

ELSŐRENDŰ MÓDSZEREK SZTOCHASZTIKUS PROGRAMOZÁSI ALKALMAZÁSAIRÓL

(On first-order methods in stochastic programming)

című MTA doktori értekezésének opponensi bírálata

Abaffy József

2020. augusztus 3.

A jelölt értekezése az elmúlt nagyjából 15 évben elért eredményeire támaszkodik. Ezek közül is 9 cikke kiemelkedő fontosságú. Ezek az irodalomjegyzékben 51, 52, 54, 57, 58, 62, 64, 184 és 190 alatt találhatóak. Az értekezés minden fejezete alapos történeti áttekintéssel kezdődik, így a továbbiakban azoktól eltekintek. A jelölt 11 fejezetből álló dolgozatát az alábbiakban értékelem tömören.

Az előszóban leírja tudományos karrierjének fő lépéseit, amelyek főként Prékopa Andrással és Gautam Mitra-val való együttműködésekben alapultak.

1. Bevezetés

A jelölt összefoglalja a sztochasztikus programozás történetét, amelyet G.Dantzig már a lineáris programozás fogalmának megalkotásakor elindított a két és több lépcsős sztochasztikus programozással. Felsorol további 11 kiemelkedő kutatót a sztochasztikus programozás témakörben. A továbbiakban leírja egy-egy mondatban az értekezés kijelölt témaköreit, amelyekben eredményeket ért el. Ezek az alábbiakban kerülnek részletezésre.

2. Vágósíkos eljárások és kiterjesztéseik

A jelölt először ismerteti Lemaréchal et al 1995-ben publikált level módszerét és az általuk kiterjesztett korlátos level módszert a lépésszáma vonatkozó tételükkel együtt. Minthogy SP feladatok esetén gyakran nem célszerű pontos érintőt számolni Kiwiél 1985-ben kidolgozta a klasszikus handle módszer egy közelítő változatát. Fábián pedig 2000-ben a level és handle módszerre és azok korlátos változatára dolgozta ezt ki a rés pontosság számításával. Erre ő is bizonyított konvergencia tételt. Kiwiél és Fábián eredményei alapján de Oliveira és Sagastzibal (2014) kidolgozták az "on demand accuracy" nevű eljárást. Ezt a közelítést terjeszti ki Fábián korlátozás nélküli, majd korlátos konvex programozási feladatokra (Fábián et al 2015). Az algoritmusokat pontosan leírja és a hozzá tartozó konvergencia tételeket bizonyítja. 2014-ben külföldi szerzőtársakkal igazolja azok hatékonyságát kockázatkerülő kétlépcsős SP feladatok megoldására.

3. Vágósíkos eljárások kockázatkerülő feladatokra

Az ilyen feladatokban a kockázatok kerülnek mérésre és a kockázati mértékre korlátokat írnak elő. A fejezet bevezető részében bevezeti a várható hiány (ES), a Tail expectation és a feltételes kockázati érték (Conditional Value at Risk) CVaR fogalmakat, függvényeket. Igen sok cikket ismertet ezekkel kapcsolatban, majd rátér a saját eredményeinek bemutatására.

Az egyik első eredménye a várható hiány Expected Shortfall, ES(.) és a feltételes kockázati érték CVaR(.) között fennálló konvex konjugáltsági viszony átfogalmazása diszkrét véges eloszlású lineáris programozási dualitási viszonyra [52]. A CVaR mértékének így megfogalmazott alakja hasznosnak bizonyult kétlépcsős kockázatkerülő feladatok megoldásában is.

Ezután leír egy vágósíkos eljárást, amelyet [57]-ben publikált, SSD (másodrendű sztochasztikus dominancia) feladatok megoldására, amelyet a közgazdaságba Hadar és Russew [74] vezetett be, amely felhasználja a fentiekben, [52]-ben leírt reprezentációt. Kiemelem, hogy ennek implementált változata másodpercek alatt oldotta meg az előtte órákig tartó megoldással bíró tesztfeladatokat is.

Végül ebben a fejezetben a jelölt megjavítja a Roman et al. [147]-ben definiált dominancia mértéket [58]. Hatékony vágósíkos eljárást dolgoz ki a dominancia mérték maximalizálására. Ezzel a modellel felírt portfóliók lényegesen jobbnak bizonyultak a Roman et al. cikkben kialakított modell alapján kapottaknál.

A fejezetben leírt módszerek hatékonysága igen sok tesztfeladat és valóságos problémák megoldása által kerültek igazolásra több cikkben is.

4. Dekompozíciós eljárások kétlépcsős SP feladatokra

Az ilyen feladatoknál a költség függvény minimalizálása két lépcsőben zajlik. Az egyik fő irány Dantzig at al 1960-ban és 1961-ben bevezetett u.n. aggregálatlan modellfüggvényen alapul. A

másik Van Slyke et al. 1969-es L-shaped módszere, amely aggregált modellfüggvényt használ. A két módszer között nagy a számítási igény eltérése a különböző lépcsőkben. Ezt hozza egyensúlyba stabil módon Fábián és Szőke 2007 az aggregált függvényhez kidolgozott dekompozíciós eljárása (level dekompozíció). A módszer külföldön (Brunel egyetem) és belföldön is tesztelésre került. Az eredmények meggyőzőek voltak, ezért bekerült a Brunel egyetem FortSp csomagjába is. Majd 2015-ben az aggregált módszer feladatra alkalmazta az értekezés 2. fejezetében tárgyalt "A partially inexact level method" algoritmusát, Ez egyesíti mind az aggregált és aggregálatlan modellek előnyeit. Tesztelését 2014-ben további társszerzőkkel közösen végezte el. Implementálása a DS&OR megoldó rendszerébe is megtörtént.

5. Kétlépcsős SP feladatok megengedettségi kérdései

Megengedettségi problémák a 2. lépcsőben léphetnek fel. Ezzel foglalkozik Fábián et al. 2007-es cikkében. Olyan primál-duál eljárást mutat be, amely a klasszikus megközelítéstől eltérően, egyensúlyt tart a fizibilitási és az optimalizálási számítások között. A master feladatban ehhez bevezet egy korlátozó függvényt, amely a megengedettség várható értékét méri. Ezt a korlátozást egy súllyal együtt vezeti be. A súlyra egy alsó becslést is bizonyít az Observation 22 alatt. Ennek megoldására használja saját 2000-ben írt cikkének egy közelítő változatát. Ezt az eredményét használták távközlési problémákra Rahmaniani et al. 2018-ban.

6. Kockázati korlátok kétlépcsős SP feladatokban

Két ismert kockázatkerülő modellt vizsgál (Ahmed 2006 által bevezetett CVaR és Dentcheva, Martinez 2012 által tárgyalt IC modellt). Az elméleti háttér ismertetése után kidolgoz egy közelítő modellt mindkét feladatra, amelyet megold „A korlátozott level módszer részben egzakt verziója” nevű módszerével (Algoritm 25), amely a jelölt 2015-ben publikált "on-demand accuracy" elvét terjeszti ki kétlépcsős kockázatkerülő sztochasztikus programozási feladatokra. Majd rátér a fejezetben kialakított módszer tesztelésére, összehasonlítva 4 ismert módszerrel kb. 50 tesztfeladaton. Két táblázatban (átlagos számítási idő, átlagos master iteráció szám) és egy ábrán (performance profile) mutatja be a teszteredményeket. Mindezek azt mutatják, hogy a kialakított algoritmus a leghatékonyabb. Az eljárás a gázközmű projektben került felhasználásra, alacsony gázkereslet kockázati becslés esetére.

7. Valószínűségi problémák

A fejezet elején definiálja a valószínűségi korlátokkal ellátott valószínűségi függvény maximalizálását, amivel foglalkozni fog. Először röviden ismerteti az eloszlás függvényértékek és gradiens számítások becslésére kidolgozott három módszert. Ezek a Deák módszere, Szántai módszere és Genz eljárása. Fábián kidolgozott eljárása a valószínűségi függvény epigráfjának belső közelítésén alapszik, amely duális nézőpontból egyszerű vágósíkos eljárást jelent. Majd rátér a numerikus szempontokra és megállapítja, hogy a végrehajtási idő nagy része gradiens számításra ment el. Ezért a gradiens és a minimalizálási részfeladatot csak közelítőleg számolja és megállapítja, hogy mégsem találtak lényeges oszlopszám növekedést, ami igen érdekes eredmény. Természetesen itt is bizonyítja a szükséges tételeket.

8. Véletlenített eljárás bonyolult célfüggvényhez

A Fábián et al 2019-es cikk alapján, az előző fejezet oszlopgeneráló eljárását tekinti nehezen számítható, de jól kondicionált célfüggvény poliéder feletti minimalizálására. Ezután megadja a probléma primál és duál megfogalmazását, és ezek közelítését átfogalmazza LP problémákra. Felteszi, hogy a célfüggvény konvex, kétszer folytonosan deriválható és a Hesse mátrixa sajátértékei ismert véges pozitív számok közé esnek, valamint a függvényértékek nagy pontossággal és a gradiensei pedig tetszőleges tűréssel számíthatók. A gradiensre felteszi továbbá azt, hogy az azt számító sztochasztikus becslő vektor hiba szórása előre meghatározott érték alatt marad. Bebizonyítja, hogy

lényegében ezen feltételek mellett a javasolt legmeredekebb leszállás milyen sebességgel konvergál a célfüggvény minimumához, ha az ő szimulációs módszerét alkalmazzuk. Ezután bebizonyítja a tétel sztochasztikus változatát is. Majd belátja, hogy az előző fejezet (7.19) pontjában definiált maximalizálási feladat megoldása felső becslést ad az ebben a fejezetben meghatározott eredeti konvex problémára, és annak közelítő LP átírására is.

9. Bonyolult korlátozó függvény kezelése

A Fábián at al 2019-es cikk alapján mutatja be a szimulációs eljárását, amelyet nehezen számítható korlátozó függvény esetére dolgozott ki. A problémát átfogalmazza egy olyan feladatsorozatra, amely konvergál az alapfeladat megoldásához. Ennek a feladatnak mind a determinisztikus változatát mind a szimulációs változatát tárgyalja. A szimulációs esetben a konfidencia intervallumokat lépésenként kell számolni, amely a megállást vezérli. Ennek meghatározásához kiterjeszti a Lemaréchal at al. 1995-s cikkében leírt Korlátos Newton módszert, úgy hogy inkonzisztencia esetén visszalép az előző próbapontra. Bebizonyítja az eljárás megbízhatóságát.

10. Szimulációs eljárás valószínűség maximalizálására

A feladat most egy valószínűség maximalizálási probléma megoldása ahol a véletlen paraméterek nemdegenerált normális eloszlásúak. Ezt a Fábián at al. 2019 cikkben tárgyalt cikk alapján ismerteti. Ennek a megoldásához felhasználja a 7. fejezetben leírt epigráf módszer véletlenített változatát, azért, hogy minél kevesebb próbapontot kelljen meghatározni. Ekkor ugyanis korlátozás nélküli konvex minimalizálásról van szó. Alkalmazza a 8. fejezetben ismertetett véletlenített eljárást a valószínűségi függvényre. Az eljárás során felépített modell minőségének értékeléséhez a feladatot korlátos formára írja át. A végső eljárás elérése során az átfogalmazások jogosságát mind bizonyítja. A végső algoritmust implementálták és jól konvergált.

Végül az utolsó fejezetben összefoglalja a fejezetek eredményeit.

11. Összefoglaló értékelés

A számítógépek memóriájának gyors növekedése miatt ma már hatalmas mennyiségű adat dolgozható fel. Így a sztochasztikus programozásban is egyre nagyobb adattömeggel dolgoznak. Az adatokra definiált függvények/gradiensek kiszámítása túl költséges is lehet. Mindezek miatt különösen fontossá vált gyors módszerek kifejlesztése. A 60-as években indult meg a vágósíkos eljárások módszerének a kifejlesztése, elsősorban Kelley, J.R. Jr. "The cutting plane method for solving convex programs". SIAM J: on Appl. Math. 8, 1960, 703-712. cikke alapján. A jelölt egyik fontos kutatási iránya ennek továbbfejlesztéseivel foglalkozik. A másik fontos témaköre az értekezésnek az "on-demand accuracy" eljárásnak a kutatása. Az értekezés fő eredménye annak a p-efficiens pontokon alapuló, Prékopa által kidolgozott modellnek a továbbfejlesztése, amely új modell, a valószínűség eloszlás függvény szinthalmozásának a közelítése helyett annak az epigráfját közelíti. Az eljárás véletlen változatát is kidolgozta és bizonyítja a konvergenciáját. Az epigráf közelítésén alapuló módszerekkel több fejezetben is foglalkozik.

A szerző által kifejlesztett algoritmusok nagy része nemzetközi együttműködésben készült, külföldön is alkalmazásra kerültek, amely kiemeli eredményeinek nemzetköziségét, és fontosságát. Ezeket az algoritmusokat mindig számos tesztfeladaton hasonlítja össze sok, a témakörben jól ismert módszerrel. Az algoritmusainak futásidőbeli gyorsításai kiemelkedők, ami a kb. 70 éves komputer korszakban és az ezalatt kifejlesztett algoritmusok kialakításában nagyra értékelendő. Az értekezés természetesen tartalmaz olyan fontos optimalizálás elméleti eredményeket is, amelyekre szükség volt az új algoritmusok kifejlesztéséhez.

Az értekezésben közölt algoritmusait és tételeit újaknak ismerem el.

Az értekezés alapján Fábián Csabának a MTA doktora cím odaítélését javaslom.