

Bírálóí vélemény

Tóth Géza

"Összefonódottság észlelése és kvantummetrológia kvantumoptikai rendszerekben" című MTA doktori értekezéséről

A kvantum információ tudomány megjelenésével nyilvánvalóvá vált, hogy a kvantumoz összefonódottság jelensége nemcsak a kvantumelmélet szokatlanságát szemléltető kuriózum, hanem ugyanakkor egy olyan fontos erőforrás is, melynek segítségével javunkra fordíthatjuk a kvantumoz világ furcsaságait. Ez az erőforrás reményeink szerint lehetővé teszi majd olyan kvantumszámítógépek megépítését, melyek bizonyos feladatok elvégzését látványosan jobb hatásfokkal képesek biztosítani mint klasszikus társaik. A terület fejlődése a kvantumelmélet alapkérdéseinek összefonódottság elméleten alapuló további, mélyebb újragondolására is készíti a kutatókat.

A kvantum információz technológiák megjelenésével ezek fejlődése az alábbi kérdésekre irányította a figyelmet. Milyen a gyakorlati alkalmazásokban hasznos összefonódott kvantumállapotokat lehet létrehozni? Hogyan tudunk az előállítani vágyott állapotokhoz minél közelebb álló állapotokat létrehozni? Hogyan lehet az összefonódottságot a valóságban hatékonyan detektálni nagyszámú részrendszerből álló összefonott rendszer esetében?

Tóth Géza értekezése az utóbbi 15 év kutatási eredményeire támaszkodva ezekre a kérdésekre keresi a választ. A Szerző megmutatja, hogy léteznek olyan módszerek, melyekkel a környezeti zaj ellenére az összefonódottság hatékonyan észlelhető. A kulcs megfigyelés az, hogy az összefonódottság detektálását meg lehet oldani kevés számú, alkalmasan választott mérés segítségével is. Az alkalmazásokban megjelenő sokrészeske rendszerek kvantumállapotainak tulajdonságai az összefonódottságon túl kvantumtomográfiás módszerekkel is jellemezhetők. A dolgozatban a Szerző új tomográfiás módszereket mutat be, olyanokat, ahol a szükséges mérések száma jelentősen kisebb, mint a teljes tomográfiás módszereknél. Külön érdemes kiemelni azt a tényt is, hogy a dolgozat olyan, az elméleti kutatás élvonalába tartozó munka melynek eredményeit számos olyan kísérletben alkalmazták, melyekben összefonott állapotokat állítottak elő.

A dolgozat a bevezetőt nem számítva nyolc fejezetre oszlik. Ezek a fejezetek a dolgozat fő témájának -összefonódás észlelés és kvantum metrológia- nyolc különböző irányú variációjának tekinthető. A fejezetek sorban olyan témákat tárgyalnak mint: az összefonódottság észlelése spin rendszerekben, gráf és Dicke állapotokhoz közeli állapotokban, illetve összefonódottsági feltételek megadása szimmetrikus

rendszerekre. Ezt követően a permutációs invariáns rendszerek állapot tomográfiját, illetve a sokrészesekés rendszerek kollektív mérésekkel történő összefonódottság felismerését vizsgálja a Szerző. A továbbiakban egy a többtest-összefonódás és a kvantummetrológia viszonyát elemző fejezetet találhatunk. Végül az utolsó fejezetben a Szerző a gráf állapotokat észlelő Bell egyenlőtlenségek létrehozásával kapcsolatos eredményeit mutatja be.

A fentiekben áttekintett fejezetekben a Szerző a területen elért munkásságát ismerteti. A téma kétségtelenül a jelenlegi elméleti fizikai kutatások homlokterében áll, a témaválasztás így időszerű. A dolgozatban ismertetett eredmények az összefonódottsággal kapcsolatos kutatás élvonalába emelik a Szerzőt. Külön érdemes megjegyezni, hogy az összefonódáselmélet területe valósággal hemzseg a különböző matematikai tárgyú, sokszor nehezen követhető munkáktól. Ezzel szemben Tóth Géza munkássága jól áttekinthető, egyszerűen megérthető, lényegretörő megfigyeléseken és könnyen követhető technikai lépésekkel kapcsolatos levezetéseken alapul. Nem csoda, hogy a vizsgálódások eredményeképp előálló, gyakorlati szempontból is jól hasznosítható, összefonódottság kritériumok magukra vonták a területen dolgozó elméleti és kísérleti fizikusok figyelmét.

Az értekezés a Szerzőnek a témában egyedül (5 publikáció), és társszerzőkkel (8 publikáció) közölt eredményeinek kivonata. A tárgyalás a megjelent publikációk alapján bomlik ki. A dolgozat lényegretörő, s a lényeget tekintve jól érthető, de véleményem szerint csak részben olvasóbarát. Sokat használt volna ugyanis az Olvasónak az ha a Szerző ezt a fontos és érdekes témát -az eredeti publikációk releváns részeinek szóról szóra való ismétlésén túl- még több a dolgozat egyes részleteinek megértését elősegítő köztöszöveg beépítésével oldotta volna meg. A gondolatmenetek és bizonyítások sokszor első nekifutásra is tökéletesen követhetők, máshol pedig a megértés érdekében az eredeti cikkekben fellelhető referenciákba bújtatott levezetésekbe kell belemerülni. Mivel ezek sokszor ismét egyszerű, pár soros bizonyítások, ezért az olvasó úgy érzi: igazán helyet kaphattak volna a dolgozatban. Mindezek a dolgozat szerkezetét érintő megjegyzések természetesen nem vonnak le semmit az értekezés szakmai értékéből.

A Szerző az értekezéshez kapcsolódó eredményeit nyolc tézispontban összegzi. A tézispontok jelentős új tudományos eredményeket foglalnak össze. A tézispontokhoz kapcsolódó 13 publikáció rangos nemzetközi folyóiratokban jelent meg. Az eredmények nemzetközi elfogadottságát a néhány publikációra kapott magas hivatkozottság is jól jelzi. Például a Szerző a [T1,T3,T4,T10,T11,T13] publikációira rendre 122, 183, 100, 133, 101, 129 független hivatkozást kapott. A tézispontokhoz köthető tudományos közleményekre kapott független hivatkozások száma 1047.

Az értekezéssel kapcsolatosan az alábbi kérdéseim vannak:

1. Az 1.1.5 bekezdés után szereplő Dicke állapot milyen mérték szerint a "legjobban összefonódott"?

2. N -qubit rendszerekre a teljes állapottomográfiával kapcsolatosan létezik egy szép geometriai kép, mely a Wootters féle diszkrét fázistéren alapul (Phys. Rev. A70, 062101 (2004)). Ez azzal van kapcsolatban, hogy a kvantumállapotot reprezentáló sűrűségmátrix $4^N - 1 = (2^N - 1)(2^N + 1)$ darab szabadsági fokával kapcsolatos $4^N - 1$ nemtriviális Pauli operátort particionálhatjuk $2^N + 1$ olyan halmazba, mely $2^N - 1$ kölcsönösen kommutáló operátorból áll. Egy rögzített halmazon belüli Pauli operátorok előjeleinek alkalmas megválasztásával mindig elérhető, hogy az egységoperátorral együtt ezek a kölcsönösen kommutáló szettek egy 2^N elemből álló stabilizátor csoportot alkossanak. Ezt a stabilizátor csoportot N darab, előjel erejéig egyértelmű, Hermitikus Pauli operátor generálja. Nyilván minden halmazra 2^N darab lehetséges, különböző stabilizátorokra vezető, előjelkiosztás van minden előjelkiosztásnak megfelel egy stabilizált állapot. Így minden kommutáló szettre a stabilizált állapotokból egy 2^N darab bázisvektorból álló bázist kapunk. Ezek az irodalomból jól ismert MUB-ok (mutually unbiased basis), melyek az effektív teljes állapottomográfiánál játszanak fontos szerepet (W. K. Wootters: arXiv:quant-ph/0306135). N -qubitot ábrázolhatunk a Gibbons-Hoffmann-Wootters fázistérben (Phys. Rev. A70, 062101 (2004)), melynek origón átmenő sugarai pont az effektív teljes állapottomográfiával kapcsolatos MUB irányoknak felelnek meg. Kérdésem, permutációsan invariáns állapot tomográfia esetén létezik-e a 6.2.8 alakú állapotok vizsgálatára egy hasonlóan szép geometriai kép? Lehet-e a MUB-oknak valamiféle permutációsan invariáns analogonját definiálni?

3. A dolgozatban a Szerző, érthető okokból, csak állapot meghatározásra (egydimenziós alterek) használja a stabilizátor formalizmust. A hibajavító kódok elméletében azonban a stabilizátor formalizmus kommutáló generátorai magasabb dimenziós altereket határoznak meg. Ismeretes, hogy az összefonódottság fogalmát alterekre is ki lehet terjeszteni. Lásd : M. Demianowicz és R. Agusiak: arXiv:1907.12463, és az ott található referenciák. Lehet-e a stabilizátor formalizmust ilyen összefonódott alterek detektálására használni? Létezik-e a Szerző eredményeit ezirányban általánosító kutatás?

4. A 4.3. fejezetben a Szerző a Dicke állapotokra vetítés két olyan dekompozícióját adja meg, melyet a kísérletekben is eredményesen használtak. Azt írja: úgy tűnik, nincsen olyan dekompozíció, mely ezt a trükköt kevesebb mérésbeállítással éri el. Létezik-e valamiféle bizonyítás erre a sejtésre?

5. A kvantummetrológiai fejezetben a Szerző az egy paraméteres becslés és a kvantumösszefonódottság kapcsolatát mutatja be. Ismeretes, hogy a Cramér-Rao egyenlőtlenség több paraméter esetén az információgeometria igen érdekes témakörével van kapcsolatban. Ennek megfelelően elképzelhető-e, hogy a Szerző eredményeinek többparaméteres általánosításával ezen paraméterterek Riemann geometriájának és a megfelelő kvantumállapotok összefonódottság szerkezetének

kapcsolatára derül fény? Pontosan ez az összefüggés bukkan fel az AdS/CFT megfelelés és a holografikus összefonódottság kapcsán is. Itt az AdS tér peremén élő CFT kvantumállapotok összefonódottsága és a bulk Riemann geometriája közötti kapcsolatról beszélhetünk (az alapötletek egyszerű összefoglalását illetően lásd: M. Raamsdonk: arXiv:1609.00026). Vizsgálták-e a kvantummetrológiai paraméterbecslések és a kvantumos összefonódottság kapcsolatát (diszkrétizált) holografikus modellek (holografikus kódok) kontextusában?

6. A 9. fejezetben a szerző olyan Bell egyenlőtlenségeket vezet le, melyek gráf állapotok nem lokális tulajdonságainak detektálásra alkalmasak. Ezen egyenlőtlenségek konstruálása a hibajavító kódok egy speciális osztályának az úgynevezett stabilizátor kódoknak a formalizmusán alapul. Legyen $\mathcal{S}$ az a stabilizátor csoport mely a $|G\rangle$ N -qubit gráf állapotot stabilizálja. Mivel $\mathcal{S}$ csak egy egy dimenziós alteret (sugarat) stabilizál, ezért $\mathcal{S}$ egy olyan kommutatív csoport melyet N egymással kölcsönösen kommutáló megfigyelhető mennyiség generál (Pauli mátrixok tensorszorzatai egy előjel lötyögéssel). $\mathcal{S}$ az egységoperátort is beszámítva 2^N darab ilyen mennyiségből áll.

Ismeretes, hogy $\mathcal{S}$ egy alternatív leírása egy olyan $2N$ dimenziós $\mathbb{Z}_2$ -feletti vektortér segítségével is történhet melyet egy szimplektikus formával látunk el. Ez a $\mathbb{Z}_2$ értékű szimplektikus forma azt kódolja, hogy a megfelelő megfigyelhető mennyiségpárok kommutálnak (0) vagy nem (1). Ebben a képben $\mathcal{S}$ generátorai egy 0-kat és 1-eket tartalmazó, $N \times 2N$ -es mátrix (az úgynevezett parity check matrix) sorait alkotják. Az N darab lineárisan független sor a $2N$ dimenziós vektortérben egy N -dimenziós alteret ad. Az a tény hogy a megfigyelhető mennyiségek páronként kommutálnak annak felel meg, hogy ez az N -dimenziós alter teljesen izotróp. Az ilyen altereket Lagrange altereknek nevezik.

Az N -qubit $|G\rangle$ gráf állapotokat definiáló $\mathcal{S}$ stabilizátorok tehát Lagrange altereknek felelnek meg. A stabilizátorok tere az ilyen Lagrange alterek tere, melyet a matematikában az $LGr(2N, N)$ Lagrange féle Grassmann sokaságnak neveznek. Az irodalomban ismeretes, hogy a Lagrange altereket egy megfelelő csoport hatás pályáiként osztályozhatjuk. ($N = 2, 3, 4$ -re lásd a Bremner és Stavrou arXiv:1112.0298 munkáját felhasználó arXiv:1311.2408 dolgozat 1. 2. és 3. táblázatát). Vizsgálták-e az irodalomban szórványosan fellelhető gráf állapotok osztályozásának problémája, és a Lagrange alterek ezen osztályozásának problémája közötti kapcsolatot?

A Szerző által vizsgált, a Bell egyenlőtlenségekben megjelenő speciális operátorok a Lagrange alterekben szereplő speciális vektorok konfigurációinak felelnek meg. Mi lehet a (9.2.22) megfigyelhető mennyiségek szimplektikus geometriai jelentése? Elképzelhető-e, hogy ez a Lagrange alteres kép a 9.3 fejezetben vizsgált kompozit Bell egyenlőtlenségek mélyebb megértését teszi lehetővé? Lát-e a Szerző kapcsolatot a fenti munkákban felmerülő Lagrange alterek különböző pályái és a Bell egyenlőtlenségekkel detektálható $|G\rangle$ összefonódott állapotok osztályai között?

A dolgozat jól megfogalmazott, sajtóhibáktól, pontatlanságoktól általában mentes munka. Néhány szemet szűrő sajtóhiba és apró pontatlanság:

Az 1.1.1 egyenletet követő bekezdésben n helyett N -et kellene használni.

Az 1.1.4. egyenletben rossz a normálási faktor.

A (3.3.32) korlát N növekedtével nem $1/4$ -hez, hanem $1/2$ -hez konvergál. Ezt az $1/2$ -hez történő konvergenciát a 3.2 ábra már helyesen mutatja.

A 6.1.4. egyenlet után az $SU(d)$ -re vonatkozó fejtegetésben a k -val indexelt exponenciális alakok nem a k -val indexelt generátorokat adják hanem az $SU(d)$ -nek a H_k operátorokkal generált egyparaméteres részcsoportjait. A generátorok tehát inkább a páronként ortogonális nyommentes H_k operátorok.

A 6.2.8 egyenletben az N helyett $N!$ kellene. Ugyanez mondható el a 6.2.13 egyenletről.

Összefoglalva: a Szerző munkásságának eredményeképpen, a gyakorlati alkalmazások szempontjából is hasznos esetekben lehetőségessé vált azt eldönteni, hogy egy állapot többrészrendszeres összefonódottsággal rendelkezik anélkül, hogy exponenciálisan növekvő számú erőforrást vezetnénk be. Így a Szerző által vázolt új módszerekkel kvantumrendszerek nemlokális tulajdonságaira tudunk rákérdezni lokális mérésekkel. A további kutatások szempontjából számomra különösen a permutáció invariáns tomográfiával, és a többrészrendszeres összefonódottságot a kvantum metrológiával összekötő eredmények tűnnek ígéretesnek. Az ezzel kapcsolatos két tézispont kiemelése mellett a mű többi tézispontjában szereplő állításokat is új eredményeknek ismerem el. Írásos kérdéseimre adott válaszoktól függetlenül az értekezést nyilvános vitára alkalmasnak tartom, és támogatom az MTA doktora cím megadását.

Budapest, 2020. június 23.

Lévay Péter Pál

az MTA doktora