



Garay József László

„Az evolúciós mátrix-játékelmélet kiterjesztésének lehetőségeiről”
című MTA Doktori értekezésének értékelése

A populációgenetika a biológia csodálatos, formális modellekben gazdag tudományterülete. A játékelmélet, Neumann János és Oskar Morgenstern által teremtett csodálatos világ, a matematika egyik különlegesen érdekes területe, ami komplex jelenségek (gazdaság és a piaci viselkedés) megértésére, modellezésére született. A számottévő gyakorlati jelentőség és sokszínű gyakorlati alkalmazás mellett a játékelmélet a matematika egy absztrakt területe. Mi lehetne izgalmasabb kihívás, mint az evolúciós folyamatok megértésének céljával összekapcsolni a populációgenetika modelljeit és a játékelmélet eszköztárát. Nos, Garay József munkája pontosan erről szól. Illetve egy kicsit többről is, hiszen az ökológia egyfajos, kétfajos és többfajos modelljei esetében is elemzi a játékelméleti modellek alkalmazhatóságát. Jóllehet jelentősek a különbségek a két tudományterület között, aminek számos oka van. Az egyik minden bizonnyal az, hogy a populációgenetikai alkalmazásoknak van legalább 20 év előnyük (és az idő a disszertációban elemzett modellek szerint is módosítja a sikerességet). A másik az, hogy az ökológiai jelenségek komplexebbek és összetettebbek, így sokkal nehezebb átfogó, általános modelleket alkotni. A nagyon speciális esetben működő modellek viszont ökológiai szempontból gyakran nem túl hasznosak.

A disszertáció első fele a populációgenetika immáron klasszikusnak tekinthető kérdéseit fogalmazza meg játékelméleti keretek között, számos új eredményt felmutatva. Ezeknek a lényege az irodalomban újabban a centrális dogma analógiára darwini dogmának nevezett modellkontextus, mely szerint az evolúció működését a fitness révén modellezzük és a populációban az a tulajdonság terjed el, amely nagyobb fitness-t (rátermettséget) biztosít átlagosan az adott tulajdonságot hordozó egyedeknek, mint az egész populáció átlagos fitness-e.

A játékelméleti modellek természetes módon adódnak a populációgenetikai folyamatok értelmezése során. Az egyedek közötti kölcsönhatások befolyásolják az egyedek rátermettségét. A játékelméleti konfliktus definíció szerint pontosan ilyen. A kölcsönhatásban álló egyedek nyeresége vagy vesztesége kölcsönösen függ saját és társuk viselkedésétől is, azaz ha egy játékos maximalizálni akarja saját nyereségét, figyelembe kell vennie, hogy hogyan fog viselkedni a konfliktus másik (többi) résztvevője is. A játékelméleti modellek evolúciós alkalmazásának apostola Maynard Smith, aki a 70-es években kezdte publikálni ezeket a vizsgálatait. A modellek központi kérdése az Evolúciósan Stabil Stratégiák (ESS) keresése. Evolúciósan stabil stratégiáról beszélünk, ha a populáció álléllösszetétele nem változik, azaz tetszőleges, de kellően ritka mutáns típus nem tud elterjedni a populációban. A disszertációban a jelölt az evolúciós játékelmélet kiterjesztésével foglalkozik, azaz olyan modellekkel, amikor az eredeti alapmodell érvényességét garantáló feltételeket enyhítjük, vagy ha úgy tetszik a modellt bizonyos szempontok szerint általánosítjuk, általánosabb érvényűvé tesszük.

A disszertáció másik része ökológiai (populációbiológiai) témájú. Ekkor a klasszikus modellek esetében az ideális szabad eloszlás (ideal free distribution) a központi fogalom. A disszertációnak ez a része igen sokféle ökológiai indíttatású populációdinamikai modellt vizsgál. Ezek a modellek korántsem alkotnak olyan egységes rendszert, mint a populációgenetika esetében. Egyetértek a szerzővel, hogy a játékelméleti modelleknek igen nagy szerepük lesz a jövőben az ökológiai modellek esetében is. Optimizmusát viszont őszintén csodálom. Szerintem ez a folyamat sokkal rögzösebb lesz és nagyságrenddel hosszabb időt fog igénybe venni az átfogó és sikeres modellek kifejlesztése, mint a populációgenetika esetében.

A disszertáció jól körülhatárolt módszertani apparátust használ és a játékelméleti modelleknek egy meghatározott osztályát vizsgálja. Kérdéseim, szakmai felvetéseim éppen arra vonatkoznak, hogy miként ítéli meg a szerző azokat a modelleket és modellezési lehetőségeket, amik ezeken a határokon túl vannak. Lényegében két nagy kérdéskör köré kapcsolódnak a kérdéseim. Az egyik a dinamikai modellek geometrizálása. Nyilván a játékelméleti és a differenciálgeometriai modellek külön utakon fejlődnek, de a modellek között számos párhuzamosság van. Tudom, a jelölt álláspontja az, hogy a Shahshahni metrika, ami egy nemkonstans Riemann metrika, elsősorban a tételek és állítások bizonyítása során eredményesen használható technikai eszköz. Én ezt részben másképpen látom. Ethan Akin 70-es évekbeli munkáinak megjelenésekor (pl. Akin 1979) határozottan optimista voltam és abban bíztam, hogy a Természetes Szelekció Fisher-féle alaptétele és a Kimura-féle maximumelv összekapcsolása egy igen elegáns, átfogó, a klasszikus mechanika

minimum-elvehez hasomló formalizmuson alapuló elméletet eredményezhet (Tóthmérész 1985). Emellett Peter Antonelli ebben az időszakban publikált bonyolultabb Riemann metrikákat eredményező populációgenetikai, majd később populációsintű, többfajos ökológiai folyamatokat leíró modelleket (ld. Antonelli-Voorhees metrika, Antonelli 1985). Eltelt 20-30 év és úgy gondolom, hogy ez az átfogó elmélet nem született meg. Ennek számos oka lehet. A legfőbb ok talán az, hogy a genetika csodálatos karriert futott be és az igencsak jelentős gazdasági haszonnal kecsegtető alkalmazások sokkal fontosabbak voltak, mint az elegáns elméleti háttér kiépítése. Miként látja a pályázó annak a lehetőségét, hogy az átfogó elmélet megszületésének éppen az lehetne az egyik kulcsmomentuma, hogy a vizsgált folyamatok nem Euklideszi térben, hanem valamilyen általánosabb metrikával jellemezhető térben értelmezendők?

A másik kérdéskör a populációgenetikai modelleket is érinti, de az ökológiai modellek esetében igazán izgalmas a kérdés. Hofrichter és mtsai (2017) izgalmas összegzését adták azoknak a munkáknak, amik a populációgenetika sztochasztikus modelljeihez kapcsolódnak. Természetesen a geometria ebben az esetben is hangsúlyos szerephez jut. Miként vélekedik ezeknek a modelleknek a szerepéről? A játékelméletben is egyre nagyobb teret kapnak a sztochasztikus játékelméleti modellek. Hogyan látja a sztochasztikus játékelméleti modellek alkalmazásának lehetőségét a populációgenetikában.

A disszertáció jól tükrözi az ökológiai folyamatok modellezésének nehézségeit és küzdelmes voltát. Ökológiában sincs királyi út. Sokkal bonyolultabb a helyzet, mint a populációgenetikában és sokkal sztochasztikusabbak a modellezendő folyamatok. Azaz ebben az esetben a statisztikus modellek sokkal sikeresebbek lesznek, lehetnek, mint a determinisztikus modellek. A jelölt rendkívül optimista az ökológiai jelenségek játékelméleti modellezését illetően. Jóllehet optimizmusa leginkább arra vonatkozik, hogy sikeres lehet a modellek konstruálása a jelenségeknek azokra a szűk körére amire jelenleg a játékelméleti modelleket alkalmazni lehet az ökológiában. Kérdésem az, hogyan látja az általánosabb, átfogóbb játékelméleti modellek készítésének lehetőségét és sikerességét az ökológiában? Mennyire látja fontosnak a modellezés szempontjából az ökológiai folyamatok sztochasztikus jellegének kiemelését?

A disszertáció eredményei és a jelölt tudományos munkássága alapján feltétlen támogatom az MTA doktora cím odaítélését.

Irodalom

Ethan Akin 1979: The Geometry of Population Genetics. Lecture Notes in Biomathematics

31. Springer.

Tóthmérész, B. 1985: Az evolúció új típusú modelljeiről. In: Vida G. (szerk.): *Evolúció V. Az evolúciókutatás perspektívái*. Natura, Budapest, pp. 21-44.

Peter L. Antonelli 1985: *Mathematical essays on growth and the emergence of form*. University of Alberta Press, Edmonton, Canada.

Julian Hofrichter, Jürgen Jost, Tat Dat Tran 2017: *Information Geometry and Population Genetics: The Mathematical Structure of the Wright-Fisher Model. Understanding Complex Systems*, Springer International Publishing

Debrecen 2020 október 25

Dr. Tóthmérész Béla

Dr. Tóthmérész Béla
az MTA doktora