

Valószínűségi modellek az időjárás-előrejelzésben

Probabilistic Models in Weather Forecasting

Doktori értekezés tézisei

BARAN SÁNDOR

Debrecen, 2019

1 Bevezetés

Az időjárás előrejelzés legfontosabb feladata a légkör jövőbeli állapotainak pontos és megbízható előrejelzése. Ezeket az előrejelzéseket megfigyelési adatok, valamint numerikus időjárás-előrejelző modellek segítségével állítják elő, melyek a légkör és a kapcsolódó felületek (tengerfelszín, illetve szárazföld) fizikai tulajdonságainak figyelembevételével képesek szimulálni a légköri mozgásokat. A numerikus előrejelző modelleket nemlineáris parciális differenciálegyenlet rendszerek alkotják, amelyeknek nem létezik analitikus megoldása és erősen függenek a kezdeti feltételektől. Az esetlegesen nem megbízható kezdeti feltételek, valamint a magában a modellben rejlő bizonytalanságok csökkentése érdekében a modellezési folyamatot különböző kezdeti feltételek és paraméterbeállítások mellett is lefuttathatjuk, ami egy egész előrejelzés családot, ensemble előrejelzést eredményez (Leith, 1974). Ensemble előrejelzések segítségével már nemcsak a klasszikus kategorikus előrejelzések adhatóak meg (ensemble medián vagy átlag), hanem lehetőség nyílik a vizsgált időjárási mennyiség eloszlásának becslésére is, ami megnyitja az utat a valószínűségi időjárás előrejelzés felé (Gneiting és Raftery, 2005). Az ensemble előrejelzések operatív alkalmazását elsőként a Középtávú Időjárás Előrejelzések Európai Központja (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, ECMWF), valamint az Egyesült Államok Nemzeti Meteorológiai Központja (U.S. National Meteorological Center) kezdte meg 1992-ben (Buizza *et al.*, 1993; Toth és Kalnay, 1997), azóta azonban e technika széleskörben elterjedt és napjainkban minden jelentősebb meteorológiai szolgálat üzemeltet saját ensemble előrejelző rendszert (ensemble prediction system, EPS). Ez az időjárás előrejelzés gyakorlatában bekövetkezett jelentős elmozdulás hatással volt az olyan kapcsolódó területekre is, mint például a hidrológia, ahol a legkorszerűbb módszerek a hidrológiai modelleknek a megfelelő időjárási mennyiségek ensemble előrejelzéseivel vezérelt párhuzamos futtatásai alapján állítanak elő például vízhozam ensemble előrejelzéseket (Cloke és Pappenberger, 2009).

A nyers ensemble előrejelzéseknél azonban gyakran jelentkezhetnek torzításból, vagy nem megfelelő kalibráltságból eredő szisztematikus hibák, így azok igényelnek valamilyen formájú utófeldolgozást (Buizza, 2018). A torzítás korrekció és a kalibrálás egyszerűbb módszerei már régóta ismertek és használatosak, azonban a XXI. század első éveiben megjelent néhány jóval fejlettebb utófeldolgozó technika is (Wilks, 2006), amik között ott vannak az egyes légköri elemek előrejelző eloszlását előállító paraméteres modellek is. Az elmúlt 15 évben az ensemble előrejelzések statisztikai utófeldolgozása igen fontos kutatási irányra nőtt ki magát mind a statisztika, mind pedig a légkörtudományok területén, és számos, a különféle időjárási mennyiségekhez kapcsolódó új valószínűségi modellt, ezen modellek paramétereinek becslésére használatos új technikát, valamint a modellek verifikációjára szolgáló újfajta módszert eredményezett (Vannitsem *et al.*, 2018).

A különféle paraméteres utófeldolgozási technikák közül talán a két legnépszerűbb a Bayes modell átlagolás (BMA; Raftery *et al.*, 2005) és a nem-homogén regresszió, vagy ensemble model output statistics (EMOS; Gneiting *et al.*, 2005). Ennek valószínű oka, hogy a kapcsolódó modellek egy része megtalálható az R programnyelv `ensembleBMA` (Fraley *et al.*, 2011), illetve `ensembleMOS` (Yuen *et al.*, 2018) csomagjában.

Egy adott időjárási mennyiség jövőbeni értékének eloszlását megadó BMA előrejelző sűrűségfüggvény az egyes ensemble tagokhoz tartozó egyedi sűrűségfüggvények súlyozott átlagaként áll elő. Egy ilyen egyedi sűrűségfüggvényt tekinthetünk a vizsgált időjárási változó feltételes sűrűségfüggvényének azon feltétel mellett, hogy az adott ensemble tag

adja rá a legjobb előrejelzést, míg a keverék súlyokat az egyes ensemble tagoknak a tanuló időszak alatti viselkedése határozza meg. A különböző légköri mennyiségekre felírt BMA modellek csupán a keverék tagjainak eloszlásában különböznek egymástól. A hőmérséklet és a tengerszinti légnyomás például jól modellezhető normális keverékkel (Raftery *et al.*, 2005), azonban más-más eloszlásra van szükség a szélsőesség (Sloughter *et al.*, 2010; Baran, 2014), a csapadék (Sloughter *et al.*, 2007), vagy a szélirány (Bao *et al.*, 2010) előrejelzéséhez.

Az alapvetően egyszerűbb EMOS eljárás esetén az előrejelző eloszlás egyetlen paraméteres eloszláscsaláddal adható meg, aminek paraméterei az ensemble előrejelzés függvényei. Jelenleg a hőmérséklet és tengerszinti légnyomás (Gneiting *et al.*, 2005), a szélsőesség (Thorarinsdóttir és Gneiting, 2010; Lerch és Thorarinsdóttir, 2013; Baran és Lerch, 2015; Scheuerer és Möller, 2015), a csapadék (Scheuerer, 2014; Scheuerer és Hamill, 2015; Baran és Nemoda, 2016), valamint a felhősödés (Hemri *et al.*, 2016) ensemble előrejelzéseinek utófeldolgozására léteznek EMOS modellek.

Az egyes légköri elemek kalibrálása mellett napjainkban egyre inkább előtérbe kerül a különféle időjárási mennyiségek közötti korreláció modellezése. Szélvektorok esetén például Pinson (2012) egy adaptív kalibrálási eljárást javasolt, míg Schuhen *et al.* (2012) egy kétdimenziós EMOS, Sloughter *et al.* (2013) pedig egy kétdimenziós BMA modellt fejlesztett ki. Möller *et al.* (2013) általános eljárása az egyváltozós utófeldolgozás után az egyes időjárási mennyiségekhez tartozó előrejelző eloszlásokat egy Gauss kopula segítségével kapcsolja össze egyetlen többdimenziós előrejelző eloszlássá. Egy másfajta ötlet jelenik meg Schefzik *et al.* (2013) ensemble kopula párosításos módszerében, ahol az egydimenziós kalibrálás után a nyers ensemble tagok rangjait használjuk a korrelációstruktúra helyreállítására. Szélsőesség és hőmérséklet együttes modellezésére Baran és Möller (2015) egy kétdimenziós BMA, Baran és Möller (2017) pedig egy kétdimenziós EMOS modellt javasol, míg Schefzik (2016a) és Schefzik (2016b) rendre egy-egy a skalár, illetve magasabb dimenziós utófeldolgozott előrejelzések közötti térbeli kapcsolatok modellezésére szolgáló nem-paraméteres eljárást mutat be.

Végezetül, a statisztikai kalibrálás alkalmazható a hidrológiai előrejelzések minőségének javítására is. EMOS alapú statisztikai utófeldolgozás segítségével jelentős mértékben sikerült emelni a Rajna különböző gátjaira adott hidrológiai ensemble előrejelzések előrejelző képességét (Hemri *et al.*, 2015; Hemri és Klein, 2017), míg a Box-Cox transzformált vízállás ensemble előrejelzések kalibrálására Baran *et al.* (2019a) egy duplán csonkított normális BMA modellt javasol.

Jelen disszertáció a szerzőnek a valószínűségi időjárás-előrejelzés terén elért eredményeit foglalja össze. Egyaránt bemutat új BMA és EMOS modelleket a vízállás, illetve különféle időjárási mennyiségek ensemble előrejelzéseinek statisztikai utófeldolgozására, ismertet a paraméterek becsléséhez szükséges tanulmányok kiválasztására szolgáló új módszereket, de egyes modellek esetén hatékony paraméterbecslési algoritmusokat is ad. Itt jegyeznénk meg, hogy a dolgozat eredményei teljes egészében alkalmazottak. A vizsgált problémák természetéből kifolyólag a bemutatott modellek és algoritmusok validálása kizárólag gondosan megválasztott esettanulmányok segítségével valósítható meg, ami a valószínűségi időjárás előrejelzésben egy általánosan elfogadott eljárás. Ez azt jelenti, hogy a javasolt új módszerek előrejelző képességét megfelelő illeszkedési mutatók segítségével összehasonlítjuk a jelenleg használatos legkorszerűbb eljárásokkal. Az értekezés a szerző nyolc dolgozatán alapul, melyek mindegyikét vagy statisztikai, vagy pedig légkörtudománnyal, illetve hidrológiával foglalkozó folyóiratban publikálta, de felhasználja néhány

további megjelent cikkének egyes eredményeit is.

A disszertáció hat fő fejezetből áll. Az 1. fejezet ismerteti az ensemble előrejelzésekkel és a statisztikai utófeldolgozásal kapcsolatos alapfogalmakat, felsorolja a legfontosabb paraméteres utófeldolgozó technikákat és az alapvető paraméterbecslési stratégiákat, valamint összefoglalja a modellek illeszkedésvizsgálatához szükséges módszereket. A 2. fejezet egy, a folyók vízállása ensemble előrejelzéseinek kalibrálására szolgáló új BMA utófeldolgozó modellt mutat be (Baran *et al.*, 2019a), emellett megad egy, a modell paramétereinek becslésére szolgáló hatékony, az expectation-maximization (EM) algoritmuson alapuló maximum-likelihood (ML) eljárást is. A 3. fejezet szélsőbesség előrejelzések kalibrálásával foglalkozik. Egy új BMA eljárás (Baran, 2014), valamint két különböző EMOS modell (Baran és Lerch, 2015, 2016) bemutatása mellett ebben a fejezetben leírjuk a jelenleg ismert egyéb paraméteres módszereket is. A 4. fejezetben egy csapadékelőrejelzések utófeldolgozására szolgáló új EMOS modellt (Baran és Nemoda, 2016) hasonlítunk össze a meglévő paraméteres technikákkal. Az 5. fejezet a szélsőbesség és a hőmérséklet ensemble előrejelzéseinek együttes kalibrálásával foglalkozik. Itt egy új kétdimenziós BMA (Baran és Möller, 2015) és egy új kétdimenziós EMOS (Baran és Möller, 2017) modellt mutatunk be, amiket össze is hasonlítunk a náluk általánosabb Gauss-kopulákon alapuló eljárással (Möller *et al.*, 2013). A disszertáció lényegi részét az utófeldolgozó modellek paraméterbecsléséhez szükséges tanulóadatok kiválasztására szolgáló két új szemi-lokális eljárást bemutató 6. fejezet zárja, amit csupán egy rövid, az általános konklúziókat tartalmazó fejezet követ.

2 Hidrológiai ensemble előrejelzések statisztikai utófeldolgozása

A Baran *et al.* (2019a) eredményein alapuló 2. fejezetben egy hidrológiai ensemble előrejelzések utófeldolgozására szolgáló új BMA eljárást ismertetünk. A bemutatott modell előrejelző képességét egy, a Rajna folyó Kaub gátjának vízállásait vizsgáló esettanulmányban hasonlítjuk össze a Hemri és Klein (2017) által a közelmúltban kifejlesztett EMOS modell teljesítményével, valamint a nyers ensemble előrejelzésekkel.

2.1 Csonkított normális BMA modell

A Gauss eloszlások keverékeként előálló BMA modellek megfelelően illeszkednek az olyan időjárási mennyiségekre, mint a hőmérséklet vagy a légnyomás (Raftery *et al.*, 2005; Fraley *et al.*, 2010), a vízállás értékek azonban tipikusan nem írhatóak le normális eloszlás segítségével (lásd pl. Duan *et al.*, 2007). Mindemellett a vízállások mind alulról, mind pedig felülről korlátosak, mely tulajdonságokat figyelembe kell vennünk a modellalkotás során is. A probléma egy általános megközelítési módja, hogy az előrejelzéseket és a kapcsolódó megfigyeléseket előbb közelebb visszük a normalitáshoz, például a Box-Cox transzformáció segítségével, elvégezzük az utófeldolgozást, majd az eredményeket visszatranszformáljuk az inverz Box-Cox transzformációval (Duan *et al.*, 2007; Hemri *et al.*, 2013, 2014, 2015). Hemri és Klein (2017) ötletét követve a Box-Cox transzformált vízállás értékeket egy $\mathcal{N}_a^b(\mu, \sigma^2)$ duplán csonkított normális eloszlással modellezzük, ahol a és b rendre az alsó, illetve felső korlátot, μ a hely-, σ pedig a skálaparamétert, azaz a csonkítatlan normális eloszlás várható értékét, illetve szórását jelöli.

Jelölje $f_1, \dots, f_K$ egy adott hely adott időpontbeli Box-Cox transzformált vízállásának adott előrejelzési horizonthoz tartozó ensemble előrejelzését. Az általunk javasolt BMA előrejelző sűrűségfüggvény (Baran *et al.*, 2019a)

$$p(x|f_1, \dots, f_K; \beta_{01}, \dots, \beta_{0K}; \beta_{11}, \dots, \beta_{1K}; \sigma) = \sum_{k=1}^K \omega_k g_{a,b}(x|\beta_{0k} + \beta_{1k}f_k, \sigma), \quad (1)$$

ahol $g_{a,b}(x|\mu, \sigma)$ a $\mathcal{N}_a^b(\mu, \sigma^2)$ csonkított normális eloszlás sűrűségfüggvénye. Az (1) modellben feltételezzük, hogy a k -adik keverék komponens helyparamétere a neki megfelelő f_k ensemble tag affin függvénye, míg az egyes komponensek skálaparamétereit egyenlőeknek tekintjük.

2.2 A modell paramétereinek becslése

A β_{0k} , β_{1k} helyparamétereket, az ω_k ($k = 1, \dots, K$) súlyokat, valamint a σ skálaparamétert tanulóadatok segítségével tudjuk megbecsülni, amik lehetnek például az előző n nap ensemble előrejelzései és a kapcsolódó validáló megfigyelések (csúszó tanulóperiódus). A BMA modellezés során a helyparamétereket tipikusan a validáló megfigyeléseknek az egyes ensemble tagokra vonatkozó lineáris regressziójával becslik, míg a súlyokra és a skálaparaméter(ek)re a ML becslést használják (lásd pl. Raftery *et al.*, 2005; Slougher *et al.*, 2007, 2010), ahol a tanulóadatokhoz tartozó log-likelihood függvény maximumát a keverék eloszlásokra vonatkozó EM algoritmus (Dempster *et al.*, 1977; McLachlan és Krishnan, 1997) segítségével határozzák meg. A helyparaméterek regresszió segítségével történő becsléséhez szükséges azonban, hogy a becsülendő paraméterek a várható érték valamilyen egyszerű függvényeként álljanak elő, ami a csonkított normális eloszlás esetén nyilvánvalóan nem teljesül. Emiatt mi egy *totális ML* eljárást javasunk, ami az összes paramétert a likelihood függvény maximalizálásával becsüli meg. Jelölje $f_{k,s,t}$ az $s \in \mathcal{S}$ helyre és $t \in \mathcal{T}$ időpontra vonatkozó ensemble előrejelzés k -adik tagját, valamint jelölje $x_{s,t}$ a kapcsolódó validáló megfigyelést. Az előrejelzési hibák ensemble tagokra vonatkozó térbeli és időbeli feltételes függetlensége mellett az (1) modellnek az összes (s, t) tanulóadathoz tartozó log-likelihood függvénye

$$\ell(\omega_1, \dots, \omega_K, \beta_{01}, \dots, \beta_{0K}, \beta_{11}, \dots, \beta_{1K}, \sigma) = \sum_{s,t} \log \left[\sum_{k=1}^K \omega_k g_{a,b}(x_{s,t}|\beta_{0k} + \beta_{1k}f_{k,s,t}, \sigma) \right]. \quad (2)$$

A paraméterek ML becslésének meghatározására a csonkított Gauss keverékekre Lee és Scott (2012) által kifejlesztett EM algoritmust fogjuk alkalmazni, kiegészítve azt egy várható érték korrekcióval. Első lépésként vezessük be a $z_{k,s,t}$ nem megfigyelt bináris indikátor változókat, amik megadják, hogy az $x_{s,t}$ megfigyelés a keverék melyik komponenséből származik. Ez azt jelenti, hogy $z_{k,s,t} = 1$, ha $x_{s,t}$ eloszlása a keverék k -adik tagjával írható le, és 0 egyébként. Ezen indikátor változók segítségével a (2) kifejezésnek megfelelő teljes log-likelihood függvényt az

$$\begin{aligned} \ell_C(\omega_1, \dots, \omega_K, \beta_{01}, \dots, \beta_{0K}, \beta_{11}, \dots, \beta_{1K}, \sigma) \\ = \sum_{s,t} \sum_{k=1}^K z_{k,s,t} \left[\log(\omega_k) + \log(g_{a,b}(x_{s,t}|\mu_{k,s,t}, \sigma)) \right] \end{aligned}$$

alakban írhatjuk fel, ahol $\mu_{k,s,t} := \beta_{0k} + \beta_{1k} f_{k,s,t}$. A helyparaméterek $\beta_{0k}^{(0)}$ és $\beta_{1k}^{(0)}$, $k = 1, \dots, K$, kezdeti értékeinek választhatjuk például az $x_{s,t}$ megfigyelés $f_{k,s,t}$ ensemble előrejelzésre vonatkozó lineáris regressziójának együtthatóit, majd legyen $\mu_{k,s,t}^{(0)} = \beta_{0k}^{(0)} + \beta_{1k}^{(0)} f_{k,s,t}$. A skálaparaméter $\sigma^{(0)}$ kezdőértéke lehet például a tanulódíszak megfigyeléseinek szórása, vagy a fent említett regressziós modell reziduális szórása, míg a kezdeti súlyokat választhatjuk egyenletesnek, azaz $\omega_k^{(0)} = 1/K$, $k = 1, \dots, K$. Ezek után az E lépésben a teljes log-likelihood függvénynek az adatokra vett feltételes várható értéke segítségével megbecsüljük a nem megfigyelt változókat, míg az M lépésben ezen becsléseket az ℓ_C függvénybe helyettesítve és azt maximalizálva frissítjük a modell paramétereinek becslését.

Az (1) duplán csonkított normális modellben a $(j+1)$ -ik iteráció E lépése

$$z_{k,s,t}^{(j+1)} := \frac{\omega_k^{(j)} g_{a,b}(x_{s,t} | \mu_{k,s,t}^{(j)}, \sigma^{(j)})}{\sum_{i=1}^K \omega_i^{(j)} g_{a,b}(x_{s,t} | \mu_{i,s,t}^{(j)}, \sigma^{(j)})}. \quad (3)$$

A nem megfigyelt indikátor változók becsléseinek ismeretében (amik már nem szükségképpen a 0 vagy 1 értékeket veszik fel) az M lépés első, a súlyok becslését frissítő része nyilván

$$\omega_k^{(j+1)} := \frac{1}{N} \sum_{s,t} z_{k,s,t}^{(j+1)}, \quad (4)$$

ahol N a tanulóadatok teljes számát jelöli.

Ezután a $\frac{\partial \ell_C}{\partial \beta_{0k}} = 0$ és $\frac{\partial \ell_C}{\partial \beta_{1k}} = 0$, $k = 1, \dots, K$, nemlineáris egyenletek rendre a

$$\beta_{0k}^{(j+1)} := \left[\sum_{s,t} z_{k,s,t}^{(j+1)} \right]^{-1} \sum_{s,t} z_{k,s,t}^{(j+1)} \left\{ (x_{k,s,t} - \beta_{1k}^{(j)} f_{k,s,t}) + \sigma^{(j)} \frac{\varphi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \varphi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right)}{\Phi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right)} \right\}, \quad (5)$$

$$\beta_{1k}^{(j+1)} := \left[\sum_{s,t} z_{k,s,t}^{(j+1)} f_{k,s,t}^2 \right]^{-1} \sum_{s,t} z_{k,s,t}^{(j+1)} f_{k,s,t} \left\{ (x_{k,s,t} - \beta_{0k}^{(j)}) + \sigma^{(j)} \frac{\varphi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \varphi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right)}{\Phi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right)} \right\}$$

formulákat eredményezik. A helyparaméter új értékének az ebből adódó $\mu_{k,s,t}^{(j+1)} := \beta_{0k}^{(j+1)} + \beta_{1k}^{(j+1)} f_{k,s,t}$ formulával való megadása azonban, numerikus problémák miatt, instabil paraméterbecslési eljárást eredményez. Ennek kiküszöbölésére vezetjük be a

$$\mu_{k,s,t}^{(j+1)} := \mu_{k,s,t}^{(0)} - \sigma^{(j)} \frac{\varphi\left(\frac{a - \beta_{0k}^{(j+1)} - \beta_{1k}^{(j+1)} f_{k,s,t}}{\sigma^{(j)}}\right) - \varphi\left(\frac{b - \beta_{0k}^{(j+1)} - \beta_{1k}^{(j+1)} f_{k,s,t}}{\sigma^{(j)}}\right)}{\Phi\left(\frac{b - \beta_{0k}^{(j+1)} - \beta_{1k}^{(j+1)} f_{k,s,t}}{\sigma^{(j)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \beta_{0k}^{(j+1)} - \beta_{1k}^{(j+1)} f_{k,s,t}}{\sigma^{(j)}}\right)} \quad (6)$$

várható érték korrekciót, ami a csonkított normális várható értéke és helyparamétere

közötti összefüggésen alapul. Végezetül, a skálaparaméter becslését aktualizáló

$$\sigma^{2(j+1)} := \frac{1}{N} \sum_{s,t} \sum_{k=1}^K z_{k,s,t}^{(j+1)} \left\{ (x_{s,t} - \mu_{k,s,t}^{(j+1)})^2 + \sigma^{(j)} \frac{(b - \mu_{k,s,t}^{(j+1)}) \varphi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j+1)}}{\sigma^{(j)}}\right) - (a - \mu_{k,s,t}^{(j+1)}) \varphi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j+1)}}{\sigma^{(j)}}\right)}{\Phi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j+1)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j+1)}}{\sigma^{(j)}}\right)} \right\} \quad (7)$$

összefüggést a $\frac{\partial \ell_C}{\partial \sigma} = 0$ egyenlet alapján kapjuk meg.

Egy ettől egyszerűbb, általunk *várható érték korrekciós*nak nevezett, módszernél kihagyjuk a β_{0k} és β_{1k} becsléseit aktualizáló (5) lépést, a (6) várható érték korrekció helyett annak

$$\mu_{k,s,t}^{(j+1)} := \mu_{k,s,t}^{(0)} - \sigma^{(j)} \frac{\varphi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \varphi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right)}{\Phi\left(\frac{b - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu_{k,s,t}^{(j)}}{\sigma^{(j)}}\right)} \quad (8)$$

egyszerűsítését alkalmazzuk, és csak miután az EM algoritmus megállt, becsüljük meg a β_{0k} és β_{1k} paramétereket a $\mu_{k,s,t}$ végső értékének az $f_{k,s,t}$ előrejelzésre vett lineáris regressziójával.

Végezetül lehetőségként ott van még a klasszikus *naiv* megközelítés, amikor a β_{0k} és β_{1k} paraméterek becslését egyáltalán nem aktualizáljuk, azaz $\mu_{k,s,t}^{(j+1)} \equiv \beta_{0k}^{(0)} + \beta_{1k}^{(0)} f_{k,s,t}$.

A 2.3 fejezetben bemutatott esettanulmányban ez utóbbi két módszer nem bír szignifikánsan különböző előrejelző képességgel, így csupán a naiv, illetve a totális ML becsléssel kapott eredményeket ismertetjük. A két egyszerűbb paraméterbecslési módszer nagyon hasonló hely- és skálaparamétereket eredményez, a kapott előrejelző eloszlások csupán a keverék súlyokban különböznek, míg a totális ML az előbbiektől lényegesen különböző helyparamétereket ad.

2.3 Esettanulmány

A disszertáció 2.3 fejezetében ismertetett esettanulmányban a csonkított normális BMA modellt a Német Szövetségi Vízügyi Hatóság (Bundesanstalt für Gewässerkunde) által a Rajna Kaub gátjára készített 79 tagú vízállás ensemble előrejelzés segítségével teszteljük mindhárom paraméterbecslési eljárás esetén. Az új modell előrejelző képességét összehasonlítjuk mind a Hemri és Klein (2017) által a közelmúltban bemutatott EMOS modell, mind pedig a nyers ensemble előrejelzések tulajdonságaival. Tanulmányunkban a 2008.01.01 és 2015.12.31 közötti nyolcéves időszak 1, 2, ..., 120 órás előrejelzési horizonttal készített ensemble előrejelzéseit vizsgáljuk. Az egyes paraméterbecslési algoritmusok megbízható működését biztosítandó, a modellek paramétereit 100 nap hosszúságú csúszó tanulóperiódusok segítségével határozzuk meg. Az utófeldolgozó modelleket így a 2008.04.10 és 2015.12.31 közötti 2822 nap adatain validáljuk, és minden egyes előrejelzési horizont esetén az egy nappal későbbi előrejelzéseket kalibráljuk. Az egyes modellek illeszkedésvizsgálatára az előrejelző eloszlások continuous ranked probability score (CRPS; Gneiting és Raftery, 2007; Wilks, 2011) mutatóját, valamint a kapcsolódó medián előrejelzések átlagos abszolút eltérését (MAE; mean absolut error) használjuk. Mindezek mellett megvizsgáljuk a nominális előrejelző intervallumok lefedettségét és átlagos szélességét,

mivel az előbbi a kalibráltság egyik mértéke, az utóbbi pedig az előrejelzés élességét mutatja. Végezetül megvizsgáljuk az előrejelző eloszlások probability integral transform (PIT; Raftery *et al.*, 2005) értékeinek az ideális egyenletes eloszlástól való eltérését, valamint a PIT hisztogramok alakját összehasonlítjuk a nyers ensemble előrejelzések megfelelő rang hisztogramjával (verification rank histogram; Wilks, 2011).

A bemutatott esettanulmány eredményei alapján megállapíthatjuk, hogy a nyers ensemble előrejelzésekhez képest az utófeldolgozás minden esetben javít a valószínűségi előrejelzések kalibráltságán, valamint a kategorikus előrejelzések pontosságán. A nagyon rövid előrejelzési horizontoktól eltekintve a totális ML módszerrel kapott paramétereket használó BMA modell bír a legjobb előrejelző képességgel, továbbá a BMA módszerrel történő utófeldolgozás szignifikánsan jobb eredményekhez vezet, mint az EMOS kalibrálás.

3 Szélsőbesség ensemble előrejelzések statisztikai kalibrálása

A 3. fejezet számos, a szélsőbesség ensemble előrejelzéseinek utófeldolgozására szolgáló modellt mutat be. Az új eljárások előrejelző képességét három különböző adatállományon teszteljük, melyek három egymástól eltérő ensemble előrejelzési rendszer teljesen különböző tartományokat lefedő predikcióit tartalmazzák. A fejezet alapját a Baran (2014), Baran és Lerch (2015) és Baran és Lerch (2016) dolgozatok adják, de felhasználjuk Baran *et al.* (2013) és Baran *et al.* (2014b) néhány eredményét is.

3.1 Csonkított normális BMA modell a szélsőbességre

A szélsőbesség modellezése tipikusan valamilyen nem-negatív értékeket felvevő ferdült eloszlást igényel. Egy népszerű jelölt a Weibull eloszlás (lásd pl. Justus *et al.*, 1978), míg Slougher *et al.* (2010) egy gamma eloszláson alapuló BMA modellt mutatott be. Ezzel szemben mi a szélsőbességet, Thorarinsdottir és Gneiting (2010) ötlete alapján, nullában alulról csonkított normális eloszlások keverékével kívánjuk modellezni (Baran, 2014). Az általunk javasolt előrejelző sűrűségfüggvény

$$p(x|f_1, \dots, f_K; \beta_{01}, \dots, \beta_{0K}; \beta_{11}, \dots, \beta_{1K}; \sigma) = \sum_{k=1}^K \omega_k g_{0,\infty}(x|\beta_{0k} + \beta_{1k}f_k, \sigma). \quad (9)$$

Ily módon a (9) modell az (1) duplán csonkított normális BMA modell speciális esete $a = 0$ és $b = \infty$ választása mellett, azonban meg kell jegyeznünk, hogy az utóbbi hidrológiai modellt négy évvel a fenti szélsőbesség modell után mutattuk be.

Az (1) hidrológiai modellhez hasonlóan a paraméterek becslésének három különböző módját vizsgáljuk.

- *Naiv*: a β_{0k} , β_{1k} helyparamétereket a tanulóadatok validáló megfigyeléseinek a megfelelő ensemble tagokra vett lineáris regressziójával becsüljük meg. Az ω_k súlyokat és a σ skálaparamétert ML módszerrel becsüljük, felhasználva a csonkított normálisok keverékére vonatkozó EM algoritmust.
- *Várható érték korrekciós*: a helyparamétereket a naiv becsléshez hasonlóan határozzuk meg, azonban az EM algoritmus minden egyes lépésénél egy a (8) transzformációhoz hasonló várható érték korrekciót alkalmazunk annak érdekében, hogy

korrigáljuk a csonkított normális eloszlás várható értéke és helyparamétere közötti eltérést.

- *Totális ML*: az összes paramétert ML eljárással becsüljük, az EM algoritmus aktualizáló lépései a (3) – (7) speciális esetei az $a = 0$ és $b = \infty$ választása mellett.

Itt jegyeznénk meg, hogy az EM algoritmus mindhárom esetben zárt formulákkal dolgozik.

3.2 EMOS modellek a szélsőbességre

A gamma és csonkított normális BMA modellek mellett az utóbbi években a szélsőbesség előrejelzések utófeldolgozására szolgáló számos EMOS alapú eljárás és modellező stratégia is megjelent. Ezek közül az első a Thorarinsdottir és Gneiting (2010) által bevezetett csonkított normális (TN; truncated normal) EMOS. Ennél a modellenél a szélsőbesség előrejelző eloszlása

$$\mathcal{N}_0^\infty(a_0 + a_1 f_1 + \dots + a_K f_K, b_0 + b_1 S^2), \quad \text{ahol} \quad S^2 := \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (f_k - \bar{f})^2 \quad (10)$$

és $\bar{f}$ az ensemble átlag. Ily módon a (10) modell Hemri és Klein (2017) hidrológiai EMOS modelljének egy speciális esete.

A (10) TN modell alternatívájaként mi egy olyan EMOS eljárást javasolunk, ahol az előrejelző eloszlás lognormális (LN; Baran és Lerch, 2015), és a lassabb lecsengése miatt ez utóbbi eloszlás alkalmasabb a nagy szélsőbesség értékek modellezésére. Egy μ hely- és $\sigma > 0$ alakparaméterű $\mathcal{LN}(\mu, \sigma)$ LN eloszlást a

$$\mu = \log \left(\frac{m^2}{\sqrt{v + m^2}} \right) \quad \text{és} \quad \sigma = \sqrt{\log \left(1 + \frac{v}{m^2} \right)} \quad (11)$$

összefüggés alapján paraméterezhetünk annak m várható értékével és v szórásnégyzetével is, amik az általunk használt EMOS modellben rendre az ensemble tagoknak és az ensemble varianciájának affin függvényei, azaz

$$m = \alpha_0 + \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_K f_K \quad \text{és} \quad v = \beta_0 + \beta_1 S^2. \quad (12)$$

A szélsőbesség ensemble előrejelzések utófeldolgozására egy másik, Lerch és Thorarinsdottir (2013) által javasolt eljárás egy olyan $\mathcal{GEV}(\mu, \sigma, \xi)$ általánosított extrémérték (GEV; generalized extreme value) eloszláson alapul, ahol a μ hely- és $\sigma > 0$ skálaparaméter alakja rendre

$$\mu = \gamma_0 + \gamma_1 f_1 + \dots + \gamma_K f_K \quad \text{és} \quad \sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \bar{f}, \quad (13)$$

míg a ξ alakparamétert az ensemble tagoktól függetlennek tekintjük.

A Gneiting és Raftery (2007) által javasolt optimális illeszkedés elve alapján az EMOS modellek paramétereit valamely valódi illeszkedési mutató (proper scoring rule), ami általában vagy a CRPS, vagy a logaritmikus mutató (LogS; logarithmic score; Good, 1952), tanulóadatokon vett átlagos értékének minimalizálásával becsüljük.

A gyorsabb (TN) és lassúbb (LN vagy GEV) lecsengésű modellek előnyös tulajdonságait összekombinálhatjuk egy üzemmódváltó módszerrel (Lerch és Thorarinsdottir,

2013), ahol például az f_{med} ensemble medián függvényében választjuk ki a kalibrálásra használt EMOS eljárást. Ez azt jelenti, hogy adott egy $\theta > 0$ küszöbérték, és amennyiben $f_{med} < \theta$, akkor az előrejelző eloszlás $\mathcal{N}_0^\infty(\mu_{TN}, \sigma_{TN}^2)$, egyébként pedig például $\mathcal{LN}(\mu_{LN}, \sigma_{LN})$ (Baran és Lerch, 2015). A TN EMOS modell μ_{TN} és σ_{TN} paramétereinek az ensemble előrejelzésektől való függését a (10), míg az LN EMOS μ_{LN} és σ_{LN} paramétereinek kapcsolatát az előrejelzésekkel a (12) összefüggés és a (11) transzformáció adja meg. A ilyen típusú EMOS modell kombinációknak azonban, amikor az utófeldolgozás során minden egyes esetben csupán kiválasztunk egyet a lehetséges eloszláscsaládok közül, megvan az a hátránya, hogy kell találnunk egy alkalmas változót ami alapján dönteni tudunk. A modellek rugalmasságát ez erősen korlátozza, mivel különféle adat-sorok esetén más és más lehet a megfelelő osztályozó változó.

Annak érdekében, hogy a lassú és gyors lecsengésű eloszlások előnyeit rugalmasabban aknázhassuk ki, valamint megszabaduljunk a fentebb említett problémától, két különböző jellegű eloszlás súlyozott keverékén alapuló EMOS modellek alkalmazását javasoljuk. Speciálisan, a szélesebb modellre a (10) és (12) modellek súlyozott keverékét ajánljuk, ami a

$$\psi(x|\mu_{TN}, \sigma_{TN}; \mu_{LN}, \sigma_{LN}; \omega) := \omega g(x|\mu_{TN}, \sigma_{TN}) + (1 - \omega)h(x|\mu_{LN}, \sigma_{LN}) \quad (14)$$

előrejelző sűrűségfüggvényt eredményezi, ahol a μ_{TN} , σ_{TN} és μ_{LN} , σ_{LN} paramétereknek az ensemble előrejelzéstől való függését ismét rendre a (10), valamint a (12) és (11) határozza meg (Baran és Lerch, 2016). A fenti (14) modellben a TN és LN komponensek hely- és skála/alakparamétereit, valamint a keverék $\omega \in [0, 1]$ súlyát egyszerre becsüljük meg oly módon, hogy optimalizáljuk valamely illeszkedési mutató tanulmányokon felvett átlagos értékét. Ez az új keverék modell elméletileg hatékonyabb mind az egyetlen eloszláson alapuló, mind pedig az üzemmódot váltó EMOS eljárásoknál, mivel az előbbieknél rugalmasabb, az utóbbiakhoz képest pedig nem igényli, hogy a lehetséges előrejelző eloszlások közül csupán egyetlen egyet válasszunk.

Napjainkban jelentős figyelmet kapott az előrejelző képesség javításának egy másfajta megközelítése is, ami az egyes utófeldolgozó modellekhez tartozó eloszlások kétlépéses kombinációján alapul. Az első lépés során a hagyományos, egyetlen eloszlásra épülő EMOS modellek paramétereit becsüljük meg, amiket aztán a második lépésben olyan korszerű kombinációs technikákat alkalmazva kötünk össze, mint a (szórás-korrigált) lineáris kombináció és a beta-transzformált lineáris kombináció (Gneiting és Ranjan, 2013), vagy a Bassetti *et al.* (2018) által javasolt nemparaméteres Bayes kalibrációs eljárás. Itt jegyeznénk meg, hogy Baran és Lerch (2018) részletes összefoglalót ad a fentebb említett eljárásokról, kiegészítve azokat egy a lineáris kombináció súlyának meghatározására szolgáló hatékony algoritmussal, valamint egy, a szélesebb és csapadék előrejelzések kalibrálásával foglalkozó esettanulmánnyal.

3.3 Esettanulmányok

A 3.3. fejezetben ismertetett esettanulmányokban a Baran (2014) által javasolt csonkított normális BMA modell, valamint Baran és Lerch (2015, 2016) EMOS modelljeinek előrejelző képességét teszteljük három különböző ensemble előrejelző rendszer szélesebb adatain.

A 8 tagú University of Washington mesoscale ensemble (UWME; Grell *et al.*, 1995) Észak-Amerika északnyugati régiójára készít előrejelzéseket 12 km-es felbontással. Az

általunk használt adatbázis Washington, Oregon, Idaho, California és Nevada államok 152 meteorológiai állomásának a 2007 és 2008 évekre vonatkozó 48 órás felszíni (10 m) maximális szélesség (m/s) előrejelzéseit, valamint a kapcsolódó validáló megfigyeléseket tartalmazza. Modell verifikációra csupán a 2008-as év adatait használjuk (27 481 egyedi előrejelzés), azonban a paraméterbecslésekhez szükségünk van 2007 decemberének adataira is.

Foglalkozunk továbbá az ECMWF globális ensemble előrejelző rendszerének (Molteni *et al.*, 1996) a napi maximális szélességre adott 24 órás 50 tagú ensemble előrejelzéseivel, amiket a kezdeti feltételek és a numerikus modell paramétereinek véletlen perturbálásával állítanak elő. Modelljeinket 228 németországi szinoptikus állomás adatainak segítségével hasonlítjuk össze. Eredményeink a 2010.05.01 és 2011.04.30 közötti verifikációs időszakra támaszkodnak, ami összesen 83 220 egyedi előrejelzést ölel fel, de modellszelekciós célokra, valamint a modellek tanítására felhasználjuk a 2010.02.01 és 2010.04.30 közötti 3 hónap adatait is.

Végezetül, a különféle BMA és EMOS modellek hatékonyságát az Országos Meteorológiai Szolgálat (OMSZ) ALADIN-HUNEPS rendszerének (Horányi *et al.*, 2006) segítségével is összehasonlítjuk. Adatbázisunk a felszíni szélesség 10 magyar nagyvárosra (Budapest, Debrecen, Győr, Kecskemét, Miskolc, Nagykanizsa, Nyíregyháza, Pécs, Szeged, Szombathely) adott 42 órás 11 tagú ensemble előrejelzéseit és megfigyeléseit tartalmazza két különböző időszakra. Az első időszak a 2010.10.01 és 2011.03.25 közötti közel fél évet, míg a második a 2012.04.01 és 2013.03.31 közötti egyéves periódust fedi le.

A 3.3.2 fejezetben a (9) csonkított normális modellnek a három különböző paraméterbecsléssel kapott változatát hasonlítjuk össze Slougher *et al.* (2010) gamma BMA modelljével. A modellilleszkedés vizsgálatára ismét a valószínűségi előrejelzések CRPS és a medián előrejelzések MAE értékét, a nominális előrejelző intervallumok lefedettségét és átlagos szélességét, valamint a BMA előrejelző eloszlások PIT hisztogramjait használjuk. Az első esettanulmány a 2010.10.01 és 2011.03.25 közötti időszak ALADIN-HUNEPS ensemble előrejelzésein alapuló BMA modellek illeszkedésével foglalkozik. Az ensemble előrejelzéseket 28 napos csúszó tanulóperiódus alkalmazásával kalibráljuk és a kapott modelleket 1 460 egyedi előrejelzés segítségével validáljuk. A második esettanulmányban az UWME 2008 évre adott szélesség előrejelzéseinek utófeldolgozását vizsgáljuk, ahol az egyes modellek paramétereinek becsléséhez ugyanúgy 25 napos csúszó tanulóperiódust használunk, mint Slougher *et al.* (2010). A két esettanulmány alapján megállapíthatjuk, hogy a szélesség ensemble előrejelzések csonkított normális BMA módszerrel történő utófeldolgozása szignifikánsan javít a valószínűségi előrejelzések kalibráltságán, valamint a kategorikus előrejelzések pontosságán. Mindemellett, a csonkított normális BMA modell előrejelző képessége szignifikánsan felülmúlja a gamma BMA eljárást, a modellezés időigényét tekintve pedig jóval hatékonyabb annál.

A 3.3.3. fejezet a szélesség EMOS modellezésével foglalkozik, ahol három, az ECMWF, az ALADIN-HUNEPS és a UWME szélesség adatain alapuló esettanulmányt ismertetünk. Ez a három ensemble előrejelző rendszer mind az előrejelzett szélesség fajtája, mind pedig az ensemble tagok generálása tekintetében eltér egymástól. Az újonnan bevezetett LN, TN-LN keverék és TN-LN üzemmódváltó modellek előrejelző képességét a TN, a GEV, valamint a TN-GEV üzemmódváltó EMOS modellel, a nyers ensemble előrejelzésekkel és a klimatológiai előrejelzésekkel hasonlítjuk össze. Annak érdekében, hogy az egyes modellek viselkedését nagy szélesség esetén is elemezni tudjuk, a korábban említett illeszkedési mutatók és grafikus eszközök mellett minden esetben kiszá-

moljuk a validáló megfigyelések 90., 95. és 98. percentilisének megfelelő küszöbértékekhez tartozó súlyozott CRPS (twCRPS; threshold-weighted CRPS; Gneiting és Ranjan, 2011) átlagos értékeit is. Minden egyes esettanulmányt azzal kezdünk, hogy meghatározzuk a modellek paraméterbecsléséhez szükséges tanulóperiódus optimális hosszát, valamint az üzemmódváltó modellekhez tartozó optimális küszöbértékeket. Elsőként az ECMWF rendszerének a 2010.05.01 – 2011.04.30 időszakra vonatkozó szélsősebesség előrejelzéseit kalibráljuk 20 napos tanulóperiódust használva, ahol a TN-LN üzemmódváltó modell küszöbértéke 8 m/s, a TN-GEV modellé pedig 5.2 m/s. A második esettanulmány a 2012.04.01 és 2013.03.31 közötti időszakra vonatkozó ALADIN-HUNEPS szélsősebesség előrejelzésekkel foglalkozik. Az optimális 43 napos tanulóperiódust használva (lásd még Baran *et al.*, 2014b) a modellek validálására 315 nap (3 150 egyedi előrejelzés) adatai állnak rendelkezésre. Ebben az esetben az optimális TN-LN és TN-GEV küszöbértékek rendre 6.9 m/s és 5 m/s. Végezetül visszatérünk az UWME 2008 évre adott szélsősebesség ensemble előrejelzéseinek utófeldolgozásához, az EMOS modellezéshez azonban 30 napos tanulóperiódust használunk. A TN-LN és TN-GEV üzemmódváltó modellek megfelelő küszöbértékei rendre 8 m/s és 7.3 m/s. Mindhárom esettanulmány azt mutatja, hogy az EMOS utófeldolgozás előnye a nyers ensemble, illetve a klimatológiai előrejelzésekkel szemben megkérdőjelezhetetlen. Ha csupán csak az egyetlen eloszlásra támaszkodó EMOS modelleket vizsgáljuk, akkor a GEV EMOS eljárás, különösen nagy szélsősebesség értékek esetén, kissé jobban kalibrált előrejelzéseket eredményez, mint a TN vagy LN EMOS, azonban előfordulhat, hogy az általa prediktált szélsősebesség negatív. Az ALADIN-HUNEPS szélsősebesség adatainkra ennek a maximális valószínűsége közel 10 %, ami jóval túl van az elfogadható mértéken. A TN-LN és TN-GEV üzemmódváltó modellek sikeresen kombinálják a gyors és lassú lecsengésű eloszlások előnyös tulajdonságait és a kalibráltság jelentős javulását eredményezik. Mindemellett, a GEV EMOS modellhez képest a TN-GEV EMOS megközelítés esetén a negatív értékek előrejelzésének maximális valószínűsége jelentősen csökken. A TN-LN keverék modell sikerrel orvosolja az üzemmódváltó modellek fő problémáját, nevezetesen az előrejelző eloszlás kiválasztásához szükséges alkalmas változó, valamint a hozzátartozó küszöbérték megkeresését. Mindhárom esettanulmányunkban a keverék modell eredményezi a legjobban kalibrált előrejelzéseket, azonban az üzemmódváltó modellek illeszkedési mutatóihoz képest mutatott csekély mértékű javulás sok esetben nem tekinthető szignifikánsnak.

4 Valószínűségi modellek a csapadék előrejelzésére

A csapadék ensemble előrejelzések statisztikai kalibrálása lényegesen nehezebb feladat, mind például a hőmérséklet, vagy a szélsősebesség előrejelzéseké. Amint arra Scheuerer és Hamill (2015) rámutatott, természetéből kifolyólag a csapadékösszeg diszkrét és folytonos mennyiségek egyfajta keveréke, ahol egyrészt pozitív a valószínűsége, hogy egyáltalán nincs csapadék, másrészt pedig magasabb előrejelzett csapadékmennyiség esetén az előrejelzés bizonytalansága is magasabb. A Sloughter *et al.* (2007) által bemutatott BMA modellben például a keverék eloszlás minden egyes tagja szétbontható egy a nulla csapadékhoz tartozó diszkrét komponensre, valamint egy gamma eloszlású tagra, ami a csapadék megléte esetén annak mennyiségét modellezi. EMOS modellek esetén népszerű megközelítés egy negatív értékeket is felvevő eloszlás nullában alulról való cenzorálása, amivel pozitív súlyt tudunk adni a nulla csapadékmennyiségnek (Scheuerer, 2014; Scheuerer

és Hamill, 2015). Ily módon egyetlen modell adja meg mind a csapadék hiányának valószínűségét, mind pedig a meglévő csapadék mennyiségének eloszlását. A Scheuerer (2014) által a csapadékösszeg kalibrálására javasolt EMOS modell egy cenzorált GEV eloszlást használ, melynek alkalmasan megválasztott alakparamétere biztosítja egyrészt a pozitív ferdeséget, másrészt a véges várható értéket, míg a Baran és Nemoda (2016) által bemutatott és a 4. fejezetben ismertetett EMOS eljárás egy cenzorált és eltolt gamma (CSG; censored shifted gamma) eloszláson alapul.

4.1 Cenzorált és eltolt gamma EMOS modell

Tekintsünk egy $\kappa > 0$ alak- és $\theta > 0$ skálaparaméterű $\Gamma(\kappa, \theta)$ gamma eloszlást, legyen $\delta > 0$, valamint jelölje $G(x|\kappa, \theta)$ a vizsgált gamma eloszlás eloszlásfüggvényét. Ezen jelölésekkel a $\kappa > 0$ alak-, $\theta > 0$ skála- és δ eltolásparaméterű nullában balról cenzorált és eltolt gamma (CSG) eloszlást a

$$G_0(x|\kappa, \theta, \delta) := \begin{cases} G(x + \delta|\kappa, \theta), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

eloszlásfüggvénnyel tudjuk definiálni.

Az általunk javasolt CSG EMOS modellben az ensemble tagjait rendre a

$$\mu = a_0 + a_1 f_1 + \dots + a_K f_K \quad \text{és} \quad \sigma^2 = b_0 + b_1 \bar{f} \quad (15)$$

egyenletek kapcsolják össze a kiinduló gamma eloszlás μ várható értékével és σ^2 szórásnégyzetével. Itt jegyeznénk meg, hogy az előrejelző eloszlás várható értékének vagy helyparaméterének az ensemble affin függvényeként való előállítása az EMOS modellezésben általánosan bevett gyakorlat (lásd pl. Thorarinsdottir és Gneiting, 2010; Scheuerer, 2014; Baran és Lerch, 2015), míg a varianciának az ensemble átlagtól való függése egyrészt hasonlít a Slougher *et al.* (2007) BMA modellje szórás tagjának alakjához, másrészt pedig összhangban van a csapadékelőrejelzés értéke és az abban rejlő bizonytalanság korábban már említett kapcsolatával. Ezen felül a gyakorlati tesztheink is abba az irányba mutatnak, hogy legalábbis az esettanulmányainkban vizsgált UWME és ALADIN-HUNEPS ensemble esetén, a (15) modell szignifikánsan felülmúlja azokat a CSG EMOS modelleket, ahol a varianciaparaméter az ensemble varianciájának, vagy az ensemble átlagos eltéréseinek (Scheuerer, 2014) az affin függvénye.

4.2 Esettanulmányok

A disszertáció 4.3. fejezetében a CSG EMOS modell előrejelző képességét a UWME és az ALADIN-HUNEPS rendszerek ensemble előrejelzésein teszteljük, az eredményeket pedig összevetjük a Scheuerer (2014) által javasolt GEV EMOS modell és Slougher *et al.* (2007) BMA modellje teljesítményével, valamint a nyers ensemble illeszkedési mutatóival. Az előrejelző eloszlások kalibráltságának és élességének összehasonlítására ismét a szokásos mutatókat használjuk, azaz a valószínűségi előrejelzések átlagos CRPS és a medián előrejelzések MAE értékeit, a nominális előrejelző intervallumok lefedettségét és átlagos szélességét, valamint a nyers ensemble rang-, illetve az előrejelző eloszlások PIT hisztogramjait. Ezek mellett azonban összehasonlítjuk az olyan típusú bináris események valószínűségének kalibráltságát is, hogy az EMOS és BMA modellek, valamint a nyers

ensemble által előrejelzett csapadékmennyiség meghalad egy adott értéket. Erre a célra a Brier score (BS; Gneiting és Ranjan, 2011) mutatót, valamint a megbízhatósági diagrammot (reliability diagram; Wilks, 2011) használjuk, a vizsgált események pedig a csapadék megléte (nem-nulla csapadékösszeg előrejelzése), valamint, hogy az előrejelzett csapadékösszeg meghaladja a nem-nulla megfigyelések 45., 75., 85. és 90. percentilisének megfelelő küszöbértékeket.

Az első esettanulmány a 8 tagú UWME 2008-as naptári évre adott 48 órás előrejelzési horizontú 24 órás csapadékösszeg előrejelzésein és a kapcsolódó validáló megfigyeléseken alapul, de az egyes modellek paramétereinek becsléséhez felhasználjuk még a 2007-es év utolsó három hónapjának adatait is. A hiányzó adatokat tartalmazó esetek elhagyása után a 2008-as évre koncentrált vizsgálatainkhoz 83 állomás 20 522 egyedi előrejelzése áll rendelkezésre. A CSG EMOS, valamint a gamma BMA modell 20, 25, ..., 100 napos tanulóperiódussal számolt átlagos CRPS és MAE mutatóinak részletes elemzése azt mutatja, hogy 70 napnál mindkét mennyiségnek globális minimuma van, így az UWME 2008 évre vonatkozó előrejelzéseit ezzel a tanulóperiódus hosszal kalibráljuk. A második esettanulmányban vizsgált ALADIN-HUNEPS adatbázis Budapest, Debrecen, Győr, Miskolc, Nagykanizsa, Nyíregyháza, Pécs, Sopron, Szeged és Szombathely 11 tagú 42 órás előrejelzési horizontú 24 órás csapadékösszeg előrejelzéseit, valamint a kapcsolódó megfigyeléseket tartalmazza a 2010.10.01 és 2011.03.25 közötti időszakra. Itt a különböző utófeldolgozó modellek 2011.01.10 – 03.25 időszakra vonatkozó átlagos CRPS és MAE értékeinek vizsgálata alapján az 55 napos csúszó tanulóperiódus tűnik megfelelőnek. Ez azt jelenti, hogy az egyes módszerek összehasonlításához a 2010.11.27 és 2011.03.25 közötti időszak 1 180 egyedi előrejelzése (ensemble előrejelzések, validáló megfigyelések, előrejelző eloszlások) áll rendelkezésünkre.

A bemutatott esettanulmányok alapján megállapíthatjuk, hogy az általunk javasolt CSG EMOS modell mind a valószínűségi előrejelzések kalibráltsága, mind pedig a kategorikus előrejelzések pontossága tekintetében szignifikánsan felülmúlja mind a nyers ensemble előrejelzést, mind pedig a BMA modellt, de a GEV EMOS módszernél is kicsivel jobb képességekkel bír. A legkisebb számítási költséggel a GEV EMOS modellezés jár és itt szeretnénk még megjegyezni, hogy az átlagos CRPS és a MAE tekintetében a gamma BMA modell alulmúlja a már eredetileg is jól kalibrált nyers ALADIN-HUNEPS ensemble előrejelzést.

5 Kétdimenziós modellek a szélsősebesség és hőmérséklet előrejelzésére

Az eddig megjelent különféle esettanulmányok azt mutatták, hogy a hőmérséklet megfigyeléseket a normális eloszláson alapuló BMA, illetve EMOS modell megfelelően írja le (lásd pl. Raftery *et al.*, 2005; Gneiting *et al.*, 2005; Baran *et al.*, 2014a), míg a szélsősebességre gamma és csonkított normális keverék BMA, valamint csonkított normális, lognormális és általánosított extrémérték eloszláson alapuló EMOS modelleket fejlesztettek ki. Innen jön a természetesen adódó ötlet, hogy a szélsősebességet és a hőmérsékletet együttesen egy olyan kétdimenziós normális eloszlással modellezzük, aminek az első (szél) koordinátáját a nullánál alulról csonkítjuk. Az 5. fejezetben, ami Baran és Möller (2015), valamint Baran és Möller (2017) eredményein alapul, egy-egy a szélsősebesség és a hőmérséklet ensemble előrejelzéseinek együttes kalibrálására szolgáló kétdimenziós BMA, illetve EMOS

modellt mutatunk be. Az új kétdimenziós módszerek előrejelző képességét az UWME és az ALADIN-HUNEPS rendszerek megfelelő ensemble előrejelzéseinek teszteljük, ahol referenciaként a nyers ensemble előrejelzéseket, a megfelelő egydimenziós BMA és EMOS modelleket, valamint Möller *et al.* (2013) Gauss kopulákon alapuló eljárását vizsgáljuk. Itt jegyeznénk azonban meg, hogy ez utóbbi technika a változók közötti korrelációk modellezéséhez kiegészítő adatokat is igényel.

5.1 A kétdimenziós BMA modell

Amint azt fentebb említettük, az általunk javasolt BMA modell egy $\mathcal{N}_2^0(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ kifejezéssel jelölt, az első változójában nullánál alulról csonkított kétdimenziós normális eloszláson alapul, melynek paraméterei

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_W \\ \mu_T \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_W^2 & \sigma_{WT} \\ \sigma_{WT} & \sigma_T^2 \end{bmatrix},$$

ahol a W és T indexek rendre a szél (wind) és hőmérséklet (temperature) komponenst jelölik.

A szélsébség és hőmérséklet kétdimenziós $\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K$ ensemble előrejelzésének kalibrálására egy olyan BMA keveréket alkalmazunk, ahol a k -adik komponens $\boldsymbol{\mu}_k$ helyvektora a megfelelő $\mathbf{f}_k$ ensemble tag affin függvénye, az egyes komponensek skálamátrixai pedig azonosak. Ezek alapján a javasolt modell

$$p(\mathbf{x} | \mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K; A_1, \dots, A_K; B_1, \dots, B_K; \Sigma) := \sum_{k=1}^K \omega_k g(\mathbf{x} | A_k + B_k \mathbf{f}_k, \Sigma), \quad (16)$$

ahol $g(\mathbf{x} | \boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ az $\mathcal{N}_2^0(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ eloszlás sűrűségfüggvénye, $A_k \in \mathbb{R}^2$, B_k pedig egy 2×2 dimenziós valós mátrix. Ily módon a (16) modell a Raftery *et al.* (2005) által a hőmérséklet és a Baran (2014) által a szélsébség utófeldolgozására javasolt két BMA modell közvetlen általánosítása. A paraméterek számának csökkentése és a számítások egyszerűbbé tétele érdekében ez utóbb említett két BMA modellnél a szerzők szintén feltették az egyes BMA komponensek skálaparamétereinek egyenlőségét.

Egy a fent javasoltnál is takarékosabb modellhez juthatunk, ha feltesszük, hogy az egyes ensemble tagok torzítás korrekciójára szolgáló helyparaméterek is azonosak, ami a

$$q(\mathbf{x} | \mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_K; A; B; \Sigma) := \sum_{k=1}^K \omega_k g(\mathbf{x} | A + B \mathbf{f}_k, \Sigma) \quad (17)$$

BMA sűrűségfüggvényt eredményezi. Itt jegyeznénk meg, hogy az R nyelv `ensembleBMA` csomagjában (Fraley *et al.*, 2011) implementált szélsébség BMA modell ugyanezzel az egyszerűsítéssel él.

Az egydimenziós BMA eljárásokhoz hasonlóan a (16) modell A_k , B_k , ω_k , $k = 1, \dots, K$, és Σ , valamint a (17) modell A , B , Σ és ω_k , $k = 1, \dots, K$, paramétereit általában csúszó tanulmányok segítségével becsülik meg. Ehhez kapcsolódóan az értekezés 5.1.2 fejezetében megadjuk a Baran *et al.* (2019a) és Baran (2014) által javasolt csonkított normális eloszlások keverékére kifejlesztett EM algoritmust használó totális ML becslés kétdimenziós általánosítását.

5.2 Kétdimenziós csonkított normális EMOS modell

A szélsősebesség és hőmérséklet együttes BMA kalibrálásának egyszerű alternatívájaként tekintsünk egy olyan kétdimenziós EMOS modellt, melynek előrejelző eloszlása

$$\mathcal{N}_2^0(\mathcal{A} + \mathcal{B}_1 \mathbf{f}_1 + \dots + \mathcal{B}_K \mathbf{f}_K, \mathcal{C} + \mathcal{D} \mathbf{S} \mathcal{D}^\top), \quad \text{ahol} \quad \mathbf{S} := \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\mathbf{f}_k - \bar{\mathbf{f}})(\mathbf{f}_k - \bar{\mathbf{f}})^\top, \quad (18)$$

$\bar{\mathbf{f}}$ pedig az ensemble átlagot jelöli. A (18) modell $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^2$ paramétervektorát, valamint a $\mathcal{B}_1, \dots, \mathcal{B}_K$ és $\mathcal{C}, \mathcal{D}$ 2×2 dimenziós paramétermátrixait, ahol feltesszük, hogy $\mathcal{C}$ szimmetrikus és nemnegatív definit, a korábbiakhoz hasonlóan becsülhetjük például csúszó tanulóadatok segítségével. Az EMOS modelleknél általánosan bevett gyakorlatnak megfelelően a paraméterbecslések valamilyen valódi illeszkedési mutatónak a tanulóadatokon vett átlagos értékét optimalizálják. Esetünkben ez a logaritmikus mutató, ami a tér- és időbeli függetlenséget feltételezve éppen az ML becsléssel egyenértékű. Természetesen az előrejelzések hibái általában nem függetlenek, azonban mivel itt valójában egy időjárási változó vektornak a saját ensemble előrejelzésére vett feltételes eloszlását becsüljük, a paraméterbecslések nem igazán érzékenyek erre a megkötésre (lásd pl. Raftery *et al.*, 2005).

5.3 Esettanulmányok

A disszertáció 5.4. fejezetének esettanulmányaiban a kétdimenziós valószínűségi és kategorikus előrejelzések tulajdonságait a Gneiting *et al.* (2008) által javasolt többdimenziós illeszkedési mutatók segítségével vizsgáljuk. A valószínűségi előrejelzések kalibráltságát a CRPS többdimenziós általánosításának tekinthető energy score (Gneiting és Raftery, 2007) segítségével, valamint a megbízhatósági index (reliability index; Delle Monache *et al.*, 2006) használatával számszerűsítjük, ami a nyers ensemble előrejelzések, illetve az előrejelző eloszlásokból generált szimulált minták rang hisztogramjainak az egyenletestől való eltérését méri. Az élességet a determináns élességgel (determinant sharpness; Möller *et al.*, 2013), míg a kategorikus előrejelzések illeszkedését a megfigyeléstől való átlagos euklideszi távolságukkal számszerűsítjük.

Az első esettanulmány az UWME 48 órás 10 méteren mért maximális szélsősebesség (m/s) és 2 méteren mért minimális hőmérséklet (K) ensemble előrejelzésein és a kapcsolódó megfigyeléseken alapul. Az előrejelzések ugyanazt a földrajzi területet fedik le (Észak-Amerika északnyugati régiója), mint a 3. és 4. fejezet esettanulmányaiban vizsgáltak. Alapvetően ismét csak a 2008-as naptári év előrejelzéseinek utófeldolgozásával foglalkozunk (24 302 egyedi előrejelzés), de a kopula kovarianciák meghatározásához és a paraméterbecslésekhez felhasználjuk a 2007-es adatokat is. Ez utóbbiak a Möller *et al.* (2013) által javasolt 40 napos csúszó tanulóperiódus előrejelzésein és megfigyelésin alapulnak, mely tanulóperiódus-hosszat a szerzők az adatállomány egy részhalmazának részletes elemzése útján határozták meg. A második esettanulmányban az ALADIN-HUNEPS rendszer által a 2012.04.01 – 2013.03.30 időszakra 10 magyar nagyvárosra adott 42 órás 10 méteren mért szélsősebesség és 2 méteren mért hőmérséklet előrejelzéseket vizsgáljuk, ahol a kopula modell kovarianciastruktúráját a 2010.10.01 – 2011.03.31 periódus adataiból becsüljük. Az egyes utófeldolgozó modellek paramétereit ebben az esetben is 40 napos csúszó tanulóperiódus segítségével határozzuk meg, mely érték ugyancsak előzetes adatelemzésen alapul. Ily

módon a 2012.05.12 és 2013.03.31 időszakra vannak mind ensemble előrejelzéseink, mind pedig BMA és EMOS modelljeink, ami összesen 3 180 egyedi előrejelzést jelent.

Az ismertetett esettanulmányok eredményei alapján megállapíthatjuk, hogy a nyers előrejelzésekhez képest az utófeldolgozás minden esetben javít a valószínűségi előrejelzések kalibráltságán és a kategorikus előrejelzések pontosságán. Előrejelző képesség tekintetében a kétdimenziós modellek teljes mértékben lépést tudnak tartani a jóval általánosabb kopula technikával, azonban esetükben nincs szükség kiegészítő adatokra a kovariancia-struktúra meghatározásához. Kijelenthetjük továbbá, hogy számítási igény szempontjából a kétdimenziós EMOS modell használata előnyösebb, mint a kétdimenziós BMA kalibrálás.

Végezetül szeretnénk felhívni a figyelmet arra, hogy míg a Gauss kopula módszer tetszőleges típusú és számú időjárási változó esetén használható, az ismertetett BMA és EMOS modellek csupán két normális, illetve csonkított normális eloszlással jellemezhető mennyiség együttes kezelésére alkalmasak. Az ilyen típusú alacsony dimenziós paraméteres utófeldolgozó módszerek azonban kiválóan alkalmasak arra, hogy építőelemei legyenek például egy a térbeli összefüggéseket is figyelembe vevő nemparaméteres kalibráló eljárásnak (Schefzik, 2016b).

6 Szemi-lokális paraméterbecslési módszerek

A BMA, illetve EMOS modellek paraméterbecsléséhez szükséges tanulóadatok térbeli kiválasztására két tradicionális megközelítés ismert (Thorarinsdottir és Gneiting, 2010). Lokális becslés esetén az egyes megfigyelő állomások paramétereit kizárólag az adott állomás adatainak segítségével becsüljük, míg a regionális megközelítésnél az összes állomás minden adatát felhasználva egyetlen tanuló adathalmazt képezünk. A lokális becslési mód általában jobb modellilleszkedést eredményez, azonban az elegendően nagy tanuló adatsor hiánya gyakorta vezet numerikus problémákhoz. Ezzel szemben a regionális becsléseknél tipikusan nincsenek problémák a numerikus stabilitással, azonban kiterjedt előrejelzési tartomány esetén nem szerencsés, ha az összes állomás ugyanazzal a paraméterhalmazzal bír, mivel mind az állomások klimatológiai tulajdonságai, mind pedig a hozzájuk tartozó ensemble előrejelzések hibái szignifikánsan különbözhetnek egymástól.

A Lerch és Baran (2017) eredményein alapuló 6. fejezetben a Thorarinsdottir és Gneiting (2010) által javasolt csonkított normális EMOS modellt alkalmazzuk az 52 tagú Grand Limited Area Model Ensemble Prediction System (GLAMEPS; Iversen *et al.*, 2011) szélesség előrejelzéseinek utófeldolgozására. Az általunk vizsgált GLAMEPS adatsor egy Európát és Észak-Afrikát magába foglaló hatalmas területet fed le, azonban csupán egy rövid időszak előrejelzései állnak rendelkezésünkre, ami problémássá teszi mind a regionális, mind pedig a lokális becslést. Lehetséges megoldás gyanánt két hasonlóságon alapuló szemi-lokális paraméterbecslési eljárást mutatunk be. A távolságalapú megközelítés egy adott állomás tanulóadatait más, hozzá hasonló tulajdonságokkal rendelkező állomások adataival egészíti ki, míg a klaszterezésen alapuló eljárás különböző tulajdonságok alapján vett k -közép klaszterezés segítségével csoportosítja az egymáshoz hasonló állomásokat, majd az egyes klasztereken belül ezekkel a tanulóadatokkal végzi el a modellparaméterek becslését.

6.1 A GLAMEPS ensemble

A GLAMEPS ensemble egy 2006 óta működő rövidtávú, több modellből álló ensemble előrejelző rendszer. Az előrejelzési tartománya Európát, Észak-Afrikát és az Atlanti-óceán északi részét fedi le, és a jelenleg futó GLAMEPS verzió előrejelzéseit négy rész ensemble alkotja. Minden egyes komponens 12, a numerikus modellek kezdeti értékeinek perturbációiból kapott tagból, valamint egy kontroll előrejelzésből áll, aminél az eredeti kezdeti értékeket használják. Ehhez adódik még, hogy a perturbációs tagok fele egy 6 órás eltolással készül.

Az általunk vizsgált adatbázis 1738 megfigyelő állomásnak a 2013.10.02 – 2013.11.23 és a 2014.02.02 – 2014.05.18 közötti időszakokra vonatkozó 52 tagú 18 órás 10 méter magasan mért szélsébség előrejelzéseit tartalmazza, valamint a kapcsolódó validáló megfigyeléseket. Ahhoz, hogy biztosítani tudjuk a megfelelő tanulóperiódus hosszát, adatainkat két egyforma hosszúságú, 2013 októbere és 2014 februárja, valamint 2014 márciusa és májusa közötti, időszakra bontjuk. Az utófeldolgozott előrejelzéseket a második periódus adatain validáljuk, míg az első periódus teszi lehetővé, hogy minden egyes validálási dátumhoz ugyanolyan hosszúságú csúszó tanulóperiódus tartozzon, valamint ezekből az adatokból határozzuk meg az egyes állomások közötti hasonlóságot is.

6.2 EMOS modellek a GLAMEPS ensemble utófeldolgozására

A GLAMEPS ensemble előrejelzések kalibrálására a Thorarinsdottir és Gneiting (2010) által javasolt (10) modellt alkalmazzuk, ahol feltesszük, hogy a véletlen perturbációk segítségével előállított ensemble tagok statisztikailag egyenértékűek, ily módon felcserélhetők, így a csonkított normális eloszlás helyparaméterét leíró formulában az együtthatók megegyeznek (Gneiting, 2014). Három különböző modellt vizsgálunk.

- *Teljes modell*: minden egyes rész ensemble esetén három felcserélhető tagokból álló csoportot különböztetünk meg. Az első a kontroll tagból áll, a másodikat és a harmadikat pedig a 6-6 eltolás nélküli, illetve eltolt perturbációs tag alkotja. Ez összesen 12 felcserélhető tagokból álló csoportot, így 15 becsülendő paramétert eredményez.
- *Eltolásmentes modell*: egy-egy rész ensemble eltolt és eltolásmentes perturbációs tagjai egyetlen felcserélhető csoportot alkotnak. Ez 8 csoportot és 11 becsülendő paramétert jelent.
- *Egyszerűsített modell*: az ensemble mind az 52 tagja egyetlen felcserélhető csoportot alkot, ami csupán 4 becsülendő paramétert eredményez.

A TN EMOS modell paramétereit általában egy alkalmasan megválasztott, tipikusan az előző n napból álló, csúszó tanulóperiódus felett vett előrejelző eloszlásaihoz tartozó átlagos CRPS érték minimalizálásával becsüljük. A rendelkezésünkre álló GLAMEPS adatállomány esetén azonban a tanulóadatok egyik hagyományos kiválasztási módja sem célravezető. Előrejelző képesség tekintetében a nyers ensemble előrejelzésekhez képest a regionális EMOS csupán minimális javulást eredményez, míg a lokális EMOS modell paramétereinek megbízható becslése hosszabb tanulóperiódusokat igényel, mint amit az adatállományunk megenged. A teljes és eltolásmentes modellek paramétereinek lokális becslésénél numerikus problémák merülnek fel. Az alábbi két alternatív, hasonlóságon alapuló szemi-lokális becslés segítségével azonban elkerülhetjük mindazokat a problémákat,

amik miatt a GLAMEPS adatokra illesztett EMOS modellek esetén sem a paraméterek regionális becslése, sem pedig a lokális becslés nem ajánlott.

Távolságalapú szemi-lokális modell

Hamill *et al.* (2008) ötletét követve, egy adott állomáshoz tartozó tanuló adathalmazt a hasonló tulajdonságokkal bíró más állomások tanulóadataival növeljük meg. Az állomások közötti hasonlóságot alkalmasan megválasztott távolságfüggvények segítségével értelmezzük. Adott i és j állomások közötti $d(i, j)$ távolságot, ahol $i, j \in \{1, \dots, 1738\}$, többnyire a 2013 októbertől és 2014 februárja közötti első periódus adataiból határozzuk meg, ami különbözik a modellverifikációra használt időszaktól. Az i_0 állomásra vonatkozó EMOS modell szemi-lokális becslése esetén a hozzá leginkább hasonló L állomásnak a csúszó tanuló időszakba eső egyedi előrejelzéseit használjuk, beleértve ebbe magának az i_0 állomásnak az adatait is.

A következő négy távolság függvényt vizsgáljuk.

1. *távolság: Földrajzi távolság.* Az i és j állomások közötti távolságot a földrajzi koordinátáik közötti $d^{(1)}(i, j)$ euklideszi távolság adja meg.

2. *távolság: Klimatológiai távolság.* Jelölje $\hat{F}_i$ az i állomáson a 2013 októbertől és 2014 februárja közötti első időszaban mért szélsőértékek empirikus eloszlásfüggvényét. Az i állomásnak a j állomástól való távolsága legyen

$$d^{(2)}(i, j) := \frac{1}{|S|} \sum_{x \in S} \left| \hat{F}_i(x) - \hat{F}_j(x) \right|,$$

ahol $|S|$ az S halmaz elemszáma. Esetünkben $S = \{0, 0.5, 1, 1.5, \dots, 14.5, 15\}$ (ekvidisztáns pontok a legkisebb megfigyelt szélsőérték (0 m/s) és az összes megfigyelés 99. percentilise (15 m/s) között), de itt jegyezzük meg, hogy az egyes állomásokhoz legközelebb eső állomások halmaza meglehetősen robusztus az S halmaz kismértékű változtatásaival szemben.

3. *távolság: Az ensemble előrejelzések hibái.* Jelölje $\bar{f}_{i,t}$ az i állomás t időpontra vonatkozó ensemble előrejelzésének az átlagát, és legyen $x_{i,t}$ a kapcsolódó validáló megfigyelés. Az i és j állomások távolsága

$$d^{(3)}(i, j) := \frac{1}{|S'|} \sum_{x \in S'} \left| \hat{G}_i^e(x) - \hat{G}_j^e(x) \right|,$$

ahol $\hat{G}_i^e(x)$ az i állomás ensemble átlagai $\bar{f}_{i,t} - x_{i,t}$ hibáinak az empirikus eloszlásfüggvénye, $S' = \{-10, -9.5, -9, -8.5, \dots, 0, \dots, 8.5, 9, 9.5, 10\}$ pedig egy rögzített halmaz, ahol az empirikus eloszlásfüggvények értékeinek eltérését nézzük.

4. *távolság: A 2. és 3. távolságok kombinációja.* A 2. és 3. távolságok összege, ami ily módon függeni fog mind a megfigyelésektől, mind pedig az ensemble előrejelzések hibáitól. A fenti jelöléseket használva a kapcsolódó távolságfüggvény

$$d^{(4)}(i, j) := d^{(2)}(i, j) + d^{(3)}(i, j) = \frac{1}{|S|} \sum_{x \in S} \left| \hat{F}_i(x) - \hat{F}_j(x) \right| + \frac{1}{|S'|} \sum_{x \in S'} \left| \hat{G}_i^e(x) - \hat{G}_j^e(x) \right|.$$

Klaszteralapú szemi-lokális modell

A távolságalapú megközelítés alternatívájaként egy klaszteranalízisen alapuló szemi-lokális módszert javasunk. A megfigyelési állomásokat itt klaszterekbe soroljuk és a paraméterek becslését klaszterenként végezzük, amihez csupán az adott klaszterhez tartozó előrejelzéseket és megfigyeléseket használjuk. Az állomások klaszterezését azok különféle, az állomások klimatológiai tulajdonságain, valamint az előrejelzések hibáin alapuló, többdimenziós leíró vektorai alapján k -közép módszerrel végezzük.

Számítási igényét tekintve a klaszteralapú szemi-lokális becslés jóval hatékonyabb, mint a távolságalapú, mivel a paraméterbecsléshez minden egyes nap esetén csupán k különböző tanuló adathalmazt használ, míg a távolságalapú megközelítés mind az 1738 állomás paramétereinek egyedi becslését igényli, ami egymást részben átfedő tanulóadatok segítségével történik. Az alacsony számítási költség emellett azt is lehetővé teszi, hogy az állomásokat a csúszó tanulóperiódus minden egyes időszakára újra klaszterezzük anélkül, hogy ez szignifikánsan megnövelné a modellillesztés teljes számítási idejét.

A következő leíró vektorokat vizsgáljuk.

1. *típusú leíró vektor: Klimatológiai jellemzők.* Az i állomás tulajdonságait leíró vektor a tanuló időszak adott állomásra vonatkozó szélsőérték megfigyelései empirikus eloszlásfüggvényének ekvidisztáns kvantiliseiből áll.

2. *típusú leíró vektor: Az ensemble előrejelzések hibái.* Az i állomás tulajdonságait leíró vektor a tanuló időszak adott állomásra vonatkozó ensemble átlagainak hibáiból számolt empirikus eloszlásfüggvény ekvidisztáns kvantiliseiből áll.

3. *típusú leíró vektor: Az 1. és 2. típusú leírók kombinációja.* A koordinátáknak körülbelül a felét a megfigyelésekből, a többit pedig az ensemble átlagok hibáiból számított empirikus eloszlásfüggvény ekvidisztáns kvantilisei adják.

6.3 Eredmények

A disszertáció 6.3 fejezetében először azt vizsgáljuk, hogy a tanulóadatok kiválasztásának finomhangolására szolgáló paraméterek milyen hatással bírnak az egyes modellek előrejelző képességére. A távolságalapú megközelítés esetén a tanulóperiódus hosszának hatása marginális, a legjobb eredményeket a 80 napos időszak adataiból történő becsléssel kapjuk. A becsléshez használt hasonló állomások L számának tekintetében azonban szignifikáns a különbség az 1. és 2., illetve a 3. és 4. távolságok között. Az előrejelzések hibáit nem használó távolságok esetén (1. és 2.) a becsléshez használt hasonló állomások számának növelésével az előrejelző képesség általában csökken, amivel ellentétes képet mutatnak a becslési hibákon alapuló 3. és 4. távolságok. A legjobb előrejelző képesség, a vizsgált távolságfogalomtól és a tanulóperiódus hosszától függően, az L értékének 10 és 30 közötti választásával érhető el, míg az ettől kisebb L értékek rosszabb előrejelzéseket eredményeznek. A klaszteralapú szemi-lokális becslésnél, a rövid tanulóperiódusoktól eltekintve, körülbelül 100 klaszterig nő az előrejelző képesség, azonban 40–70 klasztert meghaladó k értékeknél már csak csekély javulás figyelhető meg. A klaszterek számához, illetve a tanulóperiódus hosszához képest a leíró vektor dimenziója csupán kis mértékben befolyásolja az előrejelző képességet, feltéve persze, hogy ez a dimenzió elegendően nagy (legalább 5–10, a többi paraméter értékétől függően). Ennek alapján a klaszterezést az összes vizsgált modellre egyaránt 24 dimenziós leíró vektorok segítségével végezzük.

A szemi-lokális módszerek előrejelző képességét az egyes modellek által a 2014.03.01 és 2014.05.18 közötti időszakra adott valószínűségi előrejelzések átlagos CRPS mutatója, a kapcsolódó medián előrejelzések MAE értéke, valamint a nominális 96.2 %-os előrejelző intervallumok lefedettsége és átlagos szélessége alapján vizsgáljuk. Összehasonlításunkhoz referenciaként az egyes állomásoknak a csúszó tanulóperiódusok megfigyeléseiből adódó lokális klimatológiai előrejelzéseit, a nyers GLAMEPS ensemble előrejelzéseket, valamint a regionális TN modell által adott valószínűségi előrejelzéseket tekintjük. Jóllehet a modell paraméterek lokális becslése a leginkább preferált megközelítés, a 80 napos tanulóperiódus-hossz nem elegendő sem a teljes, sem pedig az eltolásmentes lokális modell sikeres illesztéséhez. Mindemellett, a teljes modellek hajsza nyit rosszabb eredményeket mutatnak, mint az eltolásmentes párjaik.

A távolságalapú szemi-lokális modellek közül a legjobb eredményeket a klimatológiai előrejelzések eloszlásán, valamint ennek az előrejelzések hibáinak eloszlásával vett kombinációján alapuló 3. és 4. távolságokkal lehet elérni. Ezek a szemi-lokális modellek a különféle hangoló paraméterek egész széles tartományára képesek felülmúlni a lokális modellt. Hasonló eredményekre jutunk a klaszteralapú szemi-lokális modellel, ami ugyan picit rosszabbul teljesít, mint a megfelelő távolságalapú, azonban még mindig felülmúlja a regionális modellt, de az előrejelzések hibáit és a klimatológiát egyaránt használó klaszterezés esetén a lokális modellt is.

Általánosan elmondható, hogy a szemi-lokális modellek felülmúlják mind a regionális, mind pedig a lokális modelleket, ezekkel a standard megközelítésekkel szemben számos előnyös tulajdonsággal bírnak, miközben egyszerűen implementálhatóak. A klaszteralapú szemi-lokális modell mindamellett kevésbé számításigényes, mint a lokális becslés. Noha a távolságalapú szemi-lokális modellek valamivel jobb eredményekhez vezetnek, mint a klaszteralapúak, az előbbiek esetében a paraméterek becslése jelentősen számításigényesebb, mint az utóbbiaknál, továbbá az állomások közötti távolságoknak a egyes tanulóperiódusok adataiból történő iteratív újraszámolása a gyakorlatban nem kivitelezhető. A klaszteralapú szemi-lokális becslés egy friss alkalmazását mutatja be Baran *et al.* (2019b), ahol a szerzők az ECMWF globális duális felbontású hőmérséklet ensemble előrejelzéseinek statisztikai utófeldolgozását vizsgálják.

Irodalomjegyzék

- Bao, L., Gneiting, T., Raftery, A. E., Grimit, E. P. and Guttorp, P. (2010) Bias correction and Bayesian model averaging for ensemble forecasts of surface wind direction. *Mon. Weather Rev.* **138**, 1811–1821.
- Baran, S.** (2014) Probabilistic wind speed forecasting using Bayesian model averaging with truncated normal components. *Comput. Stat. Data. Anal.* **75**, 227–238.
- Baran, S.**, Hemri, S. and El Ayari, M. (2019a) Statistical post-processing of water level forecasts using Bayesian model averaging with doubly-truncated normal components. *Water Resour. Res.* **55**, 3997–4013.
- Baran, S.**, Horányi, A. and Nemoda, D. (2013) Statistical post-processing of probabilistic wind speed forecasting in Hungary. *Meteorol. Z.* **22**, 273–282.
- Baran, S.**, Horányi, A. and Nemoda, D. (2014a) Probabilistic temperature forecasting with statistical calibration in Hungary. *Meteorol. Atmos. Phys.* **124**, 129–142.
- Baran, S.**, Horányi, A. and Nemoda, D. (2014b) Comparison of the BMA and EMOS statistical methods in calibrating temperature and wind speed forecast ensembles. *Időjárás* **118**, 217–241.
- Baran, S.** and Lerch, S. (2015) Log-normal distribution based EMOS models for probabilistic wind speed forecasting. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **141**, 2289–2299.
- Baran, S.** and Lerch, S. (2016) Mixture EMOS model for calibrating ensemble forecasts of wind speed. *Environmetrics* **27**, 116–130.
- Baran, S.** and Lerch, S. (2018) Combining predictive distributions for statistical post-processing of ensemble forecasts. *Int. J. Forecast.* **34**, 477–496.
- Baran, S.**, Leutbecher, M., Szabó, M. and Ben Bouallègue, Z. (2019b) Statistical post-processing of dual-resolution ensemble forecasts. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **145**, 1705–1720.
- Baran, S.** and Möller, A. (2015) Joint probabilistic forecasting of wind speed and temperature using Bayesian model averaging. *Environmetrics* **26**, 120–132.
- Baran, S.** and Möller, A. (2017) Bivariate ensemble model output statistics approach for joint forecasting of wind speed and temperature. *Meteorol. Atmos. Phys.* **129** (2017), 99–112.
- Baran, S.** and Nemoda, D. (2016) Censored and shifted gamma distribution based EMOS model for probabilistic quantitative precipitation forecasting. *Environmetrics* **27**, 280–292.
- Bassetti, F., Casarin, R. and Ravazzolo, F. (2018) Bayesian nonparametric calibration and combination of predictive distributions. *J. Am. Stat. Assoc.* **113**, 675–685.

- Buizza, R. (2018) Ensemble forecasting and the need for calibration. In Vannitsem, S., Wilks, D. S., Messner, J. W. (eds.), *Statistical Postprocessing of Ensemble Forecasts*, Elsevier, Amsterdam, pp. 15–48.
- Buizza, R., Tribbia, J., Molteni, F. and Palmer T. (1993) Computation of optimal unstable structures for a numerical weather prediction system. *Tellus A* **45**, 388–407.
- Cloke, H. L. and Pappenberger, F. (2009) Ensemble flood forecasting: A review. *J. Hydrol.* **375**, 613–626.
- Delle Monache, L., Hacker, J. P., Zhou, Y., Deng, X. and Stull, R. B. (2006) Probabilistic aspects of meteorological and ozone regional ensemble forecasts. *J. Geophys. Res.* **111** D24307, doi:10.1029/2005JD006917.
- Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B. (1977) Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *J. R. Stat. Soc. Ser. B Stat. Methodol.* **39**, 1–39.
- Duan, Q., Ajami, N. K., Gao, X. and Sorooshian, S. (2007) Multi-model ensemble hydrologic prediction using Bayesian model averaging. *Adv. Water Resour.* **30**, 1371–1386.
- Fraley, C., Raftery, A. E. and Gneiting, T. (2010) Calibrating multimodel forecast ensembles with exchangeable and missing members using Bayesian model averaging. *Mon. Weather Rev.* **138**, 190–202.
- Fraley, C., Raftery, A. E., Gneiting, T., Slughter, J. M. and Berrocal, V. J. (2011) Probabilistic weather forecasting in R. *R J.* **3**, 55–63.
- Gneiting, T. (2014). Calibration of medium-range weather forecasts. *ECMWF Technical Memorandum* No. 719. Elérhető: <http://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2014/9607-calibration-medium-range-weather-forecasts.pdf> [Letöltve: 2019.06.16]
- Gneiting, T. and Raftery, A. E. (2005) Weather forecasting with ensemble methods. *Science* **310**, 248–249.
- Gneiting, T. and Raftery, A. E. (2007) Strictly proper scoring rules, prediction and estimation. *J. Amer. Statist. Assoc.* **102**, 359–378.
- Gneiting, T., Raftery, A. E., Westveld, A. H. and Goldman, T. (2005) Calibrated probabilistic forecasting using ensemble model output statistics and minimum CRPS estimation. *Mon. Weather Rev.* **133**, 1098–1118.
- Gneiting, T. and Ranjan, R. (2011) Comparing density forecasts using threshold- and quantile-weighted scoring rules. *J. Bus. Econ. Stat.* **29**, 411–422.
- Gneiting, T. and Ranjan, R. (2013) Combining predictive distributions. *Electron. J. Stat.* **7**, 1747–1782.
- Gneiting, T., Stanberry, L. I., Grimit, E. P., Held, L. and Johnson, N. A. (2008) Assessing probabilistic forecasts of multivariate quantities, with applications to ensemble predictions of surface winds (with discussion and rejoinder). *Test* **17**, 211–264.

- Good, I. J. (1952) Rational decisions. *J. R. Stat. Soc. Ser. B Stat. Methodol.* **14**, 107–114.
- Grell, G. A., Dudhia, J. and Stauffer, D. R. (1995) A description of the fifth-generation Penn state/NCAR mesoscale model (MM5). *Technical Note* NCAR/TN-398+STR. National Center for Atmospheric Research, Boulder. Elérhető: <http://www2.mmm.ucar.edu/mm5/documents/mm5-desc-doc.html> [Letöltve: 2019.06.16]
- Hamill, T. M., Hagedorn, R. and Whitaker J. S. (2008) Probabilistic forecast calibration using ECMWF and GFS ensemble reforecasts. Part II: Precipitation. *Mon. Weather Rev.* **136**, 2620–2632.
- Hemri, S., Fundel, M. and Zappa, M. (2013) Simultaneous calibration of ensemble river flow predictions over an entire range of lead times. *Water Resour. Res.* **49**, 6744–6755.
- Hemri, S., Haiden, T. and Pappenberger, F. (2016) Discrete post-processing of total cloud cover ensemble forecasts. *Mon. Weather Rev.* **144**, 2565–2577.
- Hemri, S., Lisniak, D. and Klein, B. (2014) Ermittlung probabilistischer Abflussvorhersagen unter Berücksichtigung zensierter Daten. *HyWa* **58**, 84–94.
- Hemri, S., Lisniak, D. and Klein, B. (2015) Multivariate postprocessing techniques for probabilistic hydrological forecasting. *Water Resour. Res.* **51**, 7436–7451.
- Hemri, S. and Klein, B. (2017) Analog based post-processing of navigation-related hydrological ensemble forecasts. *Water Resour. Res.* **53**, 9059–9077.
- Horányi, A., Kertész, S., Kullmann, L. and Radnóti, G. (2006) The ARPEGE/ALADIN mesoscale numerical modeling system and its application at the Hungarian Meteorological Service. *Időjárás* **110**, 203–227.
- Iversen, T., Deckmin, A., Santos, C., Sattler, K., Bremnes, J. B., Feddersen, H. and Frogner, I.-L. (2011) Evaluation of 'GLAMEPS' – a proposed multimodel EPS for short range forecasting. *Tellus A* **63**, 513–530.
- Justus, C. G., Hargraves, W. R., Mikhail, A. and Graber, D. (1978) Methods for estimating wind speed frequency distributions. *J. Appl. Meteor.* **17**, 350–353.
- Lee, G and Scott, C. (2012) EM algorithms for multivariate Gaussian mixture models with truncated and censored data. *Comput. Stat. Data Anal.* **56**, 2816–2829.
- Leith, C. E. (1974) Theoretical skill of Monte-Carlo forecasts. *Mon. Weather Rev.* **102**, 409–418.
- Lerch, S. and **Baran, S.** (2017) Similarity-based semi-local estimation of EMOS models. *J. R. Stat. Soc. Ser. C Appl. Statist.* **66**, 29–51.
- Lerch, S. and Thorarinsdottir, T. L. (2013) Comparison of non-homogeneous regression models for probabilistic wind speed forecasting. *Tellus A* **65**, 21206.
- McLachlan, G. J. and Krishnan, T. (1997) *The EM Algorithm and Extensions*. Wiley, New York.

- Molteni, F., Buizza, R., Palmer, T. N. and Petroliagis, T. (1996) The ECMWF ensemble prediction system: Methodology and validation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **122**, 73–119.
- Möller, A., Lenkoski, A. and Thorarinsdottir, T. L. (2013) Multivariate probabilistic forecasting using ensemble Bayesian model averaging and copulas. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **139**, 982–991.
- Pinson, P. (2012) Adaptive calibration of (u, v) -wind ensemble forecasts. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **138**, 1273–1284.
- Raftery, A. E., Gneiting, T., Balabdaoui, F. and Polakowski, M. (2005) Using Bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles. *Mon. Weather Rev.* **133**, 1155–1174.
- Schefzik, R. (2016a) A similarity-based implementation of the Schaake shuffle. *Mon. Weather Rev.* **144**, 1909–1921.
- Schefzik, R. (2016b) Combining parametric low-dimensional ensemble postprocessing with reordering methods. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **142**, 2463–2477.
- Schefzik, R., Thorarinsdottir T. L. and Gneiting, T. (2013) Uncertainty quantification in complex simulation models using ensemble copula coupling. *Statist. Sci.* **28**, 616–640.
- Scheuerer, M. (2014) Probabilistic quantitative precipitation forecasting using ensemble model output statistics. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **140**, 1086–1096.
- Scheuerer, M. and Hamill, T. M. (2015) Statistical post-processing of ensemble precipitation forecasts by fitting censored, shifted gamma distributions. *Mon. Weather Rev.* **143**, 4578–4596.
- Scheuerer, M. and Möller, D. (2015) Probabilistic wind speed forecasting on a grid based on ensemble model output statistics. *Ann. Appl. Stat.* **9**, 1328–1349.
- Schuhen, N., Thorarinsdottir, T. L. and Gneiting, T. (2012) Ensemble model output statistics for wind vectors. *Mon. Weather Rev.* **140**, 3204–3219.
- Sloughter, J. M., Gneiting, T. and Raftery, A. E. (2010) Probabilistic wind speed forecasting using ensembles and Bayesian model averaging. *J. Am. Stat. Assoc.* **105**, 25–37.
- Sloughter, J. M., Gneiting, T. and Raftery, A. E. (2013) Probabilistic wind vector forecasting using ensembles and Bayesian model averaging. *Mon. Weather Rev.* **141**, 2107–2119.
- Sloughter, J. M., Raftery, A. E., Gneiting, T. and Fraley, C. (2007) Probabilistic quantitative precipitation forecasting using Bayesian model averaging. *Mon. Weather Rev.* **135**, 3209–3220.
- Thorarinsdottir, T. L. and Gneiting, T. (2010) Probabilistic forecasts of wind speed: ensemble model output statistics by using heteroscedastic censored regression. *J. R. Stat. Soc. Ser. A Stat. Soc.* **173**, 371–388.
- Toth, Z. and Kalnay, E. (1997) Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method. *Mon. Weather Rev.* **125**, 3297–3319.

- Vannitsem, S., Wilks, D. S., Messner, J. W. (eds.) (2018) *Statistical Postprocessing of Ensemble Forecasts*. Elsevier, Amsterdam.
- Wilks, D. S. (2006) Comparison of ensemble-MOS methods in the Lorenz '96 setting. *Meteorol. Appl.* **13**, 243–256.
- Wilks, D. S. (2011) *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. 3rd ed., Elsevier, Amsterdam.
- Yuen, R. A., **Baran, S.**, Fraley, C., Gneiting, T., Lerch, S., Scheuerer, M., Thorarindottir, T. L. (2018) *R package ensembleMOS, Version 0.8.2: Ensemble Model Output Statistics*. Elérhető: <https://cran.r-project.org/package=ensembleMOS> [Letöltve: 2019.06.16]