dc_1586_18

Szemcsés anyagok folyási jelenségei

MTA doktori értekezés

Börzsönyi Tamás

Magyar Tudományos Akadémia
Wigner Fizikai Kutatóközpont
Szilárdtest-fizikai és Optikai Intézet

Budapest, 2019.

dc_1586_18

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés **1**

2. Irodalmi áttekintés, előzmények, célkitűzések **5**
2.1. A szemcsés anyagok főbb jellemzői 5
2.2. Szemcsés anyag lejtőn 9
2.2.1. Homogén áramlás és instabilitások 9
2.2.2. Lassú folyás instabilitása, lavinák 12
2.3. Nyírási zónák, Reynolds-tágulás 15
2.3.1. Nyírási zónák kialakulása homogén rendszerben 15
2.3.2. Nyírási zónák rétegzett anyagokban 19
2.4. Anizometrikus részecskéket tartalmazó anyagok folyása 21
2.5. Szemcsés anyag tartályban 27
2.5.1. Folyási tér jellemzői silóban 29
2.5.2. Rezonanciajelenségek - siló zene 33
2.6. A mérési módszerek rövid áttekintése 34

3. Szemcsés anyag lejtőn **37**
3.1. Homogén áramlás, instabilitások 37
3.1.1. Folyási törvény különböző anyagokra 37
3.1.2. Instabilitások vizsgálata, effektív súrlódás 44
3.2. Részecskecsomagok (lavinák) stabil szemcsés rétegen 51

4. Nyírási zónák homogén és rétegzett anyagokban **63**
4.1. Nyírási zóna kialakulása, Reynolds-tágulás 63
4.2. Nyírási zónák alakja rétegzett anyagokban 75

5. Anizometrikus részecskék folyása **87**
5.1. Nyírási orientáció 88
5.2. Másodlagos konvekció nyírt rendszerekben 97

6. Szemcsés folyás tartályban **105**
6.1. Folyási tér alakja, anizometrikus részecskék rendeződésének hatása . . 105
6.2. Rezonancia laboratóriumi silóban 115

7. Összefoglalás, Tézisek **123**
A dolgozat alapjául szolgáló saját publikációk 127

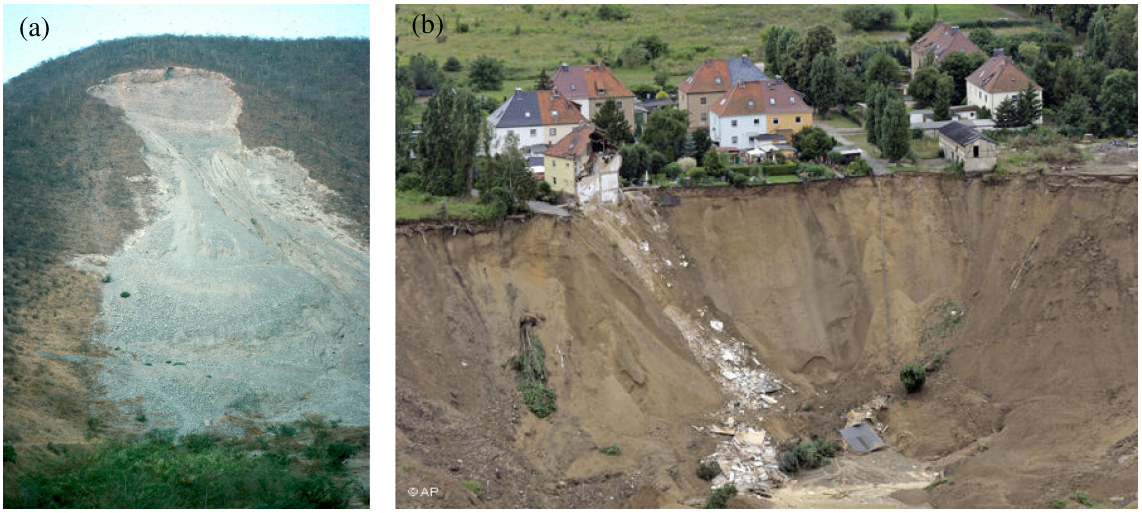
Hivatkozások **131**

1. fejezet

Bevezetés

A szemcsés anyagok folyása és stabilitása számos ipari folyamattal vagy természeti jelenséggel kapcsolatban vet fel kérdéseket, melyeket a mérnökök vagy fizikusok igyekeznek megválaszolni [1–8]. A mérnöki munka során megbízható megoldást kell találni számos gyakorlati kérdésre, amelyekre könnyen találhatunk példát lenyűgözően nagy méretben is. Az alkalmazandó modellek vagy numerikus módszerek megbízhatóságának teszteléséhez elengedhetetlenek a kontrollált körülmények között végzett laboratóriumi kísérletek, melyekben a szemcsés rendszerek alaptulajdonságait célozzuk feltérképezni.

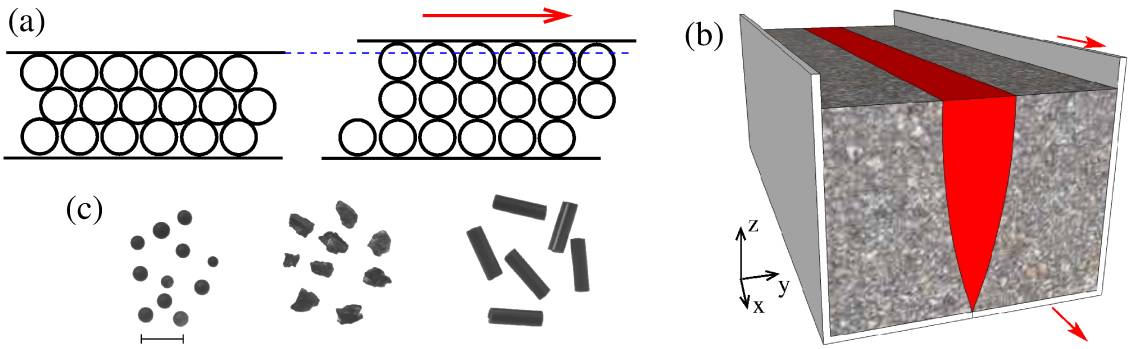
Leegyszerűsítve olyan kérdéseket tehetünk fel, hogy például miként írhatjuk le a disszipációt egy szemcsés folyás esetén, azaz, hogyan függ a szemcsés anyag belső súrlódása (viszkozitása) a nyírási rátától (azaz a sebességgradienstől). Ha ezt precízen meg tudnánk válaszolni, pontosan meg lehetne jósolni, hogy milyen messzire fog eljutni egy az 1.1(a) ábrán láthatóhoz hasonló kőlavina egy adott hegyoldalon.



1.1. ábra. (a) Kőlavina hegyoldalon, (b) talajcsúszás (Nachterstedt, Németország, 2009).

Egy másik fontos kérdés, hogy egy terhelésnek kitett szemcsés anyag mikor fog megcsúszni, és ez a megcsúszás az anyag melyik részében fog megtörténni. Ez különösen akkor érdekes, ha ez az anyag nem homogén, hanem különböző belső súrlódással jellemezhető rétegekből áll, mint pl. a talaj is. Az 1.1(b) ábrán megfigyelhető katasztrófa néhány éve történt Németországban, ahol egy falu egy része a határán végzett felszíni bányászati tevékenység következtében megcsúszott.

A terhelésnek kitett tömör szemcsés rendszer viselkedése már egy egykomponensű, homogén anyag esetén is érdekes. A deformáció ugyanis úgy tud létrejönni, hogy az egymás mellett elmozduló rétegek kicsit eltávolodnak egymástól (lásd 1.2(a) ábra), azaz az anyag térfogata növekszik (Reynolds-tágulás [9,10]). Ez az ún. osztott

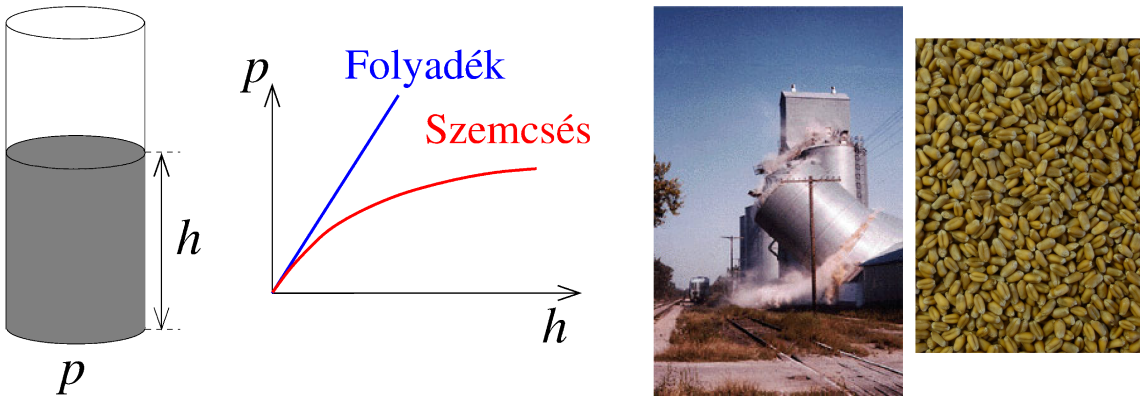


1.2. ábra. (a) Nyírási deformáció hatására bekövetkező térfogatnövekedés (Reynolds-tágulás) szemléltetése, (b) osztott aljú nyíró cellában kialakuló nyírási zóna – a deformációt a két L alakú határoló fal egymáshoz viszonyított elmozdításával hozzuk létre, (c) példák a laboratóriumi kísérletekben használatos részecskékre: gömbszerű szilikagél részecskék, alumínium oxid szemcsék és üvegrudak. A méretskála 5 mm.

aljú nyíró cellában csak egy bizonyos tartományban (1.2(b) ábra pirossal jelölt része) történik meg. Ezt a tartományt nyírási zónának nevezzük, és kérdés, hogy a mérete (szélessége) hogyan alakul egy rendezetlen állapotú rendszerből indulva [11,12]. Különösen fontos meggondolni, hogy a nyírási folyamat hogyan zajlik le, ha a szemcsés rendszer nem gömbszerű, hanem szabálytalan alakú (pl. homok) vagy erősen anizometrikus (pl. elnyújtott alakú) részecskékből áll (lásd 1.2(c) ábra). A részecskék elfordulása (esetleges orientációs rendeződése) és a vele egy időben történő Reynolds-tágulás hatására a rendszer terheléssel szembeni ellenállása nem egyértelmű módon alakulhat, így a nyírási zóna mérete is bonyolult módon változhat a folyamat során.

Egy másik fontos jelenségkör a falakkal határolt (pl. tartályba helyezett) szemcsés rendszerekhez kapcsolódik. Régi megfigyelés (Janssen, 1895 [13, 14]), hogy a tartály alján mért nyomás (p) a töltési magasság h növelésével nem lineáris módon növekszik (ahogy ez egy folyadék esetében lenne), hanem attól lassabb ütemben (1.3(a) ábra), azaz az anyag súlyának egy része a kialakuló erőláncok következté-

ben a falakra terhelődik [13, 14]. Ennek következtében a silókban nagy mechanikai feszültségek alakulhatnak ki [15–18], ami akár a falak megroppanásához (1.3(b) ábra) is vezethet. Amikor az anyag a silóban folyik (ereszkedik), rezonanciajelenségek léphetnek fel, amelyek hozzájárulhatnak a szerkezet gyengüléséhez [19–23]. A tartályban kialakuló folyás jellemzőinek leírása nem csak a rezonancia megértése szempontjából fontos. Az áramlási tér függhet a részecskék alakjától, amit pl. a mezőgazdasági vagy más ipari tárolókban igen fontos tudni. Ott ugyanis biztosítani kell, hogy a tartályba töltött anyag megfelelő módon ürüljön le, azaz ne legyenek olyan stagnáló tartományok, ahol a folyási sebesség túl kicsi (a betöltött gabona vagy granulátum megreked).



1.3. ábra. (a) Janssen-effektus: a tartály alján mért nyomás szemcsés anyag esetén nem lineáris módon növekszik a töltési magassággal, azaz az anyag súlyának egy része a kialakuló erőláncok következtében a falakra terhelődik, (b) a belső feszültségek hatására megroppanó siló, (c) búzaszemek.

A kis skálájú laboratóriumi kísérletek nagy előnye, hogy a rendszer viselkedését jól definiált körülmények között lehet vizsgálni. Így lehetőség adódik numerikus szimulációkkal, modellekkel való összehasonlításra. A legegyszerűbb modellrendszerek gömb alakú (gyakran súrlódás nélküli) részecskéket tartalmaztak. Már ezekkel is fontos alapösszefüggéseket lehet kimutatni, de ezektől a realisztikusabb részecskékből álló rendszerek viselkedése gyakran eltér. Kísérleti vizsgálataim során különös hangsúlyt helyeztem az ilyen (nem gömb alakú részecskéket tartalmazó) rendszerek vizsgálatára és az eltérések számszerűsítésére.

Ebben a munkában az irodalmi áttekintés után négy fejezetben foglalom össze az eredményeket, melyek (i) az érdes felületű lejtőn megfigyelhető homogén áramlás alaptulajdonságait (folyási törvény), instabilitását, és ezen keresztül az anyag effektív súrlódásának tulajdonságait, (ii) a terhelésnek kitett anyagban kialakuló nyírási zóna fejlődését (különböző alakú részecskékből álló anyagok esetén), és az anyagban ezzel egy időben fellépő Reynolds-tágulást, valamint a különböző belső súrlódású rétegekből álló anyagban kialakuló deformációs sávok alakját, (iii) az elnyújtott alakú

részecskékből álló rendszerekben deformáció hatására létrejövő rendeződési folyamatokat és következményeit, valamint (iv) a tartályban folyó szemcsés anyagban kialakuló áramlási teret (különböző részecskealakok esetére) és a folyás során megfigyelhető rezonanciajelenségeket mutatják be.

A dolgozatban gyakran előforduló jelölések:

d – részecskeátmérő
L – részecskehossz
ρ – térkitöltés
p – nyomás
μ_{eff} – effektív súrlódás
γ – deformáció
$\dot{\gamma}$ – nyírási ráta
I – inerciális szám
θ – lejtő vízszintessel bezárt szöge
h – a szemcsés réteg vastagsága
θ_r – rézsűszög
θ_c – kritikus szög
ϕ – elnyújtott alakú részecskék hossztengelyének a folyásiránnyal bezárt szöge
S – rendparaméter (irány szerinti rendezettség mértéke)
R_s – forgó tányér átmérője (hengeres nyíró cellában)
w – nyírási zóna szélessége
w_{t} – nyírási zóna szélessége a szemcsés réteg felszínén
λ – periodikus struktúrák hullámhossza

2. fejezet

Irodalmi áttekintés, előzmények, célkitűzések

2.1. A szemcsés anyagok főbb jellemzői

Szemcsékből álló rendszerekre nagyon széles méretskálán találhatunk példákat a mikrométer (vagy még kisebb) méretű részecskéket tartalmazó poroktól a sok nagyságrenddel nagyobb méretű sziklatömbökből álló rendszerekig. A részecskék közötti tipikus kölcsönhatások alapján különböző csoportokba sorolhatjuk ezeket az anyagokat. Míg a porszerű anyagok részecskéi között a vonzó Van der Waals-erők vagy az elektrosztatikus kölcsönhatás dominál, addig a nagyobb méretű részecskék között a mechanikai kontaktusok (súrlódási erők és rugalmatlan ütközések) játsszák a fő szerepet. Ebben a munkában a második csoportba tartozó szemcsés anyagok alapvető folyási tulajdonságaira koncentrálunk, kerülve az összetettebb viselkedést mutató (elektrosztatikus effektusokat mutató, nedvességet tartalmazó) rendszereket.

Egy gyűszűnyi homokra gondolva – 1 cm^3-nyi kb. 100μm átmérőjű szemcsét feltételezve – 1 milliónyi részecskénk van, aminek a mozgását folyás során egy mostani személyi számítógéppel épphogy modellezni lehet. Ennél már egy kisméretű laborkísérlet is jóval több részecskét tartalmaz, így érthető, hogy mekkora kihívás a valós rendszerek (pl. egy kőlavina vagy egy silóban folyó anyag) viselkedésének modellezése. Másik megközelítésként bevezethetünk átlagolt mennyiségeket, hogy a szemcsés anyagot kontinuumként írjuk le. A szemcsés anyagok fizikájának egyik fontos kérdése, hogy pontosan hogyan kell ezeket a kontinuumegyenleteket felállítani [24–29]. Gondolhatunk a folyadékoknál használatos kontinuumegyenletekre, melyek régóta biztos alapot nyújtanak az áramlási terek leírásához. Ott jóval nagyobb számú részecske (molekula) alkotja a rendszert, azonban a leírást nagyban megkönnyíti a termikus fluktuációk jelenléte. Ezeknek köszönhetően ugyanis a rendszer lokálisan hamar eléri azt az egyensúlyi állapotot, amelyben minden lehetséges konfiguráció a statisztikus súlyának megfelelő valószínűséggel valósul meg, és így a makroszkopikus mennyiségek a mikroszkopikus szintről indulva levezethetőek. A

dc_1586_18

szemcsés anyagok esetében a nehézséget éppen az okozza, hogy a termikus fluktuációk szerepe elhanyagolható.

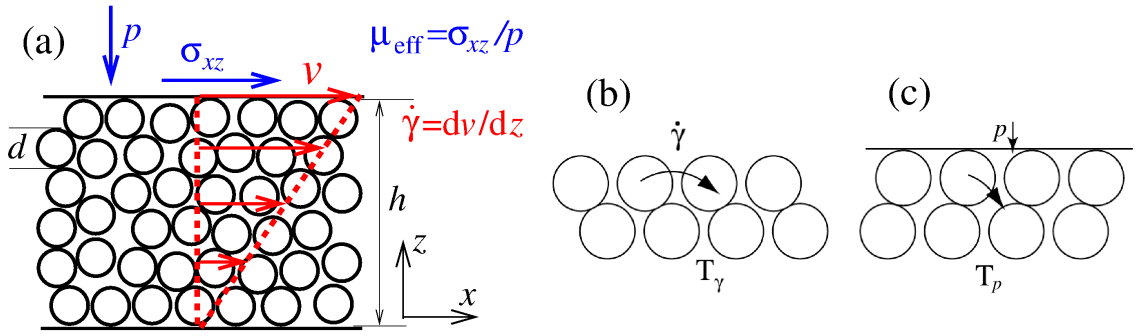
A szemcsés rendszerekben gyakran előfordulhatnak nagyon erős inhomogenitások, pl. egy homokdomb felszínén megfigyelhető folyás néhány tucat részecskényi vastagságú folyadékszerű réteget jelent egy stabil, nyugalomban lévő (szilárd anyaghoz hasonlítható) szemcsés anyag felszínén [30–34]. Hasonlóképpen, a terhelésnek kitett szemcsés anyagban kialakuló nyírási sáv (nyírási lokalizáció) is lehet csupán néhány részecskényi vastagságú, két egymás mellett csúszó (tömbi anyagnak tekinthető) tartomány határán [35–43]. Ilyen esetekben a kontinuumleírás alkalmassága könnyen megkérdőjelezhető. Ebből a szempontból a szemcsés rendszerek hasonlíthatók a nanofluidikához vagy nanomechanikához, ahol az építőelemek (molekulák) mérete szerepet játszik.

Többkomponensű rendszerek folyásakor vagy rázásakor a komponensek szétválhatnak [33, 34, 44–48]. Ezt a jelenséget mi magunk is vizsgáltuk különböző felületi súrlódású, de egyébként azonos méretű, súlyú és alakú részecskékből álló, nyírásnak kitett anyagban [BT19], ill. különböző méretű részecskék esetén egy forgatott tartályban [BT20]. Ezeket az eredményeket ebben a dolgozatban részletesen nem mutatjuk be. Az itt bemutatandó kísérletekben egykomponensű anyagokat használtunk, melyek vagy monodiszperzek (egyforma méretű részecskékből állók), vagy nem túl nagy polidiszperzitásúak voltak, így észrevehető szegregációt nem mutattak.

Egy szemcsés rendszer a körülményektől függően viselkedhet szilárdként (a szemcsék nagy terhelésnek lehetnek kitéve nyugalmi állapotban pl. egy homokdombban), folyadékként (pl. egy domb felszínén kialakuló vagy egy silóban megfigyelhető folyás), ill. gázhoz hasonlóan (pl. egy intenzíven rázott dobozban). Ebben a munkában a folyási tulajdonságokra koncentrálunk, így a szilárd és a gázszerű fázisról értelemszerűen kevesebb szó fog esni.

Folyási tulajdonságok

Egy szemcsés rendszer terhelés alatt – pl. a 2.1(a) ábrán látható módon két párhuzamos érdes felületű lap között – a nyírófeszültség (σ_{xz}) egy bizonyos értéke fölött folyni kezd, és a rendszer nyírással szembeni ellenállása nyírási ráta ($\dot{\gamma}$) függő. Analógiaként gondolhatunk egy komplex folyadékra, ahol a viszkozitás (a nyírófeszültség és a nyírási ráta hányadosa) szintén nyírási ráta függő, és ez egy viszonylag egyszerű elrendezésben (pl. kúp-lap reométer) mérhető. A szemcsés rendszer esete összetettebb, mivel a disszipációban a súrlódó kontaktusok mellett a nyírási ráta növelésével egyre nagyobb szerep jut a részecskék közötti rugalmatlan ütközéseknek. Így a nyírási ráta emelésével az intenzívebb ütközések következtében a rendszer tágul, azaz a térkitöltés (ρ) csökken, tehát az állandó térfogat mellett elképzelt hagyományos reometriai mérés kísérletileg és numerikusan is problematikusabb.



2.1. ábra. (a) A terhelésnek kitett kitett szemcsés anyag egy bizonyos σ_{xz} nyírófeszültség fölött folyni kezd, μ_{eff} effektív súrlódása függ a $\dot{\gamma}$ nyírási rátától. (b)-(c) A nyírási ráta dimenziótlanítása szemléletesen két időskála (T_γ és T_p) összevetését jelenti [3].

A legegyszerűbb esetet véve (elég nagy nyomás esetén a gravitációt elhanyagolva), stacionárius állapotban az erőegyensúly következtében mind a nyírófeszültség, mind a nyomás homogén a cellában. Így vizsgálhatjuk, hogy a σ_{xz} nyírófeszültség és a ρ térkitöltés hogyan függ a $\dot{\gamma}$ nyírási rátától és a p nyomástól. A térkitöltést a kontinuum sűrűség ρ_{c} és a részecskék anyagi sűrűsége ρ_{p} hányadosaként definiáljuk. Elég nagy rendszert ($h/d \gg 1$, lásd 2.1(a) ábra) és kemény részecskéket véve, a rendszert négy paraméter írja le: $\dot{\gamma}$, p, d, és ρ_{p}, amelyek három mértékegységet (idő, hossz és tömeg) tartalmaznak. A Buckingham-féle Π-tétel szerint [8, 49] ezt a rendszert 1 dimenziótlan paraméter segítségével írhatjuk le, amire egy célszerű választás az ún. inerciális szám. Ez tulajdonképpen a dimenziótlanított nyírási ráta, ami két időskála, T_γ és T_p (lásd 2.1(b)-(c) ábrák) hányadosaként adódik [3, 8]:

$$I = \frac{T_p}{T_\gamma} = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{p/\rho_{\text{c}}}}, \qquad \text{ahol} \qquad T_\gamma = 1/\dot{\gamma} \qquad \text{és} \qquad T_p = d\sqrt{\rho_{\text{c}}/p} \tag{2.1}$$

A két időskála egyike (T_γ) a nyíró áramlást jellemző makroszkopikus időskála, amely azt írja le, hogy két egymás melletti réteg mennyi idő alatt halad 1 részecskényit egymáshoz képest (2.1(b) ábra). A másik pedig egy mikroszkopikus időskála (T_p), a lokális nyomás hatására történő átrendeződések karakterisztikus idejét jelenti (2.1(c) ábra).

Dimenzióanalízis alapján a térkitöltés csak az I függvénye, és a disszipáló kontaktusokkal kölcsönható szemcsékből álló anyagban a nyírófeszültség arányos a nyomással:

$$\rho = \rho(I), \qquad \sigma_{xz} = \mu_{\text{eff}}(I) p, \tag{2.2}$$

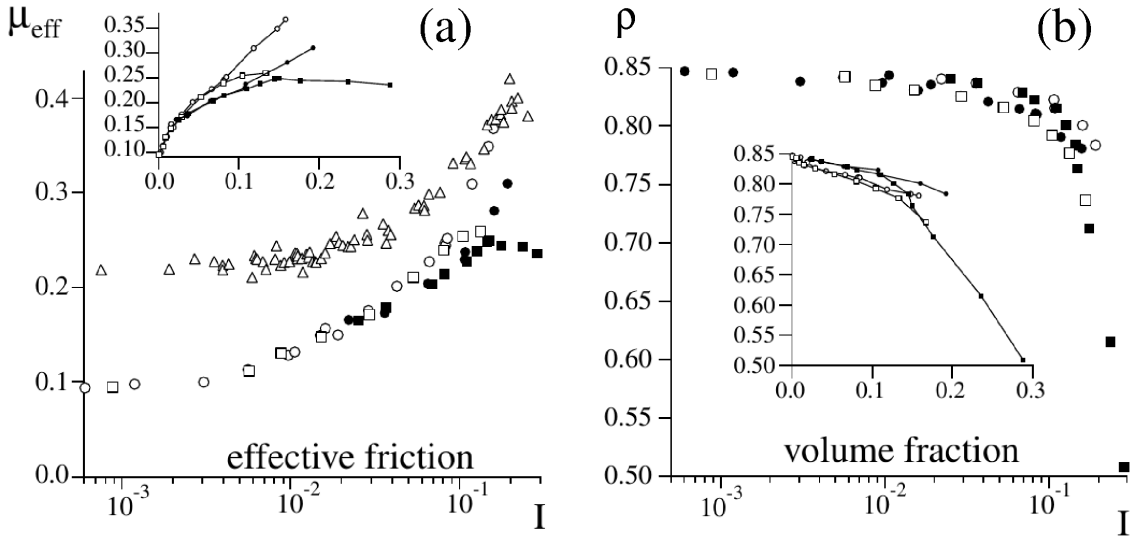
ahol az arányossági tényező, a $\mu_{\text{eff}}(I)$ effektív súrlódás, az inerciális szám függvénye.

Az inerciális szám bevezetése lehetőséget ad a folyási állapotok rendszerezésére. Az $I \to 0$ határesetben kvázisztatikus folyamatokról beszélünk, melyekben a kölcsönhatást a súrlódó kontaktusok dominálják és nem pedig az ütközések. $I \gg 1$

dc_1586_18

esetén pedig a rugalmatlan ütközésekben történő impulzusátadás, ill. disszipáció dominál, a rendszer egy felfújt gázszerű állapotban van. A köztes tartományban – melyet a sűrű folyás (dense flow) tartománynak szokás nevezni – pedig mindkét hatás jelen van.

A 2.2 ábrán kétdimenziós diszkrét elem szimulációk alapján láthatjuk [3, 50], hogy a μ_{eff} effektív súrlódás és a ρ térkitöltés hogyan változik az inerciális szám növelésével. Megfigyelhető, hogy a kvázisztatikus határesetben ($I < 0.003$) mind az effektív súrlódási együttható, mind a térkitöltés nyírási ráta (pontosabban I) független. Efölött pedig, a sűrű folyás tartományába érve, az inerciális szám emelésével az effektív súrlódás növekszik, a térkitöltés pedig csökken. Ezek a szimulációk a



2.2. ábra. (a) A μ_{eff} effektív súrlódási együttható és (b) a ρ térkitöltés az I inerciális szám függvényében kétdimenziós diszkrét elem szimulációkban (da Cruz munkája alapján) a fal mellett $e = 0,1$ (•) és $e = 0,9$ (■), és a minta belsejében $e = 0,1$ (○) és $e = 0,9$ (□), $\mu = 0$ mikroszkopikus súrlódási együttható esetén, valamint $0,1 < \mu < 0,9$ esetén (△) [3, 50]. A beillesztett (kicsi) grafikonok ugyanezeket az adatsorokat ábrázolják lineáris skálán.

2.1(a) ábrának megfelelő rendszerben, konstans nyomás mellett készültek. Ebben a helyzetben az anyag szabadon tágulhat a nyírási rátának és a nyomásnak megfelelően. Ilyen előfordul más körülmények között is, pl. egy lejtőn vagy homokdombon megfigyelhető szabad felszínű folyásban. A korábban leírtak szerint, hagyományosan (a folyadékokra gondolva) a reológiai tulajdonságokat állandó térfogat mellett szokás vizsgálni. Ebben a leírásmódban egy kemény részecskékből álló szemcsés anyag esetén a rendszert jellemző 4 paraméter: a $\dot{\gamma}$ nyírási ráta, a ρ térkitöltés, a részecskék d átmérője és ρ_p sűrűsége. Ezek a $\rho_p d^2 \dot{\gamma}^2$ nyomás (ill. feszültség) dimenziójú mennyiséget adják, így dimenzióanalízis alapján a nyírófeszültség és a nyomás a következő módon függ a nyírási rátától [8]:

$$\sigma_{xz} = \rho_p d^2 f_1(\rho)\dot{\gamma}^2 \qquad\qquad p = \rho_p d^2 f_2(\rho)\dot{\gamma}^2 \tag{2.3}$$

ahol az f_1 és f_2 függvények csak a térkitöltéstől függenek. Azt, hogy a nyírófeszültség a nyírási ráta második hatványával kell, hogy arányos legyen, már jóval korábban a téma egyik úttörője, egy angol mérnök, Ralph Alger Bagnold [51] is javasolta. Szemléletes érvelése szerint nyíró áramlásban az egymás mellett elcsúszó szemcsés rétegek közötti impulzusátadás mértéke arányos kell legyen mind a szemcsék közötti ütközések gyakoriságával, mind pedig az ütközésekben átadott impulzus mértékével. Mivel mindkét tényező arányos a nyírási rátával, ezért a nyírófeszültség a fenti képletnek megfelelően négyzetesen kell növekedjen a nyírási ráta növekedésével. Megjegyzendő, hogy ez a szemléletes kép picit sántít, mivel – mint említettük – egyre kisebb I esetén az ütközések mellett a súrlódó kontaktusok egyre jelentősebbé válnak. Mindenesetre, a $\sigma_{xz} \propto \dot{\gamma}^2$ viselkedést Bagnold-reológia néven szokás hivatkozni. A másik fontos tény, amit fontos kiemelni, hogy itt mindig lokális összefüggést feltételezünk, tehát pl. az effektív súrlódás mindig csak azon a helyen mért inerciális számtól függ. Nagy gradiensek esetén azonban ez sérülhet, azaz az anyag viselkedése függhet attól is, hogy a közvetlen környezetében mi történik. Erre jó példa egy nyugalomban lévő tartomány stabilitása, amely lecsökken, ha a környezetében intenzív folyás van [52]. Ekkor ugyanis a folyás során lezajló ütközések hatása a nyugalomban lévő részecskék közötti kontaktusokra is áttevődhet kicsi amplitúdójú rezgések formájában. A nem-lokális effektusok vizsgálata jelenleg igen fontos kutatási terület, amit főleg numerikusan könnyebb kezelni [24,53,54]. Itt a továbbiakban a lokális reológia keretein belül maradunk.

A fent leírt kétféle megközelítés (állandó nyomáson, ill. állandó térfogat mellett) ekvivalens, azonban technikailag különböző nehézségű. Kísérletileg lényegesen egyszerűbb, és a diszkrét elem szimulációkban is célravezetőbb a nyomást kontrollálni, mint a térkitöltést. Kísérletileg a szabad felszínű, lejtőn megfigyelhető áramlás vizsgálata igen célravezető. A következőkben ebben az elrendezésben született előzményeket mutatjuk be.

2.2. Szemcsés anyag lejtőn

2.2.1. Homogén áramlás és instabilitások

Laboratóriumi kísérletekben az érdes felületű lejtőn folyó anyag vizsgálatával közvetett módon tudjuk a reológiai viselkedést tesztelni. Megmutatható [3], hogy a Bagnold-reológia ($\sigma_{xz} \propto \dot{\gamma}^2$) következményeképpen a réteg v_x felszíni sebessége a h rétegvastagságtól a következő módon kell függjön: $v_x \propto h^{3/2}$. Összehasonlításképpen, egy newtoni folyadék esetében (ahol $\sigma_{xz} \propto \dot{\gamma}$) a felületi sebesség $v_x \propto h^2$. Silbert és munkatársai monodiszperz gömbökkel végzett két- és háromdimenziós diszkrét

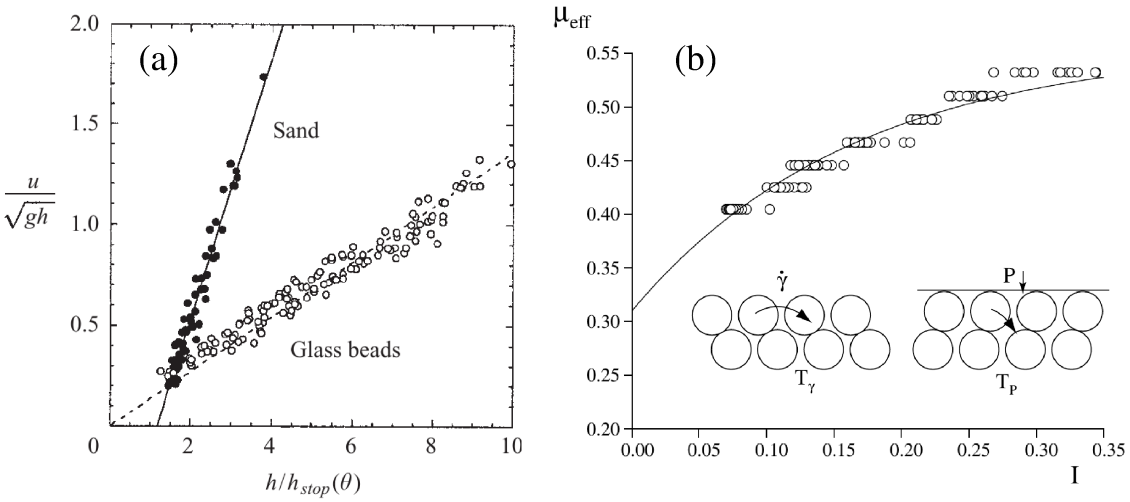
dc_1586_18

elem szimulációi azt mutatták [55], hogy a Bagnold-reológia az érdes felületű lejtőn megfigyelhető stacionárius sűrű folyás esetén jó közelítéssel igaznak bizonyul.

Laboratóriumi kísérletekben Pouliquen és munkatársai azt találták, hogy a különböző meredekségű lejtőkön felvett $v_x(h)$ adatok dimenziótlan formában ábrázolva anyagonként egy görbére ejthetők (lásd 2.3(a) ábra) [3, 56, 57]. Az így kialakuló összefüggést *folyási törvénynek* nevezték el:

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = \beta_P \frac{h}{h_\mathrm{s}} + \gamma_P \tag{2.4}$$

Itt u a mélységátlagolt sebesség (Bagnold-reológia esetén $v_x = 1,67u$), β_P és γ_P a szemcsés minta jellemzői, g a gravitációs gyorsulás, h dimenziótlanításához pedig azt a h_s rétegvastagságot használták, ami a folyás forrásának elapadása után a lejtőn stabilan ottmaradó réteget jellemzi. Mint ahogy az a 2.3(a) ábrán látható, ezek a



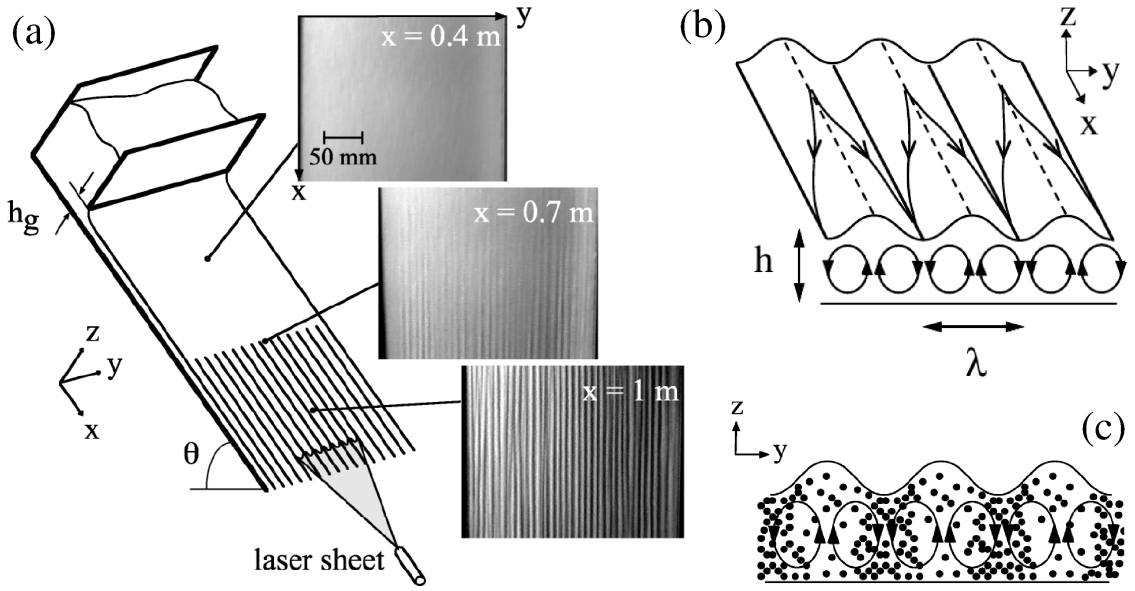
2.3. ábra. (a) A lejtőn mérhető *folyási törvény* (flow rule) homokszemcsék és üveggolyók esetén, ill. (b) az effektív súrlódás (μ_eff) az inerciális szám (I) függvényében üveggolyók esetében Forterre és Pouliquen munkája alapján [3, 56, 57].

kísérletek üveggolyókra és homokszemcsékre lényegesen eltérő meredekségű összefüggést adnak. Természetesen adódik a kérdés, hogy más anyagokat is megvizsgálva találhatunk-e szisztematikus viselkedést a folyási görbék β_P meredekségére nézve.

A Forterre és Pouliquen munkája során kapott effektív súrlódás enyhén emelkedő értéket mutat az I inerciális szám növelésével, ahogy az a 2.3(b) ábrán látható. Ez hasonlatos a 2.2(a) ábrán bemutatott Couette-geometriában kapott numerikus eredményekhez. A lejtőn végzett mérések korlátja, hogy a szemcsés folyás egy bizonyos I érték fölött instabillá válik, így a $\mu_\mathrm{eff}(I)$ függvény a fenti módszerrel nagyobb I értékekre nem mérhető tovább.

Az inerciális szám növelésekor megjelenő instabilitásról először szintén Forterre és Pouliquen számolt be [58]. Megfigyeléseik szerint az instabilitás következtében

kialakuló áramlási kép a lejtő irányában futó hosszanti vortexekből áll (lásd 2.4 ábra). Lineáris stabilitásanalízissel alátámasztott elméletük szerint [58, 59] az intenzív ütközések hatására a rendszer kitágul és a gázszerű fázisba kerül. Ez először közvetlenül a lejtő fölötti (legalsó) részen történik meg, mivel itt a legnagyobb a nyírási ráta. Emiatt egy ún. sűrűséginverzió áll elő, azaz a kitágult tartomány egy nagyobb térkitöltésű réteget tart maga fölött, ami egy instabil konfiguráció, és a folyadékdinamikából ismert Rayleigh-Bénard mechanizmus szerint lassú vortexáramlás kialakulását eredményezi (2.4(b)-(c) ábrák). Az áramlás ilyen módon



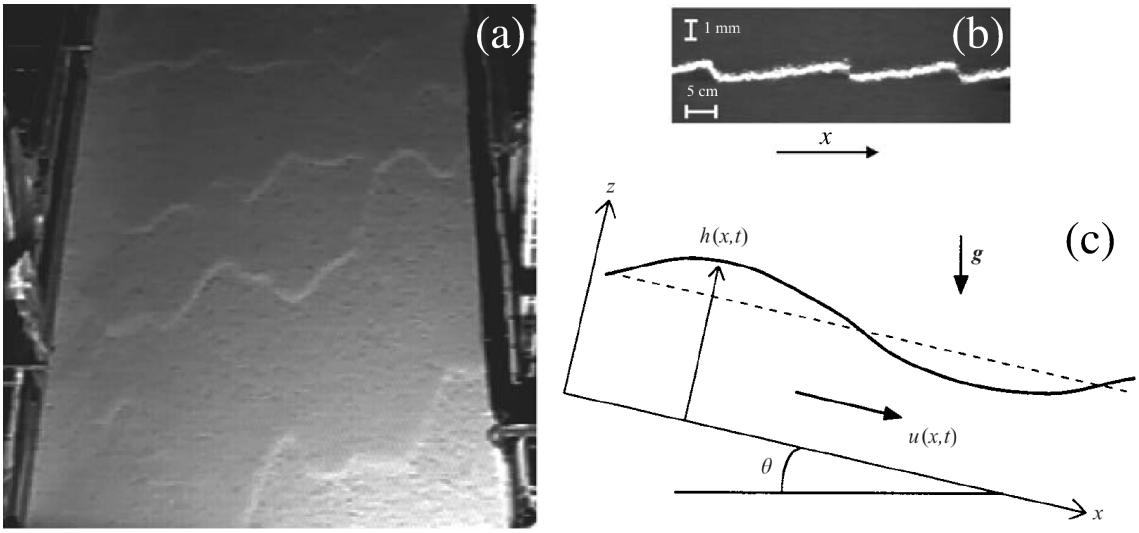
2.4. ábra. A lejtőn megfigyelhető szemcsés folyásban az inerciális szám növelésével kialakuló vortex instabilitás. A folyási térben kialakuló csíkok (vortexek) a réteg térkitöltésének, sebességének és vastagságának modulációját jelentik. Forterre és Pouliquen munkája alapján [58].

teljesen inhomogénné válik, y irányban térkitöltés-moduláció, vastagságmoduláció és a felületi sebesség modulációja mérhető. Értelemszerűen az inerciális szám sem konstans, hanem helyfüggővé válik. Ebben az állapotban már sem a fent bemutatott folyási törvényt nem lehet mérni, sem pedig az effektív súrlódás nyírási ráta függését nem lehet könnyen meghatározni.

A 3.1 szakaszban bemutatásra kerülő méréseim egyik célja az volt, hogy feltérképezzem, hogy több különböző anyag esetében minek adódik a folyási sebesség és a rétegvastagság közötti lineáris összefüggés (folyási törvény, 2.3(a) ábra) meredeksége, és hogy ez összefüggésbe hozható-e az anyag más jellemzőivel. A másik cél, hogy a nagyobb folyási sebességeknél megfigyelhető instabilitások következtében kialakult mintázatok részletes vizsgálatával betekintést nyerjek, hogy a 2.3(b) ábrán bemutatott $\mu_{\text{eff}}(I)$ függvény hogyan viselkedik az inerciális szám további növekedésekor.

2.2.2. Lassú folyás instabilitása, lavinák

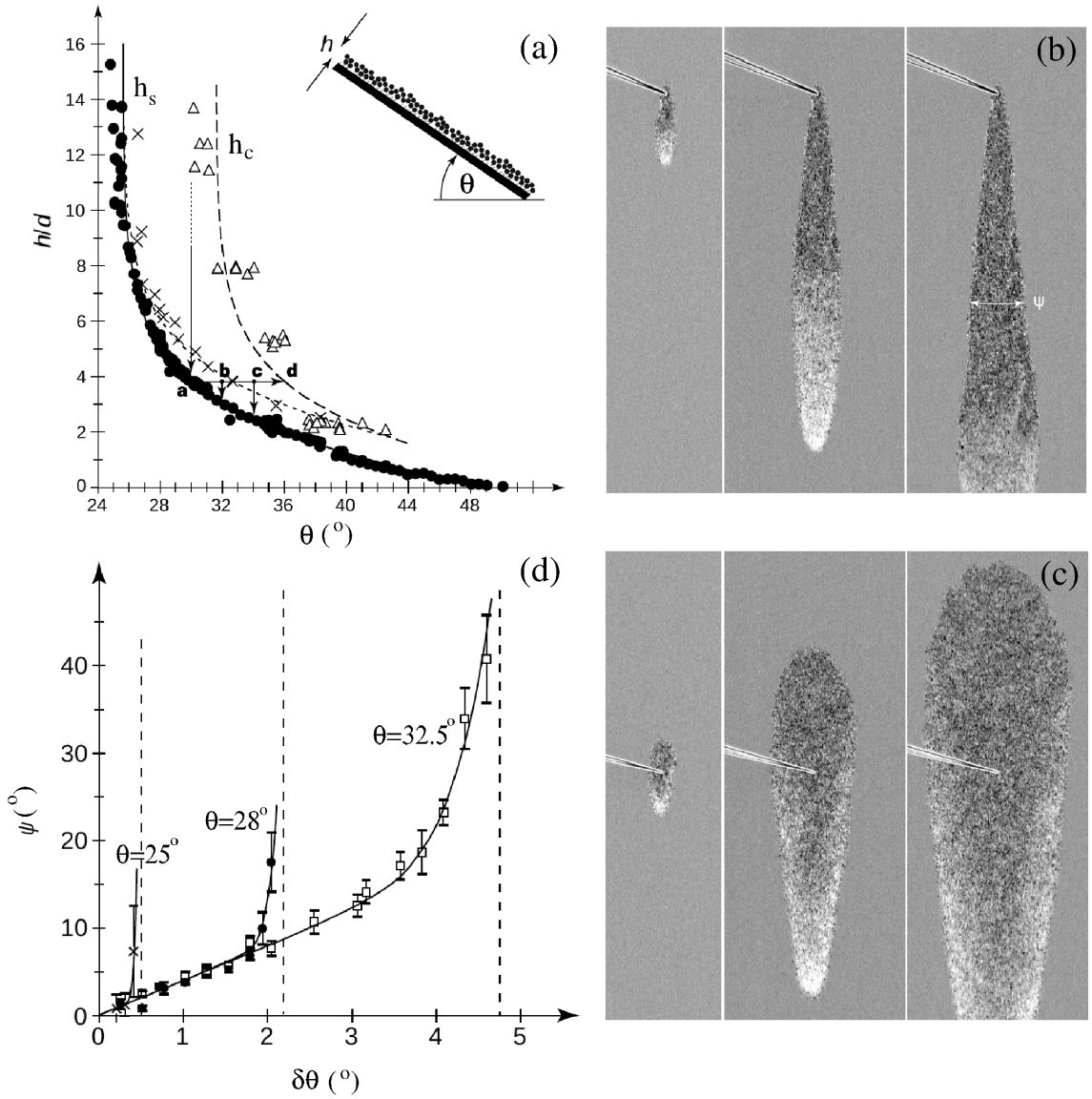
A kis folyási vastagságnál és kis lejtőmeredekség mellett megfigyelhető instabilitásról, melynek következtében a 2.5(a) ábrán látható módon egymást követő hullámok figyelhetők meg, Forterre és Pouliquen számolt be [57]. Ez a jelenség (a 2.2.1 részben ismertetett, gyorsabban folyó rendszer vortex instabilitásával ellentétben) szinte ugyanígy jelenik meg egy egyszerű folyadékban is, pl. egy kis meredekségű lejtőn folyó vízréteg felszínén. Az instabilitás inerciális eredetű: egy felületi perturbáció (hullám) a fázissebességgel halad, ami különbözik a folyás sebességétől. A perturbáció okozta vastagságváltozáshoz a folyadék sebessége nem azonnal igazodik, hanem kis késéssel, ami a perturbáció növekedéséhez vezet. A viszkózus folyadékok lamináris áramlásának ezt az instabilitását Kapitza-instabilitásnak szokás nevezni [60]. A szemcsés anyagokkal végzett vizsgálataikban Pouliquen és Forterre azt figyelték meg,



2.5. ábra. Lassan folyó vékony szemcsés réteg instabilitása – hullámok kialakulása – Forterre és Pouliquen munkája alapján [57].

hogy a kísérletet homokkal elvégezve az instabilitás könnyen előállt, míg üveggolyók esetén kevésbé. Ennek a különbségnek a megértésére szisztematikus méréseket végeztek, melyben a homogén folyást fölülről egy hangszóró segítségével periodikus perturbációnak tették ki, és mérték a perturbáció növekedését, ill. csökkenését. A megfigyeléseiket a Saint-Venant (sekélyvíz) egyenletek lineáris stabilitásvizsgálatával vetették össze. Ez a szemcsés anyagokra Savage és Hutter [61] által kidolgozott mélységátlagolt leírás, melynek stabilitásvizsgálatában közvetlenül megjelennek az anyag folyási törvényét jellemző β_{P} és γ_{P} paraméterek. A 2.2.1 részben láthattuk, hogy a β_{P} és γ_{P} paraméterek homok és üveggolyók esetében lényegesen eltérnek. Ez az eltérés magyarázatot adott a két anyag folyási instabilitásának a különbségére [57].

Az érdes felületű lejtőn folyó anyag a folyási vastagság csökkenésekor egy bizonyos h_s rétegvastagságnál megáll. A $h \leq h_s$ vastagságú réteg stabil, de ha a $h_s(\theta)$ görbe fölé megyünk (vagy további anyag hozzáadásával, vagy pedig a lejtő meredekségének emelésével), akkor egyszer csak elérünk egy h_c kritikus értéket, aminél a rendszer instabillá válik és folyni kezd.



2.6. ábra. Lavinák kialakulása metastabil szemcsés rétegben. (a) A részecskeátmérővel normált rétegvastagság (h/d) a lejtőszög (θ) függvényében, a metastabil tartományt határoló stabil ($h_\mathrm{s}(\theta)$) és instabil ($h_\mathrm{c}(\theta)$) értéket jelölő adatokkal. (b) Csak lefelé terjedő és (c) felfelé is terjedő lavina, melyek az (a) ábrán a metastabil tartományon belül a (b) és (c) helyeknek felelnek meg. (d) A lavina nyílásszöge a metastabilitást jellemző $\delta\theta$ függvényében. Douady és Daerr munkája alapján [62, 63].

A 2.6(a) ábrán a $h_{\mathrm{s}}(\theta)$ és $h_{\mathrm{c}}(\theta)$ görbéket láthatjuk Douady és Daerr munkája alapján [62,63]. Ezekben a kísérletekben először hagyták kialakulni a h_s vastagságú stabil réteget, majd az egész rendszert metastabil állapotba vitték a lejtő meredekségének $\delta\theta$ növelésével. A $\delta\theta$ értéke határozza meg a metastabilitás mértékét. Ezek után egy tűvel perturbálták a rendszert, minek hatására egy egyre növekvő területen folyni kezdett az anyag (lavina). Azt tapasztalták, hogy kicsi $\delta\theta$ esetén a lavina csak lefelé terjedt (2.6(b) ábra), nagyobb $\delta\theta$ esetén pedig felfelé is (2.6(c) ábra), azaz ebben az esetben már a tű fölötti térrészben is megindult az anyag a lejtőn lefelé. A szemcsés réteg metastabilitásának mértékét tehát jelzi a lavina terjedésének iránya, amit a lavina Ψ nyílásszögével jelöltek (2.6(b) ábra). A 2.6(d) ábrán Ψ értékét láthatjuk $\delta\theta$ függvényében három különböző kiinduló lejtőszög esetére. Mint látható, $\delta\theta$ növelésével a lavina alakja egyre szélesebb (de csak lefelé terjed), majd egy bizonyos kritikus $\delta\theta$ értéknél ez hirtelen megváltozik, és felfelé is terjedni kezd. Érdekes megjegyezni, hogy ez a kritikus $\delta\theta$ érték egy kevésbé meredek lejtőn kisebb, mint egy nagyobb meredekségűn, azaz a kevésbé meredek lejtőn hamarabb érjük el a veszélyesebb lavinák tartományát, mint a meredekebben. A két tartomány határát a 2.6(a) ábrán az ($\times$) adatpontok és a rájuk illesztett szaggatott vonal jelzi.

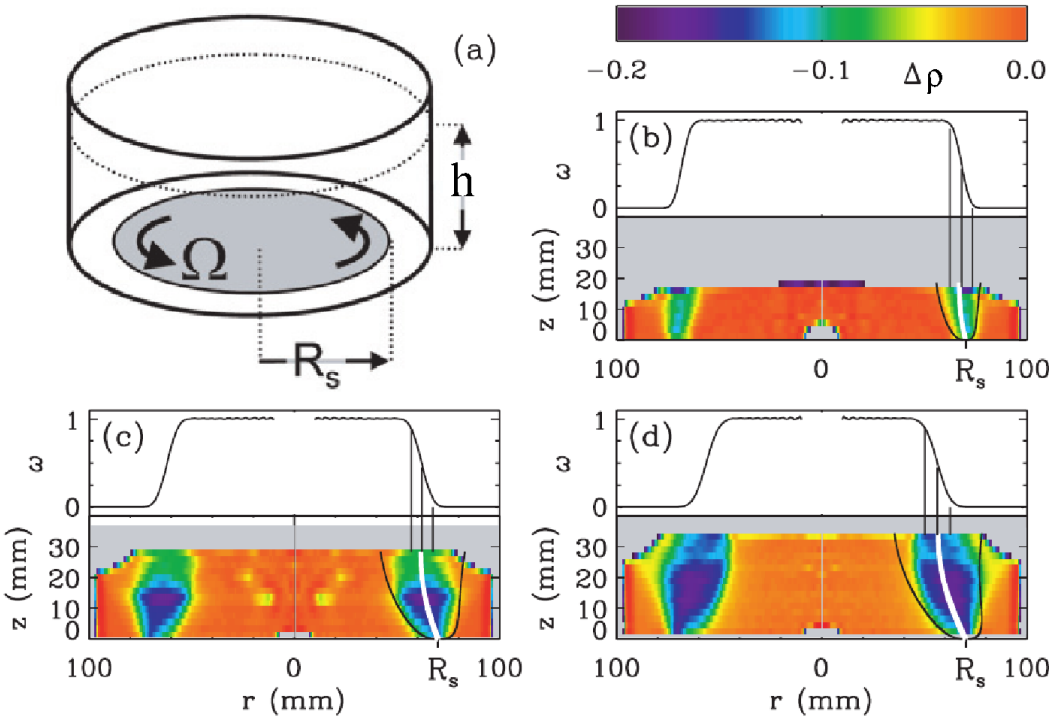
Összefoglalva, Forterre és Pouliquen munkájából [57] láthattuk, hogy a homogén vastagságú lassú áramlás instabillá válhat, és egymást követő hullámok alakulhatnak ki. Az, hogy különböző anyagokban mennyire valószínű ennek az instabilitásnak a kialakulása, összefüggésbe hozható a 2.2.1 részben bemutatott folyási törvénnyel. A hullámok növekedése oda vezethet, hogy köztük az anyag annyira elvékonyodik, hogy h_{s}-t elérve megáll, azaz a folyás felszakadozik. Douady és Daerr munkájából pedig azt láthattuk, hogy egy h_{s}-nél kicsit nagyobb vastagságú (metastabil) réteget lokálisan megbolygatva, egy időben növekedő részecskecsomagot (lavinát) hozhatunk létre [62]. Az ilyen lavináknak a tulajdonságai erősen függenek a metastabilitás mértékétől.

A 3.2 szakaszban bemutatandó méréseimben azt tűztem ki célul, hogy számszerűsítsem, hogy egy h_{s} vastagságú stabil rétegen elengedett részecskecsomag különböző anyagok esetében hogyan viselkedik, tulajdonságai összefüggésbe hozhatók-e az anyag más jellemzőivel, pl. a rézsűszöggel vagy a stacionárius áramlás esetében mért folyási sebesség és a rétegvastagság közötti lineáris összefüggés (folyási törvény) meredekségével.

2.3. Nyírási zónák, Reynolds-tágulás

2.3.1. Nyírási zónák kialakulása homogén rendszerben

Ha egy szemcsés rendszert egy tartályba töltést követően lassan (kvázisztatikusan) deformálunk, azt figyelhetjük meg, hogy a deformációnak kitett tartományok térkitöltése lecsökken (Reynolds-tágulás [9]). Ennek a jelenségnek a kísérleti kimutatására jó példa a 2.7 ábrán látható, Sakaie és munkatársai által végzett mágnesesrezonancia-képalkotás (MRI) mérés, melyben a magas olajtartalma miatt erős MRI jelet adó mákszemekből álló mintát deformáltak az ún. osztott aljú hengeres geometriában [10]. Ebben a kísérleti elrendezésben a minta alá helyezett tányér folyamatos forgatásával a minta úgy deformálható, hogy a deformációs tartomány (más néven nyírási zóna) a határoló falaktól távol, a minta belsejében alakuljon ki. Megjegyezzük,

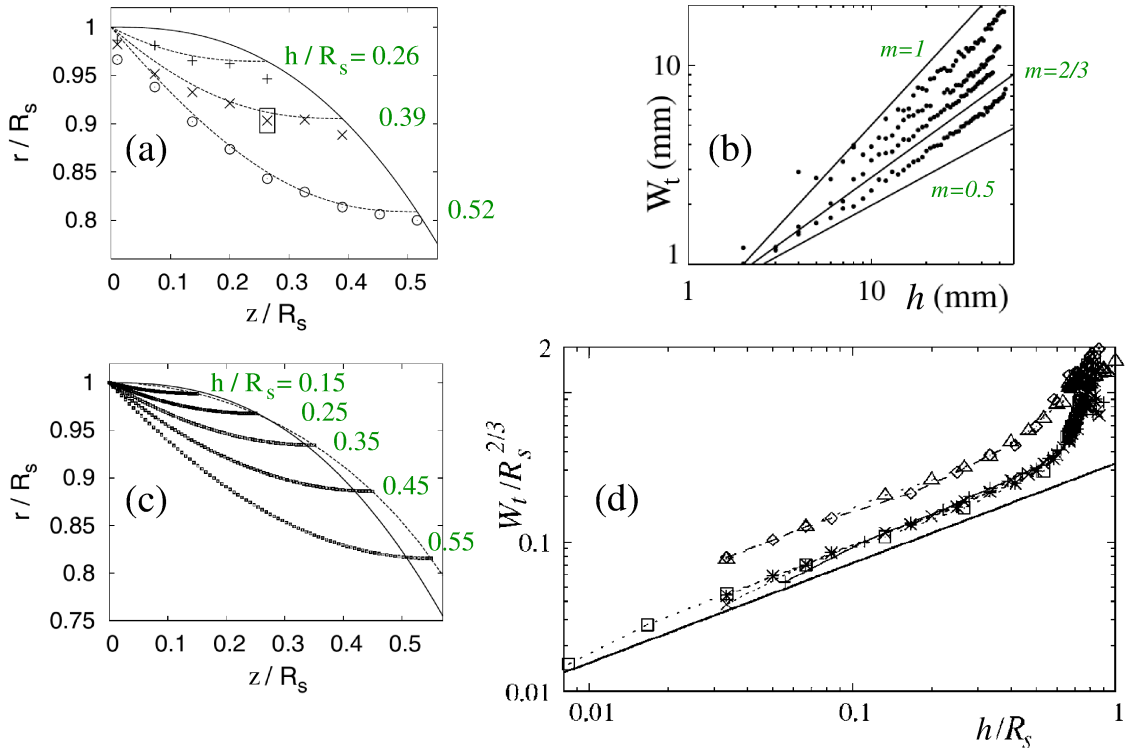


2.7. ábra. (a)-(d) Nyírás hatására kialakuló Reynolds-tágulás osztott aljú hengeres elrendezésben három különböző töltési magasság esetén. Sakaie MRI mérései [10].

hogy más elrendezésekben, pl. a folyadékok nyírására használatos két koncentrikus hengerből álló Taylor-Couette-geometriában, a nyírási tartomány könnyen lokalizálódik a határoló fal mellett [64]. Ilyenkor a nyírási ráta a faltól való távolsággal exponenciálisan cseng le, és a zóna viszonylag keskeny. A határoló falak mellett kialakuló jelenségek önmagukban is érdekesek, erősen függhetnek a fal érdességének mértékétől. A fal felületi súrlódását csökkentve a nyírási zónák egyre hajlamosabbak a fal mellé húzódni [65]. Sima fal esetén monodiszperz gömbökből álló rendszerben

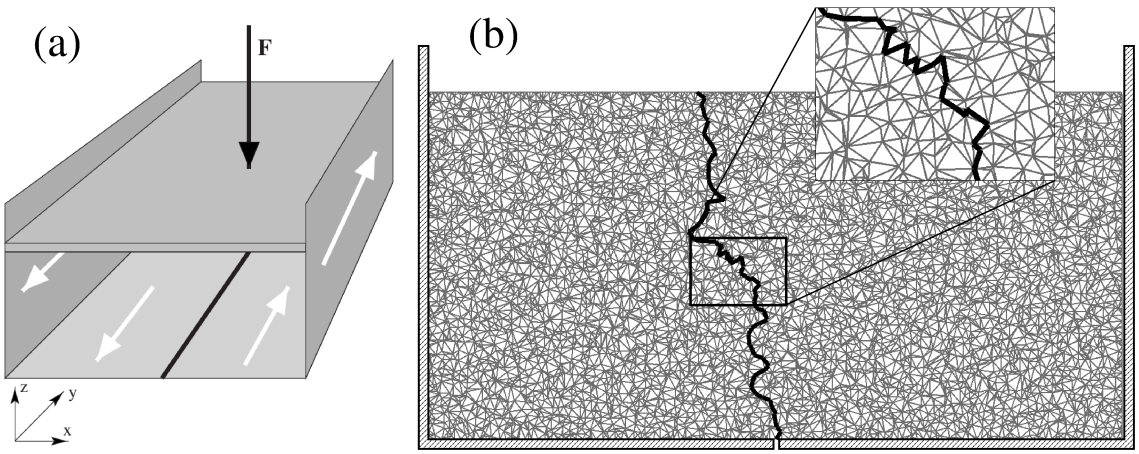
a fal mellett könnyen kialakulhat kristályos rendeződés is [66, 67]. Mi mind a térfogati tágulást, mind a nyírás hatására megfigyelhető rendeződési jelenségeket az anyag belsejében, a falaktól távol kívántuk vizsgálni, ezért a következőkben az osztott aljú elrendezésekben megfigyelt széles nyírási zónákra vonatkozó előzményekre fókuszálunk.

A 2.7(b-d) ábrákon 3 különböző töltési magasság esetén láthatjuk az MRI mérésben meghatározott térfogati tágulás mértékét. Az ábrákról leolvasható, hogy a nyírási zóna szélessége a z magassággal nő, ill. hogy a tágulás ebben a mintában eléri a 15%-ot. Egy másik mérésben Fenistein és munkatársai meghatározták a zóna mintán belüli helyzetét és a w_t felszíni szélességét a h töltési magasság függvényében (2.8 (a)-(b) ábrák). Azt találták, hogy w_t a lineárisnál lassabban, de hatványfüggvény szerint nő a h növelésével, ahol az m kitevő $0,5 - 1$ közé esett [11].



2.8. ábra. A nyírási zóna helye és felszíni szélessége (a)-(b) Fenistein és munkatársai kísérleteiben [11], és (c)-(d) Unger, Török és munkatársai numerikus számolásaiban [41, 42] az osztott aljú hengeres nyíró cellában.

Az, hogy a zóna milyen trajektória mentén tör a felszínre és milyen a szélessége, egy komplex probléma. Unger, Török, és munkatársaik megmutatták, hogy megfelelő numerikus eljárás segítségével ez modellezhető [41, 42]. Érvelésük szerint ebben a kvázisztatikus folyamatban a két egymás mellett elhaladó tartomány közötti törésvonal helye egy variációs problémaként kiszámolható. Az elmozduláshoz ugyanis az

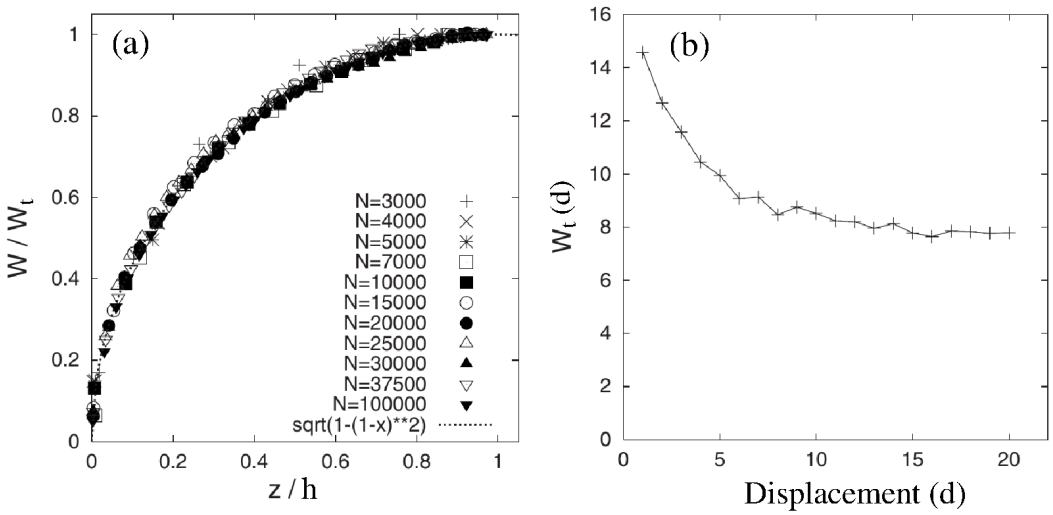


2.9. ábra. (a) A lineáris osztott aljú nyíró cella. (b) A szemcsés rendszerben nyírás hatására kialakuló törésvonal a „leggyengébb láncszem szakad el" elve alapján az a vonal lesz, ami mentén történő megcsúszáshoz a legkisebb erő tartozik. Ez a súrlódó kontaktusok csúszás közben történő átrendeződése miatt fluktuál. Unger, Török és munkatársaik munkái [12, 41, 42].

kell, hogy a terhelő erő hatására a súrlódó kontaktusok egy vonal (keskeny sáv) mentén mind megcsússzanak (illusztációként lásd a 2.9 ábrát). A „leggyengébb láncszem szakad el" elve alapján ez az a vonal lesz, amihez a legkisebb erő szükséges. Vagyis egy olyan útvonalat keresünk, ami mentén a súrlódási erő integrálja minimális. Ez megfogalmazható úgy is, hogy a folyamatos tolás közben a törésvonal olyan helyen figyelhető meg, amihez a legkisebb disszipáció tartozik. Ennek a variációs problémának a numerikus megoldása illesztési paraméter nélkül szépen reprodukálta a zóna helyét (lásd 2.8(c) ábra) [41].

A zóna szélességét azonban csak további megfontolásokkal lehet becsülni. Mivel a lassú csúszás során a kontaktusok folyamatosan átrendeződnek, a keskeny sáv természetszerűen kicsit fluktuál. Az ezt figyelembe vevő ún. „fluktuáló keskenysávmodell" (fluctuating narrow band model) keretében, egy illesztési paraméter bevezetésével a zónaszélesség is jól modellezhető (2.8(d) ábra) [42]. Ezt követően a nyírási zóna alakjának meghatározására Ries és munkatársai diszkrét elem szimulációt is végeztek [12]. Ezek egyrészt a felszíni zónaszélességre a $w_\mathrm{t} \propto h^{0.66}$ összefüggést adták, másrészt azt is megmutatták, hogy az anyag belsejében a felszíni értékkel normált zónaszélesség ($(w/w_\mathrm{t})(z/h)$ görbe) egy negyedkörrel illeszthető (2.10(a) ábra).

A zónaszélességre vonatkozó eddig bemutatott eredmények mind a stacionárius állapotra vonatkoznak. Sokkal kevésbé volt ismert, hogy egy rendezetlen kezdőállapotból indulva (egy frissen betöltött minta esetén) milyen tranziensen keresztül alakul ki ez a stacionárius állapot. Ezt a kérdést egyedül Ries és munkatársai vizsgálták, gömb alakú részecskékkel végzett diszkrét elem szimulációikban. Azt találták,



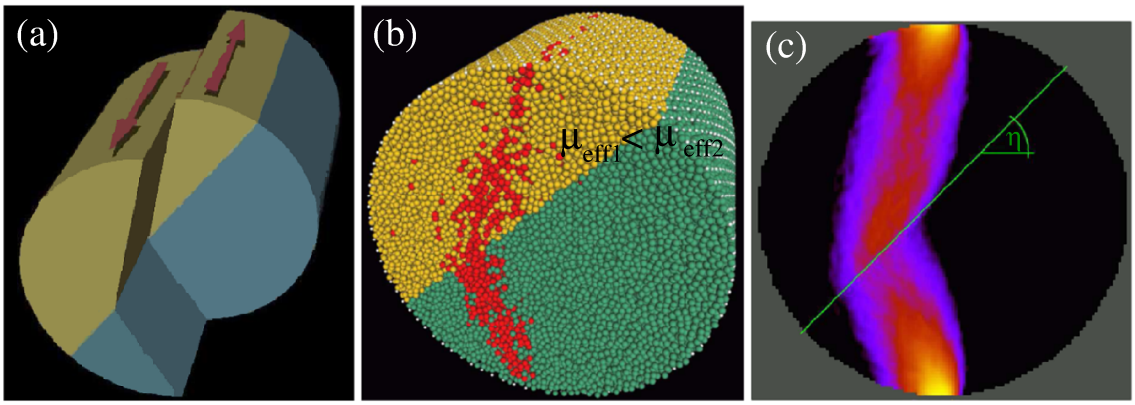
2.10. ábra. (a) A stacionárius nyírási zóna szélessége a mintán belül egy félkörrel jól illeszthető, (b) a nyírási zóna felszíni szélességének fejlődése rendezetlen kezdeti állapotból indítva a lineráris osztott aljú elrendezésben d átmérőjű részecskék esetén. Ries és munkatársai numerikus szimulációi [12].

hogy w_t a 2.10 ábrán látható módon csökken a minta két oldalának egymáshoz képesti eltolásának növelésével. Magyarázatuk szerint a részecskék közötti kontakterők kezdeti eloszlása, mely a gravitációs térben kialakult rendezetlen állapotot jellemzi, a deformáció következtében gyökeresen átalakul [68]. A nyírás hatására a rendszer egy ún. kritikus állapotba megy át, melyet a nyíró tér ellenében ható kontaktusok jellemeznek, amit a rendszer nyírással szembeni ellenállásának megnövekedése is jelez. Ennek az állapotnak a felépüléséhez egy viszonylag kicsi $\gamma = 0,2$ lokális deformáció szükséges. Ez a zóna közepén hamar megtörténik, mivel ott a legnagyobb a nyírási ráta, viszont a szélső részeken ez hosszabb időt vesz igénybe. Amíg ez a folyamat zajlik, a zóna kiterjedtebb, mivel a külső részein kisebb a nyírással szembeni ellenállás. Amire a teljes tartomány eléri a kritikus állapotot, a felszínen mérhető zónaszélesség is lecsökken a stacionárius értékre.

Természetesen adódik a kérdés, hogy kísérletekben is a 2.10 ábrán látható numerikus jóslatnak megfelelően alakul-e a zónaszélesség, ill., hogy nem gömbszerű (különösen elnyújtott alakú) részecskék esetén más lesz-e ez a zónaszélesség változását és a Reynolds-tágulást jellemző tranziens? Erre keresve a választ, a 4.1 szakaszban bemutatandó munkámban azt vizsgáltam, hogy a részecskék alakjának változtatása milyen hatással van a rendezetlen rendszer deformációjakor megfigyelhető nyírási zóna kialakulására, ill. a Reynolds-tágulás mértékére. Ezekben a vizsgálatokban gömbszerű, elnyújtott és szabálytalan alakú (homok) részecskéket használtam. E munkában Szabó Balázs doktorjelölt volt segítségemre [69].

2.3.2. Nyírási zónák rétegzett anyagokban

A gyakorlatban a szemcsés rendszerek lehetnek igen inhomogének, állhatnak pl. nagyon különböző súrlódású rétegekből, amire jó példa a talaj. A nyírási zónák helyének kialakulására vonatkozó, fentebb (2.3.1) leírt variációs megközelítést továbbgondolva feltehető a kérdés, hogy egy ilyen inhomogén rendszerben milyen lesz a zóna alakja. Ezt a kérdést vizsgálta Unger Tamás diszkrét elem szimulációk segítségével [70], melyekben egy félbevágott henger alakú tartályba helyezett szemcsés mintát tett ki terhelésnek a két határoló fal egymáshoz képesti mozgatásával, a 2.11(a) ábrán látható módon. A két – egymástól eltérő belső súrlódású – rétegből álló mintában a nyírási zóna nem a legrövidebb (egyenes) úton alakul ki, hanem annak iránya az a 2.11 ábrán látható módon a határfelületen megtörik.



2.11. ábra. (a) Két különböző effektív súrlódású rétegből álló henger alakú szemcsés minta a határoló falak elmozdításának hatására nem a legrövidebb (egyenes) vonal mentén deformálódik. (b) Diszkrét elem szimulációban (DEM) kirajzolódnak (pirossal) a nyírási zónában lévő részecskék. (c) A nyírási deformáció amplitúdójának térképe a DEM szimulációk alapján. A világosabb színek nagyobb amplitúdót jelentenek. Unger Tamás numerikus szimulációi [70].

A korábban (2.3.1 szakasz) leírtak szerint ebben a kvázisztatikus folyamatban az anyag két oldala azon felület mentén csúszik egymáshoz képest, amelyhez a legkisebb erő tartozik. Ez egy olyan variációs probléma, melyben a falon levő két vágás között azt az útvonalat keressük, melyen a megcsúszó kontaktusokhoz tartozó erők összege minimális. A transzlációs szimmetria miatt ezt egyszerűen egy vonalintegrálként írhatjuk fel, aminek a minimumát keressük:

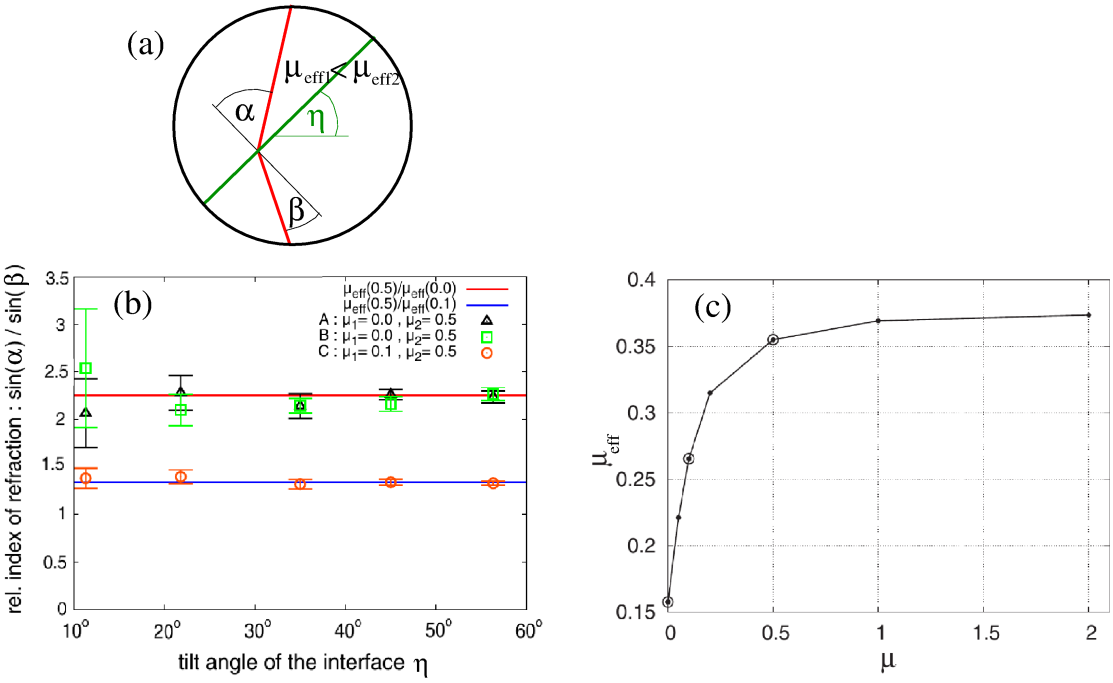
$$\int p\mu_{\text{eff}} dS$$

ahol p és μ_{eff} a lokális nyomást és effektív súrlódást jelenti. A numerikus szimulációban gravitációmentes esetet véve p konstans, így a variációs problémában a μ_{eff} két végpont közötti integráljának minimumát keressük. Ez pedig matematikailag

megegyezik a fény inhomogén közegen történő áthaladásának leírásával (Fermat-elv). Ismeretes, hogy a fénysugár a különböző optikai sűrűségű rétegek határán irányt vált (megtörik), ennek analógiáját láthatjuk a diszkrét elem szimulációkban kialakuló nyírási zóna alakján. Ebben az esetben a törési törvényben az optikai törésmutató helyett az effektív súrlódás fog megjelenni, azaz a határfelületen mérhető beesési szögekre (lásd 2.12(a) ábra) a következő összefüggést várjuk:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\mu_{\text{eff2}}}{\mu_{\text{eff1}}}$$

A 2.12(b) ábrán láthatjuk, hogy a numerikus szimulációkban ez az összefüggés igaznak bizonyult. A 2.12(c) ábráról pedig az olvasható le, hogy a szimulációkban alkalmazott mikroszkopikus (részecskék közötti) súrlódási együttható értékétől hogyan függött a makroszkopikusan mérhető effektív súrlódás.



2.12. ábra. (a) A nyírási zóna (pirossal) a két különböző effektív súrlódású réteg határán (zölddel) irányt változtat. Ez matematikailag a fénytörés jelenségéhez hasonlóan írható le. (b) A beesési szögek szinuszának hányadosa a réteghatár szögének (η) függvényében, és (c) az effektív súrlódási együttható (μ_{eff}) a részecskék közötti mikroszkopikus súrlódási együttható (μ) függvényében. Unger Tamás numerikus szimulációi [70].

A 4.2 szakaszban bemutatandó méréseim célja egyrészt ennek a – rétegzett szemcsés anyagban megfigyelhető – zónatörési jelenségnek a kísérleti kimutatása, másrészt pedig a jelenségkör kicsit általánosabb vizsgálata volt. Ebben a munkában segítségemre volt Szabó Balázs diplomamunkás és doktorjelölt [69, 71].

2.4. Anizometrikus részecskéket tartalmazó anyagok folyása

Tágabb értelemben, az elnyújtott alakú alkotóelemeket tartalmazó anyagok folyására nagyon széles méretskálán találhatunk példákat: a folyón úsztatott farönkök, a makroszkopikus szemcsés anyagok (pl. búza, rizs), a mikrométer nagyságú baktériumok vagy a nanorészecskés rendszerek, ill. atomi skálán a hosszúkás molekulák alkotta folyadékok (pl. a nematikus folyadékkristályok). Fontos kérdés, hogy a folyás hatására hogyan rendeződnek az elnyújtott alakú alkotóelemek, és hogy ez hogyan hat vissza az anyag folyási tulajdonságaira (viszkozitására vagy effektív súrlódására). A felsorolt rendszerek nagyon különbözőek a részecskék kölcsönhatása szempontjából, és az esetleges rendeződés ellen ható termikus zaj mértékétől függően is. Mégis − mint majd látni fogjuk − a folyás hatására bekövetkező rendeződésnek vannak nagyon hasonló elemei.

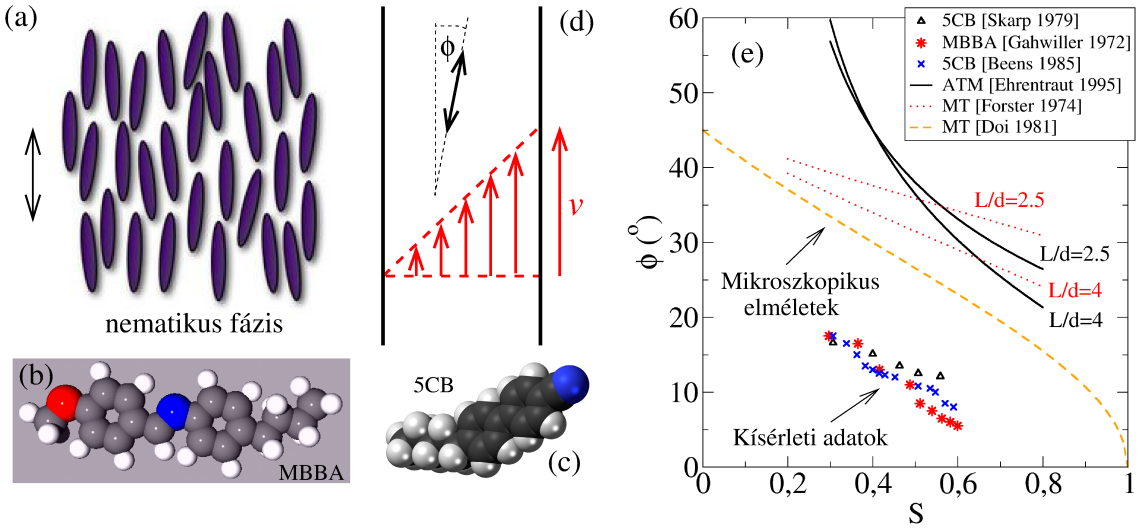
Érdekes módon, a folyás hatására kialakuló irányrendeződés szempontjából, a fenti rendszerek közül az egyik legrészletesebben tanulmányozott, a legkisebb alkotóelemekből (a molekulákból) álló nematikus folyadékkristályok esete. Ebben az elnyújtott alakú molekulák (pl. MBBA vagy 5CB, lásd 2.13(b)-(c) ábrák) egy bizonyos hőmérséklet-tartományban spontán irányrendezettséget mutatnak (lásd 2.13(a) ábra), de hely szerinti rendeződés nincs, tehát egy folyadékról van szó [72, 73]. Az irányrendezettséget egy nyom nélküli szimmetrikus $\boldsymbol{T}$ tenzor írja le:

$$T_{ij} = \frac{3}{2N} \sum_{n=1}^{N} \left[\ell_i^{(n)} \ell_j^{(n)} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right] \quad , \tag{2.5}$$

ahol $\vec{\ell}^{(n)}$ az n-edik részecske tengelyével párhuzamos egységvektor, és az összegzés minden (N) részecskére történik. Az S rendparaméter a $\boldsymbol{T}$ tenzor legnagyobb sajátértéke, párhuzamos molekulák esetén értéke 1, rendezetlen orientációjú rendszer esetén pedig 0. A nematikus fázis viszkozitását szintén egy tenzor írja le, melynek 6 nem nulla eleme van (α_1 .. α_6), ezeket Leslie-féle viszkozitási együtthatóknak nevezzük, közülük 5 független.

A nematikus folyadékkristályt nyírásnak kitéve azt tapasztaljuk, hogy a molekulák átlagos iránya nem folyásirányba mutat, hanem azzal egy kis ϕ szöget zár be (2.13(d) ábra). Ez a szög egy anyagi paraméter, nem függ a nyírási rátától, viszont függ az S rendparaméter értékétől, melyet a hőmérséklet változtatásával tudunk szabályozni. Amint azt a kísérleti adatok mutatják (2.13(e) ábra), S növelésével ϕ értéke csökken, tehát minél rendezettebb a rendszer, annál közelebb van a folyási orientáció a folyásirányhoz [74–76]. Több kutató is próbált mikroszkopikus alapokon nyugvó elméleti számolással becslést adni a $\phi(S)$ görbére, de amint az a 2.13(e) ábrán látható, ezek a próbálkozások eléggé különböző és a kísérleti adatoktól jóval nagyobb ϕ értékeket adtak [77–80]. A nehézséget az okozza, hogy míg a mikrosz-

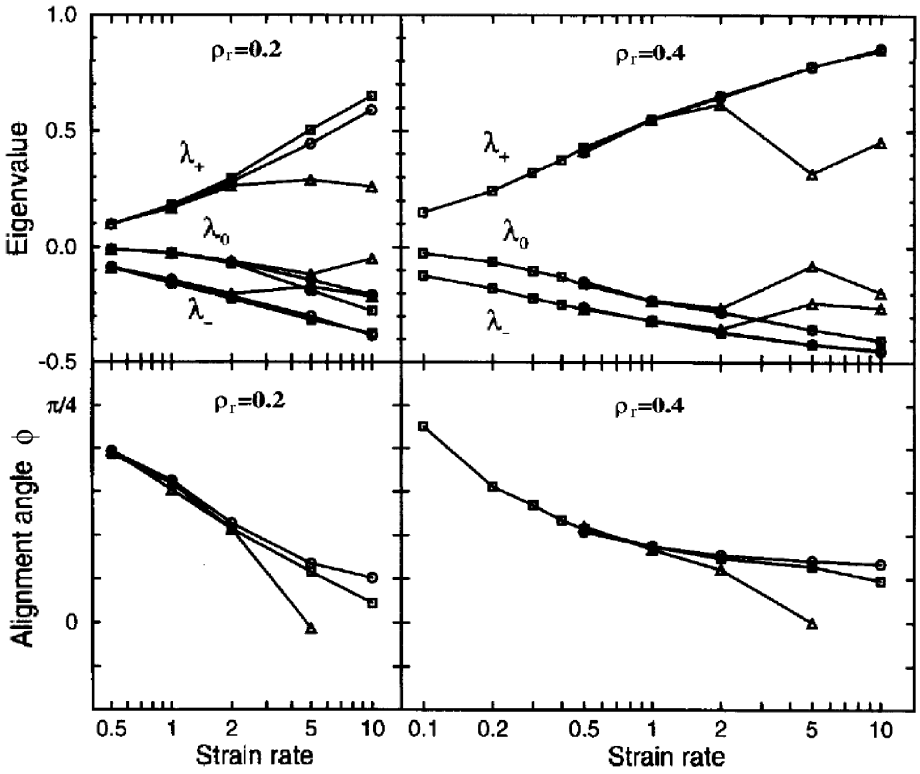
kopikus megközelítés jó becslést adhat a nagyobb viszkozitási paraméterekre, addig a folyási orientáció szögét, ami a nematikus kontinuumegyenletek alapján két kicsi viszkozitási paraméter hányadosaként adódik ($\tan^2\phi = \alpha_3/\alpha_2$) [72,73,81], csak igen nagy bizonytalansággal tudja becsülni.



2.13. ábra. (a) A nematikus fázisban az elnyújtott alakú molekulák irány szerint rendeződnek, de hely szerinti rendezettség nem alakul ki, (b)-(c) két példa a nematikus fázist mutató folyadékok alkotóelemeire: MBBA (N-(4-Methoxybenzylidene)-4-butylaniline) és 5CB (4-Cyano-4'-pentylbiphenyl), (d) a nyírásnak kitett nematikus folyadékkristályban a molekulák átlagos iránya nem folyásirányba mutat, hanem azzal egy kis (ϕ) szöget zár be, (e) a folyási orientáció („flow alignment") szöge a rendparaméter függvényében kísérletek, és mikroszkopikus elméletek alapján különböző hosszúság/szélesség (L/d) arányú alkotóelemek esetén.

Tekintsük most azt az esetet, amikor egy elnyújtott alakú alkotóelemeket tartalmazó rendszerben a termikus zaj akkora, hogy nem alakul ki spontán rendezettség. Ez lehet tisztán hosszúkás molekulákból álló folyadék (pl. MBBA vagy 5CB izotróp fázisban) vagy elnyújtott alakú részecskéket tartalmazó szuszpenzió is. Egy ilyen rendszert nyírásnak kitéve a részecskék irány szerint rendeződnek. Természetesen ez a rendezettség a nyírás abbamaradása után a termikus zaj következtében elmúlik, és az izotróp állapot visszaáll. A nyírás folyamán mind a rendezettség mértéke, mind pedig az orientációs szög függ a $\dot{\gamma}$ nyírási rátától. Kísérletileg a nyírás indukálta optikai anizotrópia (kettőstörés) megfigyelésére van lehetőség [82–84], de numerikus szimulációk segítségével több információt is megtudhatunk erről az esetről. Yuan $L/d = 5$ elnyújtottságú forgásszimmetrikus kemény ellipszoidokkal végzett nemegyensúlyi molekuladinamikai (NEMD) szimulációinak az eredményét láthatjuk a 2.14 ábrán két különböző relatív (egy sűrűn pakolt rendszer térkitöltésével normált)

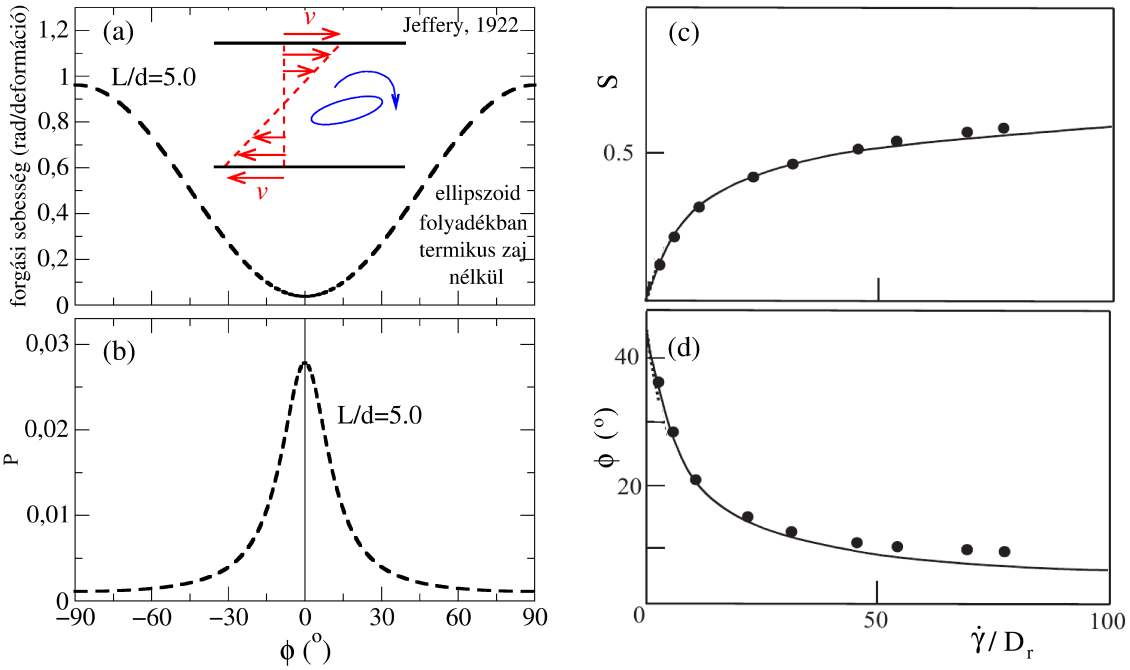
térkitöltés (ρ_r) esetére [85]. A rendezettséget leíró tenzor legnagyobb sajátértéke (itt λ_+-szal jelölve) szisztematikusan növekszik, míg az orientációs szög szisztematikusan csökken a nyírási ráta növelésével.



2.14. ábra. Nyírás indukálta rendeződés izotróp rendszerben. Az $L/d = 5$ elnyújtottságú, forgásszimmetrikus kemény ellipszoidokkal végzett nemegyensúlyi molekuladinamikai (NEMD) szimulációk eredménye termikus zaj jelenlétében. A rendezettséget leíró tenzor három sajátértéke (λ_+, λ_0 és λ_-), valamint az átlagos orientációs szög (ϕ) a nyírási ráta függvényében két különböző ρ_r térkitöltés mellett Yuan és Allen számolásai alapján [85].

A szuszpenziók esetét tekintve érdemes a kis koncentrációjú határesetet venni, amikor a részecskék közötti kölcsönhatás elhanyagolható. Termikus zaj hiányában, a lamináris határesetben a probléma analitikusan kezelhető, amit Jeffery 1922-ben meg is tett [86]. Számításainak eredménye azt mutatja, hogy a nyírásnak kitett viszkózus folyadékba helyezett kemény ellipszoid nem egyenletes sebességgel forog. A forgási sebesség lecsökken, amikor az ellipszoid hossztengelye párhuzamosan áll a folyásiránnyal, és megnő, amikor merőleges arra (2.15(a) ábra). Ennek megfelelően az ellipszoid irányának valószínűségeloszlásában a $\phi = 0$ értéknél maximum figyelhető meg (2.15(b) ábra). Tehát az ellipszoid átlagos iránya a folyásiránnyal megegyező. A termikus zaj megjelenésével – melyet a D_r rotációs diffúziós együttható növekedésével írhatunk le – ez a kép megváltozik és a részecske átlagos iránya

nem folyásirányba mutat. Ezt a változást számszerűsíti a 2.15(c)-(d) ábra, ahol a nyírási ráta és a rotációs diffúziós együttható hányadosának ($\dot{\gamma}/D_\mathrm{r}$) függvényében ábrázoltuk a rendparamétert és az átlagos szöget Winkler és Dhont munkái alapján [87,88]. A termikus zaj növelése $\dot{\gamma}/D_\mathrm{r}$ csökkenését jelenti, és a ϕ átlagos orientációs szög növekedését, valamint az S rendezettség csökkenését okozza. A másik határesetben – a termikus zaj eltűnésével – visszakapjuk a Jeffery-féle megoldáshoz tartozó rendparamétert és a folyás irányába mutató átlagos szöget ($\phi = 0$) [87, 88].

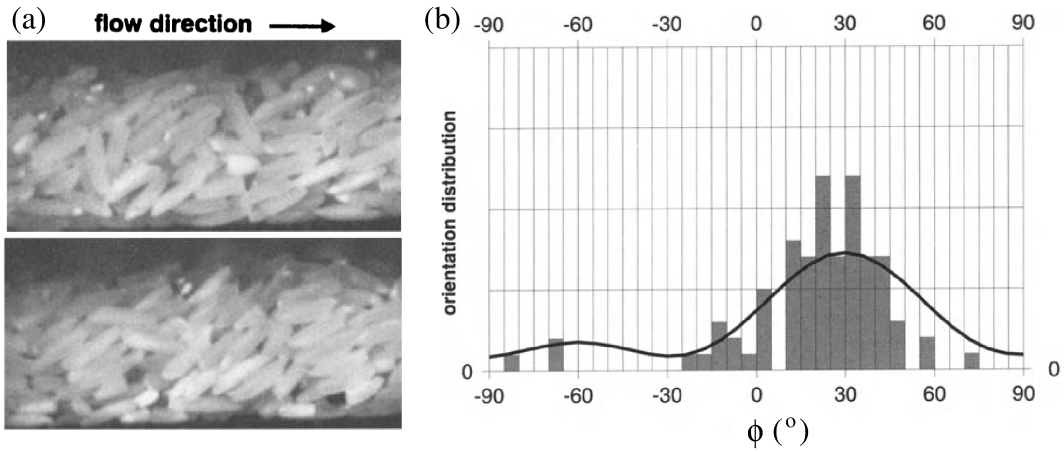


2.15. ábra. (a) A nyírásnak kitett viszkózus folyadékba helyezett kemény ellipszoid forgási sebessége az ellipszoid irányának függvényében Jeffery analitikus számolása alapján [86], termikus zaj nélkül. A forgás akkor a leglassabb, amikor az ellipszoid hossztengelye a folyásiránnyal párhuzamos. (b) Az ellipszoid irányának valószínűségeloszlása. (c)-(d) A termikus zaj megjelenésével ($D_\mathrm{r} > 0$) az átlagos orientációs szög $\phi > 0$ és a zaj növekedésével növekszik, miközben az S rendezettség csökken [87, 88].

A fentiekből tehát látható, hogy mind a nematikus fázisban, mind a hosszúkás molekulákból álló anyag izotróp fázisában, mind pedig egy egymással nem kölcsönható elnyújtott részecskéket tartalmazó (híg) szuszpenzióban megfigyelhető, hogy nyírás hatására a részecskék irány szerint rendeződnek, és az átlagos irányuk nem a folyásirányba mutat. Ennek az ún. nyírási orientációnak a folyás irányával bezárt szöge az S rendezettség növekedésével csökken, függetlenül attól, hogy S értékét függetlenül tudjuk szabályozni (nematikus fázis), vagy pedig azt is a nyírás határozza meg (izotróp fázis, híg szuszpenzió).

dc_1586_18

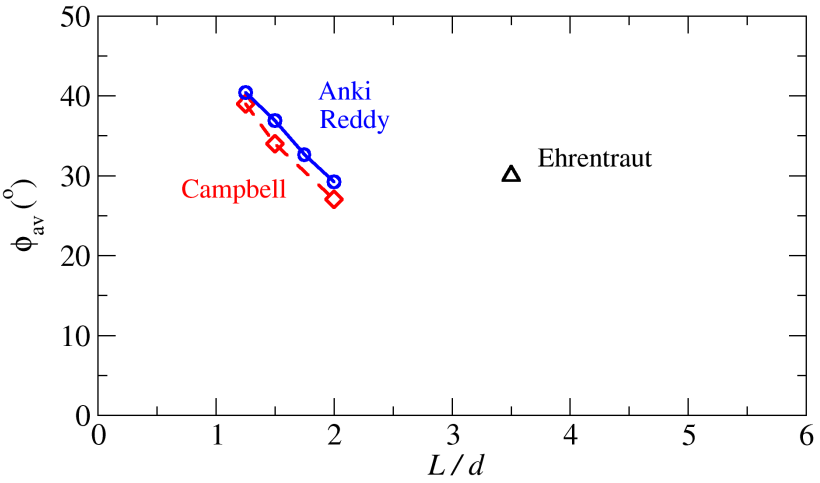
Ezek után tekintsük a makroszkopikus részecskékből álló száraz szemcsés anyagra vonatkozó előzményeket. Elnyújtott alakú részecskék esetén itt is várható nyírás hatására kialakuló rendeződés. A molekuláris rendszerekhez hasonló termikus zaj, ami a rendeződés ellen dolgozna, vagy a nyírás abbamaradtával azt eltűntetné, nincs. De ettől még a jelenség függhet a nyírási rátától, mivel mind a két összetevője, az S rendezettség és a ϕ orientációs szög is a nyírás hatására alakul ki. A száraz szemcsés anyagokban kialakuló folyási (nyírási) rendeződést kísérletileg az egyik fent említett (nematikus) modellt kidolgozó kutató próbálta céltudatosan meghatározni [89]. Kísérleteiben egy $L/d = 3,5$ elnyújtottságú rizsszemekből álló szemcsés rendszert figyelt meg lejtőn folyás közben. A szemcsékről készült felvételeket és a hossztengelyük folyásiránnyal bezárt szögének az eloszlását a 2.16 ábrán láthatjuk. A szerző az elég kevés adatot tartalmazó statisztikából arra jutott, hogy az átlagos orientációs szög 30° körüli, és megfogalmazása szerint jó egyezést mutat a modellje által jósolt, kicsivel 40° alatti értékkel [89].



2.16. ábra. (a) A lejtőn folyó rizsről készült felvételek oldalnézetből Ehrentraut munkája alapján [89]. (b) A szemcsék hossztengelyének irány szerinti eloszlása a folyás irányához viszonyítva.

Kétdimenziós numerikus (diszkrét elem) szimulációkban elnyújtott alakú részecskék nyírását Cleary tanulmányozta [90], és azt találta, hogy a két határoló fal között kialakuló nyíró áramlás (azaz a térkitöltés és a sebességgradiens) erősen inhomogénné vált, miközben a rendszer nyírással szembeni ellenállása jelentősen megnőtt. Ez a szimuláció „spring-dashpot" modellt használt, azaz nem teljesen kemény részecskéket tartalmazott, és a részecskék között tartós kontakterők is megjelenhettek. Ugyancsak kétdimenziós esemény-hajtott (event driven) szimulációkban, Anki Reddy és munkatársai csak pillanatszerű ütközésekkel kölcsönható kemény részecskékből (két, átfedéssel egymáshoz ragasztott körből) álló rendszert vizsgáltak periodikus határfeltétel mellett [91]. Ennek következtében homogén nyíró áramlást kaptak, és számszerűsíteni tudták a kialakuló irányrendezettséget. A részecskék el-

nyújtottságát 1, 2-ről 2-re növelve az átlagos orientáció 40°-ról 29°-ra csökkent (lásd 2.17 ábra). Az első háromdimenziós numerikus vizsgálatot Campbell végezte forgásszimmetrikus ellipszoidokat tartalmazó diszkrét elem szimulációi segítségével, és ez a 2D szimulációkhoz igen hasonló orientációs szöget adott [92] (2.17 ábra).

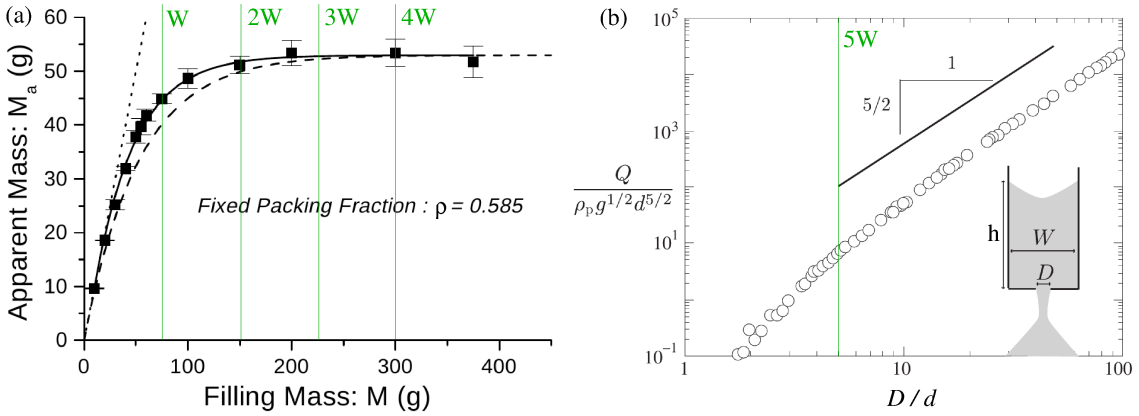


2.17. ábra. A szemcsés rendszerben kialakuló nyírási orientácós szög a részecskék elnyújtottságának (L/d) függvényében kétdimenziós „event driven" szimulációk (Anki Reddy [91]), háromdimenziós diszkrét elem szimulációk (Campbell [92]) és rizzsel végzett kísérletek (Ehrentraut [89]) alapján.

A 5.1 szakaszban bemutatandó méréseimben azt tűztem ki célul, hogy a fenti kísérleti előzményeknél sokkal jobb statisztikával határozzam meg a nyírásnak kitett, elnyújtott alakú részecskékből álló, száraz szemcsés anyagban megfigyelhető orientációs rendeződést. További célom volt annak vizsgálata, hogy ez egy széles ($1 < L/d < 5$) tartományban miként függ a részecskék elnyújtottságától, ill. hogyan függ a nyírási rátától, és hogy miként befolyásolja az anyag effektív súrlódását. Mivel a részecskék egyenként követhetők, célom volt a forgásuk nyomon követése is, és a viselkedésük összevetése a Jeffery-féle eredményekkel. Ebben a munkában Szabó Balázs doktorjelölt [69] és Törös Gábor diplomamunkás [93] volt segítségemre.

2.5. Szemcsés anyag tartályban

A bevezetőben említettük, hogy a tartályba helyezett szemcsés anyagban kialakuló erőláncok a tartály falára terhelik az anyag súlyának egy részét. Ezt először Janssen vizsgálta szisztematikusan [13, 14], megerősítve Huber-Burnand [94], Hagen [95, 96], és Roberts [97] korábbi méréseit. Heurisztikus modellje szerint, a silóban elhelyezkedő szemcsés oszlopot képzeletben vízszintes szeletekre bontva, nyugalomban minden egyes szeletre ható erő a fölülről ránehezedő p_z nyomásból, a saját súlyából és a siló falával vett súrlódási kölcsönhatásból ($\mu p_r = \mu K p_z$) származó erő összegéből adódik. Amint látható, a folyadékoktól eltérően, a radiális p_r és függőleges p_z nyomás nem azonos, hanem a köztük lévő összefüggést egy K arányossági tényező adja meg. Ezekből az következik, hogy a tartályt fokozatosan töltve, az alján mért p_z nyomásnak exponenciális módon egy konstans értékhez kell tartania. A mérések szerint, melyekre egy példa a 2.18(a) ábrán látható [98], a Janssen-modell jó közelítéssel írja le a silóban megfigyelhető nyomásviszonyokat. Ha pontosítani akarunk, Vanel és munkatársai szerint a kifejezést egy lineáris taggal érdemes kiegészíteni [98], ami szerint így a siló alján mért nyomás a töltés során először a folyadékokhoz hasonló módon lineárisan nő, majd ez átcsap a fent leírt exponenciális telítődésbe (2.18(a) ábra).



2.18. ábra. (a) Janssen-effektus: egy hengeres siló alján mért látszólagos súly a betöltött anyag súlyának függvényében exponenciálisan tart egy konstans értékhez. A pöttyözött vonal a folyadékok esetében ismert lineáris viselkedést mutatja, a szaggatott vonal a Janssen-modell szerinti egyszerű exponenciális illesztés, míg a folytonos vonal egy kombinált (lineáris + exponenciális) illesztés eredménye. A töltési magasságot zöld függőleges vonalak jelzik silóátmérő (W) egységben. A kísérleteket egy $W = 40$ cm átmérőjű silóban $d = 2$ mm átmérőjű üveggolyókkal végezték. Vanel és munkatársai munkája alapján [98]. (b) Beverloo-féle folyási törvény silókra: az egységnyi idő alatt kifolyó anyagmennyiség Q a kifolyó nyílás átmérője D függvényében hatványfüggést mutat, az exponens értéke 5/2. Mankoc munkája alapján [8, 101].

Egy következő kísérleti munkában azt vizsgálták, hogy a fal menti súrlódó kontaktusok mobilizálása esetén is megmarad-e a fent leírt viselkedés. A fenti kísérleti vizsgálatokhoz hasonlóan a szemcsés anyag itt is $d = 2$ mm átmérőjű üveggolyókból állt, a modell siló pedig egy $W = 3$ cm átmérőjű üvegcső volt. A kísérletek során ezt az üveghengert húzták állandó v sebességgel fölfele, és megmérték, hogy a siló fenekére (mely nem mozgott) mekkora súly terhelődött. Azt találták, hogy ez a húzási sebességtől függetlenül nagyon jól egybevágott a Janssen-modell alapján várható értékkel, körülbelül $h = W$ töltési magasságnál telítésbe ment, és nem függött a húzási sebességtől (a $0,02 < v < 20$ mm/s tartományban) [99].

Az ipari alkalmazások szempontjából a másik fontos kérdés, hogy a siló alján milyen sebességgel folyik ki az anyag egy adott D nyílásméret esetén. Ez a h töltési magasságtól lényegében függetlennek adódott, ami arra engedne következtetni, hogy ez közvetlenül összefüggésbe hozható a Janssen-effektussal: elég magas tartály esetén a kifolyó nyílásnál mérhető nyomás nem függ h-tól. Összehasonlításképpen, egy newtoni folyadékkal töltött tartály alján mért folyási ráta folyamatosan csökken a h csökkenésével, mivel a folyási ráta a hidrosztatikai nyomás függvénye. A szemcsés rendszerekkel végzett kísérletek azonban azt mutatták, hogy a folyási ráta nem csak h értékétől független, hanem nem túl kicsi henger esetén annak W átmérőjétől sem függ (számszerűen $W > 2.5D$, ill. $W > D + 30d$ esetében [100, 101]). Az első jól dokumentált szemcsés kísérleteket Hagen végezte [95, 96], akinek a nevéhez a jól ismert Hagen-Poiseuille-törvény is kötődik, mely egy csövön átfolyó folyadék folyási rátáját adja meg lamináris áramlás esetén, és segítségével egy ismeretlen viszkozitású folyadék viszkozitása meghatározható [102]. Hagen szemcsés anyagok silóból való kifolyására vonatkozó mérései [95,96], majd Beverloo későbbi munkája [103] azt mutatta, hogy az egységnyi idő alatt kifolyó tömeget a következő összefüggés adja meg: $Q = C\rho\sqrt{g}(D - kd)^{5/2}$, melyre Beverloo-féle folyási törvényként szokás hivatkozni (lásd 2.18(b) ábra). Ebben ρ a szemcsés anyag sűrűsége, a C paraméter pedig többek között az anyag belső súrlódását veszi figyelembe, értéke 0,5-0,6 körül szokott lenni. Az 5/2-es hatványfüggés dimenzióanalízissel is megkapható: ha ugyanis abból indulunk ki, hogy az egyetlen méretskála, ami a kifolyási sebességre hatással van, a nyílás D mérete, a kifolyó részecskék sebessége $v \sim \sqrt{gD}$ kell legyen [7]. Ehhez az a fizikai kép társítható, hogy a részecskék a silóban egymással súrlódva lassan ereszkednek, és ha elérik a nyílás fölé rajzolt félgömb (vagy parabola) alakú tartományt (aminek tipikus mérete D), akkor kipottyannak, így a szabadeséssel elért sebességük arányos $\sqrt{gD}$-vel [104–107]. Mivel a kifolyó nyílás felülete D^2-tel arányos, a tömegáramra a $Q \sim D^{5/2}$ (ill. kétdimenzióban a $Q \sim D^{3/2}$) hatványfüggés adódik. A Beverloo-törvényben megfigyelhető korrekció $Q \sim (D - kd)^{5/2}$ pedig szemléletesen úgy értelmezhető, hogy azok a szemcsék tudnak könnyen átesni a nyíláson, amelyek tömegközéppontja a nyílás fölött van, azaz az effektív nyílásméret a valósnál kicsit kisebb, az ezt leíró k illesztési paraméter a részecskealaktól függően 1-3 közé esik.

A folyási rátára vonatkozó újabb, pontosabb kísérleti eredmények kicsi, de szisztematikus eltérést mutatnak a Beverloo-féle folyási törvénytől, ami különösen kis nyílásméretnél ($D < 5d$) nyilvánvaló (lásd 2.18(b) ábra), amikor is a folyási sebességben, ill. a sűrűségben mérhető fluktuációk felerősödnek, ami az időátlagolt sűrűség csökkenéséhez vezet. Mankoc, Janda és munkatársaik kimérték, hogy D csökkenésével hogyan csökken a kifolyó nyílásban mérhető időátlagolt ρ_{ny} sűrűség és kimutatták, hogy ezt figyelembe véve a $Q \sim \rho_{\mathrm{ny}}\sqrt{g}D^{5/2}$ már igen jól illeszkedik a kísérleti adatokra [101, 108].

Egy további alapvető kérdés, hogy gömb alakú részecskékhez viszonyítva az elnyújtott részecskék esetében nagyobb vagy kisebb folyási ráta mérhető. Ahhoz, hogy ez összehasonlítható legyen, a nem gömb alakú részecskékre be kell vezetni egy effektív részecskeátmérőt (d^*), amire a legelfogadottabb választás a részecske térfogatával megegyező térfogatú gömb átmérője. Diszkrét elem szimulációk eredményei azt mutatták, hogy a legegyszerűbb esetben, kétdimenziós rendszert véve súrlódás nélküli részecskékkel, a folyási ráta az elnyújtott részecskék esetére adódott nagyobbnak [109], míg súrlódó részecskékkel épp fordítva, azaz a gömb alakú részecskékkel mértek nagyobb folyási rátát [110, 111]. Realisztikusabb, háromdimenziós szimulációkat is többen végeztek [109, 112, 113]. Ezekben súrlódásmentes gömbökkel és kapszula alakú részecskékkel („spherocylinder") egyforma folyási ráta adódott [109], míg az ellipszoidokkal (akár elnyújtott, akár lapított) végzett egyik munkában kisebb folyási rátát mértek [112], egy másikban pedig [113] lapított ellipszoidokkal épp nagyobb folyási ráta adódott a gömbök esetéhez viszonyítva. Tehát ezek alapján a numerikus eredmények alapján kirajzolódó kép nem teljesen koherens.

2.5.1. Folyási tér jellemzői silóban

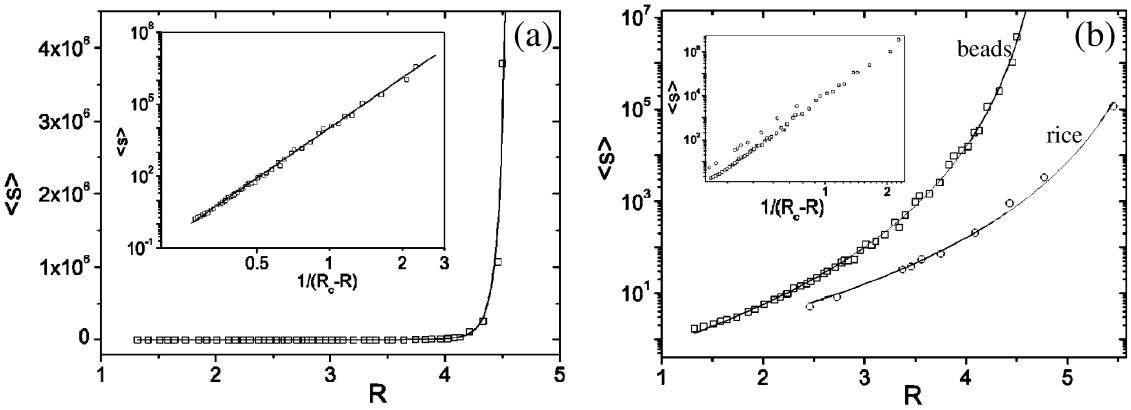
A silóban ereszkedő és abból kifolyó anyag mozgásának fizikai leírása attól válik igen összetetté, hogy a folyás sok esetben sem térben, sem időben nem állandó. Azaz egyrészt még a kifolyó nyílástól jóval fentebb sem egyforma sebességgel ereszkedik az anyag, hanem a siló közepén gyorsabban, mint a falak mellett, másrészt pedig időben fluktuáló sebességgel. A relatív sebességfluktuációk $\delta v/v$ nagysága kis nyílásméret esetén a nyílásméret csökkenésével nő, ami együtt jár a torlódás (bedugulás) valószínűségének növekedésével.

A torlódás (bedugulás) valószínűségének vizsgálatára a legjobb statisztikai elemzésnek a bedugulások között kifolyt anyagmennyiség valószínűségeloszlásának meghatározása bizonyult. Ilyen méréseket többen is végeztek [114–116], ezek közül az egyik [114] eredménye a 2.19 ábrán látható, melyen a bedugulások között kifolyt átlagos részecskeszámot $\langle S\rangle$ láthatjuk a dimenziótlan nyílásméret $R = D/d$ függvényében. Megfigyelhető, hogy D/d növelésével $\langle S\rangle$ igen hirtelen növekszik meg. Az adatokat az $\langle S\rangle = A/(R_{\mathrm{c}} - R)^{\gamma}$ függvénnyel illesztették, ami azt jelenti, hogy a

dc_1586_18

bedugulás valószínűsége egy kritikus nyílásméret (R_c) fölött 0, azaz ekkor a siló soha nem dugul be. Az is megfigyelhető, hogy rizs esetén a kritikus nyílásméret nagyobb ($R_c = 6,15$), mint az üveggolyókkal végrehajtott mérésekben ($R_c = 5$).

A fenti megközelítés gyengéje, hogy nem nagyon van fizikai modell, ami akár az R_c, akár a γ értékeit jósolni tudná. Thomas és Durian viszont statisztikus fizikai megfontolásokkal arra jutott, hogy a nyílás fölötti véges térrészben lévő részecskék összes mikroállapotai között a nyílásméret növekedésével exponenciálisan csökken a bedugulást jelentő mikroállapotok aránya [115, 116]. Ebből következően az $\langle S\rangle(R)$ eloszlást is egy exponenciális függvénnyel illesztették, ami azt jelenti, hogy a bedugulás valószínűsége akármilyen nagy nyílásméret esetén sem csökken nullára.



2.19. ábra. Kis nyílásméret esetén a folyás időnként megakad (torlódás). Ennek valószínűségét az egymást követő torlódások között kifolyt átlagos részecskeszám $\langle S\rangle$ jelzi, ami egy kritikus dimenziótlan nyílásméretnél (R_c) hirtelen megnő (azaz a torlódás valószínűsége hirtelen lecsökken). Az (a) panel üveggolyók, míg a (b) panel üveggolyók és rizs esetén mutatja $\langle S\rangle$ értékét a dimenziótlan nyílásméret $R = D/d$ függvényében. A kísérleti adatokat az $\langle S\rangle = A/(R_c - R)^\gamma$ függvénnyel illesztették, ami egy viszonylag nagy exponens értéket ($\gamma = 6,9$) adott, valamint megadta az R_c kritikus nyílásméretet, ami fölött nem alakul ki torlódás. Az illesztés üveggolyókra $R_c = 5$, míg rizsre $R_c = 6,15$ értéket adott. Zuriguel munkája [114].

Mivel az $\langle S\rangle(R)$ görbe (akár exponenciális, akár hatványfüggvénnyel illesztjük) igen hirtelen emelkedik, azt gondolhatnánk, hogy gyakorlati szempontból nincs különösebb különbség a fenti két megközelítés között. Azonban fontos kérdés (a földrengések előrejelezhetőségéhez hasonlóan), hogy egy konkrét bedugulást meg tudunk-e előre jósolni. Azaz a folyási paraméterek (fluktuációk) precíz monitorozásával előre lehet-e látni, hogy hamarosan torlódás következik. Thomas és Durian statisztikus megfontolásai alapján ez nem lehetséges, és ők maguk kiterjedt elemzést végeztek, hogy a torlódás esetleges előjeleit megtalálják, de egyelőre ilyet nem találtak, ami szerintük a modelljük helyességét igazolja [117].

A folyás térbeli jellemzőit számos munkában vizsgálták. A Litwiniszyn és Mullins által használt ún. vakanciamodell (*„void model"*) [118, 119] szerint a részecskék az alattuk megüresedő lyukakba hullanak bele, azaz az áramlás úgy is leírható, mint a vakanciák fölfelé irányított véletlen bolyongása (*„random walk"*). Ennek a továbbgondolásaként született a Nedderman és Tüzün által bevezetett kinematikus modell [120]. Érvelésük szerint az, hogy a folyás során egy szemcse vízszintes irányban milyen mértékben mozdul el, közvetlen kapcsolatban van a függőleges sebesség vízszintes síkban mért gradiensével (lásd 2.20(a) ábra). Ha a legegyszerűbb kétdimenziós esetet nézve, a függőleges (v_z) és a vízszintes (v_x) sebességkomponensek között a legegyszerűbb összefüggést vesszük és feltételezzük, hogy az anyag összenyomhatatlan:

$$v_x = -b\frac{\partial v_z}{\partial x}, \qquad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \tag{2.6}$$

akkor a v_z sebességkomponens térbeli változására egy diffúziós egyenletet kapunk:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = b\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2}, \tag{2.7}$$

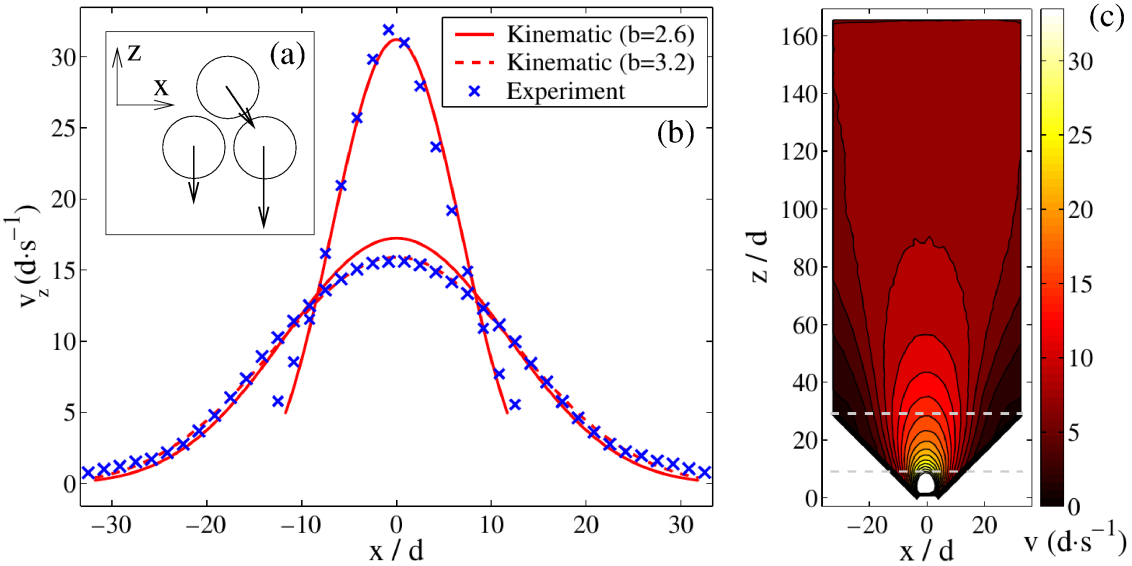
ami a vakanciamodellhez hasonlóan egy Gauss-féle sebességprofilra vezet:

$$v_z = -\frac{c}{\sqrt{4\pi b z}} \exp\left(-\frac{x^2}{4bz}\right) \tag{2.8}$$

Gömb alakú részecskékkel több kísérleti vizsgálat is elemezte a sebességtér természetét, és ugyan a sebességprofil jól illeszthető volt a Gauss-függvénnyel [121–123] (lásd 2.20(b)-(c) ábra), mind a kísérleti adatok, mind pedig a diszkrét elem szimulációk eredményei kissé eltértek a fent leírt egyszerű modellek jóslataitól [124, 125]. A diffúziós modellben szereplő b diffúziós együttható ugyanis függött a kifolyó nyílástól mért távolságtól [121, 122, 126]. Bazant és Rycroft komplexebb modellje többrészecskés tartományok kollektív elmozdulását, átrendeződését feltételezte (*spot model*), ami egy új méretskálát (*spot size*) vitt a rendszerbe, és így a diszkrepanciák egy részét föloldotta [127, 128]. Ezt az ötletet fejlesztette tovább Kamrin az ún. *sztochasztikus folyási modelljében* [129, 130], ill. a *nemlineáris elaszto-plasztikus modelljében* [131], melyek képesek voltak egyidejűleg kezelni a folyó és álló (stagnáló) tartományokat. Egy további munkában Staron és munkatársai azt találták [134], hogy egy numerikus kontakdinamikai számolás eredményeképpen kapott sebességprofilokat reprodukálni lehet egy a Navier-Stokes-egyenleteket megoldó numerikus programcsomaggal, ha annak az üveggolyókra kapott kísérleti $\mu(I)$ görbének [132, 133] megfelelő reológiai viselkedést adnak meg.

A nem gömb alakú részecskék esetére kevesebb szisztematikus vizsgálat ismert. A sebességprofilokat meghatározták ugyan amaránt magokkal, ill. $L/d = 1$ elnyújtottságú henger alakú részecskékkel végzett laboratóriumi kísérletekben, de nem illesz-

tettek rá függvényt [135, 136]. Egy kétdimenziós silóban $L/d = 1,3$ elnyújtottságú ellpiszisekkel végzett kísérletekben kapott sebességprofilokat – melyek ugyan elég zajosak voltak – Gauss-függvénnyel illesztették [137]. Újabb mérésekben az amaránt magokkal kapott sebességprofilra a parabolikus illesztés jobb egyezést adott, mint a Gauss-függvény [138]. Kukoricaszemekhez hasonló alakú részecskékkel végzett diszkrét elem szimulációkban a siló közepében nagyobb folyási sebesség alakult ki, mint gömb alakú részecskék esetében, de a sebességprofilokat nem elemezték részletesebben [139, 140].



2.20. ábra. (a) Nedderman és Tüzün kinematikus modellje szerint a részecskék vízszintes irányú sebessége a függőleges sebesség vízszintes irányú gradiensével arányos [120]. (b)-(c) Ez Gauss-féle $v_z(x)$ sebességprofilra vezet, amit gömb alakú részecskékkel végzett kísérletekben többen igazoltak. A (b) panelen Choi mérései láthatók, melyben két magasságban vette fel a sebességprofilokat, ezeknek a helye a (c) panelen szaggatott vonallal van jelezve [122]. A Gauss-féle illesztés különböző magasságban különböző értéket adott a b diffúziós együtthatóra.

A 6.1 szakaszban bemutatott méréseim egyik célja az volt, hogy egy kvázi-kétdimenziós tartályban szisztematikusan megvizsgáljam, hogy a folyási tér alakja és időbeli fluktuációi hogyan függenek a részecskék alakjától gömb és elnyújtott alakú részecskék esetén, és számszerűsítsem a folyási tér Gauss-függvénytől való esetleges eltéréseit. A másik cél egy háromdimenziós silóban ereszkedő, elnyújtott részecskékből álló szemcsés rendszerben kialakuló részecskeorientációk meghatározása volt tomográfiás (CT) mérések segítségével. Ebben a munkában Szabó Balázs doktorjelölt és Kovács Zsolt diplomamunkás [141] volt segítségemre.

2.5.2. Rezonanciajelenségek - siló zene

A folyási tér időbeli fluktuációi kapcsán ipari környezetben kétféle jelenséget is dokumentáltak, melyeket aztán laboratóriumi környezetben is vizsgáltak. Ezek szerint a szemcsés anyagok tartályból való lassú kifolyásakor előfordulhatnak folyamatos rezgések, amelyeket egy alacsony frekvenciájú (50-200Hz) erős hang is kísérhet („silo music" vagy „silo honking") [19–23, 142], vagy egymást ritkábban követő lökéshullámok („silo quaking") is [19, 143–145]. Az első jelenség (siló zene) általában fémből készült (alumínium vagy acél) silókban fordul elő, és amellett, hogy a hangerősség elérheti a 100-110 dB-t [20, 22] (tehát zavaró lehet a környezetre), a nagy méretű hengeres tartályok rezgései előidézhetik a szerkezet gyengülését is.

Ezekkel a jelenségekkel a mérnökök már régen is szembesültek, és sikerült is különböző technikákat kidolgozniuk, amelyekkel a rezgések hatékonyan lecsökkenthetők [20]. Ilyen például elsősorban a fal belső felületének érdessé tétele vagy különböző − az áramlási teret módosító − terelők beépítése. A rezonancia kialakulásának pontos mechanizmusa azonban feltáratlan maradt, és az utóbbi időben a fizikusok érdeklődési körébe került. Mind valós silókban, mind pedig kicsinyített laboratóriumi méretű rendszereken végeztek méréseket, és az így kapott adatokat numerikus szimulációkkal is összehasonlították [20–23, 142, 146, 147]. Ezen munkák során több lehetséges tényező előkerült mint a jelenség okozója.

- Az egyik magyarázat szerint [21, 22, 142] a fal mellett haladó részecskék a fallal való súrlódás következtében periodikusan megtapadva és megcsúszva („stick-slip") haladnak lefelé. Két szilárd anyag egymáson való csúszásakor ez nem ritka jelenség − elég csak az ajtónyikorgásra gondolni.

- Egy másik magyarázat szerint a jelenség a folyó szemcsés anyag és a siló szerkezetének dinamikus kölcsönhatásának eredményeképpen jön létre, ahol is a rezgések az alsó ún. átmeneti zónából származnak, ahol a föntről párhuzamosan futó áramvonalak konvergálnak az alsó nyílás irányába [23, 146, 147]. Ebben a tartományban a falakra eső terhelés időben periodikusan változik, ami gerjesztheti a siló szerkezetének sajátmódusait.

Laboratóriumi mérésekben piezoelektromos gyorsulásmérők és mikrofonok segítségével vizsgálták a rezgések frekvenciaspektrumát [21, 23, 142, 146, 147] és az adatokat összevetették a silószerkezet számolt sajátfrekvenciáival [147], ill. a szemcsés anyag elektromos kapacitív tomográfiával mért sűrűségingadozásaival [23, 146]. A silóban folyó anyagban létrejövő lökéshullámokat optikai úton is próbálták detektálni [144] elég alacsony frekvenciával (8.3 kép/s). Itt a hullámok frekvenciája 1 Hz körül volt, ami lényegesen (2-4-szer) lassabb volt, mint a siló falának rezgései, így itt közvetlen rezonancia nem lépett fel. Sőt, a szemcsék megcsúszása ugyanabban

dc_1586_18

a fázisban történt a siló nagy részében, így itt hullámterjedés nem volt vizualizálható. Ez ellentétben áll mások méréseivel [143,145], ahol a lökéshullámot a szemcsék közé helyezett gyorsulásmérővel detektálták, és kimutatták, hogy az egy jól meghatározott sebességgel és növekvő amplitúdóval felfelé haladt a silóban. Visszatérve a rezonáns esethez, az általam végzett mérésekkel kb. egy időben piezoelektromos szenzorok segítségével itt is megfigyeltek az anyagban felfelé haladó hullámokat [148], amiknek a sebességét a különböző magasságokban egyformának találták. Arra a következtetésre jutottak, hogy a rezonáns viselkedés a szemcsék fallal való súrlódása (mint egy erősítő mechanizmus) következtében jön létre, és az alsó átmeneti zónának nem tulajdonítottak jelentőséget. Ez ellentmond annak, hogy az átmeneti zóna geometriájának változtatásával lényegesen csökkenthető a rezonancia [147].

A 6.2 szakaszban bemutatott kísérleti vizsgálataimban azt tűztem ki célul, hogy a mások által használt mérési technikákat (mikrofonos felvételek, piezoelektromos rezgésmérés) gyors kamerás mérésekkel kiegészítve, komplex módon vizsgáljam meg ezt a jelenséget, és a különböző módszerek eredményeit összevetve próbáljak minél teljesebb képet alkotni róla. Ebben a munkában Kovács Zsolt diplomamunkás [141, 149] volt segítségemre.

2.6. A mérési módszerek rövid áttekintése

Az eddig leírtak mutatják, hogy a szemcsés rendszerek folyási tulajdonságairól igen sokféle mérési elrendezés és módszer segítségével gyűjthetünk információkat. A munkám során a következő elrendezéseket használtam: szemcsés folyás lejtőn és tartályban (három- és kvázi-kétdimenziós esetek), valamint nyírásnak kitett anyagok viselkedése a hengeres vagy lineáris osztott aljú nyíró cellában. Ezekről a rendszerekről többféle technikával gyűjtöttem adatokat: optikai digitális képfelvételek (leggyakrabban gyors kamerával a néhány 100 - néhány 1000 fps tartományban), röntgentomográf (CT), mágneses rezonancia képalkotás (MRI), valamint a folyás során kialakuló rezgések vizsgálatára mikrofonos és piezoelektromos rezgésdetektoros mérések segítségével. Az egyes mérési elrendezéseket a fenti technikák méretkorlátait figyelembe véve állítottam össze, és úgy méreteztem, hogy az eszközök felbontását optimálisan használjam ki. A vizsgált minták kiválasztása (szemcsék mérete, anyagi minősége) is a fenti szempontok figyelembevételével történt. Az eredmények bemutatása (3-6. fejezetek) mindig az aktuális mérésben használt anyagok és a mérési elrendezés fontosabb paramétereinek leírásával kezdődik.

A mérések során készült felvételeken – függetlenül attól, hogy optikai vagy tomográfiás módszerrel készültek – a feladat legtöbbször a folyási tér meghatározása, ill. bizonyos esetekben maguknak a részecskéknek az azonosítása (elnyújtott részecskék esetében az orientációjuk meghatározása) volt.

A folyási tér meghatározására a legtöbb esetben a standard képkorrelációs eljárást használtam melyre PIV (Particle Image Velocimetry) néven szokás hivatkozni. Ebben egy általunk meghatározott felbontású rácson kapjuk meg a sebességteret úgy, hogy minden rácspontra meghatározzuk, hogy a környezetét (egy téglalap alakú tartományt) milyen irányba és mennyivel kell eltolni ahhoz, hogy a következő képen található mintázattal a lehető legjobban átfedjen. Tehát pl. a kiválasztott tartomány minden pixelét figyelembe véve összegezzük a saját magán vett és az általa a következő képen lefedett tartományon talált képintenzitás különbségének abszolút értékét, és ennek az összegnek a minimumát keressük az eltolás függvényében. Esetünkben – a kép kvadratikus interpolálásával – a mintázat elmozdulása ezzel a módszerrel akár tized pixel pontossággal is meghatározható volt. Az esetek jó részében a saját magam által írt PIV kódot, más esetekben a Szabó Balázs doktorandusz által írt kódot használtuk a kiértékeléshez. Ezek tesztjeink szerint egymással is, valamint más, általánosan (akár ingyenesen) hozzáférhető PIV kóddokkal is koherens eredményt adtak.

Az elnyújtott alakú részecskék orientációjának a meghatározásához az optikai mérésekben olyan mintát használtam, melyben a részecskék 90%-a fehér, 10%-a pedig fekete színű volt. A cél a fekete részecskék hossztengelyének a folyás irányával bezárt szögének a meghatározása volt. Erre a feladatra Szabó Balázs doktorandusz készített egy szoftvert, amely különféle (méret és alak) szűrők alkalmazásával választotta ki azokat a részecskéket, amelyeket részben sem takarták ki a szomszédjaik, és meghatározta a helyüket és a hossztengelyük irányát. Ha egy részecskét két egymást követő képen is sikerült azonosítani (ez gyakran előfordult), akkor ebből információt kaptunk a folyási térre vonatkozóan is.

A komputertomográfiás (CT) vagy a mágneses rezonancia képalkotásos (MRI) mérésekben a háromdimenziós tomogramokon a célunk a lehető legtöbb részecske azonosítása és ezek helyének és – elnyújtott alakú részecskék esetében – az orientációjának a meghatározása volt. A tomogram szegmentálását az erre leggyakrabban használt ún. Watershed („vízválasztó”) algoritmussal valósítottuk meg. Ennek vagy a MATLAB programcsomagba beépített verzióját, vagy a Somfai Ellák által fejlesztett verzióját használtuk. A kettő közül ez utóbbi volt a hatékonyabb, itt a részecskék kevesebb mint 1%-a veszett csak el. A tomográfiás mérések egy részében a folyási tér meghatározására a fent leírt korrelációs (PIV) eljárást is használtam.

3. fejezet

Szemcsés anyag lejtőn

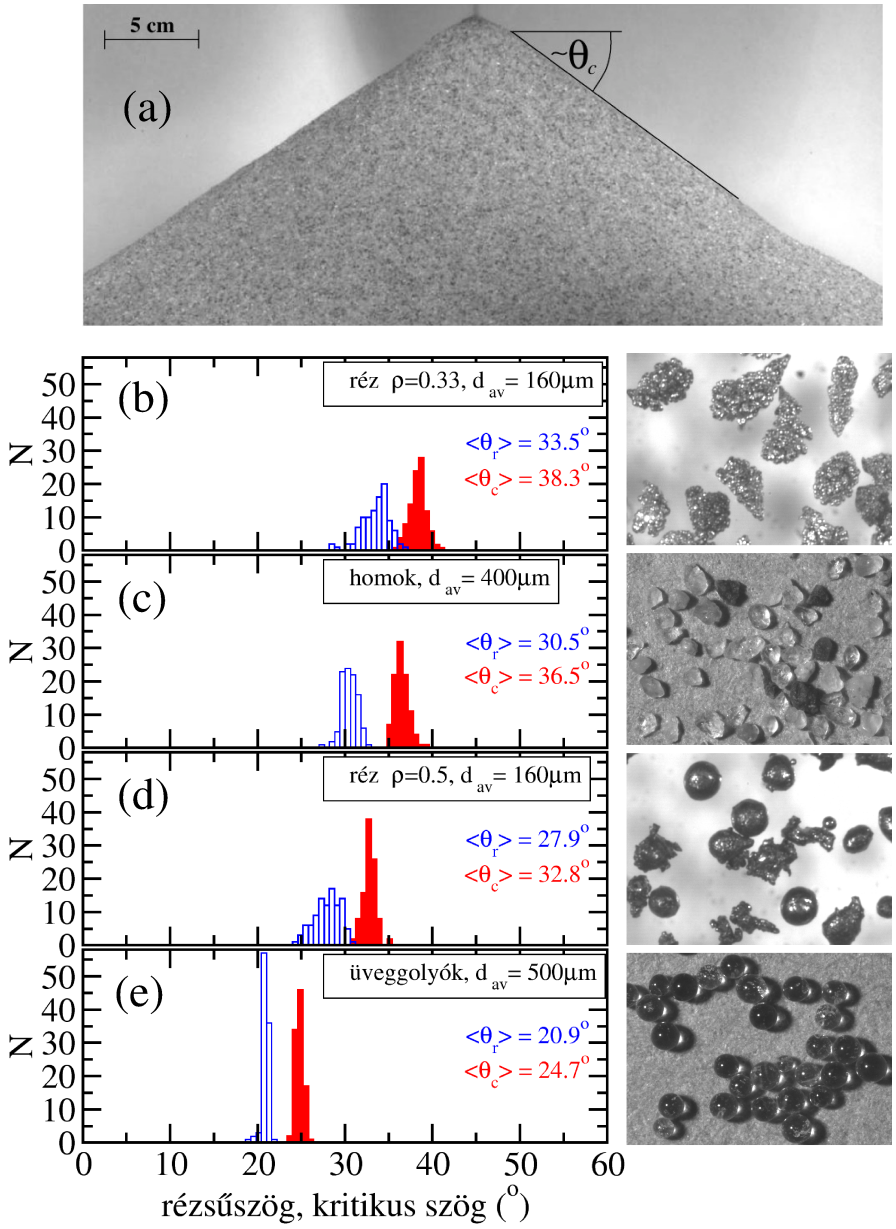
Ebben a fejezetben a lejtőn kialakuló szemcsés áramlás vizsgálatával először arra fókuszálunk, hogy a közepes sebességű áramlásoknál meghatározható folyási törvény hogyan alakul különböző szemcsés anyagok esetében (3.1.1). Ezután a lejtő meredekségének növelésekor, a nyírási ráta emelkedésének következtében megjelenő instabilitás során kialakuló áramlási struktúrát részletesen elemezve, az anyag effektív súrlódásának az inerciális számtól való függését vizsgáljuk (3.1.2). Végezetül pedig a kisebb meredekségű lejtőn megfigyelhető szakaszos folyás (részecskecsomagok) jellemzőit elemezzük különböző anyagok esetében (3.2), és kapcsolatot keresünk az előzőekben megismert – az anyagot jellemző – folyási törvény és a részecskecsomagok viselkedése között.

3.1. Homogén áramlás, instabilitások

3.1.1. Folyási törvény különböző anyagokra

A 2.2.1 részben láthattuk, hogy a folyási törvény meredeksége igen különbözőnek adódott homok és üveggolyók esetén (2.3(a) ábra) [3,56,57]. Innen indulva azt vizsgáljuk meg, hogy hogyan alakul a folyási törvény több különböző szemcsés anyagra. Ezekhez a vizsgálatokhoz 14 szemcsés mintatípust használtam, amiknek a jellemzésére először anyagcsaládonként néhány mintának megmértem a rézsűszögét. Ehhez a mintát nagyon lassan (homokóra-szerűen) egy tartályból kifolyatva homokdombot képeztem (lásd 3.1(a) ábra), aminek az oldalán az anyag ismétlődően elérte az ún. kritikus szöget, majd megcsúszott. A folyamatról képsorozatot készítettem, aminek elemzésével minden megcsúszás előtt és után megmértem a kritikus szöget, ill. a rézsűszöget. A mérések eredményeiből a 3.1(b-e) ábrákon látható módon hisztogramot készítettem, és meghatároztam az anyagot jellemző kritikus szög, ill. a rézsűszög átlagértékét, melyeket θ_c ill. θ_r jelöl. Az így kapott θ_r értékeket a 3.2(a) ábrán látható táblázat tartalmazza.

A folyási törvény meghatározása egy olyan lejtőn történik, melynek felületi érdessége hasonló a folyó anyag szemcséinek méretéhez. Ezt megvalósítottuk úgy is, hogy a sima felületű lejtőre egy réteg szemcsét ragasztottunk, de hasznosabbnak bizonyult nagy tartósságú csiszolóvásznat használni. Így a felületünk mindenhol azonos minőségű volt, és nem erodálódott.

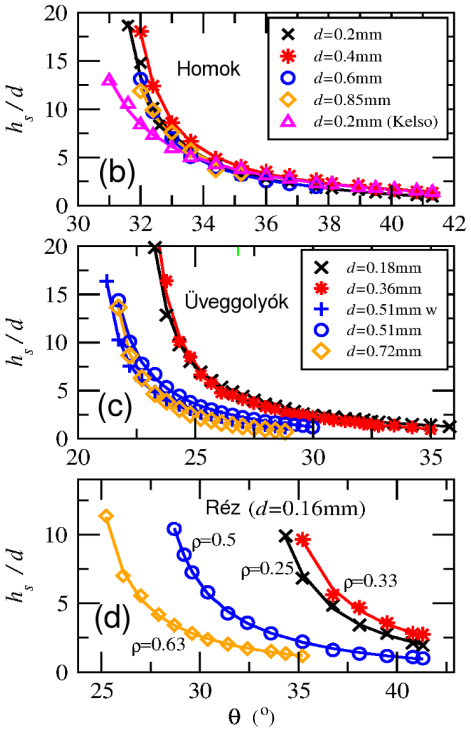


3.1. ábra. (a) A θ_r rézsűszög és a θ_c kritikus szög mérése homokdomb felszínén oldalnézetben, (b-d) θ_r és θ_c eloszlása 4 különböző szemcsés minta esetére, melyekről jobb oldalt fényképfelvétel látható. A réz mintáknál ρ a rendezetlen rendszer nyugalmi kitöltési hányadát jelöli. [PRE2008]

A rendszerünket jellemző fontos paraméter (h_s) annak a szemcsés rétegnek az átlagos vastagsága, ami a folyás forrásának elapadása után a lejtőn stabilan ott marad. Ezt a lejtőről összegyűjtött anyag térfogatának mérésével határoztam meg, nagysága a 3.2(b-d) ábrákon látható módon függ a lejtő meredekségétől. A kísérleti adatokat a $h_s/d = A(\tan\theta_2 - \tan\theta)/(\tan\theta - \tan\theta_1)$ függvénnyel illesztettük, az illesztési paraméterek a 3.2(a) táblázatban láthatók. Amint az várható, az illesztésből kapott θ_1 (melynél h_s divergál) nagyon hasonló a homokdomb felszínén mért θ_r értékhez. Megjegyezzük, hogy $h_s(\theta)$ értéke kismértékben függ a lejtő érdességétől. Ez mindaddig igaz, amíg a lejtő felszínének szemcséi nem kisebbek a részecskéink méretének felénél. Erről további információ a [PRE2007] publikációban található.

(a)

Homok					
d (mm)	0.2	0.4	0.6	0.85	0.2 (K)
θ_r	30.6°	30.5°			
θ_1	30.6°	30.8°	30.6°	30.5°	28.9°
θ_2	46.4°	51.3°	47.7°	47.7°	52.4°
A	1.05	0.83	0.9	0.92	0.92
Üveggolyók					
d (mm)	0.18	0.36	0.51	0.51 (w)	0.72
θ_r				20.9	
θ_1	22.2°	22.3°	20.3°	20.3°	20.8°
θ_2	60.9°	47.7°	43.5°	42.9°	34.2°
A	0.33	0.69	0.73	0.58	0.95
Réz (d = 0.16mm)					
ρ	0.25	0.33	0.5	0.63	
θ_r	33.8°	33.5°	27.9°	23.9°	
θ_1	32.2°	32.7°	26.7°	23.4°	
θ_2	60.9°	64.5°	58.0°	50.2°	
A	0.49	0.46	0.46	0.59	

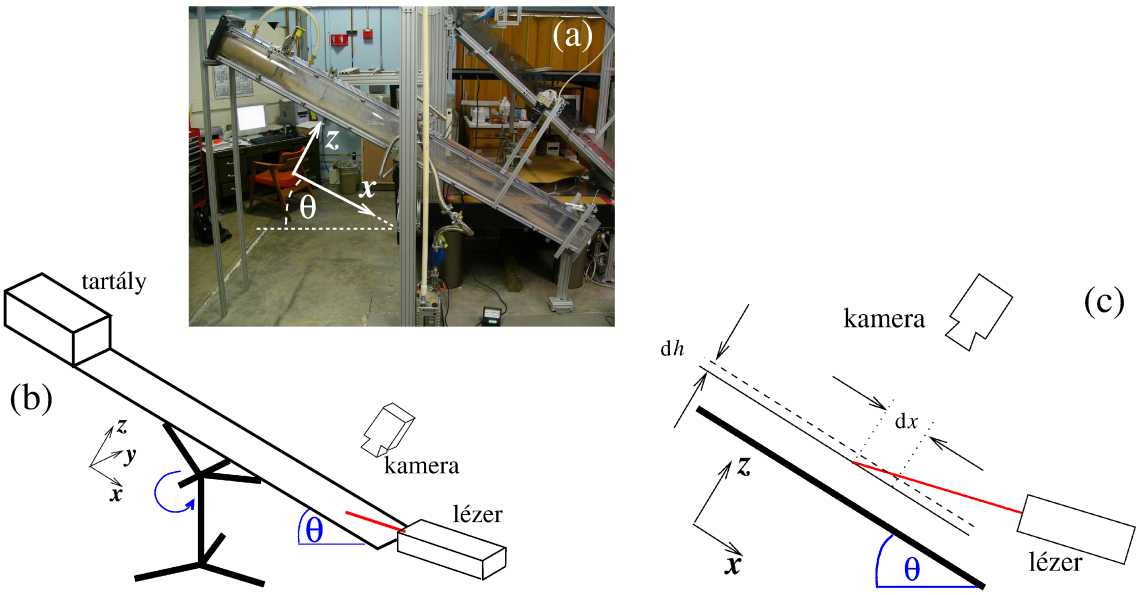


3.2. ábra. (a) Az ebben a fejezetben bemutatott mérésekhez használt anyagok jellemzői: átlagos részecskeátmérő (d), rézsűszög (θ_r) és a $h_s(\theta)$ görbék (jobb oldali panelek) illesztési paraméterei, valamint a réz minták esetében a nyugalmi térkitöltés értéke (ρ), (b-d) a folyás forrásának elapadása után a lejtőn maradó stabil réteg h_s vastagsága a lejtő θ szögének függvényében. [PRE2007]

A homok mintákból négy ugyanabból a forrásból származott, ezeket tisztítás (mosás és szárítás) után analitikus sziták segítségével 4 mérettartományba szortírozással alakítottam ki, egy ötödiket pedig a Mojave-sivatagban található Kelso dűnéről gyűjtöttem. A 3.2(b) ábrán láthatjuk, hogy az első négy minta h_s/d értékei nagyjából egybeesnek, míg a Kelso minta kisebb lejtőszögeknél alacsonyabb h_s/d

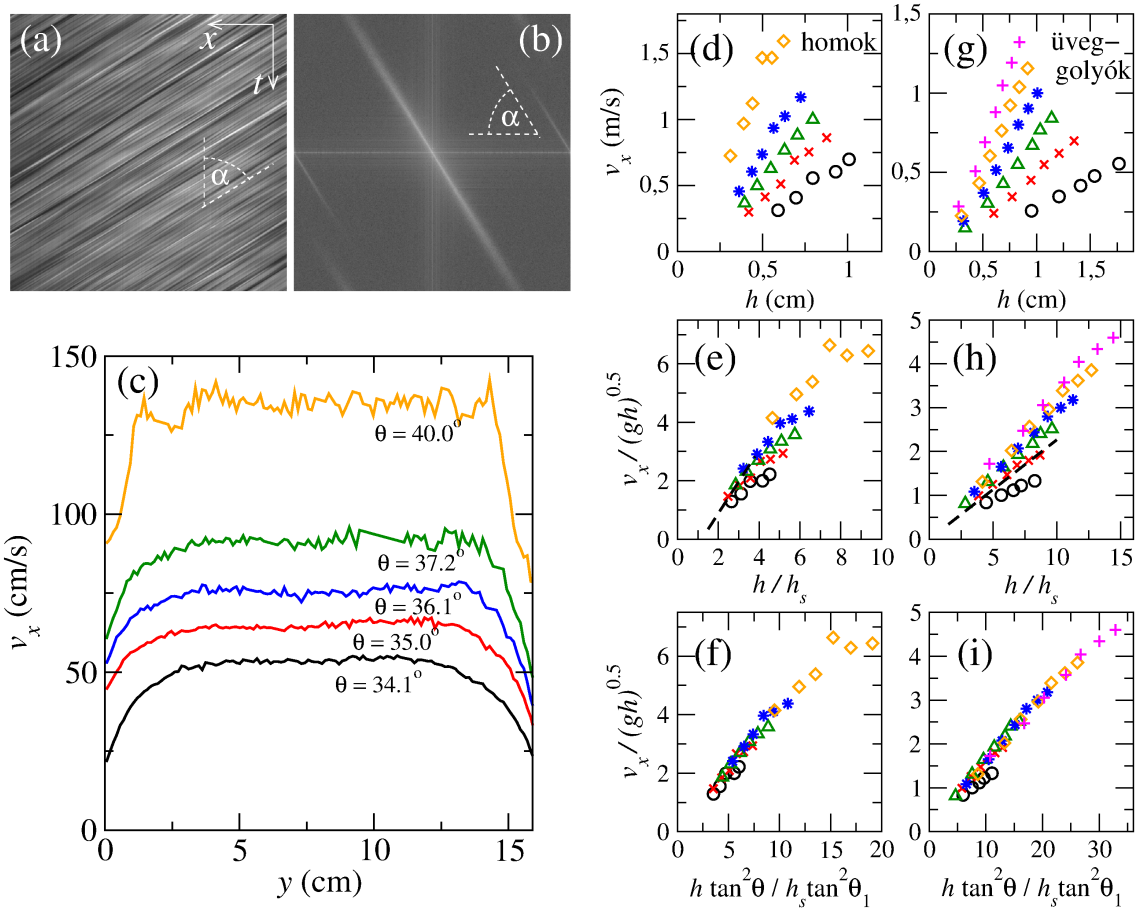
értéket adott. Ez összhangban van azzal, hogy a mikroszkópos felvételek alapján a Kelso homokszemcsék kevésbé sarkosak. Az üveggolyók egyazon gyártótól származtak (Cataphote), de a mikroszkópos vizsgálatok során azt vettem észre, hogy a két finomabb szemcséjű minta ($d = 0,18$ mm és $d = 0,36$ mm) több deformált (nem gömb) alakú részecskét tartalmaz, így nem meglepő, hogy az ezeknek megfelelő $h_s(\theta)$ görbék kicsit jobbra tolódtak (3.2(c) ábra). A $d = 0,51$ mm-es minta egy részét próbaképpen a homokhoz hasonlóan átmostam, hogy az esetleges porszennyeződést eltávolítsam (ezt a mintát a $d = 0,51$ mm w jelöli). A tisztítás a $h_s(\theta)$ görbében csak kis változást okozott. A réz mintákat (ECKA granules) úgy választottam, hogy a szemcsék alakjában nagy eltérés legyen, azonos szemcseméret ($d = 0,16$ mm) mellett. Ezeket a mintákat az őket jellemző nyugalmi (Random Close Packed - RCP) térkitöltési tényezővel jelöltem (ρ). Látszik, hogy minél szabálytalanabb a részecske alakja (egyre kisebb ρ), annál inkább jobbra tolódik a $h_s(\theta)$ görbe (3.2(d) ábra). A minták tipikus polidiszperzitása $< 30\%$ volt [PRE2007,PRE2008].

A folyási törvény meghatározásához két mennyiséget kell mérnünk: az átlagos felszíni sebességet (v_x) és a rétegvastagságot (h). Ehhez egy olyan mérőberendezést építettem, amelyben a lejtő egy csőben volt, és az egész rendszer billenthető volt 3.3(a-b) ábra. A sebességet gyors kamerás felvételek elemzésével, a h értékét pedig a szemcsés rétegre kis szögben vetített lézersugár képének segítségével határoztam meg (3.3(c) ábra).



3.3. ábra. (a-b) A folyási törvény meghatározásához használt berendezés fényképe és sematikus rajza. A lejtő méretei: 230 cm × 15 cm, melyből 40 cm-t a tartály foglalt el. (c) A rétegvastagság h értékét, ill. dh változását a réteg felszínére kis szögben vetített lézersugár helyzetének meghatározásával végeztem. [PRE2006,PRE2007]

A 3.4(a) ábrán a gyors kamerás felvétel egy folyásiránnyal párhuzamos pixelsorának időfejlődését láthatjuk. Ezen az elhaladó szemcsék nyoma egyenesekként jelenik meg, de ezek nem pontosan egyforma meredekségűek, mivel az egyes szemcsék sebessége nem teljesen ugyanaz. Az ilyen képeknek a Fourier-transzformáltján azonban egy világos vonal jelenik meg (3.4(b) ábra), aminek a meredeksége az átlagsebességet adja meg. Ezt a műveletet minden pixelsorra elvégezve megkapjuk az átlagos felületi sebességet az y függvényében. Ezt látjuk a 3.4(c) ábrán több különböző lejtőmeredekség esetén (a tartály konstans nyílásmérete mellett). Látható, hogy a lejtő szélén kicsit lassabban folyik az anyag, ami a folyási vastagság inhomogenitása



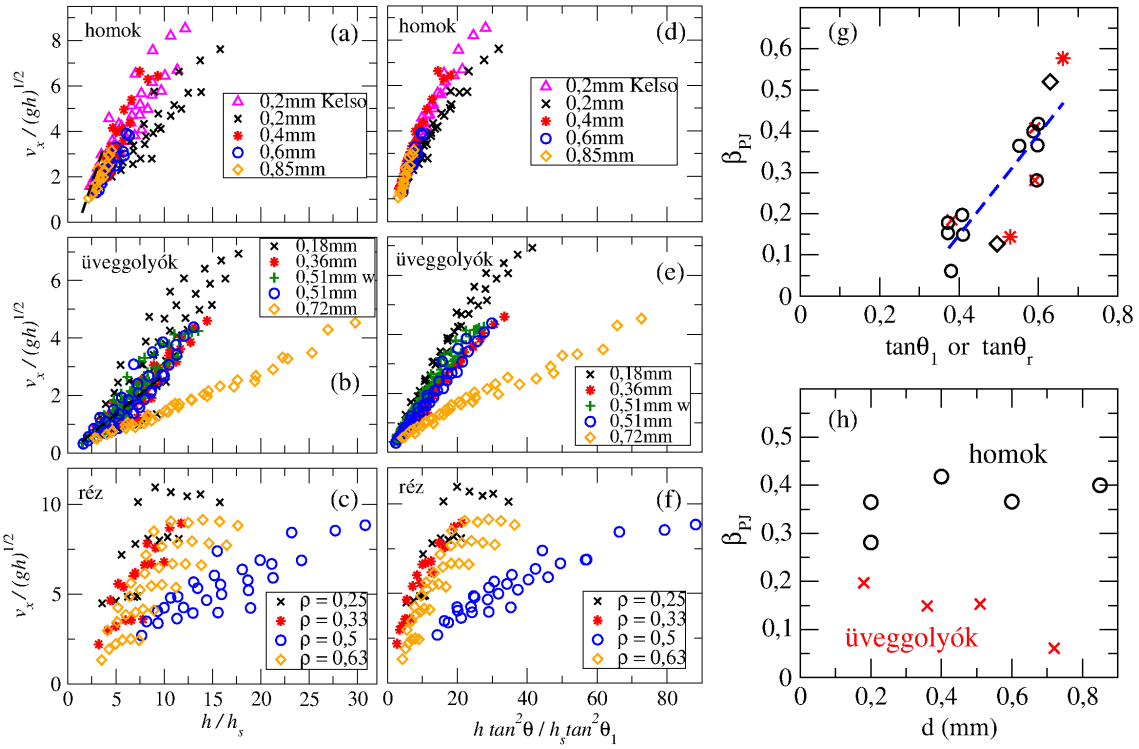
3.4. ábra. (a) A gyors kamerás felvétel egy folyásiránnyal párhuzamos pixelsorának időfejlődése, (b) az (a) ábra Fourier-transzformáltja, (c) a részecskék átlagos felületi sebességének helyfüggése, különböző lejtőmeredekségek esetén. (d-i) A folyás felületi sebessége a rétegvastagság függvényében dimenziós és dimenziótlanított formában homok ($d = 0,4$ mm) és üveggolyók ($d = 0,36$ mm) esetére. Az adatokhoz tartozó θ értékek homok esetében: $34,1°$ ($\circ$), $35,0°$ (x), $36,1°$ ($\triangle$), $37,2°$ ($\star$), $40,0°$ ($\diamond$); ill. üveggolyók esetében: $25,6°$ ($\circ$), $26,8°$ (x), $28,0°$ ($\triangle$), $29,4°$ ($\star$), $30,7°$ ($\diamond$), $32,0°$ ($+$). [PRE2007]

és a falakkal való súrlódás következménye. Ezért a folyási sebességet a görbék középső harmadára átlagolva határoztuk meg.

A v_x felületi sebesség h rétegvastagságtól való függését a 3.4(d),(g) ábrákon láthatjuk homok és üveggolyók esetére. Ezeket az adatokat a Pouliquen által javasolt módon [56] dimenziótlanítva azt látjuk, hogy a görbék közel kerülnek egymáshoz, de nem teljesen esnek egy egyenesre, a megmaradó eltérés tendenciózus (3.4(e),(h) ábrák). Itt Pouliquen méréseinek az eredményét is feltüntettük (fekete szaggatott vonal), melyek kompatibilisek a mi adatainkkal. Megjegyezzük, hogy mérési módszerünk kicsit eltért a korábbiaktól [56], mivel azokban a tartály kinyitása után a szemcsés folyás frontjának sebességét határozták meg (és ezt nevezték mélységátlagolt sebességnek), mi pedig megvártuk, hogy kialakuljon a stacionárius áramlás és ennek mértük meg a felületi sebességét. Mivel a front helye nagyobb sebességeknél egyre kevésbé jól definiált, mi nagyobb θ értékekre is meg tudtuk határozni a $v_x(h)$ összefüggést, figyelmet fordítva arra, hogy az áramlás ténylegesen homogén legyen.

Méréseinkkel egy időben végzett numerikus számolásokat Jenkins, akinek a modellje szerint ezekben az ún. sűrű szemcsés áramlásokban figyelembe kell venni azt a tényt, hogy a részecskék közötti kölcsönhatás nem bináris ütközésekként képzelendő el, hanem a szomszédok között viszonylag hosszan tartó kontaktus és erő jelenik meg [151]. Ezt úgy vette figyelembe, hogy a kinetikus modelljében az ütközési disszipációt leíró tagban a részecskeméreten túl bevezetett egy második méretskálát. Ez volt hivatott leírni azt, hogy a hosszan tartó kontaktusok miatt az ütközési disszipáció relatív szerepe kisebb, és véges hosszúságú erőláncok alakulnak ki. Ez arra az eredményre vezetett, hogy a folyási törvényben az abszcissza értéke megszorzódott $\tan^2\theta$-val. Ennek hatására választottuk mi is a $\tan^2\theta$-t tartalmazó módosított skálatörvényt, ami az adataink sokkal jobb egybeesését eredményezte (lásd 3.4(f),(i) ábrák). Az ábráról az is látszik, hogy Pouliquen eredményeitől (szaggatott vonal a 3.4(e),(h) ábrákon) eltérően nemcsak a homok, hanem az üveggolyók adatsora is illeszthető egy origón átmenő, $v_x/\sqrt{gh} = \beta_{\mathrm{PJ}} h \tan^2\theta / h_{\mathrm{s}} \tan^2\theta_1$ alakú lineáris függvénnyel. A méréseket elvégeztük mind a 14 mintára, melynek eredményét a 3.5(a-c) ill. 3.5(d-f) ábrákon láthatjuk a Pouliquen által javasolt, ill. a módosított formában [PRE2007]. Adataink szerint a módosított folyási törvény jobban írja le a rendszer viselkedését. Megjegyezzük, hogy a réz minták közül kettőnél ($\rho = 0,25$ és $\rho = 0,63$) még mindig nem esnek egybe a görbék.

Ebben a 3.1.1 szakaszban bemutatott méréseknek a fő célja az volt, hogy megvizsgáljuk, vajon lehet-e összefüggést keresni a folyási törvény β_{PJ} paramétere és az anyagot jellemző másik fontos paraméter, a rézsűszög (θ_{r} vagy θ_1) között. Az erre kapott választ foglalja jól össze a 3.5(g) ábra, melyen β_{PJ}-t ábrázoltuk az anyag belső súrlódását jellemző $\tan\theta_{\mathrm{r}}$ és $\tan\theta_1$ függvényében − a fent említett két réz minta ($\rho = 0,25$ és $\rho = 0,63$) kivételével − minden anyagra. Megállapítható, hogy β_{PJ} értéke tendenciózusan növekszik $\tan\theta_{\mathrm{r}}$ és $\tan\theta_1$ növekedésével [PRE2007]. Ez azért



3.5. ábra. (a-c) A folyási törvény Pouliquen által javasolt formában homok, üveggolyók és réz részecskék esetére. (d-f) A módosított (Pouliquen–Jenkins) folyási törvény ugyenezen mintákra. (g) A módosított, $v_x/\sqrt{gh} = \beta_{\rm PJ} h \tan^2\theta/h_{\rm s}\tan^2\theta_1$ alakú folyási törvény $\beta_{\rm PJ}$ paramétere az anyag belső súrlódását jellemző mennyiségek $\tan\theta_r$ (x,⋆) és $\tan\theta_1$ (○,◇) függvényében. A lineáris illesztés (szaggatott vonal) a következő paramétereket adja: $\beta_{\rm PJ} = 1,22\cdot\tan\theta_1 - 0,34$. (h) A módosított folyási törvény $\beta_{\rm PJ}$ paramétere a részecskeméret függvényében homok és üveggolyók esetében. [PRE2007]

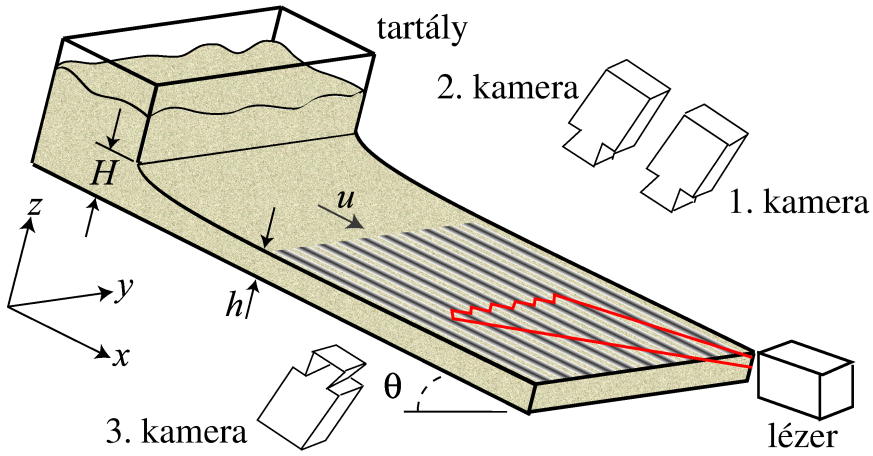
fontos, mert módot ad arra, hogy egy esetleges újabb anyag esetén, a folyási törvény viszonylag bonyolult meghatározása nélkül becslést adjunk annak meredekségére, a jóval egyszerűbb rézsűszög mérés segítségével.

Mint minden módszernek, ennek is vannak azonban korlátai. Az első, amit meg kell említeni, a minták polidiszperzitása. Nagy polidiszperzitás esetén a bevezetőben említett szegregációs jelenségek elbonyolítják a rendszer viselkedését, így a folyási törvény is értelmét veszti. A második, hogy a mi esetünkben – viszonylag kis polidiszperzitás ($< 30\%$) mellett – a $\beta_{\rm PJ}$ értéke ugyanazon anyagra (homok vagy üveggolyók) nem függ jelentősen a részecskemérettől (3.5(d), (e) és (h) ábra), de a legnagyobb ($d = 0,72$ mm) üveggolyók esetében, amelyek mérete vélhetően túl nagy a lejtő érdességéhez viszonyítva, $\beta_{\rm PJ}$ jelentősen kisebbnek adódott.

3.1.2. Instabilitások vizsgálata, effektív súrlódás

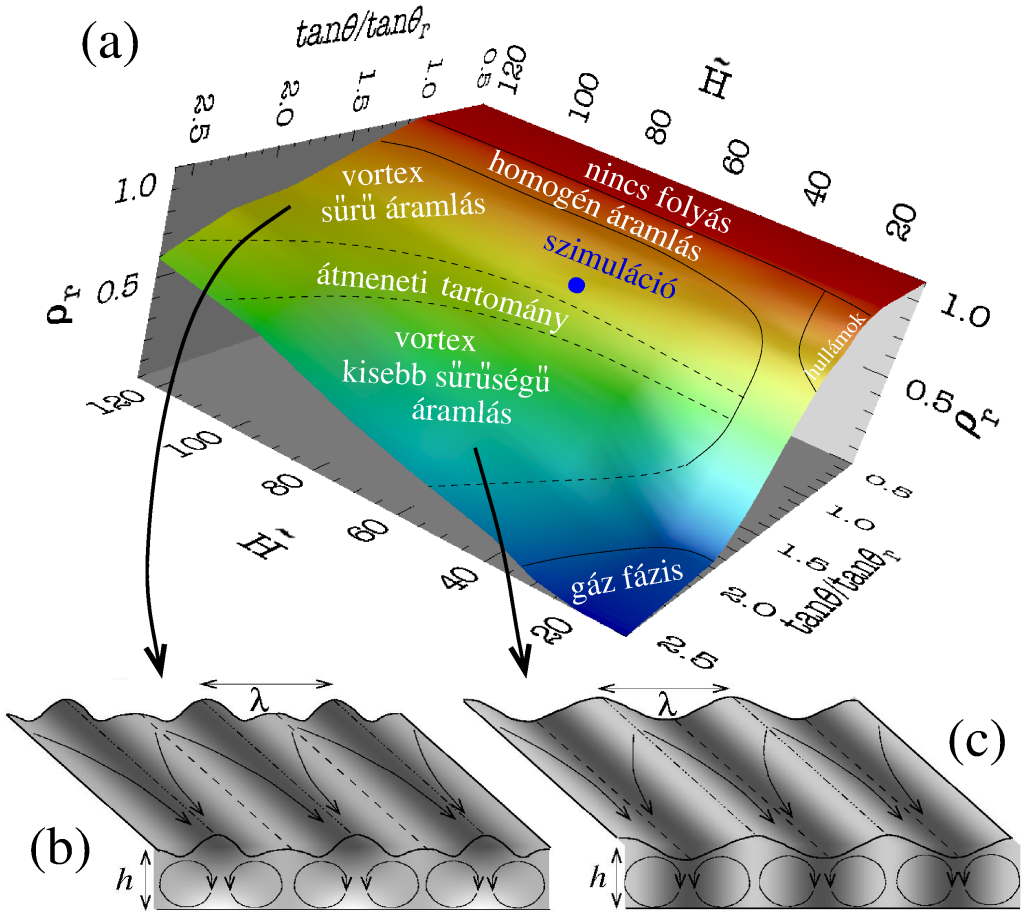
A folyás során megfigyelhető disszipációt az anyag effektív súrlódásának az inerciális számtól való függésével ($\mu_{\text{eff}}(I)$) írhatjuk le. Mint láthattuk, a korábbi mérések (pl. a 2.3(b) ábrán látható adatsor) viszonylag szűk I tartományra korlátozódnak. Ennek oka, hogy az inerciális szám növelésével – ami vagy a lejtő meredekségének, vagy a h folyási vastagság növelésével érhető el – az áramlás instabillá válik. A nagy folyási sebességeknél kialakuló instabilitást és a létrejövő mintázatot először Forterre és Pouliquen tanulmányozta [58, 59], ezeknek a vizsgálatoknak az eredményeit a 2.2.1 szakaszban láthattuk. Az itt bemutatandó méréseimben a célom az volt, hogy az igen komplex áramlási teret minél precízebben feltérképezve, az így kapott kísérleti adatokat numerikus eredményekkel összevetve, információt kapjak az effektív súrlódásról és az instabilitás okáról.

Ezeket a méréseket két saját építésű mérési elrendezés segítségével hajtottam végre. Az első a 3.3(a-b) ábrán bemutatott 190 cm × 15 cm-es billenthető lejtő volt, míg a második egy nagyobb (227 cm × 40 cm), változtatható szögű, de fix (nem billenthető) lejtő volt. Az első berendezés előnyei, hogy (i) könnyebben lehetett vele sok mérést csinálni, mert a mérés után a lejtőt visszabillentve a szemcsés anyag egyszerűen visszatöltődött a tartályba, (ii) közvetlenül tudtam vele mérni az áramló anyag átlagos térkitöltését, és (iii) egy vákumpumpa segítségével a levegő is eltávolítható volt a csőből, így azt is ellenőrizni tudtuk, hogy a légellenállásnak volt-e szerepe a gyors áramlásban kialakuló instabilitásban. A második berendezés (3.6 ábra) előnye egyrészt az, hogy áramló szemcsés anyag felszínéről precízebb gyors kamerás felvételeket lehetett készíteni, mind a folyási sebesség mérésére, mind pedig a folyási vastagság modulációinak mérésére (a 3.6 ábrán látható felszínre vetített lézervonal segítségével), mivel itt nem zavart az első berendezésben jelen lévő



3.6. ábra. Az instabilitás következtében kialakuló mintázat vizsgálatára használt mérési elrendezés vázlatos rajza. [PRL2009]

plexi cső. Másrészt pedig itt könnyebben megoldható volt, hogy ne csak a felszíni sebességet, hanem (egy pici ablakon keresztül) közvetlenül a lejtő fölött haladó legalsó szemcsék sebességét is mérjem (3. sz. kamera). A mérésekhez ugyanazokat az anyagokat használtam, mint a folyási törvény meghatározásához (3.2(a) táblázat).



3.7. ábra. (a) Az áramló anyag ρ_r átlagos relatív térkitöltése a tartály nyílásmérete ($\tilde{H} = H/d$) és a lejtő meredekségének ($\tan\theta/\tan\theta_r$) függvényében, üveggolyókkal, homokkal, és réz mintákkal végzett mérések alapján. (b-c) Az áramlásban kialakuló vortex mintázat sematikus rajza sűrűbb áramlások (kisebb lejtőmeredekség) és kisebb sűrűségű áramlás (nagyobb lejtőmeredekség) esetén. A képek szürkeségi szintje a térkitöltés térbeli variációit mutatja, ahol a sötétebb árnyalat nagyobb térkitöltésnek felel meg. [PRL2009]

A rendszer általános viselkedését az első mérési elrendezés segítségével jellemeztem. A 3.7(a) ábrán látható, hogy hogyan változik az áramló anyag átlagos térkitöltése (ρ_r) a két kontroll paraméter, a tartály részecskeátmérővel normált nyílásmérete ($\tilde{H} = H/d$) és a lejtő meredeksége ($\tan\theta/\tan\theta_r$) függvényében. Itt a lejtő meredekségét a rézsűszöghöz viszonyítva adtuk meg, ill. az átlagos térkitöltésnek a nyugalmi

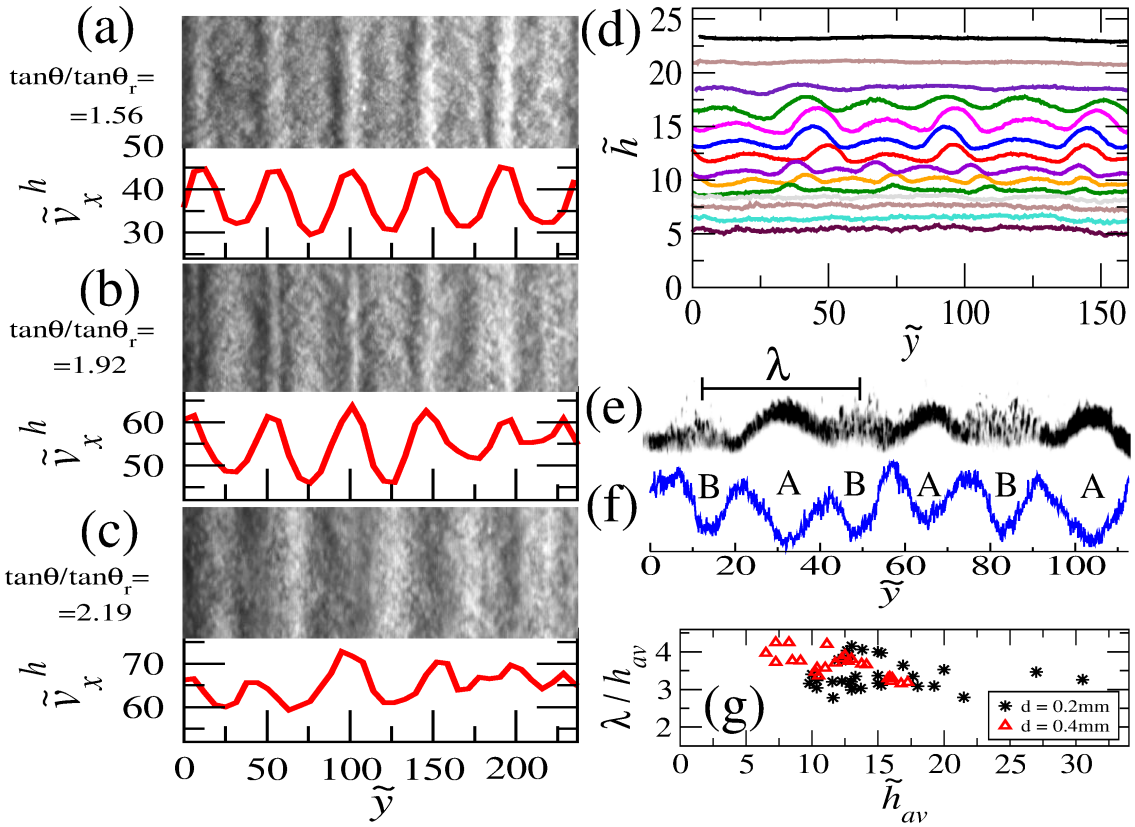
dc_1586_18

térkitöltéshez viszonyított relatív értékét ábrázoltuk ($\rho_{\rm r} = \rho/\rho_{\rm ny}$). Ennek a mérése úgy történt, hogy a folyást (a lejtő visszabillentésével) hirtelen megállítva, a felületre vetített lézernyaláb eltolódásából meghatároztam az anyag térfogatának csökkenését (azaz, hogy mennyire volt kitágulva az anyag folyás közben) [PRE2006]. A 3.7(a) ábrán feltüntettük a különböző jellegű áramlásokhoz tartozó paraméter tartományokat. Látható, hogy az áramlás csak viszonylag kis lejtőmeredekségnél, ill. kis nyílásméret ($\tilde{H}$) mellett marad homogén. A paraméter tartomány nagy részében a folyás irányával párhuzamos csíkok (vortexek) kialakulása figyelhető meg.

Az instabilitás következtében kialakuló vortexekből álló mintázat kétféle − kicsit eltérő − formában jelenhet meg. Az ezekben megfigyelhető struktúrák áramlási képét mutatják a 3.7(b,c) ábrák. Lasssú, sűrű, homogén áramlásból indulva az inerciális szám (I) növelésével először a 3.7(b) mintázat jelenik meg, majd az átlagos térkitöltés folyamatos csökkenése mellett ez átmegy a 3.7(c) struktúrába. A két áramlási térre „sűrű" és „kisebb sűrűségű" megjelöléssel fogunk hivatkozni, köztük az átmenet folyamatos, ezt jelöli az „átmeneti tartomány" a 3.7(a) ábrán. Érdekes, hogy a mintázatot először megfigyelő és dokumentáló kutatók csak a kisebb sűrűségű 3.7(c) struktúráról számoltak be [58, 59]. A saját méréseimben az először kialakuló nagyobb sűrűségű áramláshoz tartozó struktúrát térképeztem fel. A következőkben bemutatandó mérési eredmények és az azokat reprodukáló numerikus szimulációk segítségével sikerült feltérképezni a 3.7(b) ábrán látható viszonylag bonyolult áramlási teret [PRL2009].

Mielőtt azonban az áramlási tér részleteit elemeznénk, érdemes szót ejteni két technikai részletről. Ahhoz ugyanis, hogy a kísérleti adatokat numerikus szimulációkkal összevessük, fontos két körülmény tisztázása. Az első a légellenállás hatásának kérdése. Munkánkkal egy időben ugyanis Aranson numerikusan vizsgálta ezt a rendszert, és arra a következtetésre jutott, hogy az instabilitás oka a légellenálláshoz kapcsolható [4, 150]. Ezért megvizsgáltuk, hogy a vákumpumpa segítségével 5 mBar-ra csökkentett nyomás mellett hogyan viselkedik a rendszer. Eredményeink szerint az instabilitás nagyon hasonló módon alakult normál légnyomás és $p = 5$ mbar esetében [PRE2006]. A másik kérdés, hogy a megfigyelt struktúra nem egy tranziens-e? Ha egy tranziensről van szó, akkor az instabilitás a folyás gyorsuló szakaszában lép fel, és miután a folyás stacionáriussá válik (a lejtőn lefelé haladva) a struktúra egy idő után elhal. Annak tisztázása, hogy erről van-e szó, azért fontos, mert egy ilyen tranziens jelenséget numerikusan máshogyan kell megközelíteni, és a szimulációk bizonyos szempontból körülményesebbek. Ennek a kérdésnek a tesztelésére egy jóval hosszabb (5,75 m-es) lejtőt készítettem, és az ezen elvégzett mérések azt mutatták, hogy a struktúra ezen a hosszon végig stabilan (azonos amplitúdóval) figyelhető meg, tehát stacionáriusnak mutatkozott. A fenti két megfigyelés tehát arra utalt, hogy érdemes numerikusan vizsgálni a stacionárius, légellenállás nélküli folyások esetét, ami, mint majd alább látni fogjuk, eredményesen meg is történt.

Először tehát a kísérleti megfigyeléseimet foglalom össze. A 3.8(a) ábrán az áramlás felülnézeti képe látható, melyet gyors kamerával vettem fel, 2000 kép/s sebesség mellett. A képsorozatokat saját fejlesztésű szoftver segítségével elemeztem, és meghatároztam a felszíni $v_x(y)$ sebességprofilt (3.8(a) ábra). Jól látható, hogy

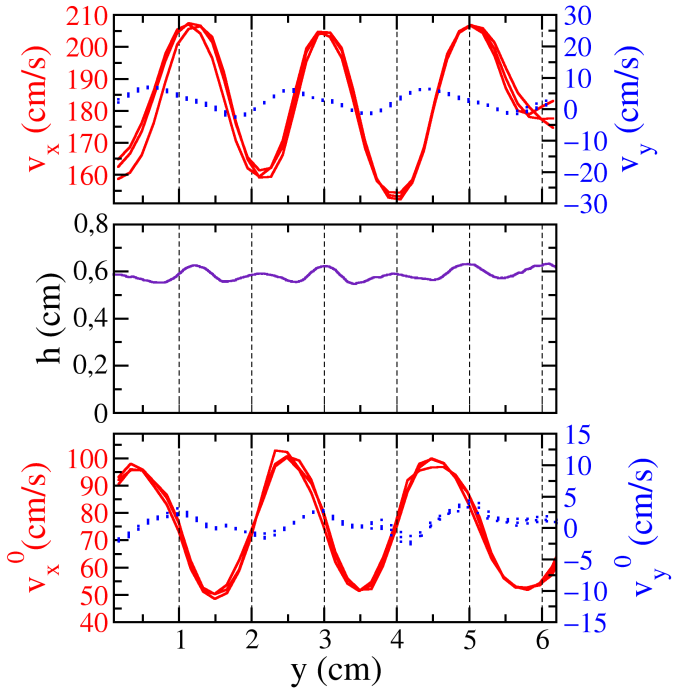


3.8. ábra. (a-c) A folyás felszínéről készült felvételek (megvilágítás föntről, jobb oldalról) és a felületi sebesség $\tilde{v}_x^h = v_x^h/\sqrt{gd}$ az $\tilde{y} = y/d$ függvényében $d = 0,2\,\mathrm{mm}$ részecskeátmérőjű homok mintára. A mérések a tartály nyílástól mérve $x = 1,55$ m-nél készültek. A lejtőmeredekség értékei: (a) $\theta = 42,6°$; (b) $48,5°$ és (c) $52,2°$, ami $\tan\theta/\tan\theta_r = 1,56$, $1,92$ és $2,19$-nek felel meg. (d) $h(y)$ vastagságprofilok, (e) a felszínre vetített lézernyaláb alakja, (f) átmenő fény intenzitása hátsó megvilágítás mellett, (g) dimenziótlan hullámhossz λ/h_{av} a normált átlagos folyási vastagság $\tilde{h}_{\mathrm{av}} = h_{\mathrm{av}}/d$ függvényében. A (d-f) paneleken látható adatokat $d = 0,4\,\mathrm{mm}$ szemcseméretű homok mintával, $\theta = 41,3°$ lejtőmeredekség mellett, $x = 2,13\,\mathrm{m}$-nél vettem fel. [PRL2009]

felszíni sebesség maximumai a viszonylag jól definiált keskeny csíkokkal esnek egybe. A mennyiségeket a későbbiekben bemutatandó numerikus számolásokkal való összevethetőség miatt dimenziótlan egységekben ábrázoltam. A dimenziótlanítás a d részecskeátmérő és a g gravitácós állandó felhasználásával történt. A folyás felszínének (h) egyenetlenségeit a lézernyaláb segítségével (3.6 ábra) térképeztem fel. A

3.8(e) ábrán a lézernyaláb felszínen szóródott képe látható. Megfigyelhető, hogy a rétegvastagság a gyorsan folyó csíkoknál a legnagyobb, és a lézernyaláb képe itt a legélesebb, tehát az áramló anyag felszíni sűrűsége itt a legnagyobb. Ezek között a csíkok között, ahol a lézernyaláb képe szakadozott, az anyag térkitöltése kisebb, az anyag itt egy kiterjedtebb gázszerű fázisban van. A 3.8(f) ábrán az átmenő fény intenzitását ábrázoltuk (hátsó megvilágítás esetén), ezt a 3.8(e) vastagságprofillal egyidejűleg vettem fel. Látható, hogy ennek a vastagságmaximumoknál épp minimuma van (A-val jelölt helyek), és értéke körülbelül megegyezik a B-vel jelölt helyeken mértnek, ahol viszont a felszínen jóval kisebb az anyag térkitöltése. Ez csak úgy lehet, ha a maximumok alatt valahol az anyag kis térkitöltésű, és az alsó kamerával felvett felvételeken látszott, hogy ez a legalsó részen így van [PRL2009].

A folyás felszíni sebességének lejtő irányú komponense (v_x) mellett meghatároztam az oldalirányú v_y komponenst is. A 3.9(a,b) ábrán ezt a két sebességkomponenst, ill. az egyidejűleg mért vastagságprofilt ábrázoltam ezúttal valós fizikai egységekben. Itt is látszik, hogy a vastagságmaximumok a sebességmaximumokkal egybeesnek. Ezen kívül a v_y oldalirányú sebesség azt mutatja, hogy a felszínen, ha nagyon lassan is, de a gyorsan folyó tartományok (vastagságmaximumok) felé folyik az anyag. Mivel csak két gyors kamera állt rendelkezésemre, ezért a 3. mérést, melyben a v_x és v_y sebességprofilokat alulról vettem fel, külön végeztem el (3.9(c)



3.9. ábra. (a) A folyás felszíni sebességének lejtő irányú (v_x) és arra merőleges (v_y) komponense, (b) a folyó réteg vastagsága, (c) a folyás v_x^0 és v_y^0 sebessége a réteg alján (3.6 ábra, 3. kamera felvételéből). Az adatokat $d = 0,4\,\mathrm{mm}$ szemcseméretű homok mintával $\theta = 41,3°$ lejtőmeredekség mellett vettem fel. [PRL2009]

ábra). Mivel ez egy másik mérés, a nagy sebességű tartományok nem ugyanannál az y értéknél vannak, de az látszik, hogy az anyag nagyon lassan a kis sebességű helyek felé áramlik.

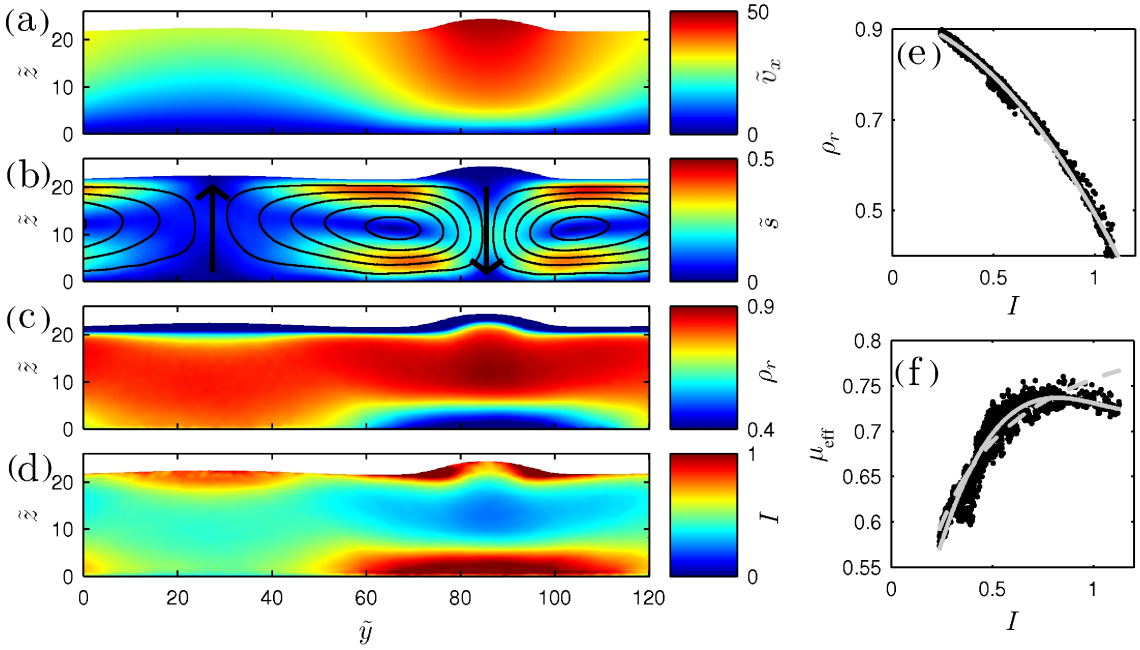
Ezekből az információkból összerakva alakul ki a 3.7(b) ábrán látható struktúra, melyben egy sűrű, nagy sebességű tartomány csúszik egy kisebb térkitöltésű réteg fölött, és mindez egy vortex része, melyben az anyag a felszínen lassan a nagy sebességű rész felé, alul pedig abból kifelé áramlik [PRL2009].

A folyási vastagság y függését ábrázolva különböző vastagságú folyások esetében (3.8(d) ábra) az is látszik, hogy az instabilitás csak egy bizonyos tartományban figyelhető meg, ez a $d = 0,4\,\mathrm{mm}$ szemcseméretű homok minta esetén kb. $7 < \tilde{h} = h/d < 18$. A 3.8(g) ábrán láthatjuk, hogy a mintázat hullámhossza a rétegvastagság 3-4-szerese.

Ennek a rendszernek a célzott numerikus vizsgálatát közös konzultációink alapján Jim McElwaine (Cambridge) végezte. A diszkrét elem szimulációkban a paraméterek (rendszerméret, lejtőmeredekség, rétegvastagság, részecskék közötti súrlódás) a kísérleti megfigyelések alapján lettek beállítva. Egy tipikus szimuláció 60000 gömbszerű részecskét tartalmazott. A 3.10(a-d) ábrákon a numerikus rendszer keresztmetszeti képe látható. Az első két panel a lejtő irányú $\tilde{v}_x = v_x/\sqrt{gd}$, ill. az arra merőleges $\tilde{s} = \sqrt{\tilde{v}_y^2 + \tilde{v}_z^2}$ sebességet ábrázolja, míg a (c-d) paneleken a ρ_r relatív térkitöltést, ill. az I inerciális számot láthatjuk.

A kísérleti megfigyelésekhez hasonlóan a nagy sebességű tartomány kicsit kiemelkedik a felszínből ((a) panel) és az anyag a felszínen ennek irányába, alul pedig visszafele áramlik ((b) panel). Ennek a körkörös áramlásnak a sebessége 2 nagyságrenddel kisebb, mint az x irányú sebesség. A gyorsan folyó tartománynak a felső része nagy térkitöltésű ((c) panel) és itt az inerciális szám kicsi, míg a lejtő közvetlen közelében az anyag igen kicsi térkitöltésű, és nagy inerciális szám jellemzi. Tehát a nagy térkitöltésű tartomány egy kitágult, gázszerű, intenzív ütközésekkel jellemezhető tartományon csúszik. A (c-d) paneleken ábrázolt adatokat felhasználva ábrázolhatjuk a ρ_r relatív térkitöltést, ill. a μ_{eff} effektív súrlódási együtthatót az I inerciális szám függvényében (lásd (e) és (f) panelek). A térkitöltés folyamatosan csökken, ahogy a részecskék közötti ütközések szerepe nő. Az effektív súrlódás viszont nem monoton módon változik. Mint láthatjuk, μ_{eff} értékét a korábbi mérésekhez viszonyítva sokkal szélesebb I tartományban sikerült meghatározni (v.ö. 2.3(b) és 3.10(f) ábrák). Az inerciális szám növelésével μ_{eff} először (a korábbi megfigyelésekkel összhangban) nő, majd elér egy maximumot és csökkenni kezd [PRL2009]. Ez önmagában is rendkívül érdekes, de megmagyarázhatja az instabilitást is. Ugyanis amikor az egyre nagyobb I esetén elérjük μ_{eff} maximumát, a rendszer inhomogenitásai felerősödnek és a felső tartományban a rendszer sűrűsödésével (és I lokális csökkenésével) μ_{eff} értéke csökken, a lejtő érdes felületének közelében pedig (ahol a nyírási ráta eredetileg is a legnagyobb volt) I további növelésére μ_{eff} szintén csök-

kenni kezd. Így az inhomogénné vált rendszer összességében hatékonyabban (kisebb effektív súrlódással) folyik, mint az instabilitás megjelenése előtt.



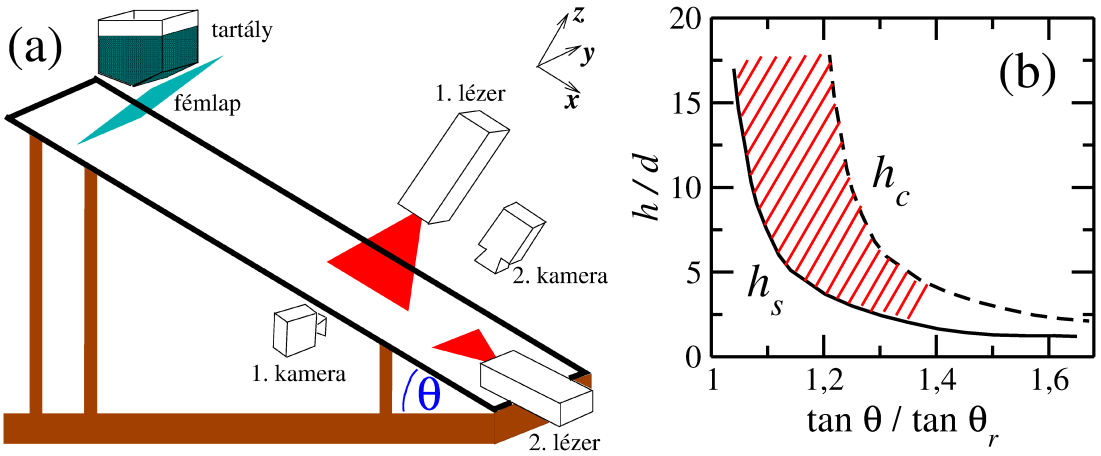
3.10. ábra. A numerikus (DEM) számolások eredményei: (a) a $\tilde{v}_x$ lejtő irányú folyási sebesség, (b) az yz síkban vett $\tilde{s} = \sqrt{\tilde{v}_y^2 + \tilde{v}_z^2}$ áramlási sebesség áramvonalakkal, (c) a $\rho_{\rm r} = \rho/0,6$ relatív térkitöltés, és (d) az I inerciális szám eloszlása az yz síkban. (e) A $\rho_{\rm r}$ relatív térkitöltés, és (f) a $\mu_{\rm eff}$ effektív súrlódás az I inerciális szám függvényében. Folytonos vonal: harmadfokú illesztés, szaggatott vonal: Pouliquen-modell ([155] referencia, 2. egyenlet). [PRL2009]

A 3.1.2 szakasz eredményeit röviden áttekintve, először sikerült kísérletileg precízen meghatároznom a folyási struktúra tulajdonságait, majd ezeket J. McElwaine numerikus szimulációinak eredményeivel összevetve sikerült a korábbiaktól teljesebb képet kapni a rendszert leíró effektív súrlódás inerciális számtól való függéséről, mely az instabilitás okára is rávilágított. A kísérleti és numerikus eredmények részletekbe menő jó egyezést mutattak [PRL2009]. Érdemes megemlíteni, hogy nagy polidiszperzitású (széles méreteloszlású) mintát használva ez a jelenség kevésbé figyelhető meg, tehát a folyás következtében lezajló szegregációs jelenségek itt is komolyan befolyásolják (felülírják) a rendszer viselkedését.

3.2. Részecskecsomagok (lavinák) stabil szemcsés rétegen

A fenti (3.1) részben megismerhettük az érdes felületű lejtőn megfigyelhető közepes sebességű homogén áramlások jellemzőit (3.1.1) és a kicsit gyorsabban folyó rendszer instabilitását (3.1.2). Ebben a részben pedig a kisebb meredekségű lejtőn megfigyelhető szakaszos folyás (részecskecsomagok) jellemzőit vizsgáljuk, melynek előzményeit a 2.2.2 szakaszban láthattuk.

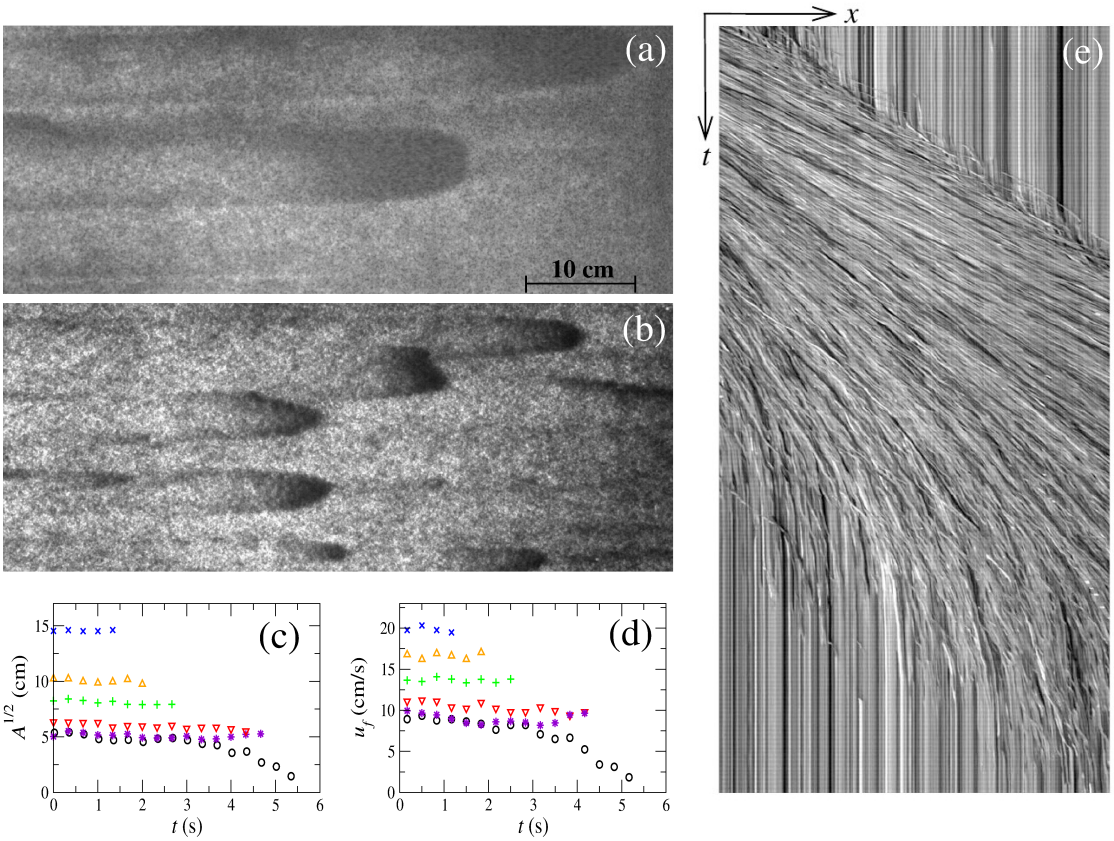
Ezeket a méréseket az előző (3.1) részben is használt mintákkal (üveggolyók, homok és réz minták), ill. méretszelektált sókristályokkal ($d = 0,4$ mm) végeztem, a nagyobb (227 cm $\times$ 40 cm) méretű lejtőn. A lejtőn először kialakítottam a h_s vastagságú stabil réteget (ami egy nagyobb mennyiségű anyag lefolyása után marad vissza), majd a legfelső tartományon nagyon lassan (homokóra-szerűen) további anyagot pergettem a lejtőre. A részecskék a 3.11(a) ábrán ábrázolt módon, közvetlenül a lejtőre érkezés előtt, először egy földelt fémlapra estek, hogy a lejtőre egy vonal mentén egyenletesen szétszóródva érkezzenek, ill., hogy az esetleges elektromos töltésüket elveszítsék. Így a felső tartományon a rendszer időnként elérte a kritikus vastagságot, és az így elszabadult részecskecsomag (lavina) a lejtő többi részén mindenhol jelen lévő h_s vastagságú stabil réteg felszínén haladt lefelé. A lokális folyási vastagság a 3.11(b) ábrán pirossal jelölt tartományba esett.



3.11. ábra. (a) Kísérleti elrendezés a stabil szemcsés rétegen haladó részecskecsomagok vizsgálatára. (b) A stabil és az instabil réteg vastagsága (h_s és h_c) a rézsűszög tangensével normált lejtőmeredekség függvényében. A részecskecsomagok paraméterei a pirossal jelzett tartományba esnek. [PRE2008]

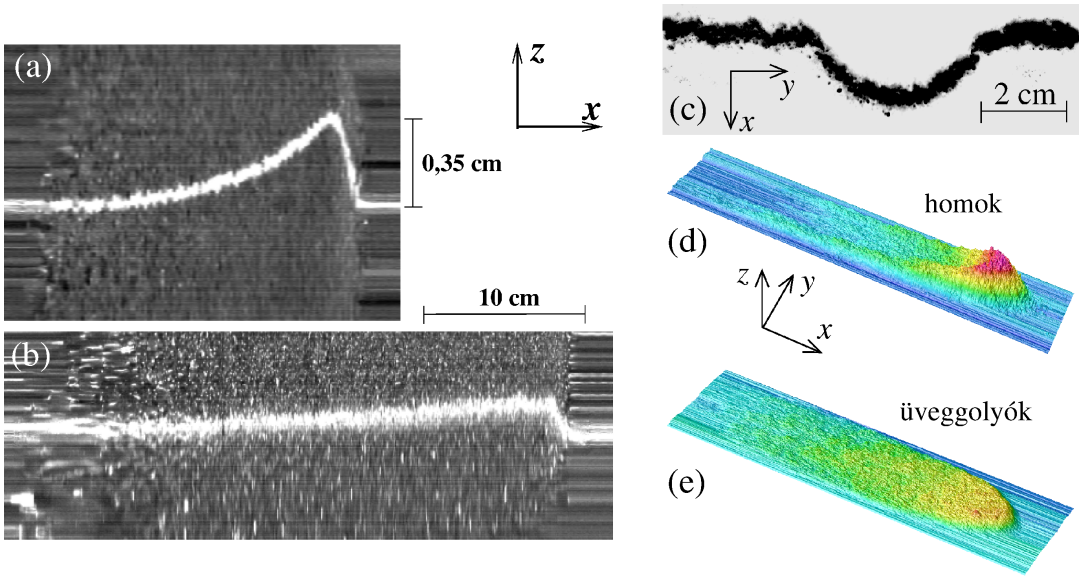
A 3.12(a)-(b) ábrákon két különböző lejtőszög mellett ($\theta = 33,6^o$ és $\theta = 38,1^o$) felvett részecskecsomagok képe látható. Kisebb lejtőmeredekségnél kevesebb számú, de nagyobb lavina figyelhető meg, míg nagyobb lejtőszögnél több, kisebb lavina

látható. A képsorozatokat elemezve meghatároztam a lavinák A területét és u_f frontsebességét. Amint az a 3.12(c)-(d) ábrákon látható, mind A, mind pedig u_f időben állandó (az adatsorok hosszát a kamera által befogott terület véges mérete korlátozta). Tehát ezek a részecskecsomagok stacionárius módon haladnak a lejtőn. A legkisebb lavináknál előfordulhat, hogy méretük egy kritikus érték alá esik, ezután már méretük és sebességük is csökken, mígnem teljesen elhalnak (erre egy példa látható a 3.12(c)-(d) ábrákon). A lavina szimmetriatengelye mentén elhelyezkedő 1 pixelnyi csíkot az egymás után következő képekből kivágva és egymás mellé helyezve egy olyan képet kapunk, amin követhetjük az időfejlődést (3.12(e) ábra). Ezen a függőleges vonalak az álló részecskék nyomai, a ferde vonalak pedig a lavinában haladó részecskéké. Ezeknek a csíkoknak a meredekségéből leolvasható a lokális sebesség, a mozgó és álló tartomány határának meredekségéből pedig megkapható a lavinafront sebessége. Látható, hogy ennél a homok minta esetén felvett lavinánál a front közelében a részecskék gyorsabban haladnak, mint maga a front.



3.12. ábra. (a)-(b) Részecskecsomagok (lavinák) fölülnézetben, átmenő fényben, $\theta = 33,6^o$ és $\theta = 38,1^o$ meredekségű lejtőn, $d = 0,4$ mm részecskeátmérőjű homok minta esetén. (c)-(d) A részecskecsomag A területe és u_f sebessége az idő függvényében. (e) A lavina szimmetriatengelye mentén regisztrált intenzitás az időben. A függőleges vonalak az álló részecskék nyomai, a ferde vonalak pedig a lavinában haladó részecskéké. [PRL2005,PRE2008]

A lavinák magasságáról két módon gyűjtöttem információt. Egyrészt oldalnézetből a 3.11(a) ábrán jelölt 1. sz. kamera és a függőleges lézersík segítségével azokról a lavinákról készült felvételeket rögzítettem, melyeknek a szimmetriatengelye a lézersíkkal közel egybeesett. A felvételről 1 függőleges csíkot véve, a képsorozatból a 3.12(e) ábrához hasonlatos módon az időfejlődést ábrázolva, majd az időtengelyt a lavina sebességével megszorozva kaptuk a 3.13(a)-(b) ábrákon bemutatott lavina magasságprofilokat homok és üveggolyók esetére.



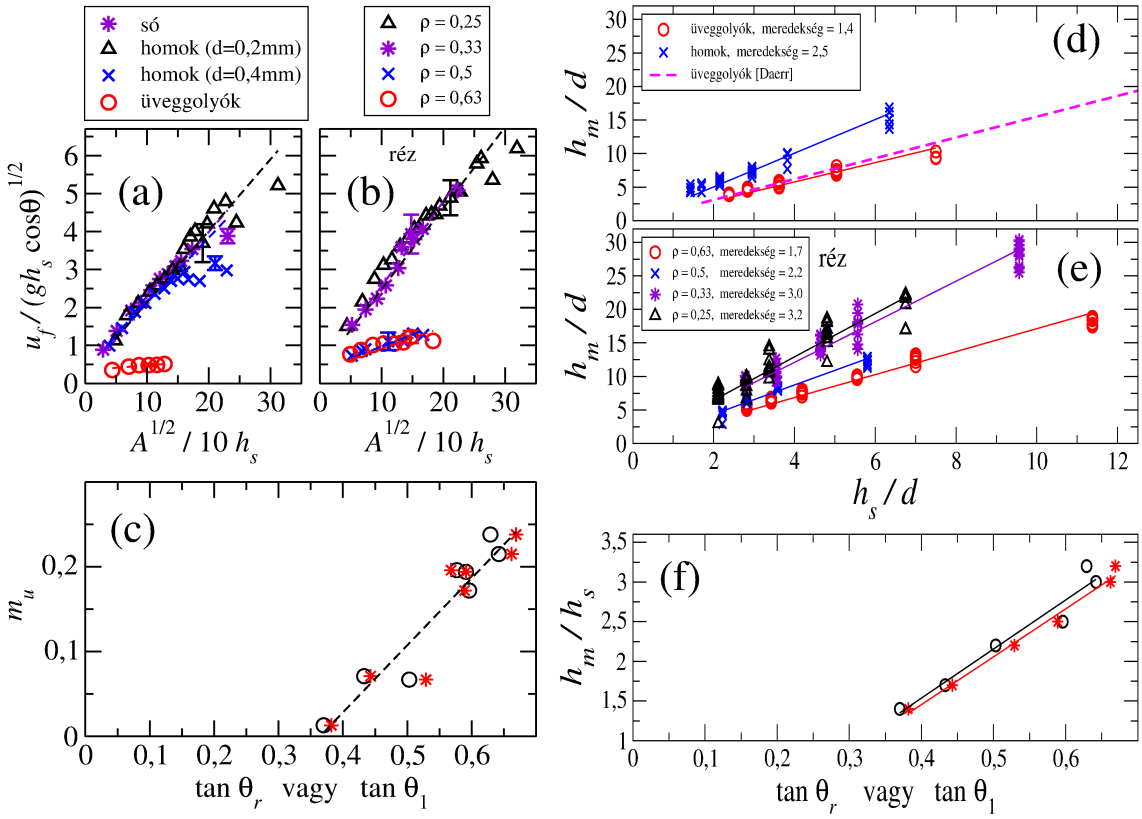
3.13. ábra. A lavinák magasságprofiljai oldalnézetből a szimmetriatengelyük mentén, a 3.11(a) ábrán látható 1. sz. kamera és függőleges lézersík segítségével rögzítve (a) homok és (b) üveggolyók esetében. (c) A lejtőre kis szögben vetített (2. sz.) lézersík segítségével (3.11(a) ábra) kirajzolódik a lavina y irányú magasságprofilja. Ennek az időfejlődését követve rekonstruálható a lavina teljes magasságprofilja, ezt ábrázolja a (d) és (e) panel homok és üveggolyók esetére. [PRL2005,PRE2008]

A másik mérés fölülnézetből a 2. sz. kamera (3.11(a) ábra) és a lejtőre kis szögben vetített lézersík segítségével történt (a 3.3(c) ábrán vázolt módon). A 3.13(c) ábra a lézernyaláb képét mutatja abban a pillanatban, amikor az épp egy lavina maximumát rajzolja ki. A lézerprofil időfejlődéséből rekonstruáltam a lavina teljes magasságprofilját. Erre láthatunk két példát a 3.13(d)-(e) ábrákon homok és üveggolyók esetére. Mindkét módszerrel felvett adatokból látható, hogy jelentős különbség van a lavina alakjában a homok és üveggolyók esetében. A homok minta esetén megfigyelhető lavina patkó alakú, és a front közelében igen magas, míg az üveggolyók esetén laposabb lavinák figyelhetők meg [PRL2005,PRE2008].

A mérések célja az, hogy összefüggést keressünk a lavinák tulajdonságai és az anyagot jellemző egyik legfontosabb paraméter, a belső súrlódást jellemző rézsűszög

között. Ezért az eddig ismertetett módszerek segítségével minden anyagra számos lavina esetén meghatároztam a lavina u_f haladási sebességét, az A kiterjedését és a h_m legnagyobb magasságát.

Elsőként, a 3.14(a)-(b) ábrákon több különböző anyagra ábrázoltam a dimenziótlanított lavinasebességet a dimenziótlanított méret függvényében. Látható, hogy $u_\mathrm{f} \propto \sqrt{A}$, vagyis a lavina sebessége a lineáris méretével arányosan nő. Az arányos-



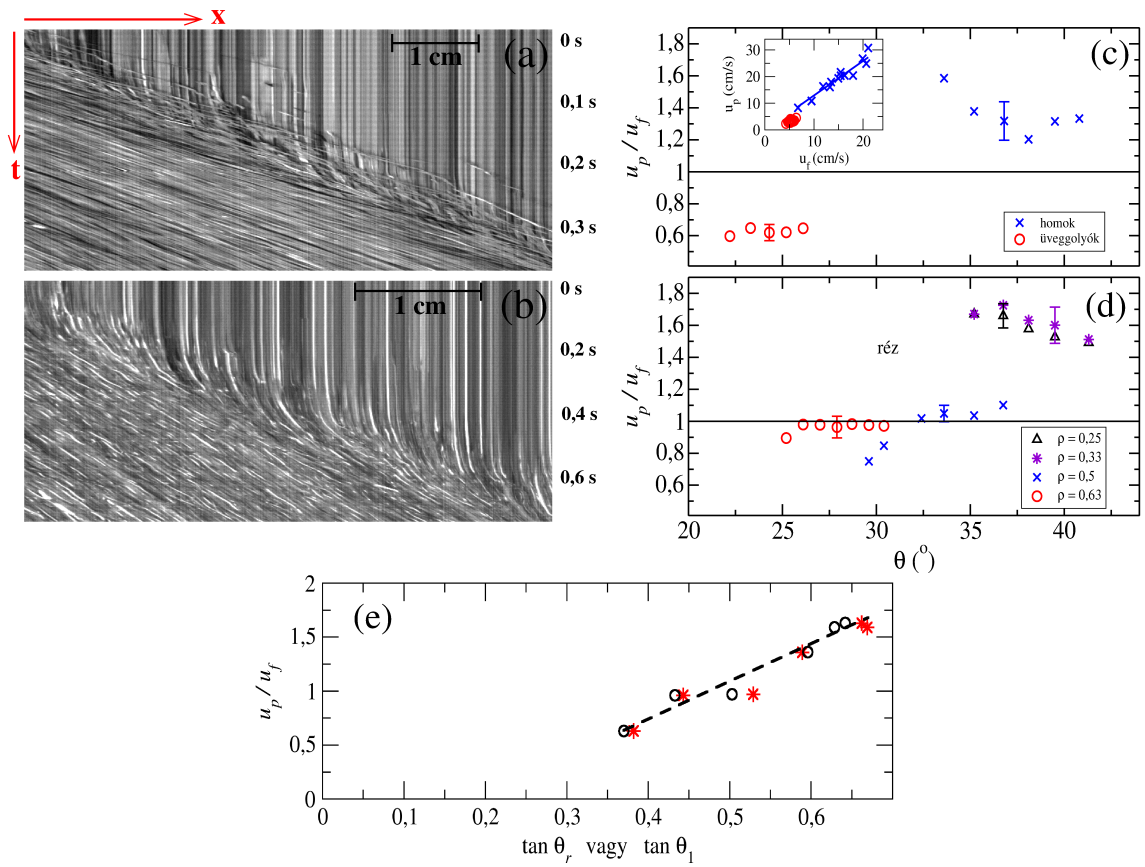
3.14. ábra. (a)-(b) A részecskecsomagok (lavinák) u_f frontsebessége (dimenziótlanítva) a dimenziótlanított méret függvényében. (c) A lavinasebesség növekedési üteme a lavinamérettel (azaz az (a)-(b) paneleken látható adatsorok m_u meredeksége) a rézsűszög tangensének függvényében. (d)-(e) A lavina h_m legnagyobb magassága a stabil réteg h_s vastagságának függvényében. Az üveggolyókra kapott értékek jó egyezést mutatnak Daerr méréseivel [63]. (f) Az egyes anyagokra jellemző lavinamagasság a rézsűszög tangensének függvényében. [PRL2005,PRE2008]

sági tényezőt, az adatokra illesztett egyenesek m_u meredekségét, az anyagot jellemző rézsűszög tangensének függvényében ábrázolva erős korreláció látszik (3.14(c) ábra), ami azt mutatja, hogy az anyagot jellemző belső súrlódási együttható növekedésével egyre nagyobb mértékben nő a lavinasebesség a lavinaméret emelkedésével.

A lavinákat jellemző második fontos paraméter a lavinák legnagyobb magassága

(h_m), amit a lejtőn lévő stabil réteg h_s vastagságának függvényében ábrázolva szintén lineáris növekedést tapasztalunk (3.14(d)-(e) ábrák). A h_m/h_s értéke szintén korrelál az anyagot jellemző rézsűszöggel 3.14(f) ábra), vagyis minél nagyobb az anyagot jellemző belső súrlódási együttható, annál magasabb lavinákat várhatunk.

A lavinák harmadik fontos jellemzője, hogy a bennük mozgó részecskék milyen gyorsan haladnak a lavina frontjának sebességéhez képest. A 3.15(a)-(b) ábrákon a 3.12(e) ábrához hasonló diagramot láthatunk a lavina frontjára fókuszálva homok és üveggolyók esetében. Látható, hogy homok esetében a fronthoz közeli részecskék gyorsabban haladnak, mint maga a front, sokan közülük előre repülnek, és a lavina előtti tartományba csapódnak be. Ezzel szemben az üveggolyók esetében a lavinát alkotó részecskék még a front közvetlen közelében is lassabban haladnak, mint maga a front. Itt a front közeledtével a lavina előtt elhelyezkedő, addig nyugalomban

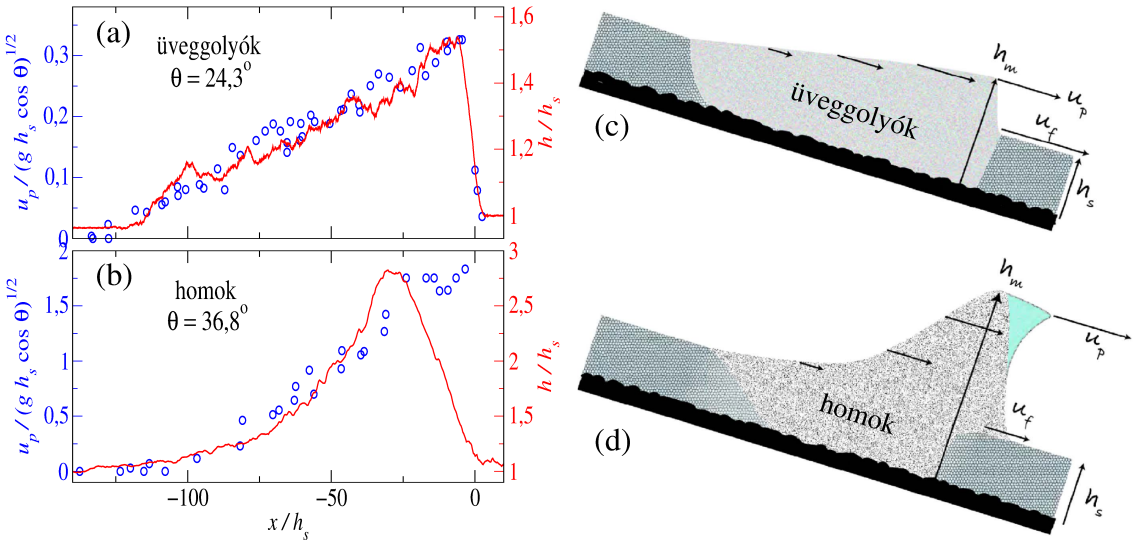


3.15. ábra. (a)-(b) A lavina szimmetriatengelye mentén felvett intenzitás időfejlődése homok és üveggolyók esetében. (c)-(d) A front közelében mért maximális részecskesebesség (u_p) és a frontsebesség (u_f) hányadosa homok, üveggolyók és a 4 réz minta esetében. (e) Az u_p/u_f átlagértéke a rézsűszög vagy θ_1 tangensének függvényében. [PRL2005,PRE2008]

lévő részecskék kezdenek lassan mozogni, a lavinával közeledő részecskéktől kapott pici impulzusok hatására. Erről tanúskodnak a 3.15(b) ábrán a front közelében megfigyelhető görbe trajektóriák.

Meghatároztam a front közelében mérhető maximális részecskesebesség és a frontsebesség hányadosát 6 különböző anyagra. Ezeket az $u_\mathrm{p}/u_\mathrm{f}$ értékeket láthatjuk a lejtőszög függvényében a 3.15(c)-(d) ábrákon homok, üveggolyók, és a 4 réz minta esetében. Az egyes anyagokra kapott $u_\mathrm{p}/u_\mathrm{f}$ átlagértékét ábrázoltam a 3.15(e) ábrán az anyagot jellemző rézsűszög tangensének függvényében. Látszik, hogy minél nagyobb az anyagot jellemző rézsűszög értéke, annál nagyobb a részecskesebesség és a frontsebesség hányadosa [PRL2005,PRE2008].

A 3.16(a)-(b) ábrákon a felszíni részecskesebesség értékét láthatjuk a lavina hossztengelye mentén, ill. ugyanezeken az ábrákon feltüntettük a lavina magasságprofilját is. Ezek alapján az információk alapján rajzolható fel a 3.16(c)-(d) ábrákon látható sematikus ábra a homok esetén és az üveggolyók esetén megfigyelhető lavinák jellegzetességeiről. A homok esetén megfigyelhető lavina magasabb, a frontjánál van egy dinamikus magja, melyben a részecskék gyorsabban mozognak, mint maga a front. Az üveggolyók esetében laposabb, kevésbé dinamikus lavinák figyelhetők meg, melyben a részecskék lassabban mozognak, mint maga a lavina [PRL2005, PRE2008].



3.16. ábra. (a)-(b) A felszíni részecskesebesség és a lavina magasságprofilja a lavina hossztengelye mentén üveggolyók és homok esetén. (c)-(d) A lavinák sematikus rajza. A homoklavina magasabb, a frontjánál van egy dinamikus magja, melyben a részecskék gyorsabban mozognak, mint maga a front. Az üveggolyók esetében laposabb, kevésbé dinamikus lavinák figyelhetők meg, a részecskesebesség kisebb, mint a frontsebesség. [PRE2008]

A 2.2.2 szakaszban említettük, hogy a lejtőn lassan folyó viszonylag vékony szemcsés réteg instabilitását – minek következtében hullámok alakulnak ki – jól le lehet írni a Saint-Venant sekélyvíz egyenletek Savage és Hutter által a szemcsés anyagokra adaptált verziójával [57, 61]. Ebben a mélységátlagolt leírásban közvetlenül megjelenik a folyási törvény (2.2.1 bevezető szakasz, 2.4 egyenlet) két paramétere ($\beta_{\rm P}$ és $\gamma_{\rm P}$). A következőkben azt vizsgáljuk, hogy ez a leírás mit ad az általunk vizsgált részecskecsomagok esetére, és hogy ez hogyan viszonyul a kísérleti megfigyeléseinkhez [PRL2005,PRE2008]. Az itt következő (3.1)-(3.11) levezetés főbb megfontolásai Thomas Halsey társszerzőmtől származnak. A mélységátlagolt megközelítésben az anyag- és impulzusmegmaradás a következőképpen íródik:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (hu)}{\partial x} = 0 \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial (hu)}{\partial t} + \alpha \frac{\partial (hu^2)}{\partial x} = \left(\tan\theta - \mu(u,h) - K \frac{\partial h}{\partial x} \right) gh\cos\theta, \tag{3.2}$$

ahol h a rétegvastagság, u pedig az x irányú mélységátlagolt folyási sebesség. Az α paraméter értékét a sebességprofil határozza meg, térben konstans sebesség esetén $\alpha = 1$ [61], lineáris sebességprofil esetén $\alpha = 4/3$, Bagnold-profil esetén pedig $\alpha = 5/4$ [152]. A K paraméter értékét a feszültségtenzor σ_{xx} és σ_{zz} komponenseinek hányadosa adja. Numerikus számolások azt mutatták, hogy stacionárius esetben $K \equiv \sigma_{xx}/\sigma_{zz} \approx 1$ [55]. Az anyagot leíró jellemzők a $\mu(u,h)$ súrlódási együttható megadásával kerülnek be, melyet a folyási törvény felhasználásával teszünk meg. A 2.4 egyenletből $h_{\rm s}$ a következőképpen fejezhető ki:

$$h_{\rm s} = \frac{\beta_{\rm P} h^{3/2} \sqrt{g}}{u + \gamma_{\rm P} \sqrt{gh}} \ . \tag{3.3}$$

Mivel viszonylag kis lejtőmeredekségről van szó ($\tan\theta / \tan\theta_1 < 1,4$), a kísérleti $h_{\rm s}(\theta)$ görbéket a lehető legegyszerűbb függvénnyel közelítjük:

$$h_{\rm s} = \frac{Ad}{\tan\theta - \tan\theta_1}. \tag{3.4}$$

Az így kapott A és θ_1 paramétereket a 3.17(a) táblázat mutatja. A stacionárius esetben $\mu = \tan\theta$, így 3.4-ből a következő adódik:

$$\mu = \tan\theta = \tan\theta_1 + \frac{Ad}{h_{\rm s}} \ . \tag{3.5}$$

A lassabb lavináknak kis Froude-szám ($Fr = u/\sqrt{gh\cos\theta}$) felel meg, pl. az üveggolyók esetén $Fr \approx 0,4$. Mivel a 3.2 egyenlet bal oldala a Froude-szám négyzetével skálázódik ($Fr^2 \approx 0,16$), ezért ebben az esetben a bal oldalt első közelítésben vehetjük 0-nak. Ekkor a μ-re kapott 3.5-ös kifejezést behelyettesítve a 3.2 egyenlet jobb oldalára, a következőt kapjuk:

$$\tan\theta - \tan\theta_1 - \frac{Ad}{h_\mathrm{s}} - K\frac{\partial h}{\partial x} = 0\ . \tag{3.6}$$

A h_s-re kapott 3.3 kifejezést 3.6-ba helyettesítve, az u folyási sebességre a következő kifejezést kapjuk:

$$u = \frac{\sqrt{g}}{Ad}\left(\tan\theta - \tan\theta_1 - K\frac{\partial h}{\partial x}\right)\cdot\beta_\mathrm{P}h^{3/2} - \gamma_\mathrm{P}\sqrt{gh}\ . \tag{3.7}$$

Végül ezt az u kifejezést helyettesítjük be a (3.1) egyenletbe:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\sqrt{g}}{Ad}\left(\tan\theta - \tan\theta_1 - K\frac{\partial h}{\partial x}\right)\cdot\beta_\mathrm{P}h^{5/2} - \gamma_\mathrm{P}h\sqrt{gh}\right] = 0, \tag{3.8}$$

ami a következőre vezet:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + a(h)\cdot\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{K\beta_\mathrm{P}\sqrt{g}}{Ad}\frac{\partial}{\partial x}\left[h^{5/2}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\right], \tag{3.9}$$

ahol

$$a(h) = \sqrt{gh}\left(\frac{\frac{5}{2}\beta_\mathrm{P}h}{h_\mathrm{s}} - \frac{3}{2}\gamma_\mathrm{P}\right). \tag{3.10}$$

Ennek az egyenletnek a megoldása a Burgers egyenlethez hasonló [153], mely a lejtőn $a(h)$ sebességgel haladó hullámcsomagot jelent, aminek az alakja az 3.9 egyenlet bal oldalán lévő nemlineáris sebesség tag és a jobb oldalon lévő disszipációs tag versengése következményeképpen alakul ki, és viszonylag sima. Az egyenlet numerikus megoldása a front mögött egy megközelítőleg lineáris lecsengést ad, igen hasonlót ahhoz, amit az üveggolyók esetére kaptunk a kísérleti adatokból (3.16(a) ábra).

A teljes egyenletrendszer (3.1 és 3.2) viszont hiperbolikus, amit a következő formájú karakterisztikus sebesség jellemez:

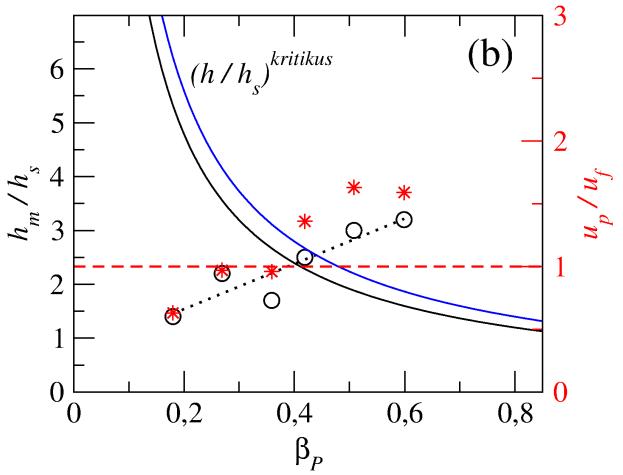
$$c_\pm = u\left(\alpha \pm \sqrt{\alpha(\alpha-1) + \frac{K}{Fr^2}}\right). \tag{3.11}$$

Ha a 3.10 kifejezésben kapott sebesség nem elégíti ki az $a < c_+$ feltételt, akkor az azt jelenti, hogy az egyszerűsített megközelítés nagyobb sebességet ad, mint a hiperbolikus egyenletrendszert jellemző maximális információ-terjedési sebesség, ami nyilván nem lehetséges. Gyorsabb lavinák (homok) esetén (mivel Fr > 1) a kis Froude-szám határeset nem érvényes. Ekkor a Burgers-féle sima megoldás szakadásos alakot ölt, ami c_+ sebességgel halad [153], amit a teljes hiperbolikus egyenletrendszer (3.1-3.2) ír le [PRL2005,PRE2008].

Amit a kísérleti adatok segítségével megtehetünk, az annak a tesztelése, hogy a $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ lavinamagasság függvényében mikor valósul meg az $a < c_+$-hoz tartozó viselkedés. Ezt úgy tudjuk kimutatni, hogy egy ábrán ábrázoljuk az egyenletek két megoldása közötti határhoz ($a = c_+$) tartozó kritikus $(h/h_\mathrm{s})^{\mathrm{kritikus}}$ magasságot és a különböző anyagokra kapott $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ kísérleti adatokat β_P függvényében. Itt a folyási törvény legegyszerűbb alakját vettük $\gamma_\mathrm{P} = 0$ mellett. Az eredményt a 3.17(b) ábrán láthatjuk. A fekete és kék vonal tehát a számolás eredményeképpen adódó $(h/h_\mathrm{s})^{\mathrm{kritikus}}$ magasság lineáris és Bagnold-féle sebességprofilok esetén. Látható, hogy ez a kritikus magasság erőteljesen csökken a β_P növekedésével. A $(h/h_\mathrm{s})^{\mathrm{kritikus}}$ görbe alatti tartományban a 3.9 egyenlet sima megoldásai várhatók, míg fölötte a teljes egyenletrendszer kevésbé reguláris (szakadásos) megoldásai. A kísérletileg kapott $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ értékek (azaz a 3.14(d)-(e) ábrák görbéinek meredekségei) szisztematikusan növekednek β_P növekedésével, csakúgy mint a rézsűszög növelésével (lásd 3.14(f) ábra). A rájuk illesztett pöttyözött vonal átmetszi a kék vagy fekete vonallal jelölt határt, tehát az üveggolyókhoz és a két kisebb rézsűszögű réz mintához tartozó értékek a vonal alá, míg a homok és a két nagyobb rézsűszögű réz mintához tartozó $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ értékek pedig fölé esnek. Ez jól egybevág azzal a ténnyel, hogy a lavinákat jellemző maximális részecskesebesség és frontsebesség hányadosa $(u_\mathrm{p}/u_\mathrm{f})$ szintén növekszik β_P növekedésével, és az 1-es értéket kb. ugyanott ($\beta_\mathrm{P} \approx 0,4$-nél) haladja meg, ahol a $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ értéke átmetszi a két megoldás határát jelentő görbéket (3.17(b) ábra).

(a)

	A	θ_l
homok	0,4	31,1°
üveggolyók	0,26	20,5°
réz, η= 0,25	0,66	32,6°
réz, η= 0,33	0,52	32,3°
réz, η= 0,5	0,43	26,9°
réz, η= 0,63	0,35	23,8°



3.17. ábra. (a) A 3.4 kifejezésből kapott illesztési paraméterek a homok, üveggolyók és a 4 réz minta esetében, (b) a dimenziótlan lavinamagasság $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ (○) és a maximális részecskesebesség és frontsebesség hányadosa $u_\mathrm{p}/u_\mathrm{f}$ (*) a folyási törvényben szereplő β_P meredekség függvényében ugyanezen anyagokra. A folytonos görbék az $a = c_+$ feltételhez tartozó kritikus h értéket jelölik lineáris (fekete) és Bagnold-féle sebességprofil (kék) esetében. A pöttyözött vonal egy lineáris illesztés a $h_\mathrm{m}/h_\mathrm{s}$ adatokra. A vízszintes szaggatott vonal az $u_\mathrm{p}/u_\mathrm{f} = 1$ értéket jelöli. [PRE2008]

dc_1586_18

Ez azt mutatja, hogy az üveggolyók (ill. általánosabban fogalmazva, a kis β_{P} értékkel jellemezhető anyagok) esetében megfigyelt részecskecsomagok (lavinák) a 3.9 egyenlet sima megoldásainak felelnek meg, míg a homok vagy a nagy alakanizotrópiájú dendrites réz részecskék (azaz általánosan a nagy β_{P}-jű anyagok) viselkedését a teljes egyenletrendszer c_+ sebességgel haladó szakadásos megoldásai írják le. Ezek az utóbbi fajta lavinák egy nyugvó anyagba rohannak bele, mivel a rendszert jellemző maximális karakterisztikus sebességgel haladnak. A kísérletekben ez a „szakadásos" viselkedés abban nyilvánul meg, hogy a részecskék gyorsabban mozognak, mint a front, a front felszínét pedig kis sűrűségű gázszerű fázis alkotja, melyben a részecskék előre repülnek. A kétféle viselkedés közti átmenet körülbelül a $\beta_{\mathrm{P}} \approx 0,4$ értéknél figyelhető meg [PRE2008]. A folyadékdinamikai analógiát tekintve, az üveggolyók esetében megfigyelhető részecskecsomagok viselkedése a regulárisan leírható ún. „árhullámoknak" felel meg, míg a homok lavináké az „átbukó" hullámoknak [153, 154]. Érdemes megjegyezni, hogy a lavina előtti statikus réteg a Mohr–Coulomb-féle kritikus állapothoz [7] közel lehet, melyet $\sigma_{xx} > \sigma_{zz}$, jellemez, a folyásban lévő anyagot jellemző $\sigma_{xx} \approx \sigma_{zz}$ esettel szemben. Tehát a front előtti átmeneti tartományban, ahol az anyag álló helyzetből gyorsul a kontinuumegyenletekkel leírt folyási állapotba, először egy ún. Rankine-féle gyengülés megy végbe, melynek során feszültségtenzornak a réteg síkjában mérhető σ_{xx} (kompresszív) eleme folyamatosan egyre kisebb lesz. Ennek a tartománynak a mechanikája tehát igen komplex, ezt a Saint-Venant-egyenletek önmagukban nem tudják leírni.

Visszautalva a 2.2.2 szakaszban megismert hullámok esetére, az elméleti leírásban az $a < c_+$ feltétel éppen azt a tartományt jelenti, melyben a folyás a perturbációkkal szemben stabil [57]. Tehát az üveggolyók esetében sima megoldással leírható, homok esetében pedig szakadásos alakkal jellemezhető lavinákra vonatkozó megfigyeléseink szépen egybevágnak Pouliquen-nek és Forterre-nek a folyás instabilitására vonatkozó eredményeivel, miszerint a golyókból álló anyag folyása stabilabbnak bizonyult az alaktalanabb szemcsékből álló homokénál.

Az itt ismertetett elméleti megközelítés tehát egy jó szemikvantitatív leírását adja a különböző alakú és felületi súrlódású részecskékből álló szemcsés anyagokban megfigyelhető részecskecsomagok (lavinák) dinamikai tulajdonságainak [PRE2008]. Ezzel együtt, a megközelítésnek vannak hiányosságai is. Az egyik ilyen, hogy az általánosított Burgers-egyenlet (3.9) a részecskecsomagok szoliton jellegét – azaz, hogy hosszú időn keresztül konstans sebességgel haladnak és alakjuk nem változik – nem adja vissza. Ezen esetleg javíthatna a Forterre és Pouliquen által javasolt [59] megközelítés, melyben a súrlódási együtthatót összetettebb alakban írták föl, ami a csúszási és tapadási súrlódás különbözősége miatt jelen lévő hiszterézist is kezelni tudja, de az ez irányú numerikus számolások eddig nem jártak sikerrel.

A 3.2 szakasz eredményeit összefoglalva látható, hogy az érdes felületű lejtőn elhelyezkedő h_{s} vastagságú stabil szemcsés rétegen jellegzetes alakú stacionárius ré-

szecskecsomagok (lavinák) figyelhetők meg. Ezeknek több jellemzője szisztematikusan változik a szemcsés anyag effektív súrlódását leíró rézsűszög tangensének a növekedésével [PRL2005,PRE2008]. Ilyenek a lavinasebesség növekedési üteme a lavinaméret növekedésével, a dimenziótlanított lavinamagasság vagy a részecskesebesség/frontsebesség hányados. A nagyobb súrlódási együtthatóval jellemezhető, érdes, szabálytalan alakú szemcsékből álló anyagok (pl. homok) esetén a lavina magasabb, a frontjánál van egy dinamikus magja, ahol a részecskék gyorsabban mozognak, mint maga a front. A kisebb súrlódási együtthatóval jellemezhető, simább felületű golyókból (pl. üveggolyók) álló anyag esetében kevésbé dinamikus lavinák figyelhetők meg, melyben a részecskék mindenhol lassabban mozognak, mint a lavina haladási sebessége. A mélységátlagolt (Saint-Venant) egyenleteket a folyási törvény paramétereinek ismeretében elemezve, kimutatható egy – a kísérleti eredményekkel összhangban lévő – átmenet a fent leírt kétféle viselkedés között [PRE2008]. Ugyan ez a megközelítés számos egyszerűsítést tartalmaz, mégis jól adja vissza a kísérleti megfigyelések sok aspektusát. Egy ennél pontosabb modellezésnek vélhetően figyelembe kell majd vennie a szemcsés rendszerekben megjelenő nem-lokális reológiai tulajdonságokat, melyeket a 2.2.1 szakaszban már említettem.

4. fejezet

Nyírási zónák homogén és rétegzett anyagokban

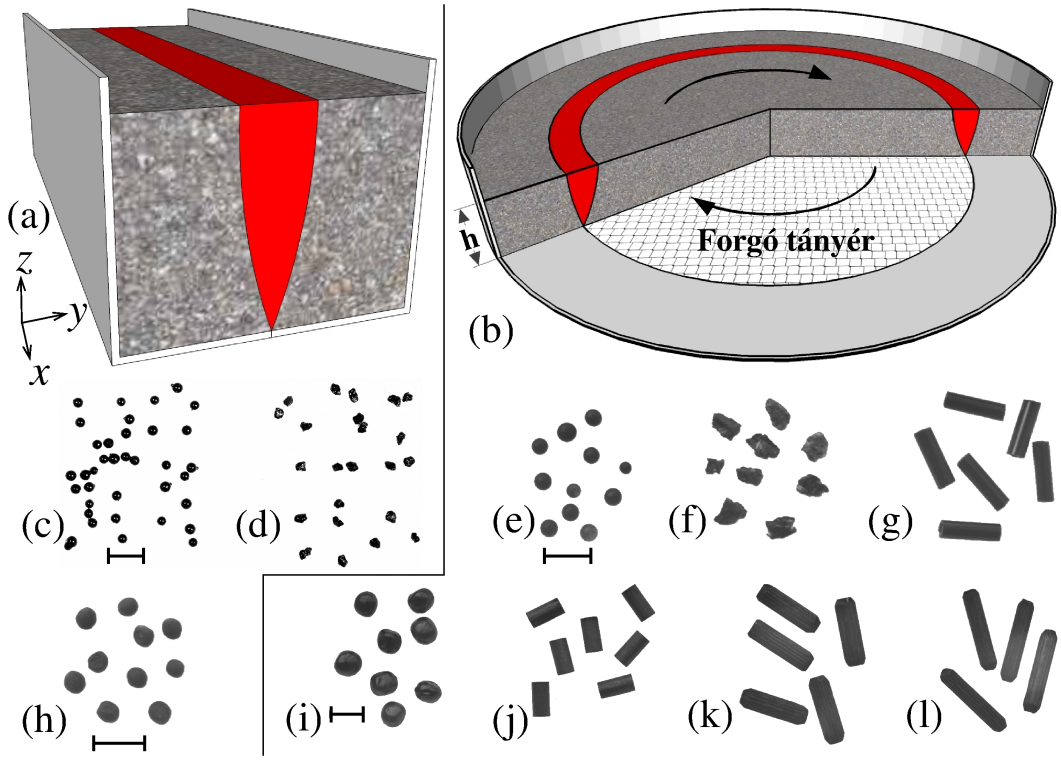
A szemcsés anyagok deformációjakor megfigyelhető jelenségek közül ebben a fejezetben először (4.1 szakasz) azt tanulmányozzuk, hogy az anyagot alkotó részecskék alakjától hogyan függ az osztott aljú nyíró elrendezésben kialakuló nyírási zóna szélessége, ill. a Reynolds-tágulás mértéke. Ezek után azt vizsgáljuk (4.2 szakasz), hogy egy két rétegből álló anyagban − melyben a rétegek belső súrlódása eltérő − terhelés hatására hol alakul ki a nyírási zóna. A bemutatott mérések mindegyikében lassú (kvázisztatikus) deformációt alkalmaztunk, tehát az eredmények a kis nyírási ráta határesetben érvényesek.

4.1. Nyírási zóna kialakulása, Reynolds-tágulás

Amint azt a 2.3.1. bevezető szakaszban láthattuk, a vizsgálataim tárgyát képező széles nyírási zónák a lineáris vagy hengeres osztott aljú elrendezésben hozhatók létre kényelmesen, melyeknek a sematikus rajza a 4.1 ábrán látható. A lineáris cellában a két L alakú csúszka egymáshoz viszonyított elmozdításával, míg a hengeres elrendezésben a minta alá helyezett kör alakú tányér forgatásával deformáltuk a szemcsés anyagot. A kialakuló nyírási zónát az ábrákon piros színnel jelöltük. A kísérletekben kétféle módon vizsgáltuk a rendszert: (i) felszíni (optikai) megfigyeléssel ill. (ii) tomográfiás módszerekkel (röntgen CT, ill. MRI).

(i) Felszíni mérések

Először a lineáris elrendezésben (4.2(a) ábra) kapott eredmények segítségével a rendszer általános viselkedését mutatjuk be [PRE2014]. A rendezetlen kezdeti állapotú mintát pici lépésekben (az egyik L alakú csúszka dx elmozdításával) deformáltuk. A folyamatról felülnézetből minden lépésben fényképet készítettünk, és ezt

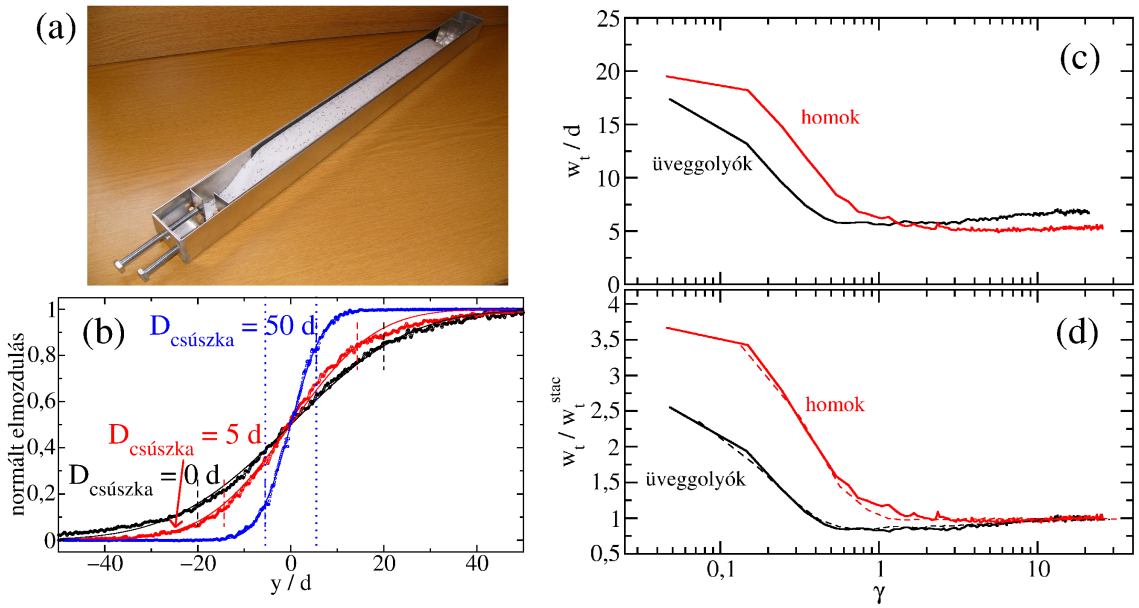


4.1. ábra. Osztott aljú nyíró cella (a) lineáris és (b) hengeres elrendezésben. A minta két felének egymáshoz képesti elmozdításakor kialakuló nyírási zóna alakja pirossal jelölve. (c)-(l) A mérésekben használt anyagokról készült fényképek: (c) üveggolyók, (d) homok szemcsék, (e) szilikagél golyók, (f) korund, (g) üvegrudak ($L/d = 3, 5$), (h) repcemag, (i) borsószem és (j-l) fa rudak ($L/d = 2$, 3,3 és 5). A méretet jelző vízszintes vonal nagysága (c-d) 1 mm, (e-h) 5 mm és (i-l) 10 mm. [PRE2014]

saját fejlesztésű PIV algoritmussal elemezve meghatároztuk a lépések közti felszíni, y tengely menti elmozdulásprofilt. A 4.2(b) ábrán 3 ilyen profilt láthatunk $d = 0,25$ mm-es részecskeátmérőjű üveggolyók (4.1(c) ábra) esetében. Az első kettő a kezdeti tranziens alatt lett felvéve (amikor a mérés kezdetétől mért teljes elmozdulás $D_{\text{csúszka}} = 0d$, ill. $D_{\text{csúszka}} = 5d$ volt), a harmadik pedig már a stacionárius állapotban $D_{\text{csúszka}} = 50d$ értéknél. Ahogy látható, a nyírási zóna lényegesen szélesebb a kezdeti tranziens alatt. A zónaszélesség számszerűsítésére az elmozdulásprofilokat a

$$D(y) = \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}\frac{y - y_0}{\sqrt{2}\ w_{\text{t}}}\right), \tag{4.1}$$

függvénnyel illesztettük. A kapott zónaszélesség (w_{t}) fejlődését láthatjuk a γ deformáció függvényében két anyag ($d = 0,25$ mm-es részecskeátmérőjű homok és üveggolyók) esetére a 4.2(c-d) ábrákon. Itt a γ deformáció értékét a 4.2(b) ábrán két pontozott vonal közötti tartományra (a stacionárius zónára) átlagolva kaptuk. Mindegyik görbe 3 mérés átlaga, a rendezetlen kezdeti állapotot a minta újratölté-



4.2. ábra. (a) A lineáris mérőcella, keresztmetszete: $4,2 \times 4,5$ cm, hossza: 70 cm. (b) Normált felszíni elmozdulásprofilok üveggolyók esetében, $h/d = 68$ töltési magasság mellett. Az első két profil a kezdeti tranziens alatt ($D_{\text{csúszka}} = 0$ és $D_{\text{csúszka}} = 5d$), míg a harmadik a stacionárius állapotban ($D_{\text{csúszka}} = 50d$) készült. Az adatokat a minta két végétől távol, a középső 10 cm hosszú szakaszon gyűjtöttük. (c)-(d) A nyírási zóna felszíni szélessége (w_t) a γ deformáció függvényében homok és üveggolyók esetében. A görbék három mérés átlagaként adódtak, rendezetlen kezdeti állapotból indulva, $h/d = 68$ töltési magasság mellett, a szaggatott vonal Török János fluktuáló keskenysáv-modell számolásainak eredménye. [PRE2014]

sével értük el. A fentiekhez hasonló méréseket végeztünk a hengeres elrendezésben is. Ennek az az előnye, hogy a rendszer mérete nem korlátozza az alkalmazható deformáció mértékét, így hosszabb méréseket is egyszerűen lehet vele végezni (4.3(a-b) ábra), sőt azt is könnyen vizsgálhatjuk, hogy hogyan viselkedik a rendszer, ha a stacionárius állapotot elérve a nyírás irányát megfordítjuk (4.3(c-d) ábra). Ezeket a méréseket 3 különböző anyaggal (korund, szilikagél golyók, és üvegrudak, 4.1(e-g) ábrák) végeztük el. Mindegyik görbe 100 mérés átlagolt eredménye, így w_t időfejlődése pontosabbnak adódott, mint a lineáris elrendezésben készült mérésekben.

A rendezetlen kezdeti állapotból indított mérések mindkét elrendezésben (4.2(c-d) és 4.3(a-b) ábrák) azt mutatják, hogy a tranziens alatt a zóna szélessége jelentősen csökken. Ez a folyamat kb. akkor kezdődik, amikor a deformáció eléri a $\gamma = 0,1$ értéket, és mire egységnyi deformációhoz érünk, véget is ér. A folyamat ezen része alatt alakul ki az új (anizotróp) erőhálózat a kezdeti rendezetlen állapotból. A különböző anyagokra kapott görbéket összevetve a következő megállapításokat tehetjük [PRE2014]:

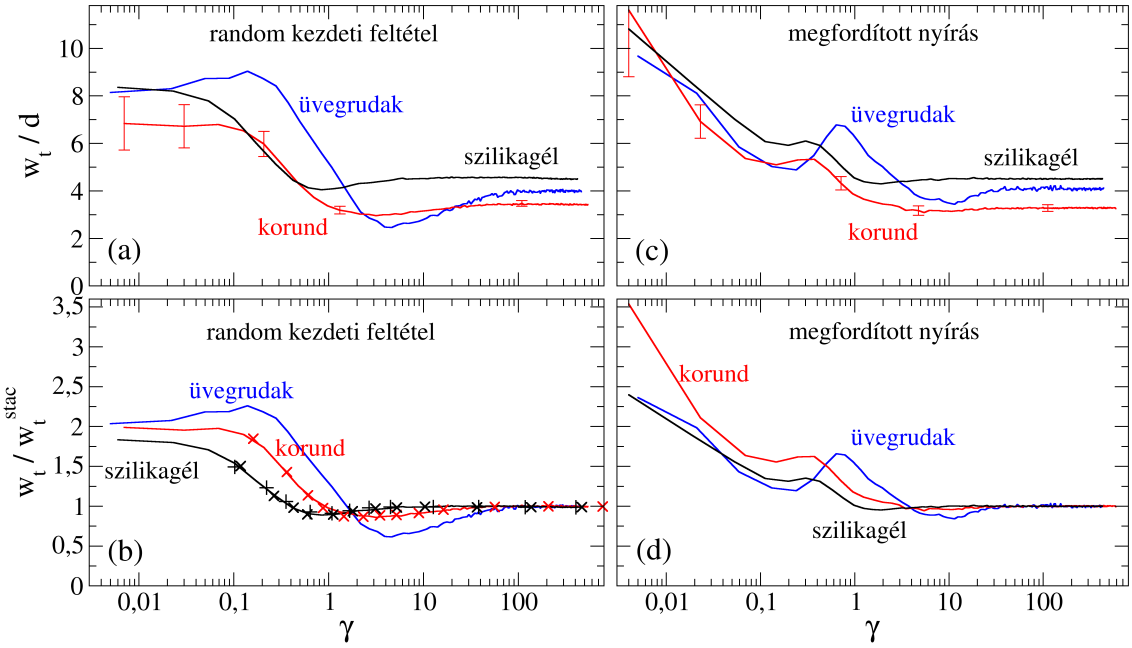
(1) A zónaszélesség csökkenése alaktalan részecskék (homok és korund) esetében nagyobb, mint a golyókból álló rendszerben. A kezdeti és végső (stacionárius) zónaszélesség hányadosa $h/d = 68$ töltési magasság mellett 1,4-szer nagyobb homokra, mint üveggolyókra (4.2(d) ábra), míg ugyanez 1,1-nek adódik korund és szilikagél golyók esetén $h/d = 15,6$ töltési magasság mellett (4.3(b) ábra).

(2) A zóna összehúzódásához szükséges deformáció nem gömbszerű részecskék esetén nagyobb. A zóna a deformáció $\gamma \approx 0,1$ értéknénél kezd el összehúzódni és az összehúzódás kb. egységnyi deformációnál áll meg. Ezek a deformáció értékek gömb alakú részecskékre kb. felényinek adódnak a nem gömbszerű részecskék esetéhez viszonyítva (4.3(b) ábra).

(3) A zónaszélesség w_t stacionárius értéke (részecskeátmérő egységekben mérve) kb. 30%-kal nagyobb gömb alakú részecskékre (üveg vagy szilikagél), mint a nem gömbszerű részecskék esetében (4.2(c) és 4.3(a) ábrák).

(4) A w_t értékének gyors csökkenését egy lassú, enyhébb növekedés követi.

(5) Megfelelően paraméterezett fluktuáló keskenysáv-modellel a kísérleti görbék jól reprodukálhatóak (Török János számolásai a 4.2(d) és 4.3(b) ábrákon) [PRE2014].



4.3. ábra. A nyírási zóna felszíni szélessége (w_t) a γ deformáció függvényében a hengeres elrendezésben 3 minta (korund, szilikagél golyók és üvegrudak) és 2 különböző kezdeti állapot esetén. A w_t értékét vagy a d részecskeátmérővel vagy a w_t^{stac} stacionárius értékével normáltuk. Mindegyik görbe 100 mérés átlagaként adódott $h = 28$ mm-es töltési magasság mellett, ami szilikagél és korund esetén $h/d = 15,6$, üvegrudakra pedig $h/d = 14,7$. A forgótányér sugara $R_s = 7,5$ cm volt. A fluktuáló keskenysáv-modell ($\times$ és $+$) itt is jól reprodukálja a kísérleti adatokat [PRE2014].

Az elnyújtott alakú részecskék ($L/d = 3,5$ hosszúságú üvegrudak) viselkedése még összetettebb, mivel ezek a nyírás hatására irány szerint rendeződnek. Erről a rendeződési folyamatról a következő fejezetben részletesebben is szó lesz, itt csak a zónaszélesség fejlődése tükrében vizsgáljuk a jelenséget, amiről a következő megállapításokat tehetjük [PRE2014]:

(1) A zónaszélesség − mielőtt csökkenni kezdene − kicsit növekszik.

(2) A w_{t} lecsökkenéséhez szükséges deformáció lényegesen (3-6-szor) nagyobb, mint a másik két anyag (szilikagél és korund) esetében.

(3) A zónaszélesség stacionárius értéke (d egységekben mérve) a golyókból és az alaktalan részecskékből álló anyagra jellemző értékek közé esik (4.3(a) ábra).

(4) Az erős csökkenést w_{t} értékének jelentős emelkedése követi.

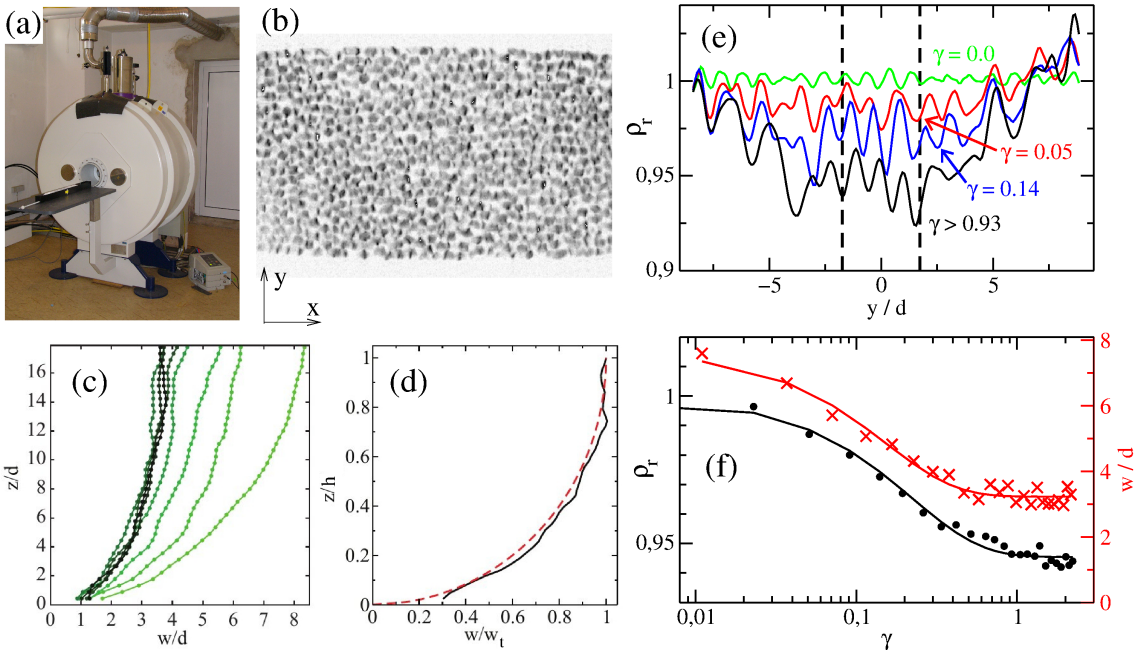
Ha a stacionárius állapotot elérve a nyírás irányát megfordítjuk, azaz a 4.3(c-d) ábrákat a 4.3(a-b) ábrák folytatásaként tekintve világosan látszik, hogy a zónaszélesség mindegyik minta esetében azonnal nagyon megnő. Figyelemre méltó, hogy w_{t} megnövekedett értéke még a rendezetlen kezdőállapotból indított folyamat elején mértnél is nagyobb. Ez abból fakad, hogy amint a nyírás iránya megfordul, a nyírás során kialakult erőhálózat, ill. kontaktusok azonnal meggyengülnek. Más szóval a részecskék könnyen tudnak visszafele mozdulni a nyírás során mögöttük kialakult hézagok irányába. A folyamat ezen része hamar véget ér (kb. $\gamma \approx 0,1$-nél), amikor is a zónaszélesség csökkenése megtorpan (az elnyújtott alakú részecskéknél még egyértelműen emelkedésbe is kezd) amíg γ eléri a $0,5$-ös értéket. A folyamat ezen szakaszában épül föl az új erőhálózat, melyben az erők domináns iránya nagyjából merőleges lesz az kiinduló állapotéra [156]. Ezután a zónaszélesség újra eléri a stacionárius értékét.

(ii) MRI mérések

A mágnesesrezonancia-képalkotás (MRI) méréseket a Magdeburgi Egyetem Neuróbilógiai Intézetének Bruker BioSpec 47/20 MRI szkennerével (4.4(a) ábra) végeztük, amely 4,7 T mágneses tér mellett, 200 MHz-en (proton rezonancia frekvencia) működik. Az egyenes mérőcellát úgy készítettük, hogy épp beleférjen a 7 cm átmérőjű vízszintes kialakítású hengeres mérőtérbe. Az is fontos volt, hogy a mérőcella ne tartalmazzon fém alkatrészeket. A legjobb kontrasztot nagy olajtartalmú növényi magvakkal értük el, ezért az itt bemutatandó mérések $d = 1,8$ mm átmérőjű repcemagokkal (4.1(h) ábra) készültek. Az MRI felvételek a minta egymástól 0,8 mm-re eső vízszintes rétegeit tartalmazzák 0,156 mm/pixel felbontással. A tomogram egy ilyen szeletét láthatjuk a 4.4(b) ábrán. Az egymást követő MRI mérések között az L alakú csúszkát egy műanyag csavar segítségével 1,92 mm-el ($1,07d$) toltuk el. Az itt bemutatandó méréssorozat 26 mérést tartalmazott, ami 4,8 cm-es ($26d$) teljes elmozdulásnak felel meg, és kb. 4 órát vett igénybe. Az elmozdulásprofilt minden rétegben a fent leírt optikai mérésekkel azonos módon határoztuk meg, és a

zónaszélesség értéke is a 4.2(b) ábrán vázolt módszer szerint adódott.

A zónaszélesség mintán belüli fejlődését mutatja az 4.4(c) ábra. A szilikagél golyókkal hasonló paraméterek (részecske átmérő, töltési magasság) mellett végzett felszíni mérések (4.2(c) ábra) eredményével összhangban azt láthatjuk, hogy a rendezetlen kezdeti állapotú rendszer nyírása során a zónaszélesség lényegesen lecsökken és egy stacionárius értékhez tart. A két esetet számszerűen is összehasonlítva látható, hogy a stacionárius állapot beálltához szükséges deformáció is megegyező, $\gamma \approx 0,5$. Korábbi numerikus szimulációk azt jósolták [157,158], hogy a stacionárius zónaalak egy negyed körrel írható le, és mint azt a 4.4(d) ábrán láthatjuk, ezzel a kísérletileg kapott görbe jó egyezést mutat [PRE2014].



4.4. ábra. (a) Az MRI méréseknél használt Bruker BioSpec 47/20 típusú szkenner (Magdeburgi Egyetem, Neurobiológiai Intézet), (b) repcemagokból álló minta belsejének egy vízszintes szelete, (c) a nyírási zóna szélessége a minta belsejében a deformáció különböző fázisaiban. A görbékhez tartozó deformáció értékek (zöldtől a feketéig, jobbról balra haladva): $\gamma = 0,01,\ 0,07,\ 0,17,\ 0,3,\ 0,47,\ 0,68,\ 1,34$, és $2,06$. (d) a stacionárius zónaszélesség a minta belsejében egy negyed körrel illeszthető, (e) a relatív térkitöltés keresztmetszeti profilja a minta felső ($8d$ fölötti) rétegéből, a deformáció következő értékeinél: $\gamma = 0,\ 0,05,\ 0,14$, és $0,93 - 2,22$. (f) a relatív térkitöltés és a zónaszélesség változása a deformáció függvényében. Itt a relatív térkitöltés a zóna középső tartományára $-2d < y < 2d$ lett átlagolva, (az (e) ábrán látható függőleges szaggatott vonalak közötti tartományban). [PRE2014]

Ahogy azt fentebb (2.3.1) megismerhettük, a tartályba töltött rendezetlen anyagot nyírásnak kitéve térfogatnövekedést (Reynolds-tágulás) tapasztalunk, melyet Sakaie mákszemekkel végzett MRI mérései [10] is jól demonstráltak. A repcemagokból álló minta deformálásakor készített tomogramok elemzésével meghatároztuk a folyamat során megfigyelhető térkitöltés változást. A minta felső ($8d$ fölötti) rétegében mért képintenzitás egy $x = 22d$ hosszúságú tartományra történő átlagolásával (és az első tomogrammal történő normálásával) kapott relatív térkitöltés profilokat a 4.4(e) ábrán láthatjuk. A görbék a $\gamma = 0,\ 0,05,\ 0,14$, értékekhez és a stacionárius tartományhoz ($0,93 < \gamma < 2,22$) tartoznak. A profiloknak a nyírási zóna középső (a 4.4(e) ábrán szaggatott vonalak közötti) tartományába eső értékeinek átlagát ábrázoltuk a deformáció függvényében a 4.4(f) ábrán a zónaszélesség w értékével együtt. Látható, hogy a folyamat során a relatív térkitöltés fokozatosan csökken, míg el nem éri a kezdeti érték 95%-át. A folyamatot leíró karakterisztikus deformáció, melyet exponenciális illesztéssel kaptunk (4.4(f) ábra, folytonos vonalak), nagyon hasonlónak adódik a zónaszélesség ($\gamma_w = 0,15$) és a térkitöltés ($\gamma_\rho = 0,22$) esetében.

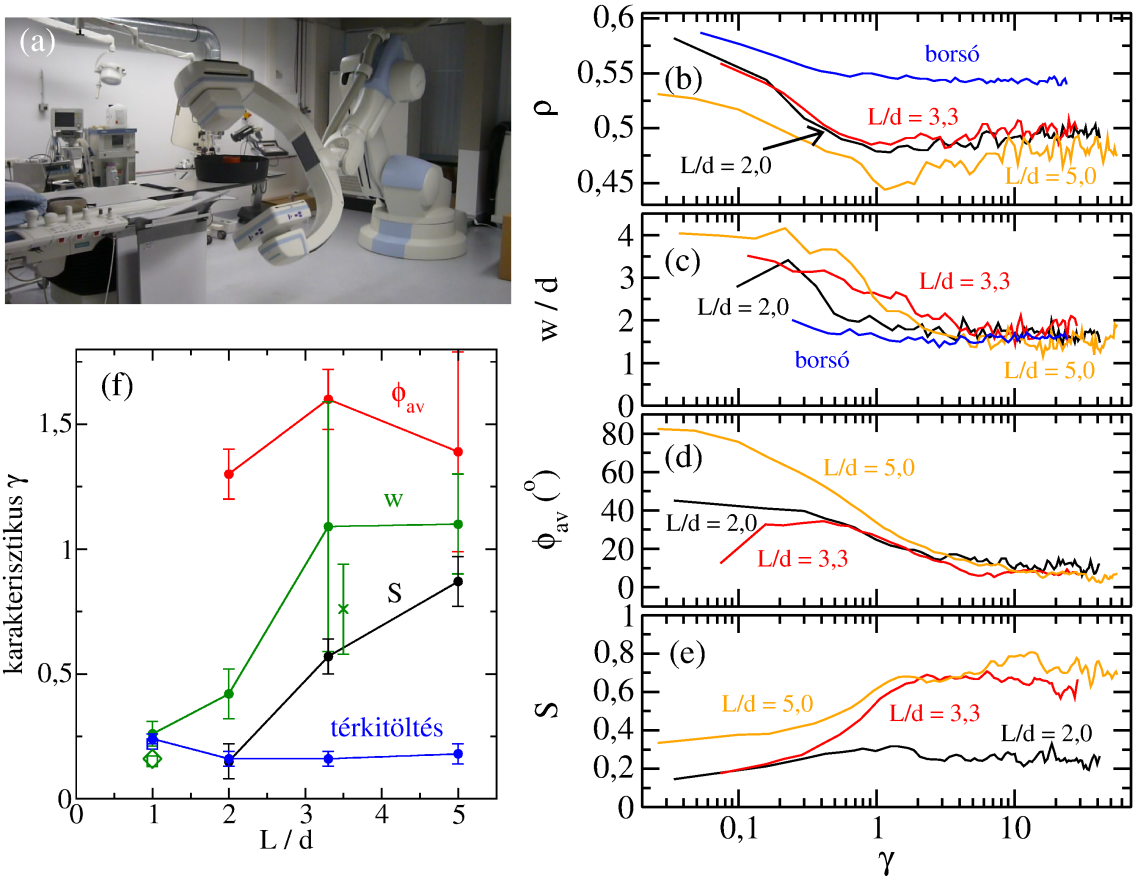
(iii) Komputertomográfiás (CT) mérések

A komputertomográfiás (CT) méréseket a Magdeburgi Egyetem INKA Laboratóriumának Siemens Artis zeego típusú forgatható karú (C-arm) röntgentomográfjával végeztük (4.5(a) ábra). Egy 28,5 cm sugarú osztott aljú hengeres mérőcellát használtunk, melyben a forgótányér sugara 19,5 cm, a tipikus töltési magasság pedig $h/d = 11$ volt. A mérőcella az MRI mérésekhez hasonlóan nem tartalmazott fémes alkatrészeket. A tomogramok 25,2 cm × 25,2 cm × 19 cm méretű térfogatelemről készültek 0,49 mm/pixel felbontással. Ennek a CT berendezésnek a segítségével kb. tízszer olyan gyorsan tudtunk hasonló minőségű adatokat gyűjteni, mint a fent ismertetett MRI mérésekben.

A nyírási zóna w szélességének és a ρ térkitöltésnek a fejlődését a 4.1(i-l) ábrákon látható négy mintára ($L/d = 2,\ 3,3$ és 5 elnyújtottságú fa rudak és borsó) határoztuk meg. Ezeket láthatjuk a 4.5(b-c) ábrákon a deformáció függvényében mind a 4 mintára kb. 200 egymást követő tomogram alapján, melyek között a minta alatt lévő tányért (4.1(b) ábra) kis (2^o-os) lépésekben fordítottuk el [PRE2014]. Az elnyújtott alakú részecskékből álló mintákat további két mennyiséggel, a részecskék folyásirányhoz képesti ϕ_{av} átlagos szögével, ill. az orientációs rendezettséget leíró S rendparaméterrel jellemeztük (4.5(d-e) ábrák). Mind a négy mennyiséget (ρ, w, ϕ_{av} és S) a minta felső felében (a felszíni d vastagságú réteg elhagyásával) határoztuk meg. A rendparaméter a 2.4 részben bevezetett, az orientációs rendezettséget leíró tenzor legnagyobb sajátértéke. Random orientációjú részecskékből álló rendszerhez $S = 0$, míg párhuzamos részecskékből állóhoz $S = 1$ tartozik.

Az MRI mérések eredményeihez hasonlóan, a komputertomográfiás adatokból is az látszik, hogy a deformáció hatására a térkitöltés viszonylag gyorsan lecsökken

(4.5(b) ábra). A CT mérésekből kapott $w(\gamma)$ görbék (4.5(c) ábra) hasonlóak a felszíni mérésekből kapottakhoz (4.3(a) ábra), értelemszerűen nagyobb statisztikai ingadozásokkal, mivel a limitált CT hozzáférés miatt itt egy mérés adatairól van szó, míg felszíni mérésekben 100 mérés adatait átlagoltuk. Azonban a CT mérések nagy előnye, hogy közvetlenül tudjuk összehasonlítani négy mennyiség (ρ, w, ϕ_{av} és S) fejlődését és a tranzienst leíró karakterisztikus deformáció értékeket.



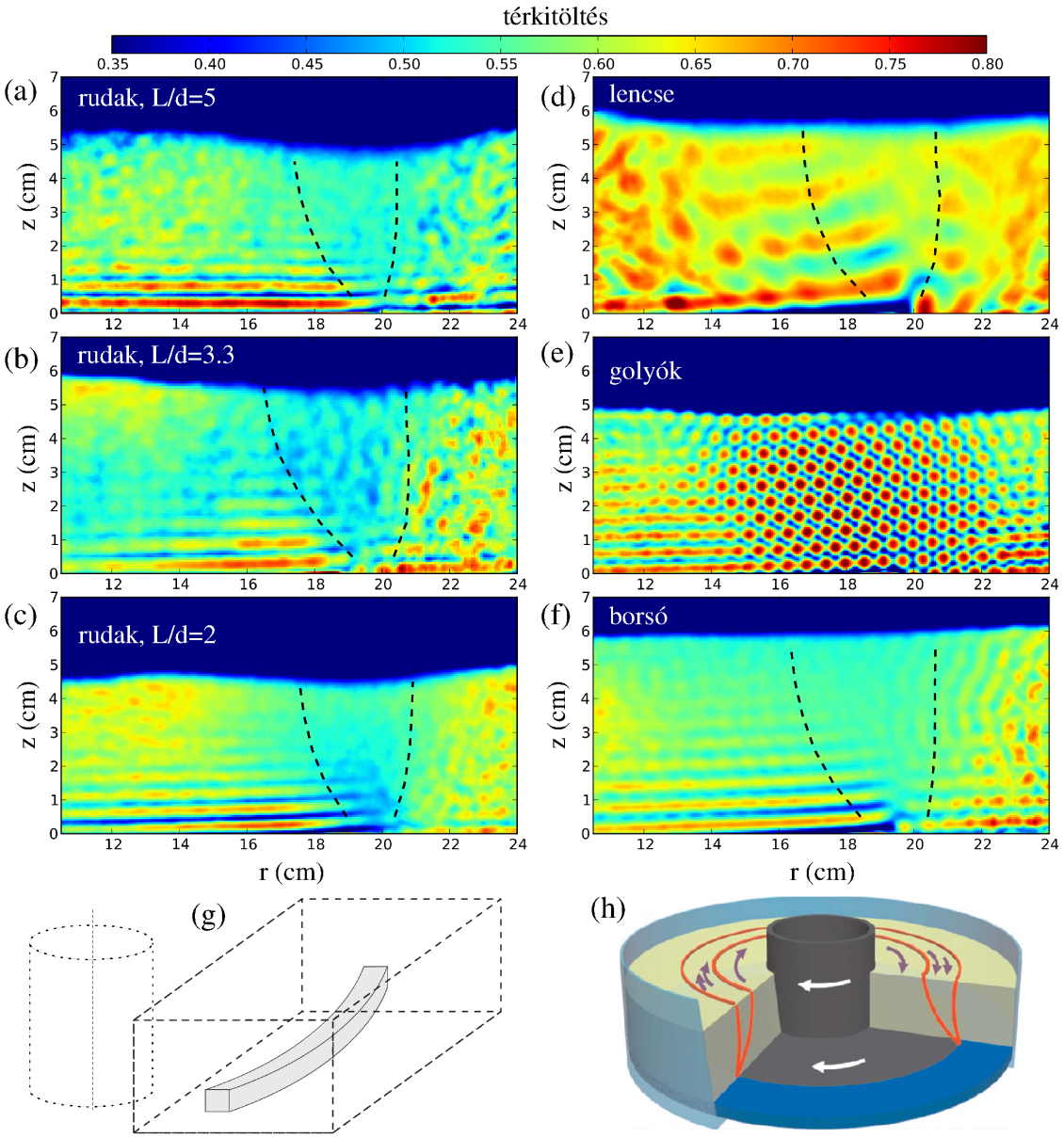
4.5. ábra. (a) A CT mérésekben használt Siemens Artis zeego típusú röntgentomográf. (b)-(e) a ρ térkitöltés, a w zónaszélesség, a ϕ_{av} átlagos orientációs szög, és az S rendparaméter a γ deformáció függvényében egy rendezetlen kezdeti állapotú mintából indulva. (f) A (b)-(e) ábrákon ábrázolt négy mennyiség változását leíró karakterisztikus deformáció értéke. [PRE2014]

A nyírás hatására bekövetkező rendparaméter (S) növekedés mutatja a rendeződés mértékét, miközben a ϕ_{av} átlagos orientációs szög csökken, és egy kis stacionárius értékhez tart. Az exponenciális lecsengéssel jellemzett dinamikához tartozó karakterisztikus deformáció értékeket láthatjuk a 4.5(f) ábrán a részecskék L/d elnyújtottságának a függvényében. Az ábra azt mutatja, hogy a térkitöltés lecsökkenéséhez kell a legkisebb deformáció, míg a leglassabban a ϕ_{av} átlagos orientáció éri el a végleges értékét. A karakterisztikus deformáció mindkét esetben függetlennek

látszik a részecske elnyújtottságától. A w_{stac} végleges zónaszélesség és az S rendezettség kialakulásához szükséges deformációk azonban szisztematikusan növekednek L/d növelésével, azaz a nyírás hatására kialakuló rendeződés és a zónaszélesség alakulása korrelál egymással. A 4.5(f) ábrán a zónaszélességre vonatkozó adatok között feltüntettük az MRI mérésekből a repce mintára kapott értéket ($\square$) és a felszíni mérésekből a szilikagél golyók ($\Diamond$), valamint az $L/d = 3,5$ elnyújtottságú üvegrudak ($\times$) esetében kapott értékeket, amelyek mind jó egyezést mutatnak a CT mérések adataival. A 4.5(b) ábrán az is látható, hogy az elnyújtott részecskék esetén (különösen az $L/d = 5$ mintára) a térkitöltés a kezdeti hirtelen lecsökkenés után növekedni kezd, ami összhangban van az orientációs rendezettség növekedésével (4.5(e) ábra).

Egy további CT méréssorozatot végeztünk annak vizsgálatára, hogy milyen mértékű a nyírás hatására bekövetkező Reynolds-tágulás [SM2014]. Ez oly módon egészítette ki a fentiekben bemutatott méréssorozatot, hogy a stacionárius állapotról vettünk fel anyagonként kb. 150 tomogramot, melyek között a minta alatti tányért nagyobb mértékben (15^o, 30^o vagy 90^o) fordítottuk el, így az egymást követő tomogramok közötti korreláció kisebb volt. Ennek eredményeképpen a stacionárius állapotról egy sokkal jobb statisztikájú adathalmazt tudtunk gyűjteni. Ezeket a méréseket a fent bemutatott négy mintán (három különböző elnyújtottságú fa rúd és borsó) túl két további mintával, lencse alakú részecskékkel ($d = 18,5$ mm és $L = 8,3$ mm), és egyforma méretű műanyag golyókkal ($d = 6$ mm) is elvégeztük. Mind a hat mintára meghatároztuk a keresztmetszeti térkitöltés-eloszlást, melyeket a 4.6(a-f) ábrákon láthatunk. Az ábrákon a nyírási zóna helyét szaggatott vonal jelzi. Az ábrázolt térkitöltés-eloszlások a tomogramok adatainak a 4.6(g) ábrán jelölt tartományaiban (az áramvonalak mentén) történő átlagolásával jöttek létre. Mint azt már említettük, a mérőcella (az MRI mérésekhez hasonlóan) nem tartalmazhatott fém alkatrészeket (motort sem). Így a mintának a tomogramok felvétele közötti deformálása, azaz a forgatható rész elfordítása a 4.6(g-h) ábrán látható – a tányérhoz rögzített – középső henger segítségével, kézzel történt.

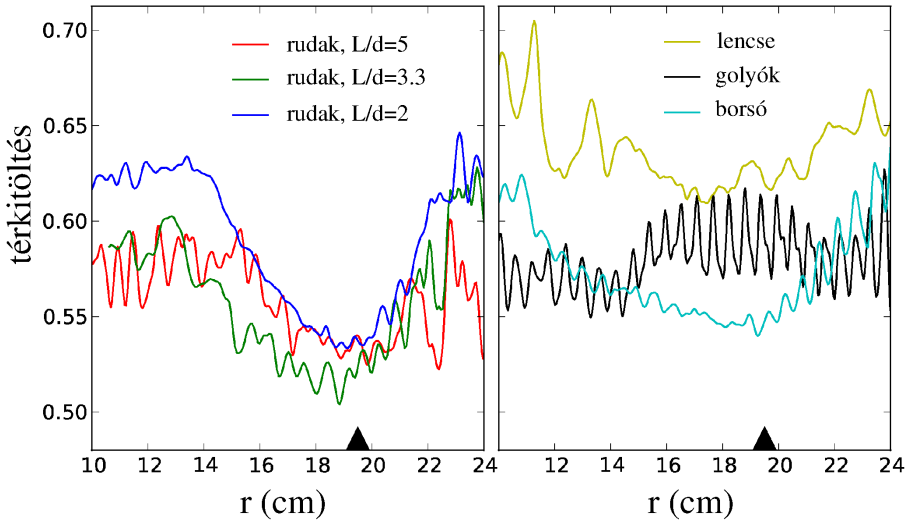
A 4.6 ábrán látható, hogy a nyírási zónában a minta térkitöltése lecsökkent, kivéve az egyforma golyókból álló anyagban (4.6(e) ábra), ahol a nyírás következtében hatszöges rend alakult ki. A térkitöltés-csökkenés mértékét a 4.7 ábráról olvashatjuk le, ahol a minta belsejéből vett 1 cm vastag rétegre (ami tipikusan 1-2 cm-re volt a felszín alatt) kiátlagolt térkitöltést láthatjuk a sugár függvényében. Látható, hogy a nyírási zónában a térkitöltés értéke 9-16%-kal kisebb, mint azon kívül. A legnagyobb térkitöltés csökkenés (16%) az egyik rúd alakú részecskékből ($L/d = 2$) álló mintában alakult ki, ami azért érdekes, mert a nyírás hatására bekövetkező orientációs rendeződés a térkitöltés csökkenés ellen dolgozik. A 4.5(e) ábrán azonban látható, hogy a rendeződés $L/d = 2$ esetében lényegesen kisebb mértékű, mint a hosszabb ($L/d = 5$ és (b) $L/d = 3,3$) részecskéknél. Ezek az adatok tehát azt mutatják, hogy a részecske elnyújtottságának növelése ahhoz vezet, hogy a Reynolds-tágulást



4.6. ábra. A CT mérésekből meghatározott átlagolt térkitöltés keresztmetszeti képe három különböző elnyújtottságú fa rudakból álló mintára (a) $L/d = 5$, (b) $L/d = 3,3$, (c) $L/d = 2$, (d) lencse alakú részecskékre, (e) egyforma méretű műanyag golyókból álló mintára és (f) borsó esetén. A mérést az osztott aljú hengeres nyíró cellával végeztük, melyben a forgatható tányér sugara $19,5$ cm volt. A (g) panel váztatosan mutatja, hogy az átlagolás milyen alakú tartományokra történt, és a szaggatottal jelölt téglatest jelzi a tomogram méretét, míg a (h) panelen a mérőcella vázlatos képe látható. [SM2014]

a nyírás indukálta rendeződés egyre nagyobb mértékben kompenzálja. Ennek a folyamatnak az időbeli lefolyása is szépen leolvasható a 4.5(b) ábráról.

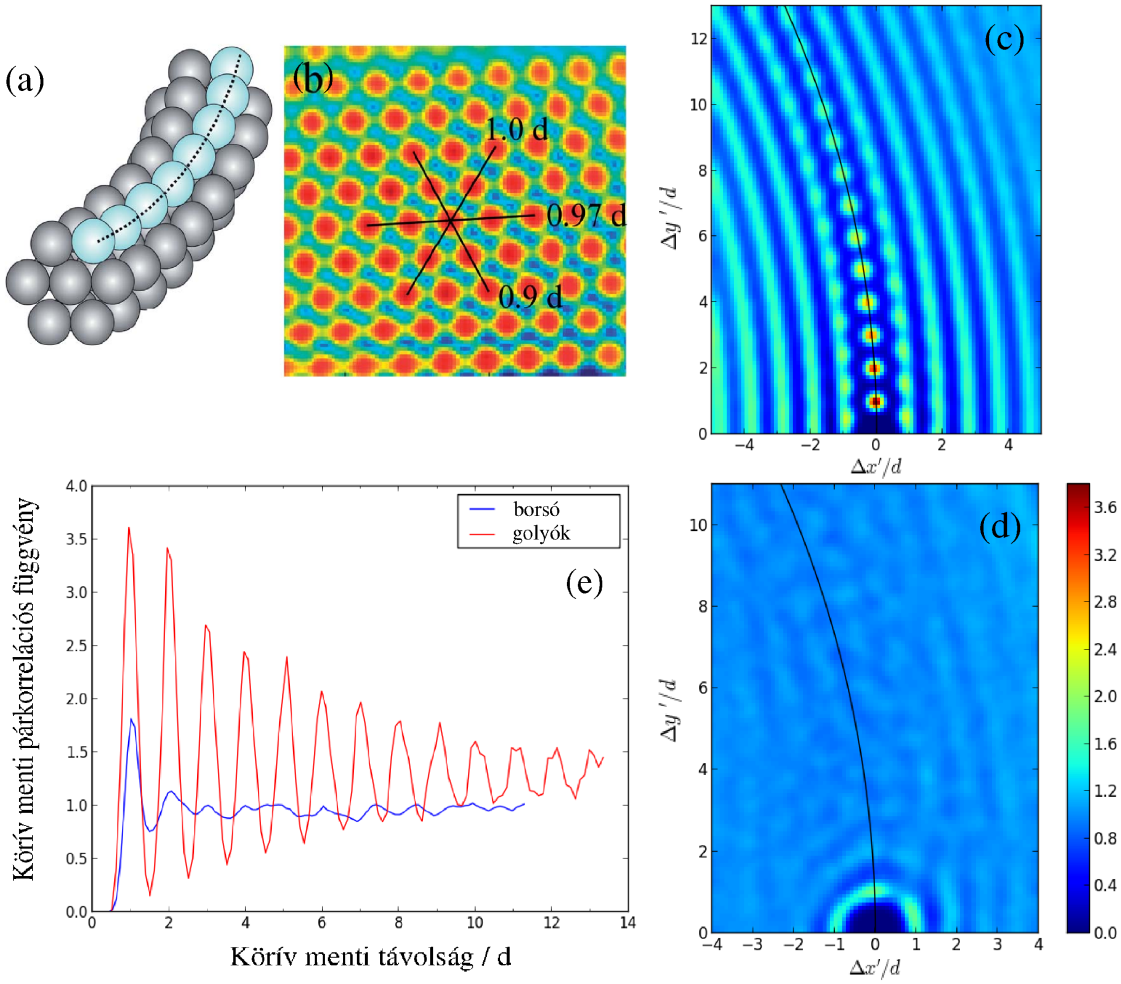
Ahogy azt a 4.6(e) ábrán láthattuk, az egyforma golyókból álló mintában a nyírás hatására hatszöges jellegű rendezettség alakul ki, melyben a térkitöltés nagyobb, mint a rendezetlen tartományban (4.7(b) ábra). A rendezett tartományt részletesebben megvizsgálva azt találjuk, hogy a golyók az áramvonalak mentén láncokba rendeződnek (4.8(a) ábra), amelyek a folyás irányába könnyen elcsúszhatnak egymás mellett. A kinagyított ábrán (4.8(b)) látható, hogy a hatszögrács kicsit deformált, a nyírási gradienssel kis szöget bezáró irányokban a rácsparaméter közel egyenlő a részecskeátmérővel, így a szomszédos láncok összeakadás nélkül tudnak mozogni egymáshoz képest. A harmadik irányban kisebb rácsállandó mérhető. A párkorrelációs függvényeken (4.8(c,e) ábra) a láncok mentén még a 12. szomszéd is elég nagy amplitúdóval jelenik meg. A borsó esetében, ahol a részecskék nem tökéletesen gömb alakúak és a méretük sem egyforma (szórás: $\pm 3\%$), ilyen rendeződés nem volt megfigyelhető. Ez jól látszik a párkorrelációs függvényeken (4.8(d,e) ábra), ahol már a második szomszédhoz tartozó intenzitás is elég kicsi.



4.7. ábra. Az átlagos térkitöltés a forgástengelytől mért távolság függvényében (a) a három különböző elnyújtottságú fa rudakból álló mintára (a) $L/d = 5$, (b) $L/d = 3,3$, (c) $L/d = 2$, és (b) lencse alakú részecskék, műanyag golyók és borsó esetén. Az adatokat egy 1-2 cm-rel a felszín alatt vett 1 cm vastagságú rétegre átlagoltuk. A fekete háromszög a forgatott tányér szélének a helyét jelöli. [SM2014]

A 4.1 szakasz eredményeit röviden áttekintve, egy homogén szemcsés anyagot az osztott aljú nyíró elrendezésben deformálva, a nyírási zóna kialakulásakor megfigyelhető tranziens során a rendszer több jellemzője is változik. A leggyorsabban a minta ρ térkitöltésének csökkenése (Reynolds-tágulás) megy végbe, amelyet elnyújtott alakú részecskék esetén csak részben kompenzál a kialakuló irányrendezettséggel

járó térfogati csökkenés. A leglassabban pedig a ϕ_{av} átlagos orientációs szög veszi fel a stacionárius értékét. Az ezekhez tartozó karakterisztikus deformáció függetlennek mutatkozott a részecskék L/d elnyújtottságától. A nyírási zóna w szélességének változását, illetve magának az S irányrendezettségnek a kialakulását jellemző karakterisztikus deformációk viszont szisztematikusan növekedtek L/d növelésével. Az egyforma gömbökből álló mintában hatszöges rendezettség alakult ki, melyben a golyók a folyás irányával párhuzamos láncokba rendeződnek. Ezt a struktúrát nagyobb térkitöltés jellemzi, mint a deformáció előtti rendezetlenebb állapotot.



4.8. ábra. (a-b) Az egyforma méretű műanyag golyók hatszögrácsban elhelyezkedő láncokba rendeződnek, amelyek a folyás irányában könnyen tudnak csúszni egymás mellett. A párkorrelációs függvényeken (c,e) a láncok mentén még a 12. szomszéd is elég nagy amplitúdóval jelenik meg, míg borsó esetén, ahol a részecskék nem tökéletesen egyformák, a párkorrelációs függvényen (d,e) már a második szomszéd is alig jelenik meg. [SM2014]

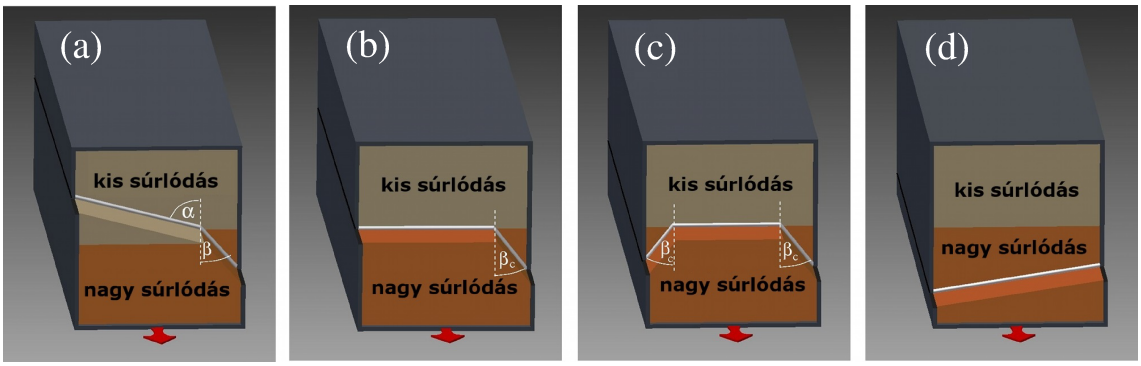
4.2. Nyírási zónák alakja rétegzett anyagokban

Amint azt a bevezetőben megismertük (2.3 szakasz), egy szemcsés anyag nyírásakor a „leggyengébb láncszem szakad el” elv alapján a nyírási zóna egy olyan útvonal mentén szeli át a mintát, amelyhez a legkisebb súrlódási erő (ellenállás) tartozik. Ez különösen egy inhomogén szerkezetű anyag esetén érdekes, és egy variációs problémával írhatjuk le, melyben a következő vonalintegrál minimumát keressük:

$$\int p\mu_{\text{eff}} dS, \tag{4.2}$$

ahol p és μ_{eff} a lokális nyomást és effektív súrlódást jelenti. Ez egy két rétegből álló anyag esetén ahhoz vezethet, hogy a nyírási zóna igyekszik hamar elhagyni a nagy súrlódású réteget, és útját a kisebb súrlódású rétegben folytatja, miközben a rétegek határán irányt változtat, ami matematikailag hasonló a geometriai optikából jól ismert fénytörés jelenségéhez. Ezt először Unger Tamás numerikus (diszkrét elem) szimulációk segítségével mutatta ki, melyeket a 2.3.2 szakaszban ismertettem [70].

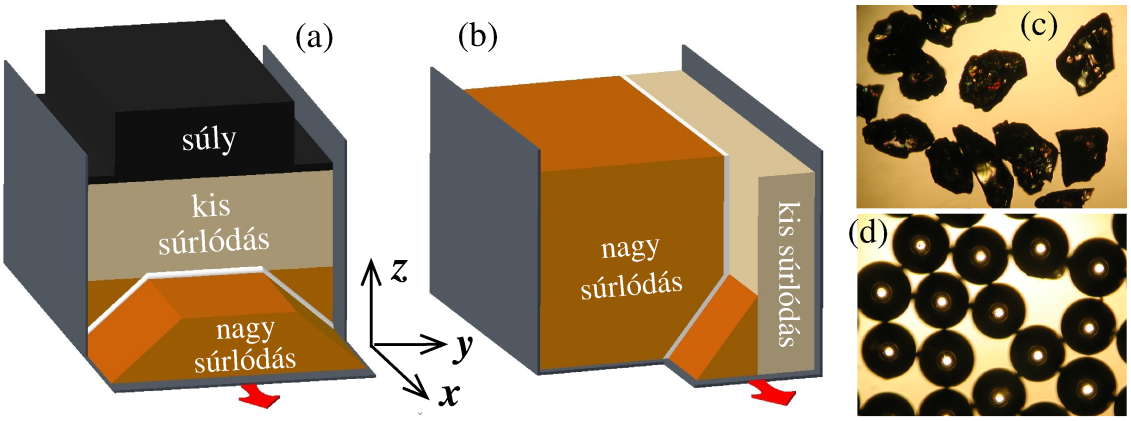
Egy gondolatkísérletet véve, a 4.9 ábrán 4 különböző konfigurációt láthatunk [SM2011]. Ezekben a két U alakú csúszka közötti határvonal a jobb oldalon mindig ugyanott van, a bal oldali pedig (a) → (b) → (c) → (d) sorrendben haladva egyre lejjebb kerül. A nyírási zóna a fenti vonalintegrál minimumának megfelelő úton szeli át az anyagot, az (a) esetben a határfelületen irányt változtat, a (b-c) esetekben a határfelület mellett a kis súrlódású rétegben csapdázódik, míg a (d) esetben nem hagyja el a nagy súrlódású réteget [70].



4.9. ábra. Egy gondolatkísérlet 4 különböző elrendezésben. A két U alakú határoló fal egymáshoz képesti elmozdításával egy két különböző súrlódási együtthatójú rétegből álló szemcsés anyagot deformálunk. A falak illesztése a bal oldalon (a) → (b) → (c) → (d) sorrendben egyre lejjebb kerül, míg a jobb oldalon ugyanott van. A nyírási zóna a fenti vonalintegrál minimumának megfelelően alakul ki: (a) a határfelületen irányt vált, vagy (b-c) csapdázódik, ill. a negyedik (d) esetben el sem hagyja a nagy súrlódású réteget [SM2011].

Ennek a jelenségkörnek a kísérleti kimutatásához a 4.10 ábrán látható két elrendezést választottuk [PRE2009,SM2011]. A 4.10(a) rendszerben a zóna mindkét vége rögzített, míg a 4.10(b) rendszerben csak az alsó vége rögzített, és az, hogy hogyan tör a felszínre, az anyag szerkezetétől függ. Ezen kívül a nyitott felszínű elrendezésben a nyomás a felszíntől lefele haladva a 0 értékről lineárisan nő, míg a zárt rendszer felszínét az anyag súlyának háromszorosával megterheltük, így ebben a rendszerben a minta felső és alsó része közötti relatív nyomáskülönbség jóval kisebb.

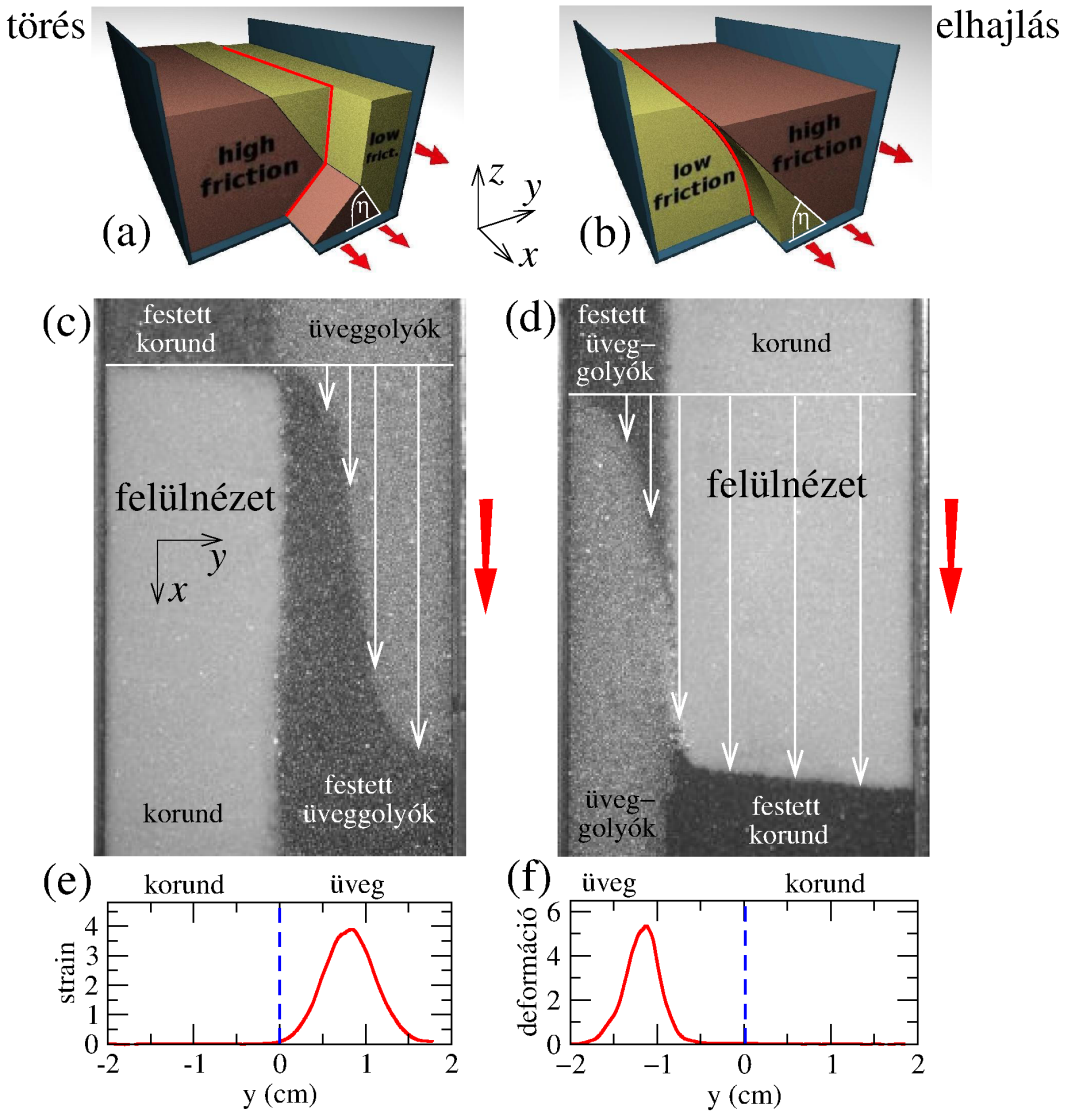
A kis és nagy súrlódású szemcsés réteget üveggolyók, ill. korund alkotta. Az effektív súrlódás értékét itt is a 3.1.1 szakaszban bemutatott módszer szerint egy homokdomb felszínén kialakuló θ_r rézsűszög mérésével határoztam meg. A kapott értékek: $\theta_{\mathrm{r}}^{\mathrm{üv}} = 21,9°$ (üveggolyók) és $\theta_{\mathrm{r}}^{\mathrm{kor}} = 33,2°$ (korund), ez a második a homokra kapott értéktől ($\theta_{\mathrm{r}}^{\mathrm{hom}} = 30,5°$ – lásd 3.1.1 szakasz, 3.2 táblázat) kicsit nagyobb. Az effektív súrlódások hányadosa így megfelelően nagynak adódott: $\tan\theta_{\mathrm{r}}^{\mathrm{kor}} / \tan\theta_{\mathrm{r}}^{\mathrm{üv}} = \mu_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{kor}} / \mu_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{üv}} = 1,63$.



4.10. ábra. (a-b) A két rétegből álló szemcsés anyag deformálásához használt kísérleti elrendezések. A kísérletekben használt anyagok: (c) korund és (d) üveggolyók. A mérésekben négy különböző részecskeméretű mintát haszáltunk, üveggolyók: $d = 0,56 \pm 0,02$ mm (színezetlen minta) és $d = 0,48 \pm 0,02$ mm (színezett minta), korund: $d = 0,33 \pm 0,02$ mm (színezett minta) és $d = 0,23 \pm 0,02$ mm (színezetlen minta), így az anyag a mérés végén szétszitálás után újra felhasználható volt [SM2011,PRE2009].

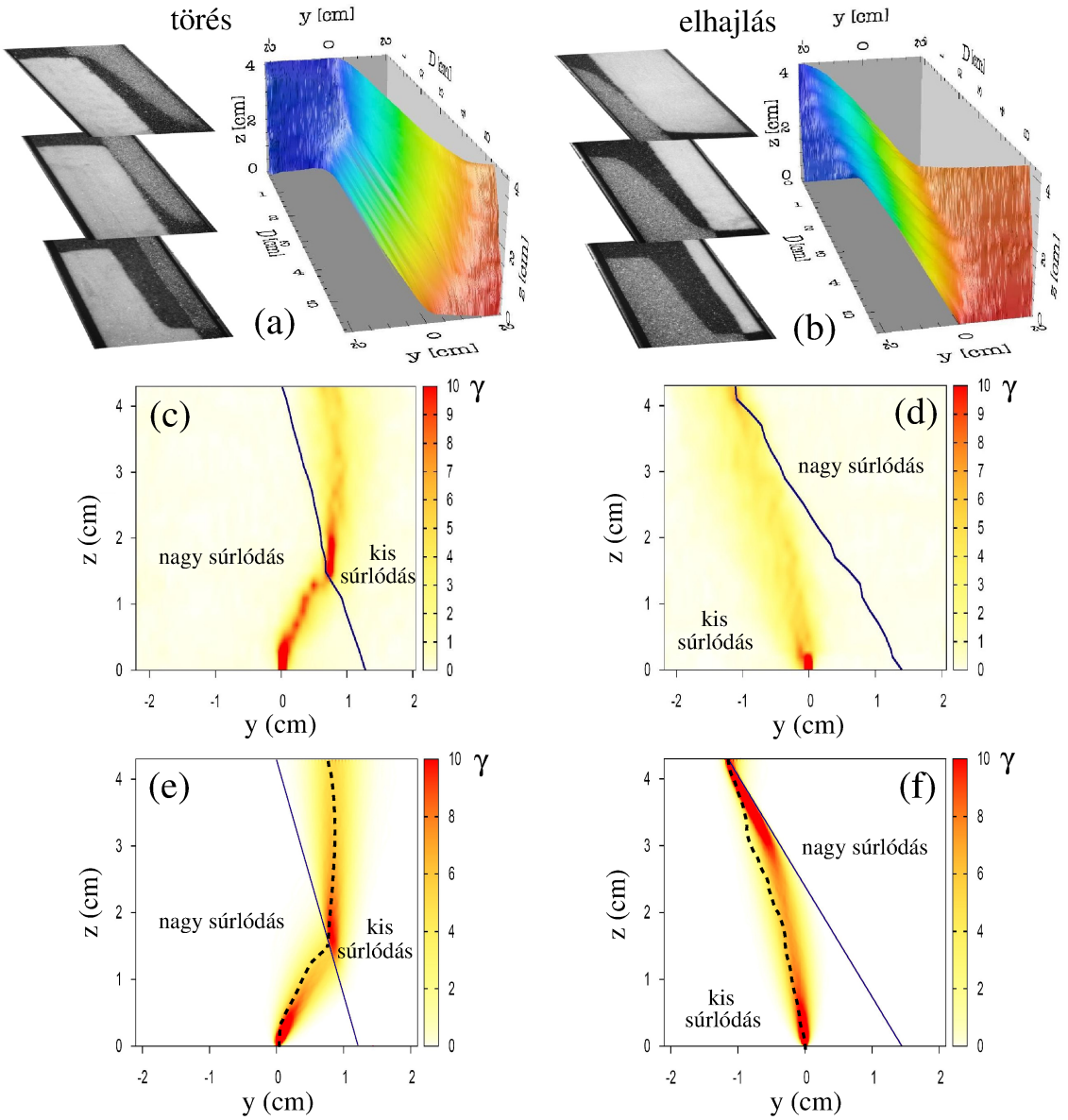
Először azt az esetet vizsgáljuk, amikor a nyírási zóna a határfelületen irányt vált, de nem csapdázódik a felület mellett. Ezt a nyitott felszínű elrendezésben vizsgáltuk a 4.2(a) ábrán bemutatott mérőcellával. A kis és nagy súrlódású réteget az 4.11(a)-(b) ábrákon látható módon helyeztük egymásra, a határfelület a vízszintessel η szöget zárt be. A mintát úgy töltöttük be, hogy egy függőleges határoló lap két oldalára különböző színű anyag került. Így az eltérő színű tartományok nemcsak a két különböző súrlódású réteg határát rajzolják ki, hanem az eredetileg egyenes határvonal elmozdulása (a 4.11(c)-(d) ábrákon fehér nyilakkal jelezve) meg-

adja a $D(y)$ elmozdulásprofilt, aminek a deriváltja a deformáció (4.11(e)-(f) ábrák). Az itt bemutatott kísérletekben a csúszkát 5-6 cm-nyit toltuk el, és a kialakult elmozdulásprofilt nemcsak a felszínen határoztuk meg, hanem a mintát rétegenként feltárva minta belsejében is. A $h = 4,3$ cm töltési magasságú réteget egy porszívóhoz kapcsolt adapter segítségével kb. 20-25 rétegben tártuk fel, ami egy mérés esetén néhány órás műveletet jelentett. A különböző mélységben felvett képekre láthatunk 3 példát a 4.12(a)-(b) ábrák bal oldalán, mellette pedig a teljes feltárás eredmé-



4.11. ábra. (a-b) A ferdén egymásra rétegzett szemcsés rendszerben a nyírási zóna (pirossal) a határfelületen irányt változtat (törés), vagy – a fordított elrendezésben – elhajlik és így elkerüli a nagy súrlódású réteget. (c-d) A mintát megfelelően színezett anyagokból összeállítva kirajzolódik az elmozdulásprofil (fehér nyilakkal jelölve), melynek deriváltja a deformáció (e-f) [PRE2009].

nyeképpen kapott $D(y,z)$ elmozdulásprofilt ábrázoltuk [PRE2009]. A deformáció $\gamma(y,z) = \frac{1}{2}\left[(\partial_y D)^2 + (\partial_z D)^2\right]^{1/2}$ a 4.12(c)-(d) ábrákon rajzolódik ki. Esetünkben a nyomás a mélységgel nő, így a 4.2 integrál minimumát keresve a nyírási zóna nemcsak a nagy súrlódású tartományokat, hanem a nagyobb nyomású (alsóbb) részeket is igyekszik gyorsan elhagyni, ezért a zóna alakja görbült.



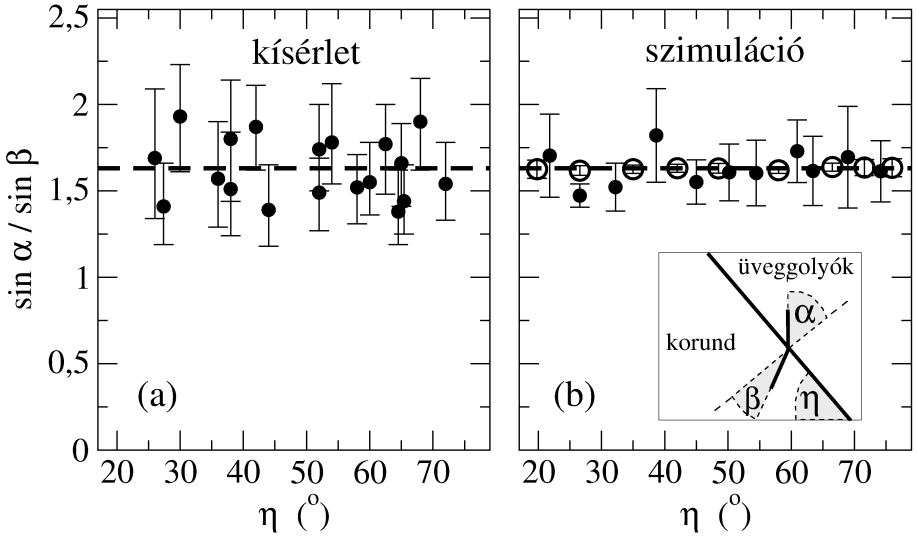
4.12. ábra. (a-b) A mintát rétegenként feltárva belül is meghatározható a $D(y,z)$ elmozdulásprofil, melynek deriváltja a $\gamma(y,z)$ deformáció (c-d) ábrák. Az (e-f) paneleken a fluktuáló keskenysáv-modellel kapott deformáció látható, a szaggatott vonal a (c-d) ábrákon látható, kísérletileg meghatározott nyírási zóna középvonalát jelöli [PRE2009].

A 4.12(e)-(f) ábrákon a fluktuáló keskenysáv-modellel kapott deformáció látható (Unger Tamás numerikus számolásai), melyen összehasonlításképpen a kísérletileg kapott nyírási zónát is feltüntettük. Jól látszik, hogy nemcsak a zóna alakja egyezik, hanem a legnagyobb deformációjú (pirossal kirajzolódó) tartományok is ugyanoda esnek a kísérletben és a szimulációkban.

Az eddigiekből láthatjuk, hogy a kísérletek a gravitációs tér jelenlétében (tehát inhomogén nyomás esetén) is reprodukálják a 2.3.2 szakaszban bemutatott numerikus számolások által jósolt zónatörési jelenséget [70], sőt megmutattuk, hogy a fordított geometriában a zóna elhajlik, és így a kis súrlódású rétegben marad [PRE2009]. A következőkben azt vizsgáljuk meg, hogy a geometriai optikából ismert törési törvény analógiája valóban megfigyelhető-e a nyírt szemcsés rendszerekben. Az összefüggés, amit ellenőrizni szeretnénk, a következő:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\mu_{\text{eff}}^{\text{kor}}}{\mu_{\text{eff}}^{\text{üv}}} = 1,63$$

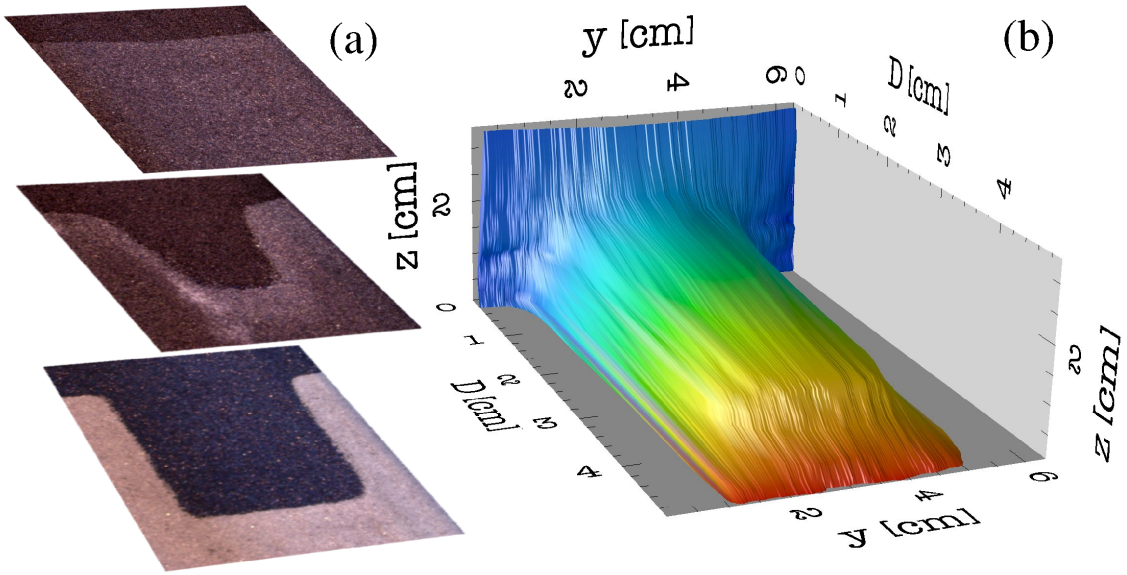
Ennek az ellenőrzésére többször megismételtük a 4.12(a),(c) ábrákon bemutatott kísérletet a réteghatár η dőlési szögének különböző értékei mellett. A 4.13(a) ábrán ezeknek a kísérleteknek az eredményei láthatók a η függvényében. A $\sin\alpha/\sin\beta$ hányados értéke η értékétől függetlenül az effektív súrlódási együtthatók hányadosaként kapott $1,63$-as érték körül szór η elég széles $(25-72^\circ)$ tartományában, tehát a kísérletek kvantitatívan is igazolják a korábbi modell jóslatát [PRE2009]. Megjegyezzük, hogy kísérleteinkkel egy időben egy kicsit más kísérleti elrendezésben egy másik kutatócsoport is sikeresen reprodukálta a zónatörés jelenségét [159].



4.13. ábra. A réteghatáron mérhető szögek (α és β) szinuszainak hányadosa a réteghatár dőlésszögének (η) függvényében: (a) kísérleti adatok és (b) numerikus (fluktuáló keskenysáv-modell, Unger Tamás, BME) szimulációk gravitációs erő jelenlétében (•) és anélkül (◯) [PRE2009].

A numerikus (fluktuáló keskenysáv-modell) számolások eredményei a 4.13(b) ábrán láthatók. Ezek kétféle módon készültek: gravitációs erők nélkül, valamint azok jelenlétében. Látszik, hogy ez utóbbi esethez tartozó adatoknak nagyobb a szórása, ami a mintán belüli nyomásgradiens következményeként megjelenő zónagörbület eredménye.

Ezek után azt az esetet elemezzük, amikor a nagy és kis súrlódású réteg vízszintesen van egymás fölé helyezve, és a nyírási zóna a kis súrlódású rétegben a határfelület mellett csapdázódik (4.9(b),(c) ábrák). Ezt a 4.10(a) ábrán látható kísérleti elrendezésben vizsgáltuk, melyben a felszínre helyezett súly következtében a mintán belüli relatív nyomáskülönbség kisebb volt az eddig bemutatott nyitott felszínű konfigurációhoz képest [SM2011]. A 4.14 ábra egy ebben az elrendezésben kapott $D(y, z)$ elmozdulásprofilt mutat.



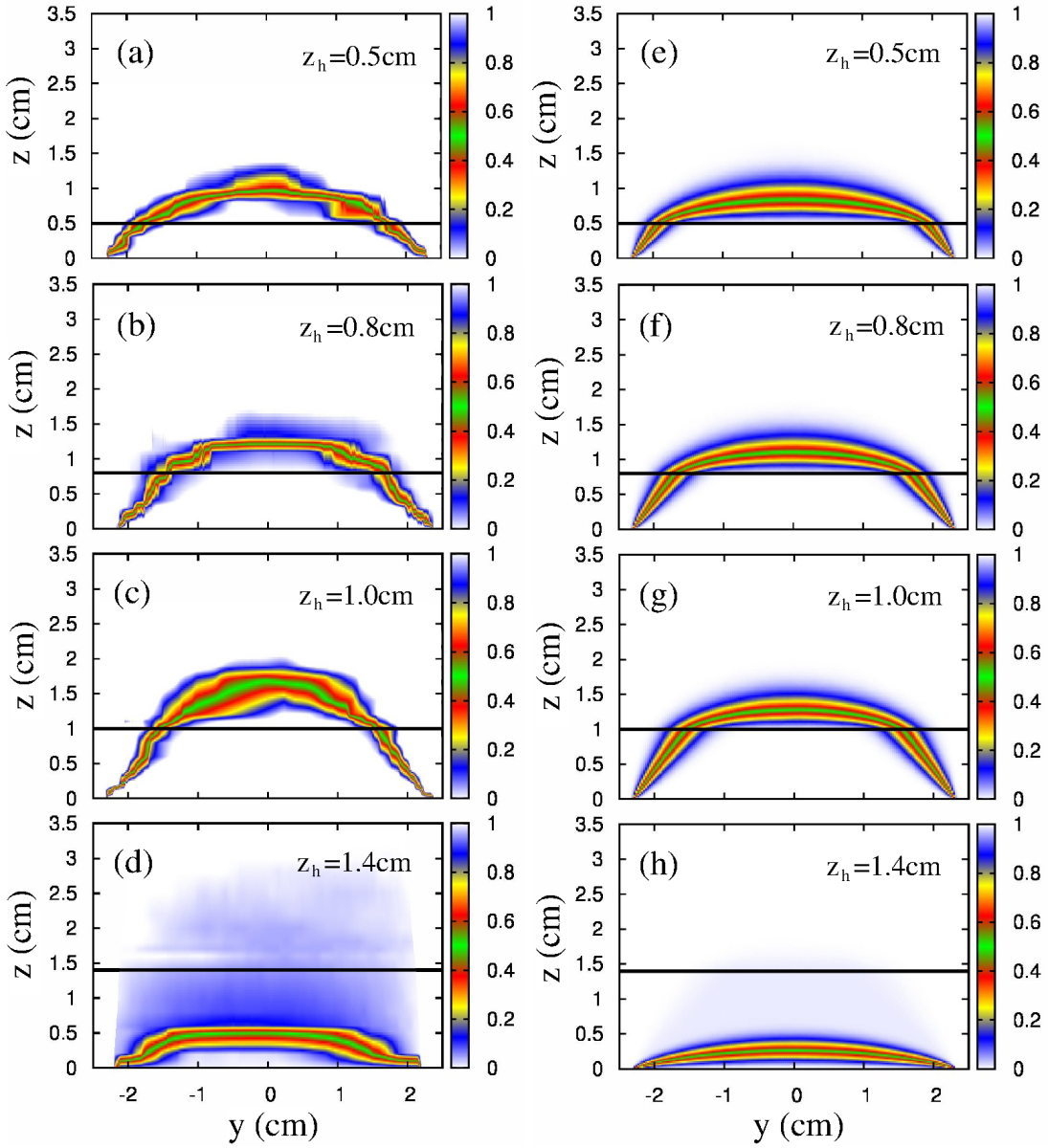
4.14. ábra. Két vízszintesen egymásra rétegzett szemcsés anyagban kialakuló $D(y, z)$ elmozdulásprofil a 4.10(a) ábrán látható elrendezésben végzett kísérletben. Alul korund, felette üveggolyók, a réteghatár $z_\mathrm{b} = 1,0$ cm magasságban volt [SM2011].

Ebben a geometriában azt várjuk, hogy a nagy súrlódású oldalról a zóna β_c szögben ér a felületre, melyet a

$$\sin\beta_\mathrm{c} = \frac{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{üv}}{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{kor}} \tag{4.3}$$

egyenlőség határoz meg. Ez az optikai analógiában a teljes visszaverődés határszögének felel meg.

Ennek a konfigurációnak az elemzésére egy olyan méréssorozatot végeztünk, melyben a kis és nagy súrlódású réteg határának z_b magasságát változtattuk. A 4.15(a)-(d) ábrákon négy különböző mérésből kapott $D(y,z)$ elmozdulásprofilt láthatunk, ezekben a réteghatár helye $z_\mathrm{b} = 0,5$ cm, $z_\mathrm{b} = 0,8$ cm, $z_\mathrm{b} = 1,0$ cm és $z_\mathrm{b} = 1,4$ cm magasságban volt. A mérési eredmények mellett az ugyanezen konfigurációkhoz tartozó numerikus eredmények láthatók (4.15(e)-(h) ábrák). Megfigyelhető,

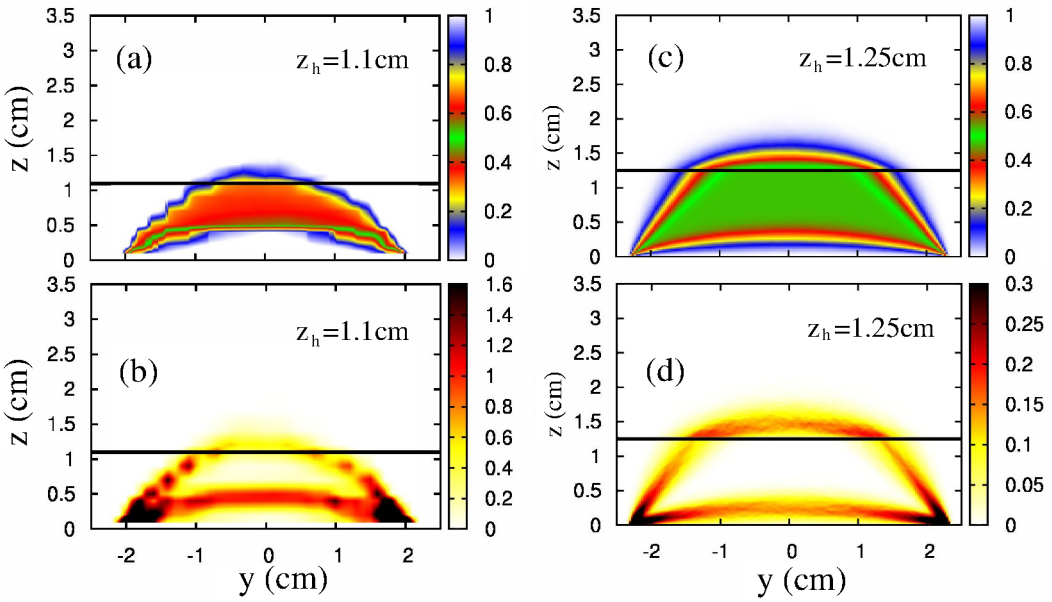


4.15. ábra. (a)-(d) A normált $D(y,z)$ elmozdulásprofil a réteghatár négy különböző magassága esetén $z_\mathrm{b} = 0,5$ cm, $z_\mathrm{b} = 0,8$ cm, $z_\mathrm{b} = 1,0$ cm és $z_\mathrm{b} = 1,4$ cm. (e)-(h) A kísérletekben realizált konfigurációhoz tartozó numerikus (fluktuáló keskenysáv-modell) számolások eredményei (Unger Tamás, BME) [SM2011].

hogy elég vékony korund réteg esetén a zóna valóban áthúzódik a fölötte lévő kisebb súrlódású rétegbe, és a határfelület mellett abban halad (4.15(a)-(c) ábrák). Egy bizonyos rétegvastagság fölött azonban a nyírási zóna az alsó rétegben marad (4.15(d) ábra). A $z = 1,0$ cm és a $z = 1,4$ cm-es magasság között egy z_c kritikus magasságnál történik az átmenet, ami fölött a nyírási zóna már nem hagyja el a nagy súrlódású réteget. A z_c kritikus magasságnál a 4.2 integrálnak két útvonalhoz is ugyanolyan (minimális) értéke tartozik. Az egyik útvonal a nagy súrlódású rétegben halad, a másik pedig a fentiek szerint részben áthúzódik a kisebb súrlódású rétegbe. A kritikus magasságot, amelynél a két útvonalhoz ugyanaz az erő tartozik, homogén nyomás esetén a következő kifejezés adja:

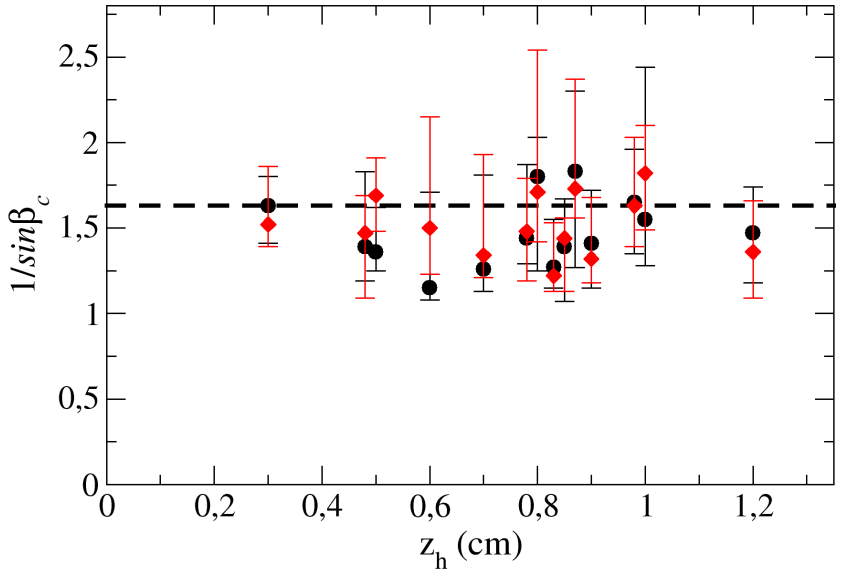
$$z_c = \frac{W}{2}\sqrt{\frac{\mu_{\text{eff}}^{\text{kor}} - \mu_{\text{eff}}^{\text{üv}}}{\mu_{\text{eff}}^{\text{kor}} + \mu_{\text{eff}}^{\text{üv}}}},$$

ahol W a cella szélességét jelenti. Esetünkben ebből $z_c = 1,1$ cm adódik. Hidrosztatikus (a mélységgel lineárisan növekvő) nyomással számolva, és figyelembe véve a korund és üveggolyók sűrűségkülönbségét is, egy kicsit bonyolultabb számolás $z_c \approx 1,3$ cm-t ad. Ezek az értékek valóban a 4.15 ábrán megfigyelhető $z = 1,0$ cm és a $z = 1,4$ cm-es magasság közé esnek. A kísérletekben és a numerikus szimulációkban azt is sikerült megfigyelnünk, hogy a kritikus z_c körüli réteghatár magasságot beállítva a zóna két ágra hasad [SM2011]. Ezt a 4.16 ábrán láthatjuk.



4.16. ábra. Ha a réteghatár magassága a kritikus z_c érték körül van, amelynél a 4.2 integrálnak két útvonalhoz is ugyanolyan (minimális) értéke tartozik, a zóna fölhasad. Az ábra a kísérleti (a,b) és az Unger Tamás numerikus számolásaiból (c,d) kapott $D(y, z)$ elmozdulásprofilt (a,c) és a deformációt (b,d) mutatja [SM2011].

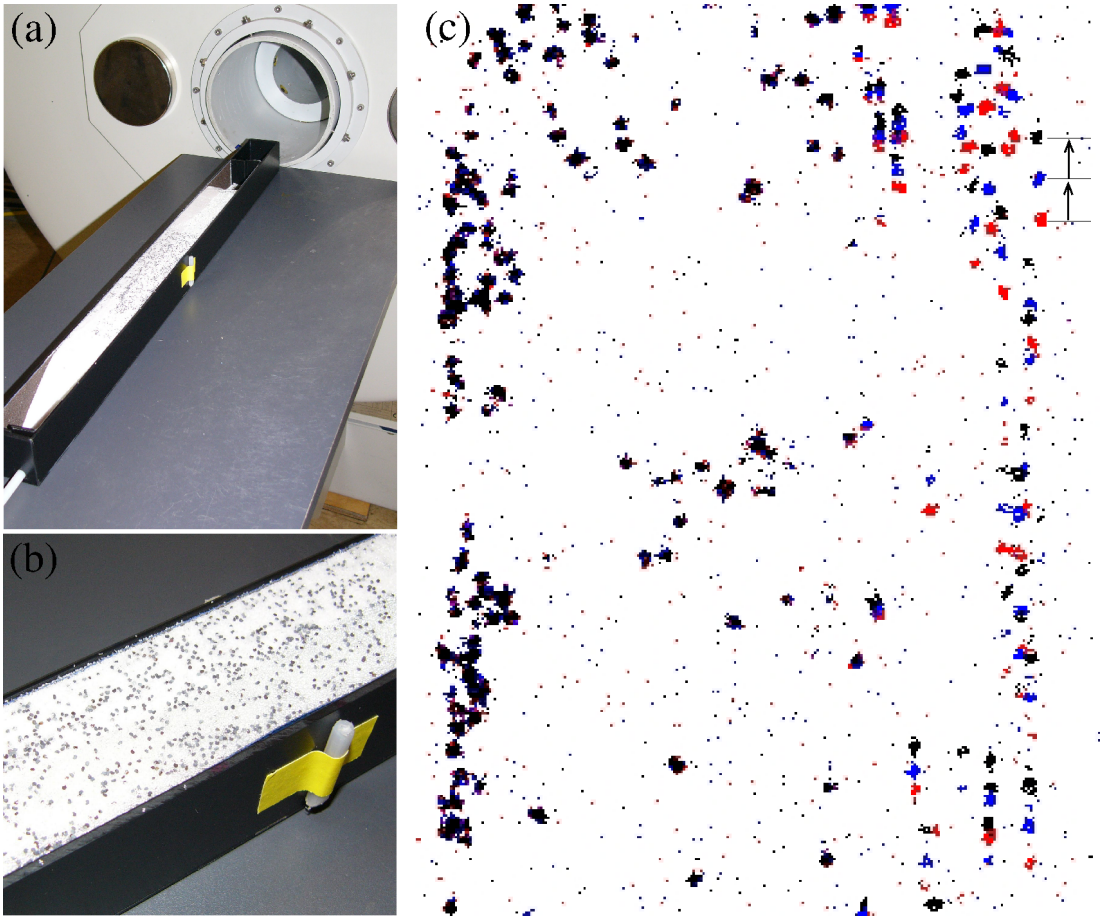
Több kísérletet elvégezve meghatároztuk a zóna réteghatáron mérhető β_c beesési szögét, melynek szinuszának reciprokát a 4.17 ábrán láthatjuk különböző z_h értékekre [SM2011]. Látható, hogy az adatok a várt $1/\sin\beta_c = \mu_{\text{eff}}^{\text{kor}}/\mu_{\text{eff}}^{\text{üv}} = 1,63$ érték körül szórnak.



4.17. ábra. A réteghatáron mérhető $1/\sin\beta_c$ a z_h függvényében. Minden mérés két adatot adott, melyeket különböző színnel ábrázoltunk. A vízszintes szaggatott vonal a korund és üveggolyók effektív súrlódásának hányadosát $(1,63)$ jelzi [SM2011].

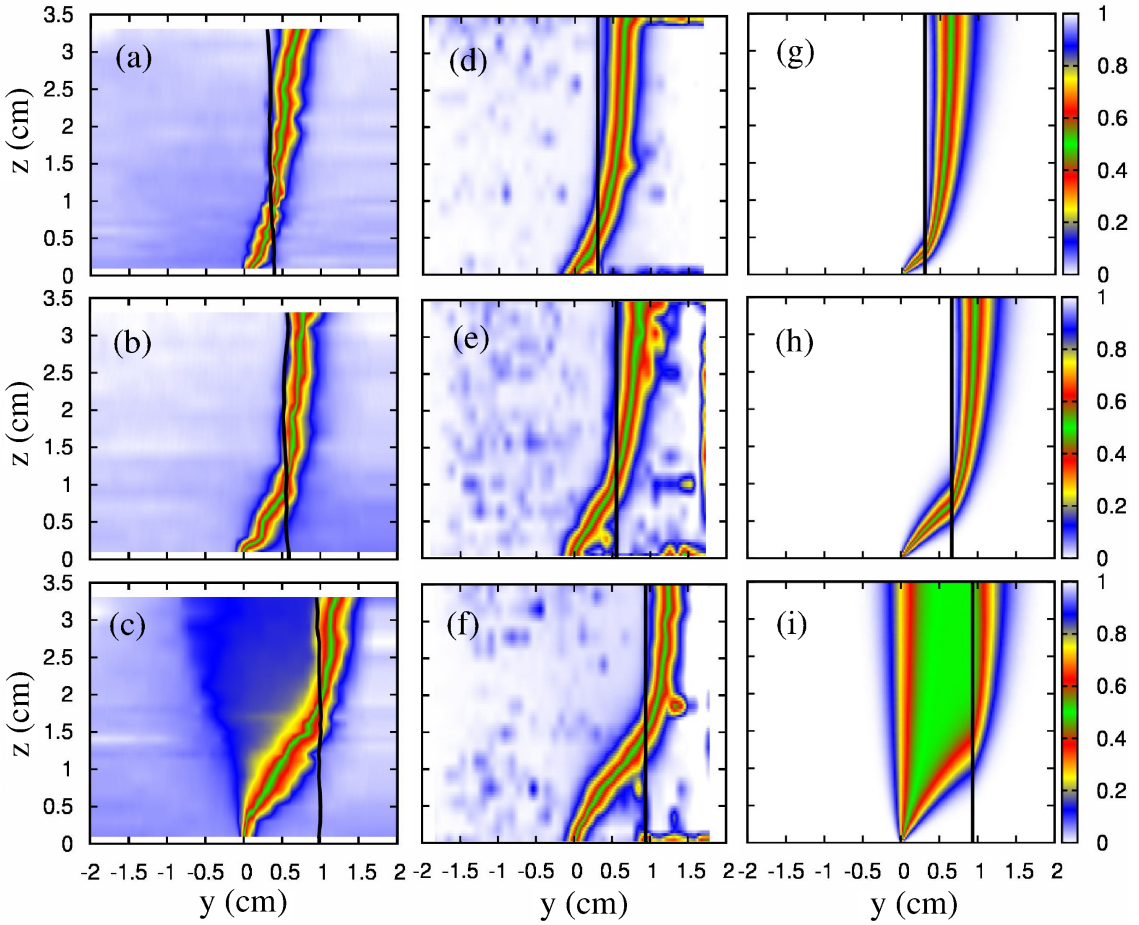
Ezt a fentiekben bemutatott jelenséget, melyben a nyírási zóna áthúzódik a szomszédos (kisebb súrlódású) szemcsés rétegbe, egy további kísérletsorozatban, a 4.10(b) ábrán látható nyitott felszínű elrendezésben is vizsgáltuk. Két méréssorozatot végeztünk, az egyiket az eddig bemutatottakhoz hasonlóan rétegenkénti feltárással, a másikat pedig a 4.1 szakaszban bemutatott és a 4.18 ábrán is látható MRI berendezéssel [SM2011]. Mivel a két anyag (korund és üveggolyók) nem ad MRI jelet, a mintába kis koncentrációban mákszemeket kevertünk, amik viszont az olajtartalmuk miatt erős jelet adnak. A tomogram vízszintes rétegei $0,8$ mm-re voltak egymástól, és a rétegen belüli felbontás $0,156$ mm / pixel volt. A mákszemek mérete ($d = 0,75 \pm 0,04$ mm) elég nagynak bizonyult, hogy egyenként láthatók legyenek. Az egymást követő felvételek között az L alakú csúszkát $2,5$ mm-el toltuk el. A 4.18(c) ábra 3 egymást követő tomogram ugyanazon ($z = 3,2$ cm magassághoz tartozó) vízszintes metszetét ábrázolja átlapolva. A tomogramok között történt elmozdulást nyilak jelzik. Egy mérésben 20–30 lépésben deformáltuk az anyagot, ami tipikusan $5 - 7,5$ cm-nyi teljes elmozdulásnak felel meg, és ez összesen kb. 4 órát vett igénybe.

Fontos megjegyezni, hogy a rétegenkénti feltárásos és az MRI mérések között van egy fontos különbség. Az MRI segítségével minden lépésben megkapjuk az elmozdulásprofilt, míg a rétegenkénti feltárásnál a minta belsejében csak a teljes mérés végére kialakult (integrális) elmozdulásprofilt tudjuk meghatározni. Ez csak akkor ekvivalens, ha a zóna helye stacionárius a mérésben. A 4.1 szakaszban láthattuk, hogy a zóna szélessége egy tranziensen keresztül éri el a stacionárius állapotot. Az MRI mérésből kiszűrhetjük, hogy a tranziensnek van-e lényeges hatása a zóna helyzetére.



4.18. ábra. A nyírási zóna helyének meghatározása mágnesesrezonancia-képalkotás (MRI) módszerrel. (a)–(b) A mérőcella fényképe, a kétrétegű (korund és üveggolyók) mintába kis koncentrációban mákszemeket kevertünk, az MRI ezeket detektálja. (c) Három egymást követő felvételen – melyeket átlapolva ábrázoltunk – a mákszemeket piros, kék és fekete színnel jelöltük. Az itt bemutatott vízszintes metszet a mintán belül $z = 3,2$ cm magassághoz tartozik. A kísérletben a jobb oldalon lévő L alakú határoló falat toltuk, ennek elmozdulását kirajzolják a mellette lévő részecskék, amit fekete nyilakkal jelöltünk. Képelemzéssel meghatározható a nyírási zóna helye. [SM2011].

Mind a két méréssorozat (rétegenkénti feltárás és MRI) eredményeit láthatjuk a 4.19 ábrán, a hozzájuk tartozó numerikus szimulációk eredményeivel együtt [SM2011]. Az ábra három konfigurációt mutat, ahol a függőleges réteghatár rendre $y_\mathrm{b} = 0,3$ cm, $y_\mathrm{b} = 0,66$ cm és $y_\mathrm{b} = 0,94$ cm távol volt a minta közepétől.



4.19. ábra. A $D(y, z)$ elmozdulásprofil a nyitott felszínű elrendezésben három különböző konfigurációban, melyekben a réteghatár $y_\mathrm{b} = 0,3$ cm, $y_\mathrm{b} = 0,66$ cm és $y_\mathrm{b} = 0,94$ cm távolságra volt a minta közepétől. Az ábra a rétegenkénti feltárással (a-c), az MRI-vel (d-f) és az Unger Tamás numerikus szimulációiban (g-i) kapott eredményeket is mutatja [SM2011].

Ebben az esetben is kiszámolható, hogy mi az a kritikus y_c távolság, amelynél a 4.2 integrál alapján két trajektóriához is ugyanaz az erő tartozik. A felszín alatt lineárisan növekvő nyomást feltételezve a következő eredmény adódik:

$$y_\mathrm{c} = h \left(\sqrt{\left(\frac{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{kor}}{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{üv}} \right)^2 - 1} - \sqrt{\left(\frac{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{kor}}{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{üv}} \right)^2 - \frac{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{kor}}{\mu_\mathrm{eff}^\mathrm{üv}}} \right),$$

ami $h = 3,4$ cm töltési magasság esetében az $y_c = 0,93$ értéket adja. A numerikus szimuláció eredménye az $y_b = 0,94$ cm értéknél szépen mutatja a két részre hasadt nyírási zóna alakját (4.19(i) ábra) és a felhasadás részben a (4.19(c)) kísérleti ábrán is látszik.

Röviden összefoglalva, a 4.2 szakaszban bemutatott munkámban kísérletileg igazoltam egy korábbi elméleti és numerikus számolás eredményeit, melyek szerint egy inhomogén (rétegzett) szemcsés anyagot terhelésnek kitéve a kialakuló deformációs (nyírási) zóna egy olyan vonal mentén szeli át az anyagot, amihez a minimális erő tartozik [PRE2009,SM2011]. Ez az optimális útvonal matematikailag hasonló módon kereshető meg, mint a fény terjedési útvonala egy inhomogén optikai közegben, ami egy réteges szerkezetű anyag esetén a jól ismert fénytörési jelenséghez vezet. A szemcsés kísérletben a nyírási zóna a különböző effektív súrlódású rétegek határán a fénysugárhoz hasonló módon változtatott irányt [PRE2009]. Ezen túl kísérleti példákat mutattam olyan esetekre, amikor a zóna elhajlik, hogy elkerülje a közelben lévő nagyobb súrlódású réteget (4.12 ábra), vagy pedig egy szakaszon elhagyja a nagy súrlódású tartományt, hogy a nem túl távoli kisebb súrlódású tartományban haladhasson (4.15 és 4.19 ábrák) [SM2011]. Ezek a kísérletek is jó kvantitatív egyezést mutattak a modellel, beleértve annak a határesetnek a becslését is, amikor a zóna két ágra hasad fel (4.16 és 4.19 ábrák).

5. fejezet

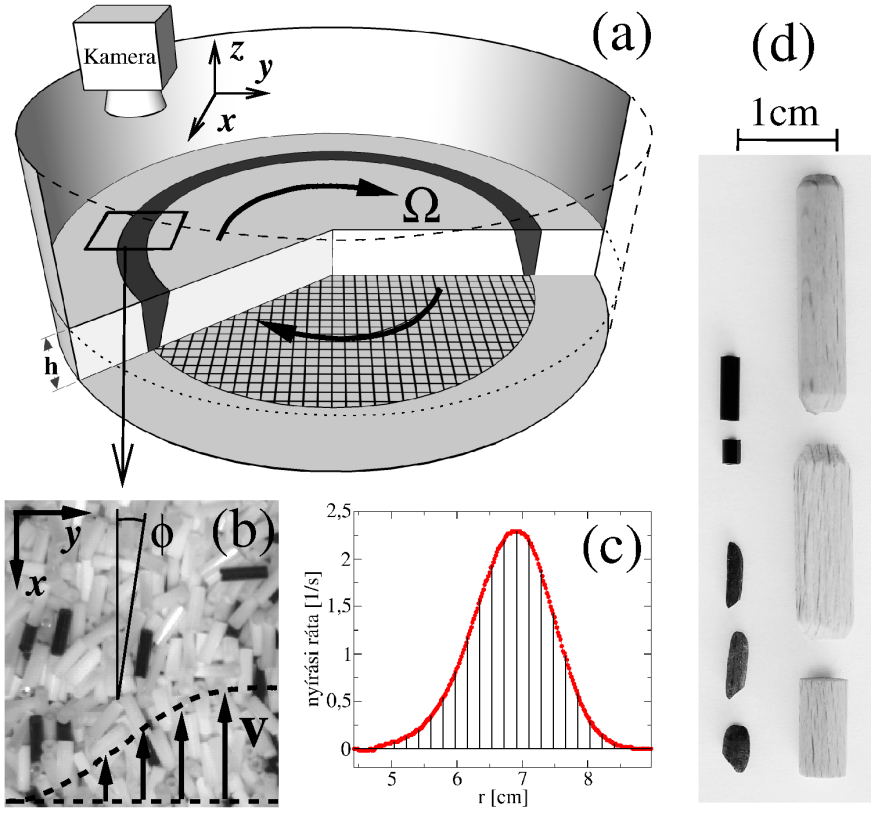
Anizometrikus részecskék folyása

Amint azt a 2.4. bevezető szakaszban láttuk, az elnyújtott alakú alkotóelemeket tartalmazó anyagokban nyírás hatására irány szerinti rendeződés figyelhető meg, melynek tulajdonságai a különböző rendszerekben (szuszpenziók, nematikus folyadékkristályok, szemcsés anyagok) sok hasonlóságot mutatnak. A kisebb alkotóelemeket tartalmazó anyagokban (szuszpenziók vagy molekuláris rendszerek) a rendeződési folyamatról kísérletileg gyakran csak közvetve – a tömbi tulajdonságok (pl. kettőstörés, viszkozitás) vizsgálatával – nyerhetünk információt, mivel az alkotóelemek mozgása a kis méretük, ill. a termikus zaj miatt nem figyelhető meg könnyen. A szemcsés rendszerek előnye éppen az, hogy az egyes részecskék mozgása is nyomon követhető. Ezért is meglepő, hogy a korábbi kísérleti vizsgálatok eredményei éppen a szemcsés rendszerek esetében a leghiányosabbak (lásd 2.4 szakasz).

Az nyírási zónák tulajdonságait bemutató előző (4.1) fejezetben már láthattuk, hogy egy elnyújtott részecskékből álló szemcsés mintát kvázisztatikusan deformálva a részecskék irány szerint rendeződése megtörténik. Azt is láttuk, hogy a rendeződés a Reynolds-tágulásnál lassabban alakul ki, és az $1 \leq L/d \leq 5$ tartományban csak részben kompenzálja azt. Ebben a fejezetben először (5.1) magát az orientációs rendeződést vizsgáljuk részletesebben, nem csak a kvázisztatikus tartományban. Arra a kérdésre keressük a választ, hogy a rendeződés hogyan függ a nyírási rátától, illetve a részecskék elnyújtottságának (L/d) mértékétől, valamint hogy miként változik meg a rendszer nyírással szembeni ellenállása (effektív súrlódása) a rendeződés hatására. A vizsgálatok alatt azt is felfedeztük, hogy bizonyos körülmények között a folyásirányra merőleges – másodlagos – konvekció is kialakulhat. Ezt mutatjuk be a fejezet második (5.2) részében.

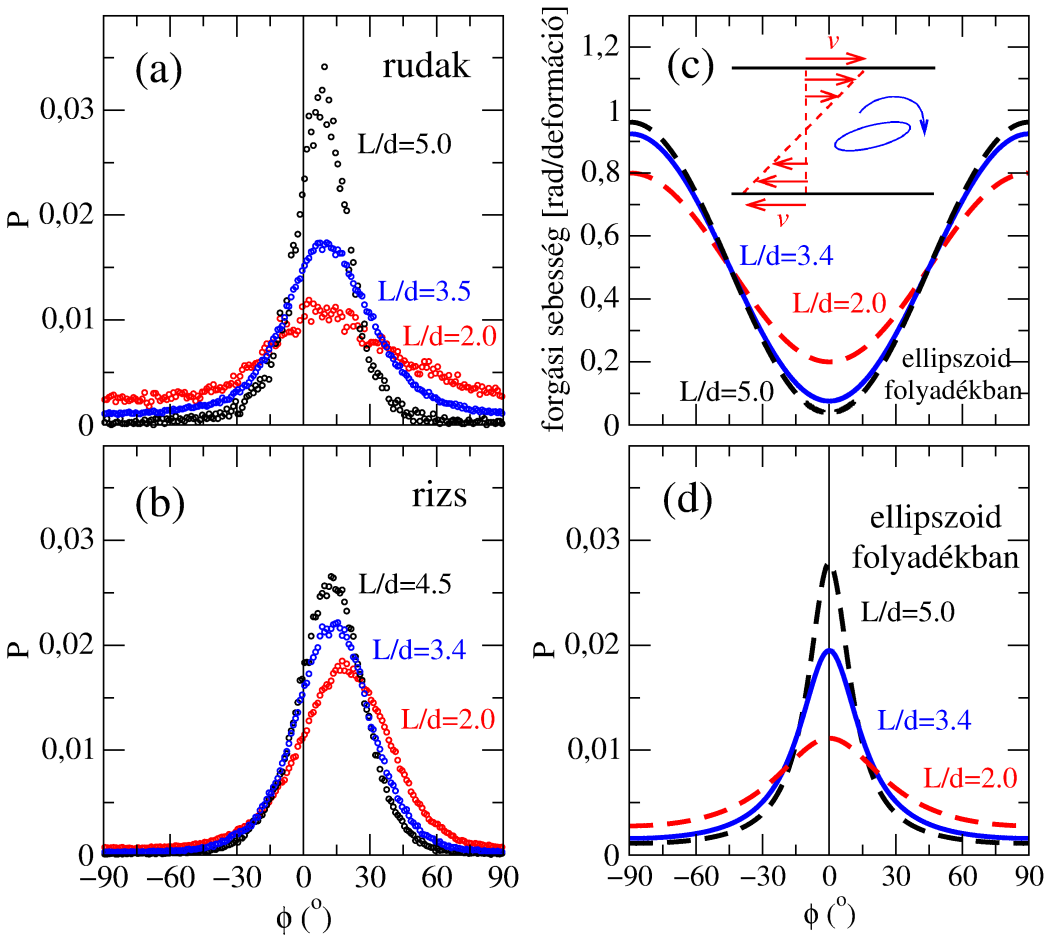
5.1. Nyírási orientáció

Az itt bemutatásra kerülő kísérleteinkben a folyamatos nyíró áramlást az előző fejezetben megismert osztott aljú hengeres geometriában hoztuk létre, ahol a szemcsés réteg alá helyezett körlapot állandó sebességgel forgatjuk (5.1(a) ábra). A réteg felszínéről digitális felvételeket készítettünk (5.1(b) ábra), vagy röntgentomográf segítségével a minta belsejét is feltérképeztük [PRL2012,PRE2012,SM2012]. A felszíni mérések alapján a nyírási zónában (az ábrán sötéttel jelölve) a nyírási ráta az 5.1(c) ábrán látható módon függ a forgástengelytől mért távolságtól. Ezt a tartományt a 5.1(c) ábrán jelölt módon sávokra osztottuk, melyekből külön-külön gyűjtöttük az adatokat. Ezen túl három különböző forgási sebességet (0, 26, 0, 52 és 4, 2 rad/s) is alkalmaztunk, így lehetőségünk volt megmérni, hogy a részecskék folyásiránnyal bezárt ϕ_{av} átlagos szöge hogyan függ a nyírási ráta értékétől. Az itt bemutatott mérésekben rizsszemeket, üvegrudakat vagy fa rudakat (5.1(d) ábra) használtunk.



5.1. ábra. (a) Elnyújtott alakú részecskék nyírása az osztott aljú hengeres elrendezésben. (b) A minta felszínéről készült kép, a részecskék folyásiránnyal bezárt szögét ϕ-vel jelöljük. (c) A felszínen mérhető nyírási ráta a forgástengelytől mért távolság függvényében.(d) A kísérletekben használt anyagok: üvegrudak, rizsszemek és fa rudak. [PRL2012,PRE2012,SM2012]

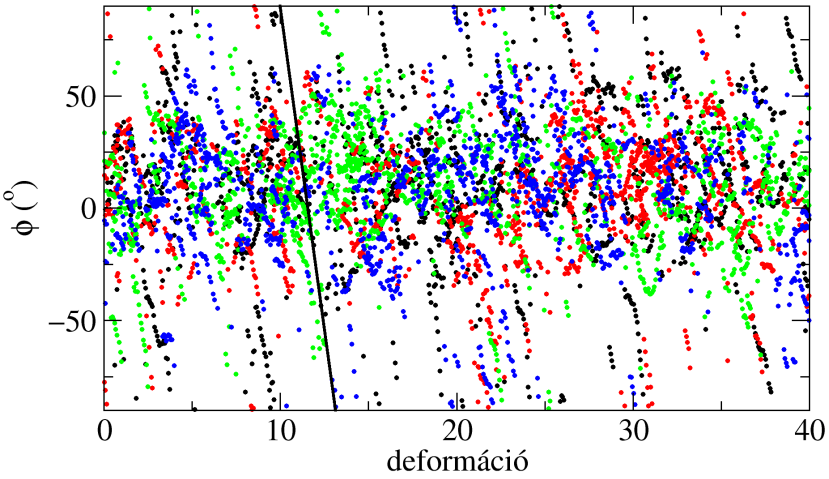
A részecskék hossztengelye folyásiránnyal bezárt szögének eloszlását mutatják az 5.2(a)-(b) ábrák egy szűk nyírási ráta tartományból, a 4.1 részben részletezett kezdeti tranziens utáni stacionárius állapotban. Mint láthatjuk, a rendezettség mértéke – amit az eloszlások keskenysége jelez – egyre nő a részecskék elnyújtottságának növelésével. A részecskék tengelyének átlagos iránya pedig kicsit eltér az áramvonalaktól, az eltérés az elnyújtottság növelésével csökken. Ezt az eredményt érdemes összehasonlítani azzal az esettel, amikor egyetlen részecskét helyezünk egy viszkózus folyadékba, és ennek a mozgását figyeljük, miközben a folyadékot nyírjuk. Mint azt a bevezetőben (2.4 rész) említettük, ez egy régen ismert probléma, melyet 1922-ben G.B. Jeffery oldott meg egy ellipszoid alakú részecskére [86]. A részecske az 5.2(c)



5.2. ábra. (a)-(b) A nyírásnak kitett száraz szemcsés anyagban (rudak és rizs) mérhető orientációs eloszlás egy szűk nyírási ráta tartományban. A részecskék átlagos iránya kicsit eltér a folyásiránytól (0°), és hosszabb részecskékre az eloszlás keskenyebb (nagyobb a rendezettség). (c) Egy nyírásnak kitett viszkózus folyadékba helyezett ellipszoid nem konstans sebességgel forog: amikor folyásirányba áll, akkor lelassul (Jeffery, 1922 [86]). (d) Az ellipszoid iránya valószínűségeloszlásának a maximuma az áramvonalakkal egybeesik. [PRE2012]

ábrán ábrázolt módon forog, forgási sebessége nem egyenletes, hanem lelassul, amikor az iránya párhuzamos az áramvonalakkal és felgyorsul, amikor merőleges azokra. A forgási sebesség maximuma és minimuma közötti különbség pedig folyamatosan nő a részecske elnyújtottságának mértékével. Ennek megfelelően az orientációs eloszlás maximuma a folyás irányával egybeesik, és a szélessége a részecske hosszának növelésével egyre csökken (5.2(d) ábra).

A 5.3. ábrán a nyírásnak kitett száraz szemcsés anyagban lévő részecskék (üvegrudak) irányának fejlődését láthatjuk a deformáció függvényében. Megfigyelhető, hogy a részecskék sok időt töltenek a $-25° < \phi < 50°$ tartományban, ezen belül egymással kölcsönhatva forgásuk rendszertelen. Ha ezen a tartományon kívül kerülnek, akkor tipikusan a képzeletbeli kontinuummal együtt mozogva forognak, ami maximálisan a nyíró áramlás vorticitásának megfelelő szögsebességet jelent (1 radián/egységnyi deformáció), amit az ábrán egy ferde vonal jelöl. Megjegyezzük, hogy egy nyírásnak kitett folyadékba helyezett golyó fele ilyen gyorsan forog.

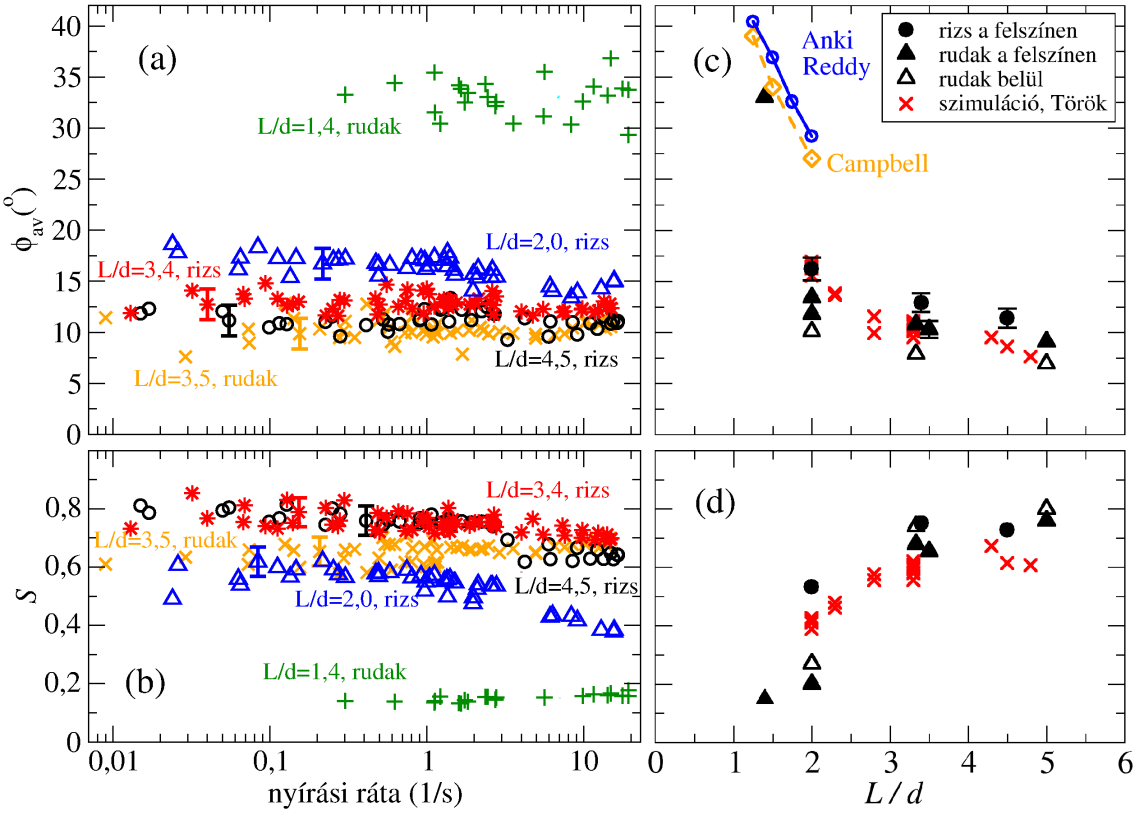


5.3. ábra. A száraz szemcsés anyagban (rudak, $L/d = 3,5$) mért részecskeorientációk fejlődése a deformáció előrehaladtával. A részecskék a $-25° < \phi < 50°$ tartományban időznek, forgásuk zajos. Ha kikerülnek ebből a tartományból, akkor határozottan körbefordulnak, míg megint vissza nem érnek. A ferde vonal a nyíró áramlás vorticitásának megfelelő forgási sebességet jelöli (1 radián/egységnyi deformáció). Egy gömb fele ekkora sebességgel forogna. [PRE2012]

Látható tehát, hogy a nyírás indukálta rendezettség (az 5.2(a,b) ábrákon bemutatott eloszlások keskenysége) egyre erősebb a részecske hosszának növelésével, és ez nagyon hasonló a folyadékba helyezett egyetlen részecske (5.2(d) ábra) és a sok egymással kölcsönható részecske esetén (5.2(a,b) ábrák), vagyis alapvetően a részecskének a nyírás hatására végbemenő nem egyenletes forgására vezethető vissza. Az átlagos orientációnak a folyás irányától való eltérése pedig – ami a sokrészecs-

kés rendszerben figyelhető meg – a részecskék kölcsönhatásának a következménye [PRL2012,PRE2012]. Ezt akár tekinthetjük egy zajforrásnak is. Amint azt a 2.4 részben láthattuk, a folyadékba helyezett nem kölcsönható részecskék orientációs eloszlásának a maximuma zaj hatására a $\phi = 0$ értéktől eltolódik (5.2(d) ábra).

Ahogy fentebb említettük, a nyírási ráta különböző értékei mellett meghatároztuk a orientációs eloszlásokat, melyek az 5.2(a,b) ábrákon láthatókhoz hasonlónak adódtak. Meghatároztuk a hozzájuk tartozó $\phi_{\rm av}$ átlagos orientációs szöget, és a nyírás indukálta rendezettséget leíró S rendparamétert, melyeket a nyírási ráta függvényében ábrázoltunk az 5.4(a,b) ábrákon. Jól látszik, hogy egy adott anyagra a $\phi_{\rm av}$ átlagos szög és az S rendparaméter nem vagy csak nagyon gyengén függ a nyírási rátától (amelyet az 5.4(a,b) ábrákon logaritmikus skálán ábrázoltunk). Az adatokhoz tartozó inerciális szám ($I = \dot{\gamma} d \sqrt{\rho/p}$) becsült értéke ($d$ mélységben vett hidrosztatikai nyomással számolva) a $0,0002$ és $0,4$ értékek közötti tartományt fedi le. Tehát nem csupán a kvázisztatikus tartományban dolgozunk, hanem a nagyobb nyírási ráta értékeknél már az ütközéseknek is szerepe van. Ezeket a méréseket a 3 rizs mintával és az üvegrudakkal végeztük el. A teljes nyírási ráta tartományra



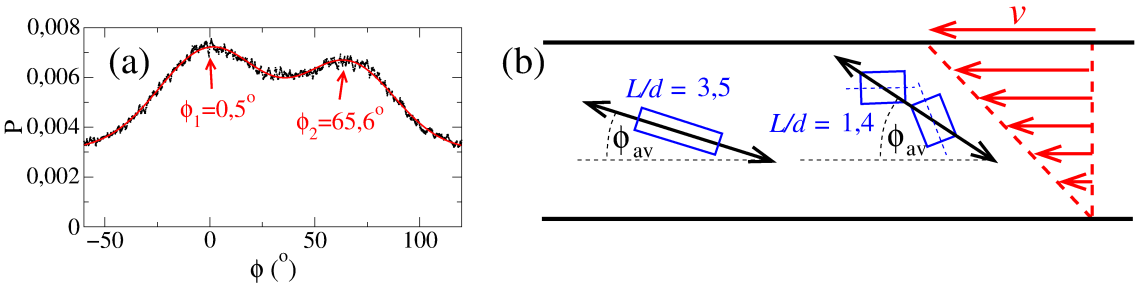
5.4. ábra. A folyásiránnyal bezárt átlagos orientációs szög $\phi_{\rm av}$ és a nyírás indukálta rendezettséget leíró S rendparaméter a nyírási ráta (a,b) és a részecskék elnyújtottsága (c,d) függvényében. [PRL2012,PRE2012,SM2012,SM2013]

átlagolt ϕ_{av} és S értékeket ábrázoltuk a fa rudakkal végzett CT mérésekből kapott – kvázisztatikus nyíráshoz tartozó – ϕ_{av} és S értékekkel együtt az 5.4(c,d) ábrákon a részecskék elnyújtottságának függvényében.

Mind a rudak, mind a rizs esetében megfigyelhető, hogy az elnyújtottság növelésével a rendezettség mértéke nő, és a részecskék átlagos iránya egyre közelebb kerül a folyás irányához. Az ábrán numerikus szimulációk eredményeit is feltüntettünk. Ezek egyrészt már a bevezetőben is említett, kétdimenziós esemény-hajtott (event-driven) módszerrel két, átfedéssel egymáshoz ragasztott körrel (Anki Reddy [91]), vagy háromdimenziós diszkrét elem modellel, ellipszoid alakú részecskékkel (Campbell [92]) készültek. Másrészt pedig, az itt bemutatott kísérleti eredményekhez közvetlen összehasonításként háromdimenziós diszkrét elem modell számolások készültek a BME Fizikai Intézetében (Dr. Török János), 4-5 gömbből álló elnyújtott részecskékkel. Ez utóbbi eredmények nagyon jól egybeesnek a kísérleti adatokkal, részletesebb leírásuk a [PRE2012] publikációban található.

Az 5.4(c) ábrán az is látható, hogy ugyanolyan elnyújtottság mellett a rudak kisebb szöget zárnak be az áramvonalakkal, mint az ellipszoidhoz hasonló rizsszemek. Mint említettük, a fa rudakkal végzett mérésekben az adatokat tomográfiás (CT) módszerrel gyűjtöttük, így lehetőségünk volt ϕ_{av} és S értékét nemcsak a felszínen, hanem a minta belsejében is meghatározni. Az 5.4(c)-(d) ábrákon látható, hogy a felszínen kisebb a rendezettség és ehhez nagyobb orientációs szög tartozik, mint a minta belsejében, ahol a részecskék minden oldalról körülveszik egymást.

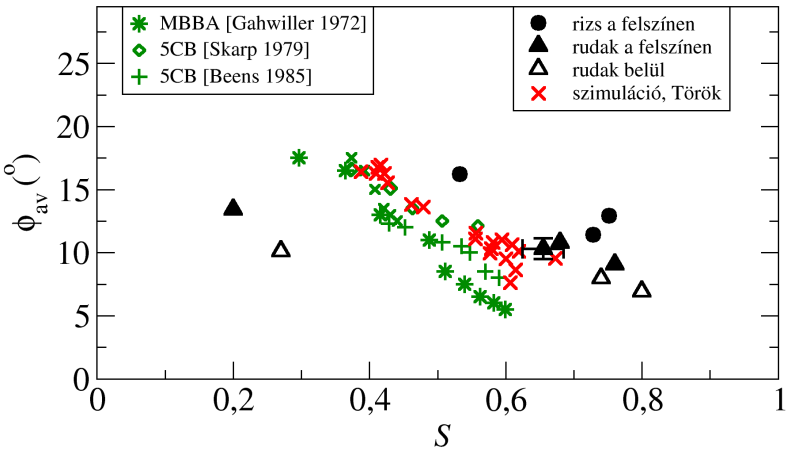
Megemlítjük, hogy a rövidebb ($L/d = 1,4$) üvegrudak esetén az orientációs eloszlás nem a szokványos módon alakult, hanem ahogy az az 5.5(a) ábrán látható, két maximuma van. Ezeknek a részecskéknek a legnagyobb kiterjedése ugyanis az átlójuk mentén mérhető, így a forgásuk során két konfigurációban lassulnak le (5.5(b) ábra), amikor is hossztengelyük iránya $\phi_1 = 0,5°$, ill. $\phi_2 = 65,6°$, ami valójában a $\phi_{\text{av}} = 33°$ orientációs szöget jelenti. Az orientációs eloszlás a fentiek következtében igen kiszélesedett, és nagyon kicsi rendparaméter tartozik hozzá (lásd 5.4(d) ábra).



5.5. ábra. (a) A rövidebb ($L/d = 1,4$) üvegrudak orientációs eloszlásának két maximuma van a (b) ábrának megfelelően. A két Gauss-függvény szuperpozíciójából adódó illesztést piros vonal jelzi, a hozzá tartozó illesztési paraméterekkel (ϕ_1 és ϕ_2) együtt. [PRE2012]

Ez az effektus már az $L/d = 2$ hosszúságú fa rudak orientációs eloszlásának kiszélesedésében is szerepet kell, hogy játsszon (5.2(a) ábra), ill. az ahhoz az anyaghoz tartozó rendparaméter nagyságát is befolyásolja.

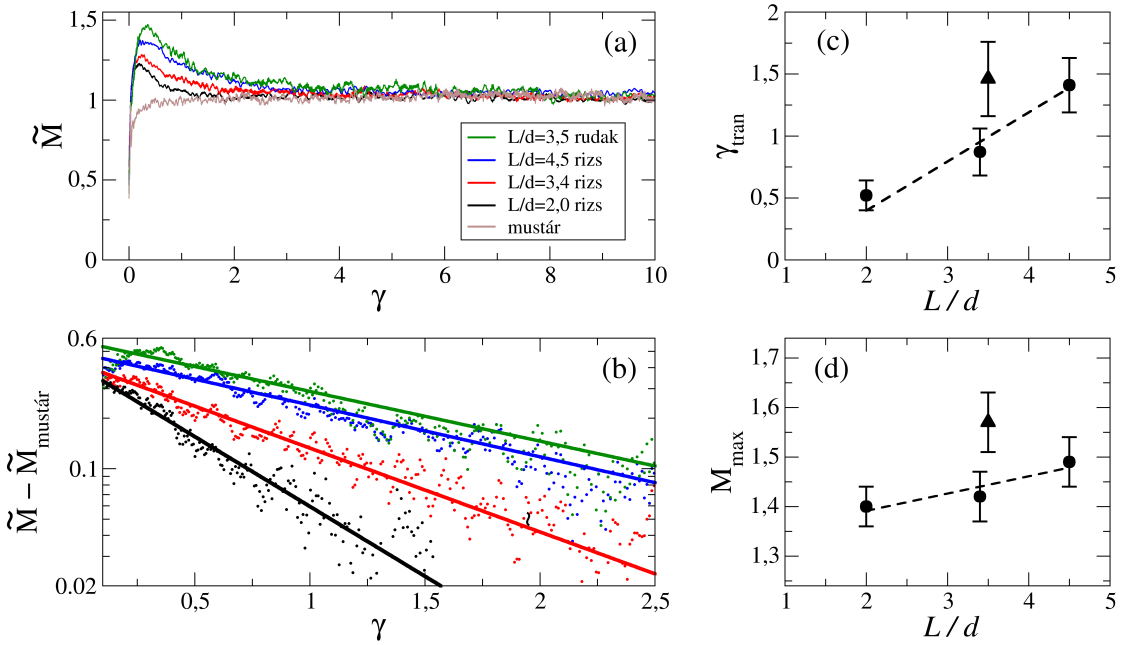
Fentebb (2.4 szakasz) láttuk, hogy a nematikus folyadékkristályok esetében – ahol a rendparamétert a részecskék alakjától és a nyírási rátától függetlenül (a hőmérséklettel) tudjuk szabályozni – a rendparaméter növelésével a folyási orientációs szög csökkent. A szemcsés adatainkat véve, $\phi_{\rm av}$ értékét az S függvényében a folyadékkristályos adatokkal együtt ábrázolva (5.6 ábra) a két rendszer közötti számos különbség ellenére nagyon hasonló tendencia rajzolódik ki. A különbségeket még egyszer hangsúlyozandó: a szemcsés rendszerben mind a rendezettség, mind az átlagos orientáció a nyírás következtében alakul ki, nincs külső paraméterrel szabályozható termikus zaj, és a részecskék közötti kölcsönhatás is nagyon különböző a molekuláris rendszertől. A két rendszerre vonatkozó adatsorok hasonlósága tehát azt jelzi, hogy már egyszerűen csak az alkotóelemek alakjának hasonlósága meghatározó a nyírási orientáció kialakulása szempontjából.



5.6. ábra. (a) A nyírási orientációs szög ($\phi_{\rm av}$) a rendparaméter (S) függvényében a szemcsés minták és néhány nematikus folyadékkristály esetében. [PRL2012]

A következő kérdés, amire a választ keressük, hogy hogyan változik a rendszer nyírással szembeni ellenállása, miközben egy rendezetlen kezdeti állapotból indulva a nyírás hatására kialakul az orientációs rendeződés. Ennek megválaszolásához egy olyan kiegészítést építettem az 5.1(a) ábrán látható hengeres elrendezés alá, melyben a motor testét, ami forgatja a cellában lévő tányért, egy másik – szabadon elforduló – korongra erősítettem. Ha így kapcsolnánk be a motort, akkor a motor teste forogna, mivel a tengelyét a minta visszafogja. Ezt az alsó korongot azonban egy erőmérő cellával tartjuk, hogy mégse fordulhasson el. Ennek segítségével megmérhető a forgatónyomaték alakulása a folyamat során, miközben a motor a szokásos módon forgatja a minta alatti tányért. Az 5.7(a) ábrán láthatjuk a stacionárius értékkel normált $\widetilde{M} = M/M_\infty$ forgatónyomatékot a γ deformáció függvényében 5 mintára. Az ötödik anyag (mustármagok) esetében kapott görbét referenciának használjuk.

Ez azért hasznos, mert lehetőséget ad az irány szerinti rendeződés hatásának elkülönítésére, mivel a gömbszerű részecskékből álló mintában ez nincs jelen. A motor bekapcsolása után a mért forgatónyomaték mind az öt minta esetén erősen emelkedik, ami egyrészt a részecskék közötti kontaktusok felépülésének következtében történik, másrészt egy instrumentális hatás is hozzájárul, nevezetesen az erőmérő cella és a motor teste közötti mechanikus kapcsolatot jelentő fémszál megfeszülése. Ezeknek a nem orientációs effektusokból származó járulékoknak a kiszűrésére legegyszerűbb megoldásként tehát az 5.7(a) ábrán látható négy adatsorból kivontuk az ötödiket, a mustármagokból álló mintára vonatkozót. Ennek eredményét láthatjuk az 5.7(b) ábrán, az exponenciális lecsengést feltételező illesztésekkel együtt.

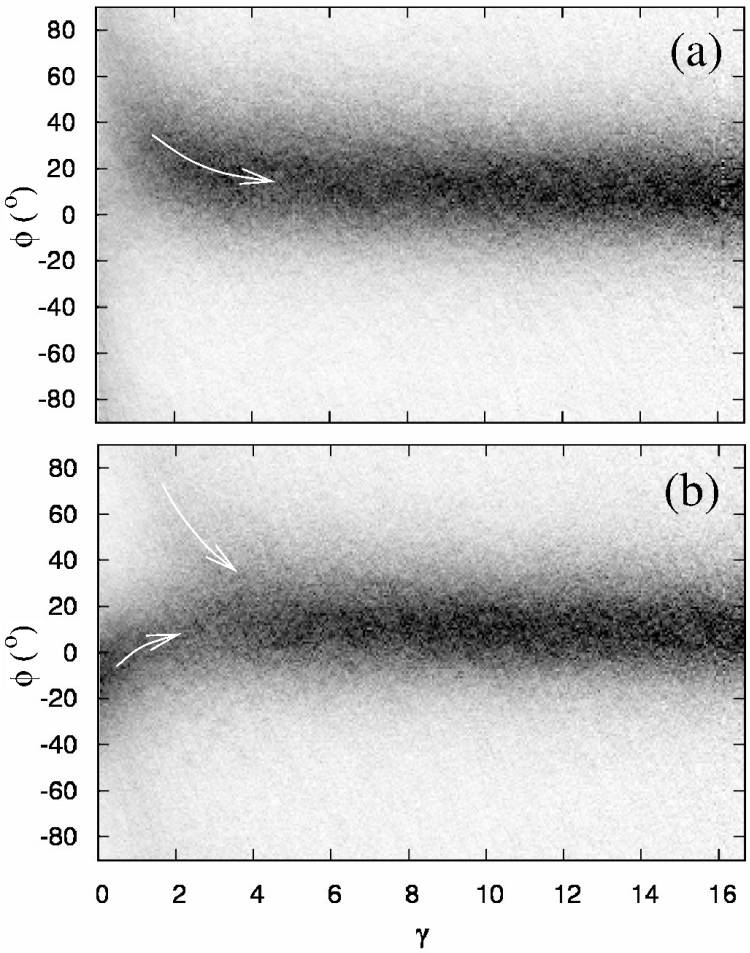


5.7. ábra. (a)-(b) A minta állandó sebességgel történő forgatásához szükséges forgatónyomaték a deformáció függvényében rendezetlen kezdeti állapotból indulva. Az (a) panelen egy referencia adatsort is láthatunk (mustármag), amit a másik négy adatsorból kivonva kaptuk a (b) panelen látható adatsorokat. A görbék mindegyik minta esetében 10 mérés átlagaként adódtak. (c) A tranzienst leíró karakterisztikus deformáció γ_{tran} értéke és (d) a 0 időpillanatra extrapolált maximális forgatónyomaték ($\widetilde{M}_{\mathrm{max}} = M_{\mathrm{max}}/M_{\infty}$) a részecskék elnyújtottságának a függvényében rizs (•) és rudakból álló minta esetén (▲). [PRL2012]

Az illesztés két értékes adatot szolgáltat: a tranzienshez tartozó karakterisztikus deformáció értékét (γ_{tran}) és a 0 időpillanatra extrapolált $\widetilde{M}_{\mathrm{max}}$ maximális forgatónyomaték értékét, ami egy már előfeszített, de még rendezetlen orientációjú mintát jellemez. Ezt a két mennyiséget ábrázoltuk az 5.7(c,d) ábrákon. Látható, hogy egy rendezetlen minta nyírásához kb. $1,4-1,6$-szor nagyobb forgatónyomaték szükséges, mint ami a már orientált, stacionárius állapotot jellemzi. $\widetilde{M}_{\mathrm{max}}$ értéke gyengén

növekszik L/d növelésével. A γ_{tran} karakterisztikus deformáció, mely a forgatónyomaték lecsökkenéséhez szükséges, erőteljesebben növekszik L/d növelésével, hasonló módon az S rendezettség és a zónaszélesség lecsengését jellemző karakterisztikus deformációkhoz (4.5(f) ábra).

A 5.8(a) ábrán az orientációs eloszlás változását láthatjuk a γ deformáció függvényében a fent leírt, rendezetlen kezdeti állapotból indított rendszerben. Az ábrán fehér nyíl jelzi, ahogy az átlagos részecskeorientáció a részecskék nyírás hatására történő forgása következtében a stacionárius értékhez tart. Egy következő kísérlet



5.8. ábra. Az orientációs eloszlás időfejlődése (a) rendezetlen kezdőállapotból indított rendszer esetén és (b) a nyírás irányának megfordítása után. Az adatsorok az $L/d = 3,5$ elnyújtottságú üvegrudakkal készültek, és 1350, ill. 1700 független mérés adatait tartalmazzák. Az x tengelyen ábrázolt teljes deformáció ($\gamma = 16,4$) a forgótányér $0,68$ körbefordulásának felel meg. [PRL2012,PRE2012]

eredményét mutatja a 5.8(b) ábra, ahol az orientációs eloszlás változását láthatjuk a nyírás irányának megfordítása után. Ekkor az átlagos orientáció a $-\phi_{\text{av}}$ értékről

indulva a ϕ_{av} értékhez tart. Érdekes módon – a két irány közelsége miatt – a részecskék jó része a rövidebb úton, a nyíró áramlással szembe forogva indul el. Az 5.8 ábrán látható mindkét grafikon igen nagy mennyiségű (1350, ill. 1700) független mérés adatait tartalmazza [PRL2012,PRE2012].

Az 5.1 szakasz eredményeit összefoglalva, az elnyújtott részecskékből álló szemcsés rendszerben nyírás hatására a részecskék irány szerinti rendeződése figyelhető meg, ami összefüggésben van a részecskék nem egyenletes forgásával. A rendezettséget leíró orientációs eloszlások az L/d elnyújtottság növelésével egyre keskenyebbek, hasonlóan a nyírásnak kitett folyadékba helyezett ellipszoid orientációs valószínűségeloszlásához. Az átlagos orientáció iránya nem esik egybe a folyásiránnyal, hanem azzal egy kis ϕ_{av} szöget zár be, ami csökken L/d és így a rendezettség növekedésével, de a nyírási ráta értékétől érdemben nem függ. Ezek a tulajdonságok hasonlóak az elnyújtott alakú molekulákból álló nematikus folyadékkristályokéhoz. Egy rendezetlen szemcsés rendszer effektív súrlódása határozottan (30-40 %-kal) lecsökken a nyírás indukálta rendezettség kialakulásának következtében. [PRL2012,PRE2012,SM2012,SM2013]

5.2. Másodlagos konvekció nyírt rendszerekben

Az elnyújtott részecskék nyírási orientációjának vizsgálatakor (5.1 szakasz) egy további érdekes jelenséget tapasztaltunk. A mintát az osztott aljú hengeres elrendezésben nyírva, bizonyos töltési magasságnál a minta közepén a nyírás hatására egy púp keletkezett (5.9 ábra) [SM2015,NJP2016-1]. Hasonló jelenséget gömbszerű részecskékkel (borsó vagy műanyag golyók) nem tapasztaltunk [NJP2016-1]. A következőkben az ezzel kapcsolatos megfigyeléseinket mutatjuk be.

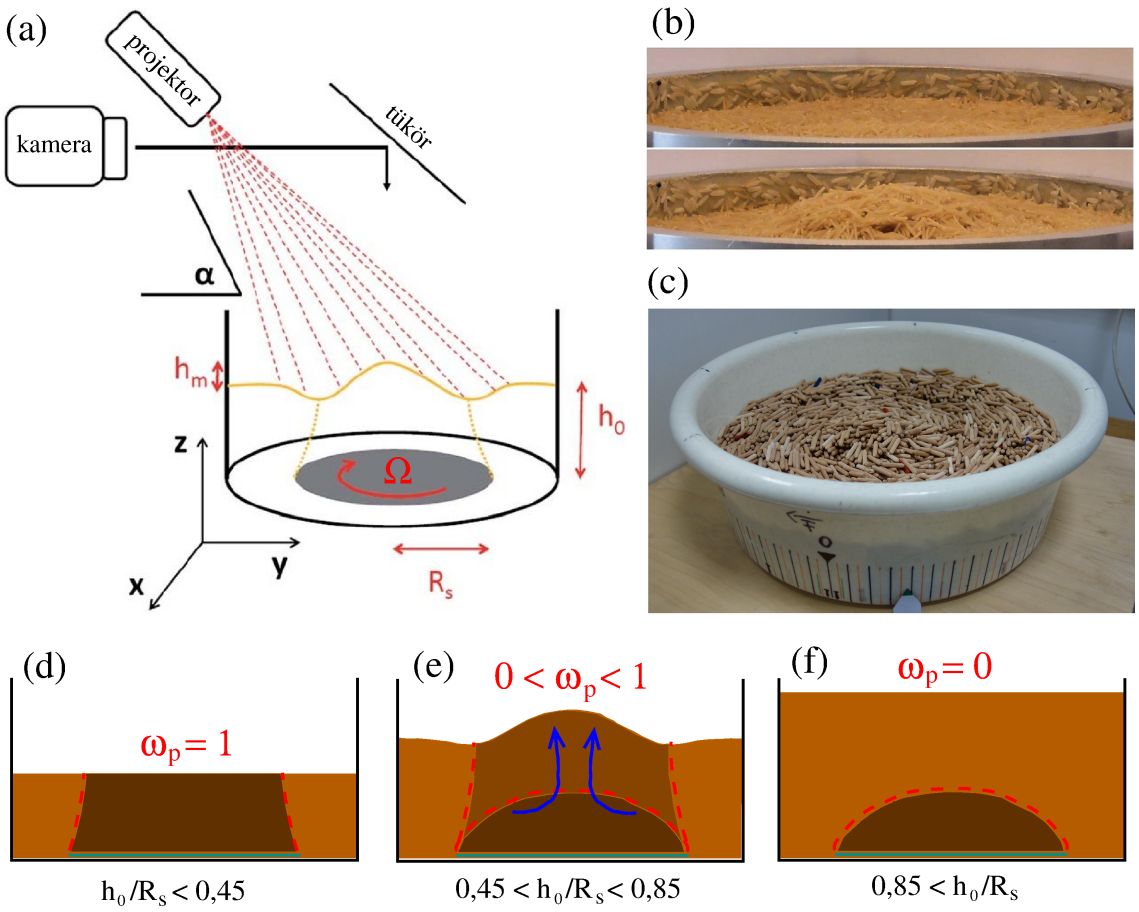
Kis töltési magasságnál ($h_0/R_\mathrm{s} < 0,45$) a minta közepe a felszínen is együtt forog a forgó tányérral ($\omega_\mathrm{p} = 1$), és a nyírási zóna az 5.9(d) ábrán látható módon a szaggatott vonallal jelölt helyen tör a felszínre. Ebben a konfigurációban vizsgáltuk a Reynolds-tágulást (4.1 szakasz) és a nyírási orientációt (5.1 szakasz). Nagy töltési magasságnál ($h_0/R_\mathrm{s} > 0,85$) viszont a nyírási zóna egy kupolaszerű alakot vesz fel, és a tányérral együtt forgó tartomány az 5.9(f) ábrának megfelelő módon a minta belsejében található, a felszínen az anyag mindenhol mozdulatlan ($\omega_\mathrm{p} = 0$). A köztes tartományban (kb. $0,45 < h_0/R_\mathrm{s} < 0,85$) pedig a felszín középre eső része a töltési magasságtól függő sebességgel forog. Ekkor a nyírási zóna az 5.9(e) ábrán látható módon felhasad és kiszélesedik. Ebben a töltési magasság tartományban figyelhető meg, hogy a középső részen az anyag a nyírás hatására fölpúpozódik.

Ezt a jelenséget az előző (5.1) részben bemutatott nyírási orientációhoz hasonlóan kétféle módon, (i) felszíni megfigyeléssel és (ii) röntgentomográf segítségével vizsgáltuk.

(i) A felszíni méréseket üvegrudak ($L/d = 3,5$), rizs ($L/d = 4$) vagy száraztészta ($L/d = 14$) mintával (lásd 5.9(b) ábra) hajtottuk végre. A magasságprofil időfejlődését a 3. fejezetben megismert (a lejtőn folyó anyag esetében alkalmazott) módszerhez hasonlóan, a felszínre vetített vonal (ill. ebben az esetben párhuzamos vonalak) eltorzulásából határoztuk meg (lásd 5.9(a) ábra). Az itt bemutatandó mérésekben kvázisztatikus nyírást alkalmaztunk, a motor forgási sebessége $0,67$ rad/s, ill. $0,8$ rad/s volt.

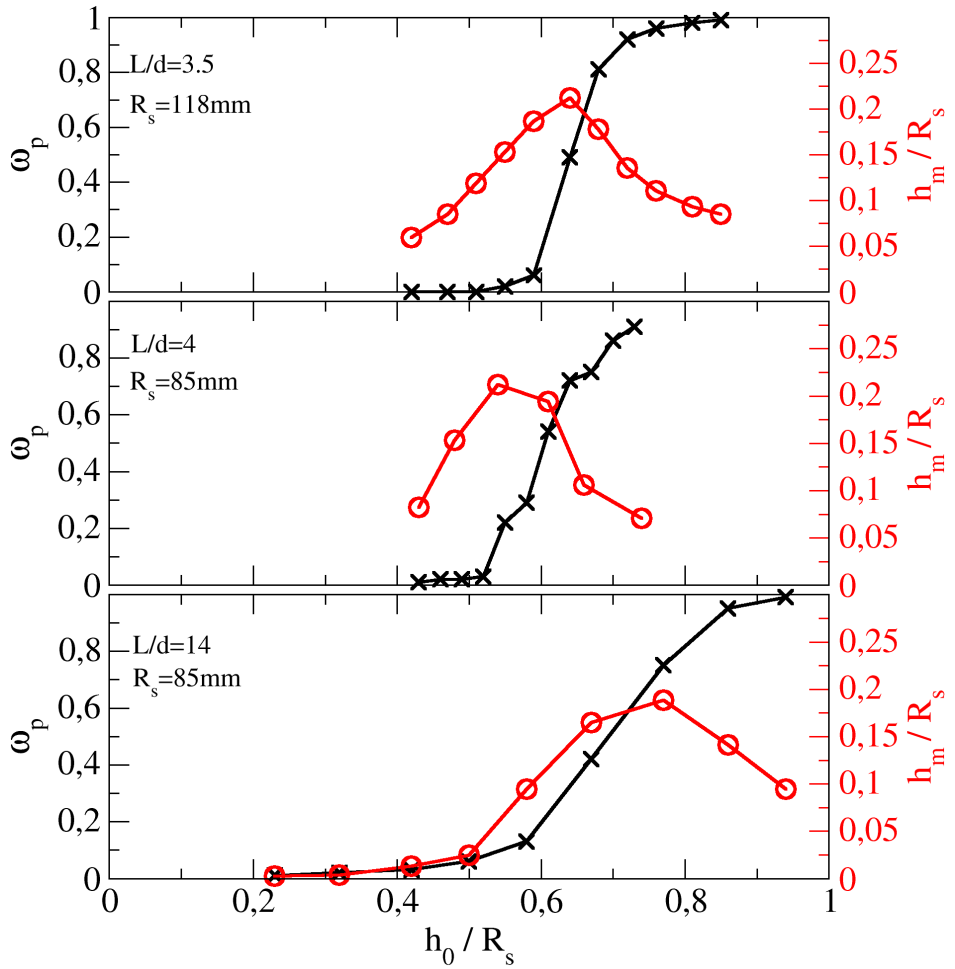
(ii) A komputertomográfiás méréseket ebben az esetben is a 4.1 szakaszban bemutatott tomográffal (4.5(a) ábra) végeztük, és itt is szükséges volt, hogy a mérőcella ne tartalmazzon fémből készült alkatrészeket. A fa és műanyag elemeket tartalmazó mérőcella az 5.9(c) ábrán látható. A méréseket a 4.1 és az 5.1 szakaszokban bemutatott mérésekben is használt $L/d = 5$ elnyújtottságú fa rudakkal végeztük. Ezekben a vizsgálatokban a tányér rögzítve volt, és a kvázisztatikus nyírást magának az edénynek a lassú elfordításával hoztuk létre. Ez diszkrét lépésekben történt, amik között a tomogramokat álló helyzetben vettük fel [SM2015].

Az első fontos megfigyelés, hogy a másodlagos konvekció erőssége, azaz a felületi deformáció kialakulásának gyorsasága és a stacionárius állapotban mért amplitúdója nagyon érzékenyen függ a h_0/R_s töltési magasságtól. Az amplitúdó számszerűsítésére a h_m-el jelölt mennyiséget használjuk, amely a minta felszínének legmagasabb pontját jelöli az eredeti átlagos töltési magassághoz (h_0) képest (5.9(a) ábra).



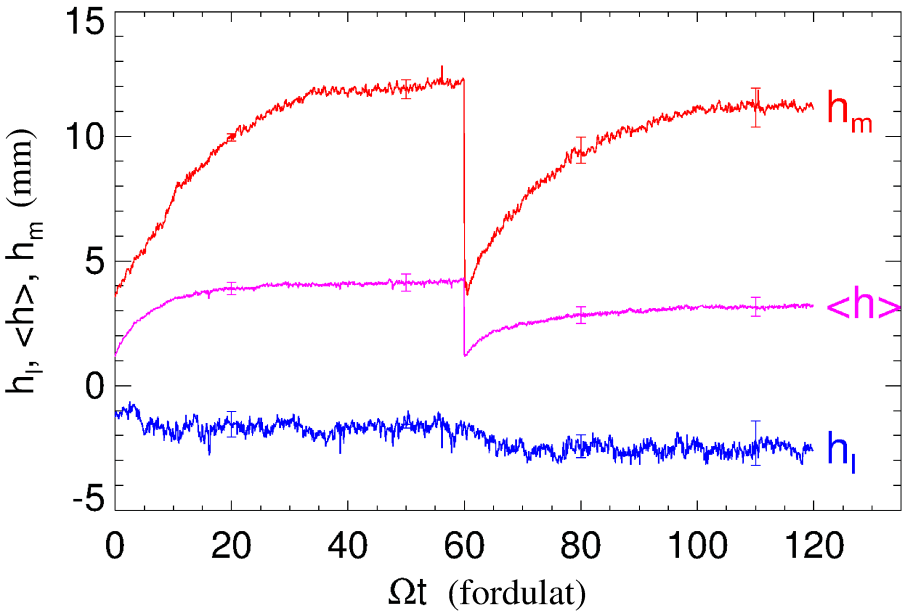
5.9. ábra. Az elnyújtott alakú részecskékből álló rendszerben nyíró áramlás közben egy lassú másodlagos konvekció alakulhat ki, ami a körkörös folyásirányra merőleges, és a minta felpúpozódását eredményezi. (a)-(b) A felszíni megfigyelésekhez és (c) a röntgentomográfban használt mérőcella. (d)-(f) A nyírási zóna helye (piros szaggatott vonallal jelölve) függ a h_0 töltési magasságtól. Kis h_0 esetén a minta felszíne együtt forog a tányérral ($\omega_p = 1$), nagy h_0 esetén pedig mozdulatlan ($\omega_p = 0$). Közepes h_0 esetén pedig a minta felszíne lassabban forog, mint a tányér, ami a nyírási zóna felhasadását, ill. kiszélesedését jelenti. Ekkor figyelhető meg a másodlagos áramlás [SM2015].

Az 5.10 ábrán a másodlagos konvekció következtében kialakult felületi deformáció h_m/R_s relatív amplitúdóját és a felszín közepén mért ω_p relatív forgási sebességet ábrázoltuk a h_0/R_s relatív töltési magasság függvényében, három különböző elnyújtottságú részecskékből álló minta (üvegrudak: $L/d = 3,5$, rizs: $L/d = 4$ és száraztészta: $L/d = 14$) esetén. Látható, hogy a legnagyobb relatív amplitúdó mindhárom minta esetében nagyon hasonló, $h_\mathrm{m}/R_\mathrm{s} = 0,2$ körüli értéknek adódott, viszont a görbék maximumai nem ugyanahhoz a h_0/R_s értékhez esnek. Az figyelhető meg, hogy ez korrelál a felületen mérhető relatív forgási sebességgel: a legnagyobb amplitúdójú deformáció akkor alakul ki, amikor a felszín forgási sebessége kb. fele a forgótányér sebességének ($\omega_\mathrm{p} = 0,5$). Ez leegyszerűsítve azt jelenti, hogy ekkor a nyírási zóna kb. két egyforma erősségű ágra hasadt fel (5.9(e) ábra).



5.10. ábra. A felületi deformáció amplitúdója h_m és a felszín középső részének ω_p relatív forgási sebessége a h_0/R_s relatív töltési magasság függvényében $L/d = 3,5$ (üvegrudak), $L/d = 4$ (rizs) és $L/d = 14$ (száraztészta) elnyújtottságú részecskékből álló minták esetén [SM2015,NJP2016-1].

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy a dinamikában van-e különbség egy rendezetlen (frissen betöltött), vagy pedig egy előzőleg stacionárius nyírásnak kitett rendszerrel indulva. Ehhez a frissen betöltött rendszert először a tányér 60 körbefordításával nyírtuk, majd megállítottuk, és a 4.2 szakaszban már megismert kis sebességű porszívózós technikával eltávolítottuk a felületi perturbációt, anélkül, hogy a minta többi részében kialakult rendezettséget elrontottuk volna. Ezután az ismét vízszintes felszínű mintát újra nyírni kezdtük. Tíz ilyen kísérletből kapott adatsorok átlagát láthatjuk az 5.11 ábrán. Az ábra a felszín maximális magasságának h_{m} értékén túl, az átlagos $\langle h \rangle$, és a minimális h_{l} értékének időfejlődését is mutatja.

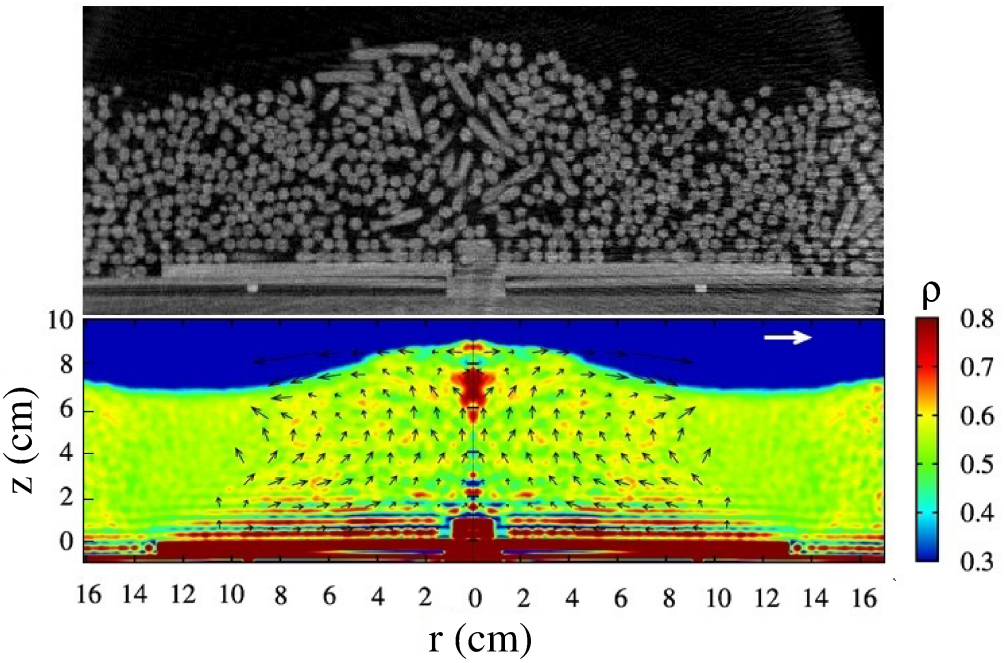


5.11. ábra. A felületi deformáció időfejlődése egy rendezetlen rendszerből indulva, majd 60 körbefordulás után a felszíni deformáció eltávolítása után a rendszert újraindítva. A három adatsor a felületi deformáció h_{m} amplitúdójának, a felszín $\langle h \rangle$ átlagos magasságának, és a felszín h_{l} legalacsonyabb pontjának az időfejlődését mutatja. A mérések $L/d = 4$ elnyújtottságú rizsszemekkel készültek, $h_0/R_{\mathrm{s}} = 0,49$ töltési magasság mellett [SM2015].

Látható, hogy a rendezetlen mintában és a már előzőleg nyírt rendszerben nagyon hasonló módon növekszik a felületi deformáció. Mind a folyamathoz tartozó karakterisztikus nyírási deformáció, mind pedig a kialakult felületi deformáció amplitúdója igen hasonló. A második esetben a minta egy részének eltávolítása után természetesen kicsit kisebb h értékeket kaptunk. Összességében azonban elmondható, hogy a kezdeti állapotnak (rendezetlen, vagy már orientált minta) nincs lényeges hatása a dinamikára.

Az eddigiekből világosan látszik tehát, hogy a felületi deformáció akkor nő a legnagyobbra, ha a zóna a lehető legjobban kiszélesedett és felhasadt ($\omega_p \approx 0,5$, 5.10 ábra), és hogy a jelenség nemcsak a rendezetlen minta nyírásakor jelen lévő tranziens következtében jelenik meg, hanem egy már orientált mintában is újból kialakul (5.11 ábra) [SM2015,NJP2016-1].

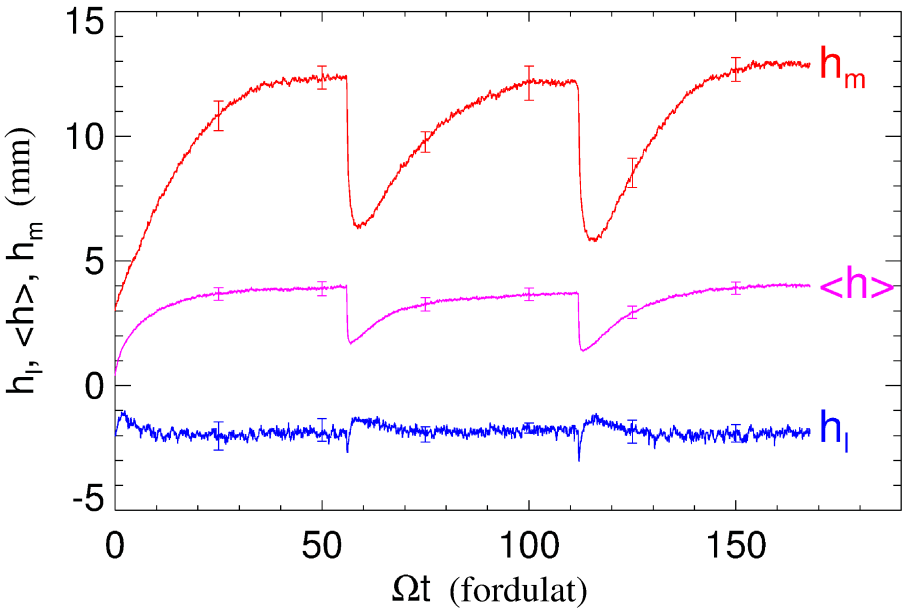
A komputertomográfiás mérések segítségével először a stacionárius állapotot térképeztük fel [SM2015]. Mint említettük, ebben a mérésben a minta alatti tányér áll, és a külső részt forgatjuk. Az egymást követő tomogramok között a mintát $22,5°$-kal forgattuk el, ami a minta középső részén található részecskék esetében annyi elmozdulást jelentett, hogy még éppen azonosítani tudtuk, hogy melyik részecske hova került a következő tomogramon, és így lehetőségünk volt a minta közepén a sebességtér meghatározására. Az 5.12(a) ábrán a minta keresztmetszeti képe látható, míg az 5.12(b) ábrán a ρ átlagos térkitöltést és az áramlási sebességet ábrázoltuk az r és z koordináták függvényében. Az adatok 83 teljes tomogram átlagaként adódtak, ami a külső rész kb. 5 teljes körbefordításának felel meg.



5.12. ábra. A másodlagos konvekció tomográfiás megfigyelése. (a) A mintáról ($L/d = 5$ elnyújtottságú fa rudak) készült tomogram függőleges keresztmetszeti képe. (b) Az átlagos térkitöltés (színes háttér) és az áramlási sebesség (nyilakkal jelölve) az r és z koordináták függvényében. Az adatok 83 teljes tomogram átlagaként adódtak. A nyírás hatására az anyag középen folyamatosan felfele áramlik. A fehér nyíl $0,055$ cm/fordulat sebességnek felel meg, ami $1,4 \cdot 10^{-3}$-szorosa a zóna külső oldalán mért (elsődleges) áramlás sebességének. A töltési magasság $h_0/R_s = 0,54$ volt [SM2015].

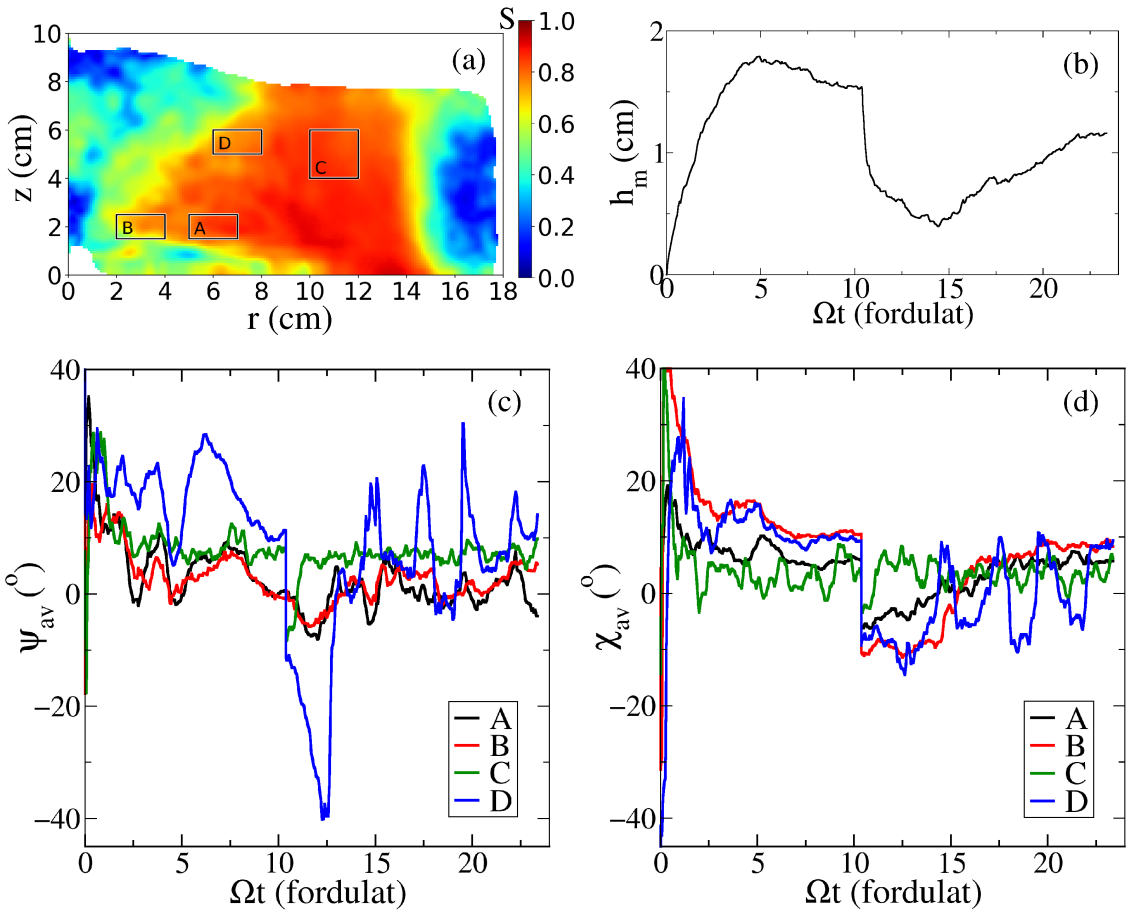
Látható, hogy a nyírás hatására az anyag középen folyamatosan felfele áramlik. A részecskék a felszínre érve a lejtős felületen lassan sugárirányban kifele csúsznak, így alakul ki egy stacionárius felületi deformáció, és egy körkörös – az elsődleges áramlásra merőleges – konvekció [SM2015]. A tipikus áramlási sebesség 3 nagyságrenddel kisebb az elsődleges (nyíró) áramlásétól.

A konvekció eredetének vizsgálatára egy további méréssorozatot készítettünk. Ebben a mintát (betöltés után) 53 fordulatig egy irányba forgattuk, majd 53 fordulatig az ellenkező irányba, majd a forgási irányt ismét megfordítva 53 fordulatig megint az eredeti irányba (5.13 ábra). Érdekes módon, a forgási irány megfordításakor a korábban kialakult púp hirtelen eltűnik, majd az eredeti kialakulásával azonos időskálán hasonló módon újra kialakul. A forgási irány újbóli megfordításakor megint csak ez játszódik le. Ez azt jelenti, hogy a nyírás megfordításakor időlegesen a másodlagos áramlás iránya is megfordul. Ezzel összhangban van az, hogy a minta közepén megfigyeléseink szerint nemcsak, hogy eltűnik a púp, hanem rövid időre még egy kicsi mélyedés is keletkezik.



5.13. ábra. A felületi deformáció időfejlődése egy rendezetlen rendszerből indulva, majd 53 körbefordítás után a nyírás irányát megfordítva, majd újabb 53 körbefordítás után a nyírás irányát visszafordítva. A három adatsor itt is a felületi deformáció h_m amplitúdójának, a felszín átlagos $\langle h \rangle$ magasságának, és a felszín h_l legalacsonyabb pontjának az időfejlődését mutatja. A mérések $L/d = 4$ elnyújtottságú rizsszemekkel készültek, $h_0/R_s = 0,49$ töltési magasság mellett [SM2015].

Az, hogy a másodlagos áramlás a nyírás megfordításakor előjelet vált, arra utal, hogy ebből a szempontból a nyírás iránya a részecske-kontaktusokban kódolva van. Mivel gömbszerű részecskék esetében nincs másodlagos konvekció, a részecskék orientációja kell hogy szerepet játsszon a másodlagos konvekciót fenntartó kontaktusokban. Az 5.1 szakaszban láttuk, hogy egy nyírásnak kitett rendszerben a részecskék átlagos orientációja nem a folyás irányába mutat, hanem azzal egy kis szöget zár be. A másodlagos konvekciót hajtó erők ezzel a szimmetriatöréssel kell, hogy összefüggésben legyenek. Ezért az 5.14 ábrán bemutatott vizsgálatban a komputertomográfiás technika segítségével a részecskék orientációs térképének időfejlődését követtük. Ebben a mérésben egy rendezetlen rendszerből indulva a mintát $22,5°$-os



5.14. ábra. A felületi deformáció időfejlődése egy rendezetlen rendszerből indulva, majd 10.4 fordulat után a nyírás irányát megfordítva komputertomográfiás megfigyelés alapján. Az (a) panel a rendparaméter térbeli eloszlását ábrázolja, és a négy (A,B,C,D) tartományt jelöli, ahol a (b)-(d) paneleken ábrázolt adatsorokat felvettük. (b) a deformáció időfejlődése, (c) és (d) az átlagos orientáció nyírási folyásiránytól való vízszintes és függőleges eltérése (ψ_{av} és χ_{av}). A mérések $L/d = 5$ elnyújtottságú fa rudakkal készültek, $h_0/R_{\mathrm{s}} = 0,54$ töltési magasság mellett [SM2015].

lépésekben forgattuk $10,4$ fordulatig, majd a forgás irányát megfordítva ugyanezzel a lépésközzel visszafele forgattuk. Összesen 386 tomogramot vettünk fel.

Az 5.14(a) ábrán a rendezettséget leíró S rendparaméter keresztmetszeti eloszlását ábrázoltuk az $5-10,4$ fordulatok között átlagolva. A nagy rendezettségű (piros) tartomány egyben mutatja a kiszélesedett nyírási zóna alakját is. Az 5.14(b) ábrán a felületi deformáció amplitúdójának időfejlődése látható. Itt is megfigyelhető, hogy a rendezetlen rendszerből kialakuló púp a nyírás irányának megfordításakor gyorsan visszahúzódik, majd újra formálódik. Az átlagos orientációt két szöggel, a nyíró áramlás folyásirányától való vízszintes és függőleges eltéréssel (ψ_{av} és χ_{av}) jellemeztük. Ezeknek a szögeknek az időfejlődését mutatják az 5.14(c)-(d) ábrák négy különböző (A,B,C,D) tartományban, melyeket az 5.14(a) ábrán jelöltünk. Megjegyzendő, hogy a nyíró áramlás sebességgradiensének az iránya ebben az elrendezésben igen inhomogén. Míg az A és B helyeken a gradiens iránya közel függőleges, addig a C helyen közel vízszintes. Így az 5.1 szakaszban bevezetett orientációs szög a C helyen megegyezik ψ_{av}-al, míg az A és B helyeken ez közel χ_{av}-al megegyező. A legjobb lenne persze a két szöget (ψ_{av} és χ_{av}) a nyírási gradiens irányához kötve mérni, de az adatmennyiség korlátozottsága miatt ez túl zajosnak bizonyult. Az adatokból mindenesetre jól látszik, hogy a nyírás megfordításakor a várakozásoknak megfelelően az A és B helyeken χ_{av} értéke előjelet vált, ψ_{av} pedig nem változik, a C és D helyeken pedig ψ_{av} vált előjelet. Látható az is, hogy a minta közepén (A, B és D helyek) a nyírási orientációs szög (leegyszerűsítve: A,B: χ_{av}, és D: ψ_{av}) az előjelváltás után sokkal lassabban áll vissza a stacionárius értékére, mint azt az 5.1 szakaszban (5.8 ábra) megfigyelhettük. A C helyen már nem annyira lassú a dinamika, de az 5.1 szakaszban megfigyelt sebességet még mindig nem éri el, igaz ott a nyírási zóna jóval keskenyebb is, ami nagyobb nyírási rátát jelent.

Az 5.2 szakasz megfigyeléseit röviden összefoglalva, az osztott aljú hengeres geometriában elnyújtott alakú részecskékből álló mintát deformálva, egy bizonyos töltési magasságnál (amikor a nyírási zóna két egyforma erősségű ágra hasad fel) a nyíró áramlásra merőleges irányú másodlagos áramlás alakulhat ki. Ez folyamatos nyírás esetén állandósul, de a nyírás irányának megfordításakor az iránya időlegesen ennek is megfordul, majd a nyírási orientáció újbóli kialakulása után ismét stabilizálódik. Ezek a tények tehát arra utalnak, hogy a másodlagos áramlás a nyírási orientáció következtében létrejövő szimmetriatöréssel van kapcsolatban [SM2005,NJP2016-1]. A jelenség oka azonban a fent leírtaktól precízebben még nem tisztázott, és jelenleg is aktív vizsgálat tárgya. Megjegyzendő, hogy az 5.14(c)-(d) ábrákon látszik, hogy ψ_{av} és χ_{av} D helyen mért értéke furcsa oszcillációkat mutat. A felszíni megfigyeléseink alapján pedig ω_{p} értéke is hasonlóan lassan ingadozik, ami leegyszerűsítve azt jelenti, hogy a nyírási zóna két ága közül periodikusan hol az egyik, hol a másik válik erősebbé. Elképzelhető, hogy a két megfigyelés között összefüggés van.

6. fejezet

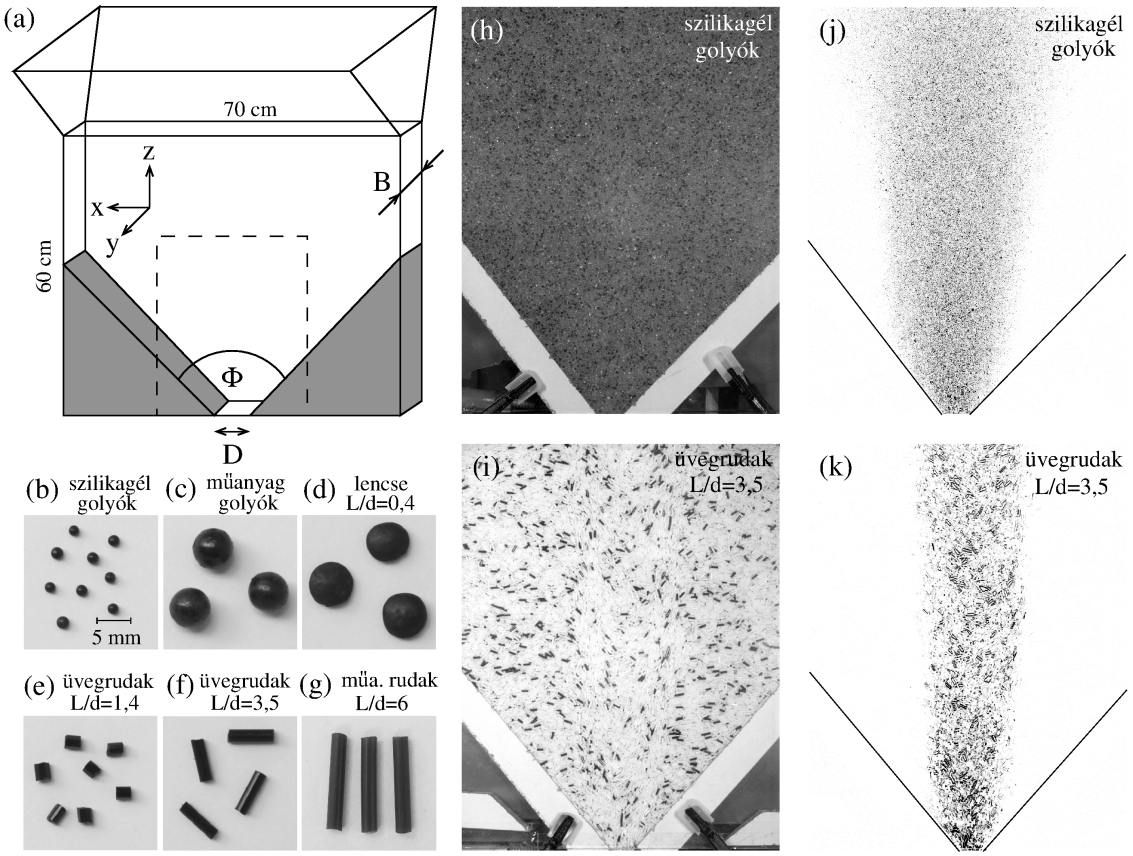
Szemcsés folyás tartályban

A tartályban (silóban) lassan ereszkedő szemcsés anyag folyási jellemzőit vizsgálva két jelenségkörre fókuszáltam. Az első méréssorozatban (6.1 szakasz) azt vizsgáltam, hogy miként változik a folyási tér alakja (sebességprofilja), ill. időbeli fluktuációi, ha a részecskék alakja a gömbszerűektől indulva az elnyújtottságot növelve egyre anizometrikusabb, ill. hogy az elnyújtott részecskék orientációja hogyan változik a silóban az ereszkedés során. Ezeket a méréseket egy kvázi-kétdimenziós modell silóban gyors kamerás felvételek segítségével, ill. egy háromdimenziós silóban komputertomográfiás vizsgálatokkal végeztem. A második méréssorozatban (6.2 szakasz) a silóban kialakuló rezonanciajelenségeket (siló zene) vizsgáltam. Itt a már korábban mások által is használt mérési technikákat (rezgésdetektoros és mikrofonos mérések) egyidejűleg gyors kamerás mérésekkel kiegészítve próbáltam teljes képet kapni a rendszer viselkedéséről.

6.1. Folyási tér alakja, anizometrikus részecskék rendeződésének hatása

(i) Mérések kvázi-kétdimenziós elrendezésben

Azt, hogy a folyási tér jellemzői (sebességprofil és fluktuációk mértéke) hogyan függenek a részecskék alakjának az elnyújtottságától, a 2.5.1 szakaszban megismert előzményekhez hasonlóan egy kvázi-kétdimenziós modell silóban vizsgáltam, melynek sematikus rajza a 6.1(a) ábrán látható [PRE2018]. Ebben a szemcsés anyag két 1 cm vastag párhuzamos üveglap között helyezkedett el, amelyek közötti távolság az itt bemutatandó mérések esetében $B = 18$ mm volt, ami a kisebb részecskék esetén kb. 10 d-nek, míg a legnagyobbak esetén kb. 3 d-nek felelt meg. A megfigyelések lényegét B pontos értéke nem befolyásolta, a rendszer hasonló módon viselkedett $B = 35$ mm esetén elvégzett további méréseinkben is. A mérések a kifolyó nyílás D szélességének 4 különböző értéke (15, 25, 35 és 45 mm), valamint a siló alján kialakított Φ nyílásszög $46° - 140°$ között vett 7 különböző értéke mellett történtek.



6.1. ábra. (a) A kísérleti elrendezés sematikus rajza, a videofelvételek a szaggatott vonallal határolt területről készültek. (b-f) A mérésben használt anyagokról készült fényképek. (h)-(i) Példák a mérések során készült digitális képsorozatokból szilikagél golyókkal és $L/d = 3,5$ elnyújtottságú üvegrudakkal. (j)-(k) Az egymást követő képek közötti különbség abszolút értékét ábrázolva kirajzolódik, hogy a részecskék mely tartományban mozdultak el [PRE2018].

Minden beállítás mellett 3 mérést végeztünk, a statisztikai fluktuációkat ezek átlagolásával csökkentettük. A folyás során az elrendezés szaggatott vonallal határolt 29 cm×37 cm-es tartományáról egy 1,3 MPixel-es kamerával (*MotionBLITZ EoSens mini*) 200 fps sebességgel videofelvételeket készítettem. Ezekből a kétdimenziósnak tekinthető folyási tér sebességprofilját és annak időbeli fluktuációit PIV elemzéssel határoztam meg. A mérésekben 6 különböző szemcsés mintát használtunk (6.1(b)-(g) ábrák). Ezek közül 2 gömb alakú (szilikagél és műanyag golyók), melyek további tesztjei a mások által üveggolyókra [121, 122] és acélgolyókra [123] kapott Gauss-függvénnyel leírható sebességprofiloknak. Az anizometrikus részecskékkel (lencse és 3 különböző elnyújtottságú rúd) pedig a részecskealak függvényében szeretnénk feltérképezni a Gauss-féle sebességprofiltól való esetleges szisztematikus eltéréseket.

A kísérletekben először zárt kifolyó nyílás mellett feltöltöttük a rendszert, majd a folyás megindításakor egy néhány másodperces tranziens volt megfigyelhető, minek során a folyási tér kicsit szűkült. Ezután az áramlási tér – a fluktuációktól eltekintve – stacionáriusnak tekinthető, mígnem a fölső tartály kiürülésével az ereszkedő szemcsés anyag felszíne a megfigyelt terület közelébe ért, ekkor a folyási tér ismét kiszélesedett. A mérésekben a két tranziens közötti stacionárius folyást vizsgáltuk.

A stacionárius folyás alatt felvett képekre látható két példa a 6.1(h)-(i) ábrákon szilikagél golyók és az $L/d = 3,5$ elnyújtottságú üvegrudak esetére. A folyási tér kiterjedése könnyen vizualizálható (6.1(j)-(k) ábrák), ha két egymást követő kép különbségének abszolút értékét vesszük. Látható, hogy az anyag csak a minta középső részén folyik, és hogy a szélső, stagnáló tartományok szélessége nagyobb az üvegrudak esetén [PRE2018].

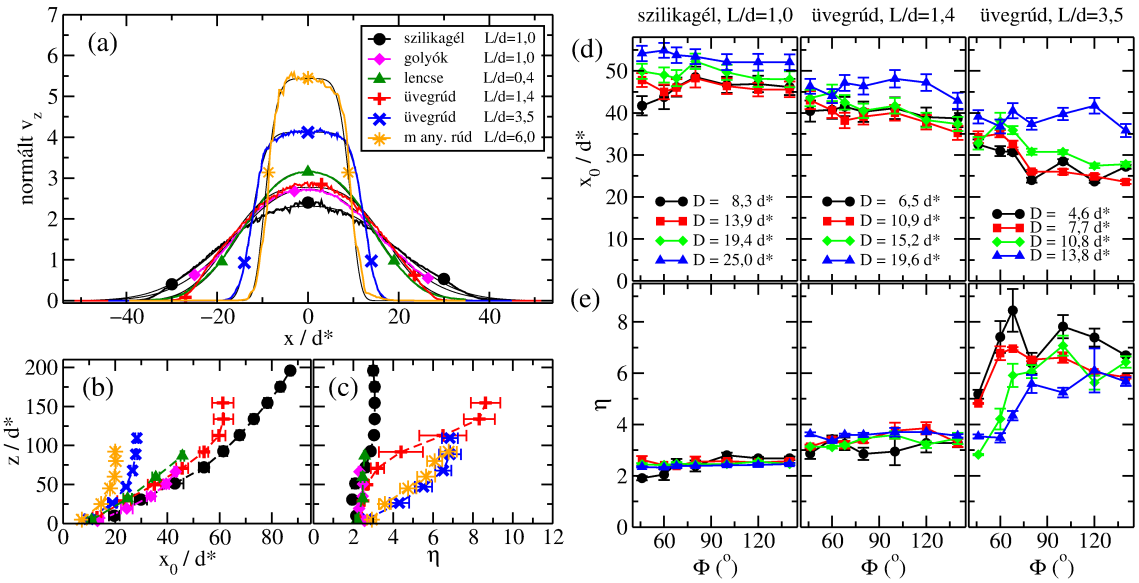
A különböző anyagok esetén mérhető sebességterek összehasonlítására meghatároztam a folyási sebesség függőleges komponensének keresztmetszeti profilját ($v_z(x)$). Ez látható a 6.2(a) ábrán $z = 60\ d^*$ magasságban mind a 6 anyagra $D \approx 7,5\ d^*$ dimenziótlan nyílásméret mellett. Itt d^* a részecskék ekvivalens átmérőjét jelenti, ami egy a részecske térfogatával egyforma térfogatú gömb átmérőjének felel meg. A keresztmetszeti sebességprofilokat a következő függvénnyel illesztettük:

$$v_z = c \exp\left(-\left(\frac{2|x|}{x_0}\right)^{\eta}\right) \quad , \tag{6.1}$$

ahol az η exponens a Gauss-féle ($\eta = 2$) sebességprofiltól mért eltérést, x_0 pedig a mozgó tartomány szélességét számszerűsíti. Nagyobb η értékek esetén a stagnáló és mozgó részek közötti átmenet kevésbé sima, hanem inkább lépcsőfüggvényre hasonlít. Ez a két paraméter látható a kifolyó nyílástól mért magasság függvényében a 6.2(b)-(c) ábrákon. Láthatjuk, hogy 3 minta (golyók és lencse) esetében az η exponens 2 körül marad (azaz a sebességprofil közel Gauss-függvénnyel írható le), és a mozgó tartomány szélességét jelző x_0/d^* érték is nagyon hasonló módon növekszik a z magasság emelkedésével. A másik három (rudakból álló) minta esetében azonban egy bizonyos z magasság fölött az η exponens lényegesen 2 fölé nő. Körülbelül ugyanebben a magasságban a folyási tartomány szélessége (x_0/d^*) is elkezd elválni az első három görbétől. Tehát az elnyújtott részecskékből álló minták esetén egy bizonyos magasság fölött a sebességprofilt egy plató jellemzi, amelyet a két oldalon nagy sebességgradienssel jellemezhető keskeny nyírási zónák határolnak. A magasság, ami fölött az η exponens szignifikánsan 2 fölé nő, függ a részecskealaktól, értéke körülbelül 20 d^*-nek adódik az $L/d = 3,5$ és $L/d = 6$ elnyújtottságú mintákra, az $L/d = 1,4$ rudakra pedig 100 d^* körül van. Ez azt jelenti, hogy a hosszabb ($L/d = 3,5$ és $L/d = 6$) rudak esetében a sebességprofil a silóban közel sehol sem írható le Gauss-függvénnyel, míg a rövidebb ($L/d = 1,4$) rudak esetében a kifolyó nyílás közelében Gauss-szerű marad, és jellege csak fentebb változik meg [PRE2018].

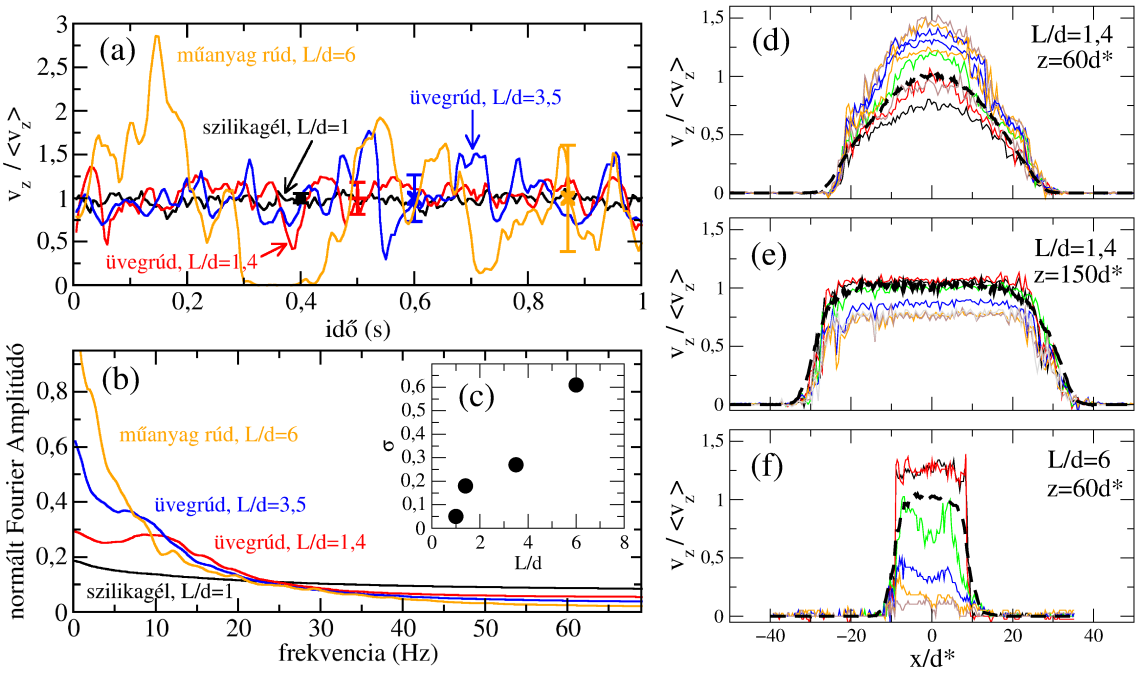
Megjegyezzük, hogy az η exponens legnagyobb értéke mégis a rövidebb ($L/d = 1, 4$) rudak esetében figyelhető meg, erre kicsit alább visszatérünk.

Az η exponens és az x_0/d^* szélesség részecskealaktól függő szisztematikus változása a 6.2(d)-(e) ábrákon is látható, amelyeken megfigyelhetjük, hogy a tendencia elég általánosnak tűnik, azaz a vizsgált tartományban nem nagyon függ sem a kifolyó nyílás D méretétől, sem pedig a siló Φ nyílásszögétől.



6.2. ábra. (a) A folyási sebesség függőleges komponensének (v_z) időátlaga az x koordináta függvényében $z = 60\ d^*$ magasságban mind a 6 mintára. A görbéket az illesztett függvények (6.1 egyenlet, fekete vonallal ábrázolt görbék) integráljával normáltuk. (b)-(c) A két illesztési paraméter: az exponens (η) és a mozgó tartomány félértékszélessége (x_0) különböző magasságokban. Az x_0 és z értékeit az effektív részecskeátmérővel (d^*) normáltuk. A kifolyó nyílás nagysága mindegyik minta esetében $D \approx 7,5\ d^*$ volt, és a mérések a $\Phi = 80°$ nyílásszögnél készültek. (d)-(e) Az η és x_0 paraméterek a Φ nyílásszög függvényében különböző D értékek mellett. [PRE2018]

A 6.3(a) ábrán a siló tengelyében $z = 60\ d^*$ magasságban mérhető sebesség időbeli változásait követhetjük nyomon. Látható, hogy az átlagsebességtől való relatív eltérések (fluktuációk) amplitúdója szisztematikusan növekszik a részecskék elnyújtottságának növelésével [PRE2018]. Ezt az adatsorok σ szórása számszerűsíti, amit a 6.3(c) panelen láthatunk az L/d függvényében. Megjegyezzük, hogy az adatsorok hosszabbak (körülbelül 4 másodpercesek), de az ábrán csak egy 1 másodperces szeletüket ábrázoltuk, hogy a fluktuációk időskálája jobban látszódjék.



6.3. ábra. (a) A függőleges irányú sebesség (v_z) az idő függvényében a siló tengelyében, $z = 60\ d^*$ magasságban a kifolyó nyílás fölött. A sebességfluktuációk a részecskék elnyújtottságának növelésével felerősödnek. (b) Az (a) panelen bemutatott adatsorok Fourier-spektruma. (c) Az (a) panelen bemutatott adatsorok szórása az L/d függvényében. (d)-(f) A felvételsorozat (200 fps) egymást követő sebességprofiljai $L/d = 1,4$ elnyújtottságú üvegrudak és $L/d = 6$ műanyag rudak esetén. [PRE2018]

A 6.3(a) ábrán látható $v_z(t)$ adatsorok Fourier-transzformáltjait ábrázoltuk a 6.3(b) ábrán, melyekből látszik, hogy a részecskék elnyújtottságának növekedése az alacsony frekvenciás komponensek amplitúdójának szisztematikus növekedéséhez vezet. Az $L/d = 1,4$ és $L/d = 3,5$ elnyújtottságú részecskék esetében a Fourier-spektrumban csúcsok is kivehetők az $f \approx 10$ Hz és $f \approx 7$ Hz frekvenciáknál.

Ezek után azt vizsgáljuk meg, hogy az időbeli fluktuációk hogyan befolyásolják a sebességprofil alakját. A 6.3(d)-(f) ábrákon a felvételsorozat (200 fps) egymást követő sebességprofiljai láthatók egy olyan szakaszban, amikor a sebesség nagyot

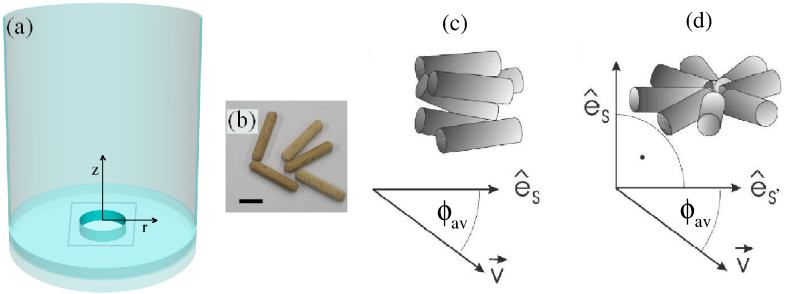
dc_1586_18

változik. A 6.3(d)-(e) ábrákon az $L/d = 1,4$ elnyújtottságú üvegrudak esete látható, két különböző ($z = 60\ d^*$ és $z = 150\ d^*$) magasságban. Egyrészt, ahogy már korábban elemeztük, a kifolyó nyílás közelében ($z = 60\ d^*$) a sebességprofil Gauss-függvénnyel illeszthető, fentebb ($z = 150\ d^*$) pedig egy plató megjelenésével lépcsőszerűvé válik. Ezt az alakbeli különbséget szépen számszerűsíti az η exponens, melynek értéke $z = 60\ d^*$-nál 2-3 körül van, viszont $z = 150\ d^*$-nál már 9 körülinek adódik. (lásd 6.2(c) ábra). Másrészt viszont megfigyelhető, hogy miközben a fluktuációk következtében a sebesség értéke jelentősen változik, a sebességprofil alakjára ez nincs nagy hatással. Ennek megfelelően a pillanatnyi sebességprofilok alakja hasonló az időátlagolt (vastag szaggatott vonal) sebességprofiléhoz.

Az $L/d = 6$ elnyújtottságú rudak esetét tekintve azt tapasztaljuk, hogy a sebességfluktuációk olyan nagyok, hogy már a sebességprofil alakjára is hatással vannak. A 6.3(f) ábrán egy olyan – különösen erős – eseményhez tartozó sebességprofil sorozat látható, melynek során a folyás majdnem megáll, a sebességprofil pedig ennek megfelelően jelentősen összezuhan. Látható, hogy az összezuhanás előtt a sebességprofilt egy egyértelmű plató, és azt két oldalról határoló nagyon keskeny nyírási zónák jellemzik. Az összezuhanás alatt azonban a sebességprofil alakja jelentősen megváltozik, és ennek az a következménye, hogy az időátlagolt sebességprofil két oldalán lényegesen kevésbé meredek a levágás, ami így az η exponens kisebb értékére vezet (ebben az esetben $5,6$) mint amit az $L/d = 1,4$-es elnyújtottságú rudak esetében mértünk. Ez az effektus mind az $L/d = 6$, mind pedig az $L/d = 3,5$ elnyújtottságú részecskéknél jelen volt [PRE2018].

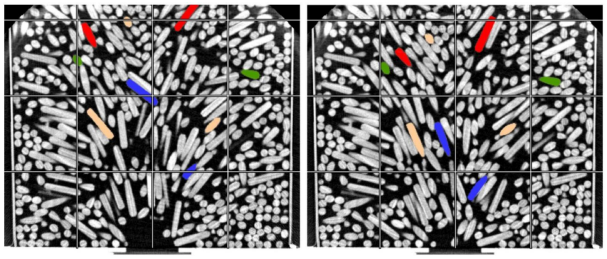
(ii) Mérések háromdimenziós elrendezésben

Az itt bemutatandó méréssorozatban a célom annak meghatározása volt, hogy egy silóban való ereszkedés során miként alakul az elnyújtott részecskékből álló mintában a részecskék rendezettsége és orientációja. Ezekhez a vizsgálatokhoz az adatokat a 4.1 szakaszban bemutatottakhoz hasonlóan komputertomográfiás (CT) módszerrel, a Magdeburgi Egyetem STIMULATE Laboratóriumának Siemens Artis zeego típusú röntgentomográfjával vettem fel (4.5(a) ábra), itt is $0,49$ mm/pixel felbontással. Modell silónak egy 19 cm átmérőjű és $21,4$ cm magas henger alakú műanyag tartályt választottam, melyben az $L/d = 5$ elnyújtottságú fa rudak (4.1 ábra) folyási terét vizsgáltam. A orientációs rendezettség itt is a 2.4 szakaszban bevezetett $\boldsymbol{T}$ tenzor (2.5) segítségével jellemezhető. A nyírásnak kitett tartományokban, ahol egyértelmű rendezettség alakul ki, az S rendparaméter – a szokásos megközelítés szerint – a tenzor legnagyobb abszolút értékű sajátértéke, és a rendezettség irányát itt is a ϕ_{av} szög írja le, amely a tenzor legnagyobb sajátértékéhez tartozó sajátvektora ($\hat{\mathrm{e}}_S$) és a folyás iránya által bezárt szög (6.4(c) ábra). Bizonyos tartományokban azonban ez a definíció nem vezet eredményre, ugyanis, pl. a felszínen, vagy ahol a határoló falak hatása erős, a részecskék preferált orientáci-



6.4. ábra. (a) A háromdimenziós modell siló sematikus rajza, (b) a mérésben használt L/d elnyújtottságú fa rudak fényképe (c)-(d) az átlagos orientációs szög ϕ_{av} definíciója pozitív ($S > 0$) és negatív ($S < 0$) rendparaméter esetén. [NJP2016-2]

ója egy adott tengelyre merőleges, de ezen túl nincs kitüntetett irány (6.4(d) ábra). Itt $\boldsymbol{T}$-nek két kis pozitív és egy nagyobb abszolút értékű negatív sajátértéke van, azaz a legnagyobb abszolút értékű sajátértékhez tartozó sajátvektor ($\hat{\mathrm{e}}_S$) éppen a részecskék által *nem* preferált irányba mutat. A deformációnak azonban itt is van orientáló hatása, de ez kezdetben $\hat{\mathrm{e}}_S$ irányára nincs hatással. Ezért ebben az esetben az orientációs szöget másképpen definiáljuk: ϕ_{av} itt az $\hat{\mathrm{e}}_S$-re merőleges sík (vagyis a két pozitív sajátértékhez tartozó közös altér) és a folyás iránya által bezárt szög lesz (6.4(d) ábra). A rendezettséget mindkét esetben a legnagyobb S' pozitív sajátértékkel jellemezzük. Így a nyírás hatására végbemenő orientációs rendeződési folyamatot a teljes silóban nyomon tudjuk követni.

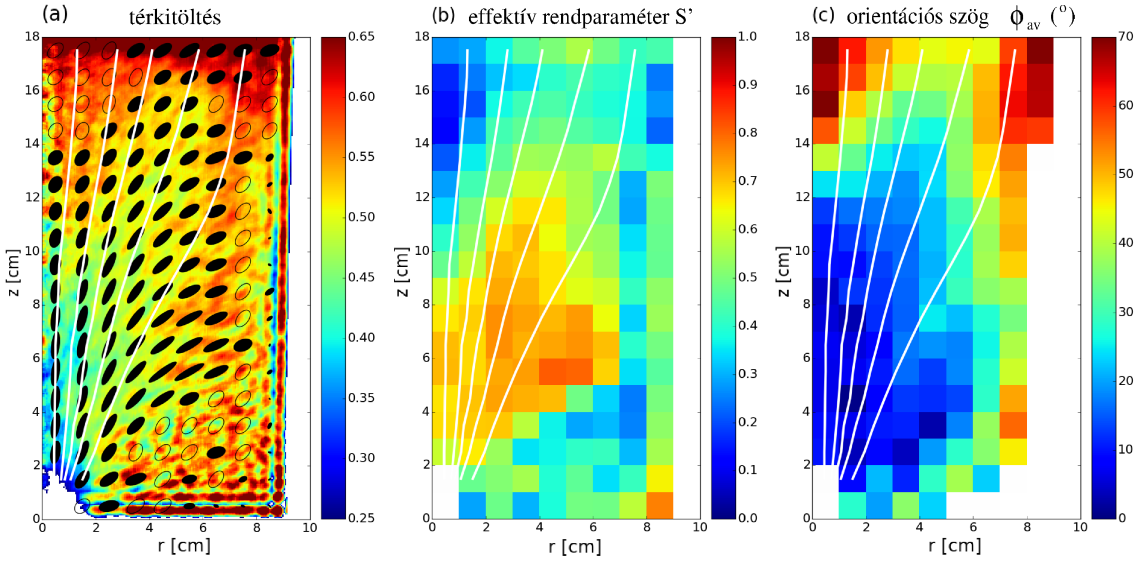


6.5. ábra. (a) Két egymás utáni torlódásról készült tomogram függőleges keresztmetszeti képe. A két torlódás között ebben az esetben kb. 60 részecske esett ki a nyíláson. Néhány színessel jelölt részecske elmozdulása mutatja, hogy ennek hatására a részecskék hol mennyit mozdultak el. [NJP2016-2]

Mivel 1 tomogram felvétele ezzel a tomográffal kb. 1 percet vesz igénybe, folyás közben nem tudtunk felvételeket készíteni. Ezért a siló nyílásméretét úgy választottuk meg, hogy folyás közben gyakran alakuljon ki torlódás, és a 3D felvételeket ezekről a bedugult állapotokról készítettük el. A méréssorozatban 26 tomogramot vettünk fel, melyek mind a kifejlődött (stacionárius) folyási teret reprezentálták, azaz az első felvétel előtt már megfelelő mennyiségű anyag átfolyt a rendszeren. Két egymást követő tomogramból vett függőleges keresztmetszeti képet láthatunk a 6.5 ábrán. A két felvétel között kb. 60 részecske folyt ki a silóból. A 6.5 ábrán néhány

színessel megjelölt részecske mutatja, hogy ennek hatására az anyag a különböző helyeken mennyit mozdult el. Világosan látszik, hogy a középső tartomány gyorsabban folyik, és a falak menti stagnáló tartomány is azonosítható.

A 26 tomogram elemzésével kaptuk meg a rendszert jellemző időátlagolt mennyiségek térbeli eloszlását [NJP2016-2]. A 6.6(a)-(c) ábrákon színskálával ábrázoltuk a sűrűséget, az effektív rendparamétert (S'), és az átlagos orientációs szöget (ϕ_{av}) az $r-z$ síkban. A részecskék irányát az áramvonalakhoz (fehér vonalakkal ábrázolva) képest mérjük, és az orientációs szög a $-90° < \phi < 90°$ intervallumban van értelmezve. Ahhoz, hogy a mennyiségek közötti korrelációkat jobban láthassuk, a 6.6(a) ábrán a másik két változót (az átlagos orientációt és a rendparamétert) is ábrázoltuk ellipszisekkel. Ezeknek a mérete és iránya a következőképpen jelöli ϕ_{av} és S értékét. Az ellipszis területe arányos a részecskék $r-z$ síkra vett átlagos orientációjával. A



6.6. ábra. A színskálák a sűrűség (a) az effektív rendparaméter (b) és az áramvonalakhoz (fehér vonalakkal ábrázolva) mért átlagos orientációs szög (c) $r-z$ síkbeli eloszlását mutatják 26 tomogram átlaga alapján. Az (a) panelen a rendezettséget és az orientációs szöget is ábrázoltuk (ellipszisekkel reprezentálva, részletek a szövegben). [NJP2016-2]

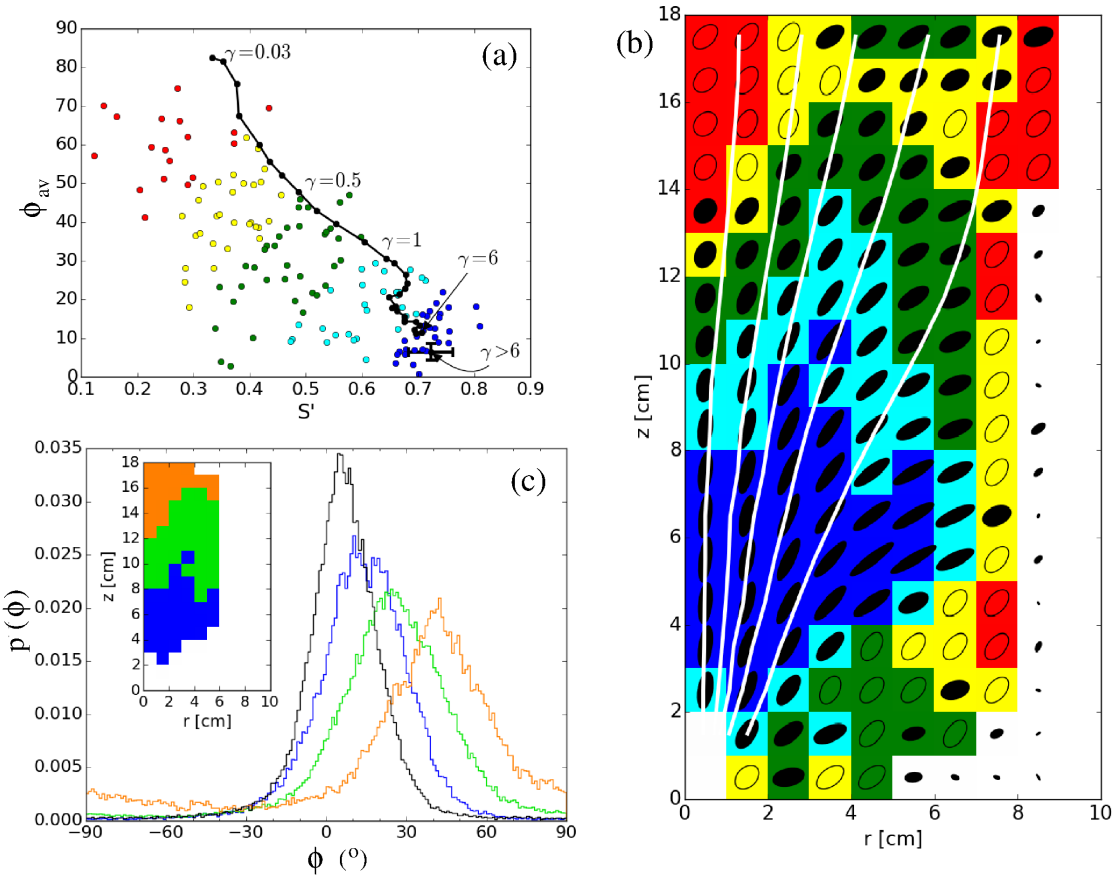
nyírásnak kitett tartományokban a részecskék átlagosan éppen ebben a síkban vannak, ezért ezeken a helyeken nagy ellipsziseket látunk. A függőleges falak mellett azonban a rudak a hengeres falra eső körív mentén (tangenciálisan) helyezkednek el, ennek megfelelően az őket reprezentáló ellipszis kicsi. Az átlagos orientáció irányát az ellipszis iránya jelzi: S = ellipszis elnyújtottsága $= 1-b/a$, ahol a és b az ellipszis nagy- és kistengelyét jelentik. Tehát a tökéletes rendezettséget jelentő $S = 1$-nek egy vékony vonal felelne meg, a rendezetlen (izotróp) rendszert leíró $S = 0$-nak pedig egy kör. Az eddig leírtak mind a hagyományos nematikus ($S > 0$) rendezettség esetére vonatkoznak, amikor $\boldsymbol{T}$ legnagyobb sajátértéke megegyezik a legnagyobb abszolút

értékű sajátértékével. Ezeket az eseteket fekete (tömör) ellipszisek jelzik. A másik esetben, amikor a legnagyobb abszolút értékű sajátérték negatív ($S < 0$), egy üres ellipszist rajzolunk $|S| = 1 - b/a$ elnyújtottsággal. Ekkor az ellipszis rövid (b) tengelye mutat a $\boldsymbol{T}$ legnagyobb abszolút értékű sajátértékhez tartozó sajátvektorának irányába. Ahogy fentebb vázoltuk, ezt ott figyelhetjük meg, ahol vagy a betöltés miatt, vagy a határoló fal közelsége miatt a részecskék hossztengelyei nagyrészt egy kitüntetett síkba esnek, ami negatív rendparaméterre vezet. A nyírás indukálta rendezettséget ekkor célszerűbb az S' effektív rendparaméterrel jelölni.

Összességében, a 6.6 ábráról látható, hogy a mozgó (deformálódó) tartományokban kialakul a nyírás indukálta rendezettség, míg a falak mellett a tangenciális orientáció jellemző. A nyíródó tartományokban az átlagos orientáció nem folyásirányú, hanem az 5.1 szakaszban látottakkal összhangban azzal kis szöget zár be. Ezek a nyírásnak kitett részek kisebb sűrűségűek, mivel – mint azt a 4.1 szakaszban láttuk – a nyírás indukálta orientációs rendeződés ennél az anyagnál sem kompenzálja teljesen a Reynolds-tágulást.

A silóban ereszkedő anyag orientációjának fejlődését érdemes összevetni a 4.5(d)-(e) ábrán már bemutatott kísérleti adatsorral, mely az osztott aljú nyíró cellában megfigyelt rendeződést írja le ugyanezen minta esetében. Ezt az adatsort egy kicsit más formában újra megjelenítettük a 6.7(a) ábrán (fekete színű adatok). Látható, hogy a kezdetben rendezetlen rendszerben a nyírás hatására a rendparaméter hamar megnő: mire a rendszer eléri a $\gamma = 1$ nagyságú deformációt, értéke már $S = 0,6$. Eközben az átlagos orientációs szög folyamatosan csökken (80°-tól kb. 35°-ig). A rendszert tovább nyírva elérjük a stacionárius állapotot (kb. $\gamma = 6$ fölött), amit $\phi_{\mathrm{av}} = 8°$ körüli átlagos orientációs szög jellemez. A silóban kapott adatok azt mutatják, hogy a folyási tér egy részében az egyszerű nyírt rendszer stacionárius állapotához hasonló S és ϕ_{av} értékek alakulnak ki (6.7(a) ábra, kék adatpontok). Ez helyileg közvetlenül a kifolyó nyílás fölötti tartomány (6.7(b) ábra kékkel jelölt része), az itt tartózkodó rész szenvedte el a legnagyobb nyírási deformációt az ereszkedés során. Ettől felfele haladva, ahol a minta még kevesebbet nyíródott, egyre kisebb rendparaméter értéket és nagyobb orientációs szöget mérünk – lásd a 6.7(b) ábrán a világoskék, zöld, sárga és piros színnel jelölt tartományokat, és a 6.7(a) ábrán az ezekhez a tartományokhoz tartozó adatpontokat. A silóban ereszkedő anyag rendeződési folyamatát még jobban mutatja a 6.7(c) ábra, ahol az orientációs szög valószínűségeloszlását ábrázoltuk 3 egymás alatti (narancssárga, zöld és kék színekkel jelölt) tartományban. Ezek azt mutatják, hogy az anyag ereszkedése és ezzel együtt a deformációjának növekedése során egyre szűkül és kisebb szögek felé tolódik az orientációs eloszlás, ami a legalsó (kékkel jelölt) tartományban már szépen közelít az egyszerű nyírást jellemző stacionárius valószínűségeloszláshoz (fekete adatsor). Visszatérve a 6.7(a) ábrához, megfigyelhetjük, hogy a silóban mért adatpontok mind alatta vannak a egyszerű nyírt rendszert jellemző fekete görbének.

Ez talán összefüggésbe hozható azzal, hogy a silóban az áramvonalak egymáshoz tartanak, míg az egyszerű nyírt rendszerben egymással párhuzamosak. Tehát itt az egymáshoz tartó áramvonalakkal jellemzett rendszerben kicsit kisebb orientációs szögek adódtak, mint a párhuzamos áramvonalakkal jellemezhető egyszerű nyírás esetén [NJP2016-2].



6.7. ábra. (a) Az átlagos orientációs szög az effektív rendparaméter S' függvényében. A siló különböző részeiből származó adatok különböző színnel kerültek ábrázolásra a (b) panel színezésének megfelelően. Az (a) panelen a fekete vonal az osztott aljú nyíró cellában (5.1 szakasz) felvett adatokat ábrázolja. A (b) panelen a 6.7-es ábrához hasonlóan S és ϕ_{av} ellipszisekkel, az áramvonalak pedig fehér vonalakkal vannak jelölve. (c) Az orientációs szög valószínűségeloszlása a három különböző színnel jelölt egymás alatti tartományban. A fekete görbe itt is az egyszerű nyírt rendszert leíró orientációs eloszlást mutatja. [NJP2016-2]

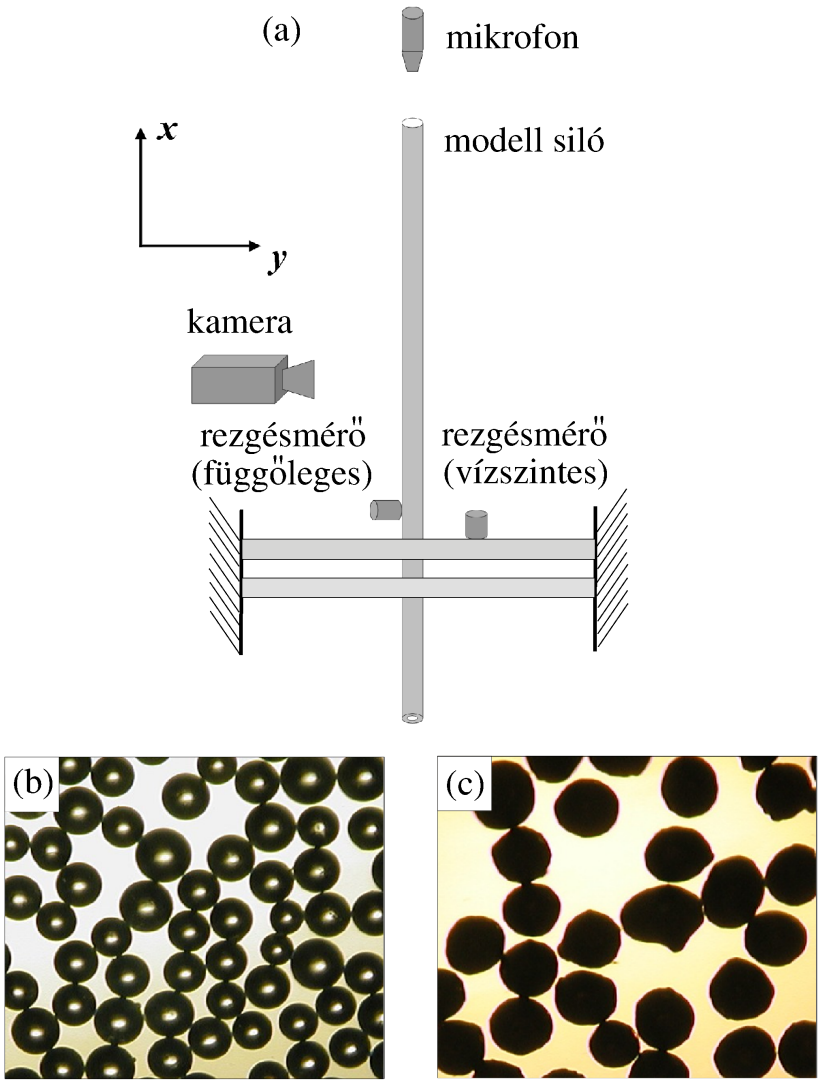
A 6.1 szakasz fontosabb megfigyeléseit röviden áttekintve: méréseim szerint a silóban ereszkedő anyagban az elnyújtott alakú részecskék az egyszerű nyíró áramláshoz hasonlóan irány szerint rendeződnek, és átlagosan közel folyásirányba mutatnak, így azt gondolhatnánk, hogy a gömbszerű részecskékhez viszonyítva a rendszernek esetleg könnyebben kellene folynia. Ennek ellenére a kvázi-kétdimenziós mérések egyértelműen azt mutatták, hogy a silóban kialakuló folyási tér a részecskék elnyújtottságának növelésével egyre kevésbé reguláris (Gauss-függvény) alakú, és a folyási sebességben mérhető fluktuációk egyre nagyobbak [PRE2018]. Ezzel összhangban vannak további méréseink [BT21], melyek azt mutatták, hogy a részecskealak elnyújtottságának növelésével a torlódás valószínűsége nő, és a folyási ráta csökken. Az 5.1 szakaszban bemutatott eredményeim egyértelműen mutatják, hogy az így megfogalmazott ellentmondás látszólagos, mivel a nyírás következtében kialakuló rendezettség szorosan összefügg a részecskék nem egyenletes forgásával, és a 0-tól kicsit eltérő orientációs szög pedig azzal, hogy a szomszédos részecskék egymást akadályozzák a forgásban, ami így a silóban érthető módon nagyobb sebességfluktuációkhoz és kisebb folyási rátához vezet, a gömbszerű részecskék esetéhez viszonyítva.

6.2. Rezonancia laboratóriumi silóban

A 2.5.2 szakaszban megismertek szerint, a silóban ereszkedő anyag mozgását bizonyos körülmények között erős hanggal járó rezonancia (siló zene) kísérheti. A következőkben bemutatott vizsgálataimban a mások által is használt mérési technikákat (mikrofonos és piezoelekromos rezgésdetektoros mérések) gyors kamerás megfigyelésekkel kiegészítve próbáltam minél teljesebb képet kapni erről a jelenségkörről.

A kísérletekben modell silóként egy-egy 150 cm hosszú üvegcsövet használtam, melyeknek belső átmérője W = 3, 55 cm vagy 2, 3 cm volt. Itt kétféle szemcsés anyaggal kapott eredményeket mutatok be (i) üveggolyók ($d = 0, 15 \pm 0, 05$ mm) és (ii) közel gömb alakú réz részecskék ($d = 0, 15 \pm 0, 05$ mm) (6.8(c-d) ábrák), de kvalitatíven hasonló eredményeket kaptam hasonló szemcseméretű kvarchomok, gránáthomok és nemeskorund mintákkal, habár ezekben az utóbbi esetekben a rezonancia nem volt olyan erős. A részecskék mozgását gyors kamerás (Mikrotron CAMMC1310 és 1362) 3000 kép/s sebességgel rögzített felvételek segítségével követtem. Mindeközben a rezgéseket piezoelektromos rezgésmérőkkel, a gerjesztett hangot pedig egy nagymembrános mikrofonnal (IMG Stageline ECM-140) rögzítettem. A szemcsés anyag folyási rátáját a kifolyónyílás átmérőjének változtatásával lehetett szabályozni. Mivel a jelenség lényeges tulajdonságai − amikre itt fókuszálunk − nem függenek a nyílás pontos méretétől, az itt bemutatandó eredmények mind 8 mm átmérőjű, kör alakú nyílást alkalmazva készültek [PRE2011].

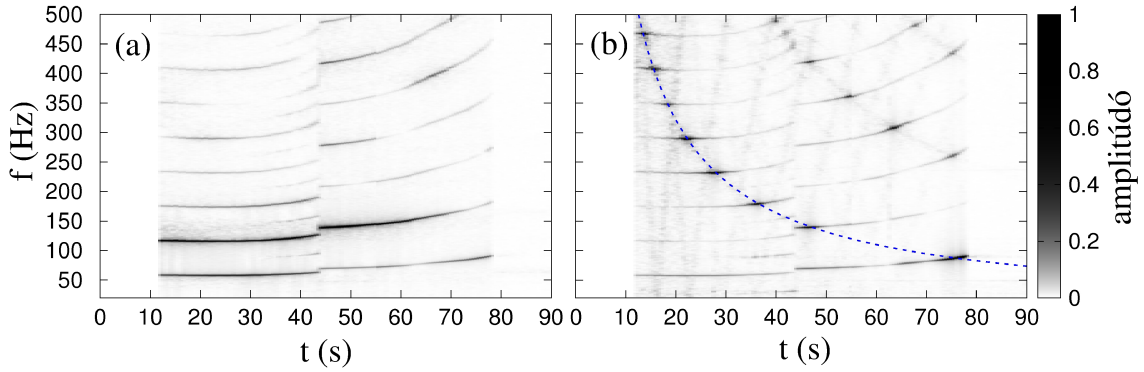
Tekintsük először a rezonancia általános tulajdonságait, a piezoelektromos rezgésmérőkkel és a mikrofonnal gyűjtött adatokat felhasználva. Ezeket a jeleket minden kísérletben folyamatosan rögzítettük a siló kiürüléséig. Egy ilyen kísérlet 80-120



6.8. ábra. (a) A csőben folyó szemcsés anyag rezonanciája (Siló zene) vizsgálatára kialakított mérési elrendezés, és a kísérletekben haszált anyagokról készült fényképek: (b) üveggolyók ($d = 0,15 \pm 0,05$ mm) és (c) közel gömb alakú réz részecskék ($d = 0,15 \pm 0,05$ mm). [PRE2011]

másodpercig tart, attól függően, hogy a $W = 2,3$ cm vagy a $W = 3,55$ cm átmérőjű csövet használjuk, ill. melyik mintával dolgozunk. A jelek teljesítményspektrumát diszkrét Fourier-transzformációval (DFT) számoltuk $0,5$ másodperces időablakot használva. A rezgésmérővel és a mikrofonnal (ugyanabban a kísérletben) felvett adatok teljesítményspektrumának időfejlődését láthatjuk a 6.9(a-b) ábrákon. Látható,

hogy a mérés elején a rendszer egy kb. 60 Hz-es alapfrekvenciával rezeg, ami a siló ürülésével lassan emelkedik. A mérés közepén, t = 44 s-nál a frekvencia ugrik egyet, de a folyamatosan emelkedő trend ezután is folytatódik, majd a rezonancia olyan 78 s körül eltűnik. Ez a megfigyelés teljesen egybevág más mérésekkel [23, 146, 147], és a következőképpen értelmezhető. A szemcsés anyag folyása közben kialakuló belső nyomásingadozások gerjeszik a csőnek, mint mechanikai rendszernek a sajátmódusait, amiknek a frekvenciája lassan emelkedik, mivel az anyag folyamatosan folyik ki a csőből, így az oszcilláló tömeg csökken. A rendszer időfejlődése következtében előfordulhat, hogy a legjobban gerjeszthető sajátmódus egy másik sajátmódus lesz, ami frekvenciaugrásban nyilvánulhat meg, amire egy példa a t = 44 s-nál látható.

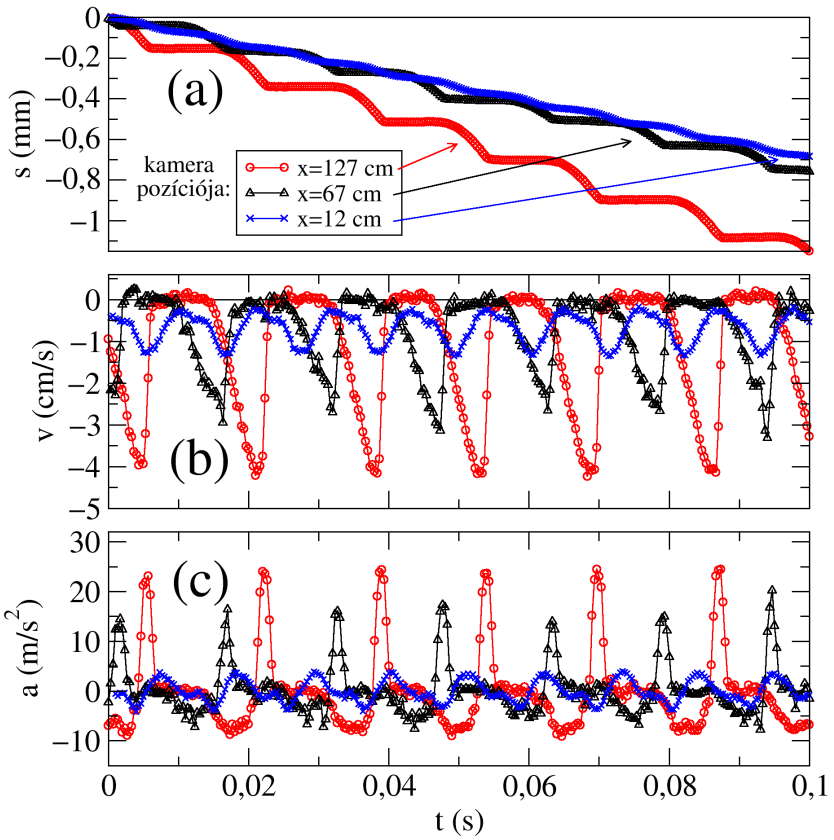


6.9. ábra. A piezoelektromos rezgésmérővel (a) és a mikrofonnal (b) felvett jel teljesítményspektrumának az időfejlődése. Az mérés a $W = 3,55$ cm csőben a réz mintával készült. A szaggatott vonal a szemcsés anyag fölött lévő levegőoszlopban kialakuló állóhullámnak (első harmonikus) felel meg. [PRE2011]

A mikrofonnal felvett hang teljesítményspektruma hasonló jellegű időfejlődést mutat, mint a rezgésdetektor adatai, de itt a sajátmódusok folyamatosan növekvő frekvenciája mellett egy másik tendencia is megfigyelhető: egy csökkenő frekvenciájú rezonancia látható (6.9(b) ábra). Ez a szemcsés anyag fölött levő légoszlopban kialakuló állóhullámok nyoma. Ahogy az anyag folyik ki a silóból, úgy növekszik a légoszlop hossza (l) és vele együtt a rezonáló módus hullámhossza (λ). A mért hang akkor erősödik fel, amikor a frekvenciája egybeesik a gerjesztés valamelyik felharmonikusával. Az 6.9(b) ábrán látható szaggatott vonal a légoszlop alapharmonikusának $f(t) = \frac{c}{\lambda(t)} = \frac{c}{4l(t)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{c}{v_s t + 0,3W}$ képlettel számolt frekvenciáját ábrázolja, ahol v_s a szemcsés anyag süllyedő felszínének a sebessége, c a hangsebesség levegőben, és $0,3W$ pedig a cső nyitott végénél szokásosan alkalmazott hosszúságkorrekció [160]. A v_s értékét egy külön mérésben határoztuk meg, ahol a teljes folyamatot videofelvételen rögzítettük, és a felszín pozícióját digitális képfeldolgozás segítségével követtük nyomon. Több ilyen mérés is megerősítette, hogy v_s időben állandó, kivéve a folyamat legvégét, ahol v_s egy kicsit megnő.

A következőkben a gyors kamerával készült felvételek elemzésével foglalkozunk. Nézzük először, hogy egy kiszemelt x magasságban hogyan mozognak a részecskék.

Egy 1 cm × 0, 1 cm-es függőleges sávról készítetett felvétel egymást követő képeit korrelálva meghatároztam a részecskék elmozdulását. A mérést több különböző magasságban is elvégeztük, az eredményt a 6.10. ábrán láthatjuk. Az első grafikon (6.10(a)) a részecskék helyét (s), míg a második kettő a sebességét (v) és gyorsulását (a) mutatja az idő függvényében. A grafikonokon bemutatott három mérés az $x = 12$ cm (×), $x = 67$ (△) cm és $x = 127$ cm (○) magasságban készült, a siló aljától mérve. Látható, hogy a szemcsék oszcilláló sebességgel haladnak lefelé. A



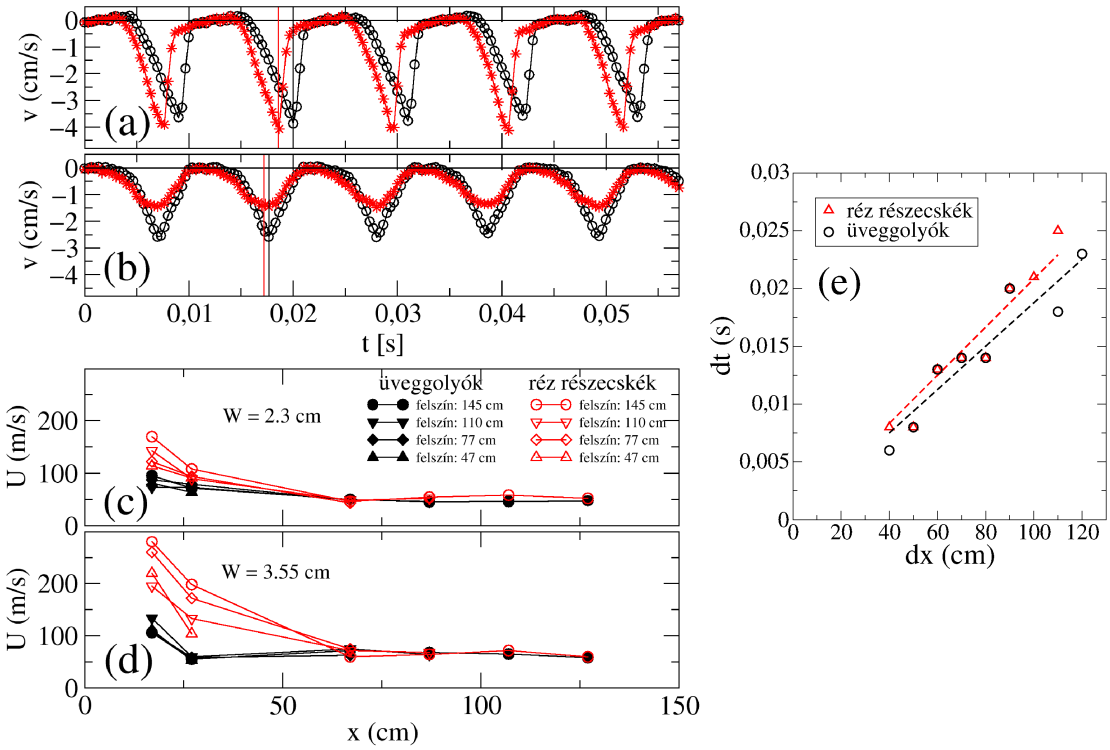
6.10. ábra. A részecskék helye (a), sebessége (b) és gyorsulása (c) az idő függvényében három különböző magasságban $x = 12$ cm (×), $x = 67$ cm (△) és $x = 127$ cm (○), a siló aljától mérve. A mérés a $W = 3,55$ cm csőben a réz mintával készült. [PRE2011]

cső felső és középső részében minden periódusban teljesen megállnak, valamekkora időt állva töltenek, majd gyorsulva esnek. A gyorsulásuk a cső tetején megközelíti a szabadesésnek megfelelő gyorsulást ($g = -9,81$ m/s^2), míg a cső közepén már csak kisebb gyorsulás figyelhető meg. A cső alján a szemcsék még mindig oszcilláló sebességgel haladnak, de sosem állnak meg, és a gyorsulásuk is messze elmarad g-től. Az átlagos részecskesebesség v_{av} (azaz a görbék átlagos meredeksége a 6.10(a) ábrán) kisebb, mint az anyag süllyedő felszínének a sebessége (v_s). A három mért érték $v_{av}/v_s = 0,54$, $0,59$ és $0,89$ az $x = 12$ cm, 67 cm és 127 cm magasságokban mérve.

Ez azt jelenti, hogy a csőben sehol sem mozog együtt az anyag (*„plug flow”*), hanem a falak mentén lassabban, a cső tengelyénél pedig gyorsabban haladnak a részecskék [PRE2011].

Ahhoz, hogy megállapítsuk, hogy az egymás fölötti tartományok szinkronban oszcillálnak-e vagy sem, egy nagyobb ($13,2$ cm $\times 0,5$ cm) méretű tartományról készítettünk felvételt, aminek az alsó és felső $2,2$ cm-es szegmensét hasonlítottuk össze. Ahogy az a 6.11(a-b) ábrákon látható, a sebesség időfejlődését leíró görbék egymáshoz képest el vannak tolódva, tehát az egymás fölötti tartományokban a részecskék nem szinkronban mozognak, azaz a rendszerben sűrűséghullámok terjednek függőleges irányban. A 6.11(a) ábrán látható fázistoláshoz $U = 54$ m/s hullámsebesség tartozik, míg a cső alsó részében nagyobb hullámsebesség (kisebb fázistolás) volt megfigyelhető. Az is könnyen megérthető, hogy ebben a lassan lefelé folyó anyagban miért tudnak a felfelé haladó sűrűséghullámok felerősödni. Tegyük fel, hogy a cső egy bizonyos magasságánál egy picit nagyobb az anyag sűrűsége, mint alatta vagy fölötte. Itt az anyag egy kicsit megszorul (nagyobb erővel nyomja a falat), így a súrlódás miatt lassabban halad lefelé, aminek következtében a fölötte folyó anyag föltorlódik, az alatta folyó pedig kicsit kitágul, tehát a képzeletbeli sűrűségfluktuáció a következő pillanatban kicsit feljebb lesz. A sűrűséghullámok sebességét 6 különböző magasságban mértük meg, az így kapott $U(x)$ görbék a 6.11(c-d) ábrákon láthatók a $W = 2,3$ cm és $W = 3,55$ cm átmérőjű csövekben mérve. Ezt a mérést a folyamat 4 különböző fázisában megismételtük, amikor is a szemcsés anyag felszíne $x = 145$ cm ($\circ$), $x = 110$ cm (∇), $x = 77$ cm ($\diamond$) és $x = 47$ cm ($\triangle$) magasságban volt. A sűrűséghullámok sebessége a cső felső felében lényegében független a magasságtól, értéke a vékonyabb csőben ($W = 2,3$ cm) üveggolyók esetén $U = 44 \pm 6$ m/s, a réz minta esetén pedig $U = 54 \pm 6$ m/s, míg a vastagabb csőben ($W = 3,55$ cm) mindkét anyagra $U = 65 \pm 6$ m/s. Ezek az adatok konzisztensek a mások által az egyedi lökéshullámok („silo quaking”) esetén mért értékekkel [143], amik 74 ± 15 m/s és 135 ± 20 m/s-nak adódtak a 9 cm és 30 cm átmérőjű Perspex csövekben. Az, hogy mi is a nagyobb átmérőjű csőben találunk nagyobb hullámsebességet, szintén összhangban van ezekkel a mérésekkel és más mérésekkel is, ahol a hullámsebesség szisztematikusan nőtt a cső átmérőjének növelésével [148]. A 6.11(c-d) ábrákon azonban az is látszik, hogy a cső alsó részében jelentősen megnő a hullámsebesség.

A sűrűséghullámok sebességét nyugvó anyagban is meghatároztuk. Ebben a mérésben az anyagban egymás fölött dx távolságban két piezoelektromos rezgésmérőt helyeztünk el, és a cső alsó végében egy pneumatikusan generált impulzussal (egy vékony hajlékony cső végére helyezett membrán segítségével) egy kis amplitúdójú lökéshullámot hoztunk létre. A 6.11(e) ábrán látható a két rezgésmérő közötti dx távolság megtételéhez szükséges dt idő ezen lökéshullámok esetében. Az adatokra illesztett egyenes meredeksége megadja a lökéshullámok U_s sebességét, ami üveggolyók esetén $U_s = 53 \pm 5$ m/s, a réz minta esetében pedig $U_s = 48 \pm 5$ m/s volt. Ezek



6.11. ábra. A részecskék sebessége az idő függvényében két egymáshoz közeli magasságban (a) $x = 102$ ($\star$) és $x = 113$ cm ($\circ$), valamint (b) $x = 22$ cm ($\star$) és $x = 33$ cm ($\circ$) értékeinél. A görbék közötti időeltolódás a sűrűséghullámok (hanghullámok) terjedési sebességét adja meg. (c)-(d) A szemcsés anyagban mért hangsebesség a magasság (x) függvényében a két különböző (c) $W = 2,3$ cm és (d) $W = 3,55$ cm átmérőjű csőben mérve. A különböző görbék a mérés különböző stádiumaiban lettek felvéve, amikor is a szemcsés anyag süllyedő felszíne $x = 145$ cm ($\circ$), $x = 110$ cm (∇), $x = 77$ cm ($\diamond$) és $x = 47$ cm ($\triangle$) magasságban volt. Az üveggolyókkal készült mérések eredményeit kitöltött, míg a réz mintával készült mérések eredményeit lyukas szimbólumok jelölik. (e) A két rezgésmérő közötti dx távolság megtételéhez szükséges dt idő a nyugvó anyagban terjedő lökéshullámok esetében. A mérések a $W = 2,33$ cm átmérőjű csőben készültek üveggolyók ($\triangle$), ill. réz minta ($\circ$) esetében. A görbék meredeksége megadja a lökéshullámok sebességét. [PRE2011]

az értékek egybevágnak az ugyanebben a csőben lassan folyó anyagban rezonancia közben mért hangsebesség értékekkel és hasonlóak mások által, nyugvó anyagban végzett hangsebesség mérések eredményeivel üveggolyókra ($60 - 240$ m/s [161, 162]; $40 - 60$ m/s [164]), homokra (40 m/s [163]), sőt még sokkal puhább gumiszerű fotoelasztikus részecskékre is (100 m/s [165]). Ezek a mérések terhelés nélküli anyagokon történtek, de vannak olyan vizsgálatok is, amelyek kimutatták, hogy a terhelés alatt lévő szemcsés anyagban a hanghullámok gyorsabban haladnak a terhelésre merőle-

ges irányban, mint azzal párhuzamosan [167]. Sőt, nem túl nagy P nyomás mellett U értéke gyorsabban nőtt ($U \sim P^{1/4}$) a nagyobb nyomás mellett megfigyelhető $U \sim P^{1/6}$-os növekedésnél [166]. Mind a két megfigyelés [166, 167] azt támasztja alá, hogy a cső aljában általunk megfigyelt megnövekedett hullámsebesség jelentheti az ebben a tartományban megnövekedett nyomást.

A 6.2 szakasz eredményeit összefoglalva elmondható, hogy a silóban kialakuló rezonancia mikrofonnal és rezgésmérővel történő megfigyelésén túlmenően, gyors kamerás felvételek digitális elemzésével sikerült kimutatnom, hogy a részecskék periodikusan modulált (oszcilláló) sebességgel haladnak lefelé a csőben. Ezt az egymás fölötti tartományokat összehasonlítva nem szinkronban teszik, ami azt jelenti, hogy a rendszerben sűrűséghullámok haladnak függőleges irányban. Ezeknek a felfelé haladó hullámoknak a sebességét meghatározva azt találtam, hogy a cső alján kimutathatóan nagyobb a hullámsebesség, mint a cső felső felében. Ez alátámasztja azt az érvelést, miszerint a rezonancia a cső alsó feléből ered, ahol a föntről párhuzamosan futó áramvonalak konvergálnak az alsó nyílás irányába, és ahol a legerősebb nyomásocillációkat mérték [23, 147]. Megmutattam, hogy a részecskék sebességoszcillációja növekszik a magassággal, és a cső felső felében már a megtapad-megcsúszik („stick-slip") mozgás is megfigyelhető [PRE2011]. Ez alátámasztja azt az érvelést, miszerint a falakkal való megfelelő mértékű súrlódás fontos eleme a felfelé haladó sűrűséghullámok felerősödésének [143, 148, 168, 169] és döntő szerepe van az erős rezonancia kialakulásában [21, 22, 142]. Ezt az a tény is alátámasztja, hogy a falak érdességének növelésével (azaz a „megtapad-megcsúszik" mozgás ellehetetlenítésével) a rezonanciát hatásosan le lehet csökkenteni [19, 20].

7. fejezet

Összefoglalás, Tézisek

A dolgozatban bemutatott munkáimban a szemcsés anyagok folyási tulajdonságait vizsgáltam laboratóriumi mérések segítségével. Több különböző mérési elrendezést állítottam össze, melyekben a lejtőn megfigyelhető folyási jelenségeket, a nyírásnak kitett anyag viselkedését, valamint egy tartályban (silóban) ereszkedő szemcsés rendszer tulajdonságait elemeztem. Különös hangsúlyt helyeztem annak a kérdésnek a vizsgálatára, hogy a nem-gömbszerű (elnyújtott vagy szabálytalan alakú) részecskékből álló rendszerek tulajdonságai miben térnek el a gömbszerű részecskékből álló rendszerekétől. Ez azért fontos, mert a szemcsés rendszereket vizsgáló felfedező kutatások egy jelentős része – a legalapvetőbb jelenségekre fókuszálva – akár numerikusan, akár kísérletileg, a legegyszerűbb, gömbszerű részecskékből álló rendszerekkel dolgozik.

A lejtőn folyó anyag vizsgálatával számszerűsítettem, hogy ezen folyások jellemzői (akár homogén, akár szakaszos folyások esetén) hogyan változnak, ha a részecskék alakja a gömbszerűtől az alaktalan (pl. homok) irányba változik. A nagyobb sebességű folyásoknál megfigyelhető instabilitás következtében létrejövő mintázat precíz elemzésével és a kísérletileg meghatározott struktúra numerikus számolásokkal való összevetésével sikerült információt kapnom egy fontos anyagi jellemzőről: a disszipációt jellemző effektív súrlódás inerciális számtól való függéséről.

A nyírásnak kitett szemcsés anyagban is több jelenséget számszerűsítettem: (i) a nyírási zóna kialakulását és a Reynolds-tágulást, és hogy ezek hogyan függenek a részecskealaktól (golyók, homok, elnyújtott részecskék), (ii) a különböző belső súrlódású rétegekből álló anyagban kialakuló nyírási zónák alakját, (iii) az elnyújtott részecskék forgását és az ennek következtében kialakuló rendezettséget, valamint (iv) egy eddig nem ismert másodlagos konvekciót.

A silóban folyó anyag esetében számszerűsítettem a részecskealak megváltoztatásával járó markáns változásokat. Megmutattam, hogy a folyási tér alakja szisztematikusan változik a részecskék elnyújtottságának növelésével és a folyás időbeli fluktuációi is felerősödnek. Gyors kamerás mérések segítségével sikerült új információkat gyűjtenem a rezonáns folyásról (siló zene).

dc_1586_18

Tézisek

1.a) Szemcsés anyag lejtőn, folyási törvény, instabilitások, effektív súrlódás [PRE2006, PRE2007, PRL2009]

Az érdes felületű lejtőn folyó szemcsés anyag viselkedését gyors kamerás mérések segítségével tanulmányoztam, és több különböző anyagra meghatároztam a felületi sebesség és rétegvastagság közötti összefüggést (folyási törvény) [PRE2006, PRE2007]. Megállapítottam, hogy ennek meredeksége tendenciózusan növekszik az anyagot jellemző rézsűszög tangensével, mely az anyag belső súrlódását jellemzi [PRE2007]. Meghatároztam a nagyobb sebességű áramlásoknál fellépő instabilitás következtében kialakuló áramlási struktúra tulajdonságait [PRL2009]. Az eredményeket numerikus számolásokkal összevetve, információt kaptam az anyag effektív súrlódásának az inerciális számtól való függésére. Ez nem monoton függést mutatott, mely magyarázhatja magának az instabilitásnak a létrejöttét is [PRL2009].

1.b) Részecskecsomagok (lavinák) lejtőn [PRL2005, PRE2008]

Meghatároztam az érdes felületű lejtőn lévő stabil szemcsés rétegen haladó részecskecsomagok (lavinák) tulajdonságait. Megmutattam, hogy a lavinákat jellemző három mennyiség (i) a lavinák sebességének növekedési üteme a lavinaméret növekedésével, (ii) a lavinák dimenziótlanított magassága, és (iii) a részecskesebesség/frontsebesség hányados szisztematikusan növekszik a szemcsés anyag belső súrlódását jellemző rézsűszög tangensének növekedésével [PRL2005, PRE2008]. Érdes, szabálytalan alakú részecskék esetén (pl. homok) a lavina magasabb, a frontjánál van egy dinamikus magja, melyben a részecskék gyorsabban mozognak, mint maga a front. A simább felületű golyók (üveggolyók) esetében laposabb, kevésbé dinamikus lavinák figyelhetők meg, melyben a részecskék lassabban mozognak, mint maga a lavina. A két markánsan eltérő viselkedés számos aspektusa leírható egy egyszerű mélységátlagolt (Saint-Venant-féle) megközelítéssel [PRL2005, PRE2008].

2.a) Nyírási zónák kialakulása, Reynolds-tágulás [PRE2014, SM2014]

Egy terhelésnek kitett homogén szemcsés anyagban kialakuló deformációs tartomány (nyírási zóna) kialakulását tanulmányoztam az ún. hengeres, osztott aljú nyíró cellában felszíni és tomográfiás méréseim segítségével, és számszerűsítettem, hogy a zóna mérete, ill. az anyag térkitöltése hogyan változik a folyamat során különböző alakú részecskék esetén [PRE2014, SM2014]. Megmértem a rendezetlen kezdeti állapotú mintákban viszonylag gyorsan kialakuló Reynolds-tágulást, és megmutattam, hogy ezt elnyújtott alakú részecskékből álló minta esetében egy lassabb orientációs rendeződés követi, amely csak részben kompenzálja a kezdeti térfogatnövekedést [SM2014]. A táguláshoz és az átlagos orientációs szög beálltához szükséges karakterisztikus deformáció a vizsgált L/d tartományban nem függött a részecske

elnyújtottságának mértékétől, a nyírási zóna szélességének és a rendezettség mértékének stacionáriussá válásához szükséges karakterisztikus deformáció viszont szisztematikusan növekedett L/d növelésével [PRE2014]. A szabályos gömbökből álló mintában hatszöges struktúra alakult ki, melyben a golyók folyásirányú láncokba rendeződtek, aminek következtében a minta térkitöltése megnőtt [SM2014].

2.b) Nyírási zónák törése, elhajlása [PRE2009, SM2011]

Kísérletileg igazoltam egy korábbi numerikus és elméleti számolás eredményeit, melyek szerint egy különböző belső súrlódású tartományokból álló szemcsés anyagot deformálva, a nyírási zóna olyan trajektória mentén szeli át a rendszert, amelyben a kontaktusokhoz tartozó súrlódási erők összege minimális – összhangban a „leggyengébb láncszem szakad el" elvvel [PRE2009, SM2011]. Ennek egyik következménye, hogy megfelelő konfiguráció esetén a zóna irányt változtat a különböző súrlódású rétegek határán, amely hasonlóan írható le a geometriai optikából ismert fénytörés jelenségéhez [PRE2009]. Megmutattam azt is, hogy más esetben a zóna áthúzódhat a nem túl távol lévő (szomszédos) kisebb súrlódású tartományba, ill. el is hajolhat, hogy elkerüljön egy nagyobb súrlódású tartományt [SM2011]. A kísérleti eredményeim jó számszerű egyezést mutatnak a numerikus modellel [PRE2009, SM2011].

3.a) Nyírási orientáció [PRL2012, SM2012, PRE2012, SM2013]

A nyírás hatására kialakuló orientációs rendeződést vizsgáltam elnyújtott alakú részecskékből álló szemcsés anyagban felszíni (optikai) és térfogati (tomográfiás) mérések segítségével [PRL2012, SM2012, PRE2012, SM2013]. Számszerűsítettem, hogy a rendezettség mértéke hogyan nő a részecskék elnyújtottságának (L/d) növelésével. A részecskék irány szerinti eloszlása az L/d növelésével egyre keskenyebbnek adódott, hasonlóan a nyírásnak kitett folyadékba helyezett, egymással nem kölcsönható ellipszoidokéhoz. Számszerűsítettem, hogy az átlagos orientációnak a folyás irányától való eltérése − ami viszont már a részecskék kölcsönhatásának következménye − hogyan csökken L/d növelésével [PRL2012, SM2012, PRE2012, SM2013]. Az átlagos szög a rendezettség függvényében a nematikus folyadékkristályokban megfigyelthez hasonló csökkenő tendenciát mutat. Megmutattam, hogy a vizsgált tartományban sem a rendezettség mértéke, sem az átlagos szög nem függ, vagy csak kis mértékben függ a nyírási rátától [PRL2012, SM2012]. Rendezetlen kezdőállapotból indulva megmértem, hogy hogyan (milyen gyorsan és mennyivel) csökken a minta nyírással szembeni ellenállása (effektív súrlódása) a rendeződés következtében [PRL2012, SM2012].

dc_1586_18

3.b) Másodlagos konvekció [SM2015, NJP2016-1]

Röntgen CT mérésekkel igazoltam, hogy az elnyújtott részecskékből álló szemcsés rendszert az osztott aljú hengeres elrendezésben nyírva, a mintában bizonyos töltési magasságnál az eredeti nyíró áramlásra merőleges másodlagos konvekció alakul ki [SM2015, NJP2016-1]. Komputertomográfiás méréseim segítségével számszerűsítettem az áramlási teret és a hozzá tartozó orientációs eloszlást [SM2015]. Megmutattam, hogy a másodlagos konvekció nem csak egy tranziens jelenség, hanem folyamatosan jelen van, viszont iránya időlegesen megfordul, ha a nyírás irányát megfordítjuk [SM2015, NJP2016-1]. Kimutattam, hogy a másodlagos konvekció a nyírási orientáció következtében kialakult szimmetriatöréssel szoros kapcsolatban van [SM2015].

4.a) Szemcsés anyag tartályban [PRE2018, NJP2016-2]

A silóban ereszkedő szemcsés anyag áramlási terét kísérletileg vizsgálva megmutattam, hogy míg gömbszerű részecskék esetén a sebességprofil a korábbi modelleknek megfelelően Gauss-függvénnyel illeszthető, egyre elnyújtottabb alakú részecskék esetén ettől eltérő alakot vesz fel [PRE2018]. Az L/d elnyújtottság növelésével a folyási tartomány egyre inkább a siló közepére koncentrálódik, a sebességprofilt pedig egy egyre markánsabb plató jellemzi, melyet két (egyre keskenyebb) nyírási zóna fog közre. Kimutattam, hogy az L/d növelésével a folyási sebesség időben egyre jobban ingadozik, és számszerűsítettem a sebességfluktuációk növekedésének mértékét [PRE2018]. Komputertomográfiás vizsgálataim segítségével megmutattam, hogy egy háromdimenziós siló belsejében a nyírásnak kitett tartományokban az elnyújtott alakú részecskék irány szerinti rendezettsége az ereszkedés során egyre nő, és meghatároztam az egyes tartományokat jellemző orientációs eloszlásokat [NJP2016-2].

4.b) Siló zene [PRE2011]

A silóban kialakuló rezonancia során akusztikai és rezgésdetektorokkal vizsgáltam a jelenség időfejlődését, és gyors kamerás felvételek segítségével elemeztem a részecskék oszcilláló sebességű mozgását. Kimutattam, hogy a rendszerben sűrűséghullámok haladnak függőleges irányban [PRE2011]. Ezeknek a felfelé haladó hullámoknak a sebességét meghatározva azt találtam, hogy a cső alján kimutathatóan nagyobb a hullámsebesség, mint a cső felső felében [PRE2011]. Ez alátámasztja azt az érvelést, miszerint a rezonancia a cső alsó feléből ered, ahol a föntről párhuzamosan futó áramvonalak konvergálnak az alsó nyílás irányába, és ahol a legerősebb nyomásoszcillációkat mérték. Megmutattam, hogy a részecskék sebességoszcillációja növekszik a magassággal, és a cső felső felében már a megtapad-megcsúszik („stick-slip") mozgás is megfigyelhető [PRE2011]. Ez alátámasztja azt az érvelést, miszerint a falakkal való megfelelő mértékű súrlódás fontos eleme a felfelé haladó sűrűséghullámok felerősödésének, és döntő szerepe van az erős rezonancia kialakulásában.

A dolgozat alapjául szolgáló saját publikációk

PRE2006 **T. Börzsönyi** and R.E. Ecke: *Rapid granular flows on a rough incline: phase diagram, gas transition, and effects of air drag*, Phys. Rev. E **74**, 061301 (2006)

PRE2007 **T. Börzsönyi** and R.E. Ecke: *Flow rule of dense granular flows down a rough incline*, Phys. Rev. E **76**, 031301 (2007)

PRL2009 **T. Börzsönyi**, R.E. Ecke, and J.N. McElwaine: *Patterns in flowing sand: understanding the physics of granular flow*, Phys. Rev. Lett. **103**, 178302 (2009)

PRL2005 **T. Börzsönyi**, T.C. Halsey, and R.E. Ecke: *Two scenarios for avalanche dynamics in inclined granular layers*, Phys. Rev. Lett. **94**, 208001 (2005)

PRE2008 **T. Börzsönyi**, T.C. Halsey, and R.E. Ecke: *Avalanche dynamics on a rough inclined plane*, Phys. Rev. E **78**, 011306 (2008)

PRE2014 B. Szabó, J. Török, E. Somfai, S. Wegner, R. Stannarius, A. Böse, G. Rose, F. Angenstein, and **T. Börzsönyi**: *Evolution of shear zones in granular materials*, Phys. Rev. E **90**, 032205 (2014)

SM2014 S. Wegner, R. Stannarius, A. Böse, G. Rose, B. Szabó, E. Somfai, and **T. Börzsönyi**: *Effects of grain shape on packing and dilatancy of sheared granular materials*, Soft Matter **10**, 5157 (2014)

PRE2009 **T. Börzsönyi**, T. Unger, and B. Szabó: *Shear zone refraction and deflection in layered granular materials*, Phys. Rev. E **80**, 060302(R) (2009)

SM2011 **T. Börzsönyi**, T. Unger, B. Szabó, S. Wegner, F. Angenstein, and R. Stannarius: *Reflection and exclusion of shear zones in inhomogeneous granular materials*, Soft Matter **7**, 8330 (2011)

PRL2012 **T. Börzsönyi**, B. Szabó, G. Törös, S. Wegner, J. Török, E. Somfai, T. Bien, and R. Stannarius: *Orientational order and alignment of elongated particles induced by shear*, Phys. Rev. Lett. **108**, 228302 (2012)

PRE2012 **T. Börzsönyi**, B. Szabó, S. Wegner, K. Harth, J. Török, E. Somfai, T. Bien, and R. Stannarius: *Shear induced alignment and dynamics of elongated granular particles*, Phys. Rev. E **86**, 051304 (2012)

SM2013 **T. Börzsönyi** and R. Stannarius: *Granular materials composed of shape-anisotropic grains*, (Review article) Soft Matter **9**, 7401 (2013)

SM2012 S. Wegner, **T. Börzsönyi**, T. Bien, G. Rose and R. Stannarius: *Alignment and dynamics of elongated cylinders under shear*, Soft Matter **8**, 10950 (2012)

SM2015 G. Wortel, **T. Börzsönyi**, E. Somfai, S. Wegner, B. Szabó, R. Stannarius and M. van Hecke: *Heaping, secondary flows and broken symmetry of elongated granular particles*, Soft Matter **11**, 2570 (2015)

NJP2016-1 D. Fischer, **T. Börzsönyi**, S. R. Nasato, T. Pöschel and R. Stannarius: *Heaping and secondary flows in sheared granular materials*, New J. Phys. **18**, 113006 (2016)

PRE2018 B. Szabó, Zs. Kovács, S. Wegner, A. Ashour, D. Fischer, R. Stannarius **T. Börzsönyi**, *Flow of anisometric particles in a quasi-2D hopper*, Phys. Rev. E **97**, 062904 (2018)

NJP2016-2 **T. Börzsönyi**, E. Somfai, B. Szabó, S. Wegner, P. Mier, G. Rose, and R. Stannarius: *Packing, alignment and flow of shape-anisotropic grains in a 3D silo experiment*, New J. Phys. **18**, 093017 (2016)

PRE2011 **T. Börzsönyi** and Zs. Kovács: *High speed imaging of traveling waves in a granular material during silo discharge*, Phys. Rev. E **83**, 032301 (2011)

A dolgozat témájához kapcsolódó, de a tézispontokban nem szereplő további saját publikációk

BT19 K.A. Gillemot, E. Somfai, and **T. Börzsönyi**, *Shear-Driven Segregation of Dry Granular Materials with Different Friction Coefficients*, Soft Matter **13**, 415 (2017).

BT20 T. Finger, F. von Rüling, S. Lévay, B. Szabó, **T. Börzsönyi**, and R. Stannarius, *Segregation of Granular Mixtures in a Spherical Tumbler*, Phys. Rev. E **93**, 032903 (2016).

BT21 A. Ashour, S. Wegner, T. Trittel, **T. Börzsönyi**, and R. Stannarius: *Outflow and clogging of shape-anisotropic grains in hoppers with small apertures*, Soft Matter **13**, 402 (2017)

BT22 A. Ashour, T. Trittel, **T. Börzsönyi**, and R. Stannarius, *Silo outflow of soft frictionless spheres*, Phys. Rev. Fluids **2**, 123302 (2017)

BT23 D.B. Nagy, P. Claudin, **T. Börzsönyi**, and E. Somfai, *Rheology of dense granular flows for elongated particles*, Phys. Rev. E **96**, 062903 (2017)

BT24 S. Lévay, D. Fischer, R. Stannarius B. Szabó, **T. Börzsönyi**, and J. Török, *Frustrated packing in a granular system under geometrical confinement.* Soft Matter **13**, 396 (2017)

BT25 R.C. Hidalgo B. Szabó, K.A. Gillemot, **T. Börzsönyi**, and T. Weinhart, *Rheological response of non-spherical granular flows down an incline*, Phys. Rev. Fluids **3**, 074301 (2018)

Referált konferencia-kiadványban megjelent publikációk

BT26 R. Stannarius, S. Wegner, B. Szabó, **T. Börzsönyi**: *Shear alignment and orientational order of macroscopic rodlike grains*, Powders and Grains 2013, AIP Conf. Proc. 1542, pp. 74-77 (2013)

BT27 **T. Börzsönyi**, E. Somfai, B. Szabó, S. Wegner, A. Ashour and R. Stannarius: *Elongated grains in a hopper*, Powders and Grains 2017, EPJ Web of Conf. **140**, 06017 (2017)

BT28 E. Somfai, D.B. Nagy, P. Claudin, A. Favier, D. Kálmán, and **T. Börzsönyi**: *Effective friction of granular flows made of non-spherical particles*, Powders and Grains 2017, EPJ Web of Conf. **140**, 03062 (2017)

BT29 J. Török, S. Lévay, B. Szabó, E. Somfai, S. Wegner, R. Stannarius, **T. Börzsönyi**: *Arching in three-dimensional clogging*, Powders and Grains 2017, EPJ Web of Conf. **140**, 03076 (2017)

BT30 R. Stannarius, D. Fischer, and **T. Börzsönyi**: *Heaping and secondary flows in sheared granular media*, Powders and Grains 2017, EPJ Web of Conf. **140**, 03025 (2017)

A dolgozat témájához kapcsolódó, magyar nyelvű (ismeretterjesztő) publikációk

BT31 **Börzsönyi T.**, *Lejtőn lefolyó szemcsés anyag dinamikája: instabilitások, lavinák.* Fizikai Szemle LVII, (7) 217 (2007)

BT32 Gillemot K., Somfai E., **Börzsönyi T.**, *Szegregáció nyírt, szemcsés keverékekben.* Fizikai Szemle LXVII, (11) 376-380 (2017)

BT33 **Börzsönyi T.**, Somfai E., Szabó B. és Török J., *Elnyújtott alakú részecskék rendeződése nyíró áramlásban.* Fizikai Szemle LXVIII, (4) 118-123 (2018)

Köszönetnyilvánítás

Szeretném kifejezni köszönetemet a bemutatott munkában részt vevő kollégáknak, diákoknak. A diákok közül kiemelendő Szabó Balázs (MSc, PhD), Kovács Zsolt (BSc, MSc) és Törös Gábor (MSc) munkái, akikkel sok kísérleti nehézséget küzdöttünk le együtt. Török János és Unger Tamás kollégáim inspiráló numerikus szimulációkkal egészítették ki kísérleti vizsgálataimat. Külön köszönet illeti Somfai Ellákot a számtalan diszkusszióért és Péter Lászlóval együtt a jelen dolgozat átolvasásáért is. A külföldi kollégák közül időrendi sorrendben kiemelendő Robert Ecke, akinek a laborjában posztdoktorként a szemcsés rendszerekkel foglalkozni kezdtem, és Ralf Stannarius, akivel hosszú évek óta igen gyümölcsöző együttműködést folytatunk. Ennek keretében vettek részt a mérésekben Sandra Wegner, David Fischer, Kirsten Harth és Ahmed Ashour diákok. Külön köszönet Jim McElwaine-nek a numerikus vizsgálatokért, és Thomas Halsey-nak a közös diszkussziókért.

Tágabb értelemben, elsőként köszönet illeti doktori témavezetőmet, Buka Ágnest, aki kutatói pályám indulását egyengette, továbbá a kutatócsoport többi tagját, közülük is kiemelve Tóth Katona Tibort, Éber Nándort, Jánossy Istvánt, Jákli Antalt, Salamon Pétert, Gillemot Katalint, Nagy Dániel Bálintot és Kenderesi Viktort. Köszönet illeti Gránásy Lászlót és Pusztai Tamást, a megszilárdulási jelenségek numerikus modellezése terén folytatott gyümölcsöző együttműködésért. Ezen túl köszönettel tartozom a kutatóintézet és kutatóközpont jelenlegi és korábbi vezetőinek, akik stabil hátteret biztosítottak a nyugodt kutatómunkához.

Köszönettel tartozom továbbá szűkebb és tágabb családomnak, feleségemnek, gyermekeimnek, szüleimnek és testvéreimnek, akik által biztosított meleg családi légkör nagyban hozzájárult kutatómunkám sikerességéhez.

Irodalomjegyzék

[1] H.M. Jaeger, S.R. Nagel and R.P. Behringer, *Granular Solids, Liquids, and Gases*, Rev. Mod. Phys. **68** 1259 (1996).

[2] H.M. Jaeger, S.R. Nagel and R.P. Behringer, *The Physics of Granular Materials*, Physics Today **49** 32 (1996).

[3] GDR MiDi, *On Dense Granular Flows*, Eur. Phys. J. E **14**, 341 (2004).

[4] I.S. Aranson and L.S. Tsimring, *Patterns and Collective Behavior in Granular Media: Theoretical Concepts*, Rev. Mod. Phys. **78** 641 (2006).

[5] R.A. Bagnold, *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*, Methuen, London, (1941).

[6] J. Duran, *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*, Springer, New York, (1997).

[7] R.M. Nedderman, *Statics and Kinematics of Granular Materials*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, (1992).

[8] B. Andreotti, Y. Forterre and O. Pouliquen, *Granular Media: Between Fluid and Solid*, Cambridge Univ. Press, Cambridge UK, (2013).

[9] O. Reynolds, *On the Dilatancy of Media Composed of Rigid Particles in Contact*, Phil. Mag., **20**, 469 (1885).

[10] K. Sakaie, D. Fenistein, T.J. Caroll, M. van Hecke, and P. Umbanhowar, *MR Imaging of Reynolds Dilatancy in the Bulk of Smooth Granular Flows*, EPL **84**, 38001 (2008).

[11] D. Fenistein, J.W. van de Meent and M. van Hecke, *Universal and Wide Shear Zones in Granular Bulk Flow*, Phys. Rev. Lett. **92**, 094301 (2004).

[12] A. Ries, D.E. Wolf, and T. Unger, *Shear Zones in Granular Media: Three-Dimensional Contact Dynamics Simulation*, Phys. Rev. E **76**, 051301 (2007).

dc_1586_18

[13] H. A. Janssen, *Versuche über Getreidedruck in Silozellen*, Zeitschr. d. Vereines Deutscher Ingenieure, **39**, 1045 (1895).

[14] M. Sperl, *Experiments on corn pressure in silo cells – translation and comment of Janssen's paper from 1895*, Gran. Matt. **8**, 49 (2006).

[15] J.K. Walters, *A Theoretical Analysis of Stresses in Silos with Vertical Walls* Chem. Eng. Sci. **28**, 13 (1973).

[16] P. Claudin and J.-P. Bouchaud, *Static Avalanches and Giant Stress Fluctuations in Silos*, Phys. Rev. Lett. **78**, 231 (1997).

[17] J.W. Carson, and T. Holmes, *Silo failures: why do they happen?* TASK Quarterly **7**, 499 (2003).

[18] I. Bartos and I.M. Jánosi, Side pressure anomalies in 2D packings of frictionless spheres Gran. Matt. **9**, 81 (2007).

[19] J. Tejchman and G. Gudehus, *Silo-Music and Silo-Quake Experiments and a Numerical Cosserat Approach*, Powder Technology **76**, 201 (1993).

[20] J. Tejchman, *Technical Concept to Prevent the Silo Honking*, Powder Technology **106**, 7 (1999).

[21] B.K. Muite, F.S. Quinn, S. Sundaresan, K.K. Rao, *Silo Music and Silo Quake: Granular Flow-Induced Vibration*, Powder Technology **145**, 190 (2004).

[22] J.M. Buick, J. Chavez-Sagarnaga, Z. Zhing, J.Y. Ooi, D.M. Pankaj, D.M. Cambell, C.A. Greated, *Investigation of Silo Honking: Slip-Stick Excitation and Wall Vibration*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE **131**, 299 (2005).

[23] K. Wilde, J. Tejchman, M. Rucka, M. Niedostatkiewicz, *Experimental and Theoretical Investigations of Silo Music*, Powder Technology **198**, 38 (2010).

[24] D.L. Henann and K. Kamrin, *A Predictive, Size-Dependent Continuum Model for Dense Granular Flows*, PNAS **110**, 6730 (2013).

[25] H.A. Makse, N. Gland, D.L. Johnson, and L.M. Schwartz, *Why Effective Medium Theory Fails in Granular Materials* Phys. Rev. Lett. **83**, 5070 (1999).

[26] L. Bocquet, W. Losert, D. Schalk, T.C. Lubensky, and J.P. Gollub, *Granular Shear Flow Dynamics and Forces: Experiment and Continuum Theory*, Phys. Rev. E **65**, 011307 (2001).

[27] S.B. Savage and D.J. Jeffrey, *The Stress Tensor in a Granular Flow at High Shear Rates*, J. Fluid Mech. **110**, 255 (1981).

[28] S.B. Savage, *The Mechanics of Rapid Granular Flows*, Adv. Appl. Mech. **24**, 289 (1984).

[29] K. Bagi, *Stress and Strain in Granular Assemblies*, Mechanics of Materials **22**, 165 (1996).

[30] J. Rajchenbach, *Dynamics of Grain Avalanches*, Phys. Rev. Lett. **96**, 058001 (2002).

[31] P. Tegzes, T. Vicsek, and P. Schiffer, *Avalanche Dynamics in Wet Granular Materials*, Phys. Rev. Lett. **89**, 094301 (2002).

[32] A. Károlyi and J. Kertész, *Lattice-gas model of avalanches in a granular pile*, Phys. Rev. E **57**, 852 (1998).

[33] H. A. Makse, S. Havlin, P. R. King, and H. E. Stanley, *Spontaneous Stratification in Granular Mixtures*, Nature **386**, 379 (1997).

[34] H.A. Makse, R.C. Ball, H.E. Stanley, and S. Warr, *Dynamics of Granular Stratification*, Phys. Rev. E **58**, 3357 (1998).

[35] H.B. Mühlhaus, andi I. Vardoulakis, *The thickness of shear bands in granular materials*, Géotechnique, **37**, 271 (1987).

[36] J.P. Bardet, and J. Proubet, *A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media*, Géotechnique, **41**, 599 (1991).

[37] L.S. Mohan, K.K. Rao, and P.R. Nott, *A Frictional Cosserat Model for the Slow Shearing of Granular Materials*, J. Fluid Mech., **457**, 377 (2002).

[38] J. Török, S. Krishnamurthy, J. Kertész and S. Roux, *Aging and Self-Organization of Shear Bands in Granular Materials*, Physica A **274**, 374 (1999).

[39] J. Török, S. Krishnamurthy, J. Kertész and S. Roux, *Self-Organization, Localization of Shear Bands, and Aging in Loose Granular Materials*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3851 (2000).

[40] J. Török, S. Krishnamurthy, J. Kertész and S. Roux, *Shearing of Loose Granular Materials: A Statistical Mesoscopic Model*, Phys. Rev. E **67**, 021303 (2003).

[41] T. Unger, J. Török, J. Kertész, and D.E. Wolf, *Shear Band Formation in Granular Media as a Variational Problem*, Phys. Rev. Lett. **92**, 214301 (2004).

[42] J. Török, T. Unger, J. Kertész, and D.E. Wolf, *Shear Zones in Granular Materials: Optimization in a Self-Organized Random Potential*, Phys. Rev. E. **75**, 011305 (2007).

dc_1586_18

[43] S. Fazekas, J. Török, and J. Kertész, *Critical Packing in Granular Shear Bands*, Phys. Rev. E. **75**, 011302 (2007).

[44] K.M. Hill and Y. Fan, *Isolating Segregation Mechanisms in a Split-Bottom Cell*, Phys. Rev. Lett. **101**, 088001 (2008).

[45] O. Pouliquen, J. Delour and S.B. Savage, *Fingering in Granular Flows*, Nature **386**, 816 (1997).

[46] M.P. Ciamarra, M.D. De Vizia, A. Fierro, M. Tarzia, A. Coniglio and M. Nicodemi, *Granular Species Segregation under Vertical Tapping: Effects of Size, Density, Friction, and Shaking Amplitude*, Phys. Rev. Lett. **96**, 058001 (2006).

[47] G. Baumann, I.M. Jánosi, and D.E. Wolf, *Particle Trajectories and Segregation in a Two-Dimensional Rotating Drum*, EPL **27**, 203 (1994).

[48] G. Baumann, I.M. Jánosi, and D.E. Wolf, *Surface Properties and Flow of Granular Material in a Two-dimensional Rotating-drum Model*, Phys. Rev. E **51**, 1879 (1995).

[49] E. Buckingham, *On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations*, Phys. Rev. **4**, 345 (1914).

[50] F. da Cruz, *Friction and Jamming in Granular Flows*, PhD Thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Marne la vallée, France, (2004).

[51] R.A. Bagnold, *Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid Under Shear*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **255**, 49 (1954).

[52] K. Nichol, A. Zanin, R. Bastien, E. Wandersman, and M. van Hecke, *Flow-Induced Agitations Create a Granular Fluid*, Phys. Rev. Lett. **104**, 078302 (2010).

[53] K. Kamrin and G. Koval, *Nonlocal Constitutive Relation for Steady Granular Flow*, Phys. Rev. Lett. **108**, 178301 (2012).

[54] M. Bouzid, M. Trulsson, P. Claudin, E. Clément, and B. Andreotti, *Nonlocal Rheology of Granular Flows across Yield Conditions*, Phys. Rev. Lett. **111**, 238301 (2013).

[55] L.E. Silbert, D. Ertas, G.S. Grest, T.C. Halsey, D. Levine and S.J. Plimpton, *Granular Flow Down an Inclined Plane: Bagnold Scaling and Rheology*, Phys. Rev. E **64**, 051302 (2001).

[56] O. Pouliquen, *Scaling Laws in Granular Flows Down Rough Inclined Planes*, Phys. of Fluids **11**, 542 (1999).

[57] Y. Forterre and O. Pouliquen, *Long-Surface-Wave Instability in Dense Granular Flows*, J. Fluid Mech. **486**, 21 (2003).

[58] Y. Forterre and O. Pouliquen, *Longitudinal Vortices in Granular Flows*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5886 (2001).

[59] Y. Forterre and O. Pouliquen, *Stability Analysis of Rapid Granular Chute Flows: Formation of Longitudinal Vortices*, J. Fluid Mech. **467**, 361 (2002).

[60] P.L. Kapitza and S.P. Kapitza, *Wave Flow of Thin Layers of Viscous Fluid*, Zh. Eksper. Theor. Fiz., **19**, 105 (1949).

[61] S.B. Savage and K. Hutter, *The motion of a finite mass of granular material down a rough incline* J. Fluid Mech. **199**, 177 (1989).

[62] S. Douady and A. Daerr, *Two Types of Avalanche Behaviour in Granular Media*, Nature, **399**, 241 (1999).

[63] A. Daerr, *Dynamical equilibrium of avalanches on a rough plane*, Phys. of Fluids **13**, 2115 (2001).

[64] W. Losert, L. Bocquet, T.C. Lubensky, and J.P. Gollub, *Particle Dynamics in Sheared Granular Matter*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1428 (2000).

[65] R. Moosavi, M. R. Shaebani, M. Maleki, J. Török, D. E. Wolf, W. Losert, *Coexistence and Transition between Shear Zones in Slow Granular Flows*, Phys. Rev. Lett. **111**, 148301 (2013).

[66] C. H. Rycroft, G. S. Grest, J. W. Landry, and M. Z. Bazant, *Analysis of Granular Flow in a Pebble-Bed Nuclear Reactor*, Phys. Rev. E **74**, 021306 (2006).

[67] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J-N Roux, and F. Chevoir, *Rheophysics of Dense Granular Materials: Discrete Simulation of Plane Shear Flows*, Phys. Rev. E **72**, 021309 (2005).

[68] B. Utter and R. P. Behringer, *Transients in sheared granular matter*, Eur. Phys. J. E, **14**, 373 (2004).

[69] Szabó B., *Shear Zones in Dry Granular Materials*, PhD disszertáció, ELTE TTK (2015).

[70] T. Unger, *Refraction of Shear Zones in Granular Materials*, Phys. Rev. Lett. **98**, 018301 (2007).

[71] Szabó B., *Rétegzett Szemcsés Anyagok Nyírásának Vizsgálata*, MSc diplomamunka, ELTE TTK (2010).

dc_1586_18

[72] P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford, (1993).

[73] S. Chandrasekhar, *Liquid Crystals*, Dover Publication, New York, (1981).

[74] K. Skarp, S.T. Lagerwall, B. Stebler and D. McQueen, *Flow Alignment in Cyanobiphenyl Liquid Crystals*, Physica Scripta **19**, 339 (1979).

[75] C. Gähwiller, *Temperature Dependence of Flow Alignment in Nematic Liquid Crystals*, Phys. Rev. Lett. **28**, 1554 (1972).

[76] W.W. Beens and W.H. de Jeu, *The Flow Alignment of Some Nematic Liquid Crystals*, J. Chem. Phys. **82**, 3841 (1985).

[77] D. Forster, *Microscopic Theory of Flow Alignment in Nematic Liquid Crystals*, Phys. Rev. Lett. **32**, 1161 (1974).

[78] M. Doi, *Molecular Dynamics and Rheological Properties of Concentrated Solutions of Rodlike Polymers in Isotropic and Liquid Crystalline Phases*, J. of Polymer Sci. **19** 229 (1981).

[79] N. Kuzuu and M. Doi, *Constitutive Equation for Nematic Liquid Crystals under Weak Velocity Gradient Derived from a Molecular Kinetic Theory*, J. Phys. Soc. Japan **52**, 3486 (1983).

[80] H. Ehrentraut and S. Hess, *Viscosity Coefficients of Partially Aligned Nematic and Nematic Discotic Liquid Crystals*, Phys. Rev. E **51**, 2203 (1995).

[81] E. Dubois-Violette and P. Manneville, in *Pattern Formation in Liquid Crystals*, (A. Buka and L. Kramer eds.), p. 91, Springer, Berlin, (2003).

[82] J. Vermant, H. Yang and G.G. Fuller, *Rheooptical Determination of Aspect Ratio and Polydispersity of Nonspherical Particles*, AIChE Journal **47**, 790 (2001).

[83] C. Pujolle-Robic and L. Noirez, *Observation of shear-induced nematic-isotropic transition in side-chain liquid crystal polymers*, Nature **409**, 167 (2001).

[84] C. Pujolle-Robic and L. Noirez, *Identification of nonmonotonic behaviors and stick-slip transition in liquid crystal polymers*, Phys. Rev. E **68**, 061706 (2003).

[85] X.-F. Yuan and M.P. Allen, *Non-Linear Responses of the Hard-Spheroid Fluid Under Shear Flow*, Physica A **240**, 145 (1997).

[86] G. B. Jeffery, *The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid*, Proceedings of the Royal Society Series A, **102**, 161 (1922).

[87] R.G. Winkler, K. Mussawisade, M. Ripoll, and G. Gompper, *Rod-Like Colloids and Polymers in Shear Flow: a Multi-Particle-Collision Dynamics Study*, J. Phys. Condens. Matter **16**, S3941 (2004).

[88] J.K.G. Dhont and W.J. Briels, *Rod-like Brownian Particles in Shear Flow*, in *Soft Matter: Complex Colloidal Suspensions*, (G. Gompper and M. Schick eds.) p. 147-283. Wiley, Berlin (2004).

[89] H. Ehrentraut *Anisotropie Fluids: From Liquid Crystals to Granular Materials* in *Continuum Mechanics and Applications in Geophysics and the Environment*, (B. Straughan, R. Greve, H. Ehrentraut and Yongqi Wang eds.) p. 18-43. Springer, Berlin, (2001).

[90] P.W. Cleary *The Effect of Particle Shape on Simple Shear Flows*, Powder Technology **179**, 144 (2008).

[91] K. Anki Reddy, V. Kumaran and J. Talbot, *Orientational Ordering in Sheared Inelastic Dumbbells*, Phys. Rev. E **80**, 031304 (2009).

[92] C.S. Campbell, *Elastic Granular Flows of Ellipsoidal Particles*, Phys. Fluids **23**, 013306 (2011).

[93] Törös G., *Nyírási Orientáció Vizsgálata Anizotróp (Elnyújtott) Részecskékből Álló Szemcsés Anyagokban*, MSc diplomamunka, BME TTK (2011).

[94] F. Huber-Burnand, *Sur l'écoulement et la pression du sable*, Ann. Chim. Phys., **50**, 159 (1829).

[95] G.H.L. Hagen, *Bericht über die zur Bekanntmachung geeigneten Verhandlungen der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pp. 35–42 (1852).

[96] B. Tighe and M. Sperl, *Pressure and motion of dry sand: translation of Hagen's paper from 1852*, Gran. Matt. **9**, 141 (2007).

[97] I. Roberts, *Determination of pressure of granular substances*, Proc. R. Soc. **36**, 225 (1884)

[98] L. Vanel and E. Clément, *Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column*, Eur. Phys. J. B **11**, 525 (1999).

[99] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphine, and J.-P. Hulin, *Dynamical Janssen Effect on Granular Packing with Moving Walls* Phys. Rev. Lett. **90**, 144301 (2003).

dc_1586_18

[100] R. M. Nedderman, U. Tüzün, S. B. Savage, and G. T. Houlsby, *The Flow of Granular Materials I: Discharge Rates from Hoppers*, Chem. Eng. Sci. **37**, 1597 (1982).

[101] C. Mankoc, A. Janda, R. Arévalo, J.M. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín and D. Maza, *The flow rate of granular materials through an orifice*, Gran. Matt. **9**, 407 (2007).

[102] G.H.L. Hagen, *Über die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren*, Poggendorff's Ann. Phys. Chem. **46**, 423 (1839).

[103] W. A. Beverloo, H. A. Leninger, and J. Van De Velde, *The Flow of Granular Solids Through Orifices*, Chem. Eng. Sci. **15**, 260 (1961).

[104] R. L. Brown, *Minimum Energy Theorem for Flow of Dry Granules Through Apertures*, Nature (London) **191**, 458 (1961).

[105] J. E. Hilton and P. W. Cleary, *Granular flow during hopper discharge*, Phys. Rev. E **84**, 011307 (2011).

[106] I. Oldal, I. Keppler, B. Csizmadia, L. Fenyvesi, *Outflow properties of silos: The effect of arching*, Advanced Powder Technology **23**, 290 (2012).

[107] S. M. Rubio-Largo, A. Janda, D. Maza, I. Zuriguel, and R. C. Hidalgo, *Disentangling the Free-Fall Arch Paradox in Silo Discharge*, Phys. Rev. Lett. **114**, 238002 (2015).

[108] A. Janda, I. Zuriguel, and D. Maza, *Flow Rate of Particles through Apertures Obtained from Self-Similar Density and Velocity Profiles*, Phys. Rev. Lett. **180**, 248001, (2012).

[109] P. A. Langston, M. A. Al-Awamleh, F. Y. Fraige, and B. N. Asmar, *Distinct element modelling of non-spherical frictionless particle flow*, Chem. Eng. Sci., **59**, 425 (2004).

[110] P. W. Cleary, *The effect of particle shape on hopper discharge*, Second International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries, 71–76, (1999).

[111] P. W. Cleary and M. L. Sawley, *DEM modelling of industrial granular flows: 3d case studies and the effect of particle shape on hopper discharge*, Appl. Math. Mod., **26**, 89 (2002).

[112] S. D. Liu, Z. Y. Zhou, R. P. Zou, D. Pinson, and A. B. Yu, *Flow characteristics and discharge rate of ellipsoidal particles in a flat bottom hopper*, Powder Technology, **253**, 70 (2014).

[113] J. Li, P. A. Langston, C. Webb, and T. Dyakowski, *Flow of sphero-disc particles in rectangular hoppers- a DEM and experimental comparison in 3D*, Chem. Eng. Sci., **59**, 5917 (2004).

[114] I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza, L. A. Pugnaloni, and J. M. Pastor, *Jamming During the Discharge of Granular Matter from a Silo*, Phys. Rev. E **71**, 051303 (2005).

[115] C. C. Thomas and D. J. Durian, *Geometry dependence of the clogging transition in tilted hoppers*, Phys. Rev. E **87**, 052201 (2013).

[116] C. C. Thomas and D. J. Durian, *Fraction of Clogging Configurations Sampled by Granular Hopper Flow*, Phys. Rev. Lett. **114**, 178001 (2015).

[117] C. C. Thomas and D. J. Durian, *Intermittency and velocity fluctuations in hopper flows prone to clogging*, Phys. Rev. E **94**, 022901 (2016).

[118] J. Litwiniszyn, *The model of a random walk of particles adapted to researches on problems of mechanics of loose media*, Bulletin l'Academie Polon. Sci. **11**, 61 (1963).

[119] W.W. Mullins, *Stochastic Theory of Particle Flow under Gravity*, J. Appl. Phys. **43**, 665 (1972).

[120] R.M. Nedderman, and U. Tüzün, *A kinematic model for the flow of granular materials*, Powder Techn. **22**, 243 (1979).

[121] A. Medina, J.A. Cordova, E. Luna, and C. Trevino, *Velocity field measurements in granular gravity flow in a near 2D silo*, Phys. Lett. A **250**, 111-116 (1998).

[122] J. Choi, A. Kudrolli, and M.Z. Bazant, *Velocity profile of granular flows inside silos and hoppers* J. Phys.: Cond. Mat. **17**, S2533 (2005).

[123] A. Garcimartín, I. Zuriguel, A. Janda, and D. Maza, *Fluctuations of grains inside a discharging two-dimensional silo*, Phys. Rev. E **84**, 031309 (2011).

[124] R. Arévalo, A. Garcimartín, and D. Maza, *Anomalous diffusion in silo drainage*, Eur. Phys. J. E **23**, 191 (2007).

[125] J. Choi, A. Kudrolli, R.R. Rosales, M.Z. Bazant, *Diffusion and mixing in gravity-driven dense granular flows*, Phys. Rev. Lett. **92**, 174301 (2004).

dc_1586_18

[126] R. Balevičius, R. Kačianauskas, Z. Mróz, and I. Sielamowicz, *Analysis and DEM simulation of granular material flow patterns in hopper models of different shapes*, Adv. Powder Techn. **22**, 226 (2011).

[127] M.Z. Bazant, *The Spot Model for random-packing dynamics*, Mechanics of Materials **38**, 717 (2006).

[128] C.H. Rycroft, M.Z. Bazant, G.S. Grest, and J.W. Landry, *Dynamics of random packings in granular flow*, Phys. Rev. E **73**, 051306 (2006).

[129] K. Kamrin and M.Z. Bazant, *Stochastic flow rule for granular materials*, Phys. Rev. E **75**, 041301 (2007).

[130] K. Kamrin, C.H. Rycroft, and M.Z. Bazant, *The stochastic flow rule: a multi-scale model for granular plasticity*, Model. Simul. Mater. Sci. Eng. **15**, S449. (2007).

[131] K. Kamrin, *Nonlinear elasto-plastic model for dense granular flow*, Int. J. Plasticity, **26**, 167 (2010).

[132] P. Jop, Y. Forterre and O. Pouliquen, *Crucial role of sidewalls in granular surface flows: consequences for the rheology*, J. Fluid Mech. **541**, 167 (2005).

[133] P. Jop, Y. Forterre and O. Pouliquen, *A constitutive law for dense granular flows*, Nature **441**, 727 (2006),

[134] L. Staron, P.-Y. Lagrée, and S. Popinet, *Continuum simulation of the discharge of the granular silo, A validation test for the $\mu(I)$ visco-plastic flow law*, Eur. Phys. J. E **37**, 5 (2014).

[135] D.A. Steingart, and J.W. Evans, *Measurements of granular flows in two-dimensional hoppers by particle image velocimetry. Part I: experimental method and results* , Chem. Eng. Sci. **60**, 1043 (2005).

[136] I. Sielamowicz, S. Blonski, and T.A. Kowalewski, *Optical technique DPIV in measurements of granular material flows, Part 1 of 3—plane hoppers*, Chem. Eng. Sci. **60**, 589 (2005).

[137] J.F. Favier, M.H. Abbaspour-Fard, and M. Kremmer, *Modeling nonspherical particles using multisphere discrete elements*, J. Eng. Mech. **127**, 971 (2001).

[138] I. Sielamowicz, M. Czech, and T.A. Kowalewski, *Empirical description of granular flow inside a model silo with vertical walls*, Biosystems Eng. **108**, 334 (2011).

[139] H. Tao, B. Jin, W. Zhong, X. Wang, B. Ren, Y. Zhang, and R. Xao, *Discrete element method modeling of non-spherical granular flow in rectangular hopper*, Chem. Eng. Proc. **49**, 151 (2010).

[140] C. González-Montellano, E. Gallego, Á. Ramírez-Gómez, and F. Ayuga, *Three dimensional discrete element models for simulating the filling and emptying of silos: Analysis of numerical results*, Computers and Chem. Eng. **40**, 22 (2012).

[141] Kovács Zs., *Folyási Jelenségek Szemcsés Anyagokban*, MSc diplomamunka, ELTE TTK (2012).

[142] M.L. Dhoriyani, K.K. Jonnalagadda, R.K. Kandikatla, K.K. Rao, *Silo Music: Sound Emission During the Flow of Granular Materials Through Tubes*, Powder Technology **167**, 55 (2006).

[143] C. Wensrich, *Experimental Behaviour of Quaking in Tall Silos*, Powder Technology **127**, 87 (2002).

[144] J.M. Buick, Y. Pankai, J.Y. Ooi, J. Chavez-Sagarnaga, A. Pearce, G. Houghton, *Motion of Granular Particles on the Wall of a Model Silo and the Associated Wall Vibrations*, Journal of Physics. D: Applied Physics **37**, 2751 (2004).

[145] A.W. Roberts and C.M. Wensrich, *Flow Dynamics or 'Quaking' in Gravity Discharge from Silos*, Chem. Eng. Sci. **57**, 295 (2002).

[146] M. Niedostatkiewicz, J. Tejchman, Z. Chaniecki, K. Grudzień, *Determination of Bulk Solid Concentration Changes During Granular Flow in a Model Silo With ECT Sensors*, Chemical Engineering Science **64**, 20 (2009).

[147] K. Wilde, M. Rucka, J. Tejchman, *Silo Music — Mechanism of Dynamic Flow and Structure Interaction*, Powder Technology **186**, 113 (2008).

[148] L. Bonneau, T. Catelin-Jullien and B. Andreotti, *Friction-Induced Amplification of Acoustic Waves in a Low Mach Number Granular Flow*, Phys. Rev. E **82**, 011309 (2010).

[149] Kovács Zs., *Folyási Jelenségek Szemcsés Anyagokban*, MSc diplomamunka, ELTE TTK (2012).

[150] I.S. Aranson, személyes kommunikáció.

[151] J.T. Jenkins, *Dense Shearing Flows of Inelastic Disks*, Phys. of Fluids **18**, 103307 (2006).

dc_1586_18

[152] S. Douady, B. Andreotti and A Daerr, *On granular surface flow equations*, Eur. Phys. J. B. **11**, 131 (1999).

[153] G.B. Whitham, *Linear and Nonlinear Waves* (Wiley, New York, 1999).

[154] R.F. Dressler, *Mathematical solution of the problem of roll—waves in inclined open channels*, Comm. Pure Appl. Math. **2**, 149 (1949).

[155] P. Jop, Y. Forterre and O. Pouliquen, *A Constitutive Law for Dense Granular Flows*, Nature, **441**, 727 (2006).

[156] B. Utter and R.P. Behringer, *Transients in Sheared Granular Matter*, Eur. Phys. J. E **14**, 373 (2004).

[157] K. Nichol and M. van Hecke, *Flow-Induced Agitations Create a Granular Fluid: Effective Viscosity and Fluctuations*, Phys. Rev. E **85**, 061309 (2012).

[158] A. Singh, V. Magnanimo, K. Saitoh, and S. Luding, *Effect of Cohesion on Shear Banding in Quasistatic Granular Materials*, Phys. Rev. E **90**, 022202 (2014).

[159] H.A. Knudsen and J. Bergli, *Experimental Demonstration of Snell's Law for Shear Zone Refraction in Granular Materials*, Phys. Rev. Lett. **103**, 108301 (2009).

[160] J.W.S. Rayleigh, *The Theory of Sound*, Dover Publications (1945).

[161] C.H. Liu and S.R. Nagel, *Sound in a Granular Material: Disorder and Nonlinearity*, Phys. Rev. B **48**, 15646 (1993);

[162] C.H. Liu, *Spatial Patterns of Sound Propagation in Sand*, Phys. Rev. B **50**, 782 (1994).

[163] B. Andreotti, *The Song of Dunes as a Wave-Particle Mode Locking*, Phys. Rev. Lett. **93**, 238001 (2004).

[164] L. Bonneau, B. Andreotti and E. Clement, *Evidence of Rayleigh-Hertz Surface Waves and Shear Stiffness Anomaly in Granular Media*, Phys. Rev. Lett. **101**, 118001 (2008).

[165] E.T. Owens and K.E. Daniels, *Sound Propagation and Force Chains in Granular Materials*, EPL **94**, 54005 (2011).

[166] X. Jia, C. Caroli and B. Velicky, *Ultrasound Propagation in Externally Stressed Granular Media*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1863 (1999).

[167] Y. Khidas and X. Jia, *Anisotropic Nonlinear Elasticity in a Spherical-Bead Pack: Influence of the Fabric Anisotropy*, Phys. Rev. E **81**, 021303 (2010).

[168] C. Wensrich, *Numerical Modelling of Quaking in Tall Silos*, Int. J. Mech. Sci. **45**, 541 (2003).

[169] C. Wensrich, *Dissipation, Dispersion, and Shocks in Granular Media*, Powder Technology **126**, 1 (2002).