgalom leírására. A celluláris automata (Cellular Automata) alapú forgalommodellezést 1992-ben Nagel és Schreckenberg mutatta be [150]. Megint egy másik megközelítés az 1990-es évekből a cella átadási modell (Cell Transmission Model) [96], amely Carlos F. Daganzo nevéhez kötődik.

A közlekedési folyamatok leírásában az állapottér alapú megközelítés új lendületet kapott a 2000-es évek elején. Megjelent a Modell Prediktív Irányítás alkalmazása először az autópályán Bellemans és De Schutter munkáiban [73, 75], majd a PhD értekezésemben [53] a városi irányításban is, amit később Tettamanti Tamás fejlesztett tovább [186]. Az autópálya forgalmának leírásban úttörő munkának számít Luspay Tamás LPV alapú megközelítése [24], [143] és a közlekedés emisszió természetét leíró és a forgalom ilyen célú irányítását előtérbe helyező Csikós Alfréd munkái [95], [12]. Pár éve a mintafelismerő algoritmusokkal [49] és neurális hálókkal [13] is sikerült eredményeket elérnünk a városi közlekedésben. Ugyancsak városi környezetben születtek eredményeink a fundamentális, szabad áramlású összefüggéseknek, a kötött, városi hálózatban történő felhasználására [9].

Az elmúlt évtizedekben a kommunikációs eszközök és rendszerek folyamatos fejlődésével újabb lehetőségek nyíltak meg a közlekedési igények felmérésében, valamint a forgalmi folyamatok valós idejű megfigyelésében és irányításában. Ennek keretében a járművek közötti, ill. a jármű és az infrastruktúra közötti, vezeték nélküli kommunikációs technológiák fejlesztése és szabványosítása gyorsíthatja a kutatásokat [54, 23]. Ide sorolhatók a mobiltelefon alapú technológiák is, amelyek egyre nagyobb szerephez jutnak a közlekedés területén.

A közelmúltban és jelenleg a közlekedési kutatások és alkalmazások az intelligens közlekedési rendszerek (ITS) irányában bővülnek. Ezen rendszerek irányítása azonban nemcsak összetett műszaki feladat, de használatuk a társadalom számára is új kihívásokat jelent [61]. A tudományterület változatos szempontjai így kiterjednek a szociológiára, pszichológiára, környezet- és gazdaságtudományra is. Erre az összefüggésre példa a közlekedés kiszámíthatóságának és az utazási igények előre tervezhetőségének vizsgálata. Barabási Albert-László – többek között – a mobiltelefonok mozgásának a megfigyelése alapján az emberek jövőbeli helyváltoztatásának becsülhetőségét vizsgálja [68]. Az ilyen és hasonló kutatások is mind hozzájárulnak a közlekedési folyamatok alaposabb megértéséhez és tervezhetőségéhez.

Napjainkban az ITS rendszerekben a közlekedési infrastruktúrák mellett megjelennek az intelligens, autonóm vezetési funkciókkal felruházott járművek is [52], amelyek közösen egy új, rendkívül bonyolult hálózatot hoznak létre és alapjaiban írják majd át az összefüggéseket [30]. Elterjedésükkel átalakulnak majd a közlekedési szokásjellemzők és jelentős hatással lesznek a társadalomra.

2. fejezet

A közúti közlekedés irányítástechnikai leképezése

2.1. A közúti közlekedés és a forgalomirányítás sajátosságai

A közúti forgalomirányító berendezések kezdetben kizárólag a kereszteződések elsőbbségi viszonyait biztosították. A biztonság garantálása a korszerű rendszerekben is elsődleges szempont, de idővel egyre inkább előtérbe kerültek a minőségi paraméterek javításával kapcsolatos igények is. A közúti közlekedés irányítása olyan tevékenység, amely elősegíti a közúti járműforgalom biztonságos, gazdaságos és környezetbarát lebonyolódását. A dinamikus forgalomirányításban az információáramlás zárt szabályozási körben valósul meg, amelyben az irányító rendszer képet alkot az irányított rendszer állapotáról, majd az irányítási célnak megfelelő beavatkozásokat képes megtenni. A következőkben a közúti közlekedés és a forgalomirányítás speciális jellemzőit vázolom fel.

A közúti közlekedési folyamatok időben gyakran nem folytonosak, például a jelzőlámpás szabályozásban a jelzésképek változásai szükségessé teszik a kapcsolóüzemi szabályozások bevezetését. Az előzőek és a mérőrendszerek tulajdonságai miatt szükségessé válik a diszkrét állapotter bevezetése, ahol a másodperc alapú fázistervek megkövetelik az egész számok halmazán végzett optimalizációs eljárások használatát. A járműforgalom pontos, aktuális megfigyelése és számszerű mérése sem egyszerű, mert sok a nehezen vagy egyáltalán nem mérhető forgalmi változó és paraméter. Ezekben az esetekben az irányítástechnikából ismert különböző becslési módszerekre kell alapoznunk. Nagyobb városi hálózatok és a hosszabb gyorsforgalmi úthálózatok irányítástechnikai modellezése is túlzottan bonyolulttá válhat. A méret és az inhomogenitás miatt ezek modellezése igen körülményes, irányítástechnikai leképezésük pedig nagyon sok információ kezelését teszi szükségessé (nagy lehet az állapotter).

Az irányíthatóság szempontjából a közúti közlekedés egyik legmarkánsabb tulajdonsága, hogy a résztvevő járművek nem alkotnak homogén közösséget, hanem minden résztvevő külön-külön önálló döntéssel rendelkezik. Ennek a tulajdonságnak köszönhetően a rendszerbe beavatkozó jel hatása erősen bizonytalan, a beavatkozó jel útvonalában mindig ott van a járművezető, aki döntésében eltérhet a kívánt beavatkozástól. A bizonytalan beavatkozó jel problémájára a modern irányítástechnika kínál megoldásokat, ahol ezt a bizonytalanságot lehetséges kezelni, különösen, ha annak ismert a természete. A járműveken belül külön halmazt képviselnek a zárt járműhálózatok, pl. a központi irányítás alatt álló közösségi közlekedési járműcsoportok, ahol a diszpécser

irányítása kötelező érvényű, ezekben a rendszerekben a beavatkozó jel érvényre jutása sokkal meghatározóbb.

A közlekedési rendszerbe beavatkozó jel (a jelzőlámpás irányításnál jellemzően a szabad jelzés hossza) másik tulajdonsága, hogy rendszerint erősen korlátos, ami általában mind az alsó és mind a felső korlát egyidejűségét is jelenti. A korlátok kezelése különböző technikákat igényel az optimumkeresés közben. Nemcsak a beavatkozó jel, hanem maguk a folyamatok, azok modelljei, valamint az irányító rendszerek is tele vannak korlátozó tényezőkkel. Ezek a feltételek megnehezítik a dinamikus irányítórendszer tervezését, amelyekben így bonyolultabb, nagyobb számítási kapacitást igénylő technikákat kell alkalmazni.

A beavatkozó jelre vonatkozó bizonytalanságon túl magában a közlekedési folyamatban is számos előre meg nem határozható zavarás léphet fel. Ezek lehetnek például balesetek, a szabálytalan jármű és gyalogos mozgások, a tiltott parkolás. A közúti közlekedés tehát sztochasztikus jellegű, ahol sokszor csak várható értékekkel tudunk dolgozni. A forgalmi paraméterek érzékelése során további zajok terhelik a méréseket, amelyek többsége kültéri helyszínen történik. A természeti hatásoknak kitett automatikus mérő és számláló berendezések különösen sérülékenyek. A leggyakrabban használt mérőeszköz, az induktív hurokdetektor rengeteget fejlődött, de még így is viszonylag nagy százalékban ad pontatlan mérést. Mindezek miatt a probléma megoldásában segíthet a különböző állapot- és mérési zajok (hibák) modellezése és kezelése a szabályozó körben.

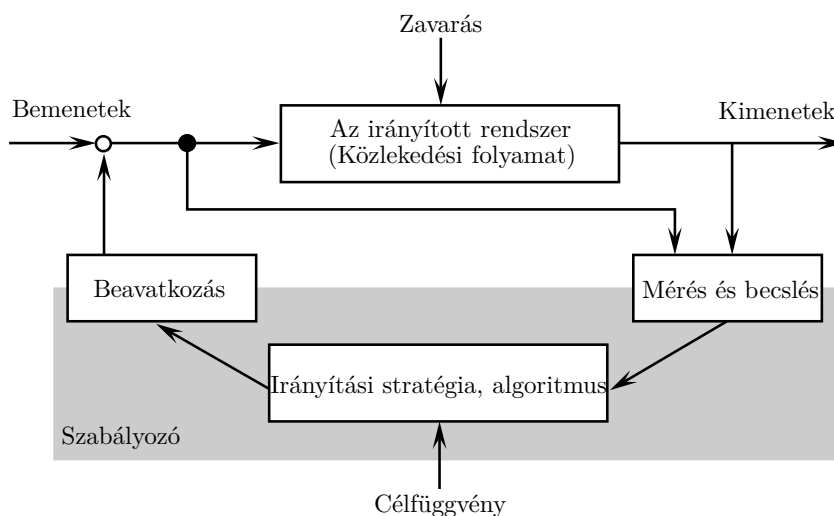
2.2. A közúti forgalomirányítás felépítése

A közúti közlekedési folyamat irányítástechnikai leképezése során meg kell jelölni az irányított közúti közlekedési részrendszer határait. Egy általános közlekedési szabályozórendszer felépítését és a közlekedési rendszerrel való kapcsolatát a 2.1 ábra mutatja be. Az ábra a közlekedésirányító rendszer általános modellje, amely a zavarás, a modellbizonytalanságok és a mérési hibák figyelembe vételével alkalmas korszerű robusztus irányítások megtervezésére, ha rendelkezünk a közlekedési alapfolyamat megfelelő modelljével. A rendszer működésének első lépése a közlekedési, forgalmi adatok mérése, szükség szerinti becslése [14, 59]. Ezután következik az irányítási stratégiának megfelelő szabályozási algoritmus lefutása. Az utolsó lépés pedig a beavatkozás, amely a rendszer adottságaitól függően többféleképpen történhet.

A közúti közlekedés természete más a gyorsforgalmi utakon és más a városi közlekedésben, ezért ezek irányításában különböző módszereket és eszközöket kell használnunk. Az egyes területek irányító rendszereiben mások a célok, mások a beavatkozó eszközök és lehetőségek.

A túlszűfolt városi forgalom irányítása az egyik legnagyobb kihívás. A városokban leggyakrabban a bonyolult és összetett úthálózatok a jellemzők, ugyanakkor kis területre igen nagy járműforgalom koncentrálódik. A nehézségek mellett pozitívum, hogy a városi forgalomirányításban rendelkezésünkre állnak a közúti forgalomirányító jelzőlámpák. A beavatkozás hatékonysága szempontjából a dinamikus rendszerek közül a jelzőlámpa bizonyul a legjobbnak, ugyanis a jelzéseképeket a járművezetők csak az esetek elenyészően kis százalékában hagyják figyelmen kívül. A másik könnyebbség, hogy a forgalomirányító berendezések hatókörében viszonylag kis területre koncentrálódnak a szükséges forgalmi mérések, amik így költséghatékonyan megoldhatók. A városi közlekedésben alapvetően három szabályozási alapeladatot különböztethetünk meg (helyi forgalomirányítás, vonali forgalomirányítás, hálózati forgalomirányítás).

A gyorsforgalmi utak forgalomirányításának egyik legnagyobb problémája, hogy a főpályán nem rendelkeznek hatékony beavatkozó eszközzel. A változtatható jelzéseképű táblákon és a kü-



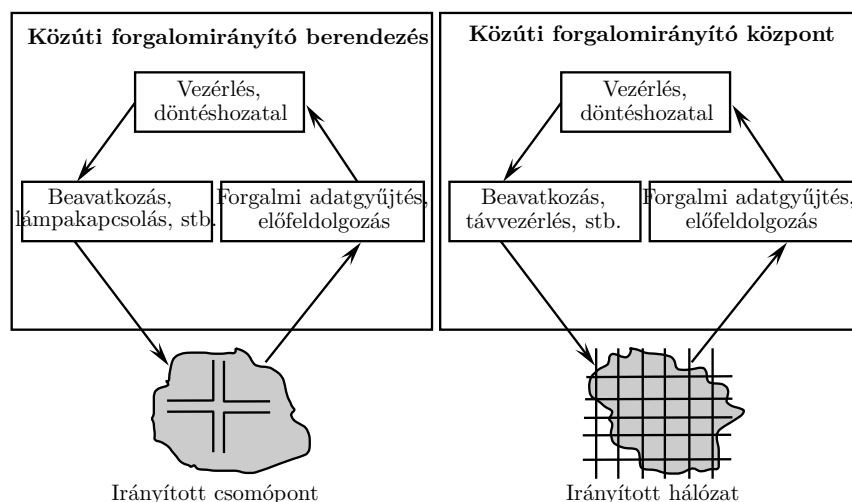
2.1. ábra. Közlekedési folyamat általános szabályozórendszere

lönböző járműfedélzeti rendszereken keresztül lehetőség van információ közlésre, sőt sebességkorlátozásra is, de ezek hatékonysága nem mérhető össze egy jelzőlámpás szabályozással. A beavatkozás ezen korlátozott tulajdonságával számolnunk kell, amikor az irányítórendszert felépítjük. A másik problémakört a nagy távolságok miatt jelentkező forgalmi adatgyűjtési nehézségek alkotják, amelyeket korszerű becslő algoritmusok segítségével lehet kompenzálni. A gyorsforgalmi utak irányításában jelentkező egyik pozitívum, hogy a járműáramlás viszonylag homogén, így könnyebben modellezhetők a valós folyamatok, mint a városban. A gyorsforgalmi utakon alapvetően két szabályozási alapeladat különböztethetünk meg (főpálya forgalomirányítása, felhajtók forgalmának irányítása).

A korszerű forgalomirányítás számtalan egymástól függetlenül működő elemből épül fel, amelyek szorosan összefüggnek egymással. Ezek az elemek csak komplex módon, integrált rendszerként kezelhetők hatékonyan. Lehetőség van az ilyen decentralizáltan elhelyezkedő eszközöket egy közös felülvezérlő szabályozás keretében integrálni. Az így kialakult integrált forgalomirányító rendszer feladata a forgalom biztonságos befolyásolásához szükséges forgalmi jellemzők, valamint az út és a környezetével összefüggő egyéb jellemzők kiértékelése, és az ennek megfelelő összehangolt irányítás elvégzése. Ez jelentheti az utazási sebességeknek egy biztonságos, a mindenkor látási- és burkolatviszonyoknak megfelelő sebességhez való hozzáigazítását, a járművezetőknek az esetleges veszélyhelyzetre való figyelmeztetését, vagy útjuk során a kellő helyen és időben történő információ szolgáltatását.

Az általános szabályozási kör (2.1) minden forgalomirányító rendszerre hasonlóan írható fel, az egyszerű csomóponttól a városi hálózattig, különbség csak a komplexitásban van. Az egyedi kereszteződések forgalomirányító berendezései abban különböznek az egész városokat felügyelő forgalomirányító központoktól, hogy kisebb terület forgalmi folyamatait szabályozzák, és más célfüggvények érvényesülnek a döntéshozatalban. A jelenlegi kiépítések fix huzalozású, dedikált rendszerek, de lehetőség van hálózaton keresztüli irányításra is [55]. Az információ áramlása azonban teljesen hasonló, amit a 2.2 ábrán követhetünk nyomon.

A nagyobb irányítórendszereket szintekre oszthatjuk, ahol az egyes szinteken más-más célfüggvények érvényesülnek. A felsőbb szinteken globális, stratégiai célokat valósítunk meg, míg az



2.2. ábra. Információáramlás különböző forgalomirányító rendszerekben

alsóbb szinteken inkább a helyi célok kielégítése a feladat. A közlekedési irányítórendszer szempontjából ez azt jelenti, hogy az egyes szinteket külön kell megtervezni, a kapcsolatot közöttük néhány paraméter vagy alapjel átadása biztosíthatja.

2.3. Az irányítási cél meghatározása

A forgalomirányító rendszer tervezésekor az egyik legfontosabb feladat az irányítás hatására elvárt cél pontos meghatározása, amely az alábbi szempontok szerint alakulhat [111], [57, 20, 60, 27, 29, 28]:

- forgalombiztonság növelése a balesetek számának és súlyosságának csökkentésén keresztül,
- gazdaságosság növelése a várakozási idők, az utazási idők és az utazási költségek együttes csökkentésével,
- környezeti terhelés csökkentése az emisszió, a zajszint, ill. a többlet energiafelhasználás redukálásával,
- egyes közlekedési létesítmények jobb elérhetősége az utazási idők összegének csökkentése által,
- egyes közlekedési eszközök koordinált használatának javítása, amely a közösségi közlekedés jobb kihasználtságát jelenti,
- forgalmi zavarok kialakulásának megelőzése, a meglévő zavarok megszüntetése a forgalomlefordítás javítása révén,
- meglévő úthálózat rendelkezésre álló kapacitásainak maximális kihasználása,
- útszakasz vagy csomópont tehermentesítése alternatív útvonal ajánlásával,

- városi forgalomban a parkolóhely keresési idő lerövidítése a szabad parkolási létesítményekre és a parkolóhelyekre vonatkozó információk megadásával.

A szabályozás céljainak pontos meghatározása után következik annak matematikai megfogalmazása, azaz a célfüggvény felállítása. Ez az irányítástechnikai rendszer kialakításának első lépése. Az irányítási célfüggvény a városi jelzőlámpás rendszerek esetében tipikusan a következő elemek valamelyikének vagy azok súlyozott kombinációjának optimalizálását jelenti [111], [57]:

- egy járműre jutó átlagos késleltetés (average delay per vehicle): egy adott hálózaton belüli utazások alatt a járművek várakozással eltöltött ideje osztva a járművek számával, mértékegysége: óra/jm,
- maximális késleltetés (maximum delay): a közlekedési hálózaton belüli utazások során a járművek által maximálisan várakozással töltött idő, mértékegysége: óra/jm,
- átlagos megállások száma (average number of stops): egy adott hálózaton belüli utazás során átlagosan szükséges megállások száma, mértékegysége: darab/jm,
- kereszteződés átbocsátóképessége (throughput of intersection): egy adott kereszteződésen egy óra alatt maximálisan áthaladni képes járműszám, mértékegysége: jm/óra,
- teljes utazási idő (Total Travel Time - TTT): egy adott hálózaton belül a járművek utazással (akadálymentes haladással) eltöltött összes ideje. Jele: TTT , mértékegysége: jármű-óra,

Autópályák, ill. gyorsforgalmi utak esetén pedig jellemzően a következő elemekből vagy azok kombinációjából fogalmazzuk meg az irányítási célfüggvényeket:

- teljes utazási idő (Total Travel Time - TTT),
- teljes várakozási idő (Total Waiting Time - TWT): egy adott hálózaton belüli utazások alatt a járművek várakozással eltöltött ideje, mértékegysége: jármű-óra,
- teljes utazással eltöltött idő (Total Time Spent - TTS): egy adott hálózaton belül a járművek összes utazási és várakozási idejének összege: $TTS = TTT + TWT$, mértékegysége: jármű-óra,
- teljes megtett távolság (Total Travel Distance - TTD): a járművek egy adott közlekedési rendszerben megtett útvonalának teljes hosszát jelenti, mértékegysége: jármű-km,
- a járművek teljes utazására vonatkozó átlagsebesség (Mean Speed per trip - MS): $MS = TTD/TTS$, mértékegysége: km/óra.

Az egyes célfüggvények egymástól nem függetlenek. Városi forgalomirányítás esetén tipikusan az átlagos késleltetés minimalizálása használatos a gyakorlatban, mely érték szoros kapcsolatban áll a hálózatbeli utazási idővel. Gyorsforgalmi utak esetén a teljes hálózatban eltöltött idő (TTT) használatos leggyakrabban, mely a szakasz maximális áteresztőképességével függ össze.

3. fejezet

A közúti járműforgalom becslése

A közúti járműforgalom paramétereinek és változóinak ismerete alapvetően befolyásolja a forgalomirányítás minőségét, ezért kiemelten fontos, hogy a megfigyelt közlekedési rendszerről pontos adatokkal rendelkezünk. A korszerű automatizált forgalomszámláló és kiértékelő rendszerek sokféle adatot és forgalmi paramétert képesek mérni, de számos esetben csak nehezen vagy egyáltalán nem férhetünk azokhoz hozzá. Az elmúlt időben jelentősen nőtt a több forrásból származó adatok mennyisége, amelyek adatfúzióval egyesíthetők [33], de még így is számos esetben hiányosak a közlekedési adataink. Az ilyen nehezen, vagy egyáltalán nem mérhető változók és paraméterek meghatározása dolgoztam ki megoldásokat az irányítástechnikában is használt módszerek segítségével.

Általában véve az állapottér megközelítésben a rendszer közvetlenül nem mérhető állapotait is képesek vagyunk megbecsülni állapot-megfigyelő segítségével [21], ha teljesül a megfigyelhetőség feltétele. Sztochasztikus rendszer esetében az állapot-megfigyelő képes a zajokkal terhelt dinamikus rendszer bemenetei és kimenetei alapján a belső állapotok várható értékét megbecsülni. A dinamikus állapotbecslés felhasználását a közúti területen három dolog indokolja:

1. az állapotokat általában nem tudjuk közvetlenül mérni, vagy gazdaságtalan,
2. túl sok a mérési zaj és bizonytalan a modell,
3. a közúti folyamatok lefolyása sztochasztikus jellegű.

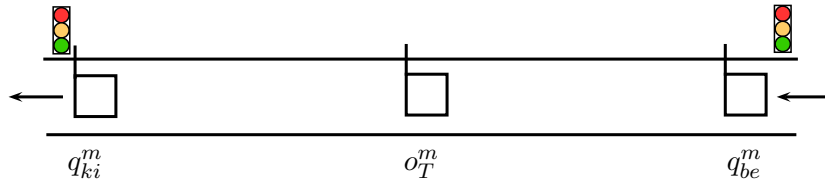
3.1. Sorban álló járművek számának becslése

A városi forgalomirányításban az egyik legfontosabb forgalomtechnikai paraméter az egyes útszakaszokon sorban álló járművek számának a meghatározása. A klasszikus mérési megoldásokat tekintve alapesetben a mérendő útszakasz két végére járműszámláló detektorokat helyezhetünk, és a mért be-, illetve kihaladó járműszámot kivonva egymásból megkapjuk a járműszámot. A jelenleg leginkább elterjedt hurokdetektoros járműmérőrendszerek azonban nem tudják pontosan megadni ezt a változót. A gyakorlati tapasztalatok azt mutatják, hogy számos bizonytalanság merül fel ennél a mérési kialakításnál a detektorok pontatlan adatszolgáltatása miatt. A hurokdetektor mérése – egyszerű fizikai tulajdonságából adódóan – általában elég megbízható, van néhány tényező, ami ronthat a mérés pontosságán:

A nem üzemhibás detektorok mérési bizonytalansága jól jellemezhető zérus várható értékű, normál eloszlású hibával, fehér zajjal. Ezek azonban időben elég hosszú lefolyásúak, így nem felhasználhatóak valós idejű (akár ciklusonként módosuló) forgalomszabályozáshoz. Vannak kísérletek a képfeldolgozáson alapuló technikák alkalmazására is, de ezek elterjedtsége jelenleg kismértékű. A kamerás mérés időjárási viszonyoktól való erős függősége és egyéb műszaki problémák miatt nem biztosít mindig elegendően pontos mérést. A fenti problémákra megoldást jelenthet állapotbecslő algoritmus alkalmazása a mérések pontosítására. M. Papageorgiou egy olyan járműszám-becslő módszert mutatott be [193, 164], amely megfelelő pontosságú mérést biztosít, ugyanakkor szakaszonként legalább három detektor létesítését igényli. Bizonyos feltételek mellett a becslés útszakaszonként kettő, illetve egy darab detektorral is elvégezhető [45].

3.1.1. Becslés szakaszonként három detektorral

Papageorgiou módszere szakaszonként három detektorral és a Kalman szűrő algoritmus (lásd A fejezet) felhasználásával képes pontos térbeli járműszám adatokat becsülni. A három detektor a jelzőlámpás útszakasz elején, végén, illetve közepén helyezkedik el, melyet a 3.1 ábra szemléltet. A sorfelépülés dinamikáját a *tárol és továbbít* modell megmaradási egyenletével írjuk le:



3.1. ábra. Mérési elrendezés szakaszonként három hurokdetektor esetén

$$x(k+1) = x(k) + T(q_{be}(k) - q_{ki}(k)), \quad (3.1)$$

ahol $x(k)$ állapot a szakaszra vonatkozó járműszámot reprezentálja, T a mérés ciklusideje, $q_{be}(k)$, illetve $q_{ki}(k)$ a be- és kihaladó forgalomnagyság, amit detektorral mérünk. A (3.1) egyenlet azt az optimális esetet írja le, amikor q forgalomnagyság értékek pontosan ismertek. A gyakorlatban azonban a mérések $z(k)$ zajjal terheltek, így a megfigyelés egyenletek a következő alakot veszik fel:

$$q_{be}^m(k) = q_{be}(k) + z_{be}(k), \quad (3.2)$$

$$q_{ki}^m(k) = q_{ki}(k) + z_{ki}(k). \quad (3.3)$$

Az egyenletekben a felső m index jelöli a detektorok által mért értékeket. (3.2) és (3.3) összefüggéseket a (3.1) egyenletbe helyettesítve a három-detektoros eset állapotegyenletéhez jutunk:

$$x(k+1) = x(k) + T(q_{be}(k)^m - q_{ki}(k)^m) + Tv(k), \quad (3.4)$$

ahol $v(k) = z_{ki}(k) - z_{be}(k)$ az állapotdinamikai zaj. E hibatag jelenléte miatt a (3.4) egyenlet nem használható közvetlenül megbízható járműszám-becslésre. Az állapotegyenletet tehát javítani szükséges a Kalman szűrő elve alapján.

A mérési egyenletet a középső detektor szolgáltatja időbeli foglaltság alapján (lásd 3.1 ábra). Felhasználva, hogy az átlagos időbeli (o_T) és térbeli (o_S) foglaltsági ráta nagyjából azonos ($o_T \approx$

o_S) [201], felírható a Kalman szűrő mérési egyenlete:

$$y(k) = o_T(k)^m = o_S(k) + z_o(k), \quad (3.5)$$

ahol $o_T^m(k)$ a mért átlagos időbeli foglaltság, $z_o(k)$ pedig a foglaltsát mérését terhelő zaj. A térbeli foglaltságra az alábbi egyenlet írható:

$$o_S(k) = \frac{x(k)L_j}{Ln}, \quad (3.6)$$

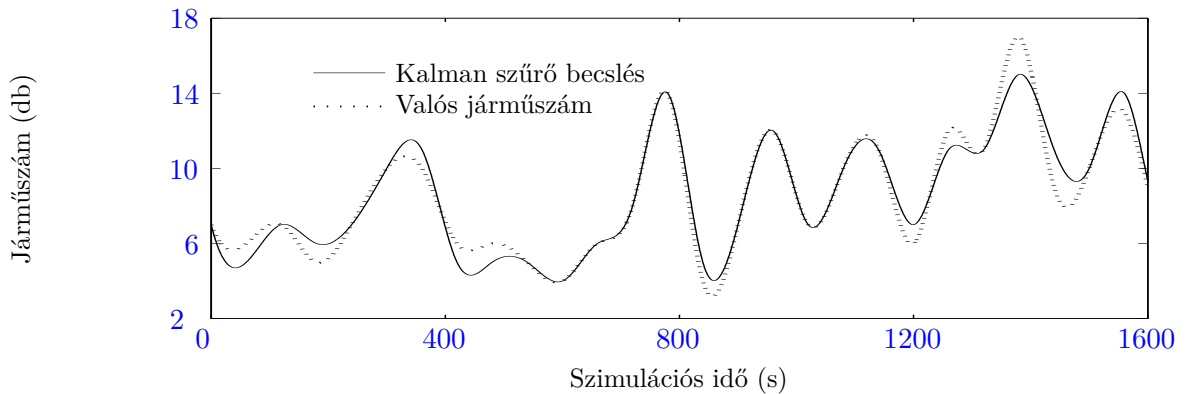
ahol $x(k)$ a járműszám, L_j az effektív járműhossz, L az adott útszakasz hossza, és n a sávok száma. A (3.5) és (3.6) alapján meghatározható a mért járműszám is:

$$x^m(k) = \frac{Ln}{L_j} o_T^m(k). \quad (3.7)$$

A (3.6) és (3.7) egyenleteket (3.5)-be helyettesítve:

$$x(k)^m = x(k) + z_o(k) \frac{Ln}{L_j}, \quad (3.8)$$

(3.8) összefüggés a rendszer állapotának mérési egyenlete. A $v(k)$ állapotdinamikai zajról, valamint a $z_o(k)$ mérési zajról feltételezzük, hogy teljesítik a Kalman szűrő sztochasztikus feltételezéseit (lásd A fejezet): független, zérus várható értékű, normális eloszlású, fehér zajok. Ezek alapján (3.4) a dinamikus rendszer állapotdinamikai egyenleteként, míg (3.8) a megfigyelési egyenleteként jelentkeznek. A rendszer állapotter reprezentációjának ismeretében a Kalman szűrő tervezése és implementálása elvégezhető. A 3.2 ábra az ismertetett járműszám-becslési módszer szimulációs eredményeit szemlélteti. A szimulációt VISSIM mikroszkopikus forgalomsimulátor segítségével készítettük [42, 51]. Az ábra alapján megállapítható, hogy a Kalman szűrő alkalmazásával a mé-



3.2. ábra. Szimulációs példa a három-detektoros becslésre

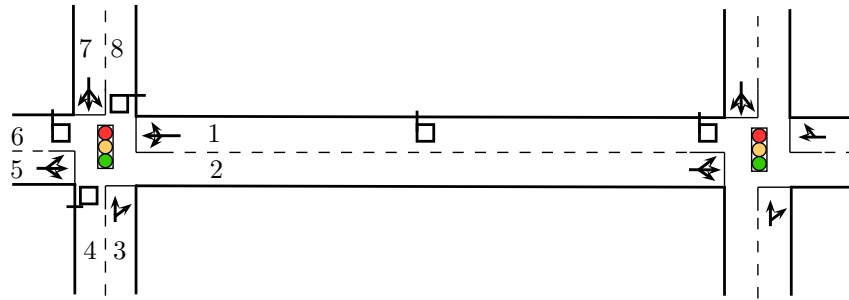
rést terhelő zajok szűrhetőek és ezáltal a szakaszon elhelyezkedő járművek száma igen pontosan meghatározható.

3.1.2. Becslés szakaszonként egy vagy két detektorral

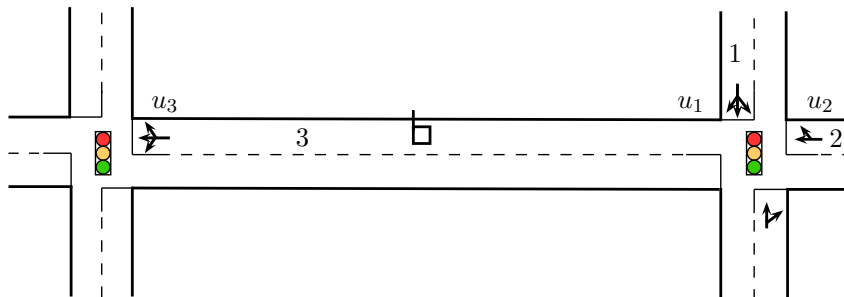
Szakaszonként három detektor felhasználásával megfelelő pontosságú becslést állíthatunk elő, azonban gazdaságilag fontos lehet a detektorok számának további csökkentése. Ehhez meg kell határozni milyen feltételek mellett lehet a telepített detektorok számát csökkenteni.

A további csökkentés lehetőségét az a felismerés adja, hogy a *tárol és továbbít* modell alapján a detektorok méréseit – bizonyos feltételek esetén – számítással helyettesíthetjük. A számítás alapja az útszakasz átbocsátó képességének és a zöldidőnek a szoros kapcsolata. Az átbocsátó képességet megszorozva az adott ciklusra eső szabad jelzés idejével a mérési pont detektor mérésével egyező járműszámot kapunk folyamatos járműforgalom esetén. Hasonlóan, a szakaszra érkező járműszámot is számíthatjuk az összes oda irányuló zöldidők, az átbocsátási ráták, és a fordulási ráták szorzatainak összegeként. Fontos azonban megjegyezni, hogy a zöldidő és az átbocsátott járműszám kapcsolata csak pozitív rendszer esetén áll fent, azaz amikor a valóságban mindig van elég sorban álló jármű, ellenkező esetben ez a fizikai kapcsolat nem használható ki. Ennek alapján két esetet különböztethetünk meg:

- Telítetlen hálózat eseménén nem garantált a folyamatos járműáramlás. Ekkor, az adott csomópontokhoz csatlakozó szakaszok elején található bemeneti mérések szükségesek, azonban ezek felhasználásával tudjuk rekonstruálni a kimeneti forgalmat. Ebben az esetben tehát 2 detektor elegendő, a 3.3 ábra szerinti kialakításban.
- Telített hálózat esetén garantált a folyamatos járműáramlás. Ekkor mind a be-, mind a kimeneti detektorok mérései számítással helyettesíthetőek. Ekkor tehát csupán 1 detektor telepítésével alkalmazható a Kalman szűrő algoritmus és ezáltal becsülhető a szakasz telítettsége. Az egy-detektoros elrendezést a 3.4 ábra szemlélteti.



3.3. ábra. Mérési elrendezés szakaszonként két hurokdetektor esetén



3.4. ábra. Mérési elrendezés szakaszonként egy hurokdetektor esetén

Telítetlen hálózat esetén (lásd 3.3 ábra) tehát csak a kimeneti detektor méréseit tudjuk számítással helyettesíteni[40]. Ekkor az 1-es szakaszra vonatkozó állapotegyenletünk k -adik lépésben

a következőképpen alakul:

$$x_1(k+1) = x_1(k) + q_{be}^m(k) - (\gamma_4 q_4(k) + \gamma_6 q_6(k) + \gamma_8 q_8(k)) + v_1(k), \quad (3.9)$$

ahol $x_1(k)$ a mért járműszám az 1-es szakaszon, $q(k)$ az adott szakasz bemenetén mért járműszám, $\gamma(k)$ arányossági tényező pedig azt mutatja meg, hogy a mért járműszámnak hány százaléka érkezett az 1-es szakaszból. A $\gamma(k)$ paraméterek értékei könnyen kiszámíthatók, amennyiben az összes irány fordulási rátái ismertek vagy megfelelő pontossággal becsülhetők a 3.3.3 fejezet alapján. A becslő mérési egyenletét ez esetben is a (3.8) összefüggés jelenti.

Telített hálózat esetén az állapotdinamikai egyenletet a következőképpen módosíthatjuk, 3.4 ábra alapján:

$$x_3(k+1) = x_3(k) + u_1(k)\beta_1 S_1 + u_2(k)\beta_2 S_2 - u_3(k)S_3 + v_3(k), \quad (3.10)$$

ahol $x_3(k)$ az előző mérési ciklusban mért járműszám, $u(k)$ az adott irányra eső szabad jelzés ideje, β a mérendő útszakaszra vonatkozó fordulási ráta, S pedig az átbocsátó képesség. $v_3(k)$ a rendszer állapotdinamikai zaja. A fordulási ráták átlagos értéke helyszíni mérések alapján jól becsülhetők. Az átbocsátó képesség szakirodalomban használatos átlagos értéke pedig 0.5 (j/m/s). Látható, hogy csupán a szabad jelzések időtartama alapján felírható a (3.10) összefüggés, amely a Kalman szűrő algoritmus (A.1) állapotdinamikai egyenletének. A becslő mérési egyenletét továbbra is az útszakasz közepén elhelyezett detektor szolgáltatja a (3.8) szerint. Fontos megjegyezni, hogy a módszer csak telített hálózatban működik, folyamatos járműforgalom mellett, hiszen a be- és kimenő méréseket éppen azzal lehet kiváltani, hogy zöldidővel arányos járműszám halad át a kereszteződéseken.

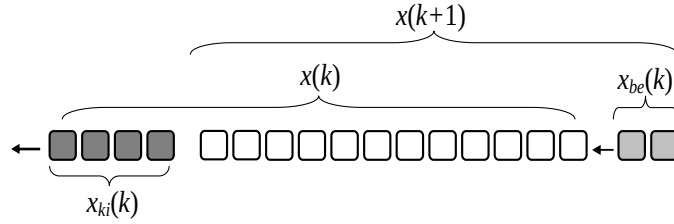
3.2. Torlódásdetektáló szűrő egyedi kereszteződés szabályozására

A városi kereszteződések jelzőlámpás szabályozásának elsődleges célja a csomópont elsőbbségi viszonyainak meghatározása, valamint a biztonságos járműáthaladás biztosítása úgy, hogy a forgalom lefolyása a lehető leghatékonyabb legyen. A hatékonyságot döntően forgalomtechnikai paraméterek, mint a teljes áthaladási idő, a sorban álló járművek száma, a megállások száma, valamint további minőségi mérőszámok alapján értékelhetjük. A kereszteződés forgalomirányító rendszerének tervezése során az irányítási stratégia és az elérendő célok megválasztása az egyik kulcskérdés. Egy csomópont forgalomirányító berendezése általában csak egy célfüggvény kielégítésre alkalmas, mert a szabályozó kötött szerkezetű. A hatékonyság növelése érdekében kézenfekvő eljárás lenne a szabályozó szerkezetének a forgalmi helyzetekhez történő illesztése.

A következőkben olyan szabályozó algoritmusra teszünk javaslatot, amely a torlódási információ birtokában képes az éppen aktuálisan kiválasztott irányítási célfüggvény kielégítése érdekében a soron következő ciklus fázis időtervét módosítani [56]. A szabályozó alapja egy LQ optimális algoritmuson alapul. A torlódási információt az általam felépített hibadetektáló szűrő biztosítja, amely meghatározza a tervezetthez képest kihaladni nem képes járművek számát. A szabályozó felépítése szerint egy átkonfiguráló szabályozó, amely a torlódási információ birtokában képes a saját paramétereit megváltoztatni.

3.2.1. A kereszteződés forgalmi modellje

A forgalmi modellezés állapotterez megközelítése számos publikációban jelent meg, amelyek többsége a járművek számát veszik az állapotnak és a szabad jelzési időt a beavatkozó jelnek. Az általam készített modell legfontosabb kiegészítése, hogy figyelembe veszi a kihaladni képes és a ténylegesen kihaladt járművek számának különbségét, amelyet később felhasználok a szabályozásban. A mintarendszer egy jelzőlámpával irányított négyágú kereszteződés, amelyben egy-egy jelzőfej található minden ágban. Az egyes ágakban kialakult sorhosszakat jármű darabszámban mérjük. A sorfelépülés a 3.5 ábra szerint alakul.



3.5. ábra. A sorfelépülés modellje

A k -ik lépésben meglévő járműsor csökken a kihaladó járművek számával, viszont növekszik az ágba beérkező járművek számával, és így alakul ki a következő $k+1$ -ik lépésben mért sor. Az egyes lépések között eltelt időnek legalább a fázisterv ciklusidejével kell megegyeznie. Szabad jelzés esetén a kihaladó járművek a kereszteződés geometriai jellemzői és a forgalmi viszonyok alapján meghatározott ütemben haladnak ki a kereszteződés ágaiból. Az egyes ágak átbocsátó képességét (q_m) az alábbi képlet alapján előre meghatározzuk, több mérésből, átlagolással. Az átbocsátó képesség pontatlan meghatározása nem befolyásolja szabályozás minőségét, mert a mérési hibákat és modell bizonytalanságokat felhasználjuk a tervezésnél. Az átbocsátó képesség legyen:

$$q_m(t) = \frac{\sum_0^{T_c} Q(t)}{T_c} \quad (3.11)$$

ahol T_c a fázisterv ciklusideje és $\sum_0^{T_c} Q(t)$ a kihaladt járművek száma T_c idő alatt. A q_m megadja az átbocsátó képességet, azaz az egységnyi idő (szabad jelzés) alatt áthaladt járművek számát. A járművek kihaladásának időbeli lefolyását a 3.6 ábra alapján közelítjük.

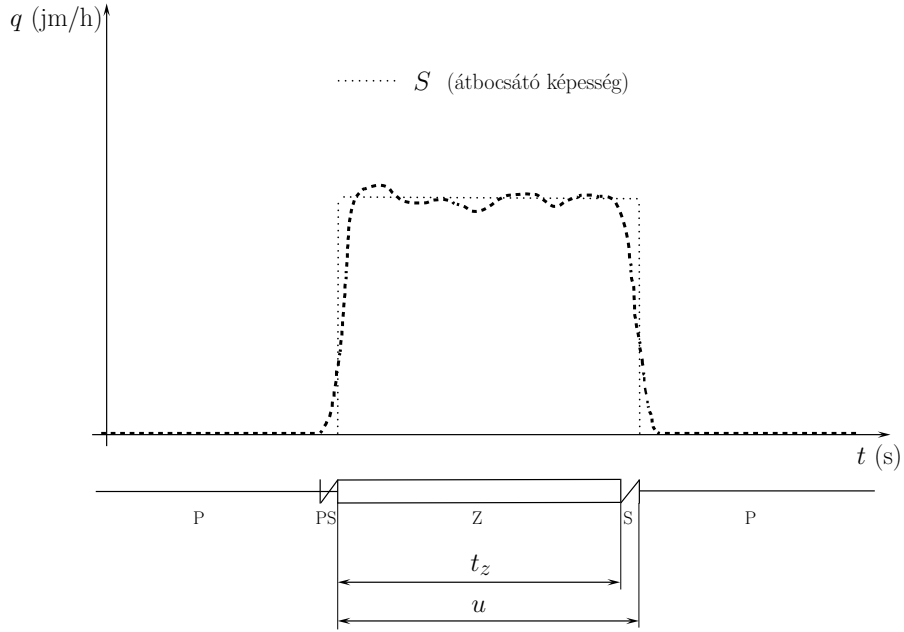
A járművek már elindulnak a piros-sárga jelzések alatt, majd a zöld jelzésnél közel egyenletesen haladnak ki, míg a sárga jelzésnél, egyre kevesebben hajtanak ki, majd végül megállnak. Feltételezzük, hogy a ténylegesen kihaladt járművek Q száma a modellünkben arányos a szabad jelzés idejével:

$$Q = q_m u \quad (3.12)$$

A szabad jelzés idejét (u) az alábbiak alapján határozhatjuk meg:

$$u = t_z + t_s \quad (3.13)$$

ahol t_z a zöld jelzések ideje és t_s az átmeneti jelzések ideje. A szabad jelzés fontos paraméter, mert ezzel tudunk a rendszerre hatást gyakorolni, azaz befolyásolni a járműmozgást. Az u paraméter lesz a közlekedési rendszerünk bemenete.



3.6. ábra. A járművek kihaladásának feltételezett időbeli lefolyása

A csomópontban meglévő fázissorrend alapvetően befolyásolja a szabályozó tervezését. A legfontosabb kérdés, hogyan viszonyul a járműsorok száma és a fázisok száma egymáshoz. Szerencsés választás, ha minden egyes megfigyelt sorhoz (állapot) önálló beavatkozó lehetőség, azaz szabad jelzés idő (bemenet) tartozik. Amennyiben ez nem teljesül, akkor a rendszerben lévő dinamika és összefüggések miatt a rendszer nem irányítható a Kalman-féle rangfeltétel alapján. Valódi forgalomirányítási feladat úgy oldható meg, hogy az egy fázisban lévő járműsorokat össze kell vonni, és csak az így kialakuló közös járműhosszt lehet befolyásolni. Ha ugyanazzal a szabad jelzéssel irányítunk több csomóponti ágot, akkor azt csak együtt tehetjük meg, mert a fázis szabad jelzése minden a fázishoz tartozó sorhosszra egyszerre hat. A beérkező járműveket egyszerű áthaladási hurokdetektorral mérjük. A sorban álló járművek számát kétféleképpen állapíthatjuk meg. Az első esetben mérhetjük egy hosszú hurokkal a foglaltságot, amiből az egységjármű hossz segítségével számíthatnánk a járművek számát. A második megoldásnál a pontosabb és sokkal korszerűbb képfeldolgozáson alapuló járműérzékelő használható, amely közvetlenül megadja a sorban álló járművek darabszámát. A megoldást nem bonyolítja a hurokdetektor használata, de a videós járműszámláló pontosabb. A mérések zajjal terhelték, amelyeket nem hagyhatunk figyelmen kívül, ezért ezeket kezelni kell a szabályozó tervezésekor.

3.2.2. A modell állapotegyenletei

Ideális, zavarmentes esetben a (3.12) alapján, megfelelően megválasztott q_m mellett a kihaladó járművek száma a következő szerint alakul:

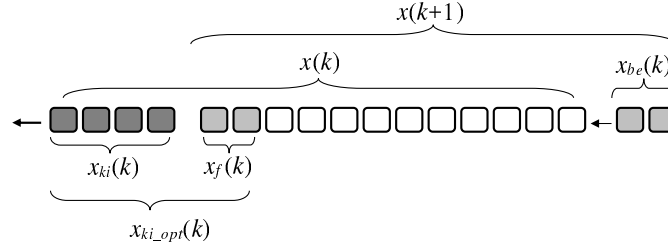
$$x_{opt}(k) = q_m u(k) \quad (3.14)$$

Az egyenlet csak torlódásmentes esetben igaz, bármilyen zavar esetén a kihaladó járművek száma csökken, illetve előfordulhat, hogy helytelenül megválasztott átbocsátó képesség esetén megnő.

A valóságban a ténylegesen kihaladt járművek száma és az ideális szám között egy eltérés (x_f) teremt egyensúlyt (3.7 ábra):

$$x_{opt}(k) = x_{real}(k) + x_f(k) \quad (3.15)$$

Az $x_f(k)$ meghatározásánál a probléma az, hogy a rendszer modellezési hibával és zajokkal terhelt. Ennek ellenére a feladat megoldható, erre a célra tervezhető egy hibadetektáló szűrő. Ez a szűrő kis hibával képes megmondani az $x_f(k)$ várható értékét.



3.7. ábra. A sorfelépülés dinamikája torlódás esetén

A rendszer állapotváltozói az egyes ágakban, illetve az azonos fázisban lévő ágakban sorban álló járművek száma, a jelen esetben:

$$x(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k), x_4(k)] \quad (3.16)$$

A rendszert diszkrét rendszerként írtam fel, az egyes lépések között eltelt idő (mintavételi idő) a fázisterv ciklusideje T_c , vagy ennek egész számú többszöröse. A bejövő, mért járművek száma adott, de v_q zajjal terhelt:

$$x_{be}^m(k) = x_{be}(k) + v_q(k) \quad (3.17)$$

A jelölések egyszerűsítése végett a várható érték jelölést elhanyagolom, így a sorhosszak az alábbiak szerint alakulnak:

$$x(k+1) = x(k) + x_{be}(k) - x_{ki}(k) \quad (3.18)$$

Behelyettesítve:

$$x(k+1) = x(k) + x_{be}^m(k) - q_m u(k) + x_f(k) \quad (3.19)$$

A rendszer állapotegyenlete:

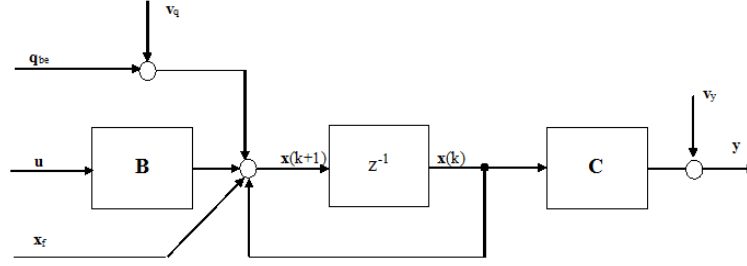
$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + x_{be}(k) + v_q(k) + x_f(k) \quad (3.20)$$

A megfigyelési egyenlete:

$$y(k) = Cx(k) + v_y(k) \quad (3.21)$$

ahol

$$A = I; B = \begin{bmatrix} -q_{m,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -q_{m,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q_{m,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -q_{m,4} \end{bmatrix}; C = I$$



3.8. ábra. A kereszteződés forgalmi folyamatainak hatásvázlata

A C mátrixot egységmátrixnak feltételezhetjük, mivel a sorban álló járművek számát egy járműérzékelő közvetlenül is képes mérni. A 3.8 ábra a kereszteződés forgalmi folyamatának hatásvázlatát mutatja be, diszkrét időben.

A szabályozó célfüggvénye egyszerű, a csomópont ágaiban sorban álló járművek számának minimalizálását végzi. A modelltől (3.20) következik, hogy az átbocsátó képességhez képest nem minden jármű tud kihajtani, néhány a sorban ragad. Feltételezhetjük, hogy leggyakrabban két ok miatt következik be torlódás:

1. a kihajtó ágakban nem áll rendelkezésre szabad hely a kihaladáshoz,
2. az átbocsátó képesség, valamilyen akadály miatt csökkent le.

A sorhosszak csökkentése mellett további két cél kielégítésére adódik lehetőség, a torlódás típusától függően:

1. Az első megközelítésben azt feltételezem, hogy nem áll rendelkezésre elég szabad hely a kihajtáshoz. Ebben az esetben létezik egy minimális járműszám, amely még képes áthaladni, ehhez a számhoz tartozik egy minimális szabadjelzés, amit az alábbiak szerint számíthatunk:

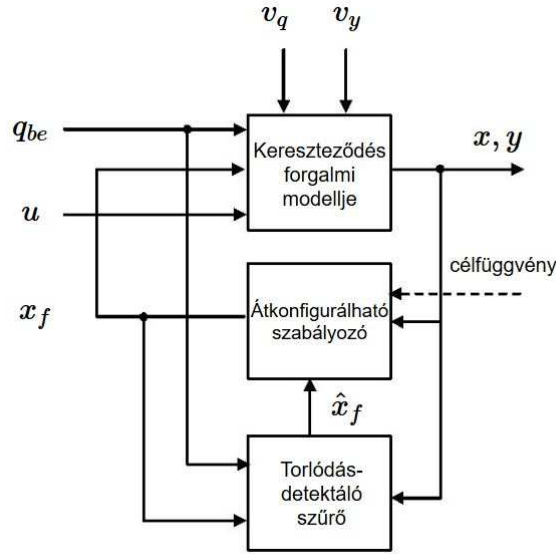
$$u_{k+1}(i) = \frac{B_k(i, i)u_k(i) - x_{f|k}(i)}{B_k(i, i)} \quad i = 1 \dots n \quad (3.22)$$

Ebben az esetben a szabályozó a torlódott ágnak csak ezt a szabad jelzést adja meg, az így felszabadult időt a többi irány között lehet szétosztani. A megoldás hatására a többi, nem torlódó irányban a hosszabb szabad jelzés hatására rövidebb járműhosszok alakulnak ki, a torlódott ágban azonban megnövekszik a sorban állók száma.

2. A másik megközelítésben a torlódott ágban az átbocsátó képesség valamilyen akadály miatt csökkent le. Ebben az irányban a szabad jelzés növelésével lehetőség van arra, hogy ne növekedjen elfogadhatatlanul hosszúra a járműsor, amit kétféleképpen értem el. Egyrészt az általam használt visszacsatolt szabályozó tulajdonságából adódóan a hosszabb járműhossznak hosszabb szabad jelzése lesz. Másrészt lehetőség van arra, hogy újraszámítsam az átbocsátó képességet, ami itt a B mátrix megváltoztatását jelenti.

$$B_{k+1}(i, i) = \frac{B_k(i, i)u_k(i) - x_{f|k}(i)}{u_k(i)} \quad i = 1 \dots n \quad (3.23)$$

A leírt szabályozó átkonfiguráló típusú, azaz a célfüggvénynek és a torlódás mértékének megfelelően a saját tulajdonságait képes megváltoztatni. A szabályozó és torlódásdetektáló szűrő kapcsolata a 3.9 ábrán látható.



3.9. ábra. A torlódás detektáló szűrővel bővített szabályozás

3.2.3. A torlódásdetektáló szűrő tervezése

A torlódásdetektáló szűrő alkalmazásának alapgondolata onnan származik, hogy az előbb felírt, szabad jelzés idővel vezérelt rendszer modellje nem minden körülmények között helyes. A problémát az jelenti, hogy a beavatkozó jelként használt szabad jelzésnek csak addig lineáris a kapcsolata a kihaladt járművek számával, ameddig mindig van sorbanálló jármű, és azok akadálytalanul tudnak kihaladni. A kapcsolatot az átbocsátó képesség, azaz a B jelenti. Amennyiben már nincs elegendő sorbanálló jármű vagy torlódás lépett fel, a kapcsolat már nem helyes és az egyenletek fennmaradásához szükséges egy korrekciós x_f tag bevezetése. Ez a tag a rendszer működése szempontjából egy hiba fellépését jelenti, ezért ezt a tagot hibatagnak nevezzük. Az irányítástechnika eszköztára ismer megoldásokat a hibák detektálására, amelyeket hibadetektáló szűrőknek neveznek (ezek összefoglalása később található). Az általam felépített közúti rendszerben a hibatag fellépése leginkább valamilyen torlódás kialakulásra utal, ezért neveztem el torlódási tagnak, a hibadetektáló szűrőt pedig torlódásdetektáló szűrőnek.

A hibadetektáló szűrő olyan rendszerekben terjedt el, amelyek valamilyen szempontból biztonságkritikus funkciókat tartalmaznak. Ezeken a helyeken a szabályozó körökbe hibadiagnosztikai egységeket telepítettek, mert a meghibásodás az egész struktúra biztonságát fenyegeti, ezért egy állandó dinamikus diagnosztikai egységre van szükség. A szabályozó rendszerben felmerülő és detektált hibák hatásának a zárt körben való figyelembe vétele automatizálható folyamat, a hiba hatása az irányítás megváltoztatásával esetenként még ki is küszöbölhető. Az ilyen irányú módosítást a rendszer átkonfigurálásának nevezzük, aminek többféle megvalósítása lehetséges. A hibatűrő irányítási rendszerek működése során a hibák felfedése nem elégséges, mert a rendszer beavatkozást is igényel. Az ilyen követelményeknek eleget tévő dinamikus hibadetektálási algoritmusok az ún. reziduál információ előállítását jelentik. Az algoritmus olyan maradékképzést valósít meg, amelynek során a rendszer dinamikai válaszaiból következtetünk a fellépő hibák idejére és nagyságára. A reziduál dinamikusan figyeli a rendszer válaszait és jelez, ha a hiba bekövetkezik.

A reziduál létrehozására számos módszer létezik, de kizárólag robusztus hibadetektáló algoritmus esetén kaphatunk pontos reziduál információt.

A hibadetektálás célja a hiba felismerése és elkülönítése, figyelembe véve a zavarás hatását is [81], [82], [188]. A geometriai megközelítéseket a 70-es évek elején fejlesztették ki, mint új analitikus modell alapú eszközrendszert (BJDFP). A geometriai megközelítések másik fő csoportja a *Fundamental problem of residual generation* (FPRG) [146] módszer, ahol a hibajelek számának megfelelő reziduál kimenet jön létre. A geometria elveken nyugvó FPRG módszer lehetőséget biztosít robusztus detektálás megfogalmazására is. Az alapmódszer lineáris és LPV rendszerosztályokra való robusztussági kiterjesztését Kulcsár [132] végezte el. A módszer előnye, hogy a reziduálok csak az adott hibairányokra érzékenyek.

A geometriai módszereken túlmenően Mehra [148] sztochasztikus hibadetektálási problémát oldott meg Kalman-szűrési feladatként, a hibákat a hozzájuk tartozó statisztikákkal jellemezve. A rendszer paramétereiben bekövetkező változás detektálására Baseville és Nikiforov [69], [70] publikált megoldást. A hibadetektálás állapotbecslést is jelenthet, amire Clark [91] mutat be példát. Más módszerek a paritás vektorok keresésén alapulnak, majd azok által generálható a reziduál, amit Mironovski (1979) írt le és később ebből komoly eredmények születtek [114].

A sztochasztikus hibadetektáló algoritmusok között paraméterbecslő eljárásokat is találunk, amelyek a 80-as évektől kezdődően jelentek meg. Először Isermann [125] írta le a megközelítést, majd többen nem-megfigyelhető bemeneti paraméterek becslésére identifikációs algoritmusokat dolgoztak ki.

A hibadetektáló szűrő robusztusságával, a nem-megfigyelhetőségi állapotbecslők kiterjesztésével Frank [109] foglalkozott, majd a robusztussági hibadetektálást sajátérték allokációs feladatként oldották meg [167]. Frekvenciatartománybeli hibadetektálási feladatot oldott meg Edelmayer, Bokor és Keviczky [101].

Az általam használt hibadetektáló szűrő a geometriai megközelítést használó FPRG módszer. A módszer képes elkülönülten érzékelni a hibákat diszkrét rendszerekben is. A szűrő tervezésének alap gondolata az a feltételezés volt, hogy a kihaladt járművek száma megegyezik a kivezérelt u szabadjelzés és a B átbocsátó képesség szorzatával. A valóságban azonban az átbocsátó képesség helytelen megválasztása, vagy a valamilyen okból bekövetkező torlódás miatt a ténylegesen kihaladt x_{real} járművek száma eltér. A különbséget a torlódás mértékére jellemző információnak neveztem el, amely egy egyenlethiba, a gyakorlatban pedig a kihaladni nem képes járművek számával azonosítható:

$$x_{opt} = Bu = x_{real} + x_f \quad (3.24)$$

Ha az x_f reziduál értéke pozitív, akkor torlódás esete áll fent, ha az értéke negatív, akkor több járműnek sikerült kihaladni, mind azt az ideális esetben feltételeztük. Nézzük az alábbi diszkrét lineáris időinvariáns rendszert, ahol az egyenlethibát additív tagként modellezzük:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + G_w w_k + \sum_i L_i m_{ik} \\ y_k &= Cx_k + v_k \end{aligned} \quad (3.25)$$

ahol w_k az állapotzaj $N(0, \sigma_w)$ az állapotzaj dimenziója $m_G = (w_k)$, v_k pedig a sztochasztikus mérési zaj $N(0, \sigma_w)$. A két zajról feltételezzük, hogy függetlenek. Az L_i az additív hiba iránya, az m_{ik} a bementi hibajel, $m_{ik} \in M$ és $m = \dim(M)$. A diszkrét esetben a megoldás csak akkor létezik, ha az A mátrix invertálható, valamint a rendszer megfigyelhető.

A torlódásdetektálást minden helyzetjelző vonal előtti járműsorban végre kell hajtani. A hibairányok tehát logikailag az egyes járműoszlopokhoz kapcsolhatók, amiből következik, hogy

$L = [L_1, L_2, \dots, L_N]$, ahol N a járműoszlopok száma, ami az állapotok számával egyezik meg. Az L_i egységvektor, így az első járműoszlophoz tartozó vektor: $L_1 = [1, 0, \dots, 0]$ alakú.

Amennyiben a hibadetektáló szűrő megoldási feltétele teljesül, akkor a reziduál meghatározható. A hibadetektáló szűrő ekkor egy nem teljes rendű állapot-megfigyelő, és a diszkrét idejű lineáris esetre az alábbi módon írható fel:

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= Fz_k - Ey_k + \bar{D}u_k \\ r_k &= Mz_k - Hy_k \end{aligned} \quad (3.26)$$

ahol r a reziduál értéke, (amely az x_f várható értéke), z a szűrő állapota, az F, E, D, M, H paramétermátrixok pedig a rendszer folytonos idejű FPRG hibadetektáló szűrő mátrixainak diszkrét idejű megfelelői.

A közúti kereszteződés dinamikai egyenlete a következő szerint írható fel a (3.20) alapján:

$$x(k+1) = Ax(k) + \begin{bmatrix} I & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{be}(k) \\ u_k(k) \end{bmatrix} + v_q(k) + x_f(k) \quad (3.27)$$

$$y_k = Cx_k + v_y(k) \quad (3.28)$$

Az így átalakított egyenletből a hibadetektáló szűrőnek az A, B, C mátrixra és az L_i vektorokra van szüksége.

A valós rendszer sajátosságaiból következik néhány korlátozás a ténylegesen kihaladt járművek számára vonatkozóan:

$$\begin{aligned} x_{\text{real}}^{\max} &= x + x_{be} \\ x_{\text{real}}^{\min} &= 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

A fentiekből következik, hogy a torlódott járműszámra is fent állnak természetes korlátok:

$$|x_f^{\min}| = |x_f^{\max}| = |x + x_{be}| \quad (3.30)$$

A torlódásdetektáló szűrő jelenleg nem veszi figyelembe a becslési folyamat során a fent leírt korlátokat, mert a feltételek mellett végzett hibadetektálás módszere még nem teljesen kidolgozott.

A torlódásdetektáló szűrő által szolgáltatott értéket az erősítésnek megfelelően módosítani kell. Ehhez ismernünk kell a diszkrét zárt rendszer állandósult állapotbeli erősítését:

$$G_i(z) = M_i(zI - A_{0,i})^{-1}L_i \quad (3.31)$$

Az állandósult állapotbeli erősítésre azért van szükség – amely csak lineáris esetben lehetséges – mert így a becsült kimeneten a nem mért jel amplitúdója (a tranziensek után, állandósult állapotra vonatkoztatva) pontosan visszaadható. A tranziensek gyorsaságát a hibadetektáló szűrő F mátrixának sajátértékeivel befolyásolhatjuk. Feltételezzük, hogy:

$$t \rightarrow \infty \Leftrightarrow s \rightarrow 0 \Leftrightarrow z \rightarrow 1 \quad (3.32)$$

akkor adódik, hogy a detektáló szűrő kimenetén kapott értékeket az alábbi tag inverzével kell skálázni:

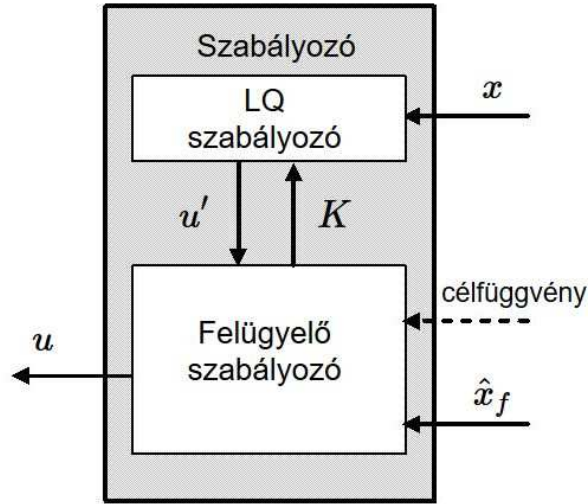
$$\text{gain}_i = \lim_{z \rightarrow 1} G_i(z) = M_i(I - A_{0,i})^{-1}L_i \quad (3.33)$$

A hibadetektáló numerikus megvalósítására jól használható eszköz nem áll rendelkezésre, ezért a megoldást le kell programozni.

3.2.4. Jelzőlámpa szabályozás torlódásdetektáló szűrővel

A 3.9 ábra mutatja a torlódásdetektáló szűrővel kiegészített szabályozás módszerét, ahol a "Szabályozó" egységet további két részre lehet bontani. A szabályozó tartalmaz egy alap LQ algoritmust, és felette álló felügyelő szabályozót. A 3.10 ábra a szabályozó belső felépítését mutatja.

A felügyelő szabályozó minden lépésben megkapja a torlódásdetektáló szűrő által meghatározott $\hat{x}_f(k)$ értékeket és a kiegészítő célfüggvényt. A célfüggvénynek megfelelően a (3.22) vagy a (3.23) egyenlet alapján kerül kiszámításra a beavatkozó jel, azaz a szabad jelzés idő vektora. Ha a célfüggvény szerint csak egy minimális zöld jelzés kivezélését kell megtenni, akkor a (3.22) alapján kiszámított új zöldidő kivezélésére kerül sor és figyelmen kívül kell hagyni az LQ által számított szabad jelzés vektort. Ha módosítani kell B mátrix értékét, akkor a (3.23) alapján kapott új mátrix segítségével az LQ visszacsatolás K értékét is újra kell számítani.



3.10. ábra. A jelzőlámpa szabályozó belső felépítése

Az LQ szabályozási feladatot a következők alapján fogalmazhatjuk meg: a mért járműszámok ismeretében és az átbocsátó képességek alapján kell a szabad jelzések időtartamát úgy kiszámítani, hogy a következő lépésben a lehető legkevesebb legyen a sorban álló járművek száma az egyes ágakban. A kvadratikusan funkcionált az alábbi alakban írható fel:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K \left[x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \right] \quad (3.34)$$

ahol x a sorban álló járművek számát tartalmazó vektor, az u a szabad jelzésidőket tartalmazó vektor, a Q és az R súlyozó mátrixok. A szabad jelzésidő a (3.13) egyenlet alapján a teljes zöldidő és a piros-sárga átmeneti jelzésidő idejének az összege, de lehet egy relatív érték is, ami egy nominális zöldjelzéstől való eltérést jelent. A szabályozó a (3.34) egyenlet szerinti kvadratikusan funkcionált minimalizálja, amelyet egy konstans K visszacsatolással valósít meg. A szabad jelzésidőket a visszacsatolt állapot és a K mátrix segítségével kapjuk meg:

$$u(k) = -K(k)x(k) + r(k) \quad (3.35)$$

A funkcionálban szereplő Q és R mátrixok meghatározása alapvetően befolyásolja a szabályozásminőségét, ezért azokat hangolni kell. A Q kezdő értéke lehet az adott állapot x maximális értéke négyzetének a reciproka, az R a kimeneten mért y szórásának a négyzete.

Az LQ szabályozó algoritmus numerikus megvalósítása nem jelent problémát, a hibadetektáló szűrő programozása már összetettebb feladat. Az igazi problémát azonban mégis a szabad jelzésidőre, mint beavatkozó jelre felírt korlátok teljesítése jelenti:

$$\begin{aligned} T_{\min} \leq u(i) \leq T_c - (N - 1)T_{\min} \quad i = 1 \dots N \\ \sum_{i=1}^N u(i) \leq T_c - T_{\text{veszteség}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

ahol N a szabályozott sorhosszak száma, T_c a periódusidő, $T_{\text{veszteség}}$ a veszteségidő, amely a közbenső időkből tevődik össze. A forgalomirányító berendezések működésének sajátosságából adódóan a beavatkozó jelet az egész számok halmazán kell keresni.

A szabályozó kimenete a szabad jelzésidőket tartalmazó vektort, amely megmutatja az egyes járműsorok, és ezzel összefüggésben a jelzőcsoportok szabad jelzéseinek számított hosszát, de nem tartalmazza azok elhelyezkedését a perióduson belül. A szabad jelzésidőt ettől a lépéstől felbonthatjuk zöldidőre és a piros-sárga átmeneti jelzések időre.

A fázisterv előállításánál során először fel kell állítani a zöldidők és fázisidő közötti egyenlőségeket. Legyen $t_A, t_B, t_C \dots$ sorozat a fázisok hosszát tartalmazó idősorozat, és legyen $t_1, t_2, t_3 \dots$ sorozat a jelzőcsoportok zöldidőinek az összege. A felállított egyenletek több megoldást is adhatnak. A feladatot lineáris programozással oldhatjuk meg, több megoldás esetén keressük azokat a megoldásokat, ahol a fázisidőnek maximuma van. A számításnál szükséges a fázisok közötti minimális idők ismerete is, amelyeket a kereszteződésre felállított közbenső idő mátrixból kapunk.

A következő lépés a fázisidők és a ciklusidő hosszának összerendelése, ahol a ciklusidőt előre meghatározott konstansnak tekintjük ($T_{\text{ciklusidő}}^{\text{tényleges}}$). A lineáris programozás eredményeként kapott fázisidő sorozat és a fázisok közötti közbenső időkre igaz az, hogy:

$$\begin{aligned} \sum_{i=A}^W t_i^{\text{fázis}} + \sum_{i=A}^W t_i^{\text{közbenső}} = T_{\text{számított}}^{\text{ciklusidő}} \\ T_{\text{számított}}^{\text{ciklusidő}} \leq T_{\text{tényleges}}^{\text{ciklusidő}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Amennyiben a számított ciklusidő kisebb vagy egyenlő, akkor telítetlen esetről beszélünk; ha nagyobb, akkor telített szituáció van. Telítetlen esetben a fázisidőket arányosan megnyújthatjuk a tényleges ciklusidő hosszára, telített esetben viszont a fázisidőket arányosan csökkenteni kell, ami azonban biztos feltorlódáshoz vezet a sorbanálló járművek között.

Az utolsó lépésben a fázisidők, a közbenső idők és a fázisok sorrendje alapján egyértelműen meghatározhatók az összes jelzőcsoport jelzéseként váltási időpontjai, azaz a jelzésterv.

3.3. A célforgalmi mátrix korlátozások mellett végzett becslése

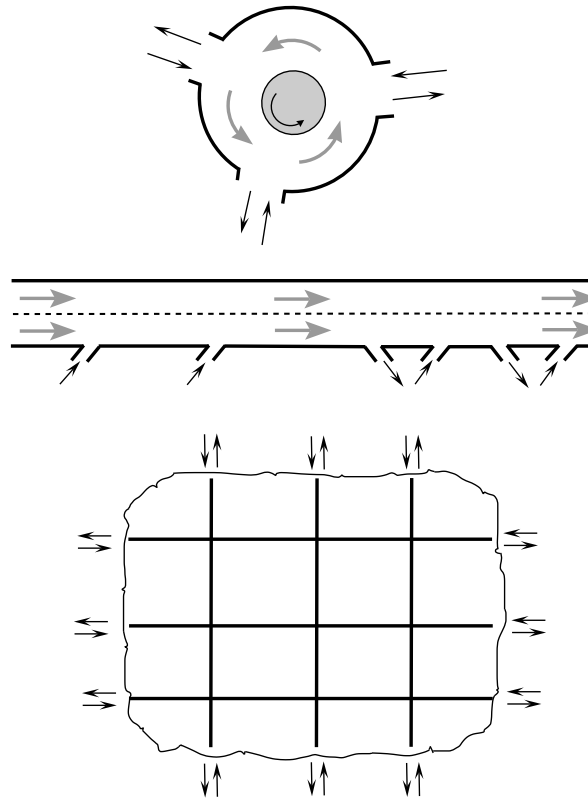
3.3.1. A célforgalmi mátrix

A járműforgalom pontos megismeréséhez és modellezéséhez nem elegendő az adott útszakasz forgalomtechnikai paramétereinek és változóinak ismerete. Az útszakaszból származó információk leképezik ugyan a járműforgalom térbeli időbeli lefolyását, de nem adnak támpontot a

útszakaszok közötti kapcsolatokról. Ehhez egy összetettebb leírás szükséges, amit honnan-hová mátrixnak vagy célforgalmi mátrixnak hívunk, és ismerete alapvető fontossággal bír a hálózatok forgalmi leképezésében.

A célforgalmi mátrixot szakirodalomban honnan-hová mátrixnak nevezik és az angol terminológiának megfelelően OD (origin-destination) rövidítést használják rá [157]. Az OD mátrix a vizsgált közúti közlekedési rendszerben keletkező közlekedési igényeket írja le a bemenetek és a kimenetek között, figyelembe véve a közlekedő mennyiségek irányultságait is [79]. A célforgalmi mátrix másik elnevezése a közlekedési igénymátrix, amely az adott bemeneten jelentkező, adott kimeneti irányultságú közlekedési igények leírására utal.

Az OD mátrix felhasználása sokrétű lehet, az egyszerű kereszteződések és körforgalmak forgalmi viszonyainak leírásától kezdve egy gyorsforgalmi úthálózat be- és kimeneti kapcsolatainak feltérképezésén át egészen egy nagyváros forgalmi folyamatainak a megismeréséig (3.11 ábra). A honnan-hová információ előállítás az egyik legfontosabb modellezési alapeljárás a forgalmi, közlekedési rendszerek leírásában.



3.11. ábra. A honnan-hová információ értelmezése lehatárolt közúti rendszerekben (körforgalom, autópálya, város)

A célforgalmi mátrix oszlopai és sorai a vizsgálni kívánt közlekedési hálózatot képezik le: a sorok a bemeneteket, az oszlopok a kimeneteket. A mátrix egyes elemei, cellái az adott bemenet-kimenet pár kapcsolatát mutatják. A 3.3.1 táblázat szemlélteti az OD mátrix struktúráját egy m kiindulási- és n célállomással rendelkező hálózat esetére.

Irányok (be/ki)	1	...	i	...	n
1	$x_{11}(k)$	...	$x_{1i}(k)$	...	$x_{1n}(k)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
j	$x_{j1}(k)$	...	$x_{ij}(k)$	...	$x_{jn}(k)$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
m	$x_{m1}(k)$	...	$x_{mi}(k)$	...	$x_{mn}(k)$

3.1. táblázat. Az OD mátrix szerkezete

3.3.2. A célforgalmi mátrix klasszikus becslése

A célforgalmi mátrix mérése a hagyományos forgalomszámláló rendszerekkel nagyon nehézkes, gyakorlatilag lehetetlen, ezért előállítására többfajta klasszikus becslési módszert dolgoztak ki ([63]). Általánosságban a célforgalmi mátrix előállításához a klasszikus közlekedésmérnöki eljárás során a vizsgált területet – súlyponttal jellemzett – zónákra osztják ([133]). A zóna tartalmazhat egy vagy több egymás melletti kereszteződést is. A közlekedési folyamatot a hálózaton belül irányított gráfokkal írják le, amelyek a zónák súlypontjait kapcsolják össze. A gráfok élei és csomópontjai tehát a zónák kapcsolatát szemléltetik. Az OD mátrix becslési eljárást az ún. forgalmi ráterhelés (traffic assignment) kell, hogy megelőzze. A ráterhelés célja, hogy meghatározza a zónák közötti lehetséges útvonalak megoszlását. A különböző útvonalak használatának arányát egy P (ún. ráterhelési) mátrixszal jellemezzük. A mátrix p_{ij}^a eleme – i és j zóna (kereszteződés) között – az a útvonalat választók arányát jelenti:

$$0 \leq p_{ij}^a \leq 1. \quad (3.38)$$

Amennyiben ismerjük $[p_{ij}]$ ráterhelési mátrixot valamint az $[x_{ij}]$ OD mátrixot is, meghatározhatók a hálózat útszakaszaira (gráfok éleire) vonatkozó forgalomnagyságok:

$$q^a = \sum_{ij} p_{ij}^a x_{ij}, \quad a \in A, \quad (3.39)$$

ahol A a hálózat útszakaszainak halmaza.

Amennyiben A halmaz szakaszainak összes q^a forgalomnagysága és p_{ij}^a eleme ismert, az OD mátrix kiszámítható a (3.39) egyenletrendszer megoldásával. Azonban a gyakorlatban általában csak $\hat{A} \subseteq A$ halmaz szakaszainak $\hat{q}^a$ forgalomnagysága és p_{ij}^a terhelése ismert. Ez esetben a (3.39) egyenletrendszer erősen alulhatározott: több eleme van a célforgalmi mátrixnak, mint amennyi útszakasz, amiről mérés áll rendelkezésre. Ekkor a célforgalmi mátrix kiszámítása optimalizálási feladatként oldható meg további – az utazási szokásjellemzőkre vonatkozó – statisztikai adatok felhasználásával. Ehhez szükséges egy $[\hat{x}_{ij}]$ kiindulási OD mátrix, amely készülhet statisztikai alapon, vagy lehet egy régebbi célforgalmi mátrix is.

A módszerek abból indulnak ki, hogy – amennyiben adott $[\hat{x}_{ij}]$ kiindulási OD mátrix – az $F_1(x, \hat{x})$ függvény minimalizálásával jól közelíthető a valós $[x_{ij}]$ célforgalmi mátrix. Továbbá a keresett $[x_{ij}]$ -nek olyannak kell lennie, hogy a rendelkezésre álló $\hat{q}$ mért forgalomnagyságok és a becsült q értékek közötti különbség minimális legyen. Ezt egy $F_2(q, \hat{q})$ célfüggvény minimalizálásaként lehet matematikailag formalizálni, a ráterhelési korlátok betartása mellett. Az OD mátrix kiszámításának problémája tehát a következő általános optimalizálási feladatként írható

fel:

$$\begin{aligned} \min \quad & F(x, q) = \gamma_1 F_1(x, \hat{x}) + \gamma_2 F_2(q, \hat{q}), \\ & q = \text{assign}(x), \\ & q, x \geq 0, \end{aligned} \quad (3.40)$$

ahol az $\text{assign}(x)$ korlátozás az $[x_{ij}]$ alapján történő forgalmi ráterhelést (assignment) jelenti. A γ_1 és γ_2 súlyozó tényezők. Amennyiben $[\hat{x}_{ij}]$ kiindulási OD mátrix pontos, γ_1 -nek nagyobbnak kell lennie γ_2 -nél. Ekkor végeredményként $[\hat{x}_{ij}]$ -hez közeli $[x_{ij}]$ -t kapunk, azaz a q és $\hat{q}$ közötti nagyobb eltérések megengedettek. Másrésről, amennyiben $\hat{q}$ forgalmi mérések megbízhatóbbak a $[\hat{x}_{ij}]$ -hez képest: $\gamma_2 > \gamma_1$.

Az OD mátrix becslésére vonatkozó klasszikus módszerek az F_1 és F_2 függvények megfogalmazásában térnek el, alapjában két fő kategóriába csoportosíthatók (a modell alapú módszerek és statisztikai megközelítésen alapuló módszerek).

A legalapvetőbb modell alapú módszer során [183] a (3.40) problémában felírt F_1 függvény a következőképpen definiált:

$$F_1 = \sum_{ij} x_{ij} \ln \left(\frac{x_{ij}}{\hat{x}_{ij}} \right), \quad (3.41)$$

míg (3.40)-ben F_2 függvényt nullának tekinti. A (3.41) összefüggést minimalizáló és a ráterhelési korlátozásokat betartó OD mátrix a következőképpen írható fel:

$$x_{ij} = \hat{x}_{ij} e^{\lambda_1 p_{ij}^1 + \lambda_2 p_{ij}^2 + \dots + \lambda_A p_{ij}^A}, \quad (3.42)$$

ahol λ_i a (3.39) egyenletnek megfelelő Lagrange szorzókat jelenti. A (3.42) kifejezés csak arányos ráterhelési módszer esetén használható, azaz, amennyiben p_{ij}^a konstans.

A módszernek számos továbbfejlesztett változatát publikálták később ([191, 106, 107]), amelyek előnye, hogy képesek figyelembe venni a forgalmi torlódást és egyéb időben változó paramétereket. Lineáris-logaritmikus becsléseket alkalmaztak Bell [72], ill. Van Zuylen és Willumsen [191].

Az OD mátrix becslésének statisztikai módszerekkel történő megoldásának egyik legfontosabb módszere a *Maximum likelihood becslés*. A módszer a legnagyobb valószínűség elve alapján statisztikai alapokon közelíti meg az OD mátrix becslését. Az eljárás során a rendszer sztochasztikus megfogalmazása kerül előtérbe, ahol a célforgalmi mátrix elemeit zajjal terhelt módon írjuk le. Ekkor a rendelkezésre álló kiindulási OD mátrix elemeire írható:

$$\hat{x}_{ij} = x_{ij} + \eta_{ij}, \quad (3.43)$$

ahol η_{ij} a valós x_{ij} -től való sztochasztikus eltérést reprezentáló zaj. A forgalmi változók mérése szintén valószínűségi alapon kezelhető, a mérési adatok is zajjal (ϵ^a) terhelték, vagyis:

$$\hat{q}^a = q^a + \epsilon^a. \quad (3.44)$$

A célforgalmi mátrix ún. likelihood függvénye a következőképpen definiált:

$$\mathcal{L}(\hat{x}_{ij}, \hat{q}^a | x_{ij}) = \mathcal{L}(\hat{x}_{ij} | x_{ij}) \mathcal{L}(\hat{q}^a | x_{ij}), \quad (3.45)$$

ahol figyelembe vettük, hogy az $[\hat{x}_{ij}]$ mátrix elemei függetlenek $\hat{q}^a$ mérési adatoktól és így a keresett feltételes valószínűség két részhalmaz valószínűségének szorzatára bontható [184]. A maximum likelihood becslés során maximalizálandó az $\mathcal{L}(\hat{x}_{ij}, \hat{q}^a | x_{ij})$ feltételes valószínűség, vagyis a módszer a célforgalmi mátrix elemeinek, adott mérési adatok melletti leginkább valószínű becslését jelenti.

A másik ismert statisztikai becslési módszer a Bayes módszer, amely során a kiindulási OD mátrixot a keresendő $[x_{ij}]$ mátrix *a priori* valószínűségi függvényeként kerül definiálásra, vagyis: $P(x_{ij})$. Amennyiben a mérési eredményeinket $[x_{ij}]$ -re vonatkozó másik információforrásként tekintjük, akkor megadható $\mathcal{L}(\hat{q}^a | x_{ij})$ valószínűsége. A cél az *a posteriori* valószínűség kiszámítása, amely a következő módon közelíthető:

$$f(x_{ij} | \hat{q}^a) \approx \mathcal{L}(\hat{q}^a | x_{ij}) P(x_{ij}). \quad (3.46)$$

Az $f(x_{ij} | \hat{q}^a)$ függvény természetes alapú logaritmusát véve megkereshető maximuma, azaz megvizsgálható, hogy mi a legvalószínűbb *a posteriori* valószínűség. Keressük tehát azokat az x_{ij} -ket, melyek maximalizálják $\ln(f(x_{ij} | \hat{q}^a))$ kifejezést. A (3.46) összefüggés első (forgalomszámlálás) tagjára általában Poisson vagy normál eloszlást feltételeznek [133], így a $\mathcal{L}(\hat{q}^a | x_{ij}) P(x_{ij})$ logaritmus felírható. A $P(x_{ij})$ valószínűségi függvény logaritmus, normál eloszlást feltételezve pedig a következő alakú:

$$\ln P(x_{ij}) = - \sum_{ij} \left(x_{ij} \ln \left(\frac{x_{ij}}{\hat{x}_{ij}} \right) \right) + c. \quad (3.47)$$

A Bayes technika célforgalmi mátrix becslésére való alkalmazását bővebben [145] tárgyalta.

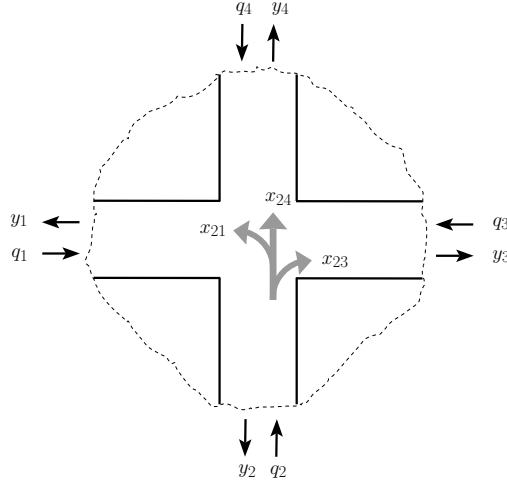
3.3.3. A célforgalmi mátrix becslése állapot térben

Az állapot tér elmélet szerinti megközelítésben a közlekedési folyamatok paramétereit és változóit állapotbecslő segítségével tudjuk becsülni. Ez a felismerés vezetett oda, hogy az OD mátrix becslésére is felhasználják az állapotmegfigyelőt. A bemutatott likelihood módszerekkel párhuzamosan kezdték alkalmazni a Kalman szűrőt (A függelék) is a fordulási ráta dinamikus becslésére. A Kalman szűrőt korábban sikeresen alkalmazták a legtöbb mérnöki területen, jelentőségét a közlekedésben először Szeto és Gazis ismerte fel, és publikálta ([185]). A korai munkákban egyszerű kereszteződésben vizsgálták a célforgalmat, ami ott a fordulási rátákkal egyezik meg, erről Cremer, Keller [92, 93], valamint [157] Nihan publikáltak. A fordulási ráta egy arányszámot jelöl az egyes ágakból kihaladó járműszám függvényében. A sztochasztikus megközelítés bevezetésére is ebben az időszakban került sor Nihan és Davis [156] munkájában.

A következő részben a célforgalmi mátrix becslésének Kalman szűrővel történő módszerét mutatom be. Tekintsük a 3.12 ábrán látható általános, jelzőlámpával irányított kereszteződést. A csomópontra vonatkozó célforgalmi mátrix elemeinek előállítása megegyezik a fordulási ráták értékeinek becslésével. A forgalmi folyamatokat egyszerűek: a bejövő járművek bármely irányban távozhatnak, nincs definiált főfolyam. Feltételezzük, hogy a csomópontban a be- és a kihaladó járművek száma mért. A gyakorlatban a kihaladó ágba ritkán van mérés, azonban ezt a szomszédos kereszteződés behaladó forgalmával – kis elhanyagolással – egyenlővé tehetjük.

A kereszteződés járműáramlási dinamikai leírásában a következő változókat használjuk [15]:

- $q_i(k)$ az adott i irányból a kereszteződésbe behaladó forgalom nagyság a k -adik diszkrét lépésben,



3.12. ábra. Egyszerű kereszteződés fordulási viszonyai

- $y_j(k)$ az adott j irányból a kereszteződésből kihaladó forgalom nagyság,
- $x_{ij}(k)$ a fordulási ráta, azaz a célforgalmi mátrix (3.3.1 táblázat) eleme, amely az adott i irányból behaladó járművek ($q_i(k)$) j irányba kihajtó százalékát adja meg. A modellben a saját irányába visszahaladó járműáram meghatározásának nincs gyakorlati jelentősége, ami így a modellből elhagyható $x_{ii}(k) = 0$ választással.
- $i = 1, 2, \dots, m$ a behaladó, és $j = 1, 2, \dots, n$ a kihaladó ágak száma a kereszteződésben (esetünkben $m = n = 4$),
- $k = 1, 2, \dots, N$ diszkrét lépésköz.

A járműmegmaradás értelmében az összes beáramló jármű száma egyenlő az összes kihaladó jármű számával a vizsgált teljes időtartam alatt:

$$\sum_{i=1}^m q_i(k) = \sum_{j=1}^n y_j(k). \quad (3.48)$$

A járműáramlási modell a következőképpen alakul a kereszteződésben:

$$y_j(k) = \sum_{i=1}^m q_i(k) x_{ij}(k) + z_j(k), \quad (3.49)$$

ahol a kihajtó forgalom mérése minden esetben zajjal terhelt, $z_j(k)$ nulla várható értékű fehér zaj formájában.

A modellben a fordulási ráták dinamikáját egyszerű véletlen bolyongási modellel (random walk model) írjuk le, mert nem ismerjük a fordulási ráta változásának természetét, így véletlenszerű folyamatnak tekintjük a következő sztochasztikus modell alapján:

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + v_{ij}(k), \quad (3.50)$$

ahol $v_{ij}(k)$ az $x_{ij}(k)$ állapotot gerjesztő nulla várható értékű fehér zaj. (3.50) egyenlet alapján tehát zajmentes esetben konstans fordulási rátákat feltételezünk, csakúgy mint a klasszikus

becslési módszerek során is. Azonban $v_{ij}(k)$ zaj bevezetésével, a realitásnak megfelelően lehetővé tesszük $x_{ij}(k)$ időbeli változását.

Vektoros alakra áttérve bevezetjük a következő jelöléseket.

- A rendszer állapotvektorának a fordulási rátákat tekintjük:

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_{11}(k) & \dots & x_{14}(k) & \dots & x_{41}(k) & \dots & x_{44}(k) \end{bmatrix}^T, \quad (3.51)$$

- A $v(k)$ állapotdinamikai zajvektorba $v_{ij}(k)$ elemeket gyűjtjük,
- míg $z(k)$ megfigyelési zajvektorban $z_{ij}(k)$ elemei kerülnek.

Ezekután meghatározható a kereszteződés általánosított állapotter modellje. (3.50) az időben változó rendszer állapotdinamikai egyenleteként, míg a (3.49) a megfigyelési egyenleteként azonosítható a következő alakban:

$$x(k+1) = Ax(k) + v(k), \quad (3.52)$$

$$y(k) = C(k)x(k) + z(k). \quad (3.53)$$

A $v(k)$ és $z(k)$ zajokról feltételezzük, hogy kielégítik a Kalman szűrő sztochasztikus hipotéziseit. Az A rendszermátrix (3.50) alapján konstans egység mátrix, míg bemenőjel hiányában a $B(k)$ mátrix nem jelenik meg a rendszer állapotdinamikájában. $C(k)$ struktúrája (3.49) alapján írható, melyben $q(k)$ értékei jelennek meg:

$$C(k) = \begin{bmatrix} q_1 & & q_2 & & q_3 & & q_4 \\ & \ddots & & \ddots & & \ddots & \\ & & q_1 & & q_2 & & q_3 \\ & & & \ddots & & \ddots & \\ & & & & q_3 & & q_4 \end{bmatrix}. \quad (3.54)$$

A fizikai tartalom alapján tehát $C(k)$ a bejövő ágakban mért járműszámot reprezentálja. Amennyiben a vizsgált közlekedési részrendszer nem egy csomópont, hanem körforgalom vagy autópálya szakasz felhajtókkal, ill. lehajtókkal, akkor a rendszermodell eltérő, de a becslés menete hasonló. Egy egyszerű kereszteződés célforgalmi mátrixának konkrét becslési példája látható a B függelékben.

3.3.4. A célforgalmi mátrix korlátozások mellett végzett becslése

A korábbi fejezetekben láthattuk, hogy a célforgalmi mátrix Kalman szűrővel történő becslése esetén, a fordulási ráták időben lecsengő hibával becsülhetőek. Ugyanakkor a technika hátránya, hogy a dinamikai rendszerre vonatkozó korlátozásokat nem képes kezelni. Ez a probléma a gyakorlatban akkor jelentkezik, amikor a becsült értékek közel kerülnek az állapotváltozók fizikai korlátaikhoz. A problémára megoldást adhat a korlátozások mellett végzett "mozgó ablakos" vagy "mozgó horizontú" MHE – constrained Moving Horizon Estimation (cMHE) – állapotbecslés, amely közvetlenül alkalmazható a közúti közlekedési folyamatok paramétereinek becslésére. A cMHE technika kiválóan alkalmas a célforgalmi mátrix előállítására is, nemcsak egyszerű kereszteződésekben, hanem körforgalomban és autópálya szakaszokon is jól használható. A mozgó időhorizontú megoldás következtében a módszer alkalmas olyan esetekben is, amikor ugyan az alapösszefüggések fennállnak, de a behajtás és kihajtás között több mintavételi időtartam is

eltelhet. Tipikusan ilyen problémával találkozunk a gyorsforgalmi utakon történő folyamatok megfigyelésénél. Míg egyszerű kereszteződésben és körforgalomban egy lépésben lezajlik a behajtó és a kihajtó áramlatok közötti célforgalmi információ összerendelése, addig a gyorsforgalmi utakon a bemeneten megjelenő jármű csak egy meghatározott idő múlva ér el valamelyik kihajtó ághoz. Ennek kiküszöbölésére az első és legkézenfekvőbb megoldás a mintavételi idő növelése, amivel azonban a becslés elveszítheti a dinamikus, valós idejű tulajdonságát. A másik megoldás a vizsgált útpálya feldarabolása kisebb szakaszokra. Ennek hátránya, hogy csak egy szakaszon belül tudunk honnan-hová információt meghatározni, az egész rendszerre már nem. Egy harmadik lehetőség, hogy a járművek sebesség adataiból egy olyan középsebességet számolunk, amelyet az egész homogén járműfolyammal azonosítunk, és így a távolságokból már kiszámítható a késleltetési idő, amíg egy jármű a felhajtástól számítva a kimeneten megjelenik. Egy további megközelítésben [202] mozgó idejű koordinátarendszer felállítását javasolta, aminek lényege, hogy a járművek térben és időben különböző pályagörbéken mozognak úgy, hogy azok egymást nem metszik (tehát előzés nincs), és a követési időközök egy megadott időhatáron belül maradnak. Azokat a járműveket, amelyek a feltételeket nem teljesítik, egy modellhibával jellemezzük.

A mozgó időhorizontú becslés eljárását először [187], később Know, Buckstein és Kailath ([129]) is alkalmazta. A mozgó időhorizontú állapotbecslés a Kalman-szűrőhöz hasonlóan múltbeli adatok felhasználásával végzi a zajos rendszer becslését (simítást, szűrést vagy előrebecslést). A sztenderd, lineáris Kalman-szűrőhöz képest az MHE egyik fő különbsége, hogy képes korlátozások kezelésére. Több kutató is foglalkozott a korlátozások melletti becsléssel, közöttük de Souza, Gevers, Goodwin ([98]) majd [76] megmutatta az egyértelmű megfeleltetést a korlátos becslési és szabályozási feladat között. A statisztikai alapon nyugvó optimális nemlineáris becslési megközelítést [78] írta le. Muske, Rawlings és Lee [103] a mozgó ablakos eljárás rekurzív módon való megfogalmazását mutatta meg, majd a stabilitást a dualitás segítségével Muske és Rawlings ([149]) bizonyította be. Marquardt a skálázási lehetőségeket vizsgálta korlátozások mellett. Tyler és Morari általános stabilitási problémát fogalmazott meg és mutatott be ([188]) a mozgó ablakos becslés tekintetében. Számos gyakorlati felhasználás született, főleg a vegyipari alkalmazások területén. [105] az ablakok közötti váltást mutatja be. Bemporad, Morari, Mignone, Tyler hibrid rendszerek tekintetében alkalmazta a mozgó ablakos becslést. [174] összefoglaló munkájában sztochasztikus megközelítésben foglalja össze a módszert.

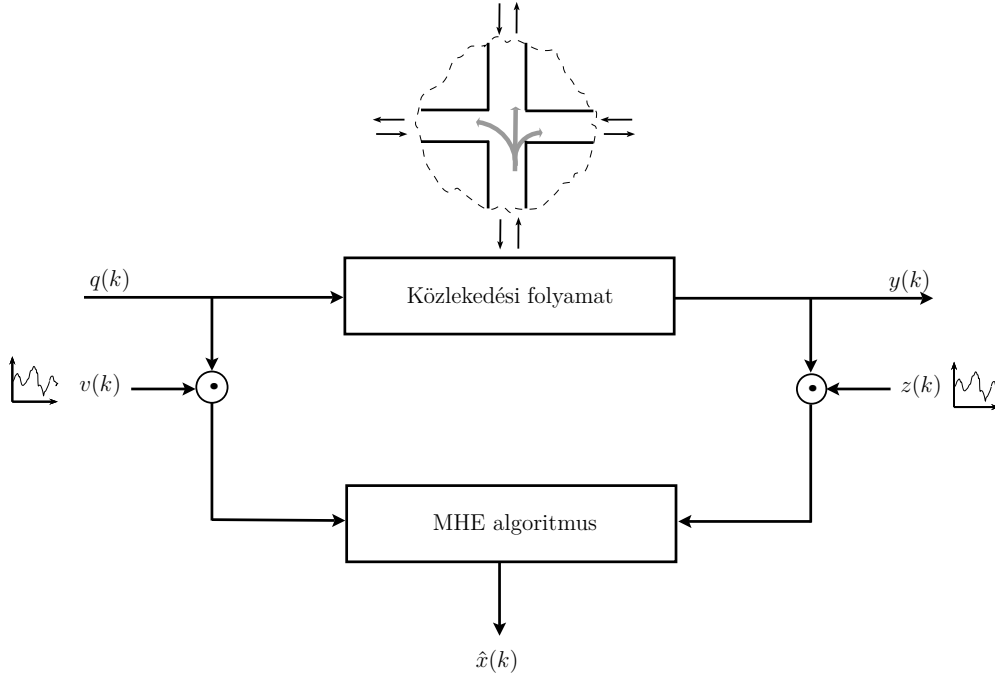
Az MHE módszer alkalmazását a közúti közlekedésben a célforgalmi mátrix becslésére először én vetettem fel ([16], [53]). Az MHE becslő és közlekedési rendszer struktúráját a 3.13 ábra mutatja be. A célforgalmi mátrix fordulási rátáinak becslése esetén a mért $q(k)$ bemenő forgalom és az $y(k)$ mért kimenő forgalmak, $v(k)$ és $z(k)$ zajokkal terheltek.

A módszer részletes bemutatásához induljunk ki az általános, LTI (Linear Time Invariant) dinamikával jellemzett, diszkrét, lineáris rendszerleírásból:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + v(k), \quad (3.55)$$

$$y(k) = Cx(k) + z(k), \quad (3.56)$$

ahol a jelek és a mátrixok értelmezése azonos a 3.3.3 fejezetben leírtakkal. A Kalman-szűrővel történő becslés esetén a $v(k)$ -nak és $z(k)$ -nak nulla várható értékű, normál eloszlású zajoknak kell lenniük ismert szórással. Az MHE technika azonban ennél általánosabb becslési módszer, ahol nem szükséges a statisztikai jellemzők ilyen jellegű megszorítása sem. Emellett az $x(k)$



3.13. ábra. Az MHE állapotmegfigyelő célforgalmi mátrix becslésére

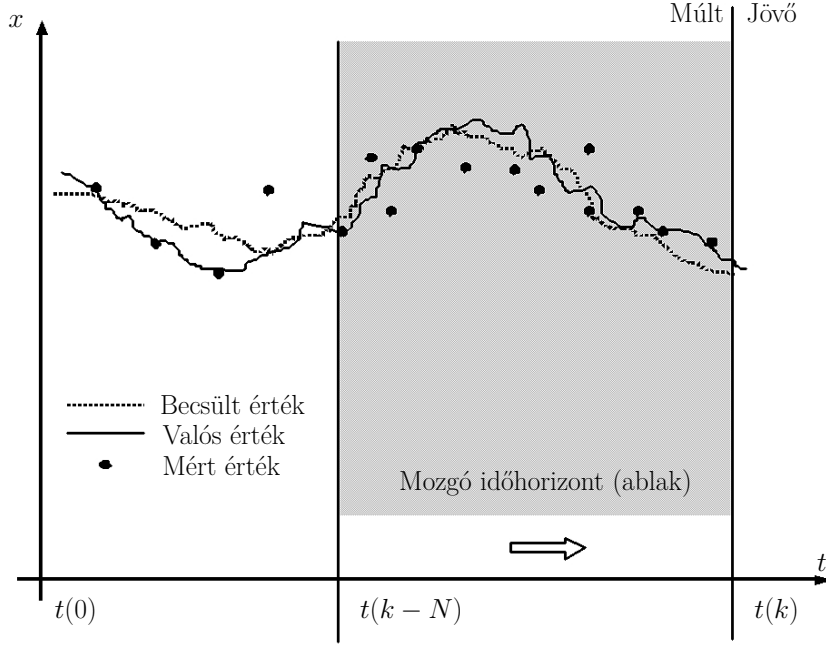
állapotvektorra, illetve $v(k)$ és $z(k)$ zavaró jelekre is korlátozások állhatnak fenn:

$$x(k) \in \mathbb{X}, \quad v(k) \in \mathbb{V}, \quad z(k) \in \mathbb{Z}, \quad (3.57)$$

ahol feltételezzük, hogy $\mathbb{X}$, $\mathbb{V}$ és $\mathbb{Z}$ az origót tartalmazó konvex halmazok.

Az MHE alapgondolata a „batch” eljárásra¹ épül, gyakorlatilag annak egy véges horizontú megvalósítása (a számítási kapacitásigény csökkentése érdekében). Az eljárást a 3.14 ábra szemlélteti, ahol a jelenre vonatkozó becslést - szemben a Kalman-szűrő egy darab múltbeli adatával - N hosszúságú múltbeli adatsorból határozzuk meg. A k időindexszel együtt az N hosszúságú időablak (mozgó horizont) is tovább gördül így mindig csak $k - N$ távolságra tekintünk vissza a múltba.

¹Szó szerinti fordításban kötegetet jelent, ami arra utal, hogy az összes múltbeli mérési adatot felhasználja az aktuális érték becslésére.



3.14. ábra. A mozgó ablakos becslés folyamata

A 3.14 ábrán megfigyelhető, hogy a mért értékek ritkásabbak a becült értékekhez képest. Ez jól tükrözi, hogy a gyakorlatban sokszor csak nagyobb mintavételi idejű mérés áll rendelkezésre. Ettől még viszont a becslés gyakorisága lehet sűrűbb.

A MHE módszer az általa megfigyelt rendszer állapotának ($\hat{x}$) becsléséhez minden diszkrét mintavételi időpontban (azaz $[kT, (k+1)T]$ időközönként) minimalizál egy $J(k)$ funkcionált:

$$\min_{(\hat{x}(j|k), \hat{v}(j|k), \hat{z}(j|k), j=k-N+1, \dots, k-1)} J(k), \quad (3.58)$$

$$J(k) = \sum_{j=k-N+1}^{k-1} \hat{v}(j|k)^T Q^{-1} \hat{v}(j|k) + \sum_{j=k-N+1}^k \hat{z}(j|k)^T R^{-1} \hat{z}(j|k) + \underbrace{(\hat{x}(k-N+1|k) - \bar{x}(k-N+1|k))^T P^{-1} (\hat{x}(k-N+1|k) - \bar{x}(k-N+1|k))}_{J_0}, \quad (3.59)$$

továbbá kielégíti a (3.55) és (3.56) modellegyenletek szerinti dinamikus korlátozásokat:

$$\hat{x}(j+1|k) = A\hat{x}(j|k) + Bu(j|k) + \hat{v}(j|k), \quad j=k-N+1, \dots, k-1, \quad (3.60)$$

$$y(j|k) = C\hat{x}(j|k) + \hat{z}(j|k), \quad j=k-N+1, \dots, k, \quad (3.61)$$

és teljesíti a (3.57) összefüggéseknek megfelelő statikus korlátozó feltételeket is:

$$\begin{aligned} x_{min} &\leq \hat{x}(j|k) \leq x_{max}, \\ v_{min} &\leq \hat{v}(j|k) \leq v_{max}, \\ z_{min} &\leq \hat{z}(j|k) \leq z_{max}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

A fenti optimalizálási feladat megértéséhez először tisztázni kell a benne foglalt jelöléseket:

- a minimalizálást jelző $\min$ alatti paraméterek az optimalizálás végeredményként elvárt ún. döntési változók;
- a változókhoz tartozó $(j|k)$ és $(j+1|k)$ zárójeleket a következőképpen kell értelmezni: a zárójel jobb oldalán lévő k az adott mintavételi időpontot jelzi, a zárójel bal oldalán lévő j vagy $j+1$ pedig a „múltba való visszatekintést” jelenti a j futóváltozónak megfelelően;
- $\hat{x}(j|k)$ a j futóindexnek megfelelő becsült állapotot jelöli;
- $\hat{x}(k-N+1|k)$ a k -edik diszkrét lépésben történő optimalizálásban a legrégebbi állapot becslését jelöli;
- $\bar{x}(k-N+1|k)$ az egy lépéssel korábbi (tehát $k-1$ időben) történt optimalizálás során kapott utolsó állapotbecslés eredménye;
- a $\hat{v}(j|k)$ és $\hat{z}(j|k)$ az optimalizálás által becsült zajok;
- a Q súlyozómátrix a Kalman-szűrőnél is használt állapotzaj kovariancia mátrixa (lásd B fejezet);
- az R súlyozómátrix a Kalman-szűrőnél is alkalmazott mérési hiba kovariancia mátrixa;
- J_0 egy addicionális költségfüggvénytag (az angol szakirodalomban „arrival cost”), amely a a horizont előtti becslést jellemzi és gyakorlatilag a gördülő időablakok „összekapcsolására” szolgál.
- a P súlyozómátrix az állapothiba kovariancia mátrixa, meghatározása történhet tapasztalati úton (hangolással), de akár a Kalman-szűrőben alkalmazott formulák is alkalmazhatók a kiszámításához;
- A $J(k)$ költségfüggvényt a következőképpen tudjuk értelmezni: az első tag azt fejezi ki, hogy az állapotzaj nem haladja meg a feltételezett szintet, a második tagban a mérési adatokra vett illeszkedést írjuk le, míg az utolsó tag a kezdeti érték becslésének valósághoz vett közelségét jellemzi.

Az $\hat{x}(k)$, $\hat{v}(k)$ és $\hat{z}(k)$ jelekre felírt korlátozások következtében a korlátozásokat is kezelő MHE állapotbecslés nem fejezhető ki a Kalman-szűrőhöz hasonló zárt alakban. Megmutatható azonban, hogy $N=1$ horizont választása esetén a nem korlátos MHE becslésből rekurzív állapotbecslő, gyakorlatilag Kalman-szűrő adódik [173].

Az MHE becslés algoritmusa a következőképpen foglalható össze:

Az MHE algoritmus lépései a k -adik lépésben:

1. *Mérés, ami $y(k)$ -t szolgáltatja.*

2. *Az optimalizálás elvégzése a (3.60)-(3.62) korlátok betartása mellett $y(k)$ felhasználásával:*

$$\min_{(\hat{x}(j|k), \hat{v}(j|k), \hat{z}(j|k), j=k-N+1, \dots, k-1)} J(k).$$

3. *Léptetés, azaz az időablak továbbgördítése, majd ugrás a 1. pontba:*

$$k := k + 1.$$

A módszer jól használható a közúti közlekedési folyamatok állapotváltozóinak és paramétereinek korlátozások mellett végzett becslésére, de minimálisan szükséges az infrastruktúrába épített mérőrendszer megléte.

A közúti járműszámláló és mérőrendszerek teljes kiépítésének a gondolata mindig is a forgalomirányítás fő célkitűzése volt, mert ezzel biztosítható a hatékony forgalomfüggő működés, azaz a gyors adaptivitási képesség a forgalom folyamatos változásainak megfelelően. A közlekedési infrastruktúra esetében egy teljesen kiépített, minden adatigényt kiszolgáló adatgyűjtő hálózat kiépítése hatalmas költségeket jelentene, ezért felmerül más adatforrások felhasználásának lehetősége is. A különböző helyen keletkezett, különböző típusú és relevanciájú adatforrások felhasználása a forgalomirányítás számára kézenfekvő, de nem triviális megoldásokat igényel, mert a különbözőség nemcsak a heterogén adattípusok miatt érdekes, hanem minőségi és mennyiségi paraméterek tekintetében is. A forgalmi adatgyűjtés terén az elmúlt évek kutatásai abba az irányba mozdultak, hogy olyan adatforrások, mint pl. a "floating car" adatok, a "hurokdetektoros" mérések, "képfeldolgozáson alapuló" adatok, és a "vezeték nélküli mobilitási" adatok hogyan integrálhatók a forgalomirányítás rendszerébe.

3.4. A járműforgalom becslése mobiletelefon-hálózati események alapján

A mobiletelefon-kommunikáció gyors növekedése újszerű kutatásokat indított el az elmúlt évtizedben. A mobiletelefonok hálózati jelzései értékes információként használhatók fel korszerű közlekedési alkalmazásokban. Az anonim rádiótelefonok helyváltoztatásának megfigyelésével lehetőség nyílik a forgalmi áramlatok, valamint azok útválasztásának meghatározására. A terminálok ilyenformán felfedett nyomai hatékonyan alkalmazhatók méréshez, forgalom-előrejelzéshez, irányításhoz, vagy egyéb alkalmazásokhoz a közúti közlekedés területén. Ha egy mobiletelefon

mozog különböző típusú jelzéseket generálhat a rádiófrekvencia alapú telekommunikáció (GSM) működésének megfelelően. Ezek az események akár helyfüggő szolgáltatások kiszolgáló adataiként is szolgálhatnak [131]. Az utazók által generált események a telekommunikációs rendszert üzemeltető operátor automatikusan érzékeli a bázisállomásokon (adótorony) keresztül. Ezáltal a mobiletelefonok gyakorlatilag olyan detektorokként is felfoghatók, amelyek nem igényelnek hagyományos infrastruktúra bővítést. Ezen a területen a kutatások alapvetően két irányra fókuszálnak. Egyrészt a legfontosabb forgalomtechnikai paraméterek (sebesség, utazási idő, forgalomnagyság, célforgalmi mátrix) mérési és becslési lehetőségeit vizsgálják, másrészt, az intelligens közlekedési rendszerekben (ITS) való felhasználhatóság kutatják (navigációs rendszerek, incidens-detektálás, útdíj-fizetés, utastájékoztató, parkolás-informatika). A forgalomtechnikai változók GSM hálózatban történő mérésének összefoglalóját Cáceres [86] publikálta. Utazó mobiletelefon sebességbecslésére mutatott módszert [166] Kalman-szűrő felhasználásával. Ygnace és kollégái [198] az utazási idő meghatározását vizsgálta autópályán mozgó terminálok alapján. [66] valós idejű technikát ismertetett autópálya forgalomnagyságának és forgalomsűrűségének mérésére. Hellebrandt [121], [120] mobiletelefonok követésére javasolt módszert az egymást követő - bázisállomások által kibocsátott - jelerősségek mérésével. Mobiletelefon alapú célforgalmi mátrix becslésére elsők között White [196] mutatott példát. Hasonlóképpen [88] honnan-hová forgalmakat becsült Bostonban az eredményeket kikérdezéssel adatokkal validálva. Valerio [189], majd Calabrese [87] pedig újszerű, rádiótelefon-hálózat alapú módszereket ismertettek ITS alkalmazásokhoz. Ezen publikációk a lehetséges közlekedési alkalmazások nagy részét lefedik. Ugyanakkor olyan, városi környezetben használható útválasztást becselő módszert nem ismertetnek, amely nem igényel összetett hullámterjedési és 3D-s környezeti modellezést.

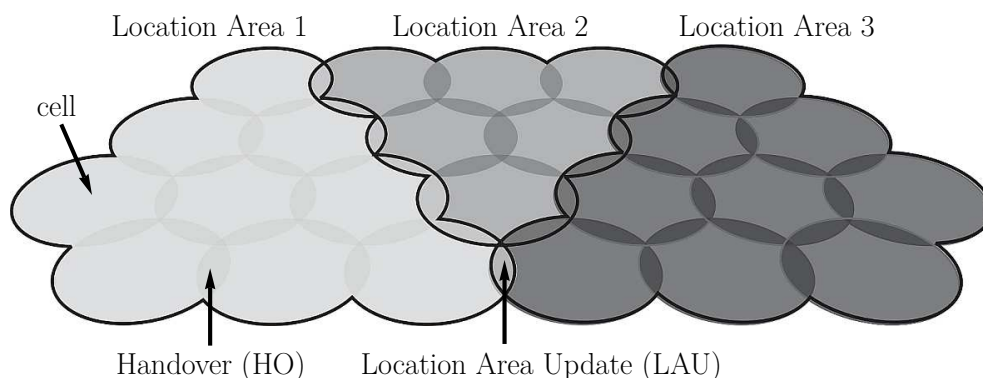
3.4.1. A mobilhálózat jelzéseinek felhasználása

A GSM kommunikációs hálózat bázisállomások által lefedett területi egységekből – cellákból – épül fel. Az adótoronyok fő feladata a rádióhullám alapú kapcsolat fenntartása a terminál és a hálózat között. Egy cella sugarának hossza antenna paraméterektől és hullámterjedési feltételektől függ (néhány száz métertől több tíz kilométerig terjedhet). A cellák ún. Location Area-ba (LA) csoportosulnak (lásd a 3.15 ábra). Amikor egy utazó terminál áthalad a hálózaton különböző jelzéseket indukál a rendszerben. A leggyakrabban előforduló jelzési események az ún. Hand-over (HO) és a Location Area Update (LAU), amelyeket a cellaváltás, ill. a LA-váltás hoznak létre (3.15). HO akkor keletkezik, amikor egy hívásban lévő telefon átirányításra kerül az adott cellából és csatornáról egy másik cellába, ill. csatornára. Idle mód (bekapcsolt telefon, de nincs hívásban) esetén LAU esemény generálódik, amennyiben a terminál átlép egy másik LA-ba.

Mivel a HO/LAU hálózati jelzések automatikusan keletkeznek a rendszerben, nagy lehetőségek bújnak meg ezen adatok további hasznosításában. A lehetséges alkalmazásokat már széles körben kutatják. A jelzési események felhasználásához első körben a megfelelő adatgyűjtés megvalósítása szükséges. Számos monitorozási módszer létezik [190], amelyeket aktív, passzív, kliensoldali, szerveroldali, vagy harmadik fél által kínált megoldásokként osztályoz.

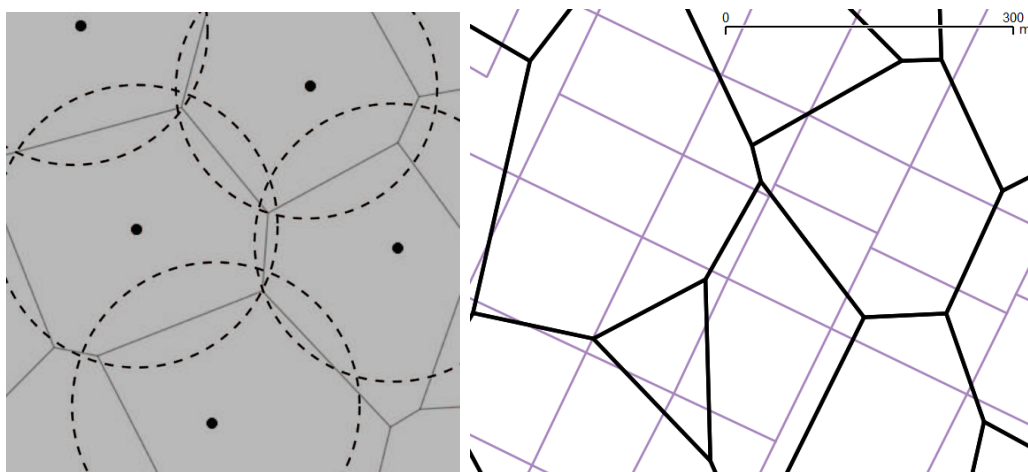
3.4.1.1. Voronoi-Diagram a GSM hálózat modellezésére

A mobiletelefon-hálózat egy egyszerű modellezési módja a térinformatikában jól ismert Voronoi-tesszelláció [67], [89] amely alapján csupán az adótoronyok koordinátái ismeretében megbecsülhetők a cellák által lefedett területek. A Voronoi-tesszelláció az adott kétdimenziós tér konvex



3.15. ábra. A GSM hálózat felépítése (forrás: Küpper, A.:Location-based Services,2005)

sokszögekre való felosztását jelenti n generáló pont segítségével. A Voronoi-cella egy olyan sokszöget jelöl, amelynek az összes belső pontja közelebb van a saját generátor pontjához, mint az összes többi generátor ponthoz. Ebben a koncepcióban pedig a bázisállomások szolgálnak a tesszelláció generátor pontjaiként (3.16 ábra).



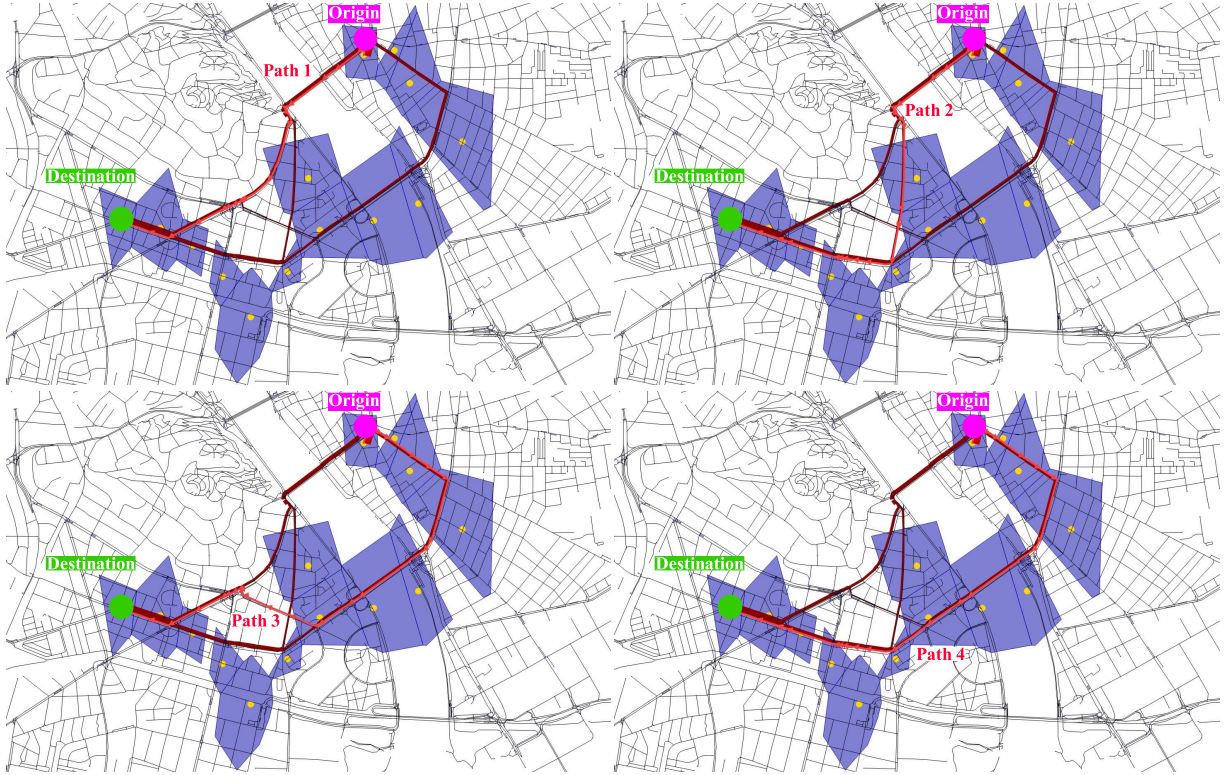
3.16. ábra. GSM-cellák, mint Voronoi-sokszögek, valamint a Voronoi-sokszögek városi környezetben (Budapest V.ker)

A Voronoi-diagram alkalmazásának legfőbb előnye az egyszerűségéből fakad. Ugyanakkor az, hogy minden antenna azonos térerősséggel van figyelembe véve, némi pontatlansághoz is vezethet. A pontosság javítására léteznek módszerek [67], [171], melyek segítségével a különböző jelerősségek figyelembevételével súlyozott Voronoi-diagram állítható elő.

3.4.2. Az útvonalválasztás meghatározása becsléssel

Amennyiben egy mozgó telefon HO/LAU jelzési adatai elérhetőek, akkor az általa bejárt útvonal cellaszinten meghatározható. Az útválasztás azonban nem egyértelmű, különösen városi környezetben, ahol egy darab cella több utat és csomópontot is lefedhet (3.17 ábra), így a cellán belül a valós útvonal kiválasztása nem egyértelmű. További nehézségeket okozhat az események

mérésének bizonytalansága.



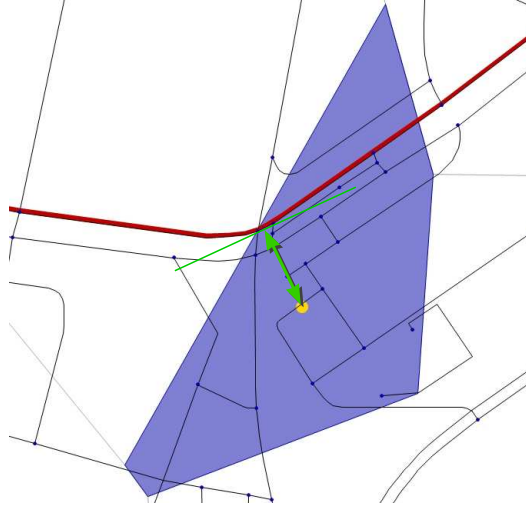
3.17. ábra. A lehetséges útvonalak és az érintett Voronoi cellák kapcsolata

Az útvonal-választási probléma egy lehetséges megoldása [43] a következő. Adott O-D (Origin-Destination) párra elvégzett közlekedési ráterheléssel az utazó útválasztása megbecsülhető a cellákon belül is. A mozgó telefon első és utolsó érintett Voronoi-celláit O-D zónákként értelmezzük. A forgalomráterhelés a célforgalmi mátrix ismeretében végezhető el, ahol feltételezzük, hogy a mátrixot rendelkezésre áll, ha nem akkor pedig becsülhető (3.4.3 fejezet). A feladat a mátrix nélkül is megoldható, akár egy fiktív célforgalmi igény felhasználásával is, hiszen módszerrel az utazási idő szerinti legrövidebb útvonalakat keresi adott O-D pár között. A következő lépés a ráterhelési algoritmus által megtalált utak közül az adott HO-szekvenciához kapcsolódó, legvalószínűbb útvonal kiválasztása. A cellákat $i = 1, 2, \dots, m$ és az útvonalakat $j = 1, 2, \dots, n$ indexeléssel jelöljük. A módszerben a cellák és a potenciális útvonalak közötti négyzetes távolság figyelembe vétele javasolt. Ez gyakorlatilag a legrövidebb euklideszi távolságok ($d_{i,j}$) lemerését jelenti az i -edik cella súlypontja és a j -edik útvonal között úgy, hogy a súlypontból húzott mérővonal merőleges legyen az útvonal érintőjére (3.18 ábra).

Minden j útvonalra vonatkozóan kiszámítható a négyzetes távolságok összege a következőképpen:

$$D_j = \sum_{i=1}^m d_{i,j}^2. \quad (3.63)$$

Ezzel tehát az érintett cellák és a kijelölt útvonalak közötti négyzetes eltérés számszerűsíthető. A legkisebb D_j kijelöli a mobiltelefon legvalószínűbb útvonalát, azaz a következő összefüggést



3.18. ábra. Legrövidebb távolság egy cella súlypontja és egy útvonal között

kell alkalmaznunk:

$$\min(D_j), j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.64)$$

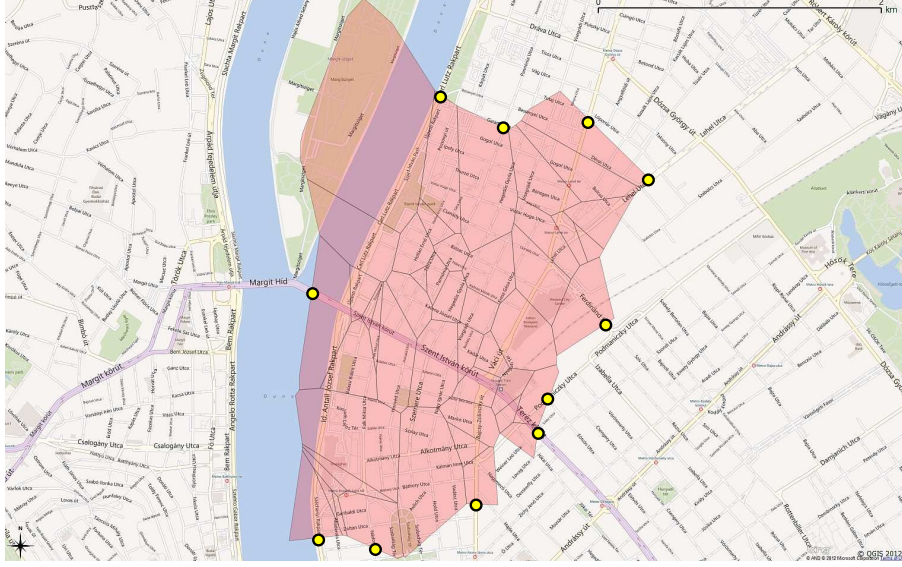
A módszerrel gyakorlatilag kiválaszthatjuk azt az útvonalat, amely a legjobban illeszkedik a Voronoi-cellák súlypontjaira.

3.4.3. A célforgalmi mátrix becslése mobiltelefon információk alapján

A célforgalmi áramlatok meghatározásakor a klasszikus négylépéses közlekedési modellezésnek megfelelően először a hálózat fő csomópontjait kell meghatározni, amelyek a forgalom kiindulási- és célpontjaiként szolgálnak (O-D párok). Városi közlekedési hálózatban a forgalommodell könnyen adaptálható a mobiltelefon-hálózat cella szintű modelljéhez. A módszer lényege, hogy a célforgalmi csomópontokat az aktuális LA határoló celláiban definiáljuk. Erre azért van szükség, mert HO eseményt csak hívás közben generál a mobiltelefon, ugyanakkor, LAU jelzést mindig szolgáltat a készülék, amikor egy LA határon keresztül halad. Így a Location Area mint területi egység jól felhasználható célforgalmi becslésre (3.19 ábra). Ebben a koncepcióban az utazás tehát a Location Area egyik peremétől a másik pereméig tartó helyváltoztatás [31], [43].

Városi környezetben a mobiltelefon-cellák sugara átlagosan 100-200 méter vagy kevesebb, míg a Location Area pedig néhány négyzetkilométer nagyságú, így annak mérete alkalmas forgalombecslésre. A HO és LAU események a LA határon történő aggregálásával előállítható az adott LA célforgalmi mátrixa. Egy mozgó telefon adatiból egy belépő és egy kilépő esemény szükséges megfelelő mintavételezési időn belül. A Location Area-n belüli mozgásokat elhanyagolhatjuk, ha ezen utazások száma nem jelentős az átmenő forgalomhoz viszonyítva. A kiindulási- és a célpontokat tipikusan a jelentősebb utak és a határoló cellák metszéspontjában célszerű rögzíteni, míg a kisforgalmú mellékutak elhanyagolhatók a modellben (3.19 ábra). Az adatok alapján megkapott O-D adatkárokból a vizsgált rendszer célforgalmi mátrixa felépíthető.

Továbbá és feltételezve, hogy a Voronoi-tesszelláció és a megfelelő célforgalmi pontok rendelkezésre állnak az adott LA-ra vonatkozóan, a következő forgalombecslési módszert definiálhatjuk:

3.19. ábra. A location area in Budapest ($\sim 2.8 \text{ km}^2$)

1. A Location Area határoló celláiban történő HO/LAU események aggregálása.
2. A jelzési események szűrése a pontosabb adatok kinyerése érdekében.
3. A célforgalmi mátrix meghatározása a jelzési események alapján.
4. Forgalmi ráterhelés elvégzése a Location Area-ra vonatkozóan.

3.4.4. A forgalom becslése kibővített ráterhelési eljárással

Az előző fejezetben láttuk, hogy kizárólag a Location Area határán keletkező HO/LAU eseményeket felhasználva a célforgalmi mátrix becsülhető. Az így meghatározott O-D mátrix alapján a forgalmi ráterhelés is elvégezhető, majd abból a hálózat útvonalainak forgalma becsülhető. Ugyanakkor a területen belül történő HO események további információt is hordozhatnak és segítségükkel a forgalombecslés megbízhatósága tovább javítható. A Voronoi-tesszellációval leírt hálózat és az aggregált HO/LAU események alkalmazásával a mobiltelefonok utazási ideje meghatározható [17]. Napközben az átlagos híváshossz 2-3 perc [197], ám ez is elegendő ahhoz, hogy egyes útszakaszokról információt kapjunk. A klasszikus egyensúlyi forgalmi ráterhelés [194] kiegészíthető az utazási idő adatokkal - amennyiben rendelkezésre állnak megfelelő mintavételi időn belül. Az érintett útszakaszok teljesítményfüggvénye (t_a) bekorlátozható a mért átlagos utazási idővel. Ez azt jelenti gyakorlatilag, hogy a ráterhelés optimalizálási feladatában megfogalmazott peremfeltételeket kiegészítjük a következő korlátozással:

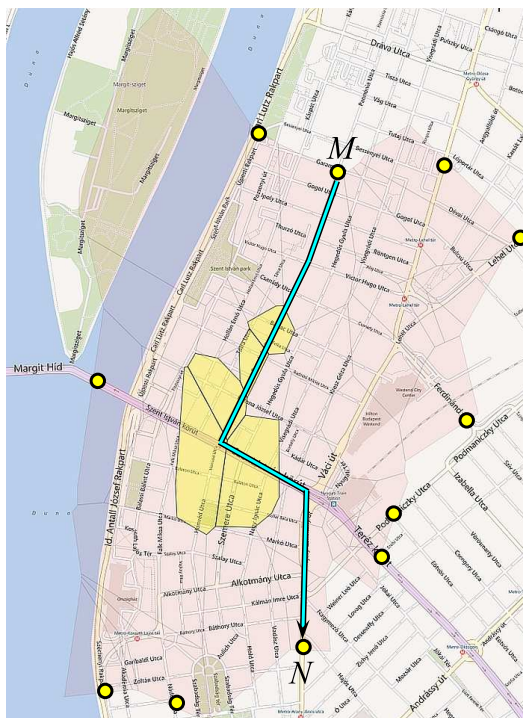
$$t_a^m(1 - \Delta_a) \leq t_a \leq t_a^m(1 + \Delta_a), \quad (3.65)$$

t_a^m az a élre (útszakaszra) vonatkozó, mért átlagos utazási idő. Δ_a pedig egy bizonytalansági tényező, amely empirikusan kalibrálható.

A módszer a 3.20 ábrán látható, ahol egy olyan telefon mozgása rajzolódik ki, amely az M ponton haladt be a Location Area-ba, és az N pontban hagyta el azt. A kiindulási pont

3.4. A járműforgalom becslése mobiletelefon-hálózati események alapján

és a célpont a LAU események alapján meghatározhatók. Emellett a sárgával jelölt cellákban HO eseményt is generált a terminál, amikor hívásban volt. A 3.4.2 fejezet alapján a telefon legvalószínűbb útvonala meghatározható (kék vonal), majd az utazási ideje is kiszámítható a sárga cellák által lefedett útvonalra vonatkozóan.



3.20. ábra. Egy feltételezett utazás M-ből N pontba

Feltételezve, hogy a Voronoi-tesszelláció és a megfelelő célforgalmi pontok rendelkezésre állnak az adott LA-ra vonatkozóan, a fent bemutatott forgalombecslési módszer az alábbi algoritmikus lépésekben foglalható össze:

1. HO/LAU események aggregálása a Location Area-n belül.
2. A jelzési események szűrése a pontosabb adatok kinyerése érdekében.
3. A célforgalmi mátrix meghatározása a jelzési események alapján.
4. Forgalmi ráterhelés elvégzése a Location Area-ra vonatkozóan.
5. A HO-szekvenciát generáló telefonok legvalószínűbb útvonalának meghatározása az előző lépésben elvégzett ráterhelés eredménye alapján.
6. A HO-szekvenciát generáló telefonok átlagos utazási idejének szakaszonkénti meghatározása (t_a^m) a legvalószínűbb útvonalon.
7. Közlekedési ráterhelési probléma újbóli megoldása - az utazási időkre vonatkozó - addicionális korlátozások bevonásával.

3.5. Új tudományos eredmények

A közúti járműforgalom egyik legfontosabb sajátossága, hogy jellemzőinek mérése általában nehéz, ráadásul a változások térben és időben viszonylag gyorsan zajlanak le. A járműforgalom irányítása során tehát nem állnak rendelkezésünkre teljes körű mérési adatok. Az ilyen jellegű rendszerek szabályozása csak a rendszer belső állapotának becslése révén, robusztus irányítási módszerek segítségével, ahol a zavarásokat, modellezési hibákat és bizonytalanságokat is figyelembe lehet venni.

A kutatásaim során arra a következtetésre jutottam, hogy a közúti közlekedés járműforgalmi rendszereiben a változók és paraméterek becslése megoldható. A becslés után kapott értékek elegendően pontosak ahhoz, hogy a közúti forgalomirányítás számára felhasználhatóak legyenek.

1. tézis. *Bemutattam, hogy a városi hálózatokban használt jármű-megmaradási modell hiányos mérések esetén is jól használható, mert a járműszám és a torlódási információ elegendő pontossággal becsülhetők. Az egyedi kereszteződés torlódási információját hibadetektáló szűrővel becsültem, majd felhasználtam a jelzőlámpák irányítását végző átkonfiguráló szabályozóstruktúrában. Megmutattam, hogy az alkalmazott sorfelépülési modellben kevés számú (szakaszonként egy vagy két) járműérzékelő pont adataiból is pontos járműszámbecslés adható Kálmán-szűrő segítségével.*

1. Javaslatot tettem a csomóponti mozgások állapotterben felírt dinamikai leírására az alábbi diszkrét idejű, lineáris időinvariáns (LTI) sztochasztikus állapotter modellel:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + x_{be}(k) + v_q(k) + x_f(k) \quad (3.66)$$

A mérési (kimeneti) egyenlet:

$$y(k) = Cx(k) + v_y(k) \quad (3.67)$$

ahol $x(k)$ vektor az állapotot, azaz csomópont behajtó ágaiban a helyzetjelző vonal előtt sorban álló járművek számát jelöli. A beavatkozó jel a zöld idő $u(k)$. A B mátrix elemei jelölik az átbocsátó képesség mérőszámait. A rendszerben mérjük a sorhoz érkező $x_{be}(k)$ bejövő járműmennyiséget, és az $x(k)$ sorhosszakait. A v_q és a v_y változók mérési zajok. A torlódási információt az egyes ágakból kihaladni nem képes járművek számával jellemeztem: $x_f(k)$.

2. Az $x_f(k)$ torlódási információ meghatározásához, az állapotegyenlet reziduál információjának kiszámítását kell elvégezni, amihez egy FPRG hibadetektáló szűrőt javasoltam:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= Fz(k) - Ey(k) + \bar{D}u(k) \\ r(k) &= Mz(k) - Hy(k) \end{aligned} \quad (3.68)$$

ahol r a reziduál értéke, (az $x_f(k)$ várható értéke), z a szűrő állapota, az F , E , D , M , H paramétermátrixok pedig a rendszer folytonos idejű FPRG hibadetektáló szűrő mátrixainak diszkrét idejű megfelelői. Ennek a torlódás detektáló szűrő alkalmazásával lehetőség van a kihaladni nem képes járművek számának irányonkénti meghatározására zajokkal terhelt mérések esetén is. Ez az információ aztán felhasználható a forgalomirányításban, egy átkonfiguráló szabályozó struktúrában.

3. Amennyiben az irányított csomóponti ágban és annak kapcsolódó ágaiban a fordulási ráták ismertek vagy becsülhetők ([16]), akkor a kihaladó forgalom számítható a többi kapcsolódó szakasz bemeneti detektorainak méréseiből is. A csomóponti ágak kimeneti detektorai el is hagyhatók a rendszerből, valamint a jármű megmaradási állapotegyenlet is módosul a következőképpen:

$$x_j(k+1) = x_j(k) + T\{(q_j^m(k) - \sum \gamma_{ij}q_i^m(k)\} + Tv_j(k), \quad (3.69)$$

ahol $\gamma_{ij}(k)$ azon járművek aránya a j szakaszra belépő összes jármű számához képest, amelyek az i szakaszból érkeztek a j szakaszra. A két detektoros mérési konfiguráció telítetlen vagy telített forgalomban is alkalmazható. Egy detektoros (a csomóponti ág közepén elhelyezett) mérési konfiguráció is jó eredményt ad, amennyiben a mérőrendszert csak telített forgalomban alkalmazzuk. A feltétel azért fontos, mert a rendszer természetesen pozitív, míg a leíró egyenletünk nem az, ezért a szabad jelzéssel csak akkor egyenes arányos a kihaladó járműszám, ha mindig van elég sorban álló jármű, azaz a forgalom telített. Ebben az esetben az S csomóponti átbocsátóképesség, az u szabad jelzés idő, valamint a β fordulási ráták ismeretében a be- és kihaladó forgalom mérés nélkül is számítható. A Kalman-szűrő állapotegyenlete a következőképpen alakul:

$$x_j(k+1) = x_j(k) - u_j(k)S_j + \sum u_i(k)\beta_{ij}S_i + v_j(k), \quad (3.70)$$

A tézishez kapcsolódó publikációk: [56, 40, 20, 45, 54, 57]

2. Tézis. *Bizonyítottam, hogy az állapottérben felírt közúti közlekedési folyamatok változói korlátozások mellett is becsülhetők. A modell alapú, mozgó horizontú becslés módszerét, közlekedési rendszerek célforgalmi mátrixának meghatározására használtam fel. Bemutattam, hogy a világban elterjedt induktív járműérzékelők adatain túl a mobiltelefonok cellainformációi alapján is hatékony becslés adható a célforgalmi mátrix meghatározására.*

1. A közúti folyamatok paramétereinek becslését a célforgalmi mátrix elemeinek becslésére felírt diszkrét idejű, lineáris, időinvariáns, sztochasztikus állapottér modellben végeztem el:

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + w_{ij}(k) \quad (3.71)$$

ahol $w_{ij}(k)$ az állapotzaj, $x_{ij}(k)$ pedig a célforgalmi mátrix elemei, azaz az adott i irányból érkező járműfolyam j irányba haladó aránya, $k = 1, 2, \dots, N$. A bemenő és a kimenő járműszám mérhető, a kimeneti mérés zajjal terhelt:

$$y_j(k) = \sum_{i=1}^n q_i(k)x_{ij}(k) + v_j(k) \quad (3.72)$$

ahol $q_i(k)$ az adott i irányból behaladó forgalom nagysága, $y_j(k)$ az adott j irányba kihaladó forgalom nagysága, $i = 1, \dots, n$ és $j = 1, \dots, m$, ahol $v_j(k)$ egy nem definiált eloszlású zaj. A bemeneti járműáramlás is mérési zajjal terhelt, ahol $\zeta_i(k)$ nulla várható értékű normál eloszlású zaj.

2. Megmutattam, hogy a Mozgó Ablakos Becslés (cMHE) módszerrel az állapotok kellő pontossággal megbecsülhetők a közlekedési rendszerekben természetesen meglévő korlátozások figyelembe vételével is. A megoldás a következőkben felírt Ψ_k funkcionált minimalizálja a j horizonton, miközben kielégíti a (3.71) dinamikai egyenletet, a (3.72) mérési egyenletet és a (3.77) korlátokat:

$$\begin{aligned} \min_{(\bar{x}_{k-N-1}, \hat{w}_{k-N-1|k}, \dots, \hat{w}_{k-1|k})} \Psi_k \\ \Psi_k = \hat{w}_{k-N-1|k}^T Q_0^{-1} \hat{w}_{k-N-1|k} + \sum_{j=k-N}^{k-1} \hat{w}_{j|k}^T Q^{-1} \hat{w}_{j|k} \\ + \sum_{j=k-N}^k \hat{v}_{j|k}^T R^{-1} \hat{v}_{j|k} + \Psi_{k-N}^* \end{aligned} \quad (3.73)$$

A dinamikai feltételek:

$$\hat{x}_{j+1|k} = A\hat{x}_{j|k} + G\hat{w}_{j|k} \quad j = k-N-1, \dots, k-1 \quad (3.74)$$

$$y_j = C\hat{x}_{j|k} + \hat{v}_{j|k} \quad j = k-N-1, \dots, k \quad (3.75)$$

A kezdeti érték a horizont elején:

$$\hat{x}_{k-N|k} = \bar{x}_{k-N} + \hat{w}_{k-N-1|k} \quad (3.76)$$

Korlátozások:

$$\begin{aligned} 0 \leq x_{ij}(k) \leq 1 \\ \sum_{j=1}^m x_{ij}(k) = 1 \end{aligned} \quad (3.77)$$

3. Bemutattam, hogy a mobiltelefon hálózatok jelzési eseményeire alapozva, makroszkopikus forgalombecslési módszer adható városi hálózatok forgalmi folyamatainak becslésére. A mobiltelefon jelzési események alapján előállítható az adott location area-hoz tartozó célforgalmi mátrix. A mobiltelefon adatok alapján a mátrix meghatározásán túl a legvalószínűbb útvonal is megadható és még a forgalmi ráterhelés is végezhető. A forgalombecslés megbízhatósága tovább javítható az utazási idők korlátozásként történő felvételével a ráterhelés optimalizálási feladata során.

A tézishoz kapcsolódó publikációk: [16, 14, 15, 20, 45, 58, 57, 44, 32, 31, 43, 17]

4. fejezet

A városi járműforgalom irányítása állapot térben

Amikor két jelzőlámpás kereszteződés között viszonylag kevés a távolság, akkor a forgalmi-irányító berendezések működését célszerű összehangolni valamilyen optimalizálási cél érdekében. Akárcsak az egyedi kereszteződések jelzőlámpás szabályozásánál, az elérendő célok megválasztása itt is kulcskérdés. Az összehangolás a közúti járművek forgalmi folyamatai mellett vonatkozhat a tömegközlekedési eszközökre és a gyalogosforgalomra is. Az összehangolás szó alatt itt nemcsak a két szomszédos kereszteződés fázisterveinek eltolásával (zöldhullám) létrejövő beavatkozás értendő, hanem a csomópontok olyan irányítása, ahol a szabályozás figyelembe veszi azok egymásra gyakorolt hatását is. Az összehangolás különösen nagy hangsúlyt kap olyan helyeken, ahol több kereszteződés van egymáshoz közel egy kisebb vagy nagyobb hálózatban, elsősorban a városokban.

A jellemzően városi környezetben lévő, több jelzőlámpás kereszteződésből álló hálózatok jelzőlámpáinak irányítására és azok összehangolására korábban született módszerek alapvetően két csoportba sorolhatók. Az első típusba a statikus, a forgalomtól nem függő, az angol terminológia szerint „Fixed-Time Coordinated Control” irányításnak hívjuk. A második csoportba tartoznak a dinamikus, forgalomtól függő, úgynevezett „Real-Time Coordinated Control” típusú irányítást megvalósító jelzőlámpás hálózatok. Az első csoportba tartozó módszerek jellemzője, hogy előre meghatározott állandó időterveket (fázisterveket) dolgoznak ki a csomópontok számára, míg a második csoport technikai működés közben a forgalomtól függően alakítják ki a kereszteződések fázisidő terveit. Nyilvánvaló, hogy a forgalom aktuális állapotához igazodó, hatékony szabályozás csak az utóbbi dinamikus megközelítéssel lehetséges. Az egyik első dinamikus módszert Hunt és munkatársai mutatták be SCOOT néven 1981-ben [123]. Az azóta eltelt időben további megoldások születtek, mint az OPAC módszer (1982) [110], a PROLYN algoritmus (1983) [103, 104], majd ki a CRONOS (1991), a COP (1997). A módszerek közös vonása, hogy kevesebb kiindulási támpontot és kezdeti értéket kell megadni, és általában a statikus megközelítés helyett dinamikus felépítésű modelleket használnak. A megoldások keresésénél a PROLYN és COP eljárások dinamikus programozást, az OPAC az *exhaustive enumeration* eljárást, a CRONOS globális optimalizációt használ. A forgalom adaptív irányítására alkalmas a RHODES módszer, amelyben az irányítás hierarchikus struktúrát valósít meg. A forgalomirányítási problémát először hierarchikusan kapcsolódó részproblémákra osztja, majd a hierarchiaszinttől függő pontossággal becslést ad a forgalomra, és ezek után a hierarchikus részproblémákat egy optimalizációs modul dolgozza

fel. A megoldást egy hatékony adatstruktúra segítségével végül az adott hálózati pontra eljuttatja a rendszer. A dinamikus eljárások hátránya a rendkívül nagy számítási kapacitás igény, különösen nagyobb hálózatok esetében. Ezen rendszerek kifejlesztése során többen próbálkoztak a hálózat forgalmi folyamatainak állapotter alapú leírásával. Általában egy egyszerű állapot-visszacsatolás alapú megközelítésekben az irányítástechnikából ismert olyan zárt rendszereket írnak fel, ahol az állapotterben az állapotok rendszerint valamilyen járműszámot reprezentálnak, leggyakrabban a jármű sorhosszt. A beavatkozó jel a szabad jelzés idő, vagy inkább a nominális szabadjelzési időtől való eltérés. A szabályozó legtöbbször LQ vagy LQI típusú, néhány kiegészítéssel, amelyek a fennálló korlátok kezeléséből és az egész számok halmazán értelmezett megoldás kereséséből adódnak.

A hálózati járműforgalom modellezésére az egyik legismertebb megközelítés a „Tárol és továbbít (Store and forward)” modell, amely alapjait még az állapotter szemlélet nélkül írták le [113]. A modell két kereszteződés közötti útszakasz dinamikáját írja le, az útszakasz kezdetén található kereszteződésből az útszakaszra kibocsátott járműforgalom és az útszakasz végén található kereszteződésbe torkolló járműforgalom alapján. Később erre a modellre alapultak az állapotter megközelítésben felírt modellek is mint a TUC (Traffic-responsive Urban Control) irányítási módszer [99].

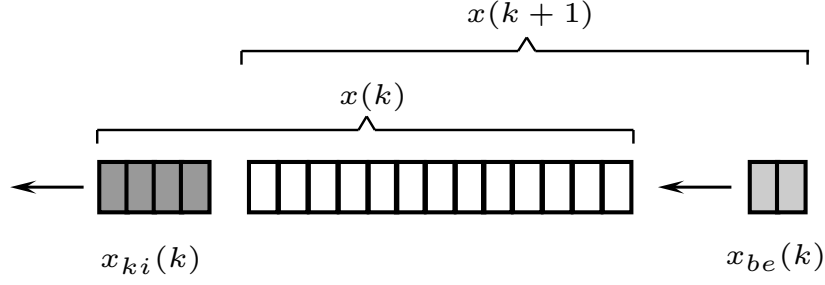
A következő részben olyan szabályozási módszert mutatok be több csomópontból álló hálózatokra, amely a *tárol és továbbít*, illetve a TUC modellekre épít, de továbblép azokon és képes kezelni a rendszerben meglévő erős korlátozásokat is. Az állapotter alapú modellek esetében a korlátozások megléte mellett a legnagyobb gond, hogy a rendszerek pozitívak, amelyek irányítása nagy állapotter esetén nem megoldott [26]. A modell alapú, prediktív irányítás segítségével a hatáskörébe vont valamennyi kereszteződés jelzőlámpáinak szabályozását összehangoltan végzi el. A szabályozó dinamikusan alakítja ki a kereszteződések fázisidő terveit, amelynek során minden periódus előtt új programot alakít ki az összes jelzőcsoport számára igazodva a kialakult forgalomhoz.

4.1. Városi forgalomirányítás modell prediktív szabályozással

4.1.1. A járműforgalom modellezése hálózatban

A 3.2.1 fejezetben már tárgyaltam a jelzőlámpával irányított kereszteződésekben a sorfelülépülés dinamikáját. A járművek a helyzetjelző vonal előtt várakoznak tilos jelzés alatt. A szabad jelzés hatására elindulnak, és behaladnak a kereszteződésbe, majd elhagyják azt. A sorban álló járművek közül az elöl álló kihaladók csökkentik, míg a szomszédos kereszteződésből a sor végére érkezők növelik a sorhosszt. Ha ezt a folyamatot időben diszkrét lépésekre bontjuk, akkor a sorfelülépülés az 4.1 ábra szerint alakul. Jelölje T a diszkrét lépésközt, mellyel a folytonos idő $t = kT$ alakban adódik a $k = 0, 1, \dots$ nemnegatív egész számmal indexelve.

A k -adik lépésben meglévő járműsor csökken a kihaladó járművek számával, ugyanakkor növekszik az útszakaszra érkező autók számával, és így alakul ki a következő $k + 1$ -edik lépésben mért sor. A k és a $k + 1$ -edik lépés között eltelt időnek a fázisidő ciklusidejének egész számú többszörösének kell lennie, ezért T -t szabályozási időnek is nevezzük. Szabad jelzés esetén a járművek a kereszteződés geometriai jellemzői és a forgalmi viszonyok alapján, meghatározott ütemben haladnak ki a csomóponti ágakból.



4.1. ábra. A sorfelépülés diszkrét modellje

A járműmegmaradás alapján a következő egyenlet írható fel:

$$x(k+1) = x(k) - x_{ki}(k) + x_{be}(k), \quad (4.1)$$

ahol $x(k)$ a k -adik lépésben az adott szakaszon sorban álló járművek száma, az $x_{ki}(k)$ a k -adik lépésben a szabad jelzés hatására kihaladt járműszám, míg a $x_{be}(k)$ a sorhoz, az adott szakaszra érkező járműszám. A $x_{ki}(k)$ járműszám közvetlenül két dologtól függ, egyrészt a szabad jelzés idejétől, másrészt a szabad jelzés ideje alatt elérhető átbocsátó képességtől. A csomópont egyes ágainak átbocsátó képességét (saturation flow rate) az alábbi képlet alapján határozzuk meg:

$$S = \frac{n}{\sum t^z}, \quad (4.2)$$

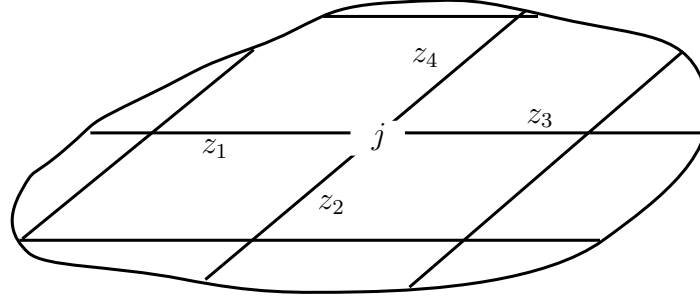
ahol $\sum t^z$ az egy cikluson belüli zöldidők összege, és n a kihaladt járművek száma. Az S az átbocsátó képességet adja meg, azaz az egységnyi időre eső (szabad jelzés alatt) áthaladt járművek számát. A járművek kihaladásának időbeli lefolyását a 3.6 ábra szerint egy konstans értékkel közelítjük a gyakorlatban.

Az ábrán jelölt u az úgynevezett effektív szabad jelzés, ami magába foglalja a zöld (Z) és a sárga (S) jelzés időtartamát is. Az effektív szabad jelzés alatt általában $S \approx 0.5$ (jm/s), azonkívül nulla. Az előbbi egyenletek alapján adódik, hogy

$$x(k+1) = x(k) - Su(k) + x_{be}(k). \quad (4.3)$$

4.1.1.1. Tárol és továbbít hálózati modell

A *tárol és továbbít* (store and forward) modell alapjait Gazis és Potts publikálta 1963-ban [113], mely egyszerűségének és hatékonyságának köszönhetően a mai napig használatos. A modell két kereszteződés közötti útszakasz dinamikáját írja le, az útszakasz elején található kereszteződésből az útszakaszra bocsátott járműforgalom, és az útszakasz végén található kereszteződésbe torkolló járműforgalom megmaradási egyenletei alapján. A modell gráfokkal írja le a városi csomóponti hálózatot, amely $j \in J$ csomópontokból (kereszteződések) és az ezeket összekötő $z \in Z$ élekből (útszakaszokból) áll össze. Az 4.2 ábrán egy jelzőlámpával ellátott j kereszteződést ábrázoltunk a hozzá kapcsolódó z élek feltüntetésével. A j csomópontba befutó élek számát I_j -vel, míg a kiinduló élek számát O_j -vel jelöljük. A modellben az egyes z útszakaszokat úgy képzeljük el, mint tárolókat: a szakasz elején behajtanak az előző kereszteződésből éppen kijövő járművek, míg a másik oldalán kihajtanak a következő kereszteződésbe éppen behajtó járművek (lásd 4.3

4.2. ábra. A hálózat felépítése a *tárol és továbbít (store and forward)* modellben

ábra). A megközelítés lehetővé teszi a z útszakaszból két kereszteződés között le-, illetve felhajtó járműveket is.

Ezt az alapelvet felhasználva, számos bővített modell született az évek során. Ezek közül az egyik legrészletesebb a TUC (Traffic-responsive Urban Control) irányítási módszerben [99] alkalmazott típusa, melyet részletesen ismertetünk. A modell a következő alapfeltételezésekből indul ki:

- a járművek a két kereszteződés között lévő szakaszokon állandó sebességgel közlekednek valamint a helyzetjelző vonal előtti járműsorban sorakoznak egymás után (amikor a bejövő forgalom nagyobb, mint a kimenő vagyis van sorfelépülés),
- minden irány kap szabad jelzést, egymás után, ciklusba szervezve,
- j kereszteződés C_j ciklusideje ismert, az egyszerűség kedvéért gyakran az összes kereszteződés ciklusidejét azonosnak választjuk a modellben, azaz: $C_j = C$ minden $j \in J$ kereszteződésre,
- L_j teljes veszteségidő (azon átmeneti – piros-sárga és sárga – jelzések időtartamainak összege, ami alatt semmilyen járműmozgás nem megengedett) ismert minden $j \in J$ kereszteződésre,
- j kereszteződés jelzőlámpás irányítása rögzített fázissorrenden és fix számú fázison alapul; v_z jelöli azon fázisok halmazát, amelyek esetén a z útszakasz zöld jelzést kap,
- S_z és S_w átbocsátó képesség minden $z \in I_j$ és $w \in O_j$ esetén ismert,
- $\alpha_{w,z}$ fordulási ráta a $z \in I_j$ irányból a $w \in O_j$ irányba haladó járművek arányát írja le, melyet a modellben állandónak és ismertnek feltételeztek.

A városi jelzőlámpás irányításban a zöldidőre vonatkozóan több korlátozást is be kell tartani. Egyrészt minden jelzéstervben biztosítani kell egy minimális és egy maximális hosszúságú szabad jelzést:

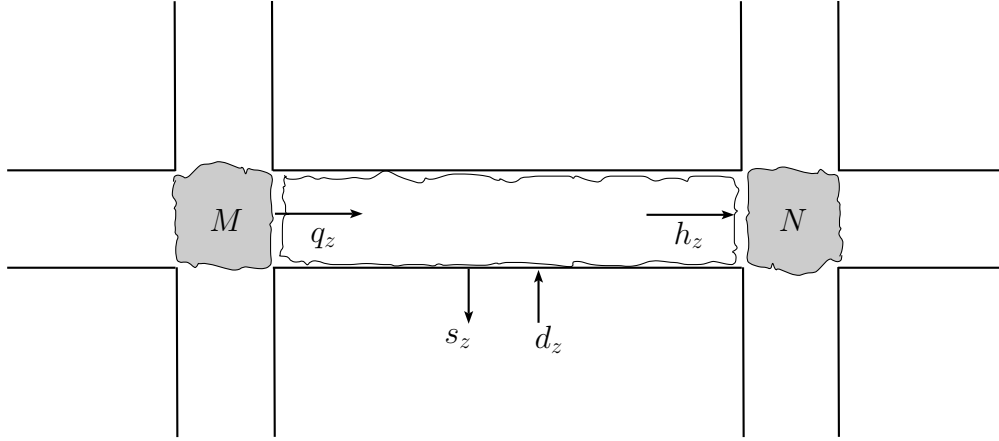
$$u_{j,i}^{\min} \leq u_{j,i} \leq u_{j,i}^{\max}, \quad \forall i \in F_j, \quad (4.4)$$

ahol F_j a j -edik kereszteződésben kiadható fix számú fázisok halmaza, $u_{j,i}$ pedig az i -edik fázis szabad jelzésének hossza a j -edik kereszteződésben. Megjegyezendő ugyanakkor, hogy forgalomfüggő irányítás esetén akár $u_{j,i}^{\min} = 0$ is megengedhető. Ilyenkor az adott jelzőcsoport folytonos

pirosban van, csak a járműdetektoron vagy gyalogos nyomógombon keresztüli bejelentkezés hatására kaphat szabad jelzést. Másrészt csomópontként a zöldidők összegének is adott egy felső korlátja, ami a C ciklusidő és L_j veszteségidő különbsége: s

$$\sum_{i \in F_j} u_{j,i} \leq C - L_j. \quad (4.5)$$

Tekintsük most az M és N csomópontokat összekötő z útszakaszt a 4.3 ábrán, ahol tehát $z \in O_M$, $z \in I_N$.



4.3. ábra. Járműáramlatok modellezése a *tárol és továbbít* modellben

A z útszakasz dinamikája az alábbiak szerint alakul:

$$x_z(k+1) = x_z(k) + T [q_z(k) - s_z(k) + d_z(k) - h_z(k)], \quad (4.6)$$

ahol $x_z(k)$ a z útszakaszon található járművek száma, $q_z(k)$ és $h_z(k)$ az útszakasz bemenő és kimenő forgalom nagysága a $[kT, (k+1)T]$ időintervallumban. T ismét a szabályozási idő, $k = 0, 1, \dots$ diszkrét időindex. $d_z(k)$ az útszakaszra érkező igényforgalom (pl. parkolóházból érkező járművek), és $s_z(k)$ az útszakaszból lehajtó forgalmi áramlat a $[kT, (k+1)T]$ időintervallumban. Figyeljük meg, hogy d_z és s_z nem az irányított, jelzőlámpás csomópontokon keresztül hatnak z szakaszra. Az $s_z(k)$ lehajtó forgalom meghatározható $q_z(k)$ függvényében:

$$s_z(k) = \kappa_{z,0} q_z(k), \quad (4.7)$$

ahol $\kappa_{z,0}$ egy állandónak és ismertnek feltételezett kilépési ráta.

Feltételezve, hogy $d_z(k)$ forrás forgalom nagyság állandó és ismert – (4.7) behelyettesítésével – (4.6) egyenlet a következőképpen alakul:

$$x_z(k+1) = x_z(k) + T [(1 - \kappa_{z,0})q_z(k) + d_z(k) - h_z(k)]. \quad (4.8)$$

A z útszakasz bemenő forgalom nagysága:

$$q_z(k) = \sum_{w \in I_M} \alpha_{w,z} h_w(k), \quad (4.9)$$

ahol $\alpha_{w,z}$ ($w \in I_M$) az M kereszteződés w -edik bemenő csatlakozásáról a z útszakaszra irányuló fordulási ráta, h_w pedig a w irányból kihaladó járműforgalom.

Fontos megjegyezni, hogy x_z járműszámnak az alábbi természetes fizikai korlátozást mindig teljesítenie kell:

$$0 \leq x_z \leq x_z^{max}, \quad (4.10)$$

ahol x_z^{max} a z útszakasz hosszától függő maximális tárolókapacitás.

Amennyiben a z útszakaszon elegendő hely van a járművek befogadására, és x_z elég nagy, akkor szabad jelzésnél h_z egyenlő az S_z átbocsátó képességgel, máskülönben nulla. A T szabályozási idő a C ciklusidőnél nem lehet kisebb, célszerű annak a többszörösére választani. Ez esetben az egy ciklus alatt kihaladni képes járműszám:

$$h_z(k) = \frac{S_z G_z(k)}{C}, \quad (4.11)$$

ahol a $G_z(k)$ a szabad jelzésidők összege a z útszakaszon. Ez, $u_{N,i}(k)$ -val jelölve az N csomópont i -edik fázisának zöldidejét, a következőképpen írható:

$$G_z(k) = \sum_{i \in v_z} u_{N,i}(k). \quad (4.12)$$

Hasonlóképpen a szakaszra érkező forgalmat, az M csomópont zöldidejével írjuk le:

$$h_w(k) = \frac{S_w \sum_{i \in v_w} u_{M,i}(k)}{C}. \quad (4.13)$$

Az (4.9)-(4.13) egyenleteket (4.8)-ba helyettesítve kapjuk az általános megfogalmazású *tárol és továbbít* városi modellt:

$$x_z(k+1) = x_z(k) + T \left[(1 - \kappa_{z,0}) \sum_{w \in I_M} \alpha_{w,z} \frac{S_w \sum_{i \in v_w} u_{M,i}(k)}{C} + d_z(k) - \frac{S_z \sum_{i \in v_z} u_{N,i}(k)}{C} \right]. \quad (4.14)$$

Egyenlőnek választva a szabályozási (mintavételezési) időt a ciklusidővel $T = C$ a következő egyszerűsített modell adódik:

$$x_z(k+1) = x_z(k) + (1 - \kappa_{z,0}) \sum_{w \in I_M} \alpha_{w,z} S_w \sum_{i \in v_w} u_{M,i}(k) + T d_z(k) - S_z \sum_{i \in v_z} u_{N,i}(k). \quad (4.15)$$

4.1.1.2. A tárol és továbbít hálózati modell állapotterben

Az előző fejezetben bemutatott *tárol és továbbít* városi modell könnyen az irányítástechnikában ismert állapotter alakra hozható. Ezáltal a különböző, állapotter modellekre épülő szabályozási módszerek közvetlenül alkalmazhatók a városi forgalomirányításban is.

Egy n szakaszból álló hálózat állapotter alakjának felírásához vezessük be a következő jelöléseket:

- Az $x(k)$ állapotvektor elemei a hálózatban a jelzőlámpás csomópontok közötti útszakaszokon elhelyezkedő járművek számai:

$$x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_z(k) \ \dots \ x_n(k)]^T. \quad (4.16)$$

Ezek a járművek a helyzetjelző vonal előtt éppen sorban állnak, vagy a sor felé közelednek. Természetesen $x(k)$ állapotvektor elemeinek ez esetben is teljesíteni kell az (4.10) összefüggéssel leírt korlátozást, azaz $x(k) \in [0, x_z^{max}]$. Amennyiben egy útszakaszon több sáv található, akkor minden jelzőcsoporthoz tartozó sávot irányított szakasznak tekintünk, és állapotváltozót rendelünk hozzá. A szakaszon elhelyezkedő járművek száma ugyan mérhető, de a mérésekből (olcsósága miatt még mindig a hurokdetektoros mérés a legelterjedtebb) adódó hiba csökkentésére különböző becslő módszerek alkalmazása javasolt. Ezek közül a leggyakoribb az ún. Kalman szűrő használata ([136, 193]), amelyet részletesebben a 3.1 fejezetben ismertetünk. p

- Az $u(k)$ beavatkozó jel a zöldidőket foglalja magába, vagyis:

$$u(k) = [u_1(k) \ u_2(k) \ \dots \ u_z(k) \ \dots \ u_n(k)]^T. \quad (4.17)$$

Minden állapothoz csak egy beavatkozó jel tartozik, azaz az irányított útszakaszok (jelzőcsoportok) száma megegyezik a szabályozó bemenetek számával, vagyis $\dim(x) = \dim(u) = n$. A diszkrét idejű modellezésnek megfelelően a zöldidőt minden C cikluson belül állandónak, de ciklusonként változónak tekintjük. A zöldidőre a már korábban megfogalmazott (4.4) és (4.5) korlátok érvényesek. Megjegyzendő végezetül, hogy a zöldidő értéke a valószínűségben csak egész szám lehet.

- $d(k)$ vektorba a hálózatba belépő igényforgalmat gyűjtjük össze. Mivel ezek befolyásolása a hálózat irányítási rendszerével nem lehetséges, így rendszerelméleti szemlélettel nézve zavarásnak tekintjük őket. Természetesen, a $d_z(k)$ zavarójel is korlátos:

$$0 \leq d_z(k) \leq d_z^{max}. \quad (4.18)$$

Megjegyezzük, hogy a konkrét detektorkialakítás függvényében az igények lehetnek mértek, illetve nem mértek. Amennyiben nem áll rendelkezésre valós időben $d(k)$ értéke, úgy állapotbecslési eljárással becsülhető.

Amennyiben (4.15) egyenletet egy tetszőleges méretű – jelzőlámpával irányított – városi hálózatra alkalmazzuk, az alábbi diszkrétidejű differencia egyenletrendszert kapjuk (vektor formában):

$$x(k+1) = Ax(k) + B(k)u(k) + Ed(k). \quad (4.19)$$

Az egyenlet egy lineáris, időben változó (Linear Time Varying: LTV) dinamikus rendszer állapottér reprezentációja valós, fizikai tartalommal. A rendszermátrixok értelmezése a következő:

- A állapotmátrix n dimenziós egységmátrix, a (4.15) egyenletben $x_z(k)$ tag együtthatója 1, továbbá más állapotváltozók közvetlenül nem jelennek meg.

- A $B(k)$ irányítási mátrix három – a (4.15) egyenletben u együtthatóiként felírt – információt tartalmaz az irányított hálózatról: $\alpha_{w,z}(k)$ fordulási rátát, $S_w(k)$ és $S_z(k)$ átbocsátó képességeket, illetve $\kappa_{z,0}(k)$ kilépési rátát. A fordulási ráta nem mérhető, de becsülhető amelyekre a 3.3.1 fejezetben találunk példát. A gyakorlatban ezeket a paramétereket legtöbbször időben állandónak tekintik. Ekkor (4.19) lineáris időinvariáns (Linear Time Invariant: LTI) rendszerként jelentkezik:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ed(k). \quad (4.20)$$

- E egy diagonális együtthatómátrix, amelynek elemeit az (4.15) egyenlet alapján a T ciklusidő alkotja:

$$E = \begin{bmatrix} T & & \\ & \ddots & \\ & & T \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

E és $d(k)$ szorzata tehát a ciklusidőre vetített igényforgalom által generált járműszámot adja.

Látható, hogy a gyakorlati alkalmazhatóság kedvéért számos elhanyagolást tettünk, de cserébe egy lineáris modellhez jutunk. Ennek előnye, hogy számos, könnyen implementálható irányítástechnikai módszer alkalmazását teszi lehetővé, pl. az LQ szabályozót. A lineáris kvadrátikus (Linear Quadratic, LQ) optimalizálás [134] az állapottér alapú technikák egyik legalapvetőbb módszere, amelynek közlekedési alkalmazását Papageorgiou vezette be a TUC (Traffic-responsive Urban Control) rendszer [99] kifejlesztésével az 1990-es évek végén.

4.1.2. A TUC irányítási módszer

A TUC rendszer [99] a *tárol és továbbít* városi forgalommodellre épül azzal a különbséggel, hogy bevezet egy ún. nominális forgalommodellt az LQ módszer alkalmazhatósága kedvéért. Ennek első lépéseként a következő ún. centrált változókat kell bevezetni:

$$\Delta x = x - x^N, \quad (4.22)$$

$$\Delta u = u - u^N, \quad (4.23)$$

$$\Delta d = d - d^N, \quad (4.24)$$

ahol N index a névleges értéket, és Δ pedig a névlegestől ("munkaponttól") való eltérést jelöli. Minden $j \in J$ kereszteződés i irányához tartozik egy $u_{j,i}^N$ nominális zöldidő, amelyek az u^N vektorba gyűjthetők össze. A hálózat nominális (fixprogramos) jelzésterveit valamilyen statikus irányítási módszerrel kell előre meghatározni. u^N alkalmazása egy névleges állapotot eredményez a hálózatban:

$$x^N = \begin{bmatrix} x_1^N & x_2^N & \dots \end{bmatrix}^T. \quad (4.25)$$

Feltételezzük, hogy d igényforgalom mérhető zavarásként jelentkezik. Ezáltal:

$$d = d^N, \quad (4.26)$$

ami azt eredményezi, hogy $\Delta d = 0$. Ebből kifolyólag, amennyiben (4.20) egyenlet alapján felírjuk $\Delta x(k+1) = x(k+1) - x^N(k+1)$ összefüggést, a következő centrált egyenletet kapjuk:

$$\Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k), \quad (4.27)$$

amely már közvetlenül alkalmas az LQ szabályozás megvalósítására, mivel nem tartalmaz additív zavarást. (4.27) alkalmazásával az irányító rendszer a nominális zöldidőktől való $\Delta u(k)$ eltérést számítja ki.

Az LQ optimális szabályozási algoritmus (4.27) állapotegyenletre való alkalmazása az alábbi kvadratikus költségfüggvény minimalizálását jelenti:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\Delta x(k)^T Q \Delta x(k) + \Delta u(k)^T R \Delta u(k)], \quad (4.28)$$

ahol Q és R pozitív szemidefinit, diagonális súlyozó mátrixok. J költségfüggvény végtelen horizontú optimalizálása az időinvariáns állapotviszacsatolás megkeresését jelenti – az LQ irányítási elméletnek megfelelően:

$$\Delta u = -K\Delta x, \quad (4.29)$$

ahol K az állapotviszacsatolás erősítési mátrixa, amely az állapot megfelelő súlyozásával valósítja meg a szabályozó jelet. J első tagja Δx állapotvektor minimalizálásáért felel, azaz a névleges járműszámától való eltérést próbálja a lehető legkisebbre leszorítani.

J minimalizálásához az ún. diszkrét idejű algebrai Riccati egyenlet [135] megoldásával kapott optimális bemenő jel alkalmazásával jutunk, miközben Δx ki kell elégítse a (4.27) állapotegyenletet. A megoldandó Riccati egyenlet:

$$A^T P A - P - A^T P B (B^T P B + R)^{-1} B^T P A + Q = 0, \quad (4.30)$$

ahol A és B az állapottér alakú forgalommodell rendszermátrixai ((4.27) esetén $A = I$), valamint Q és R súlymátrixok. Az egyenlet keresendő, ismeretlen eleme P mátrix. P kiszámítása után már felírható az állapotviszacsatolás erősítési mátrixa:

$$K = (B^T P B + R)^{-1} B^T P A. \quad (4.31)$$

A K erősítést csak egyszer kell kiszámolni offline módon. Az online, adaptív forgalomirányítás pedig úgy történik, hogy a folyamatosan mért állapotok alapján számított Δx segítségével minden ciklusban (minden k -adik lépésben) meghatározhatók a Δu szabályozó jelek (4.29) szerint. Így a jelzőlámpákon megjelenítendő optimális zöldidők (4.23) alapján végül:

$$u(k) = u^N - K\Delta x(k). \quad (4.32)$$

Mivel az LQ technika nem teszi lehetővé a bemenő jelekre vonatkozó (4.4) és (4.5) korlátozások figyelembe vételét, így egyedüli lehetőségként utólagosan – közvetlenül a zöldidők jelzőlámpákra való kiküldése előtt – kell azok megfelelőségét ellenőrizni. Ehhez az alábbi egyszerű optimalizálási probléma megoldása szükséges minden $j \in J$ kereszteződésre:

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{u}_{j,i}} \sum_{i \in F_j} (u_{j,i} - \tilde{u}_{j,i})^2, \\ \sum_{i \in F_j} \tilde{u}_{j,i} + L_j = C, \\ u_{j,i}^{\min} \leq \tilde{u}_{j,i} \leq u_{j,i}^{\max}, \quad \forall i \in F_j. \end{aligned} \quad (4.33)$$

ahol $\tilde{u}_{j,i}$ a j -edik kereszteződés i -edik fázisának még elfogadható halmaza, és L_j a csomóponti veszteségidő. A minimalizálás eredményeképpen valódi megoldásként azokat az $\tilde{u}_{j,i}$ értékeket fogadjuk el, amelyek legközelebb vannak a (4.32) egyenlettel kapott megoldáshoz.

A TUC továbbfejlesztéseképpen az IN-TUC (Integrated Traffic-responsive Urban Control) rendszer is kidolgozásra került [100]. Az IN-TUC a városi útszakaszok mellett a várost átszelő autópályák irányítását is magába foglalja, egyfajta integrált szabályozást megvalósítva a teljes úthálózatban.

4.1.2.1. Ciklusidő szabályozása a TUC rendszerben

A forgalmi állapotok befolyásolásának egyik hatékony eszköze a ciklusidők módosítása. A TUC rendszerben a zöldidők összehangolhatósága érdekében a forgalomtechnikai ciklusidők minden $j \in J$ kereszteződésben megegyeznek: $C = C_j$.

A hosszabb ciklusidő a csomópont kapacitásának növelését eredményezi, mivel ekkor az irányítás szempontjából veszteséges átmeneti jelzések ideje lecsökken. A ciklusidő növelése azonban megnöveli a nem telített keresztezésekben a járművek késleltetését és a megállások számát, továbbá telített hálózatban rugalmatlanabbá válik a rendszer működése. A ciklusidő helyes beállításának célja, hogy a keresztezések kapacitását a maximálisan elérhető átbocsátó képességig növelje. A TUC stratégia ezt az irányítási problémát egy egyszerű visszacsatolási algoritmussal valósítja meg, amely addig növeli vagy csökkenti a ciklusidőt, amíg a hálózati útszakaszok egy előre meghatározott arányában az aktuális maximális átbocsátó képesség meg nem jelenik.

A visszacsatoláson alapuló ciklusidő szabályozás a következő három lépésben foglalható össze.

1. A terhelések meghatározása minden z útszakaszra:

$$\sigma_z(k) = \frac{x_z(k)}{x_z^{max}}, \quad (4.34)$$

ahol x_z^{max} a sáhhossz kapacitása. $\sigma_z(k)$ értékek átlagát véve képezhető a teljes hálózatra vonatkozó $\sigma(k)$ terhelés.

2. A ciklusidő tényleges kiszámítása egy arányos szabályozóval, azaz

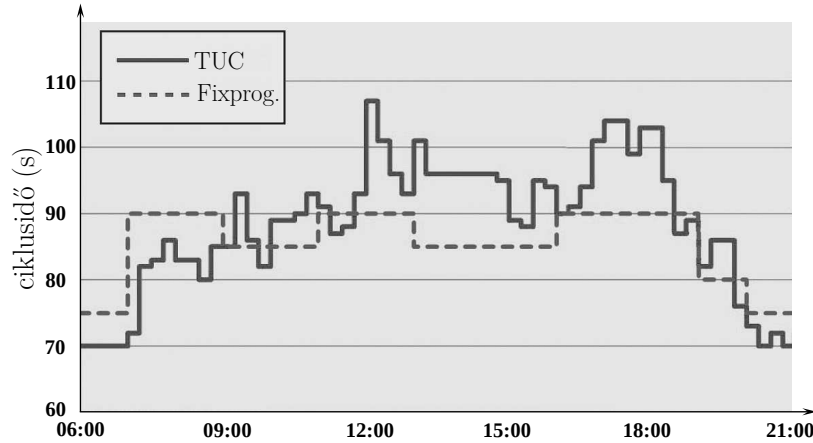
$$C(k+1) = C^N + K^C (\sigma(k) - \sigma^N). \quad (4.35)$$

C^N a nominális ciklusidő (pl. a még alkalmazható minimális hosszúságú ciklusidő). σ^N a nominális átlagos terhelés. K^C pedig a visszacsatolás erősítése, aminek mértéke a szabályozó beavatkozás intenzitását tükrözi. Ha szükséges, a számított ciklusidőt $C \in [C^{min}, C^{max}]$ zárt intervallum szerint utólag korlátozni kell.

3. Amennyiben a hálózat számára számított C értéke meglehetősen nagy, miközben vannak olyan keresztezések, amelyek ágaiban a σ_z terhelések egy előre definiált σ_t küszöbérték alatt maradnak, érdemes ezen telítetlen csomópontokat $0.5C(k)$ ciklusidővel üzemeltetni.

Az első két lépésben a stratégia a megfigyelt telítődési szinthez próbálja igazítani a ciklusidőt, míg a harmadik lépés a telítetlen keresztezések – nagyobb ciklusidőből származó – késési idejét redukálja.

A Macaéban (Brazília) megvalósított TUC és a korábban ott üzemelő fixprogramos rendszer ciklusidejének változása látható a 4.4 ábrán (egy átlagos munkanap során rögzítve). A fixidejű



4.4. ábra. A ciklusidő alakulása a Macaéban üzemelő TUC rendszerben

rendszer ciklusideje – az órapcsolós programokhoz hasonlóan – előre rögzített, 75 és 90 másodperc között mozog. A grafikon jól szemlélteti, hogy a TUC rendszer ciklusideje dinamikusan változik, lekövetve a forgalom mindenkor alakulását.

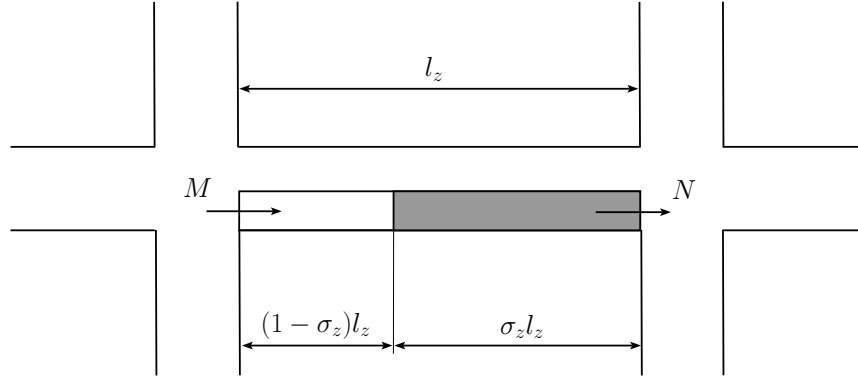
4.1.2.2. Zöldidő-összehangolás szabályozása a TUC rendszerben

A hálózat csomópontjainak összehangolásához („zöldhullám”) a fázistervek kezdeti időpontjának egymáshoz viszonyított eltolására van szükség. Optimális zöldidő-eltolás kialakításával folyamatos járműáramlás érhető el. A TUC stratégia zöldidő-összehangolása az alábbi pontokban foglalható össze:

- A zöldidő-eltolásokat egyirányú forgalom hangolására értelmezzük kiindulásként.
- Kétirányú forgalom hangolása esetén az eltolást mindkét irányban külön meg kell határozni, majd az eredő eltolást ezek súlyozott középértékeként számítjuk.
- Egymást metsző irányok esetén a stratégia egy előre definiált prioritási sorrendet állít fel, és az eltolások ebben a sorrendben kerülnek meghatározásra.

Az eltolás lokálisan, egyszerre mindig csak két egymást követő (M és N) kereszteződésben kerül meghatározásra. Az M és N csomópont közötti z útszakaszon kialakuló járműoszlop hossza (4.34) összefüggés és l_z szakaszhossz felhasználásával számítható (lásd 4.5 ábra). Ideális zöldidő-eltolás érték akkor számítható, ha az N kereszteződésben sorban álló utolsó járművet azonos időben éri el az alábbi két hatás.

- Érkező járműhullám, amit az M kereszteződés zöld jelzése vált ki. Ez a hullám az M csomópontot elhagyó, v_z sebességgel mozgó járműoszlop hatása, amely az N előtt álló járműoszlop utolsó elemét az M zöld jelzése után $\frac{(1-\sigma_z(k))l_z}{v_z}$ idő múlva éri el.
- Kihaladó járműhullám, amit az N kereszteződés zöld jelzése vált ki. Ez a hullám az N csomópontból v^c sebességgel kihaladó járműoszlop hatása, ami az N előtt álló jármű-oszlop utolsó elemét $\frac{\sigma_z(k)l_z}{v^c}$ idő alatt éri el. Amikor ez megtörténik, az utolsó jármű is v_z sebességgel mozog kifelé a N kereszteződésből.

4.5. ábra. A z útszakaszon álló járműoszlop

Amikor ez a két hatás egyszerre érvényesül, az N előtt álló járműoszlop utolsó elemén, akkor $t_{M,N}$ eltolás értéke az $M - N$ haladási irányban teljesíti a

$$\frac{(1 - \sigma_z(k))l_z}{v_z} = t_{M,N}(k) + \frac{\sigma_z(k)l_z}{v^c} \quad (4.36)$$

feltételt [64]. A (4.36) egyenletet $t_{M,N}$ -re kifejezve az alábbi visszacsatolási egyenletet kapjuk:

$$t_{M,N}(k) = \frac{l_z}{v_z} - l_z K_z \frac{x_z(k)}{x_z^{max}}, \quad z \in (O_M \cap I_N), \quad (4.37)$$

ahol I_N az N kereszteződésbe betorkolló, O_M pedig az M kereszteződést elhagyó útszakaszok halmazai, $K_z = \frac{v^c + v_z}{v^c v_z}$ a szabályozó paraméter.

Azonos módon számítható az $N-M$ irányban ható $t_{N,M}$ zöldidő-eltolás értéke:

$$t_{N,M}(k) = \frac{l_z}{v_z} - l_z K_z \frac{x_z(k)}{x_z^{max}}, \quad z \in (O_N \cap I_M). \quad (4.38)$$

Kétirányú összehangolás esetén $t_{M,N}^e$ eredő eltolás az előzőek súlyozott kombinációjával állítható elő:

$$t_{M,N}^e(k) = W_{M,N} t_{M,N}(k) + W_{N,M} t_{N,M}(k), \quad (4.39)$$

ahol $W_{M,N}$ és $W_{N,M}$ súlyok ($W_{M,N} + W_{N,M} = 1$). Amikor a két irány közül az egyik jelentősen terheltebb – a gyakorlatban elterjedt módszer szerint – a köztes súlyozott érték helyett egyszerűen csak a terheltebb iránynak az eltolása jut érvényre.

4.1.3. Több csomópontból álló hálózat forgalomirányítása modell prediktív szabályozással

Az előző fejezetben bemutatott LQ módszer városi forgalomirányítási stratégiaként való alkalmazásának nagy hátránya, hogy nem képes a korlátozások figyelembe vételére az optimális szabályozó jelek, azaz a szabad jelzések kiszámítása során. A zöldidők utólagos korrekciója egyfajta megoldást adhat a problémára, ugyanakkor az LQ technika által biztosított optimális megoldás

ebben az esetben erősen torzulhat, így más megoldásra van szükség. Az összehangolt kereszteződések jelzőlámpáinak korlátozások mellett végzett szabályozására a jelen fejezetben leírt módszert dolgoztam ki. A modell alapú prediktív irányítást használó eljárás egy több csomópontból álló hálózat valamennyi kereszteződésében a jelzőlámpák összehangolt szabályozását végzi el, ahol a rendszer bemenő jele a szabad jelzés idők hosszúsága. A csomópontok hálózatán a forgalmat az előző fejezetben ismertetett összefüggések alapján modellezem. A modell alapján megtervezett prediktív szabályozó célja, hogy minimalizálja a helyzetjelző vonalaknál sorban álló járművek számát, ezáltal a hálózatban tartózkodó járművek összes számát.

A modell prediktív szabályozó (MPC) [144, 175] adott bemenő jel esetén meghatározza (előre predesztinálja) a modell várható állapotát és kimenetét a jövőben, majd olyan bemenő jelet hoz létre irányítási jelként, ami az előzőleg az állapot és bemenőjel segítségével definiált költségfüggvényt minimalizálja. A közlekedésirányítás területén az MPC technikát gyorsforgalmi úthálózat felhajtóinak szabályozására használták először a 2000-es évek elején, majd én a városi irányításban használtam fel [53, 50]. Az állapottér alapú forgalommodellre épülő, városi MPC koncepcióm után de Oliveira és Camponogara [97] ún. multiágens (multi-agent) alapú [153] MPC stratégiát mutatott be, amely segítségével széteszthatóvá válik az irányítási feladat számítási igénye. A ágensek ez esetben a forgalomirányító berendezések processzorai, amelyek mindannyian részt vesznek az MPC optimalizálás megoldásában – folyamatos kommunikáció mellett. Aboudolas és társai [62] a TUC rendszer továbbfejlesztéseként publikáltak az MPC alapú forgalomirányításról. A bemutatott módszer a 4.1.2 fejezetben ismertetett nominális forgalommodellre épül.

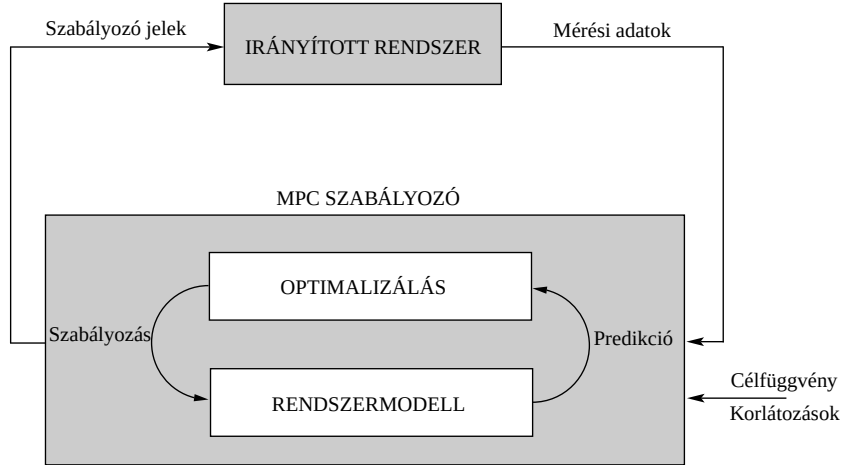
4.1.3.1. A szabályozó működése

Az általam kidolgozott szabályozó elsődleges feladata, hogy az irányítás hatókörzete alá vont jelzőcsoportok számára előállítsa a szabad jelzésidők hosszát, majd ezután az összehangoláshoz szükséges fázis eltolásokat kiszámítsa. Az így létrejött jelzéseké váltsái parancsok alapján össze kell állítani a kész fázisterveket, és megtörténhet azok kivezélése a hálózatra. Az összehangolás érdekében a szabályozott csomópontokban a ciklusidőket egyformának feltételezem, és ez az idő lesz a mintavételi idő is. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a szabályozó egy ciklusidő hosszan megfigyeli a rendszert, és méréseket végez, majd „rövid időn” belül előállítja a következő ciklus fázistervét. Ez a „rövid idő” a fázisterv programváltási pontjaitól függ, ami valós tervek esetében több másodperc is lehet. A szabályozó működése többszintű, a dinamikus, forgalomfüggő szabad jelzésidő előállítása után következik az összehangoláshoz szükséges eltolások kiszámítása. A hálózatban szimmetrikus összehangolást kell alkalmazni, a mintavételi időt pedig olyan nagyra kell választani, hogy abban az időszakban még befejeződjön a csomópont fázisterve. A prediktív irányítás modelljét a 4.6 ábra reprezentálja. Az MPC gördülő időhorizonton valósítja meg az optimális szabályozást. Emiatt az MPC-t gördülő horizontú optimalizálásként is emlegetik. A prediktív irányítás elvét a 4.7 ábra szemlélteti.

Az MPC módszer lényege, hogy a k -adik időpillanatban megmérjük a rendszer $x(k)$ állapotát. Majd N jövőbeli lépésre előre kiszámítjuk a rendszer $x(k + i|k)$ becsült állapotait és az ehhez tartozó $u(k + i - 1|k)$ beavatkozó jelsorozatok – becslési és numerikus optimalizációs módszerek felhasználásával. Az N lépést predikciós horizontnak hívják. A prediktált állapotsorozat:

$$x(k + i|k), \quad (4.40)$$

ahol a zárójel jobb oldalán lévő k az aktuális időpillanatot jelképezi, a bal oldali tag pedig a predikciós lépéseket $i = 1, \dots, N$ futóindexszel ($k + 1, k + 2, \dots, k + N$). A $k + 0$ -adik lépésben



4.6. ábra. MPC alapú irányítás sémája

($i = 0$) nem becslünk állapotot, mivel az maga a mért állapot: $x(k|k) = x(k)$. A prediktált, optimális szabályozó bemenet:

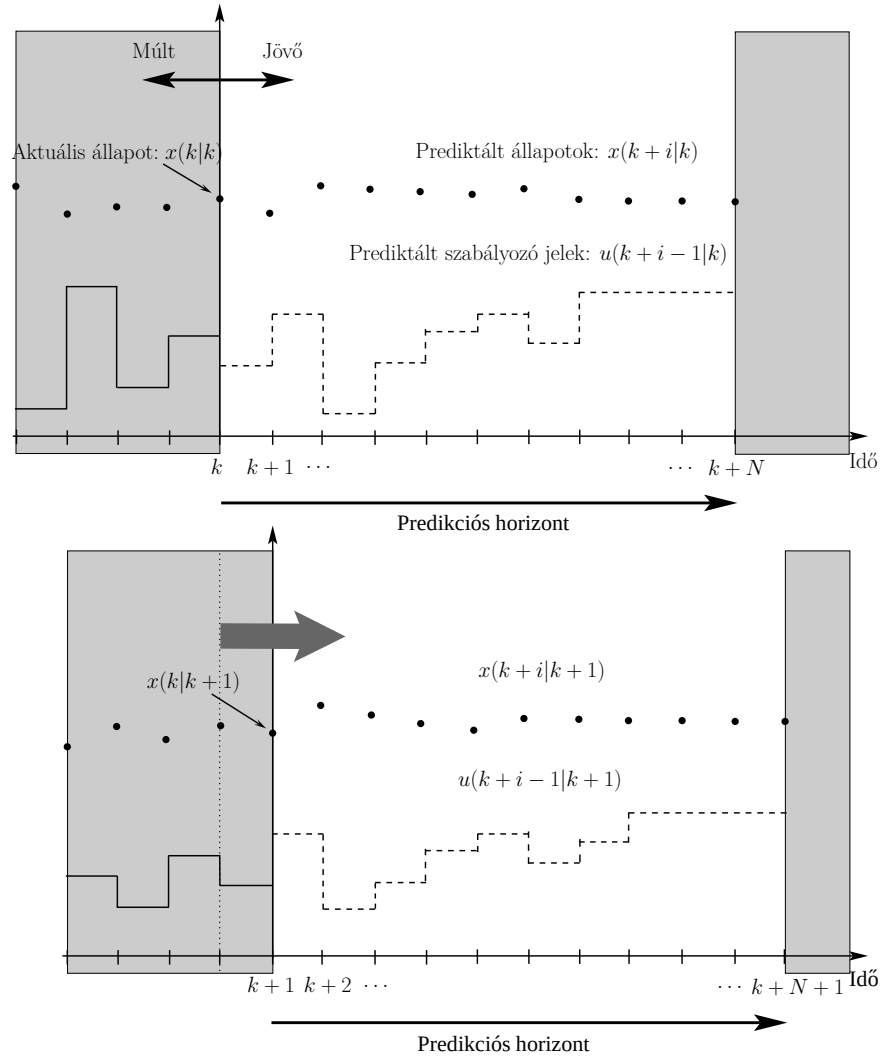
$$u(k + i - 1|k), \quad (4.41)$$

ahol szintén $i = 1, \dots, N$ futóindexet alkalmazunk ($k+0, k+1, \dots, k+N-1$). Az optimalizálási eljárás végén az N darab bemeneti jelsorozatból a szabályozó csak az aktuális $u(k|k)$ -t alkalmazza a rendszerre. Ezek után a következő $k + 1$ -edik mintavételi időpontban a friss méréseknek és becsléseknek megfelelően a szabályozó eggyel továbbgördíti a predikciós horizontot $N + 1$ -ig, és elkezd a $k + 1$ időponthoz tartozó számításokat. A folyamat természetesen hasonlóképpen folytatódik, újra meg újra ismételve a mérést, becslést és optimalizálást. Az MPC tehát egy online stratégia, amelynél emiatt igen fontos a gyors optimalizáló algoritmus alkalmazása és a megfelelő hosszúságú szabályozási időtartam meghatározása.

Az MPC alapú irányítás általában valamilyen kvadratikus funkcionál minimalizálását jelenti. Lineáris rendszer esetén az LQ irányításban alkalmazott költségfüggvény felhasználásával képezhető a funkcionál azzal a fontos különbséggel, hogy ez esetben véges horizontra írjuk fel:

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [x(k + i|k)^T Q x(k + i|k) + u(k + i - 1|k)^T R u(k + i - 1|k)]. \quad (4.42)$$

Az MPC alapú irányítási módszerek esetén meg kell említeni az irányítástechnikai stabilitás kérdését. Az LQ algoritmussal ellentétben az MPC eljárásban előállított beavatkozó jelsorozat önmagában nem képes szavatolni a rendszer stabilitását, azaz, hogy a rendszer semmilyen körülmények között ne kerülhessen instabil állapotba. A stabilitás garantálásnak számos módja van, amiről részletesen értekezett Mayne [147]. A stabilitás garantálásnak egyik módszere, ha az MPC az optimalizáció során olyan állapotalmazon mozog, amely halmaz elemei esetére biztosított a rendszer stabilitása. A feladat, hogy előállítsuk ezt a halmazt, amely a szabályozó numerikus megvalósítása szempontjából az u beavatkozó jelre egy további korlátozó feltétel felállítását jelenti. Az MPC szabályozó stabilizáláshoz terveznünk kell egy olyan szabályozót, amely



4.7. ábra. A prediktív irányítás elve

az adott rendszert stabilizálja. Célszerű egy LQ szabályozót választani, mert akkor a megoldás még optimális is lesz. A stabil szabályozó megad egy Ljapunov függvényt, aminek segítségével kijelölhetünk egy stabil állapot halmazt, a gyakorlatban ezt azt jelenti, hogy választani kell egy C konstans, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség:

$$x^T P x \leq C \quad (4.43)$$

A módszer geometriai megközelítésben a Ljapunov függvény szintvonallal történő metszését jelenti. Az így kapott állapot halmaz (egy ellipszis) közelíthető egy véges sokszöggel, ez adja a stabil állapotok halmazát. Ez a terület végső soron a beavatkozó jelre felírt újabb egyenlőtlenségi korlátot jelenti. A szabályozó instabilitása elsősorban a módszer használhatóságában jelenthet csak gondot, a valós fizikai rendszerben a hatásaival nem kell érdemben foglalkozni. Az instabilitás ugyanis végtelen járműszám megjelenését jelentené egy adott útszakaszon, ami – a rendszer fizikai tulajdonságai miatt – nem lehetséges.

4.1.3.2. A szabályozó tervezés lépései

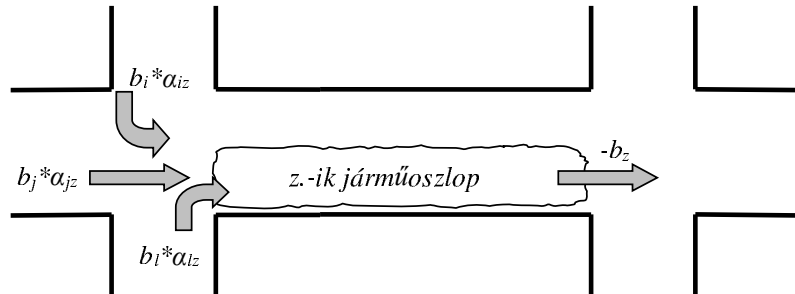
Az általam meghatározott módszer első lépésében ki kell jelölni mely járműoszlopokat vonjuk be a szabályozás hatókörébe. A lehatárolt hálózatban nem szükséges minden jelzőcsoport által irányított járműoszlopot az optimalizációba bevonni, ami a gyakorlatban azt jelenti, hogy az MPC költségfüggvényben csak a kiválasztott járműoszlopokat kell szerepeltetni. A kiválasztás alapvetően meghatározza az irányított hálózatban a forgalom alakulását. A szabályozórendszer tervezése szempontjából ez az állapotok és a beavatkozó jelek helyes megválasztását jelenti. A rendszer működéséből adódó sajátosság, hogy az optimalizációba bevont járműsorokat mindenképpen minimalizálja azok rovására, amelyek az irányítás hatása alatt vannak, de nem szerepelnek az állapotok között. Tipikus választás lehet, ha egy hálózat belépő pontjainak járműsorait nem vesszük fel állapotnak, akkor ennek hatására az irányítórendszer kiüríti a hálózatot, de a belépő pontokon feltorlódnak a járművek. Az általam felépített szimulációban a hálózat minden belső és belépő járműoszlopát is felvettem az állapotok közé.

Az állapotok és a beavatkozó jel vektorok meghatározása után a valós hálózat topológiája alapján a modell felépítését kell meghatározni, amelynek általános alapösszefüggéseit a korábbi fejezetekben tárgyaltam. Az A, B, C, D mátrixokkal reprezentált diszkrét állapotter modell meghatározását a valós csomóponti hálózat, az irányítási feladat és a mérések alapján kell elvégezni, amihez alapvetően három fő összetevőt definiálni:

- n_x az irányításba bevont járműoszlopok száma (állapotok),
- n_u a jelzőcsoportok száma (beavatkozó jel),
- n_y a mért járműoszlopok száma (kimenet).

	n_x	n_u
n_x	A	B
n_y	C	D

4.8. ábra. A diszkrét állapotter összerendelése az irányított csomóponti hálózattal



4.9. ábra. A járműoszlop méretére ható tényezők

Az A mátrix egység mátrix, mérete $n_x * n_x$. A B mátrix átlója tartalmazza az adott járműoszlopok kihaladási tulajdonságaira jellemző átbocsátó képességet. A B mátrix soraiban az elemek nullák, ha az adott sornak megfelelő járműoszlopra nincs hatással az adott mátrixelemhez tartozó jelzőcsoport, ellenkező esetben a hatás mértéke szerepel ott, ami a hatást kifejtő jelzőlámpacsoporthoz tartozó átbocsátó képesség és a fordulási ráta szorzata, mérete $n_x * n_y$. A B mátrix z -ik sorának elemei a következőképpen alakulnak:

$$\begin{aligned} b_i &= (1 - \kappa_{z,0})\alpha_{iz} \frac{S_w}{C} \\ b_j &= (1 - \kappa_{z,0})\alpha_{jz} \frac{S_w}{C} \\ b_l &= (1 - \kappa_{z,0})\alpha_{lz} \frac{S_w}{C} \\ b_z &= \frac{S_z}{C} \end{aligned} \quad (4.44)$$

ahol b_z, b_i, b_j, b_l az z, i, j, l irányokban megadott átbocsátó képesség (ejm/s).

A C mátrix a mért adatok és a járműoszlopok hosszának kapcsolatát fejezi ki. Amennyiben a járműoszlopban lévő járművek száma közvetlenül mérhető, akkor C egy $n_y * n_x$ méretű egység mátrix. Ha az állapotot nem tudjuk közvetlenül mérni, akkor megfigyelőt kell a rendszerbe építeni. A D mátrix mérete $n_y * n_u$ elemei nullák. Az A, B, C, D mátrixokkal reprezentált diszkrét lineáris rendszer állapotegyenlete:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + d_m(k) + w(k) \quad (4.45)$$

ahol x az állapot, azaz a sorbanálló járművek száma, u a beavatkozó jel, ami lehet Δg vagy a teljes szabad jelzésidő, d_m a mérhető hibák összessége, w a nem mérhető hibák összessége. A mérhető hibák közé egyedül a lehatárolt rendszer határain belépő járművek számát vettem fel, amelyet mérünk, jelölése: x_{be} . A nem mérhető hibák között szerepelnek a mérésekre rakódó zajok és az állapothiba.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + x_{be}(k) + w(k) \quad (4.46)$$

Az állapotokat közvetlenül tudom mérni ($C=I$), a kimeneti mérések v zajjal terheltek:

$$y(k) = x(k) + v(k) \quad (4.47)$$

A fenti egyenletrendszer megfelel a korábban felírt (4.20) tárol és továbbít modell általános egyenletének. A következőben az MPC szabályozó tervezéséhez ezt az általános modellt használhatjuk, az állapothiba és mérési hiba kezelését később írom le. A megoldás robusztusságával egy külön tézisben részletesen foglalkozom. A (4.20) egyenletet N horizontra felírva az MPC-hez szükséges, kiterjesztett állapotter egyenletrendszerét kapjuk:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1|k) \\ x(k+2|k) \\ \vdots \\ x(k+N|k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A \\ A \\ \vdots \\ A \end{bmatrix} x(k|k) + \\ &+ \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ B & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B & B & \dots & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N-1|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 2E \\ \vdots \\ NE \end{bmatrix} d(k|k). \end{aligned} \quad (4.48)$$

Mivel A egységmátrix, és (4.21) alapján a ciklusidővel megegyezik a T mintavételi idő, az egyenletrendszer az alábbi egyszerűbb alakra hozható:

$$\begin{aligned} & \overbrace{\begin{bmatrix} x(k+1|k) \\ x(k+2|k) \\ \vdots \\ x(k+N|k) \end{bmatrix}}^{\mathbf{x}} = \overbrace{\begin{bmatrix} x(k) + Td(k) \\ x(k) + 2Td(k) \\ \vdots \\ x(k) + NTd(k) \end{bmatrix}}^{\mathbf{c}} \\ & + \overbrace{\begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ B & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B & B & \dots & B \end{bmatrix}}^{\mathcal{B}} \overbrace{\begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N-1|k) \end{bmatrix}}^{\mathbf{u}}, \end{aligned} \quad (4.49)$$

ahol a vastagított betűjelöléssel írt elemek hipervektorokat jelentenek, a kalligrafikus jelölés pedig hipermátrixra utal. (4.42) költségfüggvény a (4.49) egyenletben képzett $\mathbf{x}$ és $\mathbf{u}$ hipervektorok segítségével is felírható:

$$J(k) = \frac{1}{2} [\mathbf{x}^T \mathcal{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u}], \quad (4.50)$$

ahol $\mathcal{Q}$ és $\mathcal{R}$ blokkdiagonális hipermátrixok, átlóikban Q és R súlymátrixokkal. Behelyettesítve (4.49) egyenletet a (4.50) költségfüggvénybe, és praktikusán $Q = qI$ ill. $R = rI$ összefüggéssel élve (q és r skalár konstansok):

$$J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T (q\mathcal{B}^T \mathcal{B} + rI) \mathbf{u} + q\mathbf{c}^T \mathcal{B} \mathbf{u} + \frac{1}{2} q\mathbf{c}^T \mathbf{c}, \quad (4.51)$$

ahol az utolsó tag konstans értékű. Mivel a költségfüggvényt minimalizálni akarjuk, $\frac{1}{2} q\mathbf{c}^T \mathbf{c}$ nem befolyásolja a minimalizálási feladat eredményét, így el is hagyható $J(k)$ -ből:

$$J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \overbrace{(q\mathcal{B}^T \mathcal{B} + rI)}^{\Phi} \mathbf{u} + \overbrace{q\mathbf{c}^T \mathcal{B}}^{\beta^T} \mathbf{u} \rightarrow \min. \quad (4.52)$$

A minimalizálandó célfüggvény végső formája így:

$$J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Phi \mathbf{u} + \beta^T \mathbf{u}, \quad (4.53)$$

ahol Φ egy konstans mátrix, mivel elemei a rögzített értékű fordulási ráták és a súlyozó paraméterek kombinációi. β^T vektor viszont mintavételezésenként eltérő lehet $d(k)$ igényforgalom változása miatt.

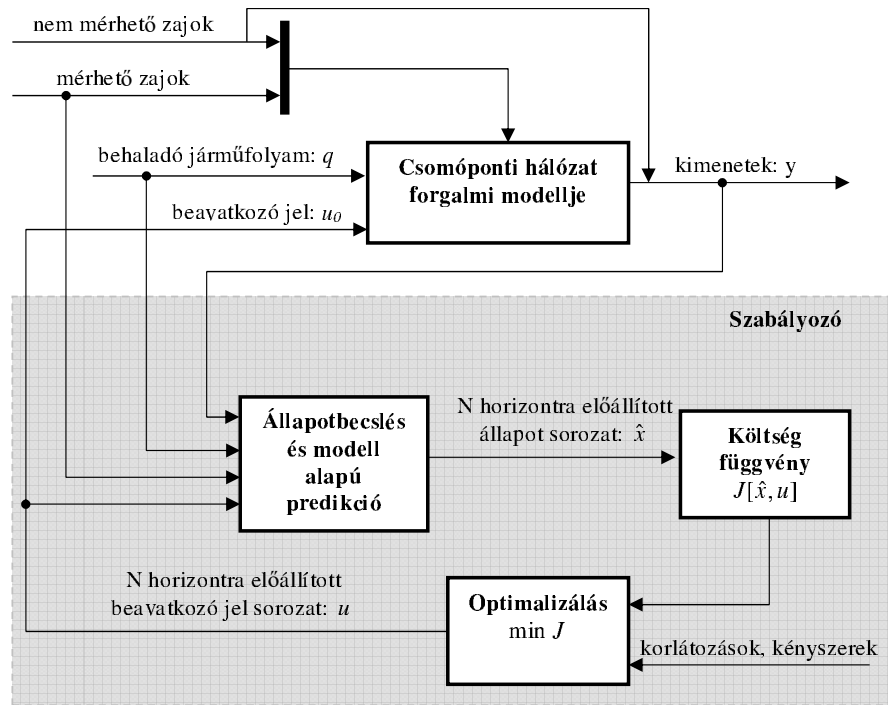
A (4.53) megegyezik az általánosan felírt, kvadratikus optimalizálási feladattal, amely minimalizálása egy többváltozós, nemlineáris programozási problémaként értelmezhető – a rendszerre vonatkozó (4.4) és (4.5) – lineáris korlátozások betartása mellett. Ilyen típusú nemlineáris optimalizálást többféle módszerrel meg lehet oldani. Előfordulhat, hogy nincs a feltételeknek megfelelő megoldás, ebben az esetben célszerű az utolsó még jó beavatkozó jelsorozatot megtartani.

4.1.3.3. A forgalomirányító rendszer működése

A fenti szabályozó működése során tehát a megadott horizonton az állapotokat a modell alapján előre meghatározza, mindezt úgy, hogy a horizont végén a feltételeknek és a költségfüggvények is megfelelő állapotok álljanak fent. A folyamat végén előállt u bemeneti vektor első elemét a szabályozott forgalomirányító rendszerre kiadja, majd a következő lépésben ez ismétlődik ciklikusan.

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u_0^T & u_1^T & \cdots & u_{N_p-1}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.54)$$

Az N_p a predikciós horizont hossza, amelynek a számítása minden mintavétel után végre hajtódik, de az eredményül kapott N_p hosszban előállított beavatkozó jel sorozatból csak az első kell a szabályozónak kiadni. A kisebb számításigény érdekében az N_p predikciós horizont mellett egy N_c (ahol: $N_c \leq N_p$) irányítási horizontot is definiáltam, amely feltételezi, hogy a beavatkozó jel a $k + N_c$ mintavétel után már nem változik. Összességében az MPC alapú közúti közlekedési irányító rendszer felépítése a 4.10 ábrán látható.



4.10. ábra. Dinamikus, forgalomfüggő irányítás modell prediktív szabályozással

A szabályozási cél teljesülését, a költségfüggvény helyes megválasztásával és megoldásával lehet kielégíteni, de természetesen úgy, hogy az elérendő célt már az állapotegyenlet és modell felírásánál is figyelembe kell venni.

A konkrét példától elvonatkoztatva a forgalomirányításban számos további költségfüggvényt is felírhatunk. A közúti folyamatoknál létezik néhány gyakran előforduló, jellemző szabályozásai feladat, ilyen a gyorsforgalmi úthálózaton a kihaladó főág forgalomnagyságának maximalizálása,

ahol a felírt funkcionál a következő lehet:

$$J(k) = \sum_{k=k_0}^{(k_0+N_p)-1} \left[\sum_{(m,i) \in \mathfrak{S}_{sum}} \rho_{m,i}(k) v_{m,i}(k) \right] \quad (4.55)$$

Az összes útszakaszok halmaza $\mathfrak{S}_{sum}$, $\rho_{m,i}$ az m útvonal i szakaszának a forgalomsűrűsége, $v_{m,i}$ pedig a sebessége, N_p a horizont hossza. Hasonlóképpen csak a sűrűségre felírva:

$$J(k) = \sum_{k=k_0}^{(k_0+N_p)-1} \left[\sum_{(m,i) \in \mathfrak{S}_{sum}} \rho_{m,i}^2(k) \right] \quad (4.56)$$

A költségfüggvény felírásánál nagyon kevés megkötés van, tehát sokrétű cél eléréséhez fel tudjuk használni.

Korlátozások: A legtöbb feltétel a beavatkozó jelre áll fent, ami jel fizikai tartalma alapján a jelzőlámpák szabad jelzésidőivel egyenlő. Ezért szükséges definiálni egy alsó korlátot u minden elemére:

$$\bar{u}_i \geq t_{MIN} \quad \forall i \quad (4.57)$$

Továbbá létezik egy felső korlát is:

$$\bar{u}_i \leq t_{MAX} \quad \forall i \quad (4.58)$$

Az u értéke csomópontonként nem lehet nagyobb, mint egy megadott érték, ami a ciklusidő a közbenső idők és minimális szabadjelzés különbsége.

$$\sum_{i=1}^{O_j} \bar{u}_i \leq t_j^{MAX} \quad j = 1 \dots J \quad (4.59)$$

ahol O_j a j -ik kereszteződéshez tartozó irányított járműoszlopok száma, J az irányított keresztezések száma. Ezt az összeget felírhatjuk mátrixszorzat formájában, és így az egyenlőtlenség kezelése könnyebb lesz az optimalizáció során:

$$H\bar{u} \leq t^{MAX} \quad (4.60)$$

Az összehangolás és fázisidő terv: A feltételek mellett végzett optimalizáció eredményeként előáll az N_p horizontra számított beavatkozó jel sorozat (4.54). A vektorokból álló sorozatnak vesszük az első elemét, amit megfeleltünk a szabad jelzésidőnek.

$$g_k = u_0 \quad (4.61)$$

ahol g_k a k -ik lépésben előállított vektor, ami az összes jelzőcsoport szabad jelzésidőjét tartalmazza, de még nem határozza meg annak helyét a fázistervben. A szabad jelzésidőt a zöldidő és az átmeneti jelzések idejéből számítom.

$$g_k = t_z + t_s \quad (4.62)$$

ahol t_z a zöld jelzések ideje, t_s az átmeneti jelzések (sárga) ideje (s). A zöldidők előállítását követően a csomóponti fázisterv összehangolása, ami gyakorlatilag az ismert zöldidő intervallum tényleges helyének a meghatározása a fázistervben. A megoldáshoz a 4.1.2.2 fejezetben ismertetett módszert alkalmazom.

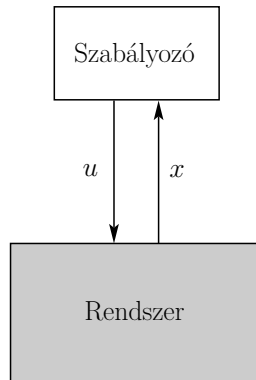
4.2. Elosztott MPC városi forgalomirányításhoz

Általában a legjobb szabályozási algoritmusoknál is az egyik legnagyobb probléma azok gyakorlati alkalmazhatósága szokott lenni. Legtöbbször túlzottan nagy számítási kapacitások és számítási idők miatt adódnak problémák. A központi szabályozás esetén az MPC komoly megvalósíthatósági problémákba ütközhet. Ennek feloldására alkalmazhatjuk az elosztott számításon alapuló irányítást.

Az adaptív közúti forgalomirányítási rendszerek is általában centrális felépítésűek, ahol egy központi irányító számítógéphez futnak be az egész hálózat adatai, és ugyanez a gép számítja ki az optimális jelzéstervet a hálózat összes jelzőberendezése számára. Az optimális beavatkozó jelek kiszámítása azonban nemcsak egy központi helyen történhet, hanem a számítási feladatokat szétszétva is elvégezhetők. Ebben az esetben decentralizált rendszerfelépítésre van szükség. A következőkben egy ilyen elosztott, prediktív szabályozás alapú városi forgalomirányító rendszer bemutatására kerül sor, amely fő szabályozási célja a jelzőberendezések előtt sorban álló járművek számának minimalizálása.

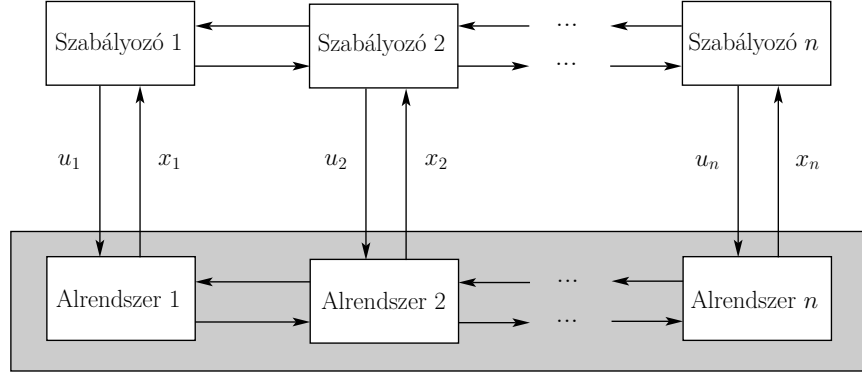
4.2.1. Centrális és elosztott MPC szabályozási architektúra

Az előző fejezetben egy általánosított városi hálózat MPC alapú szabályozásának alapelveit ismertettük. A bemutatott MPC irányítás legegyszerűbben centrális rendszerfelépítésben képzelhető el. Ekkor egy forgalomirányító központba futnak be a hálózat útszakaszain történő mérések adatai, és e központ számítja ki az optimális jelzésterveket – (4.52) megoldása alapján. A centrális irányító architektúra esetén minden döntést egy központi számítógép hoz meg, amiket aztán továbbít a terepi forgalomirányító berendezések számára. A központi architektúrát a 4.11 ábra mutatja, ahol u az összes szabályozó jelet tartalmazza és x pedig a közlekedési hálózat állapotait írja le az előző fejezetben foglaltaknak megfelelően.



4.11. ábra. Centralizált irányító rendszer

Az optimális beavatkozó jelek kiszámítása azonban szétszétva is elvégezhető. Elosztott irányító rendszerben központi számítógép nélkül valósítható meg a szabályozás úgy, hogy a terepi gépek elosztják egymás között a szükséges számításokat, miközben egymással is megosztanak mérési, ill. számítási adatokat. Az elosztott rendszerekben a döntések már helyben megszületnek, így "csupán" a forgalomirányító berendezésekben lévő intelligencia segítségével szabályozhatóvá válik az adott közlekedési hálózat. Az elosztott irányítási architektúrát a 4.12 ábra szemlélteti.



4.12. ábra. Elosztott irányítási struktúra

4.2.2. Elosztott MPC szabályozás megvalósítása Jacobi-iterációval

Az elosztott, MPC alapú városi forgalomirányítás egyik megvalósítási lehetősége a Jacobi-módszer [77] alkalmazása, ami egy iterációs algoritmus az alábbi általános alakú, korlátozásokat tartalmazó, kvadratikus optimalizálási feladat megoldásához:

$$J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Phi \mathbf{u} + \beta^T \mathbf{u} \rightarrow \min, \quad (4.63)$$

$$\mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0.$$

(4.63) első sora megegyezik a már levezetett (4.53) MPC költségfüggvénnyel. A második sor a korlátozásokat tartalmazza lineáris vektoregyenlőtlenségként kifejezve. $\mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0$ összefüggés tehát a rendszerre vonatkozó (4.4) és (4.5) korlátozásokat tömöríti magába N horizontra vonatkozóan.

Az $\mathbf{F}$ egy három részből álló hipermátrix, amelynek felső blokkja az (4.5) egyenletnek megfelelően a zöldidők lineáris kombinációit tartalmazza. $\mathbf{F}$ alsó két blokkja egy negatív és egy pozitív egységmátrix, amellyel az (4.4) szerinti minimumra, ill. maximumra vonatkozó korlátozások tartathatók be:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F & & \\ & \ddots & \\ & & F \\ \hline & -\mathbf{I} & \\ \hline & \mathbf{I} & \end{bmatrix}. \quad (4.64)$$

F mátrix N -szer (az MPC-ben használt horizont száma) található meg $\mathbf{F}$ -ben ($i = 1, 2, \dots, N$).

F struktúrája:

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_1^T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_2^T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{1}_n^T \end{bmatrix}, \quad (4.65)$$

ahol $\mathbf{1}_j^T$ egyeseket tartalmazó sorvektor, amely az $j = 1, 2, \dots, n$ kereszteződések zöldfázisait jelöli ki (mérete ezért csomópontonként változik).

A $\mathbf{h}$ hipervektor az $\mathbf{F}$ -nek megfelelően három blokkvektorra bontható, ahol a felső rész a csomópontonkénti zöldidők összegének felső korlátait tartalmazó vektorokból (t^{sum}), a középső rész a minimális zöldidők (t^{min}), míg az alsó blokk a kiadható maximális zöldek (t^{max}) vektoraiból áll. Természetesen a vektorok előfordulásának a száma a blokkokban itt is N .

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} t^{sum} \\ \vdots \\ t^{sum} \\ \hline t^{min} \\ \vdots \\ t^{min} \\ \hline t^{max} \\ \vdots \\ t^{max} \end{bmatrix}. \quad (4.66)$$

Visszatérve a (4.63) probléma megoldásához, fontos megjegyeznünk, hogy az alkalmazandó Jacobi-algoritmus csak konvex probléma esetén használható. Amennyiben Φ pozitív szemidefinit mátrix (azaz sajátértékei nem negatívak), a (4.63) összefüggés egy konvex optimalizálási feladat [84]. Φ mátrix pozitív szemidefinitiségének ($\Phi \succeq 0$) bizonyítása a G. függelékben olvasható részletesen.

A megoldás folytatásához a dualitás elméletét használjuk fel [77]. A (4.63) primál probléma ún. Lagrange-féle duál alakra hozható. A Lagrange-dualitás alapgondolata, hogy a korlátozásokat a célfüggvény kibővítésével vesszük figyelembe. Az optimalizálási probléma Lagrange-egyenlete:

$$L(\mathbf{u}, \lambda) = \overbrace{\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Phi \mathbf{u} + \beta^T \mathbf{u}}^{J(k)} + \lambda^T (\mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h}), \quad (4.67)$$

ahol λ^T a Lagrange-társváltozókat tartalmazó sorvektor. A duálfüggvény a Lagrange-egyenlet minimumaként határozható meg:

$$L_{dual}(\lambda) = \inf_{\mathbf{u}} L(\mathbf{u}, \lambda). \quad (4.68)$$

Az minimum könnyen kiszámítható, amennyiben a Lagrange-egyenlet gradiensét (azaz az $\mathbf{u}$ szerinti deriváltját) egyenlővé tesszük nullával [84]:

$$\nabla_{\mathbf{u}} L(\mathbf{u}, \lambda) \equiv 0. \quad (4.69)$$

(4.69) segítségével az optimális $\mathbf{u}^*$ vektorhoz juthatunk:

$$\mathbf{u}^* = -\Phi^{-1}(\beta + F^T \lambda^*). \quad (4.70)$$

(4.67) egyenletbe visszahelyettesítve $\mathbf{u}^*$ értékét, a Lagrange-egyenlet duálisát kapjuk:

$$L_{dual}(\lambda) = L(\mathbf{u}^*, \lambda) = \frac{1}{2} \lambda^T \overbrace{\mathbf{F} \Phi^{-1} \mathbf{F}^T}^P \lambda + \lambda^T \overbrace{(\mathbf{F} \Phi^{-1} \beta + \mathbf{h})}^w, \quad (4.71)$$

ahol az átláthatóság kedvéért P mátrixot és w vektort definiáljuk. A fentiek alapján a (4.63) kvadratikus optimalizálási probléma duálisa végül:

$$L_{dual}(k) = \frac{1}{2} \lambda^T P \lambda + \lambda^T w \rightarrow \min, \quad (4.72)$$

$$\lambda \geq 0.$$

Bizonyítható, hogy ha λ^* optimális megoldást nyújt $L_{dual}(k)$ számára, akkor (4.70) ugyancsak az optimális megoldását adja a primál feladatnak [178].

Mint látható, a duális probléma a primál feladathoz képest jóval egyszerűbb korlátozást tartalmaz: az egyetlen kikötés, hogy a megoldás nem negatív halmazon keresendő. A duális feladat ezáltal gyakorlatilag az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldására redukálódik – a pozitivitás feltétele mellett:

$$P\lambda = w. \quad (4.73)$$

Számos numerikus algoritmus létezik a probléma megoldására. A rendszerünkhöz a Jacobi-iterációt választottuk, amely lehetőséget ad az optimalizálási probléma hatékony és elosztott megoldásra. Mivel Φ pozitív szemidefinit mátrix, P mátrix j -edik diagonál eleme is pozitív:

$$p_{jj} = a_j^T \Phi^{-1} a_j \geq 0. \quad (4.74)$$

Ez azt jelenti, hogy a duál függvény is szigorúan konvex [77]. A szigorú konvexitási feltétel teljesülésével alkalmazható a nemlineáris Jacobi-algoritmus. Mivel a duál feladat szintén kvadratikus, az iteráció explicit módon felírható. Felhasználva a duál függvény első parciális deriváltját:

$$w_j + \sum_{k=1}^m p_{jk} \lambda_k, \quad (4.75)$$

a módszer a következő iterációs egyenlettel írható le:

$$\lambda_j(t+1) = \max \left\{ 0, \lambda_j(t) - \frac{\kappa}{p_{jj}} \left(w_j + \sum_{k=1}^m p_{jk} \lambda_k(t) \right) \right\}, \quad (4.76)$$

$$j = 1, 2, \dots, m.$$

κ egy pozitív értékű, súlyozó paraméter. Az iterációban konvergencia biztosítható, amennyiben $\kappa = m^{-1}$. Mindamellett nem érdemes ennyire kis értéket választani κ -nak, mivel ez általában szükségtelenül lelassítja az iterációt.

Amint eljutunk λ^* optimális megoldáshoz a (4.76) iteráción keresztül, az MPC - szabályozó jelre vonatkozó - optimális megoldása közvetlenül számítható (4.70) formulával. Ez eddig a

lépésig csupán centrális megoldása a feladatnak. Az MPC számítási algoritmusában azonban párhuzamosítható globális kommunikáció mellett: minden részegység (a gyakorlatban CPU) párhuzamosítva dolgozik és kommunikál a többivel. A gyakorlatban (nagy méretű közlekedési hálózatban) ez $i = 1, 2, \dots, M$ darab forgalomirányító berendezés processzorát jelenti.

Az elosztott számítási módszer alapja a (4.76) iteráció kisebb számítási problémákra való bontása. Azaz az így létrehozott, adott i -edik alfeladatban az optimalizálási változók egy kisebb halmazán kell csak a számítást elvégezni. A végleges megoldás pedig ezáltal egy folyamatosan javuló becslése lesz az optimális megoldásnak. Az iterációt természetesen addig kell végezni, amíg ez a becslés gyakorlatilag már eléri a - központi számítással elérhető - optimális megoldási pontosságot. Az elosztott számítást az M.2 algoritmusleírás tartalmazza. A kidolgozott módszer demonstrálása végett végzett szimulációk eredményeit a H függelék tartalmazza.

4.3. Robusztus MPC városi forgalomirányításhoz

A robusztusság az irányítástechnikában azt jelenti, hogy olyan szabályozót tudunk tervezni, amely akkor is képes megfelelően irányítani, amikor a rendszer modellje nem teljesen pontos a zajos mérések vagy egyéb bizonytalanságok miatt.

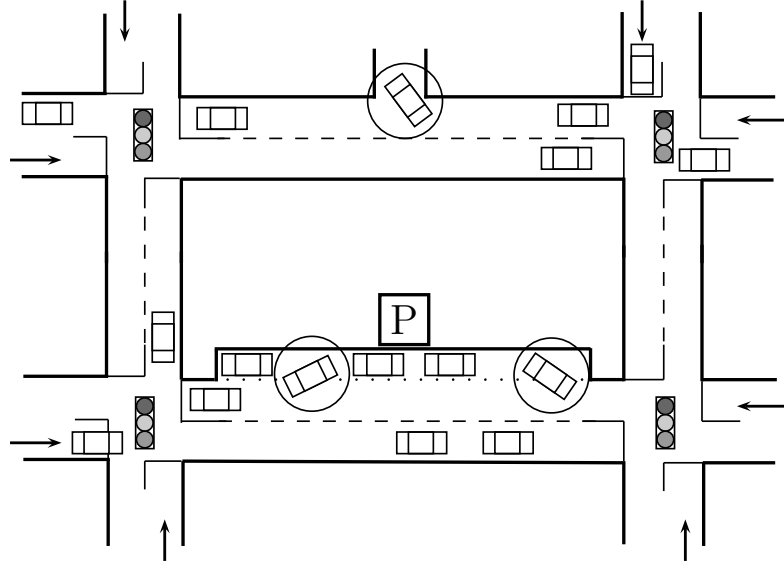
Az előző fejezetekben bemutatott szabályozási stratégiák igyekeznek optimális és hatékony megoldást nyújtani a városi forgalomirányításhoz. Alkalmazásukkal nagymértékű javulást lehet elérni a hagyományos lokális irányítású, forgalomfüggő vagy fixprogramos forgalomirányításhoz képest. Ugyanakkor ezeknek a módszereknek egyike sem képes a rendszer természetéből adódó bizonytalanságok kezelésére, amik megjelenése nem kiküszöbölhető nagyon jó minőségű mérőrendszer esetén sem. A bizonytalanságok mértéküktől és megjelenési gyakoriságuktól függően veszélyeztethetik az optimális irányítás megbízhatóságát. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a szabályozó rendszer az optimális zöldidőket nem teljesen a valóságnak megfelelően számítja ki, hanem a valamilyen mértékben hibás rendszermodellre alapozva. Ilyenkor az a veszély állhat fenn, hogy a kiadott irányító jelekkel nem a kívánt hatást érjük el.

A következőkben definiáljuk a bizonytalanság fogalmát és okait városi forgalomban, majd bemutatunk két olyan robusztus tulajdonságú irányítási stratégiát, amelyek képesek a bizonytalanságok figyelembe vételére azok előre megbecsült mértéke alapján.

4.3.1. Bizonytalanság a városi hálózatban

Az előző fejezetekben alkalmazott – általánosított, lineáris forgalommodell eddigi tárgyalása során a lehetséges állapotbizonytalanságokat nem vettük figyelembe. Azt feltételeztük, hogy a modell pontosan írja le a valóságot. Ekkor az állapotok mérése (járműszám) meg kell, hogy egyezzen az útszakaszokon haladó járművek számával. A gyakorlatban azonban könnyen fellépnek nem mérhető zavarások. Így a mérőrendszer becslése és a valós állapot között nagyobb eltérések is lehetnek. A bizonytalanság egyszerűen a következő példával szemléltethető. Tegyük fel, hogy adott egy $\pm 30\%$ -os maximális hibával dolgozó mérőrendszer. A rendszer éppen 10 darab sorban álló járművet számlál egy adott csomóponti ágon, miközben ott a valóságban 13 autó sorakozik. Ekkor a szabályozó is 30%-kal kevesebb járművet vesz figyelembe, ami akár 30%-kal rövidebb zöldidő kiszámításához is vezethet, azaz – felhasználva a kihaladó járművekre vonatkozó átbocsátóképesség-összefüggést ($n_j = S_j u_j$, $j = 1, 2, \dots, m$) – a szükséges 26 helyett esetleg csak 20 másodperc zöldet adunk ki.

A 4.13 ábra az állapotbizonytalanság két tipikus megjelenési formáját mutatja. Az egyik



4.13. ábra. Állapotbizonytalanság megjelenése városi forgalomban

jellemző bizonytalanság forrását az útszakasz melletti parkolók jelentik (pl. garázs, irodaház, közintézmény, bevásárlóközpont, stb.). A másik tipikus bizonytalanság pedig két irányított csomópont közötti, jelzőlámpával nem irányított (és nem mért) kereszteződés(ek) által generált járműfluktuációból származhat. Nyilvánvalóan, ezen járműforgalmak pontos mérése ésszerűtlenül nagy költségeket jelentene. Ugyanakkor jelenlétük potenciálisan elronthatja az optimális irányítást.

A megoldás tehát robusztus szabályozási stratégia alkalmazása. Ehhez elsőként a bizonytalanságok matematikai leírására van szükség. Az irányítástechnika gyakorlatában két gyakori megközelítéssel élnek: az additív, ill. a multiplikatív hibaleírással. Az additív megközelítésben a potenciális bizonytalanságot egyszerűen hozzáadjuk az állapotegyenlethez. A multiplikatív struktúrában pedig a zavarásokat a rendszer dinamikai modelljének valamilyen arányaként definiáljuk. A következő két fejezetben mindkét megközelítésre mutatunk egy-egy robusztus irányítási módszert.

4.3.2. Robusztus MPC additív bizonytalansági struktúra esetén

Az additív bizonytalansági struktúra esetén a feltételezett zavarásokat hozzáadjuk a dinamikai egyenlethez, azaz számszerűen belevesszük a modellbe. Ezért előre meg kell mondanunk, hogy a méréshez képest körülbelül hány darab autó jelenhet meg vagy nyelődhet el az adott útszakaszon. Az additív struktúra alkalmazásakor a (4.20) egyenlethez egyszerűen hozzáadjuk a bizonytalansági tagot:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ed(k) + G(k)w(k), \quad w(k) \in \mathbb{W}_\infty, \quad (4.77)$$

ahol $w(k)$ zavarásról csak annyit tudunk, hogy mekkora lehet a maximális értéke, a megjelenési gyakorisága ismeretlen. A később alkalmazandó irányítási algoritmus miatt ún. norma-korlátos zavarást alkalmazunk. A zavarások lehetséges halmaza:

$$\mathbb{W}_\infty = \{w : \|w\|_\infty \leq 1\}. \quad (4.78)$$

(4.78) azt jelenti, hogy $w(k)$ vektor elemeinek értéke -1 és $+1$ között változhat. Így $G(k)$ diagonális mátrixot a potenciálisan megjelenő zavarások maximum értékeinek (γ_z) ismeretében lehet definiálni:

$$G(k) = \begin{bmatrix} \gamma_1(k) & & & \\ & \gamma_2(k) & & \\ & & \ddots & \\ & & & \gamma_n(k) \end{bmatrix}. \quad (4.79)$$

Az egyes γ_z értékek járműszámot jelentenek. Így az x_z állapot korlátos additív zavarása a $\gamma_z w_z(k) \in [-\gamma_z, \gamma_z]$ szorzatból adódik. Ha például $\gamma_z = 5$, akkor a potenciálisan megjelenő hiba a z -edik útszakaszon ± 5 darab jármű a méréshez képest. Így a z -edik állapot $x_z = \bar{x}_z \pm 5$ lesz, ahol $\bar{x}_z$ a valós járműszámot jelenti.

$G(k)$ időben változó mátrix, ugyanakkor nem szükségszerűen változik minden lépésben, a gyakorlatban inkább napszakonként módosul (pl. reggeli csúcs órák, délelőtt, kora délután, stb.). $G(k)$ értékét előzetes mérések alapján lehet megbecsülni. Miután $G(k)$ mátrix előállt, meg kell vizsgálnunk, hogy megfelel-e egy fontos korlátozási feltételnek. Annak érdekében ugyanis, hogy semmiképpen ne alakulhasson ki negatív állapot (járműszám) a (4.77) által leírt forgalommodellben, $G(k)$ -t állapotfüggőként kell definiálni. Eszerint $G(k)$ elemeire fennáll a következő megszorítás, amelyet minden k -adik lépésben ellenőrizni kell:

$$\begin{aligned} \text{ha} \quad & x_z(k) > 0, \quad \text{legyen } \gamma_z(k) \leq x_z(k), \\ \text{máskülönben} \quad & \gamma_z(k) = 0. \end{aligned} \quad (4.80)$$

Ez azt jelenti, hogy (4.80) korlátozással adott esetben gyakorlatilag csökkentjük az előre definiált bizonytalansági mértéket. Ugyanakkor meg kell jegyezni, hogy (4.80) alkalmazására a gyakorlatban nem kerülne sor valószínűleg, hiszen ez akkor jöhet szóba, amennyiben egy útszakaszon az átlagos forgalomnak csupán töredéke jelenik meg.

Additív bizonytalansági struktúrával leírható rendszer irányítására egy hatékony robusztus MPC stratégiát publikált Löfberg (2003) [138]. A módszer a (4.77) állapotegyenletről indul ki. A nominális MPC-hez hasonlóan itt is egy kvadratikus funkcionál optimalizálásán keresztül történik az irányítás. Az optimalizálási feladat azonban bonyolódik, mivel a robusztusság biztosítása érdekében egyszerre kell minimalizálni és maximalizálni a költségfüggvényt:

$$\begin{aligned} \min_u \max_w \quad & \sum_{i=1}^N x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i-1|k)^T R u(k+i-1|k), \\ & u(k+i-1|k) \in \mathbb{U}, \quad \forall w \in \mathbb{W}_\infty, \\ & x(k+i|k) \in \mathbb{X}, \quad \forall w \in \mathbb{W}_\infty, \\ & w(k+i|k) \in \mathbb{W}_\infty. \end{aligned} \quad (4.81)$$

A (4.42) funkcionálhoz hasonlóan Q és R pozitív szemidefinit súlymátrix, és N a predikciós horizont. $\mathbb{U}$ a szabályozó jelre és $\mathbb{X}$ az állapotra vonatkozó korlátozások halmaza. $\mathbb{W}_\infty$ pedig a zavarások lehetséges halmazát jelenti (4.78) alapján. A minimax feladatban gyakorlatilag úgy próbáljuk minimalizálni a költségfüggvényt, hogy közben a potenciálisan megjelenő zavarások maximális értékét vesszük figyelembe. Ezt az irányítástechnikában az ún. legrosszabb esetre (worst-case scenario) való optimalizálásnak nevezik.

(4.81) funkcionál (4.50) összefüggéshez hasonlóan vektorizált formában is felírható:

$$\min_{\mathbf{u}} \max_{\mathbf{w}} \mathbf{x}^T \mathcal{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u}. \quad (4.82)$$

$\mathcal{Q}$ és $\mathcal{R}$ ez esetben is Q és R súlymátrixokkal felírt blokkdiagonális hipermátrixok. $\mathbf{x}$ és $\mathbf{u}$ a prediktált állapotok és szabályozó jelek N horizontra felírt, hipervektoros alakja:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x^T(k+1|k) & x^T(k+2|k) & \dots & x^T(k+N|k) \end{bmatrix}^T, \quad (4.83)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u^T(k|k) & u^T(k+1|k) & \dots & u^T(k+N-1|k) \end{bmatrix}^T. \quad (4.84)$$

$\mathbf{x}$ lineáris összefüggésben áll az aktuális állapottal, a jövőbeli szabályozó jelekkel és az additív bizonytalansággal:

$$\mathbf{x} = \mathcal{A}x(k|k) + \mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}d(k|k) + \mathcal{G}\mathbf{w}, \quad (4.85)$$

ahol a kalligrafikus jelölésű együtttható hipermátrixok a (4.77) egyenlet A ($A = I$), B , E és G mátrixainak felhasználásával definiálhatók az alábbiak szerint:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix}, \quad (4.86)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ B & \dots & B \end{bmatrix}, \quad (4.87)$$

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} E \\ 2E \\ \vdots \\ NE \end{bmatrix}, \quad (4.88)$$

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} G & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ G & \dots & G \end{bmatrix}. \quad (4.89)$$

Az N horizontra vonatkozó $\mathbf{w}$ additív bizonytalanság pedig:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w^T(k|k) & w^T(k+1|k) & \dots & w^T(k+N-1|k) \end{bmatrix}^T. \quad (4.90)$$

A k -adik mintavételi időben mért állapot (szakaszonkénti járműszám) és igényforgalom: $x(k|k)$ és $d(k|k)$. Mivel a (4.82) megoldása nagyon nagy számítási igényt jelentene, érdemes azt egy konzervatív approximáció segítségével közelítve egyszerűbb optimalizálási feladatként felírni. Ghaoui [115] és Löfberg [138] eredményei alapján (4.82) lineáris mátrix egyenlőtlenségen (Linear Matrix

Inequality: LMI) alapuló minimalizálási feladatként fogalmazható újra, amely már hatékonyabban megoldható:

$$\min_{\mathbf{u}, t, \tau} t, \quad (4.91)$$

$$\begin{bmatrix} t - \mathbf{1}\tau & \tilde{\mathbf{x}}^T & \mathbf{u}^T & 0 \\ \tilde{\mathbf{x}} & \mathcal{Q}^{-1} & 0 & \mathcal{G} \\ \mathbf{u} & 0 & \mathcal{R}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathcal{G}^T & 0 & \text{diag}(\tau) \end{bmatrix} \succeq 0, \quad (4.92)$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathcal{A}x(k|k) + \mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}d(k|k). \quad (4.93)$$

(4.91) és (4.92) együtt egy ún. szemidefinit programozási feladat (Semidefinit Programming: SDP), ahol úgy akarjuk t skalár számot minimalizálni, hogy közben teljesüljön a (4.92) által megfogalmazott lineáris mátrix egyenlőtlenségi (szemidefinit) feltétel. Az LMI-ben definiált τ a segédegységvektorok vektora ($\tau_i \geq 0$), $\mathbf{1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ pedig egy egyeseket tartalmazó vektor. Az SDP-ként megfogalmazott optimalizálás az eredeti minimax helyett már csak minimalizálási feladatot jelent, ugyanakkor az irányítás – implicit módon – továbbra is függ a bizonytalanságoktól.

A (4.91) feladatot ki kell még egészíteni egy további vektor egyenlőtlenségi feltétellel, amely a zöldidőre vonatkozó (4.4) és (4.5) korlátozásokat foglalja magába N horizontra nézve. Ezt egyszerűen a (4.63) feladatban bevezetett $\mathbf{F}\mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0$ összefüggés felhasználásával tehetjük meg ($\mathbf{F}$ és $\mathbf{h}$ definícióját lásd a 4.2.1 fejezetben).

Az SDP optimalizálási feladatot többféle módszerrel lehet megoldani. Különböző SDP algoritmusok állnak rendelkezésre matematikai szoftverek függvényeként, ill. nyílt forráskódú programkódként.

Az additív bizonytalansági struktúrát alkalmazó, robusztus, online forgalomirányítási folyamat lépései összefoglalva az alábbiak.

1. $d(k)$ átlagos értékének meghatározása mérések alapján: a gyakorlatban főleg ezt minden k lépésben megtenni (elég pl. minden negyedórán).
2. $G(k)$ meghatározása: a gyakorlatban ezt is nagyobb időintervallumonként érdemes definiálni.
3. $x(k)$ mérése: az úthálózat szakaszain lévő járműszámok mérése.
4. $\mathbf{u}$ optimális szabályozó jelek meghatározása: (4.91) SDP optimalizálás elvégzése $d(k)$, $G(k)$ és $x(k)$ frissített értékei alapján.
5. Az optimális zöldidők alkalmazása a hálózat csomópontjaiban a következő $[kT, (k+1)T]$ ciklusban: az MPC stratégiának megfelelően az eredményként kapott $\mathbf{u}$ hipervektornak csak az első elemét, $u(k|k)$ -t kell felhasználni.

4.3.3. Robusztus MPC multiplikatív bizonytalansági struktúra esetén

A multiplikatív bizonytalansági struktúra alkalmazásának két előnye van az additívval szemben. Az egyik, hogy a negatív állapot megjelenése teljes mértékben elkerülhető a modellben. A másik pedig, hogy nem csak az állapot, hanem a szabályozó jelek, sőt a hálózat peremén megjelenő $d(k)$ igényforgalom bizonytalansága is bevonható a rendszermodellbe. A multiplikatív hibastruktúra egyik lehetséges alkalmazási formája az ún. lineáris tört transzformáció (Linear Fractional Transformation: LFT) szerinti megközelítés [83, 130]. Az LFT modellt speciálisan az (4.20) egyenlettel leírt városi forgalommodellre alkalmazva a következőt írhatjuk:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ed(k) + Gp(k), \quad (4.94)$$

$$q(k) = D_x x(k) + D_u u(k) + D_d d(k), \quad (4.95)$$

$$p(k) = \Delta(k)q(k), \quad \|\Delta(k)\|_2 \leq 1, \quad (4.96)$$

ahol $G = [I|I]$ három egységmátrixot tartalmazó, nem négyzetes hipermátrix. q és p segédváltozók, amelyek segítségével az aktuális Δ bizonytalanság bevonható a dinamikai modellbe. Δ bizonytalansági mátrix diagonális:

$$\Delta(k) = \begin{bmatrix} \delta_1(k) & & \\ & \delta_2(k) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}, \quad (4.97)$$

ahol $|\delta_i(k)| \leq 1$. Emiatt (4.96) feltétel egyszerűbben $|p_i(k)| \leq |q_i(k)|$ alakban is megfogalmazható. D_x , D_u és D_d hipermátrixok, amelyekkel multiplikatív módon definiálható a bizonytalanság mértéke. Például, amennyiben csak az 1-es útszakaszon – azaz gyakorlatilag x_1 -re vonatkozóan – feltételezünk $\pm 30\%$ -os állapotbizonytalanságot, akkor D_x a következőképpen alakul:

$$D_x = \left[\begin{array}{c} 0.3 \\ 0 \\ \vdots \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} \end{array} \right], \quad (4.98)$$

ahol $\mathbf{0}$ nullmátrixot jelöl. D_u hipermátrix struktúrája hasonló, azzal a különbséggel, hogy abban a felső és az alsó blokk a nullmátrix. Ismételten egy példával reprezentálva, amennyiben csak az 1-es útszakasz zöldidejére – azaz gyakorlatilag u_1 -re vonatkozóan – feltételezünk $\pm 20\%$ -os

szabályozási bizonytalanságot, akkor D_u a következőképpen alakul:

$$D_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \hline 0.2 & & \\ & 0 & \\ & & \ddots \\ \hline \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (4.99)$$

D_d hipermátrix az előzőekhez hasonlóan épül fel, csak ekkor a két felső blokk lesz nullmátrix. Egy példával szemlélítve:

$$D_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline 0.1 & & \\ & 0 & \\ & & \ddots \end{bmatrix}. \quad (4.100)$$

Amennyiben (4.95) egyenletet (4.96)-be, majd p segédváltozót (4.94) modellbe helyettesítjük, átrendezés után a következő egyszerűbb alakot kapjuk:

$$x(k+1) = (A + G\Delta(k)D_x)x(k) + (B + G\Delta(k)D_u)u(k) + (E + G\Delta(k)D_d)d(k), \quad (4.101)$$

amelyben jól látható, hogy hogyan kerül bele a dinamikai modellbe a multiplikatív állapot- és szabályozási bizonytalanság. D_x , D_u és D_d értékét előzetes mérések alapján lehet megbecsülni.

Az LFT struktúrával leírt rendszert is robusztus MPC szabályozással lehet optimálisan irányítani. A (4.81) optimalizálási feladathoz hasonlóan ismételten egy minimax feladat megfogalmazásáról van szó, avval a technikai különbséggel, hogy most i (a horizont futóindexe) nem 1-től N -ig, hanem 0-tól $N-1$ -ig megy – a később alkalmazandó algoritmus miatt:

$$\begin{aligned} \min_u \max_{\Delta} \quad & \sum_{i=0}^{N-1} x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k), \\ & u(k+i|k) \in \mathbb{U}, \quad \forall \Delta \in \Delta, \\ & x(k+i|k) \in \mathbb{X}, \quad \forall \Delta \in \Delta, \\ & \Delta(k+i|k) \in \Delta. \end{aligned} \quad (4.102)$$

A (4.81) funkcionálhoz hasonlóan Q és R ismételten pozitív szemidefinit súlymátrix. $\mathbb{U}$ a szabályozó jelre és $\mathbb{X}$ az állapotra vonatkozó korlátozások halmaza. Δ a zavarások lehetséges halmazát jelenti.

A továbbiakban a Löfberg (2003) által publikált [138] robusztus MPC stratégia felhasználásával oldjuk meg az LFT modell alapú minimax problémát. (4.102) funkcionál (4.82) összefüggéshez hasonlóan vektorizált formában is felírható:

$$\min_{\mathbf{u}} \max_{\Delta} \mathbf{x}^T \mathcal{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u}. \quad (4.103)$$

$\mathcal{Q}$ és $\mathcal{R}$ ez esetben is Q és R súlymátrixokkal felírt blokkdiagonális hipermátrixok. $\mathbf{x}$ és $\mathbf{u}$ az N horizonra prediktált állapotok és szabályozó jelek:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x^T(k|k) & x^T(k+1|k) & \dots & x^T(k+N-1|k) \end{bmatrix}^T, \quad (4.104)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u^T(k|k) & u^T(k+1|k) & \dots & u^T(k+N-1|k) \end{bmatrix}^T. \quad (4.105)$$

Mindemellett szükségünk lesz a bizonytalan rendszer predikciójának LFT modelljére is, amihez elsőként (4.96) és (4.95) segédváltozókat kell felírnunk N horizonra vonatkozóan:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p^T(k|k) & p^T(k+1|k) & \dots & p^T(k+N-1|k) \end{bmatrix}^T, \quad (4.106)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q^T(k|k) & q^T(k+1|k) & \dots & q^T(k+N-1|k) \end{bmatrix}^T, \quad (4.107)$$

$$(4.108)$$

Továbbá (4.106) és (4.107) segítségével a következő összefüggéseket írhatjuk:

$$\mathbf{x} = \mathcal{A} \mathbf{x} + \mathcal{B} \mathbf{u} + \mathcal{E} \mathbf{d} + \mathcal{G} \mathbf{p} + \mathbf{c}, \quad (4.109)$$

$$\mathbf{q} = \mathcal{D}_x \mathbf{x} + \mathcal{D}_u \mathbf{u} + \mathcal{D}_d \mathbf{d}, \quad (4.110)$$

$$\mathbf{p} = \Delta^N \mathbf{q}, \quad (4.111)$$

ahol

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.112)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & B & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.113)$$

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & E & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.114)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d^T(k) & \dots & d^T(k) \end{bmatrix}^T, \quad (4.115)$$

mivel feltételezzük, hogy $d(k) = d(k|k) = d(k+1|k) = \dots = d(k+N-1|k)$,

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ G & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & G & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.116)$$

$$\mathbf{c} = [x(k)^T \ 0 \ \dots \ 0]^T, \quad (4.117)$$

$$\mathcal{D}_x = \begin{bmatrix} D_x & & \\ & \ddots & \\ & & D_x \end{bmatrix}, \quad (4.118)$$

$$\mathcal{D}_u = \begin{bmatrix} D_u & & \\ & \ddots & \\ & & D_u \end{bmatrix}, \quad (4.119)$$

$$\mathcal{D}_d = \begin{bmatrix} D_d & & \\ & \ddots & \\ & & D_d \end{bmatrix}, \quad (4.120)$$

$$\Delta^N = \begin{bmatrix} \Delta & & \\ & \ddots & \\ & & \Delta \end{bmatrix}. \quad (4.121)$$

A (4.102) által leírt optimalizálás ugyanakkor nem determinisztikus időbonyolultságú (NP-hard) megoldhatóságú probléma [65, 192]. Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy a számítási idő exponenciálisan nő a közlekedési hálózat méretének, ill. az MPC horizont hosszának növelésével. Ennek oka a minimax optimalizálási koncepció, amelynek lényege a legrosszabb esetre vonatkozó számítás: azaz a költségfüggvényt úgy kell maximalizálni, hogy közben figyelembe vesszük az összes potenciális bizonytalanságot.

[115] és [138] alapján a (4.102) problémát egy hatékonyan megoldható formára lehet hozni. Elsőként a (4.103) alakot az alábbi konvex minimalizálási feladattá relaxáljuk [137, 179]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, t} \quad & t, \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{x}^T \mathcal{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u} \leq t, \quad \forall \Delta \in \mathbf{\Delta}, \end{aligned} \quad (4.122)$$

ahol t egy egyszerű skalár célérték. Ezek után a (4.122) minimalizálási problémát is tovább alakítjuk Schur-komplemens [84] valamint [115] eredményeinek alkalmazásával. A relaxálási procedura részletei az I függelékben találhatók. Az eredeti (4.102) minimax probléma közvetlen megoldása helyett tehát az alábbi egyszerűsített LMI feladathoz jutunk:

$$\min_{\mathbf{u}, t, \tau} \quad t, \quad (4.123)$$

$$\begin{bmatrix} t & \tilde{\mathbf{x}}^T & \mathbf{u}^T & (\mathcal{D}_x \tilde{\mathbf{x}} + \mathcal{D}_u \mathbf{u} + \mathcal{D}_d \mathbf{d})^T \\ \tilde{\mathbf{x}} & \mathcal{Q}^{-1} - \Lambda \mathcal{T} \Lambda^T & 0 & -\Lambda \mathcal{T} \Omega^T \\ \mathbf{u} & 0 & \mathcal{R}^{-1} & 0 \\ \mathcal{D}_x \tilde{\mathbf{x}} + \mathcal{D}_u \mathbf{u} + \mathcal{D}_d \mathbf{d} & -\Omega \mathcal{T} \Lambda^T & 0 & \mathcal{T} - \Omega \mathcal{T} \Omega^T \end{bmatrix} \succeq 0, \quad (4.124)$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B} \mathbf{u} + \mathcal{E} \mathbf{d} + \mathbf{c}), \quad (4.125)$$

$$\Lambda = (I - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{G}, \quad (4.126)$$

$$\mathcal{T} = \text{diag}(\tau), \quad (4.127)$$

$$\Omega = \mathcal{D}_x \Lambda. \quad (4.128)$$

(4.123) és (4.124) együtt egy SDP feladat, amelyben a t skalár számot akarjuk minimalizálni. Az LMI-ben definiált τ a segédegységűtthatók vektora ($\tau_i \geq 0$). $\tilde{\mathbf{x}}$, Λ és Ω tagok a (4.109) és (4.110) egyenletek elemeinek kombinációi. Az szemidefinit programozásként felírt optimalizálás az eredeti minimax helyett már csak minimalizálási feladat megoldását igényli, ugyanakkor a szabályozás robusztus jellege – implicit módon – továbbra is garantált.

Ahogy azt már a korábbi fejezetekben is olvasható volt, a városi közúti közlekedési rendszer modellje erős fizikai korlátokkal rendelkezik, amelyeket be kell tartani a teljes MPC szabályozási folyamatban (azaz N horizonton). A robusztus LMI alapú optimalizálási algoritmus lehetőséget biztosít az állapotokra, ill. a szabályozó jelekre vonatkozó korlátok betartására. A (4.123) SDP feladat kiegészíthető lineáris egyenlőtlenségekkel a (4.102) feladatban leírt $\mathbb{X}$ és $\mathbb{U}$ korlátozó halmazoknak megfelelően. Hipervektoros (N horizontra felírt) formában ezek a korlátozások az alábbiak:

$$\mathbf{H}_x \mathbf{x} \leq \mathbf{f}_x. \quad (4.129)$$

$$\mathbf{H}_u \mathbf{u} \leq \mathbf{f}_u, \quad (4.130)$$

(4.130) és (4.129) gyakorlatilag poliéder testként megfogalmazott korlátozó halmazok. A (4.130) korlátozás közvetlenül hozzáadható az SDP feladathoz. Az állapotkorlátozást leíró (4.129) egyenlőtlenség azonban speciálisan kezelendő a modellbizonytalanságok miatt. Ne feledjük, hogy a (4.104) hipervektorral leírt állapotpredikció a (4.106) bizonytalansági komponenst is tartalmazza. Emiatt az állapotkorlátozások robusztus teljesülését külön igazolni szükséges, melynek levezetése a J függelékben található.

Összefoglalva elmondható, hogy a robusztus MPC alapú forgalomirányítás - amellet, hogy hatékonyan képes a zöldidők meghatározására - meg tudja akadályozni az útszakaszok "túlsorodulási" jelenségét is (amikor az adott útszakaszon már nem férnek el az autók, így az oda hajtani szándékozók benn ragadnak a csomópontban).

A multiplikatív bizonytalansági struktúrát alkalmazó, robusztus, online forgalomirányítási folyamatot az M.1 algoritmusleírás foglalja össze. A kidolgozott módszert valós budapesti teszt-hálózat szimulációs modelljén teszteltem, amelynek eredményeit a K függelék tartalmazza.

4.4. Új tudományos eredmények

Az ismert állapottér alapú városi forgalomirányítási stratégiák alkalmazásának nagy hátránya, hogy nem képesek a korlátozások figyelembe vételére a szabad jelzések meghatározása során. Bizonyítottam, hogy a városi jelzőlámpás csomópontok forgalomirányításához felhasználható a

korlátozások mellett végzett modell prediktív szabályozó. A módszer működhet központi és elosztott irányítási struktúrában is és alkalmas robusztus kialakításban, segítségével hatékonyabb közúti forgalomirányító rendszer építhető.

3. Tézis. *Bizonyítottam, hogy a városi hálózatokban, több csomópont jelzőlámpás irányításához tervezhető olyan forgalomirányító rendszer, amely képes korlátozások figyelembevételével is forgalomtechnikailag optimális irányítást adni, miközben az irányítási célok széleskörűen változtathatók. A módszer az állapotterben felírt diszkrét idejű, időinvariáns, járműmegmaradási egyenleteken alapuló, prediktív szabályozó eljárást alkalmazza.*

1. A több csomópontból álló jelzőlámpa hálózatok forgalmi leírását a TUC [99] modellre alapozva írtam fel:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + x_{be}(k) + w(k) \quad (4.131)$$

ahol x a sorban álló járművek száma, u a beavatkozó jel (a szabad jelzésidő), x_{be} a lehatárolt rendszer határain belépő járművek száma (amelyet a mérhető hibaként vettem fel), w a nem mérhető hibák összessége. A nem mérhető hibák között szerepelnek a mérésekre rakodó zajok és az állapothiba. A mérések v nulla várható értékű, normál eloszlású zajjal terheltek:

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (4.132)$$

2. Ráműtöttem, hogy a nem pozitív rendszerként felírt (4.131) modellben, a pozitív rendszer tulajdonság figyelembe vétele a szabályozótervezés során megfelelően felállított korlátozások beépítésével biztosítható. Javaslatot tettem a lineáris rendszerként modellezett közlekedési folyamatok pozitív ortánszon belüli irányítását lehetővé tevő szabályozó tervezési feltételeinek meghatározására.
3. Általánosan is megfogalmaztam a B mátrix felépítésének módszerét több kereszteződésből álló hálózatban, majd módszert dolgoztam ki MPC szabályozó tervezésére, amely a sorban álló járművek számát minimalizálja. A bemutatott szabályozó minden jelzőlámpa ciklusban úgy állapítja meg a beavatkozó jelet, hogy a következő funkcionált minimalizálja, miközben kielégíti a (4.131) dinamikai és a (4.132) mérési egyenleteket és a korlátozó feltételeket is:

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_p} \left(x_i^T(k) Q x_i(k) + u_i^T(k) R u_i(k) \right) \quad (4.133)$$

ahol N_p a predikciós horizont hossza, x_i a helyzetjelző vonalak előtt sorban álló járművek száma, u_i a szabad jelzés idők hossza.

4. Bemutattam, hogy a (4.133) feladat megoldása megegyezik egy általánosan felírt, kvadrátikus optimalizálási feladattal

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \quad & J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \Phi \mathbf{u} + \beta^T \mathbf{u}, \\ & \mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0. \end{aligned} \quad (4.134)$$

ahol $\mathbf{u}$ a szabályozó jelek vektora (szabad jelzés), Φ és β^T az állapotdinamikai modellt foglalják magukba, míg $\mathbf{F} \mathbf{u} - \mathbf{h} \leq 0$ egyenlőtlenség a korlátozások figyelembe vételét tartalmazza.

5. A forgalomirányító rendszerben az egyes (pl. megkülönböztetett) járművek előnybiztosítása is megoldható a megfelelően módosított Q mátrix használatával. Az irányítási célok széleskörűen definiálhatók, példát mutattam be olyan stratégiára ahol a rendelkezésre álló zöld időket úgy határozza meg a rendszer, hogy közben maximalizálja a csomópontban átjutó utasok számát.

A tézishoz kapcsolódó publikációk: [59, 46, 50, 37, 38, 20, 47, 26, 27]

4. Tézis. Bemutattam, hogy a prediktív forgalomirányítás továbbfejleszthető olyan elosztott irányító rendszerre, ahol a hálózat forgalomfüggő jelzéstervét a csomóponti forgalomirányító berendezések párhuzamosan, egy időben számítják ki. A kibővített állapottér modell alapján pedig robusztus prediktív irányítás is megvalósítható, amivel lehetőség nyílik a városi közlekedési rendszer bizonytalanságainak a kezelésére is.

1. Rámutattam, hogy az előző tézisben bemutatott MPC módszer alapján előállt, számítási feladat (4.134) megoldható decentralizáltan módon is, azaz a számítási műveleteket a csomóponti forgalomirányító berendezések elosztott módon, párhuzamosan is képesek megvalósítani.
2. A 4.134 egyenlet a dualitás-elmélet [77] alapján duális alakra hozható, és az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldására redukálható:

$$P\lambda = w, \quad \lambda_j \geq 0, \quad (4.135)$$

ahol P mátrix és w vektor Φ , β , $\mathbf{F}$, és $\mathbf{h}$ kombinációi. Majd a projektált Jacobi-iterációt alkalmazva a (4.135) megoldására [77] a következőt kapjuk:

$$\lambda_j(t+1) = \max \left\{ 0, \lambda_j(t) - \frac{\kappa}{p_{jj}} \left(w_j + \sum_{k=1}^m p_{jk} \lambda_k(t) \right) \right\}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (4.136)$$

ahol $\kappa > 0$ egy hangoló paraméter és p pedig P mátrix eleme.

A 4.135 egyenlet duális feladat iterációs algoritmussal történő megoldásával az MPC elosztott módon implementálható párhuzamos számítással. Az elosztott módszer lényege, hogy (4.136) globális iterációs probléma M darab kisebb feladatra bontható szét, amelyek párhuzamosan számíthatók. Városi jelzőlámpás hálózatban az $i = 1, 2, \dots, M$ számítást végző egységek megfeleltethetők a csomóponti vezérlő gépekben rendelkezésre álló számítási kapacitásnak. Az i -ik alprobléma gyakorlatilag az optimalizálási változók csökkentett halmazát figyelembe véve kerül kiszámításra. Az iteráció végső eredményéhez a részmegoldások növekvő pontosságú, közelítő megoldásaként jutunk. A λ^* optimális kiszámítása után az MPC feladat végső eredménye, azaz optimális zöldidők már közvetlenül számíthatók.

3. Bemutattam, hogy forgalmi modellben nehezen mérhető zavarások modell bizonytalanságot okoznak. Az állapot- és forgalmi igény bizonytalanságok a hálózati teljesítőképesség csökkenéséhez vezethetnek, valamint a prediktív irányítás esetén a bizonytalanságok hatása a teljes horizonton érvényesül [62, 97],[46]. Ennek a problémának a megoldása lehet a

store-and-forward modell kiegészítése állapot- és igénybizonytalansággal, amely révén az irányítás egy minimax optimalizációs feladat megoldását jelenti a következő formában:

$$\begin{aligned} \min_u \max_{\Delta} \quad & \sum_{i=0}^{K-1} x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k), \\ \text{feltételek:} \quad & u(k+i|k) \in \mathbb{U}, \quad \forall \Delta \in \Delta, \\ & x(k+i|k) \in \mathbb{X}, \quad \forall \Delta \in \Delta, \\ & \Delta(k+i|k) \in \Delta \end{aligned} \tag{4.137}$$

ahol $Q \succ 0$ és $R \succ 0$ diagonális súlyozó mátrixok, Δ a potenciális bizonytalanságok halmazát jelenti. A minimax feladatban a minimális költséget a bizonytalanságok lehetséges maximális hatása mellett keressük megfelelő $u(k+i|k)$ szabad jelzési idő beállításokkal. A (4.137) optimalizálás ugyanakkor nem determinisztikus időbonyolultságú probléma (NP-hard); a számítási idő exponenciálisan nő a hálózat méretével. Emiatt Ghaoui, Löfberg és Boyd eredményei [115, 138, 84] alapján a minimax feladatot egy hatékonyan megoldható szemidefinit optimalizálássá kell átalakítani.

A tézishez kapcsolódó publikációk: [20, 34, 35, 36, 39, 41, 47, 48]

5. fejezet

Többkritériumos közúti forgalomirányítás

A közúti közlekedésben tapasztalható folyamatosan növekvő zsúfoltság és az ennek következményeként fellépő további problémák kiküszöbölése napjaink egyik legaktuálisabb kérdése. A zaj, a légszennyezés, a torlódások vagy a balesetek a legszembetűnőbb közvetlen hatások, de ezen túl számos más externális költség is megjelenik áttételesen a társadalom egészét terhelve. A közlekedési folyamatok szervezése és irányítása során mindig is hangsúlyos szempont volt ezen hatások figyelembevétele, az utazások minőségi jellemzőinek mind szélesebb körű meghatározása. A minőségi jellemzők között elsődleges helyen szerepel a biztonság, majd a forgalomtechnikai paraméterek (pl. eljutási idő, megállások száma) és a mind nagyobb problémát jelentő környezetszennyezés, ami alatt leginkább a belsőégésű motorok által okozott károsanyag kibocsátást értjük (pl. a zajterhelést más módon kezeljük). A gyakorlat szerint ezen minőségi szempontok közül a biztonság és a kibocsátás csökkentés szempontjait általában jogszabályi előírásokkal, az úthálózat megfelelő kialakításával, illetve a járművek műszaki paramétereinek javításával érjük el, míg a forgalomtechnikai jellemzők javítását elsősorban a forgalomirányító rendszerekre bízuk.

Jelenleg a közúti járműforgalom irányítása általában csak a forgalomtechnikai paraméterek alapján történik, figyelembe véve a biztonságos áthaladás szempontjait. Az irányítási cél leggyakrabban valamelyik paraméter (átbocsátó képesség maximalizálása, utazási idő minimalizálása, stb) optimalizálásával valósul meg.

A kutatómunkám során azt vizsgáltam meg, hogyan lehetne a forgalomtechnikai és a biztonsági szempontok mellett a környezetvédelem szempontjait is figyelembe venni a közúti forgalomirányításban. Olyan új irányítási módszereket kerestem, amely nemcsak egy lokális szempont alapján keres optimumot, hanem szélesebb körben azzal, hogy a döntéseiben szempontként szerepel biztonság növelése és a környezetszennyezés csökkentése is. Ez a szabályozó rendszer tehát több kritérium alapján, azok súlyozott figyelembevételével hozza meg a döntéseit.

5.1. Több szempont figyelembevétele a forgalomirányításban

5.1.1. A forgalombiztonság

A közlekedés biztonsága alatt általában a közlekedési folyamat biztonságos lefolyását értjük, tehát az abban résztvevő személyek és áruknak sérülésmentes helyváltoztatását, azaz a balesetmentesen

közlekedését. Ennél tágabban értelmezhetjük, ha nemcsak a baleset bekövetkezését, hanem annak a minél messzebb történő elkerülését is elérjük, tehát minimalizáljuk a baleset bekövetkezésének a kockázatát is. Egy korábbi átfogó kutatásunk alapján [1] a balesetekkel kapcsolatos társadalmi elvárások több szempontból vizsgálhatók:

- Az egyik a társadalmi elvárások baleseti költségeken keresztül történő leképezése, de nem fajlagos költségeinek csökkentésén keresztül szeretnénk elérni, hanem a baleseti kockázat mérséklésével [124].
- A másik lehetősége az externális költségek teljes leképezése. Ekkor a döntési tér kiterjesztésével a balesetek társadalmi elvárásai az externális költségek teljes minimalizálásával kerülnek figyelembe vételre.
- A harmadik lehetőség a hasznosság alapú megközelítés, amelyben a közlekedési szolgáltatással kapcsolatos outputokhoz preferencia szinteket rendelnek, majd a diszkrét preferencia értékek alapján becslült hasznossági függvényt maximalizálják.

A biztonság, mint szempont szem előtt tartása mindig is elsődleges a forgalomirányító rendszerek tervezésekor. A jelzőlámpás irányításban ez a közbenső idő mátrixok megfelelő megválasztását és az irányítórendszer architektúrájának és hardver eleminek a megválasztásában merül ki. Ezen túlmenően a városi környezetben a balesetek számának és súlyosságának a csökkentéséhez a jelzőlámpás rendszer nem tud érdemben továbbá hozzájárulni, mert azok kialakulása és az irányítás között nincs más fizikai kapcsolat. Szabad áramlású forgalom esetén, pl egy autópálya felhajtó szabályozás során elképzelhető összefüggés a legkisebb baleseti kockázattal járó forgalmi helyzet (munkapont) és az irányítás lehetőségei között, de erre a kutatások során nem tértem ki. A többkritériumos irányítástervezés során a biztonsági szempontokat csak a jelzőlámpás forgalomirányítás kialakítása során tartottam szem előtt. Az irányítási algoritmusban a forgalomtechnikai paraméterek mellett csak a járművek kibocsátásának csökkentését előidéző (optimális szintjét elérő) tényezők lettek figyelembe véve. Ehhez azonban nélkülözhetetlen ismerni a járművek kibocsátásnak természetét és alapösszefüggéseit.

5.1.2. A forgalom károsanyag kibocsátása

A belsőégési motorokban lejátszódó reakcióban a szénhidrogénekből álló tüzelőanyag a tökéletes égés során széndioxiddá és vízzé égne el. A valóságban azonban nem így történik, és a tökéletlen égés miatt több, az emberi egészségre közvetlenül is ártalmas szennyezőanyag is keletkezik (pl. HC , NO_x , CO). Bár ezek a szennyezők a korszerű motorokban alkalmazott szabályozások és a katalizátorok elterjedése miatt egyre kevésbé jelentenek problémát, mégsem hagyhatók teljesen figyelmen kívül. Egy adott nagy forgalmú területen, egy korszerűtlen összetételű járműpark esetében, lokálisan jelentős hatása lehet ezeknek a szennyezőknek is, így ezeket nem szabad teljesen elhanyagolni. A lokális hatáson túl azonban van egy közvetlenül nem mérgező, de az emberi létet globális szinten befolyásoló, kibocsátott melléktermék is: a széndioxid (CO_2). A belsőégésű motor által kibocsátott szennyezők közül a széndioxid a legnagyobb mennyiségben és koncentrációban kibocsátott gáz.

A közúti közlekedésben kibocsátott szennyezés és az ezzel szorosan összefüggő üzemanyag-fogyasztás jellegének leírására számos modell és módszer létezik, ezeket több szempont alapján csoportosíthatjuk. A bemeneti változók felbontása alapján megkülönböztetünk mikroszkopikus

és makroszkopikus emissziómodelleket. A mikroszkopikus emissziómodellek pillanatnyi menetdinamikai jellemzők alapján számítják a járművek pillanatnyi kibocsátását (pl. VeTESS, CMEM [122], VT-Micro [172], VERSIT+ [181]).

A makroszkopikus modellek (pl. HBEFA, EMFAC [102], Copert [158]) aggregált forgalmi jellemzők alapján becsülik egy közúthálózat adott hosszabb időtartamon értelmezett károsanyag kibocsátását. Ezt a modellezési megközelítést elsősorban az összesített kibocsátás leltárai (emission inventories) [140, 180, 182] készítésére használják, a modell alapú szabályzásra való alkalmazás csak kevés esetben merült fel. A korszerű forgalomirányítási rendszerek valós idejű forgalmi adatokat alkalmaznak, így felmerül az igény a kibocsátás valós idejű jellemzésére. Zegeye [199] különböző felbontású emissziómodellek alapján terveztek szabályzást, de az emissziómodellek valós időben történő alkalmazását nem vizsgálták. Valós idejű kibocsátási adatokat alkalmaznak Panis [160] munkájában makroszkopikus szinten, a sebességhatárolások hatásának vizsgálatára. A szennyeződés szél által okozott szétoszlását vizsgálja Zegeye [200], a szennyezők megjelenési dinamikájának valós idejű modellezése elmarad. A kibocsátás térbeli-időbeli eloszlásának zárt alakját a makroszkopikus forgalmi változók és az átlagsebesség alapú járműkibocsátási modellek függvényeként formalizálta Csikós [95], [3], melyben levezette a forgalmi kibocsátás makroszkopikus jellemzését adó modellváltozót. A javasolt változó előnye, hogy a forgalom kibocsátása a meglévő forgalmi mérések függvényeként áll elő. A folytonos változó diszkrét értelmezését az autópálya- és városi hálózatok mért forgalmi változóinak segítségével adta meg. Ez a térbeli és időbeli jellemzésre alkalmas statikus modell több további eredményünk ([8, 6, 5, 4, 10]) alapját képezte.

A térben és időben folytonosan értelmezett változó levezetése során a makroszkopikus változók függvényeként kifejezett forgalmi performancia összefüggésekből indulhatunk ki. A forgalomra jellemző átlagos kibocsátási faktort az átlagsebesség alapú járműkibocsátási modellek egy megfelelő feltételezésekre alapuló helyettesítésével jellemezhetjük. Az $\varepsilon(x, t)$ kibocsátási mértéknek egy vizsgált tér-idő ablakon vett határozott integrálja segítségével a forgalom által keltett összkibocsátás a rendszer performanciájaként formalizálható:

$$E_{[x_1, x_2] \times [t_1, t_2]} = \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \varepsilon(x, t) dx dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} e f(v(x, t)) v(x, t) \rho(x, t) dx dt \quad (5.1)$$

ahol $E_{[x_1, x_2] \times [t_1, t_2]}$ a forgalom összes kibocsátása $[x_1, x_2] \times [t_1, t_2]$ ablakban.

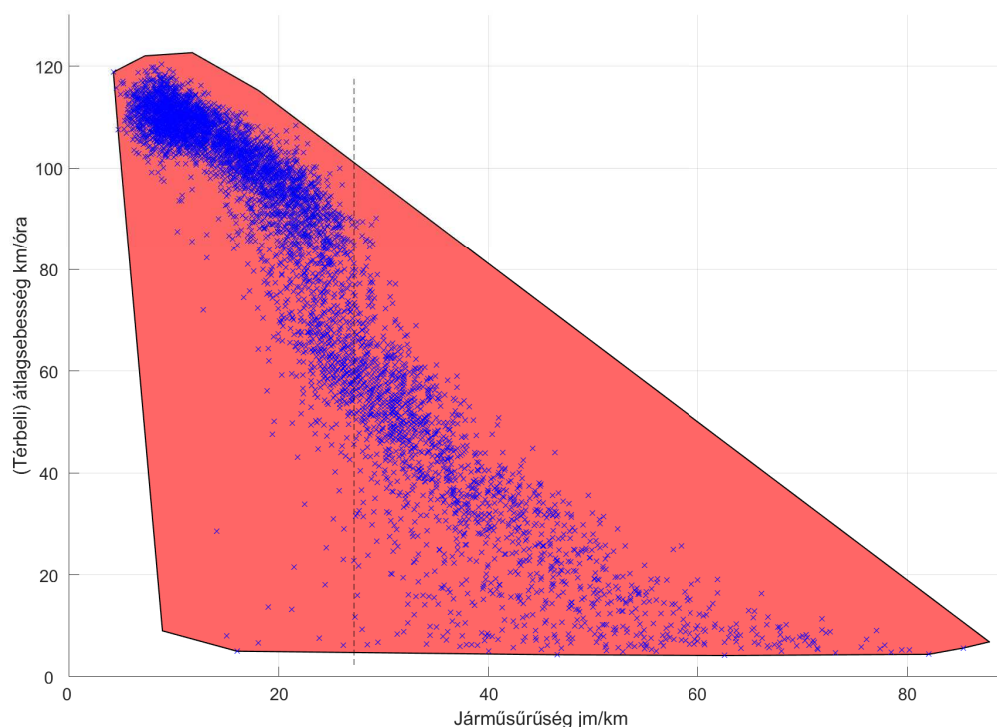
A statikus kibocsátási függvény analízisével az egyes szennyezőtípusok esetére előzetes irányítási célok fogalmazhatók meg. A levezetett folytonos változót a valóságban térben és időben diszkrét változók függvényeként kell kifejezni.

5.2. Többkritériumos forgalomirányítás szabad áramlás esetén

5.2.1. Az irányítási feladat megfogalmazása

A szabad áramlású autópályák járműforgalmának és a forgalomszennyezésének leírása markánsan eltér a kötött, városi hálózatok jellemzőitől. A következőkben egy felhajtóval rendelkező autópálya szakaszon kialakuló szabad áramlású forgalom többkritériumos irányítását mutatom be. A klasszikus rendszerek csak a forgalomtechnikailag optimális szempontokat veszik figyelembe, míg a javasolt szabályozó ezen túl a járműforgalom emisszió (a példában a széndioxid)

kibocsátását is figyelembe veszi. A szabályozó beavatkozó jele a felhajtón érkező járművek korlátozására szolgáló eszköz, pl. egy jelzőlámpa, míg a főpályán érkező járműfolyam nem irányított. Egy átlagos autópálya járműforgalmának sűrűség (v) - sebesség (ρ) összefüggése látható az 5.1 ábrán. A diagramban lehatárolt, színezett területen belül helyezkednek azok az állapotok (kék pontok), amelyek egy konkrét autópályán, valós forgalmi szituációkban előfordultak. A szaggatott függőleges vonal mutatja azt a kritikus járműsűrűséget (ρ_{cr}), amelytől balra helyezkedik el a forgalomtechnikailag stabil tartomány, míg a jobbra az instabil tartomány. A forgalmi szempontból megkívánt cél, hogy a diagram stabil tartományán maradjunk, lehetőleg a kritikus sűrűség értékén ($\rho_{opt} = \rho_{cr}$ 5.2.4).

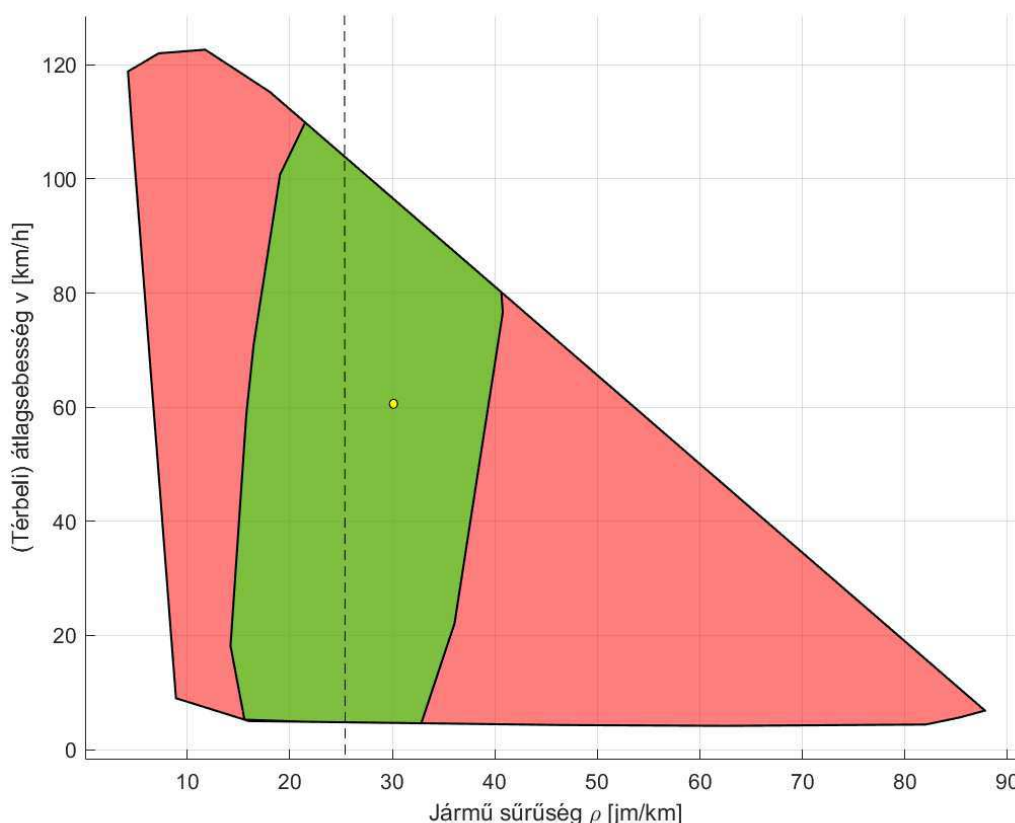


5.1. ábra. Adott autópálya szakaszon, valós mérések alapján megjelölt állapotok (sebesség-sűrűség párok) halmaza

Ezzel szemben a károsanyag kibocsátás szempontjából optimális forgalmi állapot, ettől eltérő lehet. Az 5.14 egyenlet alapján azt mondhatjuk, hogy egy adott összetételű járműforgalom károsanyag (szén-dioxid) kibocsátása, akkor lesz a legkisebb, ha az adott járműfolyam sebessége optimális (v_{opt}) a kibocsátás szempontjából. Ez pontosan azt jelenti, hogy a v_{opt} térbeli átlagsebességgel haladó járműfolyam esetén a forgalomban résztvevő járművek által kibocsátott távolságfajlagos szennyezőanyag (szén-dioxid) mennyisége minimális lesz (A károsanyag modellezése az 5.2.3 fejezetben olvasható).

A többkritériumos irányítási feladatot tehát úgy fogalmazhatjuk meg, hogy az irányított jár-

műfolyam járműsűrűségét úgy kell szabályoznunk, hogy az a kritikus járműsűrűség alatt ($\rho < \rho_{cr}$) legyen, ugyanakkor a károsanyag kibocsátás szempontjából optimális térbeli átlagsebességhez tartozó járműsűrűség értéket vegye fel. Ezzel szemben a valóságban kimutatható, hogy a forgalomtechnikailag optimális járműsűrűség és a forgalom károsanyag kibocsátása szempontjából optimális járműsűrűség nem esik egybe, sőt a v_{opt} által meghatározott sűrűség jellemzően a forgalomtechnikailag kedvezőtlen instabil tartományban helyezkedik el.



5.2. ábra. Elérhető állapottartomány és a szabályozó által meghatározott állapotok (maximális robusztusan irányított invariáns halmaz)

Ha a stabilitás feltételét hagyományosan (azaz statikusan, a kritikus járműsűrűségtől kisebb értékek) közelítjük meg, akkor sosem fogunk megoldást találni a feladatra. Luspay [143] PhD értekezésében fejtette ki azt a lehetőséget, amely alapján a forgalomtechnikailag stabil állapottér, nem egy statikus terület, hanem egy olyan halmaz, amely átnyúlhat az instabil tartományban. A módszer alapján megadhatjuk azon állapotok halmazát, amelyekre teljesül az a feltétel, hogy meghatározott zavarás - a főpályán érkező forgalom - estén létezik még olyan irányítás a felhajtón, amely hatására a forgalmi állapot a halmazon belül marad. Ha kihasználjuk ezt a lehetőséget, akkor a többkritériumos irányítási feladat már megoldhatóvá válik. Keresni kell egy olyan elérendő, állandósult állapotot, amely a kibocsátás szempontjából optimális, és bár a statikus értelemben

instabil oldalon fekszik, de benne van a még irányítható tartományban.

Az 5.2 ábrán látható az elérendő állapotok piros színű halmaza és még egy zöld színű, amely az irányítható (azaz stabil) állapotokat tartalmazza egy meghatározott, elérendő állapot körül (sárga pont). Amennyiben ezt a pontot úgy választjuk meg, hogy v_{opt} és a ρ_{opt} közelében legyen, akkor a többkritériumos irányítási feladatot megoldottuk. A következő részekben a modellezés és az irányítási tervezési lépéseit mutatom be.

5.2.2. Az autópálya forgalom modellezése

A vizsgált hálózatot egy homogén sűrűségűnek tekintett, L hosszúságú, λ számú sávból álló szakasz adja. A forgalom szabályzását egy irányított felhajtó végzi, mely r forgalomnagyságot enged a főpályára. A rendszer dinamikáját a másodrendű METANET forgalmi modellel írhatjuk le [161]. Ebben az esetben a főpályán érkező q_{us} forgalomnagyság, a főpályán érkező forgalom v_{us} átlagsebessége, a felhajtón érkező w és a lehajtón távozó s forgalomnagyságok, valamint a főpályán a vizsgált szegmenst követő szakaszon jellemző ρ_{ds} forgalomsűrűség zavarásként jelenik meg. Diszkrét T mintavételi időt feltételezve a rendszerdinamika az alábbi egyenletekkel írható le:

- A megmaradási egyenlet a forgalomsűrűség időbeli változását jellemzi a ki- és befolyó forgalomnagyságokon keresztül:

$$\rho(k+1) = \rho(k) + \frac{T}{\lambda L} [q_{us}(k) - q(k) + r(k) - s(k)] \quad (5.2)$$

ahol ρ , v és q a forgalomsűrűség, a forgalmi átlagsebesség és a forgalomnagyság a vizsgált szakaszon.

- Az egyensúlyi sebességfüggvény egy statikus összefüggést ad meg a forgalom sűrűsége és sebessége között állandósult állapotban:

$$V(\rho(k)) = v_{free} \exp \left(-\frac{1}{a} \left(\frac{\rho(k)}{\rho_{cr}} \right)^a \right) \quad (5.3)$$

ahol v_{free} , a és ρ_{cr} konstans modellparaméterek.

- A fundamentális összefüggés kapcsolatot teremt a három makroszkopikus jellemző között az alábbi alakban:

$$q(k) = \lambda \rho(k) v(k) \quad (5.4)$$

- A nem egyensúlyi áramlás a forgalomsebesség dinamikus változásán keresztül az ún. momentum egyenlettel jellemezhető:

$$v(k+1) = v(k) + \frac{T}{\tau} (V(\rho(k)) - v(k)) + \frac{T}{L} v(k) (v_{us}(k) - v(k)) - \frac{\eta T}{\tau L} \frac{\rho_{ds}(k) - \rho(k)}{\rho(k) + \kappa} - \frac{\delta T}{\tau \lambda L} \frac{r(k) v(k)}{\rho(k) + \kappa} \quad (5.5)$$

ahol τ , η , δ , κ konstans modellparaméterek.

- A felhajtón kialakuló sor l hosszát a következő dinamikus egyenlettel írhatjuk le:

$$l(k+1) = l(k) + T(w(k) - r(k)) \quad (5.6)$$

A felállított modell egy nemlineáris folyamatnak tekinthető az alábbi alakban:

$$x(k+1)=f(x(k), u(k), d(k)), \quad (5.7)$$

ahol a szabályzójel $u = r$, az állapotvektor $x = [\rho \ v \ l]^T$ és a zavarásokat a $d = [q_{us} \ v_{us} \ \rho_{ds} \ s \ w]^T$ vektor tartalmazza.

5.2.3. Forgalom károsanyag kibocsátásának modellezése

A forgalmi kibocsátás makroszkopikus szemléletű részletes levezetése Csikós [95] munkájában található, egyszerűsítve a főpályán haladó és a felhajtón haladó járműforgalom kibocsátása a következőképpen jellemezhető:

- A főpályán haladó forgalom kibocsátás leírása során feltételezzük, hogy a forgalom homogén és időben állandó összetételű. Feltételezzük továbbá, hogy a járművek gyorsulásának hatása elhanyagolható és a forgalmi áramlat átlagsebessége az $L \times T$ tér-idő tartományon a benne résztvevő járműegyedek sebességét elfogadható pontossággal reprezentálja [8]. Utóbbi feltételezést figyelembe véve egy járműegyed kibocsátását leírhatjuk átlagsebesség alapú járműkibocsátási modell segítségével, a járműből távozó p szennyező ef^p távolságfajlagos emisszió függvényével. Az alkalmazott átlagsebesség alapú modell [158] távolságfajlagos kibocsátás függvénye az alábbi alakban adott:

$$ef^p(v) = \frac{\alpha^p + \gamma^p v + \epsilon^p v^2}{1 + \beta^p v + \delta^p v^2}, \quad (5.8)$$

ahol az α^p , β^p , γ^p , δ^p , ϵ^p a p szennyezőtől függő paraméterek. A $p=\text{CO}_2$ szennyezőre vonatkozó együttható értékek a Függelék L.3 táblázatában szerepelnek.

Ekkor a forgalom makroszkopikus kibocsátásának térbeli-időbeli eloszlását az alábbi összefüggés adja meg (az i . szakaszon, k . lépésben):

$$\varepsilon_i^p(k) = ef^p(v_i(k)) q_i(k), \quad (5.9)$$

míg az $L \times T$ diszkrét tér-idő ablakban a forgalom kibocsátása az alábbi összefüggés szerint számítható:

$$E_i^p(k) = ef^p(v_i(k)) q_i(k) L_i. \quad (5.10)$$

A fundamentális összefüggés (5.4) figyelembevételével belátható, hogy a forgalom makroszkopikus kibocsátását leíró jellemzők (5.9) és (5.32) a forgalomsűrűség és a forgalmi átlagsebesség kétváltozós függvényei.

- A felhajtón haladó forgalom kibocsátásának jellemzéséhez ismerni kell a felhajtón kialakuló sebességviszonyokat. Ennek pontos modellezéséhez a kialakult sor hosszán kívül szükséges a felhajtóra érkező és onnan távozó forgalom nagyságának és sebességének pontos ismerete [165]. Amennyiben ezen információ nem áll rendelkezésre, kontans v_{ramp} felhajtó sebesség feltételezhető. A (5.32) egyenlet alkalmazásával az összes felhajtón keletkező kibocsátás a következő lesz:

$$E_{ramp}^p(k) = v_{ramp} ef^p(v_{ramp}) l_i(k) T, \quad (5.11)$$

5.2.4. Az irányítási célok

A korábban megfogalmazott többkritériumú irányítási feladat megadható egy zárt alakú, véges horizonton értelmezett költségfüggvény formájában. A felírt költségfüggvények szélsőérték vizsgálatát követően értéktartó szabályzási feladatokat kell megfogalmazunk valamennyi állapot-változóra.

A *forgalomtechnikai performanciát* az összes hálózaton töltött idő (Total Time Spent, TTS) paraméterével jellemezzük, ennek minimalizálása a cél. A performancia-függvényt az alábbi alakban definiáljuk:

$$J_{TTS} = T \sum_{k=1}^{N_c} \rho(k)L + l_i(k) \quad (5.12)$$

ahol N_c a vizsgálat időhorizontját jelöli. A felhajtóval ellátott hálózaton a TTS minimalitását teljesítő munkapontok: $\rho_{opt}=\rho_{cr}$ és $l_{opt} = 0$ [163].

A *forgalom káros anyag kibocsátás performanciájaként* a globális hatású szennyezők (pl. CO₂) aggregált hatását vizsgáljuk. Ilyen szennyezők esetén a cél az alábbi költségfüggvény minimalizálása tetszőlegesen hosszú N_c horizonton:

$$J_{em} = T \sum_{k=1}^{N_c} ef^p(v_i(k)) q_i(k)L + ef^p(v_{ramp})l_i(k) \quad (5.13)$$

A főpályán és a felhajtón haladó forgalom függetlenségét feltételezve az alábbi értéktartó szabályzási problémát fogalmazhatjuk meg:

- A főpálya kibocsátása (a (5.13) első tagja) $N_c \rightarrow \infty$ esetén akkor minimális, ha az $ef(v)$ függvényt minimalizáljuk. Így az irányítási feladat a forgalomsebesség értéktartó szabályozása az alább definiált v_{opt} érték körül:

$$v_{opt}^p = \arg \min ef^p(v) \quad (5.14)$$

A nem konstans összetételű forgalom a v_{opt}^p paraméter időfüggését vonja maga után, amely esetben referenciajel követő szabályzás megvalósítására lenne szükség, de jelen feladatban ezt az esetet nem tárgyalom.

- A (5.13) egyenlet második tagját a forgalomtechnikai performancia esetéhez hasonlóan $l_{opt} = 0$ minimalizálja.

5.2.5. A forgalmi dinamika LPV alakja

A modell felírásakor láttuk (5.2.2), hogy egy nemlineáris, korlátozásokkal terhelt rendszerrel kell dolgoznunk. Az ilyen rendszerek irányítása úgy elméleti, mint gyakorlati szempontból is kihívásokat jelentő feladat. A megoldást elősegítendő elsődleges cél, hogy az ilyen rendszereket megpróbáljuk linearizálni. Az ún. lineáris paraméterváltozós (linear parameter varying, LPV) rendszerosztály lehetővé teszi a lineáris rendszerekre kidolgozott elméleti eredmények kiterjesztését nemlineáris rendszerekre. A fejezet áttekinti a tárgyalt forgalmi dinamika LPV alakban történő felírását, melynek részletes levezetése a [19, 18, 22] publikációkban és a [142, 141] munkában található.

5.2.5.1. Állandósult állapot

Az analízis első lépéseként a nemlineáris rendszer állandósult állapotát megadó értékek meghatározása történik. Az állandósult állapot feltétele diszkrétidejű rendszerek esetén:

$$x(k+1) = x(k) = x^*. \quad (5.15)$$

A fenti egyenletet az (x^*, u^*, d^*) hármas elégíti ki, melyet a (5.15) egyenletben megfogalmazott feltétel (5.2)-(5.6) egyenletekbe történő helyettesítésével és a kapott algebrai egyenletek megoldásával kapunk. A kapott probléma alulhatározott, mivel a szabad változók száma meghaladja a feltételt előíró egyenletek számát. A felhajtón kialakult sorhosszt leíró egyenlet független a főpályát jellemző dinamikától, így az külön kezelhető. Így először a főpályát leíró 2 dinamikus egyenletben szereplő 7 változó értékét kell meghatározni: $\rho^*, v^*, q_{us}^*, v_{us}^*, r^*, s^*, \rho_{ds}^*$. Következésképp, a keresett változók egy részét magunk választhatjuk meg, jelen alkalmazásban az alábbi megfontolások érvényesek:

1. a nem irányított zavarásokat $(q_{us}, v_{us}, \rho_{ds}, s, w)$ úgy választjuk meg, hogy azok stabil forgalmi körülményeket reprezentáljanak.
2. az $(\rho_{opt}, v_{opt}, l_{opt})$ optimális állapotértékektől való eltérés minimális legyen.

Az első lépésben az áramlást leíró peremváltozók egymástól függetlenül rögzíthetők. Az alábbi választásokat tesszük:

- a vizsgált szakaszt követő szakaszon a forgalom sűrűsége megegyezik a kritikus sűrűséggel: $\rho_{ds}^* = \rho_{cr}$,
- a lehajtó forgalom $s^* = 0$,
- a felhajtó forgalom értékének a bemenőjelre vonatkozó korlátozások átlagát választjuk: $r^* = (r_{max} + r_{min})/2$.

Ezzel a centrált dinamikában a bemenőjelre nulla középpontú, szimmetrikus korlátozást kapunk. Ezt követően a fennmaradó ρ^*, v^*, q_{us}^* és v_{us}^* változókra egy optimalizálási feladatot oldunk meg:

$$\begin{aligned} \min_{[\rho^*, v^*, v_{us}^*]} & \quad \beta(\rho^* - \rho_{opt})^2 + (1 - \beta)(v^* - v_{opt})^2 \\ \text{feltételek: } & \quad 0 = \frac{T}{\lambda L} [q_{us}^* - \lambda \rho^* v^* + r^* - s^*] \\ & \quad 0 = \frac{T}{\tau} (V(\rho^*) - v^*) + \frac{T}{L} v^* (v_{us}^* - v^*) - \frac{\eta T}{\tau L} \frac{\rho_{ds}^* - \rho^*}{\rho^* + \kappa} - \frac{\delta T}{\tau \lambda L} \frac{r^* v^*}{\rho^* + \kappa} \end{aligned} \quad (5.16)$$

A (5.15)-ben megfogalmazott feltétel a felhajtó dinamikára az $w^* = r^*$ választással elégül ki. A felhajtó sorhossz állandósult állapotának tetszőleges érték választható. A numerikus szempontokat szem előtt tartva egy alacsony, l_{opt} -hoz közeli, de nem zérus értéket választunk l^* -nak. Az egyenletben szereplő $(\rho^* - \rho_{opt})$ tag jelentése a forgalomtechnikailag optimális járműsűrűségtől való eltérést jelenti, míg a $(v^* - v_{opt})$ tag a járműforgalom emisszió kibocsátása szempontjából optimális sebességtől való eltérést jeleníti meg. Ezen többkritériumos forgalomirányításban a két megjelenítendő szempont súlyozására itt van lehetőség a β paraméter változtatásával. Egy konkrét példa számított állandósult állapotbeli értékeit az L függelék L.3 táblázata tartalmazza.

5.2.5.2. LPV alak és halmaz reprezentációk

Az állandósult állapot meghatározását követően a nemlineáris dinamika koordinátarendszerének eltolása következik. Az állandósult állapot nemlineáris alakba helyettesítésével ($x^*=f(x^*, u^*, d^*)$) kifejezhetjük a dinamika állandósult állapottól való eltérését:

$$x(k+1) - x^* = f(x(k), u(k), d(k)) - f(x^*, u^*, d^*). \quad (5.17)$$

Ezt követően bevezethetjük az ún. centrált változókat, melyek az állandósult állapotbeli (x, u, d) változóktól való eltérést adják meg: $\tilde{x}(k)=x(k)-x^*$, $\tilde{u}(k)=u(k)-u^*$ és $\tilde{d}(k)=d(k)-d^*$.

A következőkben az új változók halmazreprezentációját mutatjuk be. A koordinátarendszer eltolásának egyik következménye, hogy az $\tilde{x}$, $\tilde{u}$ és $\tilde{d}$ centrált változók elérhető értelmezési tartománya kompakt, konvex politópok formájában adható meg, melynek belső pontját képezi a centrált dinamika origója. A centrált állapotváltozó állapottartományát leíró politóp félsíkrepresentációs alakban:

$$\mathcal{P}_{\tilde{x}}(H_{\tilde{x}}, h_{\tilde{x}}) = \{\tilde{x} : H_{\tilde{x}}\tilde{x} \leq h_{\tilde{x}}\} \quad (5.18)$$

a bemenetre és zavarásra vonatkozó és politópok hasonlóképpen adhatóak meg.

A fenti változók némelyike már lineáris alakban szerepel az (5.2)- (5.6) egyenletekben, míg másokat egy egyszerű integrálösszefüggés segítségével faktorizálhatunk lineáris alakra [142, 141]. A fentiek eredményeként a következő lineáris, paraméterváltozós állapotdinamikai alakra jutunk:

$$\tilde{x}(k+1) = A(\tilde{x}(k))\tilde{x}(k) + B(\tilde{x}(k))\tilde{u}(k) + E(\tilde{x}(k))\tilde{d}(k). \quad (5.19)$$

A centrált LPV dinamika (5.19) eredeti, (5.2)- (5.6) egyenletekkel leírt nemlineáris dinamikával való ekvivalenciáját Luspai [142] munkája ismerteti. Látható, hogy $A(\tilde{x}(k))$, $B(\tilde{x}(k))$ és $E(\tilde{x}(k))$ mátrixfüggvények, melyek a centrált állapotváltozótól nemlineárisan függenek. Az új alak numerikus megoldásához az LPV dinamikát paraméterváltozós politópikus formába transzformáljuk az alábbi algoritmus szerint:

1. Hozzunk létre egy $n \times m$ méretű rácsot a $\mathcal{P}_{\tilde{x}}(H_{\tilde{x}}, h_{\tilde{x}})$, $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$ politóp fölött.
2. Számítsuk ki a diszkrét rács minden pontján az $A_{i,j}$, $B_{i,j}$ és $E_{i,j}$ mátrixokat.
3. A mátrixok paraméterfüggő elemeit rendezzük egy vektorba, és számítsuk ki ezek konvex burkát.
4. Határozzuk meg a konvex burok sarokpontjait és a kapcsolódó LTI sarokponti rendszereket: A_l, B_l, E_l , $l=1, \dots, L$.

Az LPV dinamika a fentiek szerint a sarokponti rendszerek megfelelő interpolációjával adódik, paraméterfüggő súlyfüggvényeken keresztül. Következésképp a nemlineáris rendszert a vizsgált állapottartományon konvex politópok és sarokponti LTI rendszerek segítségével reprezentáljuk. Ez az alak lehetővé teszi irányítás tervezését a korlátozások figyelembe vételével.

5.2.5.3. Halmazelmélet alapú szabályzótervezés

Az LPV alakban felírt rendszer reprezentációja:

$$\tilde{x}(k+1) = A(\alpha)\tilde{x}(k) + B(\alpha)\tilde{u}(k) + E(\alpha)\tilde{d}(k), \quad (5.20)$$

$$\alpha \in \Lambda, \Lambda = \left\{ \alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_L] \mid \alpha^i \in \mathbb{R}^+, \sum_{i=1}^L \alpha^i = 1 \right\}, \quad (5.21)$$

$$[A(\alpha), B(\alpha), E(\alpha)] = \sum_{i=1}^L \alpha^i [A_i, B_i, E_i]. \quad (5.22)$$

melyet kiegészít a centrált rendszerváltozók által elérhető halmaz: $\tilde{x} \in \mathcal{X}$, $\tilde{u} \in \mathcal{U}$ és $\tilde{d} \in \mathcal{D}$. A továbbiakban alkalmazzuk az LPV rendszerekre értelmezett maximális robusztusan szabályzott invariáns halmazokra vonatkozó eredményeket [80], [170].

Definiáljuk az $\mathcal{S}$ halmazt, amely $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{X}$ halmaz a (5.20)-(5.22) rendszer robusztusan szabályzott invariáns halmaza, ha létezik $u \in \mathcal{U}$ szabályzójel, hogy minden $\tilde{x}(0) \in \mathcal{S}$ kezdeti állapotra és $\tilde{d} \in \mathcal{D}$ zavarásra $x(k) \in \mathcal{S}$ teljesül minden $0 \leq k$ -ra.

A maximális robusztusan szabályzott invariáns halmaz egy alkalmazhatósági állapottartományt ad meg a korlátozásokat teljesítő szabályzások számára. Emellett a halmaz a szabályzójel számításától független. A fent definiált halmaz számítására mutat be a [141] példát.

Az irányítási cél a fent definiált $\tilde{x}(0) \in \mathcal{S}$ kezdőállapotból, $\tilde{d} \in \mathcal{D}$ zavarás mellett a rendszer állandósult állapotba vitele az irányítójel korlátozásának figyelembevételével. Ez az $\tilde{u} = K\tilde{x}$ alakban előálló állapotvisszacsatolás segítségével történik, ahol a K erősítés a politopikus rendszer alapján számítható. A feladatban standard H_∞ típusú szabályzás történik, mely a zavarásoknak az előre specifikált z performancia változókra tett hatását minimalizálja. Esetünkben $z = Q\tilde{x}$, ahol Q a centrált állapotváltozók relatív súlyozását teszi lehetővé. Ez a következő lineáris mátrixegyenlőtlenség (Linear Matrix Inequality, LMI) optimalizálási feladathoz vezet [159]:

$$\min_{P,Y} \gamma \quad \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \tilde{u}_{\max}^2 & Y \\ Y^T & P \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} P & 0 & P^T A_i^T + Y^T B_i^T & P^T Q^T \\ \star & \gamma^2 I & E_i^T & 0 \\ \star & \star & P & 0 \\ \star & \star & \star & I \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 1, \dots, (5, \mathbf{23})$$

Ez egy konvex optimalizálási feladat, melyben adott $F+1$ korlátozás: valamennyi rácsponthoz kapcsolódó rendszer, továbbá egy LMI a szabályzójel korlátokra. Az optimalizálási probléma megoldását követően a visszacsatolás erősítése $K = YP^{-1}$ alakban számítható. A kapott γ érték a zárt hurkú performancia felső korlátját adja meg, azaz a külső zavarásoknak a performancia outputra ható maximális erősítését [159].

A tervezett erősítés alkalmazhatóságát a zárt hurkú rendszerre értelmezett maximális robusztusan irányítható halmazon keresztül jellemezhetjük [80]. A zavarok hatékony elnyomása (azaz kis γ érték) kis zavarás-invariáns halmazon tervezhető. Egy gyengébb performanciájú szabályzó lassabb zárt hurkú választ és nagyobb invariáns halmazt ad. A [170] munka egy interpoláció alapú szabályzót mutat be, mely a kétféle szabályzó előnyös tulajdonságait egyesíti. Tegyük fel, hogy m különböző performanciájú szabályzót terveztünk: $0\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_{m-1} < 1 < \gamma_m < \infty$. Ekkor az utolsó, K_m szabályzó adja a legrosszabb performanciát, ugyanakkor ez működik a legnagyobb

invariáns halmazon. A következő összevont rendszert írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(k+1) \\ \vdots \\ \hat{x}_m(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\alpha) + B(\alpha)K_1 & & \\ & \ddots & \\ & & A(\alpha) + B(\alpha)K_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{x}_m(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E(\alpha)/m \\ \vdots \\ E(\alpha)/m \end{bmatrix} \tilde{d}(k) \quad (5.24)$$

Az eredeti és az összevont rendszer között input-output ekvivalencia áll fenn [170]. Továbbá megmutatható, hogy az interpolált bemenőjel

$$\tilde{u}(k) = \sum_{i=1}^m K_i \hat{x}(k), \quad (5.25)$$

stabilizálja a (5.20) rendszert, $\hat{\gamma} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\gamma_i^2}{m}}$ performancia értékkel. A (5.25) szabályzójel tervezése az $\hat{x}(k)$ kiterjesztett állapotvektor ismeretét igényli, melyet offline és online optimalizálással nyerhetünk az alábbi lépéseket követve:

- először a rendszer egy megfelelő Ljapunov függvényét definiáljuk a következő alakban:

$$\hat{V}(\hat{x}) = \hat{x}^T \hat{P} \hat{x}. \quad (5.26)$$

- ezt követően offline kiszámítjuk a kiterjesztett rendszer maximális robusztus invariáns halmazát: $\hat{\mathcal{P}}(\hat{H}, \hat{h}) : \{\hat{x} : \hat{H}\hat{x} \leq \hat{h}\}$. Noha ez egy $m \times n_x$ dimenziós probléma, a zárt hurokra számítjuk a szabályzójel nélkül, így számítási igénye alacsony.
- online optimalizálás: a kiterjesztett rendszer állapota a robusztus invariáns halmaz alapján számítható:

$$\hat{x}(k) = \arg \min_{\hat{x}^T \in \mathbb{R}^{m \times n_x}} \hat{x}^T \hat{P} \hat{x} \quad (5.27)$$

$$\text{feltételek:} \quad \hat{H}\hat{x} \leq \hat{h} \quad (5.28)$$

$$\tilde{x}(k) = \Pi \hat{x}. \quad (5.29)$$

Az utolsó lépésben a rendelkezésre álló valósidejű rendszerinformációt és a kiterjesztett rendszer állapotát a Π projekció köti össze.

5.3. Új tudományos eredmények

A kutatások eredményeként megállapítottam, hogy a közúti járműforgalom irányítása során a forgalomtechnikai igények mellett a közúti járművek károsanyag kibocsátásának csökkentését célzó szempontok is figyelembe vehetők. Az így megalkotott forgalomirányító rendszer több kritérium alapján, azok súlyozott figyelembevételével képes gyorsforgalmi utak felhajtószabályozására.

5. tézis. Módszert javasoltam gyorsforgalmi utak többkritériumos forgalomirányítására (felhajtószabályozására), amelyben az LPV alakban modellezett járműforgalom, forgalomtechnikailag optimális elérendő állapota és a járműforgalom károsanyag kibocsátás szempontjából optimális állapota súlyozottan vehető figyelembe. A halmazelmélet alapú szabályozó a járműforgalom stabilitási feltételeit is képes kielégíteni, meghatározott zavarás, azaz a főpályán érkező, adott járműfolyam esetén.

1. A módszer egy felhajtóval rendelkező egyszerű autópálya szakasz forgalmi folyamatira épül. A hálózatot egy homogén sűrűségűnek tekintett, L hosszúságú, λ számú sávból álló szakasz adja. A forgalom szabályzását egy irányított felhajtó végzi, amely az l hosszúságú sorból r forgalomnagyságot enged a főpályára. A rendszer dinamikáját a másodrendű, diszkrét T mintavételi idejű METANET forgalmi modellel írhatjuk le [161]. A főpályán érkező q_{us} forgalomnagyság, a főpályán érkező forgalom v_{us} átlagsebessége, a felhajtón érkező w és a lehajtón távozó s forgalomnagyságok, valamint a főpályán a vizsgált szegmenst követő szakaszon jellemző ρ_{ds} forgalomsűrűség zavarásként jelenik meg. A felállított modell egy nemlineáris folyamatnak tekinthető az alábbi alakban:

$$x(k+1)=f(x(k), u(k), d(k)), \quad (5.30)$$

ahol a szabályzójel $u = r$, az állapot $x = [\rho \ v \ l]^T$ és a zavarásokat a $d = [q_{us} \ v_{us} \ \rho_{ds} \ s \ w]^T$ vektor tartalmazza.

2. Megállapítottam, hogy a főpályán és a felhajtón haladó járműforgalom károsanyag kibocsátása Csikós [95] munkája alapján egyszerűsítve jellemezhető. Feltételezzük, hogy a főpályán haladó forgalom homogén és időben állandó összetételű és a gyorsulásának hatása elhanyagolható, valamint a forgalmi áramlat átlagsebessége az $L \times T$ tér-idő tartományon a benne résztvevő járműegyedek sebességét elfogadható pontossággal reprezentálja [8]. Ekkor a forgalom makroszkopikus kibocsátásának térbeli-időbeli eloszlását az alábbi összefüggés adja meg (az i -edik szakaszon, k -edik lépésben):

$$\varepsilon_i^p(k) = ef^p(v_i(k)) q_i(k), \quad (5.31)$$

míg az $L \times T$ diszkrét tér-idő ablakban a forgalom kibocsátása az alábbi összefüggés szerint számítható:

$$E_i^p(k) = ef^p(v_i(k)) q_i(k) L_i. \quad (5.32)$$

A fundamentális összefüggés figyelembevételével belátható, hogy a forgalom makroszkopikus kibocsátását leíró jellemzők (5.31) és (5.32) a forgalomsűrűség és a forgalmi átlagsebesség kétváltozós függvényei. A felhajtón haladó forgalom esetében a kialakuló sebességviszonyokat ismeretlennek feltételezzük és kontans v_{ramp} felhajtó sebességgel jellemezzük. A (5.32) egyenlet alkalmazásával az összes felhajtón keletkező kibocsátás a következő lesz:

$$E_{ramp}^p(k) = v_{ramp} ef^p(v_{ramp}) l_i(k) T. \quad (5.33)$$

3. Bemutattam, hogy első lépésben a nemlineáris rendszer állandósult állapotát megadó értékeket kell meghatározni. A következő választásokat tehetjük: (1) a vizsgált szakaszt követő szakaszon a forgalom sűrűsége megegyezik a kritikus sűrűséggel: $\rho_{ds}^* = \rho_{cr}$, (2) a lehajtó forgalom $s^* = 0$, (3) a felhajtó forgalom értékének a bemenőjelre vonatkozó korlátozások átlagát választjuk: $r^* = (r_{max} + r_{min})/2$. Ezzel a centrált dinamikában a bemenőjelre nulla középpontú, szimmetrikus korlátozást kapunk. Ezt követően a fennmaradó ρ^* , v^* , q_{us}^* és v_{us}^* változókra egy optimalizálási feladatot oldunk meg:

$$\begin{aligned}
& \min_{[\rho^*, v^*, v_{us}^*]} \quad \beta(\rho^* - \rho_{opt})^2 + (1 - \beta)(v^* - v_{opt})^2 \\
& \text{feltételek:} \quad 0 = \frac{T}{\lambda L} [q_{us}^* - \lambda \rho^* v^* + r^* - s^*] \\
& \quad 0 = \frac{T}{\tau} (V(\rho^*) - v^*) + \frac{T}{L} v^* (v_{us}^* - v^*) - \frac{\eta T}{\tau L} \frac{\rho_{ds}^* - \rho^*}{\rho^* + \kappa} - \frac{\delta T}{\tau \lambda L} \frac{r^* v^*}{\rho^* + \kappa}
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Az állandósult állapotra megfogalmazott feltétel a felhajtó dinamikára az $w^* = r^*$ rögzítésével elégül ki. A felhajtó sorhossz állandósult állapotának tetszőleges érték adható, míg l^* -nak egy alacsony, l_{opt} -hoz közeli, de nem zérus értéket választhatunk. Az egyenletben szereplő $(\rho^* - \rho_{opt})$ tag jelentése a forgalomtechnikailag optimális járműsűrűségtől való eltérést jelenti, míg a $(v^* - v_{opt})$ tag a járműforgalom emisszió kibocsátása szempontjából optimális sebességtől való eltérést jeleníti meg. Ezen többkritériumos forgalomirányításban a két megjelenítendő szempont súlyozására van lehetőség a β paraméter változtatásával.

4. A módszer utolsó lépése, a szabályozó tervezése, amire Luspay [143] munkája alapján tettem javaslatot. A halmazelméleti szabályozótervezés alapján a maximális robusztus, irányított, invariáns halmaz meghatározására kerül sor. Ez a halmaz tartalmazza (ρ^*, v^*) , ideális, elérendő állapotot, amely már az előző pont szerinti súlyozással került meghatározásra, figyelembe véve a forgalomtechnikai és környezetvédelmi szempontokat is. A nemlineáris forgalmi dinamika eltolása és az állandósult állapotnak a nemlineáris alakba történő helyettesítése után, az $\tilde{x}$, $\tilde{u}$ és $\tilde{d}$ centrált változók elérhető értelmezési tartománya kompakt, konvex politópok formájában adható meg, melynek belső pontját képezi a centrált dinamika origója. Az így előállt LPV rendszerben egy normál H_∞ típusú szabályzás történik, mely a zavarásoknak az előre specifikált z performancia változókra tett hatását minimalizálja.

Kapcsolódó publikációk: [10, 7, 2, 11, 25, 3, 4, 19, 22, 18, 25]

6. fejezet

Összefoglalás

Dolgozatomban a közúti forgalomirányítás vizsgálatát az irányításelmélet rendszerleíró szemléletével és eszköztárával végeztem el. Az általam végzett tudományos munka célja az volt, hogy feltárja a közúti közlekedésben meglévő modellezési, állapotbecslési és irányítási problémák egy részét és azokra a modern irányításelmélet segítségével adjon megoldásokat. A motiváció abból a felismerésből származik, hogy a közúti közlekedés sajátosságai miatt elsősorban csak a korszerű, robusztus irányítási algoritmusok szolgálhatnak megfelelő minőségi megoldásokkal.

A közúti közlekedés irányításában alapvető problémát jelent, hogy ezek a rendszerek pozitív rendszerek, azaz az állapotok halmaza és a beavatkozó jelek halmaza is pozitív értékkészletű. A gyakorlatban a közúti folyamatokat általános rendszerként modellezzük, ahol a pozitív tulajdonság figyelembe vételét a visszacsatolt rendszerben a szabályozótervezés során biztosítjuk a megfelelően felállított korlátozások beépítésével. Ezen korlátokon túl a belső szabályrendszerek miatt is nagyon sok korlátozás áll fenn az állapotokra és a beavatkozó jelekre egyaránt. Szerencsére mind a két problémát megfogalmazhatjuk a megfelelően felállított egyenlőségi és egyenlőtlenségi feltételek megadásával. A közúti közlekedés másik sajátossága, hogy jellemzően olyan folyamatokat irányítunk, amelyekről nem állnak rendelkezésünkre teljes körű mérési adatok. Az ilyen jellegű rendszerek szabályozása csak a rendszer belső állapotának becslése révén és robusztus irányítások tervezésével lehetséges, ahol a különböző zavarásokat, modellezési hibákat és bizonytalanságokat is figyelembe tudjuk venni. Dolgozatomban olyan módszereket javasoltam a városi forgalomirányításban, amelyek lehetővé teszik a közúti folyamatok állapotváltozóinak és paramétereinek korlátozások mellett végzett, modell alapú becslését. A változók ismeretében bemutattam, hogy a mozgó horizontú irányítás lehetőséget teremt a több csomópontból álló városi hálózat robusztus irányítására, akár elosztott módon is.

A forgalomirányítás számára további kihívás a forgalomtechnikai mutatók javításán túl a biztonság, a környezetvédelem és egyéb szempontok együttes figyelembe vétele. Szabad áramlású autópálya szakaszok felhajtóinak irányításával igazoltam, hogy a több szempont is figyelembe vehető. A járműáramlat LPV alakban modellezett forgalomtechnikailag optimális elérendő állapota és a járműforgalom károsanyag kibocsátás szempontjából optimális állapota súlyozottan vehető figyelembe. Mivel a közös optimum a fundamentális diagram instabil oldalára esik, ezért javasoltam egy halmazelmélet alapú szabályozót is, amely a járműforgalom stabilitási feltételeit is képes kielégíteni, a főpályán érkező meghatározott zavarás esetén is.

A. függelék

A Kalman szűrő

Kalman Rudolf a magyar származású amerikai kutató 1960-ban publikálta rekurzív megoldását diszkrét rendszerek állapotainak lineáris szűrési problémájára [127]. A módszert lineáris, időben változó (Linear Time Varying - LTV) rendszer esetére a következőképpen írhatjuk fel. Tekintsük a következő LTV dinamikával jellemzett rendszert:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + v(k), \quad x(0) \quad (\text{A.1})$$

$$y(k) = C(k)x(k) + z(k). \quad (\text{A.2})$$

Az egyenletben $x(k) \in \mathbb{R}^n$ jelöli a rendszer állapotvektorát, $x(0)$ kezdeti értékkel, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ pedig a determinisztikus bemenőjel. A rendszer méréseit $y(k) \in \mathbb{R}^p$ jelöli. A rendszert leíró $A(k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B(k) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, illetve $C(k) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ rendszermátrixok struktúrája és időtől való függésük ismertnek feltételezett. Az (A.1) állapotdinamikai egyenletben, illetve az (A.2) megfigyelési egyenletben megjelenő $v(k)$ és $z(k)$ jelek sztochasztikus zajok. Az $x(0)$ kezdeti állapotra, a $v(k)$ állapotzajra és a $z(k)$ mérési zajra a következő sztochasztikus hipotézisek érvényesek:

- $x(0)$ független $v(k)$ és $z(k)$ zajoktól;
- $x(0)$ is valószínűségi változó, adott $\mathbf{E}\{x(0)\} = x_0$ várható értékkel és $\mathbf{E}\{(x(0) - x_0)(x(0) - x_0)^T\} = P(0)$ kovarianciamátrixszal;
- $v(k)$ nulla várható értékű és Gauss-eloszlású állapotzaj: $\mathbf{E}\{v(k)\} = 0$;
- $v(k)$ ismert kovarianciájú: $\mathbf{E}\{v(k)v(k)^T\} = Q(k)$;
- $v(k)$ nem korrelál a megelőző vagy a következő állapotzajjal, azaz fehér zaj: $\mathbf{E}\{v(k)v(k-l)^T\} = 0$ minden $l \neq 0$ esetre;
- $z(k)$ nulla várható értékű és Gauss-eloszlású mérési zaj: $\mathbf{E}\{z(k)\} = 0$;
- $z(k)$ ismert kovarianciájú: $\mathbf{E}\{z(k)z(k)^T\} = R(k)$;
- $z(k)$ nem korrelál a megelőző vagy a következő mérési zajjal, azaz fehér zaj: $\mathbf{E}\{z(k)z(k-l)^T\} = 0$ minden $l \neq 0$ esetre;
- $v(k)$ és $z(l)$ korrelálatlanok: $\mathbf{E}\{v(k)z(l)^T\} = 0$.

Az állapot- és a mérési zaj $Q(k)$, ill. $R(k)$ kovarianciamátrixai fejezik ki az (A.1) valamint (A.2) egyenletek bizonytalanságát. A hibákat és az azokat jellemző $Q(k)$ és $R(k)$ mátrixokat a szűrő algoritmus elindítása előtt tapasztalati úton kell megbecsülni (bár lehetnek időben változóak, általában konstans értékű kovarianciamátrixok alkalmazása is elég). Q és R becslésre való hatását a következőképpen lehet egyszerűen megfogalmazni: ahogy R közeledik a 0-hoz, úgy a szűrő egyre inkább „elhiszi” az aktuális mérést, illetve ahogy Q értéke csökken, úgy egyre jobban a becslés eredményét „fogadja el” az algoritmus a méréshez képest.

A Kalman-szűrő működésének lényege matematikailag, hogy $x(k)$ állapot optimális $\hat{x}(k)$ becslését adja, ahol minden k -adik lépésben:

- $\mathbf{E} \{x(k) - \hat{x}(k)\} = 0$, ill.
- $\mathbf{E} \{(x(k) - \hat{x}(k))(x(k) - \hat{x}(k))^T\} = P(k)$ minimális.

A lineáris Kalman-szűrő algoritmus az alábbi lépésekben foglalható össze.

A Kalman-szűrő algoritmus lépései a k -adik lépésben:

BECSLÉS:

1. Az a priori állapotbecslés számítása:

$$\hat{x}^-(k) = A(k-1)\hat{x}(k-1) + B(k-1)u(k-1). \quad (\text{A.3})$$

2. Az a priori hiba-kovarianciamátrix számítása:

$$P^-(k) = A(k-1)P(k-1)A^T(k-1) + Q(k-1). \quad (\text{A.4})$$

KORREKCIÓ:

1. Mérés, ami $y(k)$ -t szolgáltatja.

2. Az a posteriori állapotbecslés számítása:

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + G(k) (y(k) - C(k)\hat{x}^-(k)), \quad (\text{A.5})$$

$$\text{ahol } G(k) = P^-(k)C^T(k) \left(C(k)P^-(k)C^T(k) + R(k) \right)^{-1}. \quad (\text{A.6})$$

3. Az a posteriori hiba-kovarianciamátrix számítása:

$$P(k) = (I - G(k)C(k)) P^-(k). \quad (\text{A.7})$$

4. Léptetés, majd ugrás a BECSLÉS 1. pontjába:

$$k := k + 1. \quad (\text{A.8})$$

A működés két fázisból áll, becslésből és korrekcióból. Ezek alapján az algoritmus egyenletei két csoportra bonthatók:

- becslési egyenletek: az állapotbecslés ($\hat{x}^-(k)$) és állapot-kovarianciamátrix ($P^-(k)$) extrapolációja a következő lépéshez (*a priori* becslés);
- korrekciós egyenletek: az állapotbecslés és állapot-kovarianciamátrix újraszámítása a friss mérési eredmények felhasználásával (*a posteriori* becslés).

A Kalman-szűrő algoritmus gyakorlatilag a rekurzív Least Squares szűrő kiterjesztett változata. A különbség abban áll, hogy a Kalman-szűrő már rendszermodellt (lásd (A.1) egyenlet) is alkalmaz. Ennek következtében jelennek meg itt az (A.3) és (A.4) becslési egyenletek. Amennyiben feltesszük, hogy a Kalman-szűrő egy olyan rendszermodellt használ, ahol az $A(k) = I$, $u(k) = 0$, $v(k) = 0$, ill. $Q(k) = 0$, megállapítható, hogy a rekurzív LS szűrő algoritmusához jutunk vissza.

A szűrő lépései közül egyedül az (A.4) formula szorul magyarázatra. Ennek megértéséhez írjuk fel az *a priori* kovarianciamátrix egyenletét:

$$P^-(k) = \mathbf{E}\left\{ \underbrace{(x(k) - \hat{x}^-(k))}_{e^-(k)} \underbrace{(x(k) - \hat{x}^-(k))^T}_{(e^-)^T(k)} \right\}, \quad (\text{A.9})$$

ahol $e^-(k)$ az *a priori* becslési hiba. $e^-(k)$ kifejezhető az (A.1) és (A.3) összefüggések segítségével:

$$\begin{aligned} e^-(k) &= A(k-1)x(k-1) + B(k-1)u(k-1) + v(k-1) \\ &\quad - A(k-1)\hat{x}(k-1) - B(k-1)u(k-1) \\ &= A(k-1)(x(k-1) - \hat{x}(k-1)) + v(k-1) \\ &= A(k-1)e(k-1) + v(k-1). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Az (A.10) átalakítások végeredményeként kapott formulát helyettesítsük vissza az (A.9) egyenletbe:

$$\begin{aligned} P^-(k) &= A(k-1) \overbrace{\mathbf{E}\{e(k-1)e^T(k-1)\}}^{P(k-1)} A^T(k-1) + A(k-1) \overbrace{\mathbf{E}\{e(k-1)v^T(k-1)\}}^0 \\ &\quad + \underbrace{\mathbf{E}\{v(k-1)e^T(k-1)\}}_0 A^T(k-1) + \underbrace{\mathbf{E}\{v(k-1)v^T(k-1)\}}_{Q(k-1)} \\ &= A(k-1)P(k-1)A^T(k-1) + Q(k-1), \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

ahol az egyenlet 2. és 3. tagja is kiesik, mivel definíció szerint az állapotbecslési hiba és az állapotzaj nem korrelálnak. A végeredmény pedig maga az *a priori* állapotbecslési hiba kovarianciamátrixa.

Jóllehet a Kalman-szűrő algoritmus a kissé összetett, az általa kapott becslés gyakorlatilag egy Gauss-eloszlás, amely lehet sokdimenziós is a becslendő állapotváltozók számától függően. A szűrő által becsült $\hat{x}(k)$ a várható érték az egydimenziós esetre vonatkozóan. Többdimenziós esetben azonban $\hat{x}(k)$ természetesen a várható értékek vektora. Az $\hat{x}(k)$ -hoz tartozó szórásnégyzetek a $P(k)$ mátrix főátlójában találhatók.

B. függelék

Példa az OD mátrix becslésére Kálmán szűrővel

A kereszteződésben a célforgalmi mátrix elemeinek előállítása megegyezik a fordulási ráták értékeinek becslésével. A modell alapja a megmaradási egyenleteken alapszik. Fontos, hogy a diszkrét rendszer mintavételi ideje nem lehet kevesebb, mint a csomópontban definiált ciklusidő. Az állapotok ebben a modellben a fordulási rátákkal fognak megegyezni. Egy egyszerű négyágú kereszteződés be és kihajtó járműforgalmai között a következő egyenleteket írhatjuk fel:

$$y_1(k) = q_1(k)x_{11}(k) + q_2(k)x_{21}(k) + q_3(k)x_{31}(k) + q_4(k)x_{41}(k) \quad (\text{B.1})$$

$$y_2(k) = q_1(k)x_{12}(k) + q_2(k)x_{22}(k) + q_3(k)x_{32}(k) + q_4(k)x_{42}(k) \quad (\text{B.2})$$

$$y_3(k) = q_1(k)x_{13}(k) + q_2(k)x_{23}(k) + q_3(k)x_{33}(k) + q_4(k)x_{43}(k) \quad (\text{B.3})$$

$$y_4(k) = q_1(k)x_{14}(k) + q_2(k)x_{24}(k) + q_3(k)x_{34}(k) + q_4(k)x_{44}(k) \quad (\text{B.4})$$

ahol $q_i(k)$ az adott i irányból a kereszteződésbe behaladó forgalom nagysága, $y_j(k)$ az adott j irányba kereszteződésből kihaladó forgalom nagysága, $x_{ij}(k)$ a fordulási ráta, az adott i irányból behaladó autók mekkora hányada fordult el és haladt ki a j irányba.

A fenti egyenletekkel egy egyszerű modellt határozzunk meg. A diszkrét rendszerben a behajtó ágakban érkező járművek valamely kihajtó ágon távoznak. Az egyes irányba visszakanyarodó járművek száma a valóságban közelít a nullához, de az általánosan kidolgozott példában nem számolok ezzel az egyszerűsítéssel (pl. egy körforgalomnál már számottevő lehet ez az érték). A kereszteződés modelljét az alábbi egyenlet írja le:

$$y_j(k) = \sum_{i=1}^n q_i(k)x_{ij}(k) + v_j(k) \quad (\text{B.5})$$

ahol $i=1, \dots, n$ és $j=1, \dots, m$, $v_j(k)$ egy nulla várható értékű, normál eloszlású mérési zaj. A bemeneti járműáramlás mérési zajjal terhelt, ahol $\zeta_i(k)$ a nulla várható értékű zaj.

$$q_i(k) = \tilde{q}_i(k) + \zeta_i(k) \quad (\text{B.6})$$

A rendszer tulajdonságait és a megoldást alapvetően határozza meg a $q_i(k)$ vektor időbeni viselkedése. A fizikai tartalom alapján a vektor a bejövő ágakban mért járműszámot (forgalomnagyságot) jelenti. Ha ez az érték állandó, akkor a rendszer lineáris lesz, ha időben változik, akkor

nemlineáris modellt kapunk. Mind a két megoldásnak van gyakorlati jelentősége. Ha a diszkrét rendszer mintavételi ideje nagy, azaz pl. órás adatokat gyűjtünk, akkor a becslés egy többórás mérésorozat után képes megadni az egész időszakra érvényes fordulási rátát, és ebből egy célforgalmi mátrixot. Ha a mintavételi idő kicsi, azaz pl. pár perc, akkor az állapot-megfigyelő is gyors lesz és gyorsan rendelkezésre állnak a becsült fordulási ráták, így ezeket az információkat valós idejű vezérléshez is fel lehet használni. A MATLAB példát kidolgoztam mind a két esetre, tehát a lineáris és a nemlineáris esetre is.

Az állapotok, azaz a fordulási ráták között az alábbi dinamikus összefüggést írhatjuk fel:

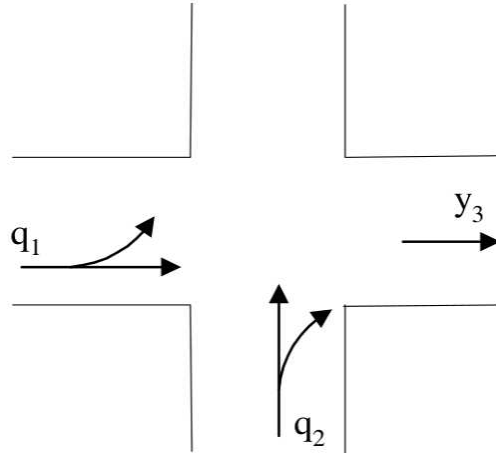
$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + w_{ij}(k) \quad (\text{B.7})$$

ahol $w_{ij}(k)$ az állapotzaj és $A=G=I$, valamint $B=0$,

A fordulási ráták értékei nem vehetnek fel bármilyen értéket, rájuk az alábbi egyenlőségi és egyenlőtlenségi feltételek vonatkoznak:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_{ij}(k) \leq 1 \\ \sum_{j=1}^m x_{ij}(k) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

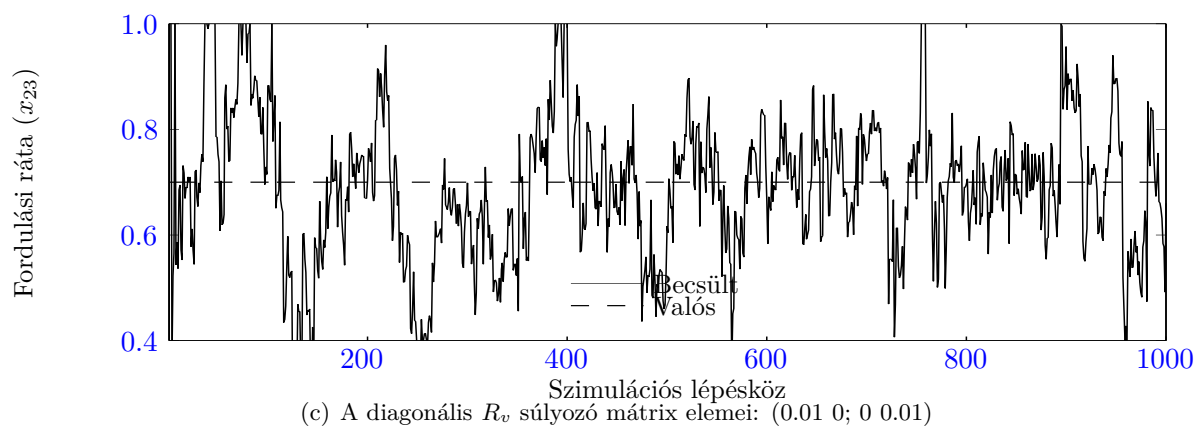
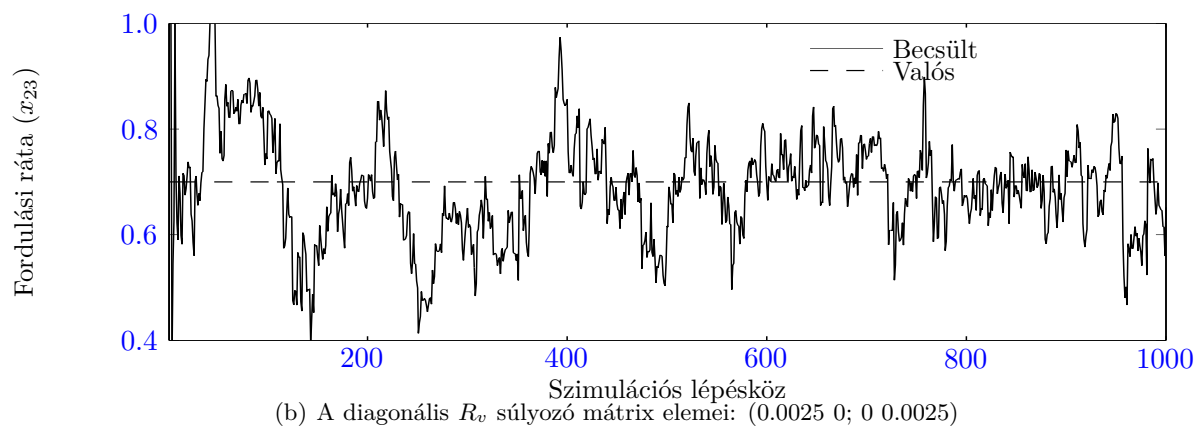
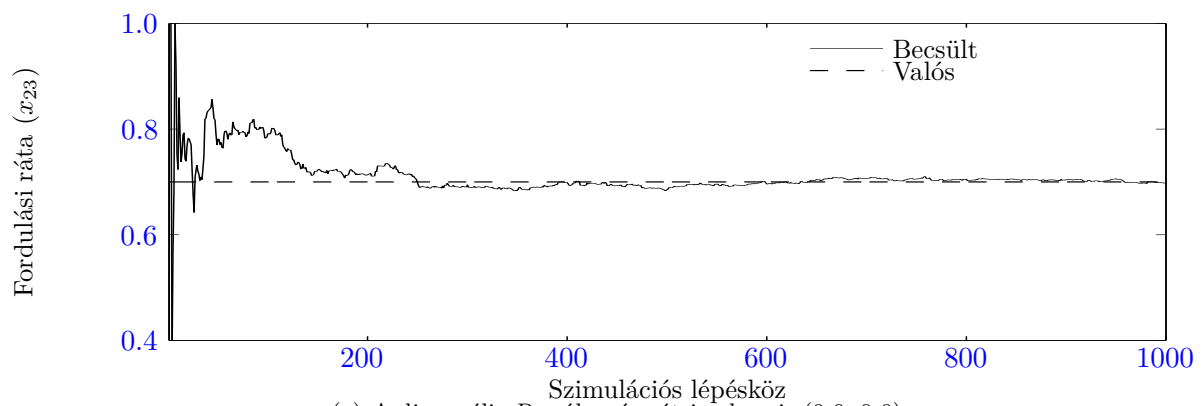
Egy konkrét becslési példa eredményeit mutatja be a B.2 ábra és a B.3 ábra. A példa a *Short Course on Dynamic Traffic Flow Modeling and Control (Chania, Greece)* kurzus mintapéldájából származik, melyben egy háromágú kereszteződés (B.1 ábra) fordulási rátáit becsüljük. A kereszteződésnek két behajtó ága (1-es és 2-es) és egy kihajtó ága (3-as) van. Ez alapján a rendszer két állapota: x_{13} és x_{23} , melyek közül x_{23} -ra vonatkozó becslési eredményeket keressük.



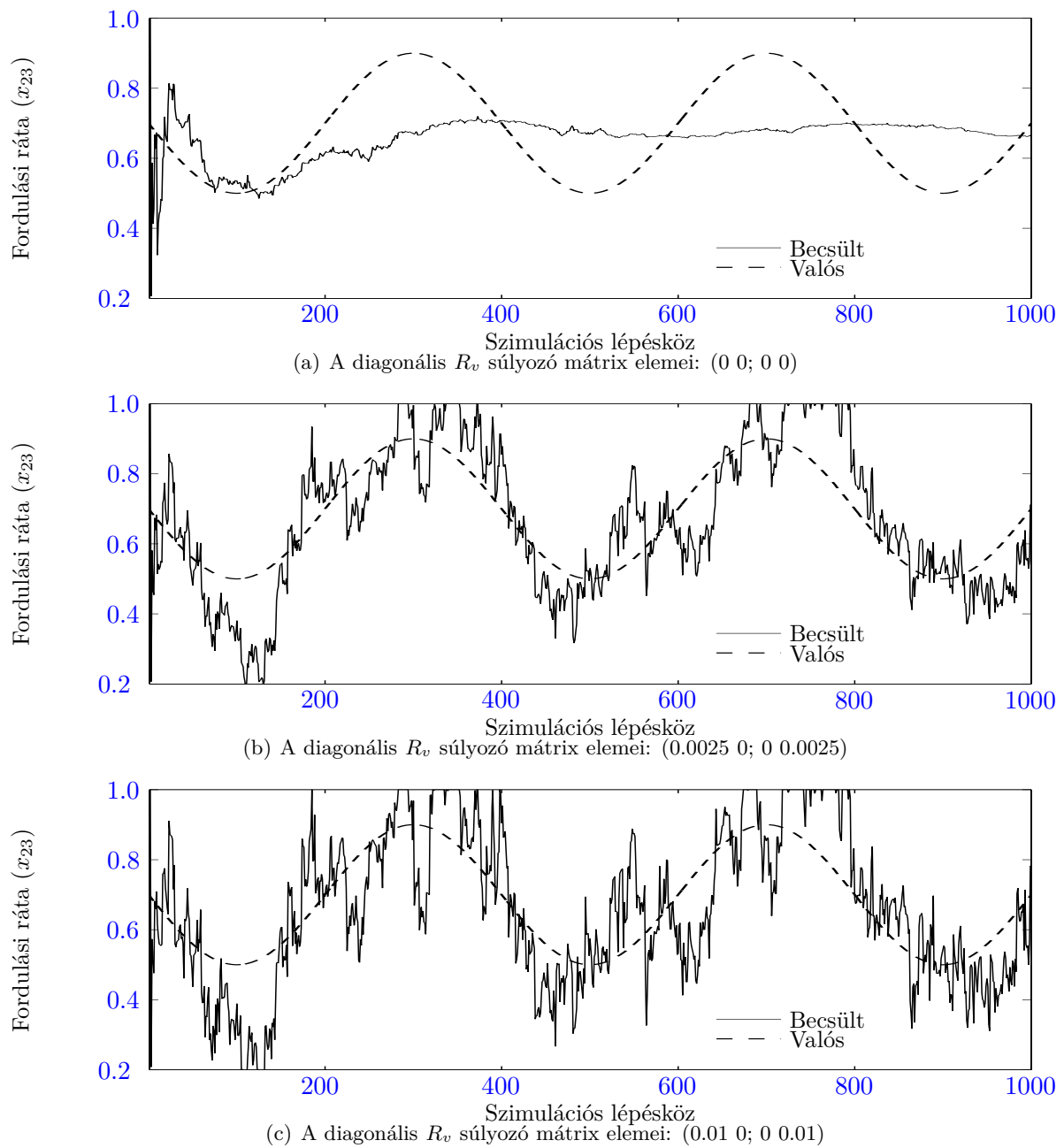
B.1. ábra. Minta kereszteződés a fordulási ráta becslési példához

A példában két esetet különböztetünk meg, az elsőben a valós fordulási rátákat konstansnak feltételezzük, míg a másodikban időben szinuszosan változóknak.

A B.2 és B.3 ábrák a becslési eljárás eredményeit szemléltetik konstans és szinuszosan változó esetben. Mindkét esetben különböző R_v kovarianciamátrixokat használtunk fel a Kalman szűrő tervezése során. A B.2 ábrán megfigyelhető, hogy a $R_v = 0$ súlyozással a legjobb a becslés pontossága, vagyis ha a valóságnak megfelelően konstansnak feltételezzük a fordulási rátákat. Megfigyelhető továbbá a becslési hiba lecsengése is. A B.3 ábra egy olyan variációt mutat be, ahol



B.2. ábra. Konstans fordulási ráta becslése Kalman szűrővel



B.3. ábra. Szinuszosan változó fordulási ráta becslése Kalman szűrővel

szinuszosan változó valós fordulási rátákat használtunk. Ebben az esetben a $R_v = 0$ választása már nem megfelelő a tervezés során, hiszen ekkor ismét konstans értékre (a szinusz középértékére) áll be a becslés. Ebben az esetben nagyobb sztochasztikus bizonytalanság ($Q = \text{diag}(0.0025)$) feltételezésével érhető el kedvezőbb állapotbecslés. A tervezéshez használt R diagonális súlyozó mátrix főátlóbeli elemeinek értéke pedig 20000 (J^2/h^2) volt: $R = \text{diag}(20000)$.

C. függelék

Példa az OD mátrix becslésére MHE módszerrel

Ebben a fejezetben az MHE módszer alkalmazását mutatom be célforgalmi mátrix becslésére. Tekintsük ehhez ismételt a 3.12 ábrán látható általános, jelzőlámpával irányított kereszteződést! A feladat tehát az adott csomópontra vonatkozó fordulási ráták értékeinek megbecslése.

A kiindulási alapegyenletek megegyeznek a korábban bemutatott (3.49) és (3.50) állapotdinamikai és megfigyelési egyenletekkel. A becslési módszer kiindulási alapja pedig ismét a (3.52) diszkrét idejű állapotter modelltje. A fordulási rátákra vonatkozó korlátozó feltételek a következő alakban adóttak:

$$0 \leq x_{ij}(k) \leq 1, \quad (\text{C.1})$$

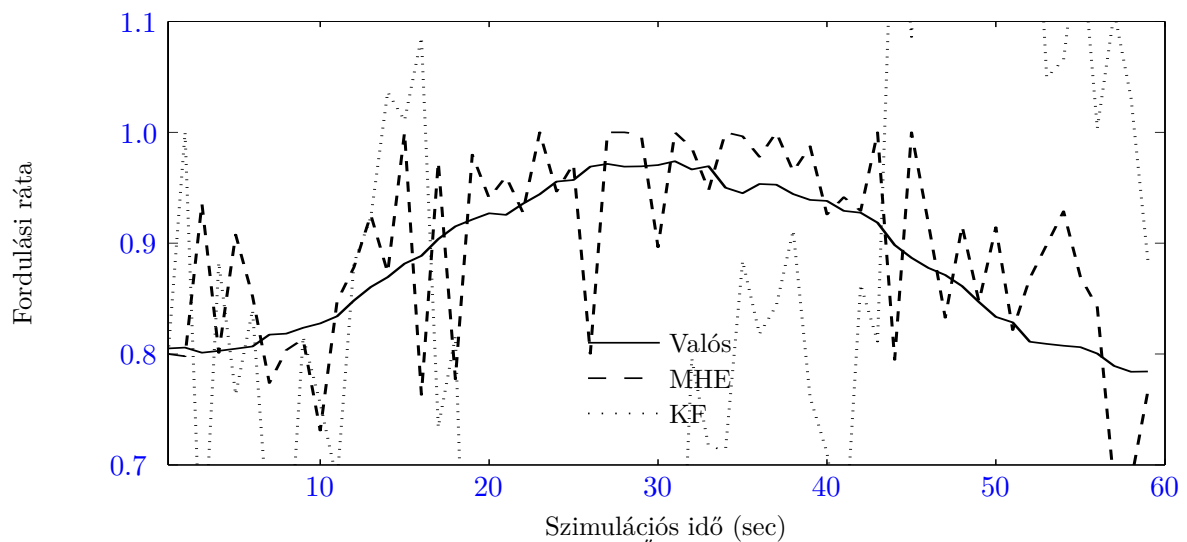
$$\sum_{j=1}^n x_{ij}(k) = 1, \quad (\text{C.2})$$

amelyek figyelembe vehetők a célforgalmi mátrix becslése során. Az MHE megfigyelő struktúrája a 3.13 ábrán látható.

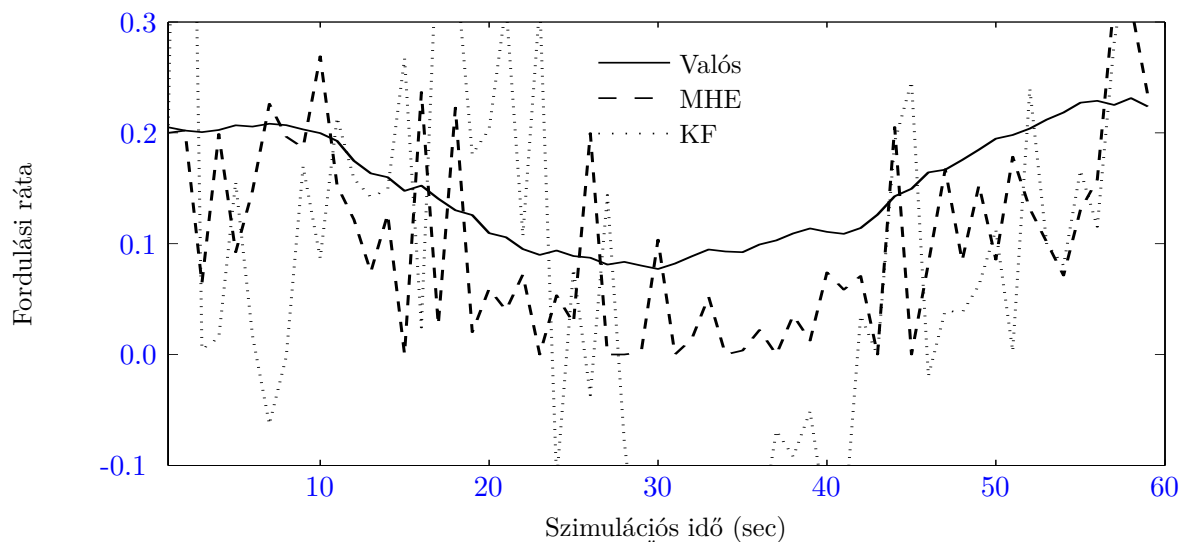
Az MHE állapotmegfigyelő a mérési zajokkal terhelt kimeneti értékeket kapja meg, és ezek alapján meghatározza a rendszer belső $\hat{x}(k)$ becsült állapotvektorát, azaz esetünkben a fordulási ráták várható értékét. Az állapotmegfigyelő az előző fejezetben bemutatott $J(k)$ funkcionált minimalizálja, mely során ki kell elégíteni a fordulási rátákra vonatkozó (C.1)-(C.2) korlátozásokat, valamint a (3.49) és (3.50) dinamikai és megfigyelési egyenleteket.

A korlátozások mellett végzett MHE becslés eredményeit egy rövid példán keresztül [53] mutatom be összehasonlítva a Kalman-szűrővel. A példát Matlab szoftverben szimuláltam és az MHE optimalizálási feladat megoldásához a beépített *fmincon* függvényt használtam. Egy egyszerű csomópontban az egyik ágból kétirányú kihajtás lehetséges, és csak ezt a két fordulási rátát szeretnénk meghatározni. Az egyik 0.8, a másik 0.2 értékről indul, de időben változnak. A szimuláció során az egyik ágba történő jármű kihaladás aránya közel kerül 0-hoz és így a másik az 1-es értékhez (C.2)-nek megfelelően.

Látható, hogy amikor az állapotok közel kerülnek a szélső értékeikhez, akkor a Kalman-szűrő hajlamos a határértékeket átlépni és ezáltal fizikailag értelmetlen értékeket szolgáltatni. A becsült értékek megfelelőségét leginkább úgy ellenőrizhetjük, hogy megnézzük, mennyire teljesül a $\sum x - 1 = 0$ (C.2) egyenlőség. A C.2 ábrán láthatók ezek a nullától való eltérések a két becslés során. Míg az MHE becslés eltérése gyakorlatilag nulla, addig a Kalman-szűrő eltérése jelentős.

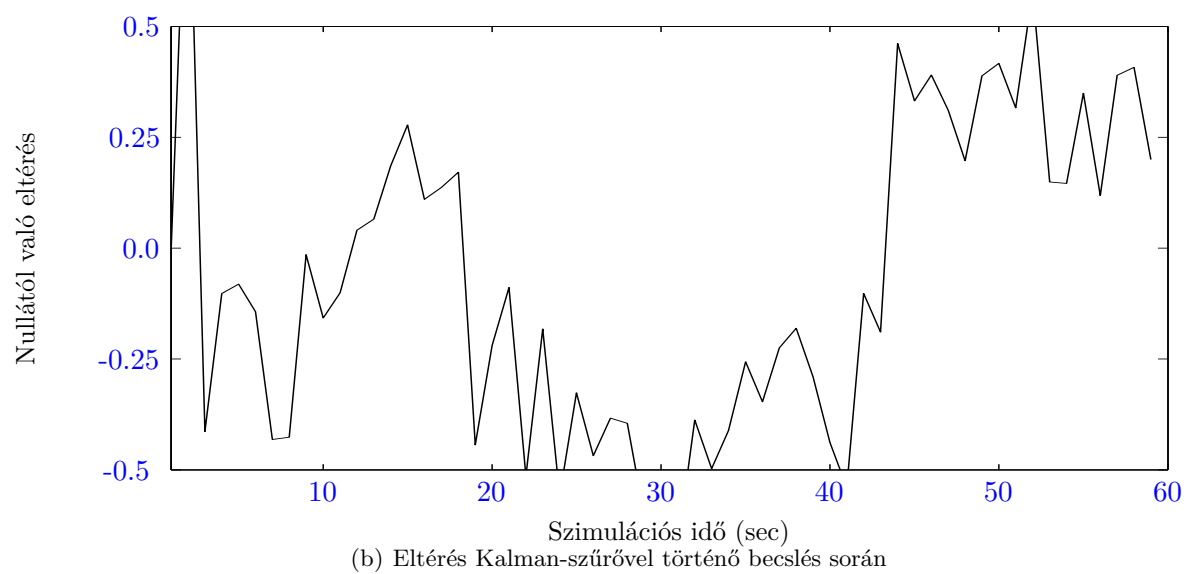
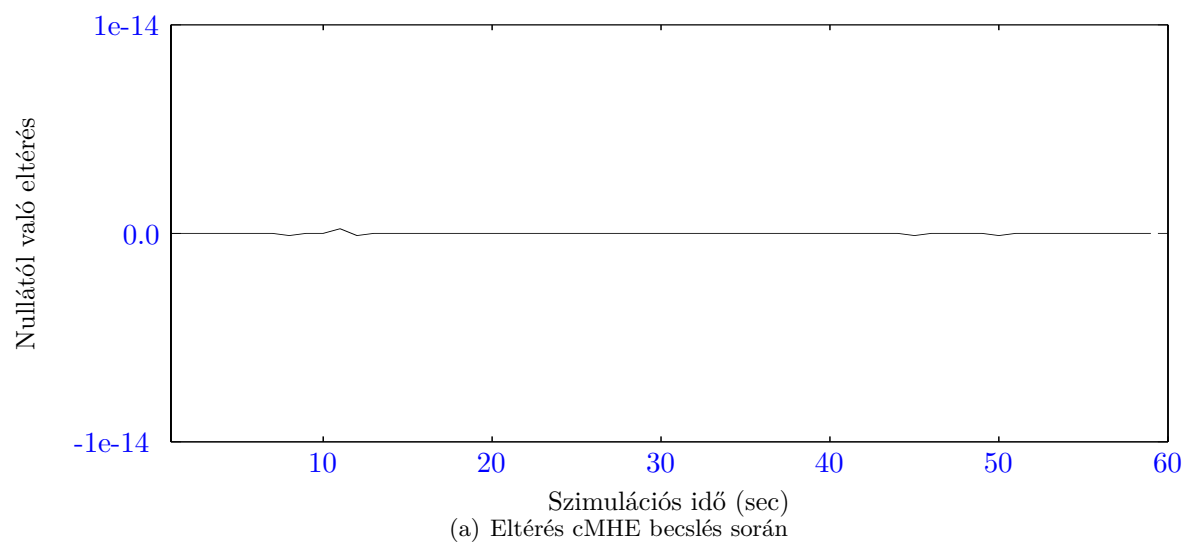


(a) A felső határértékhez közelítő fordulási ráta becslése



(b) Az alsó határértékhez közelítő fordulási ráta becslése

C.1. ábra. A szélső értékekhez $[0,1]$ közeli fordulási ráták becslése Kalman-szűrővel és korlátozások mellett végzett mozgó ablakos becsléssel (MHE)

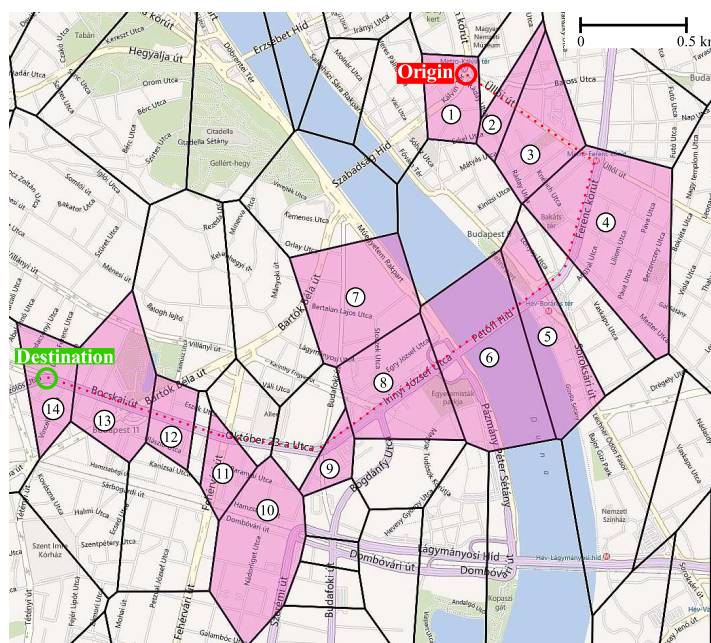


C.2. ábra. A fordulási ráták összegének 1-től való eltérése cMHE becslés valamint a Kalman-szűrővel történő becslés során

D. függelék

Példa a forgalmi adatok becslésére mobiltelefon információk alapján

A példában két forgalmi ráterhelési módszer összehasonlítására kerül sor, az egyik egy klasszikus megközelítés, míg a másikban kihasználjuk a mobiltelefon adatokból nyert információkat is a ráterhelés pontosítására. A mobiltelefon cellaátadási adatai önmagukban nem adnak teljesen egyértelmű megoldást a ráterhelés során, ahogyan a [D.1](#) ábrán is látható. A bejárt útvonal és a lefedett cellák között csak laza kapcsolat áll fenn, igaz ez is elég a [3.4](#) fejezet alapján egy jó minőségű becsléshez. Ebben a példában azonban a mobiladatokat csak a klasszikus ráterhelési módszer kiegészítésként, annak pontosítására használjuk fel.



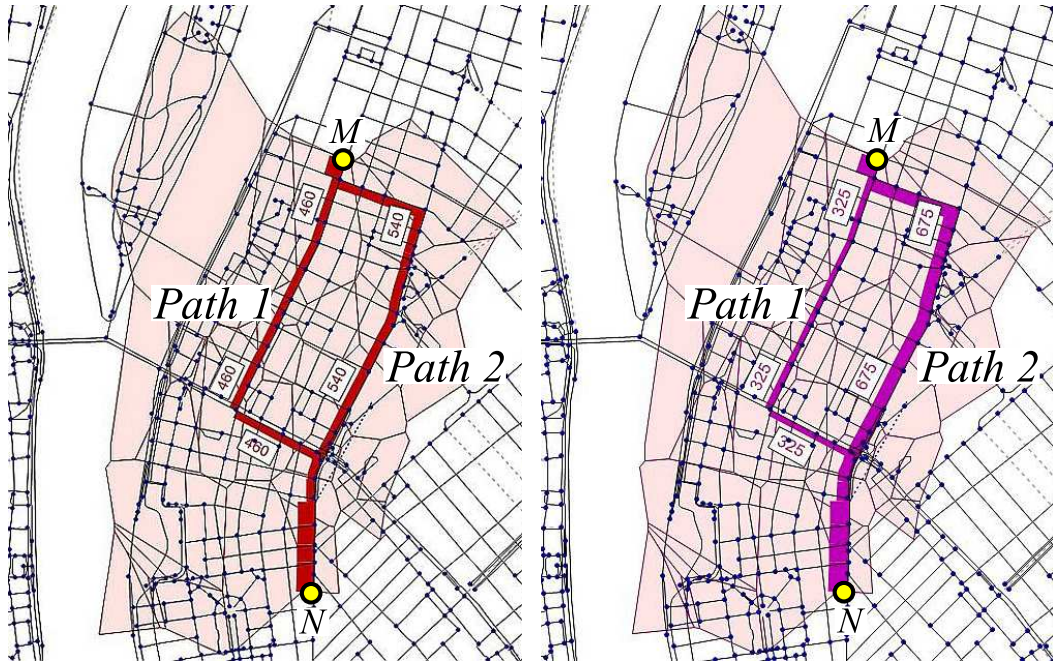
D.1. ábra. Egy bejárt útvonal és az információt adó cellák valós mérések alapján

A ráterhelési feladatban a Bureau of Public Roads által meghatározott teljesítményfüggvény

kerül alkalmazásra [85]:

$$t_a(q_a) = t_a^{free} \cdot f\left(\frac{q_a}{q_a^{max}}\right), \quad (D.1)$$

ahol q_a a szakasz forgalomnagysága, t_a^{free} a megengedett legnagyobb sebességhez tartozó utazási idő, α és β pedig modellparaméterek. A példához a VISUM szimulációs szoftver egyensúlyi ráterhelési algoritmusát használtuk (Equilibrium Assignment); egyszer t_a^m utazási idő nélkül, majd korlátozások figyelembevételével. A szimulációban $t_a^m = 0,5t_a^{free}$ értéket állítottunk be. Ez gyakorlatilag annyit jelent, hogy a mozgó terminál utazási ideje a szabadáramlási esethez tartozó utazási idő fele volt. A mérés bizonytalanságát a $\Delta_a = 0,2$ paraméterrel határoztuk meg, azaz a bekorlátozott teljesítményfüggvények esetében $\pm 20\%$ -os eltérés megengedett t_a^m -hez képest a ráterhelés optimalizálási feladatában. Az első és második ráterhelés eredményeit a D.2 ábra szemlélteti. A ráterhelés számszerű adatait a D.1 táblázat mutatja be. Jól megfigyelhető, hogy a mért utazási idő adat mennyire befolyásolja a ráterhelés végeredményét.



D.2. ábra. A ráterhelés eredménye VISUM-ban a mobil adatokból nyert utazási információk felhasználás nélkül (baloldali kép) és ezen adatok felhasználásával (jobboldali kép)

Ráterhelés	Útvonal száma	Célforgalom (ejm/h)	Utazási idő (perc:mp)	Sebesség (km/h)	Távolság (km)
Without travel time data	1	460	9:13	20	2.1
	2	540	6:19	26	2.1
Improved with travel time data	1	325	10:08	18	2.1
	2	675	6:24	26	2.1

D.1. táblázat. A ráterhelés számszerű eredményei

E. függelék

Példa egyedi kereszteződés szabályozása torlódásdetektáló szűrővel

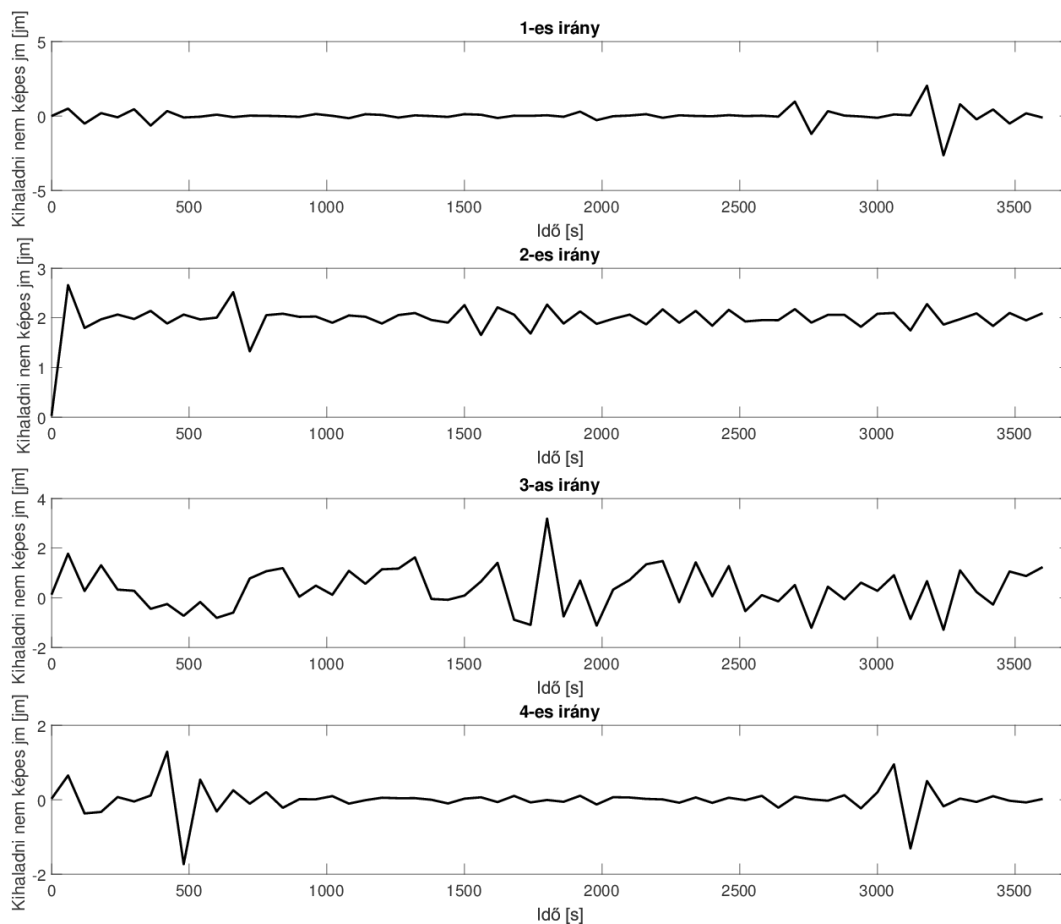
A torlódásdetektáló szűrő segítségével végzett szabályozás bemutatása MATLAB Simulink programban készült el. A példa szemlélteti, hogy a torlódásdetektáló szűrő képes a mesterségesen előállított torlódás detektálására, valamint a torlódási információ birtokában az átkonfigurálódó LQ szabályozó képes a torlódás hatására kialakuló sorhosszt hatékonyan csökkenteni. A minta kereszteződésben a csomóponti mozgásokat négy fázisra osztjuk, a fázisok egymás után átfedés nélkül követik egymást. A szimuláció időtartama 30 perc, a fázisprogram 60 másodperces ciklusidejű. A diszkrét rendszer mintavételi ideje 60 másodperc. A kereszteződéshez érkező járművek száma minden irányból különböző konstans várható értékű véletlen változó, normál eloszlással. A modellben a kereszteződés 2-es ágába egy 2 jármű értékű torlódás lett előzetesen beépítve (azaz annyi jármű nem tudott kihajtani), $x_f = [0, 2, 0, 0]$. Az [E.1](#) ábrán a detektált torlódás értéke látható (a jelek zajjal terheltek):

Látható, hogy sikerül detektálni a kihajtani nem képes járművek számát minden ágban. A detektálás minősége nagyban függ a szimulációba épített mérési zajtól, a beérkező járművek számának varianciájától és természetesen a torlódásdetektáló hangolásától (azaz az F mátrix sajátértékeitől).

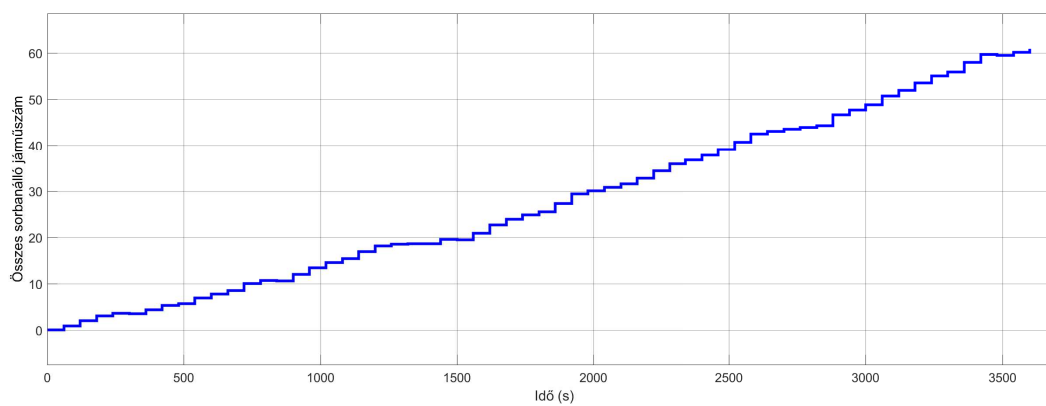
A torlódási információ birtokában a [3.2.4](#) fejezet alapján egy átkonfigurálódó LQ szabályozót tervezhetünk, amelyet a jelen példában egy rögzített jelzéstervű jelzőlámpaprogrammal hasonlítottam össze. A kereszteződés négy ágában sorban álló járművek száma az [E.2](#) ábra szerint alakul állandó időterv esetében.

Látható, hogy a járművek feltorlódnak és jelentős járműsorok alakulnak ki. Ezzel szemben a torlódásdetektáló szűrővel kiegészített LQ szabályozó által irányított csomópont esetén az [E.3](#) és az [E.4](#) ágaiban nem alakul ki jelentős sor.

Összességében a torlódásdetektálóval egybeépített LQ szabályozóval a 2-es ágban sikerül tompítani a torlódás mértékét. A 2-es ágban kivezérelt hosszabb zöldidő, részben a többi ág szabad jelzésének a rovására növekszik, de az összes sorban álló járművek száma így is kevesebb és eloszlásuk egyenletesebb ([E.5](#)). A szabályozó ebben az esetben a [\(3.23\)](#)-es egyenletnek megfelelően a B mátrix értékét számolta újra, azaz a szabályozás célja az összes sorhossz csökkentése volt, ellentétben a másik lehetőséggel, amikor a torlódott ágat lezárjuk (minimális zöldidővel) és a



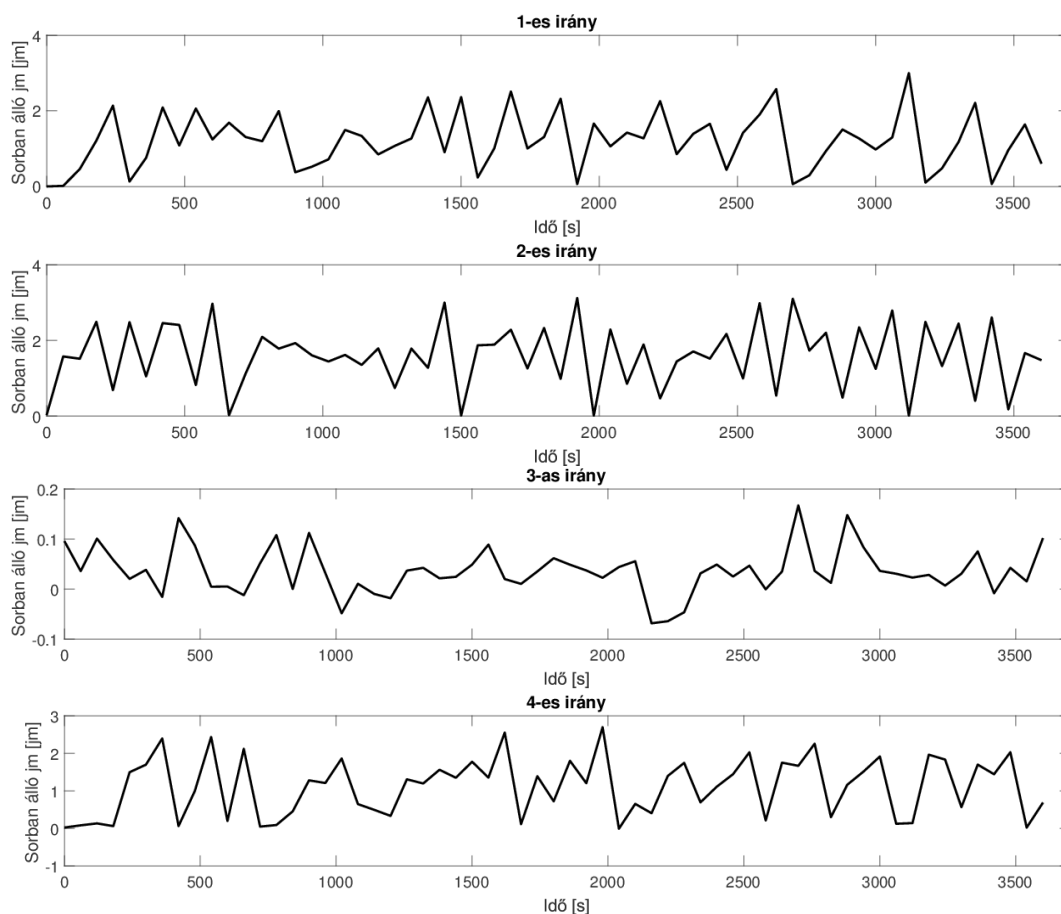
E.1. ábra. A torlódott kihaladni nem képes járműszám a kereszteződés ágaiban



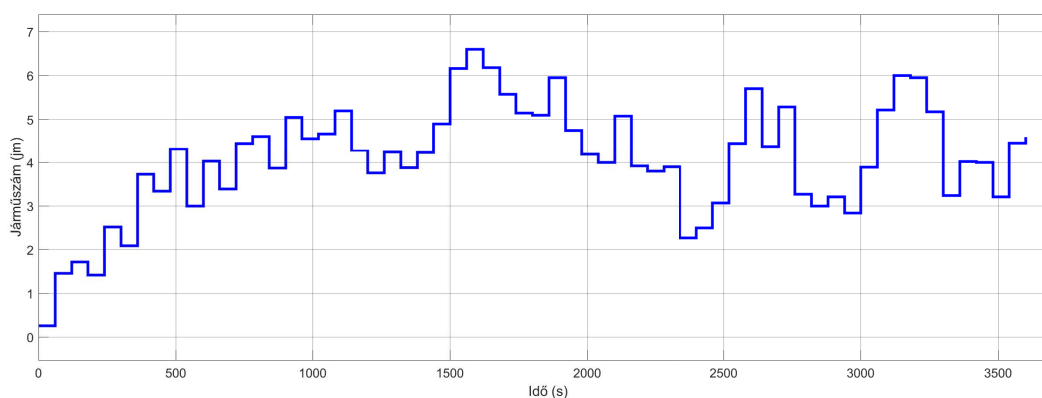
E.2. ábra. A kereszteződésben sorban álló összes járművek száma

felszabaduló időt a többi ág között osztjuk szét.

Megállapítható, hogy a forgalomhoz jobban igazodó szabályozás a kereszteződés minden ágában igyekszik a sorhosszt minimalizálni. Aszimmetrikus, de kis forgalom esetében még képes a



E.3. ábra. A kereszteződés ágaiban sorban álló járművek száma



E.4. ábra. A kereszteződésben sorban álló összes járművek száma

jelzésekép váltások idejét úgy módosítani, hogy sikerül a kereszteződést kiüríteni. A rendszerben lévő összes szabad jelzések idejét azonban csak egymás rovására lehet változtatni, ezért nagy forgalom esetén már nem képes erre, de arányosan minden ágban egyenletes sorfelépülést biztosít. A rendszerben számos korlátozás van az egyes állapotokra és beavatkozó jelre. A korlátok



E.5. ábra. A szabad jelzésidők (beavatkozó jel) változása a kereszteződés ágaiban

kezelését nem lehet minden körülmények között megfelelően biztosítani a feladathoz választott szabályozóval.

A kidolgozott torlódásdetektálót több szimulációs futtatás eredményeinek felhasználásával statisztikai alapon is értékeltem. A detektáló pontosságának értékeléséhez kiszámítottam a becsült torlódási értékek átlagát és a szórásnégyzetét:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^S (x_f(k) - \hat{x}_f(k))^2}{S} \quad (\text{E.1})$$

ahol S a futások során a diszkrét időintervallumok száma, a szimulációban. A futások eredményeinek átlagát az alábbi táblázat tartalmazza:

Kereszteződés ág	Valós x_f érték	Becsült értékek átlaga	Szórásnégyzet
1	1	0.9871	0.056453
2	3	2.964629	0.204869
3	2	1.974423	0.098328
4	0	0.002128	0.124715

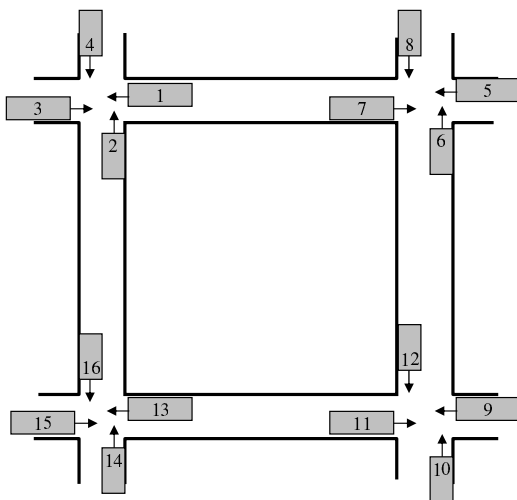
E.1. táblázat. A torlódásdetektálás eredményeinek értékelése

F. függelék

Példa több csomópontból álló hálózat modell prediktív szabályozással történő jelzőlámpa vezérlésére

Hálózatok MPC szabályozással történő jelzőlámpa vezérlésének bemutatásához MATLAB Simulink programban készítettem el a hálózati modellt, és a szabályozót. A szimuláció célja, hogy összehasonlítsa az MPC szabályozással történő jelzőlámpa szabályozást és az LQ irányítást. Azért választottam az összehasonlítás alapjául az LQ módszert, mert az a számos helyen, alaposan publikált TUC módszer alapja, valamint meglehetősen illeszkedik a széles körben alkalmazott járműigény alapú szabad-jelzés elosztási algoritmusokhoz (pl. a Webster képlet).

A mintahálózat négy kereszteződésből áll, a felépítését az [F.1](#) ábra szemlélteti. Az összes 16 darab jelzőlámpacsoport irányítását a szabályozó végzi, ahol jelen példában egy jelzőlámpacsoport egy jelzőfejjel van megfeleltetve. A jelzéstervek ciklusidői állandóak, a fázissorrend kötött és a fázisok nem lapolódnak át. A helyzetjelző vonal előtt felépülő járműoszlopok sorszámát a számok jelölik, amelyek megfelelnek a jelzőfejek sorszámának is.



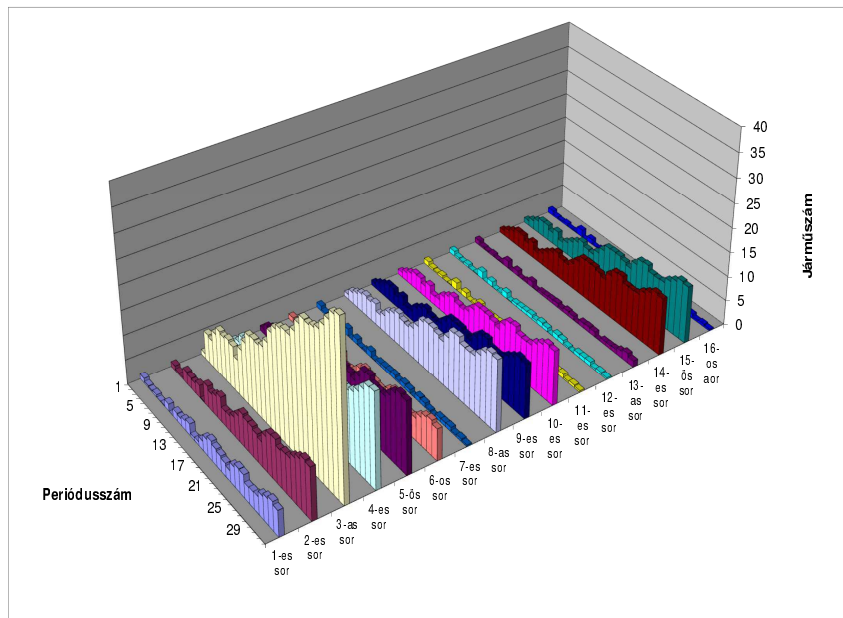
F.1. ábra. Négy kereszteződésből álló mintahálózat, az irányított sorhosszakkal

A rendszerbe behaladni és kihaladni csak a 3,4,5,8,9,10,14,15-ös irányokból lehet. A bejövő irányokban lévő járműnagyság időben változik és egy szinuszos mérési zajjal terhelt:

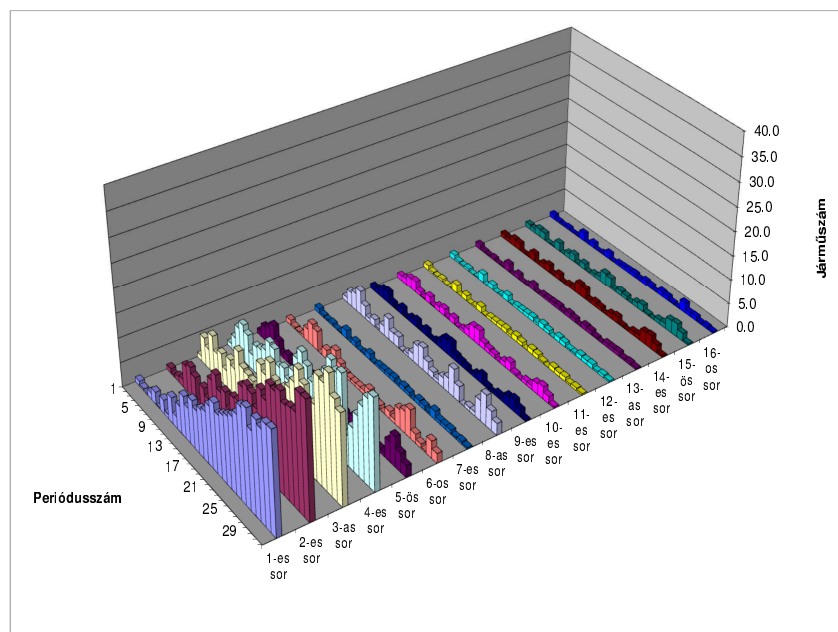
$$x_{be} = x_0 + I * \sin(k) * 0.9 + 0.3 \quad (F.1)$$

ahol $x_0 = [0; 0; 2; 1; 1; 0; 0; 1; 1; 1; 0; 0; 0; 1; 1; 0] * 4$, tehát a 3-as bejövő irányból egy kitüntetett, erőteljes járműigény jelentkezik.

Az LQ alapú szabályozóval irányított hálózatban kialakult sorhosszakat az F.2 ábra mutatja.



F.2. ábra. Jelzőlámpás irányítás LQ szabályozóval a minta hálózatban



F.3. ábra. Jelzőlámpás irányítás MPC szabályozóval a minta hálózatban

Látható, hogy a 3-a irányból jelentkező nagyobb igény hatására abban a sorban torlódás alakul ki. Közel ugyanilyen körülmények esetén az MPC szabályozással történő irányításnak (F.3 ábra) sikerül a torlódást csökkenteni, igaz, ennek az ára a terhelte csomópont többi ágában lévő sorhosszak megnövekedése (1,2,4).

A különbség leginkább az összes sorbanálló járművek számában szembetűnő, amely a 30. periódus végén az LQ esetében 153 jármű, míg az MPC esetében csak 91 jármű. A két módszert statisztikailag hasonlítottam össze, több szimuláció futtatásainak eredményeit az F táblázat foglalja össze.

	LQ	MPC
Legnagyobb kialakult helyi sorhossz (jm)	36	24
Legnagyobb kialakult összes sorhossz (jm)	156	105

F.1. táblázat. Az LQ és az MPC szabályozók eredményeinek összehasonlítása a több szimulációs futás átlagában

Az eredményekből látható, hogy az MPC szabályozóval irányított hálózatban jobban elsimulnak a kiugró áthaladási igények, valamint rövidebb sorhosszak állnak elő. A különbség leginkább abból adódik, hogy a kiugróan nagy áthaladási igényekre az LQ szabályozó – a konstans visszacsatolás miatt – kiugróan nagy beavatkozó jelet produkál. Ezt azonban a beavatkozó jelre fennálló korlátozások miatt arányosítani kell, és innentől kezdve az LQ elveszíti az eredeti befolyását a rendszerre. Ezzel szemben az MPC minden ciklusban a fennálló feltételek ismeretében, azoknak megfelelő beavatkozó jelet képes adni. Megállapítható, hogy a modell prediktív szabályozással történő dinamikus jelzőlámpa vezérlés hatékonyabb, mint az LQ alapú szabályozás.

G. függelék

A költségfüggvény Φ mátrixa pozitív definitiségének bizonyítása

Bizonyítható, hogy a (4.63) egyenletben a Φ mátrix pozitív definit, azaz $\Phi \succ 0$, ahol

$$\Phi = \mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} + \mathcal{R}, \quad (\text{G.1})$$

a (4.52) összefüggés alapján.

Elsőként a $\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B}$ pozitív szemidefinititását vizsgáljuk meg. Ismeretes, hogy amennyiben Γ mátrix csak valós elemeket tartalmaz, akkor a $\Gamma^T \Gamma$ szorzat pozitív szemidefinit mátrix lesz. Ez az összefüggés, alkalmazható $\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B}$ esetére is. Mivel $\mathcal{Q}$ mindig egy pozitív definit diagonális mátrix, így

$$\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} = \mathcal{B}^T \mathcal{Q}^{\frac{1}{2}} \mathcal{Q}^{\frac{1}{2}} \mathcal{B} = \left(\mathcal{Q}^{\frac{1}{2}} \mathcal{B} \right)^T \mathcal{Q}^{\frac{1}{2}} \mathcal{B} \succeq 0. \quad (\text{G.2})$$

Így igazolt, hogy $\mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} \succeq 0$ fennáll minden valós elemű $\mathcal{B}$ mátrixra.

A pozitív szemidefinititás definíciója: bármely szimmetrikus $n \times n$ dimenziós Λ valós mátrix pozitív szemidefinit, ha fennáll, hogy $z^T \Lambda z \geq 0$, ahol z egy n hosszú, valós számokból álló, nem nulla értékű vektor.

A pozitív definititás definíciója: bármely szimmetrikus $n \times n$ dimenziós Λ valós mátrix pozitív definit, ha fennáll, hogy $z^T \Lambda z > 0$.

Továbbá, amennyiben $M \succeq 0$ és $N \succ 0$, azaz $M + N \succ 0$. Ez az alábbi egyenlettel bizonyítható:

$$z^T (M + N) z = z^T M z + z^T N z, \quad (\text{G.3})$$

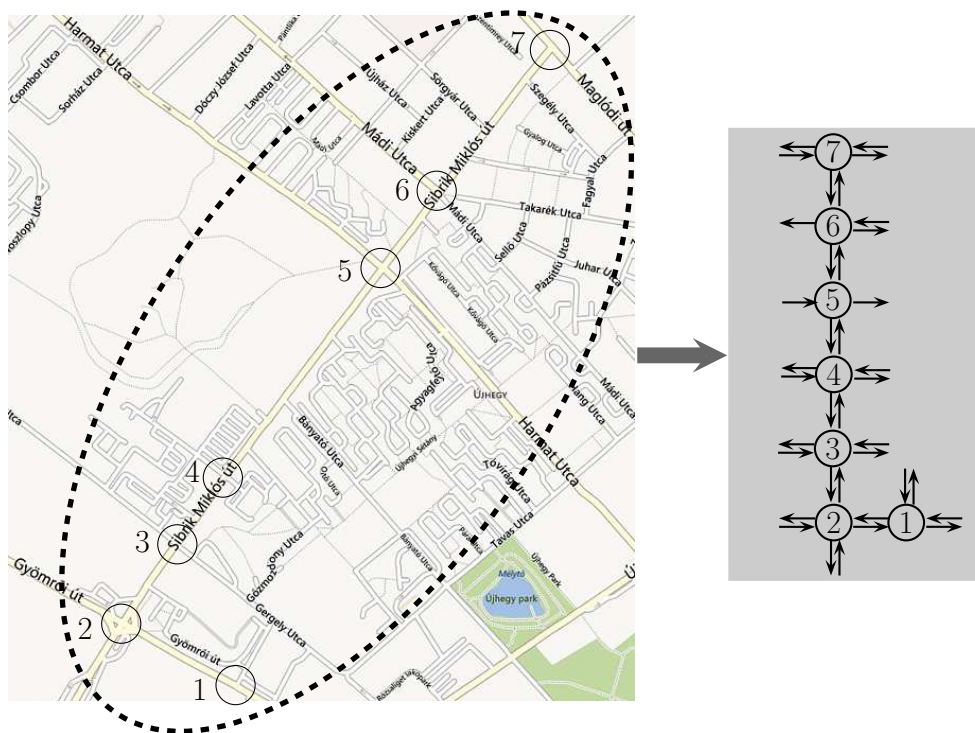
ahol $z^T M z \geq 0$ és $z^T N z > 0$. Ezáltal, a szorzatok összege is biztosan pozitív, azaz $z^T (M + N) z > 0$.

A fenti levezetés analógiájával bizonyítható, hogy a Eq. (G.1) pozitív definit, amennyiben esetünkben $M = \mathcal{B}^T \mathcal{Q} \mathcal{B} \succeq 0$ és $N = \mathcal{R} \succ 0$ összefüggéseket alkalmazzuk. Így végeredményben igazolható, hogy $\Phi \succ 0$ mindig fennáll.

H. függelék

Az elosztott MPC algoritmus szimulációs vizsgálata

Az elosztott MPC alapú közúti forgalomirányítás teszteléséhez egy valós városi hálózatrész modellezésére került sor Vissim mikroszkopikus szimulációs szoftverben.



H.1. ábra. Teszthálózat hét jelzőlámpás csomóponttal (Budapest, X. ker.)

A kiválasztott budapesti teszthálózatot a [H.1](#) ábra mutatja. A hálózatban 7 jelzőlámpás csomópont és 36 szabályozott útszakasz volt. Jelenleg ezen csomópontokban a forgalomirányítás

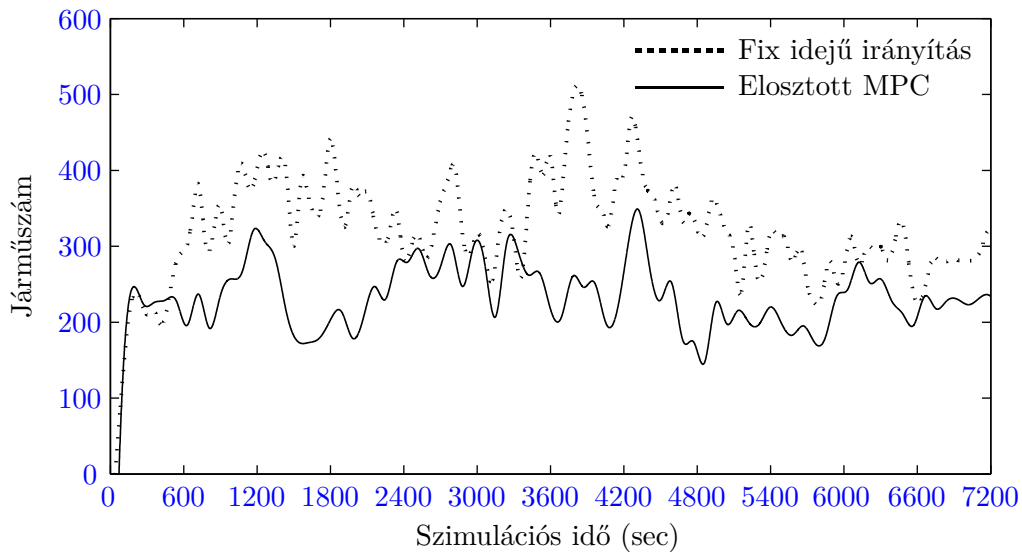
lokálisan van megvalósítva fix idejű jelzéstervekkel részleges forgalomfüggéssel (fázisidő nyújtást és rövidítést segítő hurokdetektorokkal).

Az elosztott MPC algoritmus működési hatékonyságának demonstrálása végett ezen hálózat aktuális forgalomirányításával került összehasonlításra. A választott MPC horizont $K = 3$, és a súlymátrixok értéke pedig $Q = I$ valamint $R = 0.1I$ voltak. Kétórás szimulációs futtatás kiértékelésére került sor. A várakozásoknak megfelelően az elosztott MPC irányítás hatékonysága jóval felülmúlta az aktuális rendszerét. Négy forgalomtechnikai paraméter vizsgálatára került sor (lásd H.1 táblázat).

Paraméter	Fix idejű forgalomirányítás	Elosztott MPC	Változás
Átlagos utazási idő (min)	1.9	1.6	-16%
Átlagos sebesség (km/h)	20.6	24.9	21%
Átlagos késési idő (min)	1.1	0.9	-18%
Megállások száma átlagosan	3.8	3.1	-18%

H.1. táblázat. A szimulációs futtatások eredményei

A táblázatban ismertetett eredményeken túl, a hálózati, összegzett sorhosszak is kisebbek lettek az MPC irányítás során (lásd H.2 ábra).



H.2. ábra. Az összegzett sorhosszak változása a szimuláció során

Az elosztott MPC az M.2 algoritmusnak megfelelően lett megvalósítva a szimuláció során: a hét darab forgalomirányító berendezés jelentette a hét darab processzort virtuálisan.

A (4.72) duálprobléma λ optimalizálási paraméterének dimenziója $m = 129$ volt. Megállási toleranciaértékként $\epsilon = 10^{-8}$ került alkalmazásra az iterációk során.

κ lépésköz-paraméter is erősen befolyásolja a Jacobi-iteráció performanciáját. Értékét heurisztikus módon lehet behangolni. Jóllehet elméletileg a konvergencia $\kappa = m^{-1}$ értéknél biztosított [77], ez a beállítás felesleges lassúsághoz vezethet. Ezért a gyakorlatban ennél nagyobb érték alkalmazása javasolt.

κ	Iterációs lépések száma	Számítási idő (sec)
m^{-1}	57430	2.4457
$m^{-0.8}$	23188	0.9714
$m^{-0.6}$	9324	0.4114
$m^{-0.4}$	3738	0.156
$m^{-0.2}$	1489	0.0621
$m^{-0.15}$	1181	0.0489

H.2. táblázat. Az iterációs lépések számának és a számítási időnek a megváltozása különböző lépésköz értékek mellett

A H.2 táblázat a különböző lépésköz értékek mellett elérhető számítási teljesítményt szemlélteti¹.

A gyakorlati tapasztalatok alapján a $\kappa = m^{-0.15} = 0.4824$ legkisebb érték mellett még biztosított volt az iteráció konvergenciája, amely ekkor csupán 1181 iterációs lépést jelentett.

Az összehasonlíthatóság végett az MPC optimalizálás (4.63) primálfeladatát a Matlab beépített *quadprog* függvényével is kiszámítottuk - azaz centralizált MPC architektúrában (azonos $\epsilon = 10^{-8}$ toleranciaérték mellett). Az elért eredményeket a H.3 táblázat szemlélteti.

Összességében elmondható, hogy az elosztott algoritmus a centrális megoldás számítási idejének 10%-a alatt jut el az azonos megoldásig.

Szabályozási módszer	Átlagos számítási idő (sec)
Elosztott MPC Jacobi-iterációval	0.0489
Centrális MPC <i>quadprog</i> függvénnyel	0.5051

H.3. táblázat. Az elosztott és a centrális MPC átlagos számítási ideje

¹A szimulációk egy személyi számítógépen futottak le, melynek fő paraméterei voltak: 2.26 GHz-es Intel processzor, 4 GB RAM memória.

I. függelék

A (4.103) minimax feladat szemidefinit relaxációja

Az alábbi levezetés Löfberg [138] eredményei alapján történik azzal a különbséggel, hogy itt a $\mathbf{d}$ zavarás-tag is benne van a rendszermodellben. Éppen emiatt a plusz tag miatt van szükség a relaxáció módosított levezetésére.

(4.109) egyenlet átalakítható:

$$\mathbf{x} = (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathcal{G}\mathbf{p} + \mathbf{c}). \quad (\text{I.1})$$

A (4.111) és az (I.1) egyenletek alapján $\mathbf{p}$ kifejezhető a következő alakban:

$$\mathbf{p} = \Delta^K \left(\mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathcal{G}\mathbf{p} + \mathbf{c}) + \mathcal{D}_d \mathcal{E}\mathbf{d} \right). \quad (\text{I.2})$$

A $\mathbf{p}$ tagot egy oldalra kiemelve kapjuk az alábbi:

$$\mathbf{p} = \left(I - \Delta^K \mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{G} \right)^{-1} \Delta^K \cdot \left(\mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathbf{c}) + \mathcal{D}_d \mathcal{E}\mathbf{d} \right). \quad (\text{I.3})$$

(I.3) formula (I.1) egyenletbe való visszahelyettesítésével jutunk az alábbihoz:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = & (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathbf{c} \\ & + \mathcal{G} \left(I - \Delta^K \mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{G} \right)^{-1} \Delta^K \left(\mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathbf{c}) + \mathcal{D}_d \mathcal{E}\mathbf{d} \right)). \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

Végül, (I.4) átírható egy kompaktabb alakba:

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} + \Lambda \Delta^K (I - \Omega \Delta^K)^{-1} \Psi, \quad (\text{I.5})$$

ahol

$$\tilde{\mathbf{x}} = (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathbf{c}), \quad (\text{I.6})$$

$$\Lambda = (I - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{G}, \quad (\text{I.7})$$

$$\Omega = \mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} \mathcal{G}, \quad (\text{I.8})$$

$$\Psi = \mathcal{D}_x (I - \mathcal{A})^{-1} (\mathcal{B}\mathbf{u} + \mathcal{E}\mathbf{d} + \mathbf{c}) + \mathcal{D}_d \mathcal{E}\mathbf{d}. \quad (\text{I.9})$$

A folytatásban az (I.5) összefüggés alkalmazható már az átalakított minimax problémában.

A (4.103) minimax feladat egy konvex optimalizálási problémává relaxálható [137] és [179] eredményei alapján:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, t} \quad & t, \\ \text{s.t.} \quad & \max_{\Delta} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u} \leq t, \quad \forall \Delta \in \Delta, \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

ahol t egy skalár szám. Mivel a $\min_{\mathbf{u}, t} t$ feladat megoldása során az alábbi megfeleltethetőség egyértelmű (minden $\Delta \in \Delta$ esetén):

$$\max_{\Delta} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u} \leq t \iff \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u} \leq t, \quad (\text{I.11})$$

a (4.103) minimax probléma a következőképpen relaxálható:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}, t} \quad & t, \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u} \leq t, \quad \forall \Delta \in \Delta. \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

A folytatásban az (I.12) feladat SDP alakra hozása történik a hatékony megoldhatóság érdekében. A levezetés a Schur-komplemens formulát [84] alkalmazza. Azaz: ha $W \succ 0$, $W = W^T$ és $X = X^T$, akkor bármely X -re ($X \succeq 0$) igaz, hogy

$$X - Z^T W^{-1} Z \succeq 0 \iff \begin{pmatrix} X & Z^T \\ Z & W \end{pmatrix} \succeq 0. \quad (\text{I.13})$$

(I.11) kvadratikus korlátozás átalakítható:

$$\underbrace{t - \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u}}_X - \underbrace{\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}}_{Z^T W^{-1} Z} \geq 0, \quad (\text{I.14})$$

majd a Schur-komplemens alkalmazható rá az alábbi szerint:

$$\begin{pmatrix} t - \mathbf{u}^T \mathcal{R} \mathbf{u} & \mathbf{x}^T \\ \mathbf{x} & \mathbf{Q}^{-1} \end{pmatrix} \succeq 0. \quad (\text{I.15})$$

Továbbá (I.15) még tovább alakítható:

$$\begin{pmatrix} t & \mathbf{x}^T \\ \mathbf{x} & \mathbf{Q}^{-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{u}^T \\ 0 \end{pmatrix} \mathcal{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u} & 0 \end{pmatrix} \succeq 0. \quad (\text{I.16})$$

A Schur-komplemens tehát használható az (I.16) egyenlőtlenségre, és így végeredményben az (I.10) feladat korlátozását LMI alakban fejezhetjük ki:

$$\begin{pmatrix} t & \mathbf{x}^T & \mathbf{u}^T \\ \mathbf{x} & \mathbf{Q}^{-1} & 0 \\ \mathbf{u} & 0 & \mathcal{R}^{-1} \end{pmatrix} \succeq 0, \quad \forall \Delta \in \Delta. \quad (\text{I.17})$$

(I.5) egyenletet (I.17)-be helyettesítve a következő LMI adódik:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} t & \tilde{\mathbf{x}}^T & \mathbf{u}^T \\ \tilde{\mathbf{x}} & \mathcal{Q}^{-1} & 0 \\ \mathbf{u} & 0 & \mathcal{R}^{-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Lambda \\ 0 \end{pmatrix} \Delta^K (I - \Omega \Delta^K)^{-1} \begin{pmatrix} \Psi & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} \Psi^T \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (I - \Delta^K \Omega^T)^{-1} \Delta^K \begin{pmatrix} 0 & \Lambda^T & 0 \end{pmatrix} \succeq 0, \quad \forall \Delta \in \mathbf{\Delta}. \end{aligned} \quad (\text{I.18})$$

Ghaoui [115] segédtételének megfelelően (I.18) minden $\Delta \in \mathbf{\Delta}$ esetére igaz, amennyiben létezik egy olyan $\mathcal{T}$ érték, amelyre fennáll, hogy

$$\begin{pmatrix} t & \tilde{\mathbf{x}}^T & \mathbf{u}^T & \Psi^T \\ \tilde{\mathbf{x}} & \mathcal{Q}^{-1} - \Lambda \mathcal{T} \Lambda^T & 0 & -\Lambda \mathcal{T} \Omega^T \\ \mathbf{u} & 0 & \mathcal{R}^{-1} & 0 \\ \Psi & -\Omega \mathcal{T} \Lambda^T & 0 & \mathcal{T} - \Omega \mathcal{T} \Omega^T \end{pmatrix} \succeq 0, \quad (\text{I.19})$$

ahol $\mathcal{T} = \text{diag}(\tau)$, és τ a szorzó együtthatók vektora ($\tau_i \geq 0$).

Végeredményben tehát (I.10) a következő alakban adott:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u}, t, \tau} \quad t, \\ & \text{subject to} \quad (\text{I.19}). \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

A fentiek alapján a (4.103) probléma relaxációja az (I.20) SDP optimalizálási formában adódik, úgy hogy implicit módon még mindig függ a bizonytalanságoktól.

J. függelék

Az állapotkorlátozások robusztus teljesülése

A következő levezetés az állapotkorlátozások robusztus teljesülését bizonyítja Lőfberg eredményeinek [138] felhasználásával.

(J.5) egyenlet behelyettesíthető (4.129) egyenlőtlenségbe. Így az állapotkorlát felírható az alábbi szerint:

$$\mathbf{H}_x(\tilde{\mathbf{x}} + \Lambda\Delta^K(I - \Omega\Delta^K)^{-1}\Psi) \leq \mathbf{f}_x, \quad \forall \Delta \in \Delta. \quad (\text{J.1})$$

(J.1) egyenlőtlenséget 2-vel beszorozva és átalakítva kapjuk, hogy:

$$2(\mathbf{f}_x - \mathbf{H}_x\tilde{\mathbf{x}}) - 2\mathbf{H}_x\Lambda\Delta^K(I - \Omega\Delta^K)^{-1}\Psi \geq 0. \quad (\text{J.2})$$

(J.2) formulára is alkalmazható [115] segédtetele, amennyiben az az i -edik korlátozásra van kifejezve:

$$2(\mathbf{f}_x - \mathbf{H}_x\tilde{\mathbf{x}})_i - (\mathbf{H}_x)_i\Lambda\Delta^K(I - \Omega\Delta^K)^{-1}\Psi - ((\mathbf{H}_x)_i\Lambda\Delta^K(I - \Omega\Delta^K)^{-1}\Psi)^T \geq 0, \quad \forall \Delta \in \Delta. \quad (\text{J.3})$$

Így (J.3) minden $\Delta \in \Delta$ esetére igaz, amennyiben létezik egy olyan $\mathcal{S}$ mátrix, amelyre fennáll, hogy

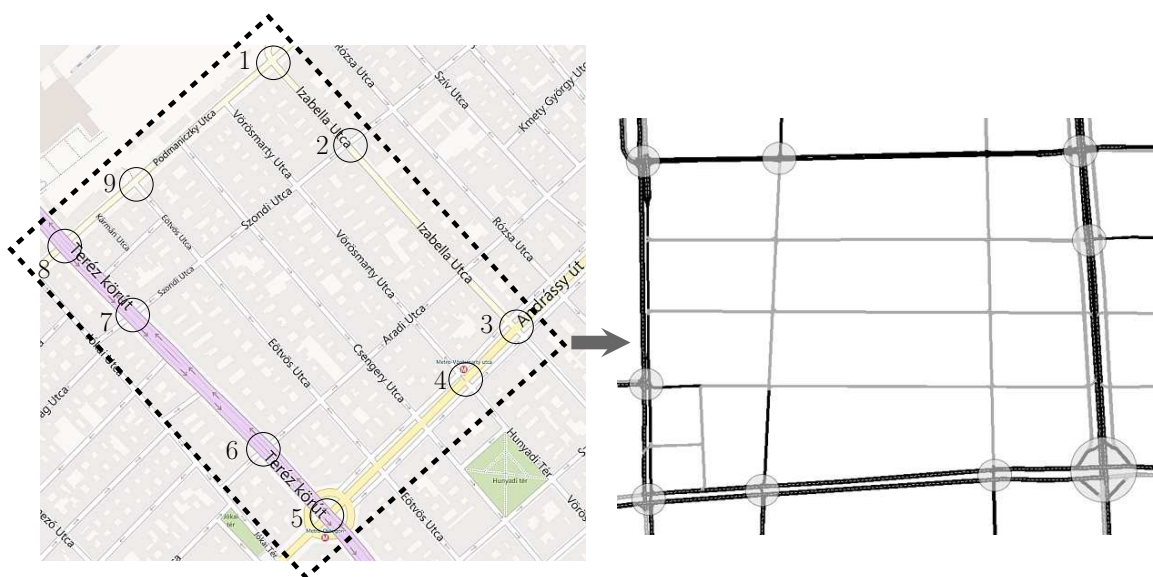
$$\begin{pmatrix} 2(\mathbf{f}_x - \mathbf{H}_x\tilde{\mathbf{x}})_i - (\mathbf{H}_x)_i\Lambda\mathcal{S}\Lambda^T(\mathbf{H}_x)_i^T & \Psi^T - (\mathbf{H}_x)_i\Lambda\mathcal{S}\Omega^T \\ \Psi - \Omega\mathcal{S}\Lambda^T(\mathbf{H}_x)_i^T & \mathcal{S} - \Omega\mathcal{S}\Omega^T \end{pmatrix} \succeq 0, \quad (\text{J.4})$$

ahol $\mathcal{S} = \text{diag}(s)$ és s az együtthatók vektora ($s_i \geq 0$). Az állapotkorlátozásokat a (4.123) optimalizálási feladatban (J.4) LMI-n keresztül lehet figyelembe venni.

K. függelék

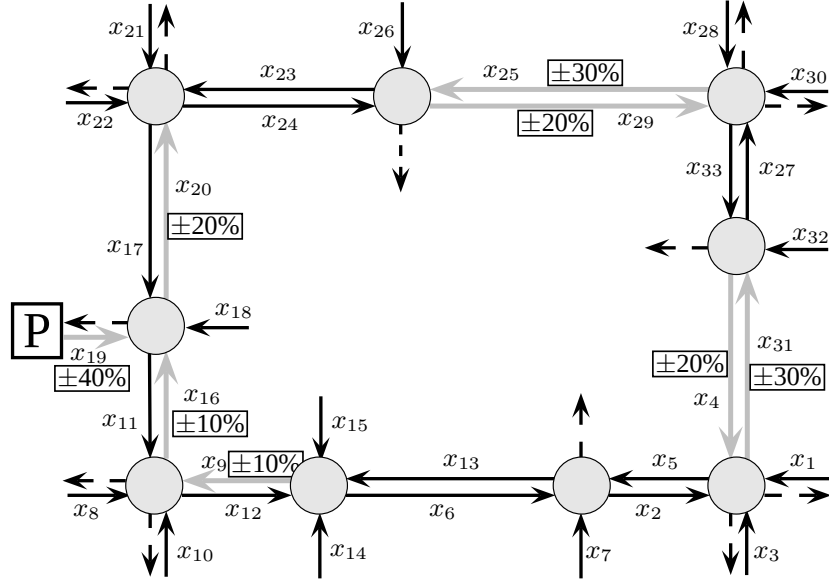
A robusztus MPC algoritmus szimulációs vizsgálata

A robusztus MPC algoritmus alkalmazhatóságának és számítási szempontból vett megvalósíthatóságának ellenőrzése érdekében egy valós közlekedési hálózat szimulálására került sor. Teszthálózatként Budapest VI. kerületének egy része lett kiválasztva. A hálózat 9 csomópontból és 33 szabályozott útszakaszból állt (lásd a [K.1](#) ábra). A szimulációhoz valós hálózati geometria és jelzéstervek, valamint korábban mért forgalmi statisztikák lettek felhasználva.



K.1. ábra. A teszthálózat (a jelzőlámpás csomópontok körrel, a szabályozott szakaszok fekete színnel vannak jelölve)

A [K.2](#) ábra a teszthálózat közlekedési modelljét szemlélteti. A szaggatott nyilak a jelzőlámpás csomópontokon keresztül kilépő járműforgalmakat, a folytonos vonalak pedig a szabályozott útszakaszokat jelölik. A szürke színű nyilak azon szakaszokat szemléltetik, amelyeken potenciálisan megjelenő bizonytalanságokra lehet számítani, pl. nem mérhető mellékutcai vagy parkolói forgalmak.



K.2. ábra. A teszhálózat sematikus közlekedési modellje a potenciális bizonytalansági arányokkal

Egy órás forgalomszimulációk futtatására került sor, ahol a ciklusidő $T = 90$ másodpercre voltissim állítva minden csomópontban. Az optimalizálási horizont $N = 3$ volt. Három különböző forgalomirányítási stratégia összehasonlítására került sor: fix idejű irányítás, nominális MPC (NMPC: bizonytalanságokat nem tudott figyelembe venni), és robusztus MPC (RMPC). 4 különböző szimulációs forgatókönyvet futtatott a szimulációs környezet:

1. nominális forgalom bizonytalanság megjelenésével,
2. torlódott forgalom bizonytalanság megjelenésével,
3. nominális forgalom bizonytalanság megjelenése nélkül,
4. torlódott forgalom bizonytalanság megjelenése nélkül.

A K.1 táblázat 5 forgalomtechnikai paraméter változását mutatja be. A táblázat a következő három összehasonlítás szerint ismerteti az eredményeket:

1. Nominális MPC a fix idejű forgalomirányítással összevetve: NMPC vs. Fix,
2. Robusztus MPC a fix idejű forgalomirányítással összevetve: RMPC vs. Fix,
3. Robusztus MPC az NMPC-vel összevetve: RMPC vs. NMPC.

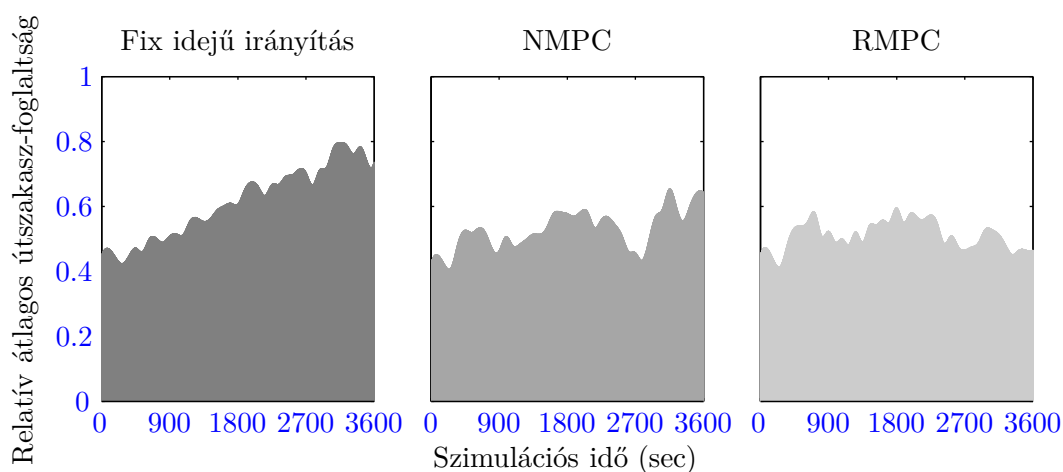
A fenti forgalomtechnikai paramétereken túl, a hálózati performancia objektív mérése érdekében tekintsük az alábbi átlagos hálózati paramétert:

$$\frac{\sum_{z=1}^n x_z(k)/x_z^{max}}{n}, \quad (\text{K.1})$$

ahol n az állapotok száma. (K.1) kifejezés gyakorlatilag a relatív átlagos útszakasz-foglaltságot (forgalomsűrűséget) tükrözi vissza. K.3-K.4 ábrák ezen paraméter időbeli változását szemléltetik - igazolva a RMPC stratégia létjogosultságát nominális és torlódott forgalom esetén egyaránt.

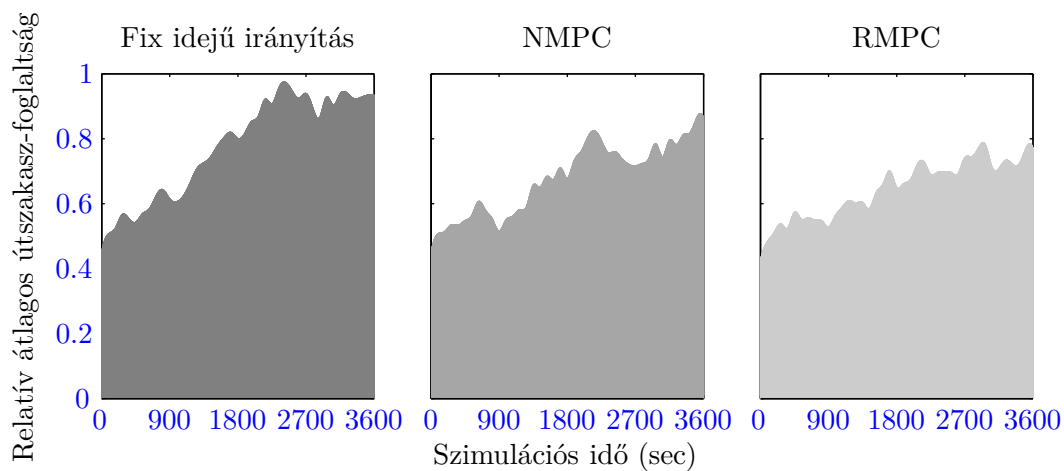
Szenárió	Az összevetett szabályozási stratégiák	A hálózatról kilépő forgalom nagysága	Összes utazás távolsága	Átlagos utazási idő	Átlagsebesség	Megállások száma átlagosan
Nominális forgalom bizonytalansággal	NMPC vs. Fix	4.9%	5.1%	-18.2%	22.2%	-25.7%
	RMPC vs. Fix	7.0%	7.0%	-27.1%	30.3%	-36.0%
	RMPC vs. NMPC	2.0%	1.9%	-10.9%	6.6%	-13.9%
Torlódott forgalom bizonytalansággal	NMPC vs. Fix	5.7%	6.7%	-17.4%	21.8%	-26.8%
	RMPC vs. Fix	12.1%	14.3%	-27.6%	41.0%	-37.8%
	RMPC vs. NMPC	6.1%	7.2%	-12.4%	15.8%	-15.1%
Nominális forgalom bizonytalanság nélkül	NMPC vs. Fix	2.9%	2.2%	-7.7%	8.3%	-9.3%
	RMPC vs. Fix	0.1%	1.0%	-6.7%	6.9%	-5.3%
	RMPC vs. NMPC	-2.7%	-1.2%	1.0%	-1.3%	4.4%
Torlódott forgalom bizonytalanság nélkül	NMPC vs. Fix	9.5%	10.1%	-29.2%	42.7%	-32.6%
	RMPC vs. Fix	7.1%	5.4%	-24.4%	30.2%	-29.0%
	RMPC vs. NMPC	-2.2%	-4.3%	6.8%	-8.8%	5.4%

K.1. táblázat. Forgalomtechnikai paraméterek változása a különböző irányítási stratégiával futtatott szimulációk során



K.3. ábra. A relatív átlagos útszakasz-foglaltság változása nominális forgalom esetén

A különböző szimulációs szcenáriók nagyjából azonos nagyságrendű eredményeket produkáltak. Egyértelmű javulás látható minden paraméter tekintetében a robusztus stratégia alkalmazásánál, amennyiben bizonytalanság jelent meg a forgalomszimulációban. A stratégia felhasználásával tehát olyan zárthurkú forgalomirányítás valósítható meg, ami képes a rendszerre ható



K.4. ábra. A relatív átlagos útszakasz-foglaltság változása torlódott forgalom esetén

nem mérhető zavarások mellett is az optimális zöldidő kiosztási feladatot valós időben, adaptív módon ellátni. Alkalmazásával tovább növelhető a városi forgalomáramlás hatásfoka, megelőzhető a torlódások kialakulása. Ugyanakkor megjegyezzük, hogy a módszer gyakorlati alkalmazása megfelelő minőségű mérő- és kommunikációs rendszert igényel.

L. függelék

Példa több kritérium alapján irányított autópálya forgalom felhajtószabályozására

Ebben a példában az 5. fejezetben bemutatott halmazelméleti alapú szabályzó összehasonlítását láthatjuk a nemlineáris modell prediktív irányítás (nonlinear model predictive controller (NMPC) [118], [75]) módszerével. A két szabályzó közötti legfőbb különbség, hogy míg a H_∞ szabályzó a (5.20)-(5.22) egyenletekben felírt LPV alakkal jellemzi a rendszerdinamikát, addig az NMPC optimalizálási feladatában a nemlineáris rendszerdinamika (5.2)-(5.6) eredeti alakjában szerepel. További különbség, hogy az NMPC szabályzó predikciós horizontját $N_c = 5$ értékűnek választjuk [119] alapján. Az így megválasztott horizont során a legalacsonyabb sebesség, mellyel a teljes hálózathossz teljesíthető, $v=36$ km/h, azaz a horizont elfogadható predikcióra torlódott esetben is. Mindkét szabályzási esetben a cél a teljes eljutási idő és az összes CO_2 kibocsátás minimalizálása instabil forgalmi körülmények között, melyet a (ρ^*, v^*, l^*) hármásra előírt értéktartó szabályzás valósít meg.

Valamennyi esettanulmány során az alábbi állapot, bemenőjel és zavarás korlátokat vettük figyelembe:

$$q_{us} \in [q_{us}^* - 100, q_{us}^* + 100] \quad (\text{L.1})$$

$$v_{us} \in [v_{us}^* - 2, v_{us}^* + 2] \quad (\text{L.2})$$

$$\rho_{ds} \in [\rho_{ds}^* - 5, \rho_{ds}^* + 30] \quad (\text{L.3})$$

$$u \in [r_{min}, r_{max}] \quad (\text{L.4})$$

Az fentiek alapján számított invariáns halmazt a 5.2. ábra mutatja be.

Két esettanulmányon mutatjuk be a javasolt szabályzót: i) dinamikus zavarásértékek hatásának vizsgálatával; ii) az invariáns halmaz határán adott kezdőértékekkel. A szimulációk során az L.3. táblázatban adott paraméter értékeket alkalmaztuk.

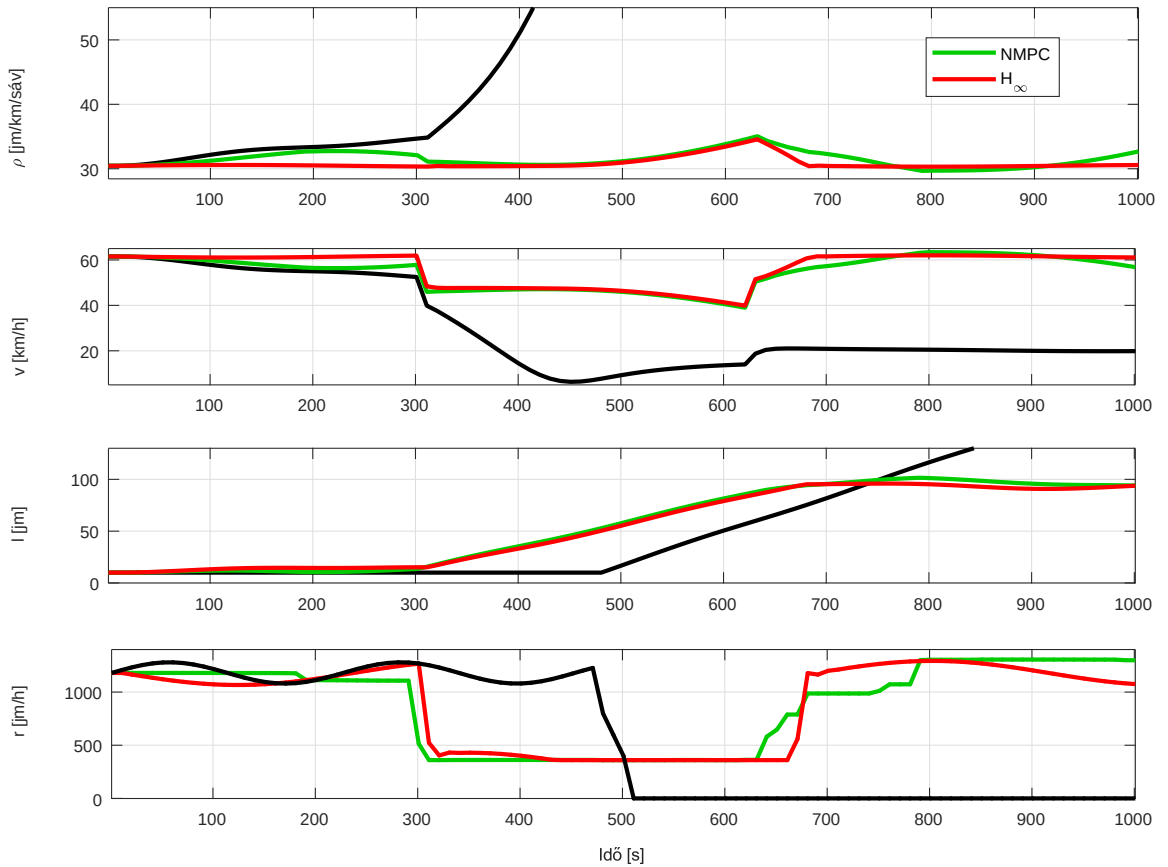
L.1. Időben változó zavarások hatásának elnyomása

Az első esettanulmány egy 1000s idejű csúcsforgalmi esetet mutat be, mely során szinuszosan változó és konstans zavarásokat feltételezünk a hálózat határain. A rendszer kezdeti értékeként

az állandósult állapot értékeket választjuk: $(\rho(0), v(0), l(0)) = (\rho^*, v^*, l^*)$. A zavarások az alábbi időfüggvényekkel adóttak:

- a változó forgalmi igényeket szinuszos jellel szimuláljuk:
 $q_{us}(t) = q_{us}^* + 200 \sin(50t)$; $v_{us}(t) = v_{us}^* + 2 \sin(50t + \pi)$; $w(t) = w^* + 100 \sin(100t)$,
- a hálózatot követő szakasz forgalomsűrűségén az alábbi érték adott a rövid ideig tartó torlódás leírására: $\rho_{ds}(t) = \begin{cases} \rho_{ds}^* + 30 & t \in [300, 600]s \\ \rho_{ds}^* & \text{otherwise} \end{cases}$.

A szimulációs eredményeket az L.1 ábra mutatja be. Szabályozatlan esetben a hálózat 300s körül kezd torlódni, és 450 s körül eléri a legalacsonyabb átlagsebességet 10 km/h alatti átlagsebességgel. A hálózat 500s körül megtelik, és már nem képes a felhajtóról érkező forgalmat befogadni és a torlódás áttérjed a felhajtóra is. Mindkét szabályzó alkalmas a zavarások hatásainak elnyomására és a torlódás elkerülésére. A bemenőjelek a szimulációs példában igen hasonló értékeket mutatnak, az NMPC gyorsabb beavatkozást nyújt. Ugyanakkor az interpolált H_∞ szabályzó kisebb követési hibával teljesíti a rendszer stabilizálását. A javasolt szabályzás aggregált performanciák tekintetében is felülmúlja az NMPC szabályzót (lásd az L.1. táblázat).



L.1. ábra. Dinamikus zavarás - bemenőjel és állapot

Performancia	Szabályozatlan	NMPC	Interpolált H_∞
Teljes CO ₂ emisszió [jm g]	243007.89	173490.50	172804.08
Teljes eljutási idő [jm h]	65.27	25.01	24.72
Számítási idő/lépés [s]	-	0.2445	0.0112

L.1. táblázat. Aggregált performancia értékek

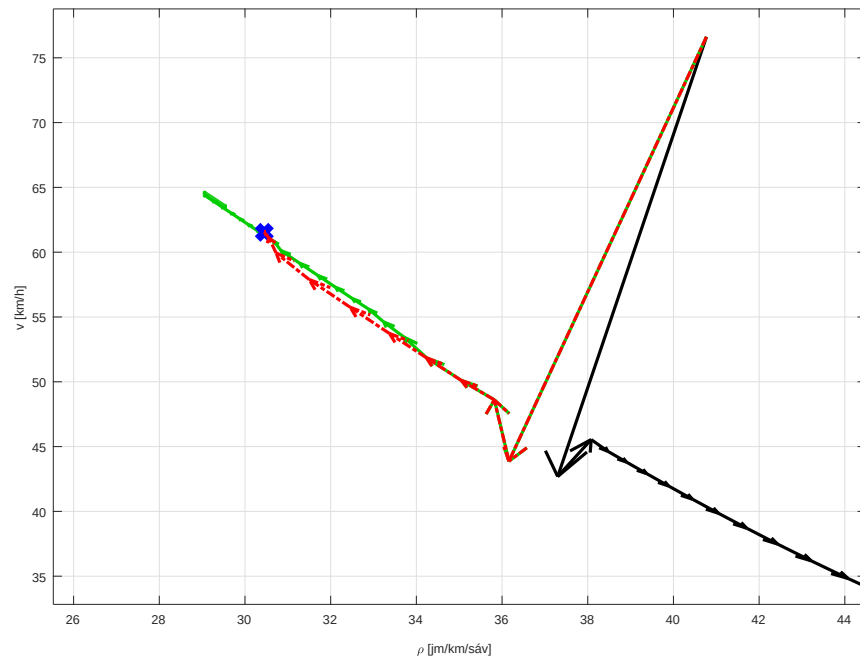
L.2. Állandósult állapot elérése instabil kezdeti értékekből

A második esettanulmányban két kezdeti érték problémát vizsgálunk. Mindkét esetben a rendszert állandósult állapotbeli zavarások érik, és az invariáns halmaz határán lévő kezdeti értékből teszünk kísérletet az állandósult állapot elérésére. A vizsgált kezdeti értékek:

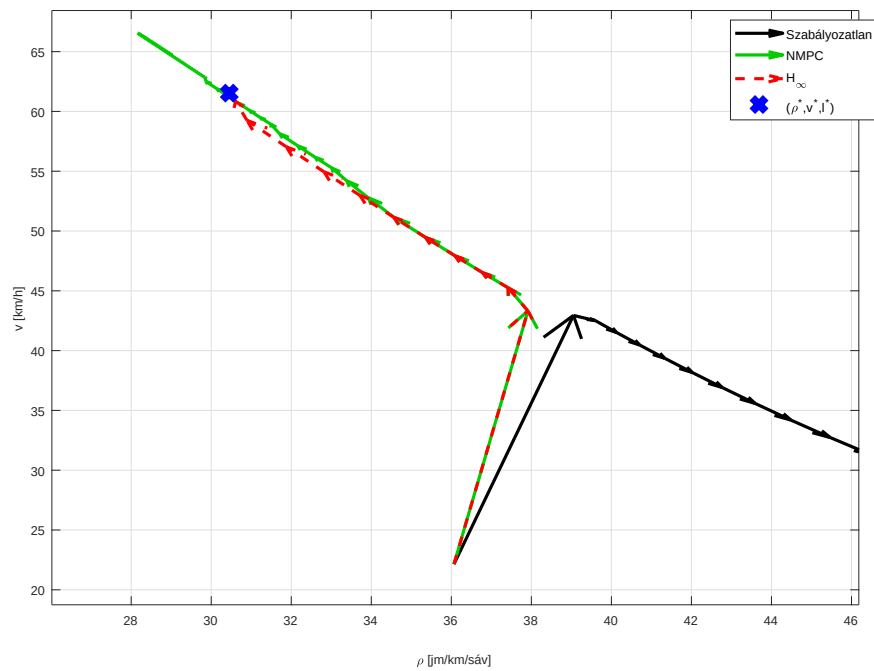
- A) eset: $(\rho(0), v(0), l(0)) = (40.77, 76.62, 10)$.
- B) eset: $(\rho(0), v(0), l(0)) = (36.07, 22.15, 10)$.

A választott (ρ, v) értékek a rendszer instabil tartományában vannak, azonban a számított invariáns halmaz határán helyezkednek el, így arra számítunk, hogy a szabályzók képesek a megadott korlátozások mellett az állandósult állapot elérésére.

A szimuláció eredményeit az [L.2.](#) ábrán bemutatott fázisképek ábrázolják. Látható, hogy szabályzás nélkül a rendszer zérus sebességhez és a torlódási sűrűséghez tart. Ugyanakkor mind az NMPC és a H_∞ szabályzó képes a rendszert az optimális állandósult állapotba juttatni. A javasolt H_∞ szabályzó azonban mindezt gyorsabban, közvetlen úton teszi meg, míg az NMPC enyhe oszcillációval teszi.



(a) A) eset: $(\rho(0), v(0), l(0)) = (40.77, 76.62, 10)$



(b) B) eset: $(\rho(0), v(0), l(0)) = (36.07, 22.15, 10)$

L.2. ábra. Kezdeti érték szimulációk (ρ, v) fázisképei

Az 1000s hosszú szimulációk aggregált értékeit a L.2. táblázat foglalja össze.

A numerikus példák eredményei alapján az alábbi következtetések tehetők: a halmazelmélet-

Performancia	Szim. eset	Szabályozatlan	NMPC	Interpolált H_∞
Teljes eljutási idő [jm h]	A) eset	69.77	26.78	26.60
	B) eset	66.98	25.47	25.36
Összes CO ₂ emisszió [jm g]	A) eset	246447.32	172706.92	170614.67
	B) eset	242021.18	171149.28	169654.92
Átlagos számítási idő/lépés [s]		-	0.2441	0.0113

L.2. táblázat. Aggregált performanciák

alapú megközelítés szisztematikus módszert biztosít korlátozásokat betartó szabályzó tervezésére adott zavarások mellett nemlineáris modellel leírt forgalmi rendszerekre. A kapott szabályzó robusztusabb, és numerikusan egyszerűbb, mint a nemlineáris optimalizáláson alapuló NMPC megoldás, mely az alacsonyabb számítási időben is megmutatkozik.

L.3. Modell paraméterek és állandósult állapotok

Paraméter	Érték	Paraméter	Érték	Paraméter	Érték
a	2.4421	T	0.0028 h	ρ^*	30.4513 jm/km/sáv
v_{free}	116.3353 km/h	r_{min}	360 jm/h	v^*	61.5328 km/h
ρ_{cr}	24.26 jm/km/sáv	r_{max}	2000 jm/h	l^*	10 veh
τ	0.0036 h	v_{ramp}	50 km/h	q_{us}^*	2567.5195 jm/h
η	24.2922	α^{CO_2}	401	v_{us}^*	75.5638 km/h
κ	10.8513	β^{CO_2}	0	ρ_{ds}^*	24.2571 jm/km/sáv
δ	0.7	γ^{CO_2}	-8.21	r^*	1180 jm/h
L	1 km	δ^{CO_2}	0	s^*	0 jm/h
λ	2	ϵ^{CO_2}	0.07	w^*	1180 jm/h

L.3. táblázat. Modell paraméterek és állandósult állapotok

L.4. NMPC szabályzó

A módszert számos esetben alkalmazták lokális felhajtóirányításra, pl. [74] és a cikkben szereplő hivatkozások esetében. Az NMPC szabályzó a (5.2), (5.5), (5.6) egyenletekben leírt dinamikát közvetlenül használja egyenlőségi korlátozásként az optimalizálás során. Emellett az állapotokra pozitivitási, a bemenőjelekre és zavarásokra halmaz alapú korlátozásokat veszi figyelembe. A

szabályzó az (5.23)-ben megfogalmazotthoz hasonló irányítási problémát valósít meg:

$$\min_{[r(k+1), \dots, r(k+N_c)]} \sum_{\ell=1}^{N_c} \|\rho(k+\ell) - \rho^*\|_2^2 + \|v(k+\ell) - v^*\|_2^2 + \|l(k+\ell) - l^*\|_2^2 \quad (\text{L.5a})$$

amely kielégíti a következő egyenleteket: (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), (5.6)

$$\{\rho, v, l\}(k + \ell) \geq 0, \quad (\text{L.5b})$$

$$r_{min} \leq r(k+\ell) \leq r_{max} \quad (\text{L.5c})$$

$$d_{k+\ell} \in \mathcal{D}, \quad \forall \ell \in 1, \dots, m \quad (\text{L.5d})$$

A fenti optimalizálási feladat gördülő horizonton megoldott r_{opt} megoldásvektor első elemét alkalmazzuk, majd az optimalizálást minden lépésben újra végezzük a prediktív szabályzás algoritmusának megfelelően [118].

M. függelék

Algoritmusok

Algoritmus M.1 A multiplikatív bizonytalansági struktúrát alkalmazó, robusztus, online forgalomirányítási folyamat

1. Mérés

- (a) $d(k)$ átlagos értékének meghatározása mérések alapján: a gyakorlatban elég pl. minden negyedórában.
- (b) D_x , D_u és D_d meghatározása: a gyakorlatban ezeket a mátrixokat a forgalom szempontjából jelentős napszakokra érdemes definiálni.
- (c) $x(k)$ mérése: az úthálózat szakaszain lévő járműszámok mérése vagy mérések alapján történő becslése.

2. Optimalizálás

$\mathbf{u}$ optimális szabályozó jelek meghatározása az állapotra és a szabályozó jelre vonatkozó (4.130)-(4.129) korlátozások mellett. Azaz (4.123) SDP optimalizálás elvégzése $d(k)$ és $x(k)$ frissített értékei alapján.

3. Szabályozás

Az optimális zöldidők alkalmazása a hálózat csomópontjaiban a következő $[kT, (k+1)T]$ ciklusban: az MPC stratégiának megfelelően az eredményként kapott $\mathbf{u}$ hipervektornak csak az első elemét, $u(k|k)$ -t kell felhasználni.

4. Az aktuális szabályozási periódus végén $k := k + 1$ beállítása.

5. Ugrás az 1. pontba.

Algoritmus M.2 Párhuzamos számítású, elosztott MPC

1. Globális kommunikáció

Az $i = 1, 2, \dots, M$ processzorok (forgalomirányító berendezések) megosztják egymással az aktuális méréseiket (járműszám). Így a 4.72 duális feladat - időben változó - w vektorát mindegyik processzor maga meghatározza.

2. Számítás

Az $1, 2, \dots, m$ indexek szétosztása M processzor között: $m_{start}^i, m_{start}^i + 1, \dots, m_{end}^i$ alsorozatok összeállítása $i = 1, 2, \dots, M$ CPU számára (m_{start}^i és m_{end}^i egészértékűek). $\epsilon > 0$ és $p_{max} > 0$ megfelelően megválasztott értékek. $p := 1$. $\lambda(p) := \lambda^*$, kivéve $k = 1$ esetén, amikor $\lambda(p) := 0$. ρ egy megfelelően nagyra választott szám.

while $\rho > \epsilon$ és $p \leq p_{max}$

párhuzamos számítás az $i = 1, 2, \dots, M$ CPU-k által

for $j = m_{start}^i, m_{start}^i + 1, \dots, m_{end}^i$

A (4.76) iteráció elvégzése, amely $\lambda^i(p)$ -t adja eredményül.

end (for)

end (párhuzamos számítás)

$\lambda(p) = \begin{bmatrix} \lambda^1(p) \\ \lambda^2(p) \\ \vdots \\ \lambda^M(p) \end{bmatrix}$ vektor összeállítása globális kommunikációt követően.

$\rho = \|\lambda(p) - \lambda(p-1)\|_\infty$ kiszámítása.

$\lambda(p-1) := \lambda(p)$.

$p := p + 1$.

end (while)

$\lambda^* := \lambda(p)$.

3. Számítás

A (4.70) egyenlet alapján minden processzor ($i = 1, 2, \dots, M$) kiszámítja $\mathbf{u}^*$ azon elemeit, amelyek hozzá tartoznak (adott csomópont zöldidőit). Az MPC koncepciónak megfelelően csak az aktuális időhorizontra vonatkozó $u^i(k|k)$ vektort számítják ki a berendezések.

4. Szabályozás megvalósítása

Az optimális $u(k|k)$ szabályozó jel kiküldése a közlekedési hálózatba.

5. Az adott szabályozási periódus után $k := k + 1$ beállítása.

6. Ugrás az 1. pontba.

Hivatkozott saját publikációk

- [1] BME. A közúti járműforgalom modellezése és többkritériumú optimalizáslon alapuló irányítása a társadalmi és gazdasági hatékonyság figyelembe vételével. az otka cnk 78168 kutatási projekt beszámolója 2009-2012. Technical report, BME, 2012.
- [2] A. Csikós, K. M. Hangos, and I. Varga. Freeway shockwave control using ramp metering and variable speed limits. In *21st Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1569–1574, Chania, Greece, 2013.
- [3] A. Csikós, T. Luspay, and I. Varga. Autópálya forgalom károsanyag kibocsátásának modellezése. *Közlekedéstudományi Szemle*, 60(6):21–29, 2010.
- [4] A. Csikós, T. Tettamanti, and I. Varga. Macroscopic modeling and control of emission in urban road traffic networks. *Transport*, 30(2):152–161, 2015.
- [5] A. Csikós and I. Varga. A közúti járműáramlatok makroszintű emissziós modellezése. *Közlekedéstudományi Szemle*, 62(3):11–17, 2012.
- [6] A. Csikós and I. Varga. Real-time modeling and control objective analysis of motorway emissions. *Transportation Research Procedia*, 54:1027–1036, 2012.
- [7] A. Csikós, I. Varga, and K. M. Hangos. A simple dynamic model for the dispersion of motorway traffic emission. In *Proceedings of the 16th International IEEE Annual Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2013)*, pages 1559–1564, Hague, Netherlands, October 6-9 2013.
- [8] Alfréd Csikós, Tamás Luspay, and István Varga. Modeling and optimal control of travel times and traffic emission on freeways. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):13058–13063, 2011.
- [9] Alfréd Csikós, Tamás Tettamanti, and István Varga. Nonlinear gating control for urban road traffic network using the network fundamental diagram. *Journal of Advanced Transportation*, 49(5):597–615, 2015.
- [10] Alfréd András Csikós, István Varga, and Katalin Hangos. A hybrid model predictive control for traffic flow stabilization and pollution reduction of freeways. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 59:174–191, 2018.
- [11] A. Csikós, I. Varga, and J. Bokor. A közúti járműforgalom modellezése és többkritériumú optimalizáláson alapuló irányítása társadalmi és gazdasági hatékonyság figyelembevételével. *Közlekedéstudományi Szemle*, 62(3):5–10, 2012.

- [12] A. Csikós, I. Varga, and K. M. Hangos. Modeling of the dispersion of motorway traffic emission for control purposes. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 58:598 – 616, 2015.
- [13] A. Csikós, Zs. J. Viharos, K. B. Kis, T. Tettamanti, and I. Varga. Traffic speed prediction method for urban networks - an ann approach. In *2015 International Conference on Models and Technologies for Intelligent Transportation Systems (MT-ITS)*,, pages 102–108, June 2015.
- [14] Balázs Kulcsár, István Varga, and József Bokor. Modern közúti forgalomirányítás. i. a forgalmi paraméterek becslése. *Városi Közlekedés*, 45(1):23–26, 2005.
- [15] B. Kulcsár, T. Bécsi, and I. Varga. Estimation of dynamic origin destination matrix of traffic systems. *Periodica Polytechnica ser. Transp. Eng*, 33(1-2):3–14, 2005.
- [16] B. Kulcsár, I. Varga, and J. Bokor. Constrained split rate estimation by moving horizon. In *16th IFAC World Congress Prague*, volume 16, Czech Republic, 2004.
- [17] Á. Ludvig, T. Tettamanti, and I. Varga. Travel time estimation in urban road traffic networks based on radio signaling data. In *14th International Conference on Modern Information Technology in the Innovation Processes of Industrial Enterprises, MITIP*, pages 514–527, Budapest, 2012. ISBN 978-963-311-373-8.
- [18] T. Luspay, B. Kulcsár, T. Péni, and I. Varga. Freeway ramp metering: an LPV set theoretical analysis. *American Control Conference 2011*, 2011.
- [19] T. Luspay, B. Kulcsár, I. Varga, and J. Bokor. Parameter-dependent modeling of freeway traffic flow. *Transportation Research Part C*, 18:471–488, 2010.
- [20] T. Luspay, T. Tettamanti, and I. Varga. *Forgalomirányítás, Közúti járműforgalom modellezése és irányítása*. Typotex Kiadó, 2011. ISBN 978-963-279-665-9.
- [21] Tamás Luspay, Balázs Kulcsár, Tamás Tettamanti, István Varga, and József Bokor. Distributed state and unknown input estimation for freeway traffic flow models. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, pages 1782–1787. IEEE, 2009.
- [22] Tamás Luspay, Balázs Kulcsár, István Varga, and József Bokor. Parameter dependent freeway modelling. *Periodica Polytechnica. Transportation Engineering*, 36(1-2):61, 2008.
- [23] Tamás Luspay, Erzsébet Németh, István Varga, and Alexandros Soumelidis. A vezeték nélküli hálózattal összekapcsolt járművek irányítása intelligens közúti kereszteződésben. *A Jövő Járműve-Járműipari Innováció*, (1-2):22–23, 2007.
- [24] Tamás Luspay, István Varga, Balázs Kulcsár, and József Bokor. Modeling freeway traffic flow: an lpv approach. *EUROSIM*, 2007.
- [25] Tamás Luspay, Alfréd Csikós, Tamás Péni, István Varga, and Balázs Kulcsár. Ramp metering for flow maximisation and emission reduction—a set-based multi-objective design approach. *Transportation Research Procedia*, Volume 27:937–944, 2017.

-
- [26] Matolcsi Máté and István Varga. Pozitív bilineáris rendszerek irányíthatósága. *Kutatási jelentés. MTA SZTAKI. SCL-2006/5.*, 2006.
- [27] J. Polgár, T. Tettamanti, and I. Varga. Passenger number dependent traffic control in signalized intersections. *Periodica Polytechnica - Civil Engineering*, 57(2):201–210, 2013.
- [28] János Polgár, Tamás Tettamanti, and István Varga. Utasszám alapú forgalomirányítás városi jelzőlámpás csomópontban. *Közlekedéstudományi Szemle*, 61(6):30–37, 2011.
- [29] J. Polgár, T. Tettamanti, and I. Varga. Autóbusz elonybiztosító logika megvalósítása forgalomfüggő irányítású csomópontban. *Városi Közlekedés*, 3, 2011.
- [30] Tettamanti Tamás and Varga István. Az autonóm járművek forgalmi hatásai: a jármű- és forgalomirányítás kihívásai. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE*, LXIX(1):35–41, 2019.
- [31] T. Tettamanti, H. Demeter, and I. Varga. Route choice estimation based on cellular signaling data. *Acta Polytechnica Hungarica*, 9(4):207–220, 2012.
- [32] T. Tettamanti, P. Gáspár, and I. Varga. Közúti forgalombecslés mobiltelefon-hálózati események alapján városi környezetben. *Közlekedéstudományi Szemle*, LXIII:10–18, 2013.
- [33] T. Tettamanti, M.T. Horváth, and I. Varga. Road traffic measurement and related data fusion methodology for traffic estimation. *Transport and Telecommunication*, 15(4):269–279, 2014.
- [34] T. Tettamanti, T. Luspay, B. Kulcsár, T. Péni, and I. Varga. Robust control for urban road traffic networks. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(1):385–398, 2013.
- [35] T. Tettamanti and I. Varga. Elosztott közúti forgalomirányító rendszer. *Városi Közlekedés*, XLIX(6):338–341, 2009.
- [36] T. Tettamanti and I. Varga. MPC alapú, elosztott városi forgalomirányító rendszer. In *MMA Symposium, Innováció és Fenntartható Felszíni Közlekedés Konferencia*, 2009. CD/IFFK2009Tettamanti-Varga.pdf.
- [37] T. Tettamanti and I. Varga. Traffic control designing using model predictive control in a high congestion traffic area. *Periodica Polytechnica ser. Transp. Eng.*, 37(1-2):3–8, 2009.
- [38] T. Tettamanti and I. Varga. Városi forgalomirányító rendszer prediktív szabályozással. *Városi Közlekedés*, XLIX(3):131–135, 2009.
- [39] T. Tettamanti and I. Varga. Distributed traffic control system based on model predictive control. *Periodica Polytechnica ser. Civil Eng.*, 54(1):3–9, 2010.
- [40] T. Tettamanti and I. Varga. Forgalm nagyság mérése városok közúthálózatán. *Városi Közlekedés*, L(2):99–104, 2010.
- [41] T. Tettamanti and I. Varga. Robusztus városi forgalomirányítás. *Városi Közlekedés*, LI(1-2):80–84, 2011.

-
- [42] T. Tettamanti and I. Varga. Development of road traffic control by using integrated VISSIM-MATLAB simulation environment. *Periodica Polytechnica ser. Civil Eng.*, 56:43–49, 2012.
 - [43] T. Tettamanti and I. Varga. Urban road traffic estimation based on cellular signaling data. In *14th International Conference on Modern Information Technology in the Innovation Processes of Industrial Enterprises, MITIP*, pages 220–230, Budapest, 2012. ISBN 978-963-311-373-8.
 - [44] T. Tettamanti and I. Varga. Mobile phone location area based traffic flow estimation in urban road traffic. *Columbia International Publishing Advances in Civil and Environmental Engineering*, 1(1):1–15, 2014.
 - [45] T. Tettamanti, I. Varga, and A. Csikós. *Közúti mérések*. Typotex, 2016.
 - [46] T. Tettamanti, I. Varga, B. Kulcsár, and J. Bokor. Model predictive control in urban traffic network management. In *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1538–1543, Ajaccio, Corsica, France, 2008. CD ISBN: 978-1-4244-2505-1.
 - [47] T. Tettamanti, I. Varga, and T. Péni. *Model Predictive Control*, chapter MPC in urban traffic management, pages 251–268. InTech, 2010. ISBN 978-953-307-102-2.
 - [48] T. Tettamanti, I. Varga, T. Péni, T. Luspay, and B. Kulcsár. Uncertainty modeling and robust control in urban traffic. In *18th IFAC World Congress*, pages 14910–14915, 2011.
 - [49] Tamás Tettamanti, Alfréd Csikós, Krisztián Balázs Kis, Zsolt János Viharos, and István Varga. Pattern recognition based speed forecasting methodology for urban traffic network. *Transport*, pages 1–12, 2017.
 - [50] Tamás Tettamanti and István Varga. Modell prediktív irányítás alkalmazása közúti forgalomirányítási rendszerekben. *Városi Közlekedés*, 2009:131–135, 2009.
 - [51] Tamás Tettamanti and István Varga. Közúti forgalomirányító rendszerek fejlesztése és tesztelése VISSIM-MATLAB környezetben. In *Acta Agraria Kaposváriensis*, 2011.
 - [52] Tamás Tettamanti, István Varga, and Zsolt Szalay. Impacts of autonomous cars from a traffic engineering perspective. *Periodica Polytechnica. Transportation Engineering*, 44(4):244, 2016.
 - [53] I. Varga. *Közúti folyamatok paramétereinek modell alapú becslése és forgalomfüggő irányítása*. PhD thesis, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2006.
 - [54] I. Varga, B. Kulcsár, T. Luspay, and T. Tettamanti. Korszerű szabályozások a közúti forgalomirányításban. *A Jövő Járműve*, 1-2:34–36, 2008.
 - [55] István Varga. Közúti jelzőlámpák vezérlése hálózaton keresztül. *Városi Közlekedés*, 49(5):282–285, 2009.
 - [56] István Varga. A congestion detection based traffic control for signalized intersection. *Periodica Polytechnica. Civil Engineering*, 62(2):398, 2018.
 - [57] István Varga and József Bokor. A new approach in urban traffic control systems. *Periodica Polytechnica. Transportation Engineering*, 35(1-2):3–13, 2007.

- [58] István Varga, Balázs Kulcsár, and József Bokor. Automatikus eseménydetektálás állapot-megfigyelővel. *Közlekedéstudományi Szemle*, 56(6), 2006.
- [59] István Varga, Balázs Kulcsár, and József Bokor. Modern közúti forgalomirányítás ii. jelző-lámpás szabályozás. *Városi Közlekedés*, (3):161–165, 2006.
- [60] István Varga, Balázs Kulcsár, and T Péter. Design of intelligent traffic-control system. *ERCIM News*, (64):8–9, 2006.
- [61] István Varga and Tamás Tettamanti. A jövő intelligens járművei és az infokommunikáció hatása. *Híradástechnika*, 71:59–63, 2016.

Hivatkozások

- [62] K. Aboudolas, M. Papageorgiou, A. Kouvelas, and E. Kosmatopoulos. A rolling-horizon quadratic-programming approach to the signal control problem in large-scale congested urban road networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(5):680–694, 2010.
- [63] T. Abrahamsson. Estimation of origin-destination matrices using traffic counts - a literature survey. 1998.
- [64] G. Abu-Lebdeh and R. F. Benekohal. Development of traffic control and queue management procedure for over-saturated arterials. *Transportation Research Record 1603, TRB*, pages 119–127, 1997. Washington, DC.
- [65] T. Alamo, D.R. Ramirez, D. Munoz de la Pena, and E.F. Camacho. Min-max MPC using a tractable QP problem. *Automatica*, 43(4):693–700, 2007.
- [66] V. Astarita, R.L. Bertini, S. d’Elia, and G. Guido. Motorway traffic parameter estimation from mobile phone counts. *European Journal of Operational Research*, 175(3):1435–1446, 2006.
- [67] A-E. Baert and D. Semé. Voronoi mobile cellular networks: topological properties. In *Third International Symposium on Algorithms, Models and Tools for Parallel Computing on Heterogeneous Networks*, pages 29–35, 2004.
- [68] A-L. Barabási. *Villanások - a jövő kiszámítható*. Nyitott Könyvműhely, 2010. ISBN 9789633100141.
- [69] M Bassville. Detecting changes in signals and systems-a survey. 24(3):309–326, 1998.
- [70] M. Bassville and I. V Nikiforov. *Detection of abrupt changes. Theory and application*. Prentice-hall, englewood cliffs, new jersey edition, 1993.
- [71] M. Beckmann, C.B. McGuire, and C. Winsten. *Studies in the economics of transportation*. Yale University Press. Yale University Press, New Haven, Connecticut, 1956.
- [72] M. Bell. Log-linear models for the estimation of origin-destination matrices from traffic counts. In *Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Delft, 1984.
- [73] T. Bellemans, B. De Schutter, and B. De Moor. Model predictive control with repeated model fitting for ramp metering. Singapore, 2002.

-
- [74] T. Bellemans, B. D. Schutter, and B. D. Moor. Model predictive control for ramp metering of motorway trac: A case study. *Control Engineering Practice*, 17:757–767, 2006.
 - [75] T. Bellemans, B. De Schutter, and B. De Moor. Anticipative model predictive control for ramp metering in freeway networks. *Proceedings of the 2003 American Control Conference, Denver, Colorado*, pages 4007–4082, 2003.
 - [76] B. W Bequette. Nonlinear predictive control using multirate sampling. 69:136–143, 1991.
 - [77] D.P. Bertsekas and J.N. Tsitsiklis. *Parallel and distributed computation: Numerical methods*. Prentice Hall, Old Tappan, NJ (USA), 1997. ISBN 1-886529-01-9.
 - [78] L. T. Biegler. Efficient solution of dynamic optimization and nmpp problems. In *International Symposium on Nonlinear Model Predictive Control*, Ascona, 1998.
 - [79] M. Bierlaire and Ph. L. Toint. An origin destination matrix that exploits the structure. Technical report, Research report, Transportation Research Group, Department of Mathematics, Na-mur, Belgium, 1994.
 - [80] F. Blanchini and S. Miani. *Set-Theoretic Methods in Control*. Birkhäuser Boston, 2008.
 - [81] J. Bokor and G.J. Balas. Detection filter design for LPV systems - a geometric approach. *Automatica*, 40(3):511–518, 2004.
 - [82] J. Bokor, J. Shinar, and B Kulcsár. On the detection of unknown input in positional control problems with noisy meas-urements. In *In Proceedings of 16th IFAC World Congress*, volume 38, pages 802–807, 2005.
 - [83] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM Studies in Applied Mathematics. SIAM, 1994.
 - [84] S. Boyd and L. Vandenberghe. *Convex optimization*. Cambridge University Press, 2004. ISBN 0 521 83378 7.
 - [85] BPR. *Traffic Assignment Manual for Application with a Large, High Speed Computer*. Department of Commerce, Bureau of Public Roads, Washington, U.S., 1964.
 - [86] N. Caceres, J.P. Wideberg, and F.G. Benitez. Review of traffic data estimations extracted from cellular networks. *IET Intelligent Transport Systems*, 2(3):179–192, 2008.
 - [87] F. Calabrese, M. Colonna, P. Lovisolo, D. Parata, and C. Ratti. Real-time urban monitoring using cell phones: A case study in Rome. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(1):141–151, 2011.
 - [88] F. Calabrese, G. Di Lorenzo, L. Liu, and C. Ratti. Estimating origin-destination flows using mobile phone location data. *Pervasive Computing, IEEE*, 10(4):36–44, 2011.
 - [89] J. Candia, M.C. González, P. Wang, T. Schoenharl, G. Madey, and A-L. Barabási. Uncovering individual and collective human dynamics from mobile phone records. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 41(22):224015, 2008.

-
- [90] R.E. Chandler, R. Herman, and E. Montroll. Traffic dynamics: Studies in car following. *Operations Research*, 6:165–184, 1958.
 - [91] R. N. Clark. The dedicated observer approach to instrument failure detection. In *In Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1979 18th IEEE Conference on*, volume 2, pages 237–241, 1979.
 - [92] M. Cremer and H. Keller. Dynamic identification of flows from traffic counts at complex intersections. In *Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pages 199–209. University of Toronto Press, Toronto, Canada, 1981.
 - [93] M. Cremer and H. Keller. Systems dynamics approach to the estimation of entry and exit o-d flows. In *Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pages 431–450, Utrecht, The Netherlands, 1984.
 - [94] M. Cremer and H. Keller. A new class of dynamic methods for the identification of origin-destination flows. *Transportation Research B*, 21(2):117–132, 1987.
 - [95] Alfréd Csikós. *Modeling and control methods for the reduction of traffic pollution and traffic stabilization*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, April 2015.
 - [96] C.F. Daganzo. The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B*, 28B(4):269–287, 1994.
 - [97] L.B. de Oliveira and E. Camponogara. Multi-agent model predictive control of signaling split in urban traffic networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 18(1):120–139, 2010. Information/Communication Technologies and Travel Behaviour; Agents in Traffic and Transportation.
 - [98] C. E. de Souza, M. Gevers, and G. C Goodwin. Riccati equations in optimal filtering of nonstabilizable systems having singular state transition matrices. 31:831–838, 1986.
 - [99] C. Diakaki, M. Papageorgiou, and K. Aboudolas. Traffic-responsive urban network control using multivariable regulators. In *International Conference on Modeling and Management in Transportation*, volume 2, pages 11–16, Poznan/Cracow, 1999.
 - [100] C. Diakaki, M. Papageorgiou, and T. McLean. Application and evaluation of the integrated traffic-responsive urban corridor control strategy in-tuc in glasgow. In *CD-ROM of the 78th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, number 990310, Washington, D.C., U.S.A., 1999.
 - [101] A. Edelmayer, J. Bokor, and L Keviczky. An hinf filtering approach to robust detection of failures in dynamical systems. In *In Proceedings of 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, page 3037–3039, 1994.
 - [102] Eds. California air resources board’s emission inventory series. Technical report, CARB, 2002.
 - [103] J.L. Farges, J.J. Henry, and J. Tufal. The PRODYN real-time traffic algorithm. In *4th IFAC Symposium on Transportation Systems*, pages 307–312, 1983.

-
- [104] J.L. Farges, I. Khoudour, and J.B. Lesort. PRODYN: on site evaluation. In *Road Traffic Control, 1990., Third International Conference on*, pages 62–66, May 1990.
 - [105] P. K. Findeisen. *Moving horizon state estimation of discrete time systems (MSc thesis)*. PhD thesis, U. of Wisconsin-Madison, 1997.
 - [106] C. S. Fisk. On combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment. *Transportation Research Part B: Methodological*, 22(1):69–73, 1988.
 - [107] C. S. Fisk. Trip matrix estimation from link traffic counts: The congested network case. *Transportation Research Part B: Methodological*, 23(5):331–336, 1989.
 - [108] T.W. Forbes. Human factor considerations in traffic flow theory. *Highway Research Record*, 15:60–66, 1963.
 - [109] P. M Frank. Enhancement of robustness in observer based fault detection. In *Proceedings of IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Process*, page 275–287, 1991.
 - [110] N.H. Gartner. OPAC: A demand-responsive strategy for traffic signal control. *Trans. Res. Rec.*, 906:75–81, 1983.
 - [111] D.C. Gazis. *Traffic theory*. Springer, 2002. ISBN:1402070950.
 - [112] D.C. Gazis, R. Herman, and R.B. Potts. Car-following theory of steady-state traffic flow. *Operations Research*, 7:499–505, 1959.
 - [113] D.C. Gazis and R.B. Potts. The oversaturated intersection. In: *Proceedings of the Second International Symposium on Traffic Theory, London, UK*, pages 221–237, 1963.
 - [114] J Gertler. Residual generation from principal component models for fault diagnosis in linear systems. part i. review of stochastic systems. In *In Proceedings of IEEE International Symposium on Intelligent Control*, page 628–633, 2005.
 - [115] L.E. Ghaoui, F. Oustry, and H. Lebret. Robust solutions to uncertain semidefinite programs. *SIAM Journal on Optimization*, 9(1):33–52, 1998.
 - [116] H. Greenberg. An analysis of traffic flow. *Operations Research*, 7:79–85, 1959.
 - [117] B. D. Greenshields. A study of traffic capacity. In *Proceedings of the Highway Research Board*, volume 14, pages 448–477, 1934.
 - [118] L. Grüne and J. Pannek. *Nonlinear Model Predictive Control: Theory and Algorithms*. Springer, London, 2011.
 - [119] A. Hegyi, B. De Schutter, and H. Hellendoorn. Model predictive control for optimal coordination of ramp metering and variable speed limits. *Transportation Research Part C*, 13(3):185–209, 2005.
 - [120] M. Hellebrandt and R. Mathar. Location tracking of mobiles in cellular radio networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 48:1558–1562, 1999.

-
- [121] M. Hellebrandt, R. Mathar, and M. Scheibenbogen. Estimating position and velocity of mobiles in cellular radio networks. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 46(1):65–71, 1997.
 - [122] K. Hirschmann, M. Zallinger, M. Fellendorf, and S. Hausberger. A new method to calculate emissions with simulated traffic conditions. In *In: Proceedings of the 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2010)*, 2010.
 - [123] B. Hunt, D.L. Robertson, and R.D. Bretherton. The SCOOT on-line traffic signal optimization technique. *Traffic Eng. Control*, 23:190–192, 1982.
 - [124] Paula Iraguen and Juan de Dios Ortuzar. Willingness-to-pay for reducing fatal accident risk in urban areas: an internet-based web page stated preference survey. (36):513–524, 2004.
 - [125] R Isermann. Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey. 20(4):387–404, 1984.
 - [126] R.E. Kalman. On the general theory of control systems. In Butterworth Scientific Publications, editor, *First IFAC Congress*, pages 481–492, 1959.
 - [127] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction. *Journal of Basic Engineering (ASME)*, 82(D):35–45, 1960.
 - [128] F. H. Knight. Some fallacies in the interpretation of social cost. *Quarterly Journal of Economics*, 38(4):582–606, 1924.
 - [129] W. H. Know, A. M. Buckstein, and T. Kailath. Stabilizing state-feedback design via the moving horizon method. *International Journal of Control*, 37:631–643, 1983.
 - [130] M. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 32(10):1361–1379, 1996.
 - [131] A. Küpper. *Location-based Services*. John Wiley & Sons, 2005. ISBN 978-0470-09231-6.
 - [132] Balázs Kulcsár. Design of robust detection filter and fault correction controller, 2005.
 - [133] É. Kövesné Gilicze. *Közúti áramlatok elemzése és modellezése*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1975.
 - [134] H. Kwakernaak and R. Sivan. *Linear optimal control systems*. New York: Wiley Interscience, 1972.
 - [135] P. Lancaster and L. Rodman. *Algebraic Riccati equations*. Number ISBN 0198537956. Oxford University Press, 1995.
 - [136] B. Lantos. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I-II*. Akadémiai Kiadó, 2001.
 - [137] J. Löfberg. A convex relaxation of a minimax MPC controller. Technical report, Linköping University, Sweden, 2001.
 - [138] J. Löfberg. *Minimax approaches to robust model predictive control*. PhD thesis, Linköping University, Linköping, Sweden, 2003.

-
- [139] M.J. Lighthill and G.B. Whitham. On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads. In *Proceedings of the Royal Society of London*, volume 229, pages 317–345, Piccadilly, London, 1955.
 - [140] H. Liu, K. He, and M. Barth. Traffic and emission simulation in china based on statistical methodology. 45:1154–1161, 2011.
 - [141] T. Luspay, B. Kulcsár, and Péni T. Set-theoretic analysis of the isolated ramp metering problem. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 26(6):1246–1266., 2016.
 - [142] T. Luspay, T. Péni, and B. Kulcsár. Constrained freeway traffic control via linear parameter varying paradigms. *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*, pages 461–482., 2012.
 - [143] Tamás Luspay. *Advanced Freeway Traffic Modeling and Control - Linear Parameter Varying Concepts*. Phd thesis, Budapest University of Technology and Economics, Dept. of Control and Traffic Automation, 2011.
 - [144] J.M. Maciejowski. *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, Harlow, UK, 2002.
 - [145] M. J. Maher. Interferences on trip matrices from observations on link volumes: a bayesian statistical approach. *Transportation Research*, 17, 1983.
 - [146] M. A Massoumnia. A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. AC-31(9):839–846, 1986.
 - [147] D.Q. Mayne, J.B. Rawlings, C.V. Rao, and P.O.M. Scokaert. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36(6):789–814, 2000.
 - [148] R. K. Mehra and J Peschon. An innovation approach to fault detection and diagnosis in dynamical systems. 7:637–640, 1971.
 - [149] K. R. Muske, J. B. Rawlings, and J. H. Lee. Receding horizon recursive state estimation. In *In Proceedings of American Control Conference*, pages 900–904, 1993.
 - [150] K. Nagel and M. Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. *J. Phys. I France* 2, pages 2221–2229, 1992.
 - [151] N. Nahi and A. Trivedi. Recursive estimation of traffic variables: Section density and average speed. *Transportation Science*, 7(3):269–286, 1973.
 - [152] J. Nash. Equilibrium points in n-person games. In *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 36, pages 48–49, 1950.
 - [153] R. R. Negenborn, B. De Schutter, and J. Hellendoorn. Multi-agent model predictive control: A survey. Technical Report 04-010, Delft Center for Systems and Control, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, December 2004.
 - [154] G. F. Newell. Nonlinear effects in the dynamics of car following. *Operations Research*, 9:209–229, 1961.

-
- [155] G. F. Newell. Instability in dense highway traffic, a review. In J. Almond, editor, *Proceedings of 2nd International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow*, pages 73–83, 1965.
 - [156] N. L. Nihan and G. A. Davis. Application of prediction-error minimization and maximum likelihood to estimate intersection o-d matrices from traffic counts. *Transportation Science*, 23(2):77–90, 1989.
 - [157] N.L. Nihan and G.A. Davis. Recursive estimation of o-d matrices from input/output counts. *Transportation Research B*, 21(2):149–163, 1987.
 - [158] L. Ntziachristos, Z. Samaras, S. Eggleston, S. Gorissen, D. Hassel, R. A. Hickman, R. Rijkeboer, L. White, and K. Zierock. Copert iii computer programme to calculate emissions from road transport - methodology and emissions factors (version 2.1). Technical report, European Environment Agency, Copenhagen, 2000.
 - [159] Apkarian P. and Gahinet P. A convex characterization of gain-scheduled h-infty controllers. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 40(5):853–864, 1995.
 - [160] Luc Int Panis, Steven Broekx, and Ronghui Liu. Modelling instantaneous traffic emission and the influence of traffic speed limits. 371:270–285, 2006.
 - [161] M. Papageorgiou, J. M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of Boulevard Périphérique in Paris: Part I: Modelling. *Transportation Research A*, 24(5):345–359, 1990.
 - [162] M. Papageorgiou, J. M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. ALINEA: a local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation Research Record*, (1320):58–64, 1991.
 - [163] M. Papageorgiou and A. Kotsialos. Freeway ramp metering: an overview. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 3(4):271–281, Dec 2002.
 - [164] M. Papageorgiou and G. Vigos. Relating time-occupancy measurements to space-occupancy and link vehicle-count. *Transportation Research Part C*, 16(1):1–17, 2008.
 - [165] C. Pasquale, S. Liu, S. Siri, S. Saccone, and B.D. Schutter. A new emission model including on-ramps for two-class freeway traffic control. In *IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems*, pages 1143–1149, Las Palmas, 2015.
 - [166] P.N. Pathirana, A.V. Savkin, N. Bulusu, and T. Plunkett. Speed control and policing in a cellular mobile network: Speednet. *Computer Communications*, 29(17):3633–3646, 2006.
 - [167] R. J. Patton and J. Chen. Observer based fault detection and isolation: robustness and application. 5(5):671–682, 1997.
 - [168] H.J. Payne. Models of freeway traffic and control. In G.A. Bekey, editor, *Simulation Council Proceedings Series: Mathematical models of public systems*, volume 1, pages 51–61, 1971.
 - [169] L. A. Pipes. An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of Applied Physics*, 24:274–281, 1953.

-
- [170] T. Péni, B. Kulcsár, and J. Bokor. Induced l_2 norm improvement by interpolating controllers for discrete-time lpv systems. *European Journal of Control*, 15(5):545–559, 2009.
 - [171] J.N. Portela and M.S. Alencar. Cellular network as a multiplicatively weighted Voronoi diagram. In *IEEE Consumer Communications and Networking Conference*, pages 913–917, 2006.
 - [172] H. Rakha, K. Ahn, and A. Trani. Development of vt-micro model for estimating hot stabilized light duty vehicle and truck emissions. *Transportation Research Part D*, 9(26):49–74, 2004.
 - [173] C. V. Rao, J. B. Rawlings, and J. H. Lee. Brief constrained linear state estimation-a moving horizon approach. *Automatica*, 37(10):1619–1628, October 2001.
 - [174] V. C. Rao. *Moving Horizon strategies for the constrained Monitoring and Control of Non-linear Discrete-Time Systems*. PhD thesis, U. of Wisconsin-Madison, 2000.
 - [175] J.B. Rawlings and D.Q. Mayne. *Model Predictive Control: Theory and Design*. Nob Hill Publishing, Madison (WI), USA, 2009.
 - [176] A. Reuschel. Fahrzeugbewegungen in der kolonne. *Oesterr. Ingr. Arch*, pages 193–215, 1950.
 - [177] P.J. Richards. Shock waves on the highway. *Operations Research*, 4(1):42–51, 1956.
 - [178] R.T. Rockafellar. *Convex analysis*. Princeton University Press, 1970.
 - [179] K. Shimizu and E. Aiyoshi. Necessary conditions for min-max problems and algorithms by a relaxation procedure. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(1):62–66, 1980.
 - [180] R. Smit, L. Ntziachristos, and P. Boulter. Validation of road vehicle and traffic emission models - a review and meta-analysis. *Atmospheric Environment*, 44(25):2943–2953, 2010.
 - [181] R. Smit, E. Smokers, and E. Rabe. A new modelling approach for road traffic emissions: Versit. 12:414–422, 2007.
 - [182] Robin Smit, Muiel Poelman, and Jeroen Schrijver. Improved road traffic emission inventories by adding mean speed distributions. 42:916–926, 2008.
 - [183] F. Snickars and W. Weibull, J. A minimum information principle : Theory and practice. *Regional Science and Urban Economics*, 7(1-2):137 – 168, 1977.
 - [184] G. Szász. *Matematika I.-II.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1992.
 - [185] M. W. Szeto and D. C. Gazis. Application of Kalman filtering to the surveillance and control of traffic systems. *Transportation Science*, 6:419–439, 1972.
 - [186] T. Tettamanti. *Advanced Methods for Measurement and Control in Urban Road Traffic Networks*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, Dept. of Control for Transportation and Vehicle Systems, Budapest, 2013.

-
- [187] Y. A. Thomas. Linear quadratic optimal estimation and control with receding horizon. *Electronics Letters*, 11:19–21, 1975.
 - [188] M. Tyler and M. Morari. Stability of constrained moving horizon estimation schemes. *Automatica*, 17:1410–1425, 1996.
 - [189] D. Valerio. Road traffic information from cellular network signaling. Technical Report FTW-TR-2009-003, Telecommunications Research Center Vienna, 2009.
 - [190] D. Valerio, A. D’Alconzo, F. Ricciato, and W. Wiedermann. Exploiting cellular networks for road traffic estimation: A survey and a research roadmap. *IEEE 69th Vehicular Technology Conference*, pages 1–5, 2009.
 - [191] J. H. Van Zuylen and L. G. Willumsen. The most likely trip matrix estimated from traffic counts. *Transportation Research*, 14:281–293, 1980.
 - [192] S.A. Vavasis. *Nonlinear optimization: Complexity Issues. The international series of monographs on computer science*. Oxford University Press, 1991.
 - [193] G. Vigos, M. Papageorgiou, and Y. Wang. Real-time estimation of vehicle-count within signalized links. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 16(1):18 – 35, 2008.
 - [194] J. G. Wardrop. Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. volume 1-2, pages 325–378, 1952.
 - [195] F. V. Webster. Traffic signal settings. Road Research Technical Paper 39, Department of Scientific and Industrial Research, H.M. Stationery Office, London, U.K., 1956.
 - [196] J. White and I. Wells. Extracting origin destination information from mobile phone data. *IEE Conference Publications*, 2002(CP486):30–34, 2002.
 - [197] D. Willkomm, S. Machiraju, J. Bolot, and A. Wolisz. Primary user behavior in cellular networks and implications for dynamic spectrum access. *Communications Magazine, IEEE*, 47(3):88–95, 2009.
 - [198] J.L. Ygnace, C. Drane, Y.B. Yim, and R. de Lacvivier. Travel time estimation on the San Francisco Bay Area network using cellular phones as probes. Technical report, University of California, Berkeley, 2000.
 - [199] S.K. Zegeye, B. de Schutter, H. Hellendoorn, and E. Breunese. Reduction of travel times and traffic emissions using model predictive control. In *American Control Conference*, 2009.
 - [200] S.K. Zegeye, B. De Schutter, J. Hellendoorn, and E.A. Breunese. Nonlinear mpc for the improvement of dispersion of freeway traffic emissions. In *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, page 10703–10708, 2011.
 - [201] W. Zhang and H. Rakha. Estimating traffic stream space-mean speed and reliability from dual and single loop detectors. *Transportation Research Record*, 1925:38–47, 2005.
 - [202] N. J. van der Zijpp. Dynamic origin-destination matrix estimation from traffic counts and automated vehicle identification data. *Transportation Research Record*, 1607:87–94, 1997.