Nagyenergiás atommagütközések téridőbeli szerkezete

MTA doktori értekezés

Csanád Máté

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Atomfizikai Tanszék
Budapest, 2019

Tartalomjegyzék

1. fejezet

A nagyenergiás magfizika

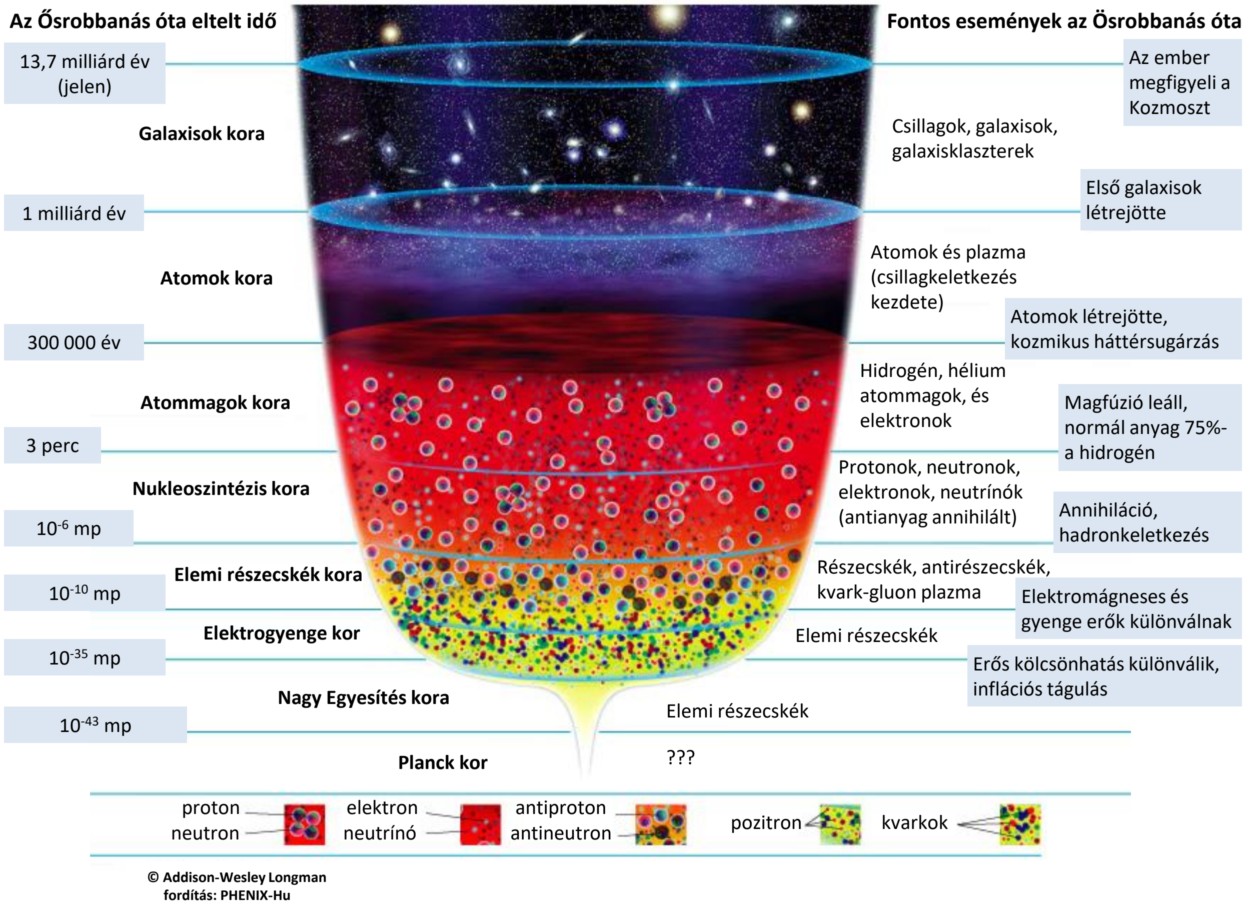
1.1. A nagyenergiás fizika és az ősrobbanás kapcsolata

A közönséges anyag, amelyet magunk körül látunk, protonokból, neutronokból és elektronokból áll. Az elektronok elemi részecskék, a protonok és a neutronok azonban nem – három kvarkból állnak (azaz barionok). Hozzájuk hasonló részecskék a pion, a kaon és társaik: ők két kvarkból állnak (azaz mezonok). A kvarkokat és az őket „összetartó” gluonokat leíró elmélet az erős kölcsönhatás, vagy más néven kvantum-színdinamika (quantum chromodynamics, QCD). A QCD fontos következménye a kvarkbezárás: hétköznapi energiasűrűségek esetén a kvarkok csak mezonokba és barionokba (összefoglaló néven hadronokba) zárva[1] figyelhetőek meg: ezek a QCD töltése, az úgynevezett „színtöltés” vagy egyszerűen „szín” szempontjából semleges részecskék. A QCD másik fontos tulajdonsága az aszimptotikus szabadság, eszerint extrém nagy energián a kölcsönhatás úgynevezett csatolási állandója (mely az erősségét jelzi) lecsökken, így ilyenkor kiszabadulhatnak a kvarkok és gluonok hadron-börtönükből.

Az elemi részecskék világa helyett most gondolatban lépjünk át a néhány nagyságrenddel nagyobb méretek birodalmába! Világegyetemünk nagyjából 13,7 milliárd éve egy „ősrobbanásban” keletkezett, ma pedig csillagok, galaxisok, galaxishalmazok és még nagyobb struktúrák alkotják. Ezek pár száz millió évvel az ősrobbanás után kezdtek kialakulni. Az ősrobbanás utáni első pillanatokra visszamenve azonban egyre érdekesebb jelenségeket láthatunk (lásd az 1.1. ábrát) – egy milliomod másodperccel az ősrobbanás után még maguk a protonok és neutronok sem létezhettek, hanem az őket alkotó kvarkok és gluonok őslevese (a kvark-gluon plazma, avagy QGP) töltötte ki a világegyetemet [1]. Ahhoz, hogy ezt az őslevest megfigyeljük, az akkor jelenlévőhöz hasonló körülményeket kell teremteni. Ez extrém hőmérsékletet és nyomást jelent, amelyet ultra- relativisztikus sebességre gyorsított atommagok (nehézionok) ütköztetésével érhetünk el. Az ütközési pont köré rendezett detektorainkba érkező részecskéket vizsgálva érdemi információt kaphatunk arról, hogy milyen is volt az anyag, amely közvetlenül az ütközés után létrejött.

A helyzet ahhoz hasonló, mint ha egy fagyott, a kelvin töredékének megfelelő hőmérsékletű világban élnénk, ahol a víz csak jég formájában van jelen. E világ elméleti kutatói felvethetnék ugyanakkor, hogy a jégnek lehet egy újfajta, folyékony formája is, de az ehhez szükséges hőmérsékletet közönséges módszerekkel nem tudják elérni. Az az ötletük támadhat azonban, hogy jégdarabokat röpítenek egymásnak, és a nagyenergiás ütközésekben a jég megolvadását remélik. Az olvadt vízcseppek persze azonnal szétrepülnek (az ütközés energiája miatt), és eközben gyorsan újra megfagynak. Eloszlásaikat megfigyelve azonban visszakövetkeztethetnének arra, hogy az ütközés

[1] Egzotikusabb struktúrák is elképzelhetőek, illetve utalnak erre megfigyelések, jelen dolgozat szempontjából azonban ez nem lényeges.



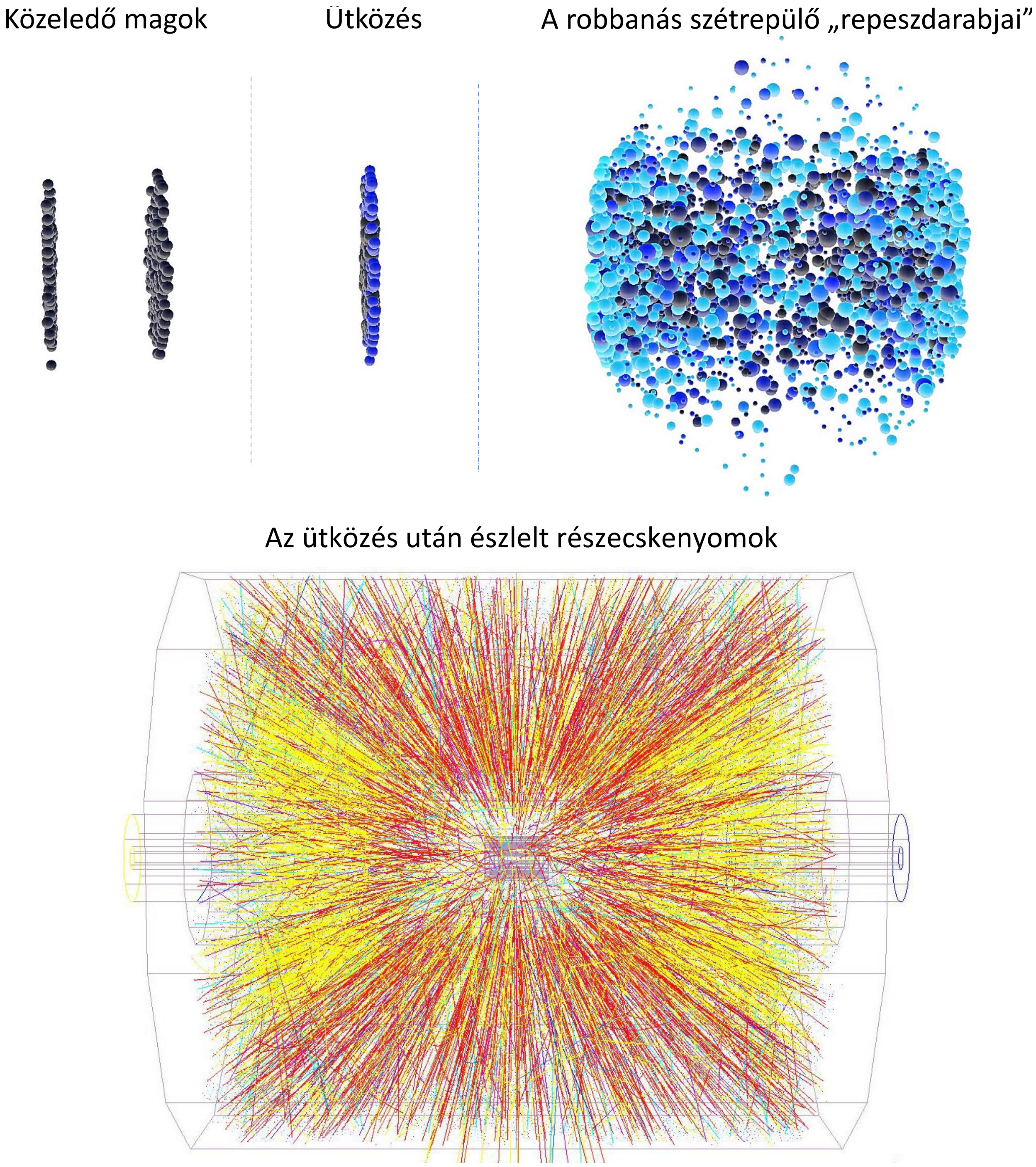
1.1. ábra. A világegyetem története. A kvarkok csak hadronokba (például protonokba vagy neutronokba) zárva vannak jelen az első ezredmásodpercben. Ez előtt azonban szabad kvarkok és gluonok egyfajta levese tölthette be az univerzumot.

kezdetén egy rövidke pillanatra létrejött-e ez az ismeretlen, folyékony állapot.

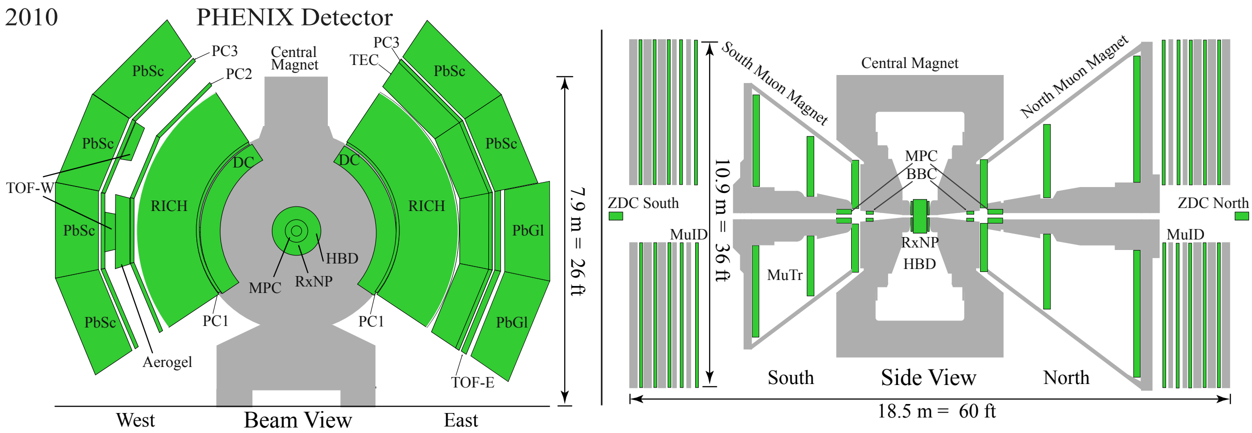
1.2. Részecskegyorsítók

Ultrarelativisztikus sebességre gyorsított atommagok (nehézionok) – melyek a Lorentz-kontrakció hatására lapos korongoknak tűnhetnek[2] – az 1.2 ábrán illusztrált ütközéseit figyelik meg a CERN és a Brookhaveni Nemzeti Laboratórium kísérleteiben. Az itt létrejött hatalmas energiasűrűségnek köszönhetően az atommagok anyaga a megszokottól egészen eltérően viselkedik: a protonok és a neutronok megolvadhatnak, egy új, utoljára a világegyetem születésekor jelen lévőhöz hasonló közeget (a fentebb említett kvark-gluon plazmát) és új részecskék seregét létrehozva. A nagy energiasűrűség

[2]Valójában egyrészt nem látjuk őket, másrészt ha látnánk is, a gyors mozgásuk és véges méretük miatt nem egészen a laborrendszerben egyidejű alakjuk jelenne meg számunkra, hanem egy bonyolultabb, elforgatott struktúra.



1.2. ábra. Atommagok ütközése a MADAI projekt (ld. madai.phy.duke.edu) animációi alapján (fent); arany atommagok nukleononként 200 GeV tömegközépponti energiájú ütközésének felvétele a RHIC STAR kísérletében (lent). A fenti ábrák és a lenti „felvétel" mérettartománya között 15 nagyságrend eltérés van, ugyanis míg az ütköző atommagok és a kvarkanyag femtométeres skálájú, addig a részecskéket észlelőt detektorok több méter méretűek.



1.3. ábra. PHENIX detektorrendszere, a nyaláb irányából (balra), illetve oldalról nézve (jobbra).

miatt a nyomás is igen nagy, ez pedig azonnal szétveti az addig kis térfogatba koncentrált anyagot, amely tágulni és hűlni kezd, majd mire – különféle, jól ismert részecskék formájában – az ütközési pont köré rendezett detektorainkba ér, újra a megszokott tulajdonságait mutatja. Az észlelt részecskék fizikai jellemzőit (impulzusát, energiáját, tömegét, töltését . . .) megmérve, eloszlásukat vizsgálva érdemi információt kaphatunk arról, hogy milyen is volt az az anyag, amely közvetlenül az ütközés után létrejött. Ezekben az ütközésekben tehát az anyag olyan állapota jön létre, amilyen a Világegyetem létrejöttekor, néhány mikromásodperccel a Nagy Bumm után uralkodott. Emiatt a nagyenergiás gyorsítókban zajló nehézion-ütközéseket – a bennük uralkodó óriási energiasűrűség és hőmérséklet miatt – Kis Bummnak is nevezhetjük. Az ehhez hasonló kutatásokat a berkeley-i Bevalac-nál kezdték, ahol nukleononként (a nukleon a proton és a neutron összefoglaló neve) 1 GeV tömegközépponti energiával[3] ütköztettek atommagokat. A brookhaveni AGS-nél ezt 5 GeV-re emelték, majd 17 GeV-re a CERN SPS (Szuper Protonszinkrotron) gyorsítójánál. Ma a brookhaveni RHIC (Relativisztikus Nehézion-üköztető) kísérleteiben akár 200 GeV/nukleon energiájú mag-mag ütközéseket is megfigyelhetnek, míg a CERN LHC (Nagy Hadronütköztető) gyorsítóban ennél még egy nagyságrenddel nagyobb, akár nukleononként 5 TeV energiával is ütköztethetnek atommagokat.

1.3. A Relativisztikus nehézion-ütköztető és a PHENIX kísérlet

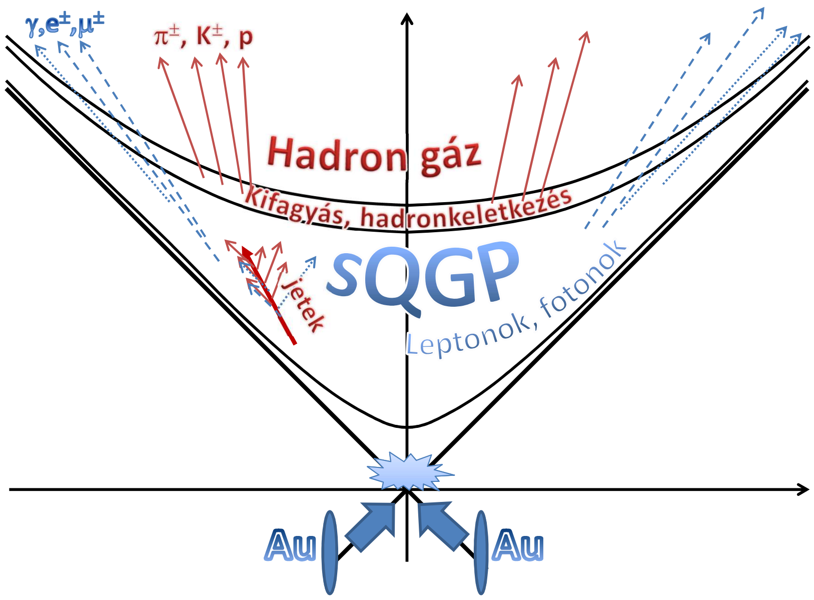
Az Amerikai Egyesült Államok Brookhaveni Nemzeti Laboratóriumában működő RHIC két, egyenként 3,8 kilométeres gyűrűből áll, amelyekben egymással szemben keringenek az ultra-relativisztikus sebességre gyorsított atommagok (proton, deutérium, hélium-3, réz, alumínium, arany és urán is

[3] Az eV (elektronvolt) az az energia, amelyre egy elektron 1 volt elektromos feszültség segítségével szert tesz. 1 GeV ennek egymilliárdszorosa.

sorra került már). A gyűrűk hat helyen metszik egymást, ezeken az ütközési pontokon négy kísérletet létesítettek: ezek a BRAHMS, a STAR, a PHENIX és a PHOBOS. A BRAHMS és a PHOBOS kísérletek befejezték az adatfelvételüket 2006-ra, a PHENIX pedig 2016-ig működött – hogy 2021-22-re helyébe lépjen az új generációs sPHENIX detektorrendszer. Jelen fejezetben a PHENIX rendszeréről és eredményeiről lesz szó – fontos azonban látni, hogy a következtetéseket illetően teljes az összhang a RHIC kísérletei között, illetve az LHC eredményei is megerősítik ezeket.

A PHENIX kísérlet detektorait [2] két fő csoportra osztjuk: az események globális tulajdonságainak leírását szolgálókra, illetve a részecskék észlelését és azonosítását elvégzőkre. Az előbbiek egyik fontos célja, hogy jelezzenek, ha ütközés történt: ekkor rögzíthetjük a detektorokban keletkező jelet. A globális detektorok meghatározzák továbbá az ütközések pontos helyét, az ütközés geometriai elrendezését, azon belül az ütközések centralitását: hogy a két atommag mennyire „középen" találta el egymást. Ilyen globális detektor többek között a Beam Beam Counter (BBC) és a Zero Degree Calorimeter (ZDC), pozíciójukat lásd az 1.3. ábrán. Ezen a ponton érdemes megadni a centralitás definícióját is: az $X\%$ centralitású esemény centrálisabb az összes esemény $X\%$-ánál, és periférikusabb a maradék $(100-x)\%$-nál. Ennek értelmében a legcentrálisabb eseményeket a 0%, a legperiférikusabbakat a 100% jelöli – ugyanakkor ezt többnyire rugalmatlan ütközések százalékában értjük, amelyek közül a leginkább periférikusabbakat többnyire nem tudják a kísérletek észlelni, így a legperiférikusabb ütközések nem mindig „érik el" a 100%-ot; a PHENIX-nél többnyire 0-92% az észlelt események tartománya.

A részecskék észlelése és azonosítása egy másik detektorcsoport segítségével működik. A PHENIX egyik specialitása fotonok precíz észlelése – többek között a semleges pionokat is csak az ezekbe való bomlásukon keresztül vizsgálhatjuk. A fotonokat a legkívül elhelyezkedő elektromágneses kaloriméterek (PbGl és PbSc) észlelik, az energiájuk mérésével. A töltött hadronok pályáját az úgynevezett nyomkövető detektorok: a Pad Chamber (PC) és a Drift Chamber (DC) mérik meg. A pálya a mágneses tér hatására íves alakot ölt – ennek sugarából meghatározható a részecske impulzusa. A hadron típusát a sebességükön keresztül azonosítjuk, mivel ez és az impulzusuk ismeretében már meghatározható a tömegük. A sebességet a repülési időt mérő Time Of Flight (TOF) detektorokkal mérjük. Fontos megemlíteni, hogy az elektromágneses kaloriméterek is használhatóak hadronok azonosítására, méghozzá szintén a repülési idő mérésén keresztül. Tegyük hozzá, hogy egyes detektorrendszerben a hadronokat a megmért energiájukon vagy az energiaveszteségükön keresztül azonosítják – ez a PHENIX-ben tehát nem így van, itt a repülési idő a hadron-azonosításban használt kulcsmennyiség. Az elektronokat pedig a közegbeli fénysebességnél nagyobb sebességük árulja el, Cserenkov-sugárzás formájában – ennek észlelésére tervezték a Ring Imaging Cherenkov (RICH)



1.4. ábra. Egy arany-arany ütközés vázlatos téridőbeli lefolyása Minkowski-diagramon (a függőleges tengely jelzi az időt, a vízszintes a távolságot). Az ütközés után nagyjából 1 fm/c alatt (amelyet a legalsó hiperbola és a függőleges időtengely metszete jelez) kialakul a termalizálódott, erősen kölcsönható kvarkanyag, az sQGP. Ez robbanásszerűen tágul, eközben hűl és fotonokat, elektronokat, müonokat bocsát ki magából. Amikor egyfajta kritikus hőmérséklet elér, a közegből „kifagynak” a kvark és gluon szabadsági fokok, és létrejönnek (rekombinálódnak) a hadronok.

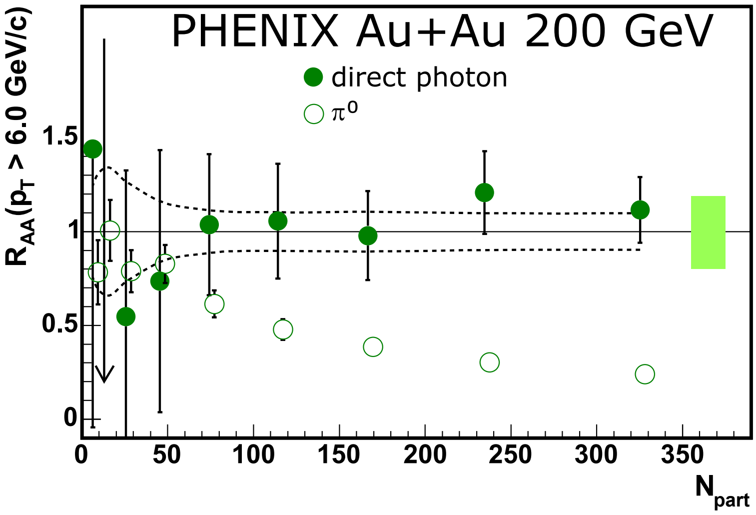
detektort. Végezetül a müonok észlelésére szolgálnak a Muon Tracker (MuTr) és Muon Identifier (MuID) detektorok.

A RHIC immár közel húsz éve működik, és jelenleg teljesítőképessége csúcsán van. A jövőben azonban komoly fejlesztéseket terveznek, először is az sPHENIX detektorrendszer megépítését és a STAR „forward upgrade” fejlesztését, amelyek eddig beazonosított fizikai kulcskérdések megválaszolására teszik képessé a kísérleteket. A következő lépcső pedig egy új ütköztető építése lehet, amely elektronokat ütköztet atommagokkal, illetve a kapcsolódó következő generációs detektorrendszereket is tervezik már. A fejezet további részében azonban azzal foglalkozom, hogy hol tartanak ma a nehézion-fizikai kutatások, mit tudunk ma a nagyenergiás nehézion-ütközésekben létrejövő anyagról.

1.4. Mérföldkövek a kvark-gluon plazma kutatásában

A kutatások mai állása szerint a nehézionok ütközése nyomán létrejövő közeg hamar, kb. 1 fm/c alatt[4] termalizálódik (lásd a 1.4. ábrát), majd robbanásszerű tágulása során gyorsan kihűl. Nagy-

[4] 1 femtométer (azaz 10^{-15} méter) osztva a fénysebességgel, ez 10^{-23} másodperc, ennyi idő alatt tesz meg a fény egy femtométert



1.5. ábra. Az Au+Au ütközésekben mért nagyenergiás (itt konkrétan 6 GeV/c-nél nagyobb impulzusú) semleges pionokra és a fotonokra vonatkozó módosulási faktor az ütközés centralitásának (pontosabban a résztvevő (participáns) nukleonok számának, $N_{\rm part}$-nak) függvényében. Látható, hogy éppen annyi foton keletkezik, mint azt p+p ütközések alapján vártuk, azonban centrális ütközésekben lényegesen kevesebb nagyenergiás piont látunk. Ez az úgynevezett „jet elnyomás” jelensége.

jából 10 fm/c idő múltán lehűl körülbelül $2 \cdot 10^{12}$ Kelvin hőmérsékletre, ezen a hőmérsékleten pedig a kvarkok és gluonok „kifagyva” hadronokba záródnak (ezt hadronizációnak hívjuk). Egy forró, dinamikusan változó összetételű hadron gáz által jellemzett szakasz után a „hadrokémiai” szabadsági fokok is kifagynak, azaz rögzülnek a hadrontípusok, ezt nevezzük kémiai kifagyásnak. Végül az utolsó rugalmas ütközés után az impulzusok is rögzülnek, ezt nevezzük kinetikus kifagyásnak. A keletkezett hadronokat, illetve egyes esetekben bomlástermékeiket végül detektorainkkal észlelhetjük. A következőkben áttekintjük a felfedezések azon sorát, amelynek nyomán kijelenthetjük: valóban létrejött az erősen kölcsönható kvark-gluon plazma, az sQGP [3].

1.4.1. Az erősen kölcsönható anyag

Amikor két atommag ütközik, az őket alkotó nukleonok (protonok és neutronok) kölcsönhatásba lépnek egymással, páronként nukleon-nukleon-ütközéseket létrehozva. Egy adott geometriai elrendezést az atommagok középpontjának legkisebb távolsága, azaz az úgynevezett impakt paraméter jellemez. Az egymást majdnem szemből eltaláló atommagok (kis impakt paraméterű) ütközését centrálisnak nevezzük, míg a nagy impakt paraméterűt periférikusnak. Ezen különböző ütközéseket Glauber-modellel [4] vizsgálhatjuk, ahol az egyes nukleonok ütközési hatáskeresztmetszetét vesszük alapul. Ezzel adott mértékű centralitás esetén meghatározható az ütközésben résztvevő nukleonok, illetve a létrejövő bináris (páros) nukleonütközések száma. Egy ilyen mag-mag ütközésben a keletkező részecskék átlagos száma összevethető a nukleon-nukleon (kísérletileg a proton-proton, azaz p+p) ütközésekben keletkező részecskék átlagos számával, ha ez utóbbit megszorozzuk az atommagütközésben várható bináris nukleonütközések átlagos számával:

$$\langle \text{atommagütközés részecskeszáma} \rangle \leftrightarrow \langle \text{bináris ütközések száma} \rangle \times \langle \text{p+p részecskeszám} \rangle \tag{1.1}$$

Amennyiben egy atommagütközés nem más, mint sok bináris nukleonütközés összege, akkor a két mennyiség várhatóan megegyezik. Elképzelhető azonban, hogy a lentebb AA-val jelölt atommagütközésekben valami másképpen zajlik. Ez alapján definiálják a mag-módosulási faktort a fenti két mennyiség hányadosaként:

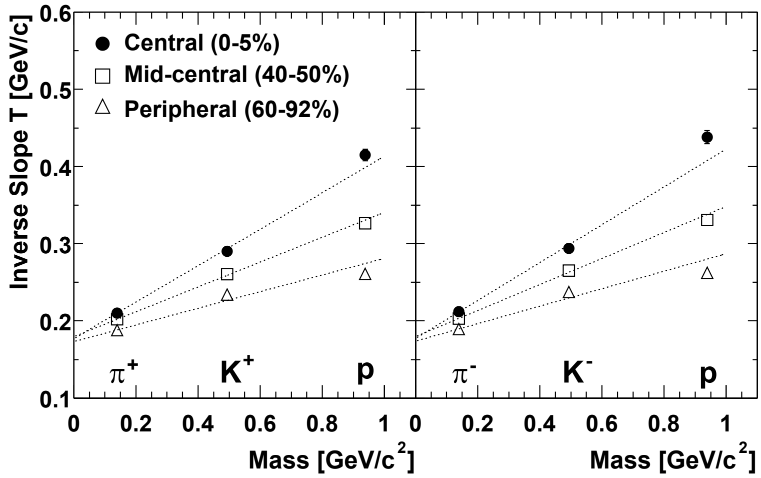
$$R_{AA} = \frac{\langle \text{atommagütközés részecskeszáma} \rangle}{\langle \text{bináris ütközések száma} \rangle \times \langle \text{p+p részecskeszám} \rangle} \tag{1.2}$$

Ennek mérése alapján a a PHENIX kísérlet azt találta [5], hogy centrális ütközésekben lényegesen kevesebb nagyenergiás semleges pion (és más hadron) keletkezik, mint azt proton-proton ütközések alapján várták (lásd az 1.5. ábrát). Miután a nagyenergiás részecskenyalábot „jet”-nek hívják (ezek keletkezését lásd később, a 2.1. fejezetben), a jelenség neve „jet elnyomás” lett (eredetileg „jet suppression” avagy „jet quenching”). Ezt a jelenséget a RHIC STAR kísérlete [6], majd az LHC kísérletek [7, 8] is megerősítették.

Érdekes azonban, hogy a várakozásoknak megfelelő mennyiségű foton keletkezik [9], ami azt mutatja, hogy ez a módosulás csak az erősen kölcsönható, azaz „színes” részecskékre vonatkozik. Erre a jelenségre az a magyarázat, hogy az ütközésben keletkezett, erősen kölcsönható „színes” anyag elnyeli az abban 5-10 fm nagyságú utat megtevő, az erős kölcsönhatásban résztvevő, színtöltéssel rendelkező részecskék energiáját. Ennek bizonyítására deuteron-arany ütközésekben végeztünk ellenpróbát: a deuteron kis méretéből adódóan a létrejövő közeg mérete kicsi, ezért itt ilyen módosulásra nem számítunk. A mérések során valóban az derült ki [10], hogy ahogy periférikus mag-mag ütközésekben, úgy deuteron-arany ütközésekben sem tapasztalható módosulás. Azóta az is kiderült [11], hogy ha csökkentjük az ütközési energiát, a jelenség eltűnik: a következő évek egyik legfontosabb célja a „kritikus ütközési energia” megtalálása, amely esetén ez az új típusú anyag már létrejön.

1.4.2. A tökéletes folyadék

A következő fontos megfigyelés az volt, hogy a keletkező részecskék mozgási energiájának eloszlása (2-3 GeV-nél kisebb impulzus esetén) esetén e^{-E/k_BT} alakú Boltzmann-eloszlást követ, azaz termalizált közegről van szó. A közeg tágulása miatt itt az effektív hőmérséklet egyszerű hidrodinamikai



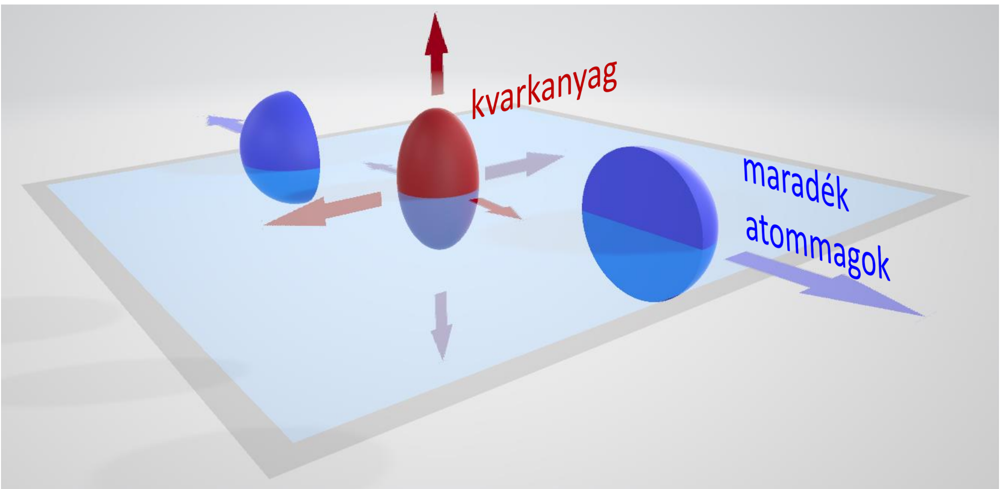
1.6. ábra. Az Au+Au ütközésekben észlelt, azonosított részecskék spektrumának meredekségéből adódó T hőmérsékleti paraméter tömegfüggése [12]. Jól látható a hidrodinamikai, lineáris viselkedés.

számolásokból $T = T_0 + m \cdot u^2$ módon adódik, ahol m az adott részecske tömege, T_0 a közeg hőmérséklete, u pedig a tágulási sebessége [12, 13]. Az 1.6. ábrán látható, hogy a mérések igazolták ezt a lineáris tömegfüggésre vonatkozó jóslatot. Kiderült az is, hogy a hadronspektrumokban látható hőmérséklet $T_0 = 170$ MeV körüli értéket vesz fel (1 MeV 116 millárd Kelvinnek felel meg, azaz 170 MeV kb. $2 \cdot 10^{12}$ Kelvin). Mivel a hadronok a fent részletezett kifagyáskor keletkeznek, mikor a közeg az átmenetnek megfelelő hőmérsékletre hűl, ezért a fenti érték egyúttal a kvarkanyag és a hadronikus anyag közötti átmenet hőmérsékletét is megadja. A fenti módon mért érték kiváló összhangban van az elméleti rács-QCD számításokkal is [14].

Nem teljesen centrális ütközésekben ezen termalizált közeg kezdeti állapota egyfajta ellipszoid vagy mandula alakot ölt (lásd az 1.7. ábrán). A kezdeti geometria tehát egyfajta elliptikus aszimmetriát mutat a z irányú nyalábra merőleges $x - y$ síkban (ahol a két atommag kezdeti impulzusát tartalmazó sík az $x - z$ eseménysík). Kérdés, hogy a végállapotban (a hadronok impulzuseloszlásában) megjelenik-e ez, azaz a részecskék azimut szög (azaz az impulzusuk $x - y$ síkban vett iránya) szerinti eloszlása aszimmetrikus-e. Ennek a kérdésnek az eldöntésére jelöljük az impulzus $x - y$ síkban vett (transzverz) komponensét p_t-vel, az azimut szöget ϕ-vel, és vegyük a keletkező részecskék impulzus-eloszlásának ϕ szerinti Fourier-sorát:

$$N(p_t, \phi) = N(p_t) \left[1 + 2 \sum v_n \cos(n\phi) \right]. \tag{1.3}$$

Elméletileg a páratlan n-hez tartozó tagok, ahogy a fel sem tüntetett szinuszosak elhanyagolhatóak az $x - z$ ($\phi = 0$) és az $y - z$ ($\phi = \pi/2$) síkra való tükrözési szimmetria miatt (mára azonban kiderült, hogy ha eseményenként nézzük, akkor a kezdeti állapot fluktuációja miatt a páratlan tagok is



1.7. ábra. Az ütközés nyomán kialakuló régiók. Az atommagok egy része átfed, ebből alakul ki a gyorsan táguló kvarkanyag. A magok maradék része „háborítatlanul” továbbhalad, a központi régióban azonban óriási energia koncentrálódik, a létrejövő forró és sűrű anyag pedig robbanásszerűen tágul. A kezdeti geometria a mért impulzuseloszlásokban is tükröződhet.

megjelennek, különös tekintettel a v_3 együtthatóra, ez a kutatások egyik fontos új irányát jelenti). A Fourier-sor első lényeges együtthatója, a v_2-vel jelölt elliptikus aszimmetria (amely nem más, mint a $\cos(2\phi)$ szögeloszlás szerinti átlaga) tehát azt méri, hogy mekkora a gömbszimmetriától való eltérés ebben a síkban. Ha a részecskék szabad úthossza nagy, nincs köztük gyakori kölcsönhatás, és egyfajta gáz-jellegű halmazállapotban vannak, akkor ez az elliptikus aszimmetria (más néven elliptikus folyás) a kezdeti geometriai aszimmetria ellenére kicsi lesz. Ha azonban a kölcsönhatás erős, a szabad úthossz kicsi, és a halmazállapot inkább folyadékra hasonlít, akkor a kezdeti geometriai aszimmetria erős impulzustérbeli elliptikus aszimmetriához vezethet. Onnan is kiindulhatunk, hogy a nyomásgradiens az eseménysíkban nagyobb, mint arra merőlegesen (hiszen a nyomás középen nagy, míg az ellipszoidon kívül kicsi). Ekkor a nagy nyomásgradiens az eseménysíkban nagyobb tágulást hoz létre, és a tágulási anizotrópia a kifagyás során a hadronimpulzusok anizotrópiájában is megnyilvánulhat - amennyiben a rendszer tágulását a nyomásgradiens irányítja. A mérések azt mutatták [15], hogy valóban ez a helyzet, a különféle hadronokra vonatkoztatott v_2 korántsem elhanyagolható, tehát az anyag halmazállapota folyadék. Azóta komplex mérések sikeres elvégzése nyomán azt is megtudtuk, hogy a forró anyagból keletkező fotonok [16] és a nehéz kvarkok [17] aszimmetriája is a közeg aszimmetriáját követi.

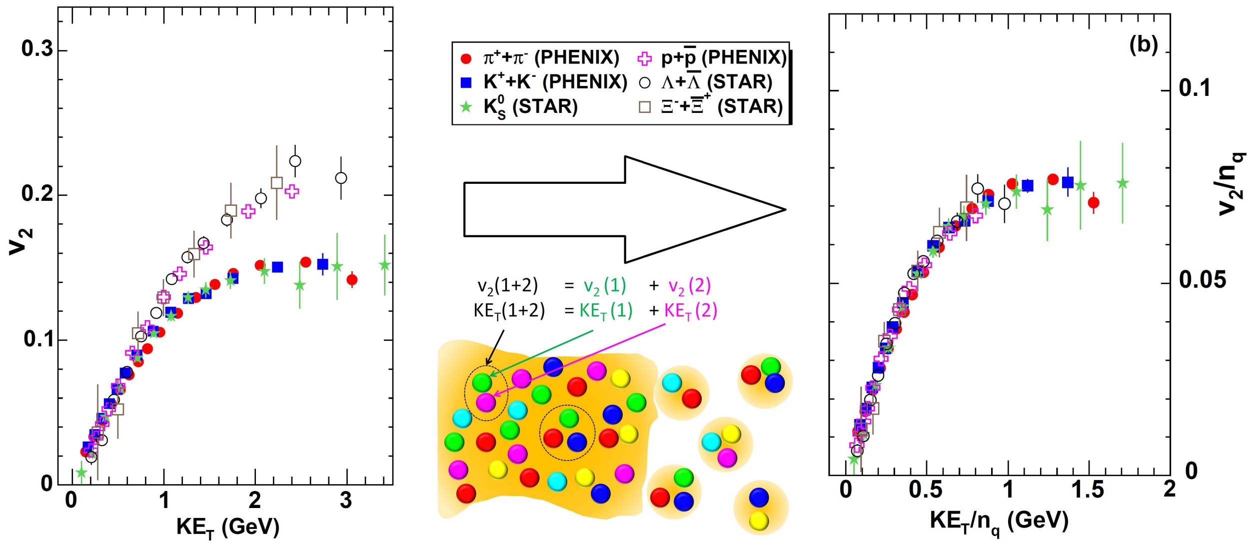
Ha a v_2 a körhöz képesti elliptikus aszimmetriát jelöli, akkor a v_4 együttható pedig egyfajta kvadrupól aszimmetriát (ez tulajdonképpen a $\cos(4\phi)$ szögeloszlás szerinti átlaga). A folyadék tágulásának belső súrlódása ezt a bonyolult aszimmetriát hamar kimosná, azonban a mérések szerint a v_4 sem elhanyagolható [18]. Ebből, és a nehéz kvarkok R_{AA} és v_2 értékeiből[5] következő igen csekély diffúziós együtthatóból [19] arra következtettek, hogy a közeg belső súrlódása, pontosabban az úgynevezett kinematikai viszkozitása nagyon kicsi. Ez alatt itt a nyírási viszkozitási együttható és az entrópiasűrűség hányadosát értjük, amely tulajdonképpen az impulzusban vett diffúziót írja le – ezért egyenlítené ez ki a kisebb impulzustérbeli aszimmetriákat, mint a v_4. Az aszimmetria azonban jelen van a végállapotban, a hadronok szögeloszlásában is, a kinematikai viszkozitás tehát roppant kicsi. Konkrét értéke a szuperfolyékony komponenst is tartalmazó ultrahideg héliuménál is lényegesen kisebb, tehát tulajdonképpen itt is egyfajta tökéletes folyadékról beszélhetünk. Emellett egyszerűen belátható, hogy az intenzíven kölcsönható anyagban jelen lévő rövid szabad úthossz is kis kinematikai viszkozitásra utal (a kettő éppen arányos egymással). Összességében tehát az derült ki, hogy a keletkező anyag nem közönséges folyadék, hanem elhanyagolható viszkozitással rendelkező tökéletes folyadék [19–21].

1.4.3. A kvark szabadsági fokok megjelenése

A fent említett elliptikus aszimmetria különféle hadronokra vett energiafüggésében érdekes skálázási viselkedést fedezhetünk fel. A mezonok (pl. π, K, ϕ) és a barionok (pl. proton, Λ, Σ) v_2 értéke a p_t transzverz impulzus függvényében különböző görbéket követ. Ha azonban a v_2-t a kinetikus energia függvényében ábrázoljuk, és ezt és az aszimmetriát is átskálázzuk a hadront alkotó (valencia-)kvarkok számával, akkor egyetlen görbét kapunk (lásd [22] és az 1.8. ábra). Koaleszcencia-modellekben (amelyek a kvarkok hadronokká alakulását vizsgálják) egyszerűen igazolható [23], hogy ha a hadronok egy kvarkok alkotta közegből jöttek létre, akkor a hadronok energiája és elliptikus folyása is éppen a kvarkok számával skáláz. Így tehát a megfigyelések alátámasztják ezt a képet, hogy a kollektív mozgás a kvarkok szintjén jön létre, azaz ők hordozzák a meghatározó szabadsági fokokat a kifagyás előtti közegben.

További fontos kérdés azonban, hogy elég magas volt-e ehhez a kezdetben uralkodó hőmérséklet. Az erősen kölcsönható anyagon a fentiekben bemutatott R_{AA} mérések tanúsága szerint szinte akadálytalanul áthatoló fotonok az anyag időfejlődésének kezdeti szakaszairól is árulkodnak, általuk hozzáférhetővé válik az anyag kezdeti hőmérséklete. A fotonok észlelése a PHENIX-ben lehetséges, azonban meg kell különböztetnünk a direkt fotonokat (amelyek a hőmérsékletről árulkodnak) és a különböző hadronok bomlása során létrejövő fotonokat. Ezt a bonyolult mérést is sikerült elvégezni a PHENIX kísérletben [24]. A direkt fotonok spektrumát vizsgálva arra juthatunk, hogy a

[5] A nehéz kvarkok és a belőlük keletkező hadronok vizsgálata igen gazdag területe a nagyenergiás fizikának. Jelen dolgozatban azonban ezt a témakört nem érintjük.



1.8. ábra. Ha a transzverz síkban vett mozgási energia függvényében ábrázoljuk a különféle hadronok szögeloszlásának elliptikus aszimmetriáját, és visszaskálázzuk a hadront alkotó kvarkok számával, az adatok egy görbére esnek. Ez azt támasztja alá, hogy a hadronok egy kvark-közegből jöttek létre.

hűlés során az átlagos hőmérséklet legalább $2,6 \cdot 10^{12}$ Kelvin, míg a kezdeti hőmérséklet legalább $4 \cdot 10^{12}$ Kelvin.[6] Ez a kezdeti hőmérséklet a mérési és elméleti bizonytalanságot is beleszámítva bőven a hadronok megolvasztásához szükséges (elméleti számítások [14] és fenomenológiai meggondolások [25] alapján megbecsült) hőmérséklet, $2 \cdot 10^{12}$ Kelvin felett van. Ez alapján kijelenthetjük, hogy a megfigyelt anyag kezdeti állapota nem felel meg egy hadronikus anyagot feltételező képnek.

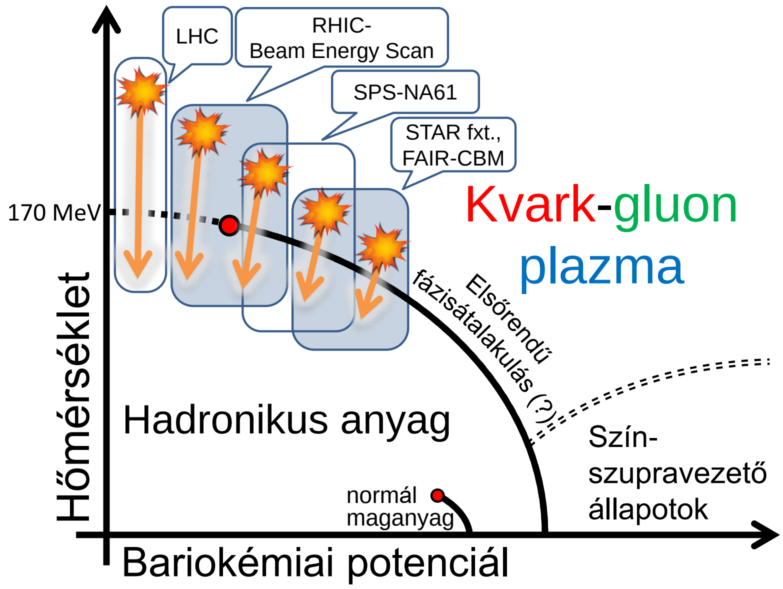
1.4.4. Az erősen kölcsönható kvarkanyag

Összességében tehát kijelenthetjük, hogy a RHIC kísérleteiben létrehozott anyag

- olyan erősen kölcsönható, hogy femtométeres úthosszon is lelassítja részecskéket, még az extrém nagyenergiásakat is;
- igen kicsi benne a szabad úthossz, azaz folyadék halmazállapotú;
- szinte tökéletes folyadék, azaz elhanyagolható a kinematikai viszkozitása;
- kezdetben extrém magas hőmérsékletű, és megjelennek benne a kvark szabadsági fokok.

Mindezek alapján a felfedezett anyagot erősen kölcsönható, szinte tökéletes kvarkfolyadéknak nevezhetjük. A legfőbb tulajdonságait sikerült meghatározni, a vizsgálatok jelentős része azonban

[6] A mérés eredménye bekerült a Guinness rekordok közé is, mivel ez az ember által dokumentáltan előállított legnagyobb hőmérséklet.



1.9. ábra. A maganyag fázisdiagramja, az elsőrendű fázisátmenetet jelző folytonos vonallal, az ennek végénél található, feltételezett kritikus ponttal (pirossal jelölve), utána a folytonos átmenet tartományával (szaggatott vonallal jelölve) és az egyes gyorsítók által elérhető tartománnyal. A szaggatott vonal a kísérletek és elméleti számítások szerint kb. 170 MeV hőmérsékletnél metszi a függőleges tengelyt, egyéb, kísérletileg is megerősített információ nem áll rendelkezésre.

még hátravan. Fontos látni, hogy az LHC nehézion-fizikai kísérletei azóta a jelenségek egy részét megerősítették, például a jet-elnyomás itt is tapasztalható [7, 8], ahogy az elliptikus folyás [26, 27] és a direkt foton eloszlások [28, 29] mérése is hasonló eredményt adott. Az ütközések lényegesen nagyobb energián zajlanak az LHC-nál, így a kezdeti állapot energiasűrűsége sokkal nagyobb, de hogy ez pontosan melyik jelenségekben hogyan nyilvánul meg – ez is a nehézionfizikus közösség vizsgálatainak fókuszában van.

1.5. Az erős kölcsönhatás fázisdiagramja

A fentiek alapján bizonyított, hogy a RHIC és az LHC nehézion-ütközéseiben kvarkfolyadék jön létre, majd tágulása során hadronikus anyaggá alakul, és ezen hadronokat észleljük detektorainkkal. Felmerül tehát a kérdés, hogy milyen jellegű az átmenet, azaz hogyan tér vissza a kvarkanyag a hadronos formába, miként történik a kifagyás. Elméleti és kísérleti eredmények szerint [30, 31] az átalakulás nem elsőrendű fázisátmenet, hanem „cross-over” típusú folytonos átalakulás, mint a víz-gőz átmenet a kritikus pont felett (lásd az 1.9. ábrát). Mindez a RHIC 200 GeV/nukleon ütközési energiája, illetve az LHC energiák esetén igaz, ahol a barionsűrűség (amely a barionok és antibarionok számának különbségével függ össze) közel nulla. Kisebb ütközési energia esetén azonban nagyobb a barionsűrűség, erről a régióról lényegesen kevesebb ismeretünk van – effektív elméletek és fenomenológiai gondolatmenetek alapján azonban a várakozások szerint igen nagy barionsűrűség esetén elsőrendű fázisátmenetre kerülhet sor. További sejtés az, hogy a kvark- és a hadronfázist elválasztó, elsőrendű fázisátmenetet kijelölő határvonal egy kritikus pontban ér véget, ahogy az 1.9 ábra is illusztrálja. A különféle energiájú és centralitású ütközésekhez tartozó kifagyási hőmérsékleteket és bariokémiai potenciálokat (ez utóbbi a barionsűrűségből származtatható) a STAR kísérlet meghatározta [32]. Ez alapján míg 200 GeV/nukleon energián a bariokémiai potenciál 20 MeV körül van, addig 7,7 GeV/nukleon energián akár a 400 MeV-et is elérheti. Nem világos jelenleg, hogy létezik-e a kritikus pont, és ha igen, ezen tartományba esik-e. A STAR tervez céltárgyas kísérleteket is, amelyekkel 3 GeV/nukleon tömegközépponti energiáig tud lemenni, míg az SPS gyorsító NA61/SHINE kísérlete az 5-17 GeV/nukleon energiatartományt éri el. Ezeken felül világszerte több gyorsítót és kísérletet terveznek a fázisdiagram vizsgálata céljából: a németországi GSI-ben a FAIR gyorsítót, az oroszországi Dubnában a NICA gyorsítót, míg Japánban a JPARC-HI komplexumot tervezik megépíteni. Ezeknél sorrendben a CBM, az MPD és a BM@N, illetve a JHITS kísérletek üzemelnek majd. Mindez azonban messze túlmutat jelen dolgozat keretein. Azt még megemlítem itt, hogy a kutatások fókuszában jelenleg is a kritikus pont környéki viselkedést leíró kritikus exponensek, illetve az itt tapasztalt kritikus jelenségek állnak, és jelen dolgozat szerzője is ezzel foglalkozik a jelenben és a közeljövőben.

A kritikus pont keresésén túl természetesen rengeteg más kutatási irány létezik. Vizsgáljuk, hogy milyen hamar termalizálódik a közeg. Meg szeretnénk pontosan mérni a kvarkanyag viszkozitását, állapotegyenletét és egyéb részletes tulajdonságait. Kérdés, hogy a hadron gáz kinetikus szabadsági fokai mennyivel a kifagyás után rögzülnek. Elemezni szeretnénk, hogy milyen mechanizmussal jönnek létre a hadronok, különös tekintettel a nehéz kvark-antikvark párokból felépülő részecskékre. Vizsgáljuk, hogy módosul-e bizonyos hadronok tömege a közegben esetleg részlegesen helyreálló szimmetriák miatt. A kutatások ezen (jelen dolgozatban nem részletezett) kérdések megválaszolására is törekednek majd a következő években.

2. fejezet

Hidrodinamika

2.1. Hidrodinamika nagyenergiás ütközésekben

Relativisztikus sebességre gyorsított atommagok frontális ütközésekor az Ősrobbanás utánihoz hasonló hőmérséklet, energiasűrűség és nyomás jöhet létre, ahogy azt az előző fejezetben tárgyaltuk. A nehézion-fizika célja az, hogy megértse és leírja ennek az anyagnak a működését. Amennyiben alkotórészeinek szabad úthossza lényegesen kisebb, mint a létrejött közeg mérete, alkalmazhatóak rá a lokális energia- és impulzusmegmaradás (azaz a hidrodinamika) egyenletei. Ezek ugyanis tulajdonképpen a közeget leíró mikroszkopikus elmélet Knudsen-szám (szabad úthossz osztva a méretskálával) szerinti sorfejtéséből származtathatóak. Ilyenkor a rendszer transzport koefficiensei (viszkozitás, hangsebesség, stb) a mikroszkopikus elméletből levezethetőek, de a leíráshoz elegendő a hidrodinamika elsőrendű egyenleteit figyelembe venni. Ezen egyenleteknek sokféle analitikus megoldása megtalálható[1], ahogy azt a későbbiekben látni fogjuk. Amennyiben az közeg lokálisan termalizált, értelmezhető a hőmérséklete is, és ekkor a keletkező részecskék eloszlásai Boltzmann-avagy Maxwell–Jüttner jellegű eloszlásokból származtathatóak, és az adatokkal összevethetőek. Végül mindebből megkaphatjuk a közeget a hadronkeletkezéskor leíró paramétereket: hőmérsékletet, áramlási sebességet, nyomást, és így tovább.

Fontos látni tehát, hogy az ütközésekben keletkező anyagról információt a benne, belőle keletkező, majd a detektoraink által észlelt részecskéken keresztül nyerhetünk. A termalizált közegben folyamatosan keletkeznek fotonok és leptonok (lásd az előző fejezet 1.4. ábráját), amelyek lényegében akadálytalanul kiszöknek. Ezeket hívjuk direkt fotonoknak és leptonoknak. Mikor a hőmérséklet a kvark-hadron fázishatár környékére hűl, a hadronok is létrejönnek, az úgynevezett „kifagyás” során (lásd 1.4.2. alfejezet). A keletkező részecskék egy része rövidebb élettartamú, ezek elbomlanak (szintén leptonokra, fotonokra, illetve hadronokra), mielőtt detektorainkba érnek. A közvetlenül észlelt hadronok közé tartoznak a töltött pionok, kaonok, protonok. Összességében tehát ezeket a részecskéket észleljük, ezek eloszlásaiból és korrelációiból következtethetünk a vizsgált közegre.

Az egyes részecskék azonban merőben eltérő folyamatokban keletkeznek. Észlelünk nagy energiájú (a RHIC-nél a több GeV-es, akár több 10 GeV-es részecskéket hívjuk így) részecskéket, ezek többnyire akkor keletkeznek, mikor a kezdeti ütközésben a nukleonok impulzusának nagy részét birtokló partonok ütköznek egymással[2], és létrehoznak egy gluon-gluon vagy kvark-antikvark párt.

[1]Fontos kutatási irány a hidrodinamika egyenleteinek numerikus megoldása is, jelen dolgozatban azonban az analitikus megoldásokra koncentrálunk.

[2]A 60-as években nagyenergiás elektron-proton és proton-proton ütközésekben azt látták, hogy a protonnak is van belső szerkezete, egyfajta „partonok” alkotják. Amikor egy proton kölcsönhat valamivel, többnyire az egyik partonja vesz részt a kölcsönhatásban, az cserél impulzust és energiát a másik ütköző féllel. Hogy a protonban milyen partonok vannak, azt az úgynevezett parton eloszlási függvények írják le: jellemzően két u és egy d kvark hordozza a

Ezek aztán (a perturbatív QCD segítségével leírható módon) fragmentálódnak további részecskékre, amelyeket összességében „jet”-nek, nagyenergiás részecskenyalábnak hívnak. Ezek a detektorainkban nagyenergiás hadronokként jelennek meg. Az ilyen és ehhez hasonló mechanizmusokat hívjuk „kemény” folyamatoknak, és az ezekben keletkező részecskéket „kemény” hadronoknak, fotonoknak, stb. Ezekre vonatkozik a „jet elnyomás” jelensége, amelyet az 1.4.1 szakaszban tárgyaltunk.

A részecskék túlnyomó többsége azonban ennél lényegesen alacsonyabb energiával rendelkezik: nagyenergiás ütközésekben a pionok átlagos impulzusa többnyire fél GeV körüli (és ez nagyon gyengén függ az ütköző magoktól vagy az ütközési energiától). Ezek az úgynevezett „lágy” részecskék a termalizált közegből keletkeznek, egyedileg nyomon nem követhetőek a keltési folyamataik részletei. Ennek oka a termalizáció során fellépő információvesztés. Végeredményben ezen részecskék egyfajta termikus spektrumot mutatnak, tulajdonképpen függetlenül az őket létrehozó mikroszkopikus folyamatoktól – eloszlásaik a közegre lesznek jellemzőek. Ahogy az 1.4.2. szakaszban láttuk, a közeg egyfajta tökéletes folyadéknak tekinthető, és ezzel a lágy folyamatokban keletkező hadron- és fotoneloszlások alakja megmagyarázható.

A következőkben áttekintjük, hogy mik a hidrodinamika alapegyenletei, milyen tökéletes folyadék modellek ismertek, és ezekben hogyan számíthatóak ki a megfigyelhető mennyiségek.

2.2. A relativisztikus hidrodinamika alapegyenletei

A nagyenergiás ütközésekben keletkező részecskék statisztikus leírására először Fermi tett javaslatot [34], majd Landau mutatott rá, hogy a termodinamikán túl a közeg áramlása is jelentősen befolyásolja a keletkező részecskék eloszlását, azaz a keletkezett részecskék eloszlásainak konzisztens leírásához a hidrodinamika használatára van szükség. Ezzel párhuzamosan kidolgozta a relativisztikus hidrodinamika alapegyenleteit, és megtalálta azok egy egzakt megoldását [35–37].

2.2.1. Az energia-impulzus tenzor

A relativisztikus hidrodinamika az energia és az impulzus (pontosabban az energia-impulzus tenzor, $T^{\mu\nu}$) lokális megmaradását teszi föl. Ha a folyadék lokális áramlási sebessége u^μ, akkor tökéletes, azaz elhanyagolható viszkozitású és hővezetésű folyadék esetén az energia-impulzus tenzor alakja

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \tag{2.1}$$

proton impulzusát, illetve a köztük lévő kölcsönhatást közvetítő gluonok. Bizonyos eséllyel azonban a többi kvark is „megtalálható” a protonban. [33]

ahol $\epsilon = u_\mu u_\nu T^{\mu\nu}$ a folyadék lokálisan együttmozgó rendszerében vett energiasűrűség, p a nyomás és $g^{\mu\nu}$ a metrikus tenzor, amelyet diag(1,-1,-1,-1) alakban veszünk fel. Látható, hogy a lokálisan együttmozgó rendszerben (itt $u^\mu = (1,0,0,0)$) a $T^{\mu\nu}$ tenzor diagonális, a diag(ϵ,p,p,p) alakot veszi föl. Tulajdonképpen az tekinthető a tökéletes folyadék definíciójának, ha az energia-impulzus tenzor megfelelő transzformációval erre az alakra hozható. Fontos látni, hogy hővezetés és súrlódás jelenléte esetén a helyzet lényegesen bonyolultabb, annyira, hogy $T^{\mu\nu}$ alakja sem egyértelmű. Ennek oka részben az, hogy hővezetés megjelenése esetén nem egyértelmű az áramlási mező fogalma, hiszen a tömegáram és az energiaáram relativisztikusan egyenértékű. A másik probléma az, hogy az elsőrendű elméletek kis perturbációkra instabilak [38], illetve fénynél gyorsabb hatások terjedhetnek bennük, így akauzálisak [39]. Ugyanakkor a másodrendű elméletek felépítése jelenleg is nyitott problémakör; bővebben lásd az Israel–Stewart-elméletet [39], amelyben relaxációs időkön keresztül dinamikai egyenletek adják meg a disszipatív mezőket. Ezen elmélet bizonyos feltételekkel helyes kauzális szerkezetű és stabil megoldásokhoz vezet [40]. A diszkusszió teljességének igénye nélkül megadjuk itt a Navier–Stokes-féle elsőrendű elméletnek megfelelő energia-impulzus tenzort:

$$T^{\mu\nu} = \epsilon u^\mu u^\nu - p\Delta^{\mu\nu} - \Pi\Delta^{\mu\nu} + 2q^{(\mu}u^{\nu)} + \pi^{\mu\nu}, \tag{2.2}$$

ahol $\Delta^{\mu\nu} = (g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu)$ a sebességmezőre merőleges vetítés, $\Pi = -p - \Delta^{\mu\nu}T_{\mu\nu}/3$ a térfogati viszkozitás adta nyomás, $q^\mu = \Delta^{\mu\nu}T_{\nu\lambda}u^\lambda$ a hőáram, $\pi^{\mu\nu} = T^{\langle\mu\nu\rangle}$ pedig a nyírási viszkozitás tenzora. Bevezettük továbbá egy általános A tenzor szimmetrizált, illetve projektált tenzorát:

$$A^{(\mu\nu)} = \frac{1}{2}(A^{\mu\nu} + A^{\nu\mu}), \qquad A^{\langle\mu\nu\rangle} = \left(\Delta^{(\mu}_{\alpha}\Delta^{\nu)}_{\beta} - \frac{1}{3}\Delta^{\mu\nu}\Delta_{\alpha\beta}\right)A^{\alpha\beta}. \tag{2.3}$$

A disszipatív mennyiségekre a következő összefüggések igazak:

$$\Pi = -\zeta\partial_\mu u^\mu, \qquad \pi^{\mu\nu} = 2\eta\sigma^{\mu\nu}, \tag{2.4}$$

ahol ζ a térfogati viszkozitási együttható, η a nyírási viszkozitási együttható, $\sigma^{\mu\nu} = \Delta^{\langle\mu\lambda}\partial_\lambda u^{\nu\rangle}$ pedig nyírási tenzor.

Mivel jelen dolgozatban kizárólag a tökéletes folyadékokra fókuszálunk, ezért visszatérünk az $\eta = 0$, $\zeta = 0$, $q^\mu = 0$ esetre vonatkozó, a (2.1) egyenletben adott energia-impulzus tenzorra. Ennek megmaradását így írhatjuk fel:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0. \tag{2.5}$$

Ez az egyenlet felbontható egy u^μ-vel párhuzamos és egy rá pszeudo-ortogonális egyenletre:

$$(\epsilon + p)\partial_\mu u^\mu + u^\mu\partial_\mu\epsilon = 0, \tag{2.6}$$

$$(\epsilon + p)u^\nu\partial_\nu u^\mu + (u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu})\partial_\nu p = 0, \tag{2.7}$$

ahol az első tulajdonképpen az energiamegmaradást fejezi ki, míg a második a relativisztikus Euler-egyenlet (és $u^\nu \partial_\nu u^\mu$ a lokálisan együttmozgó gyorsulásnak felel meg). Ezeknek a nemrelativisztikus határesete visszaadja a szokásos energiamegmaradási- és Euler-egyenleteket, ezt azonban jelen dolgozatban szintén nem részletezzük, érdeklődőknek például Nagy Márton PhD disszertációjának [41] 1.4.2. szakaszát ajánljuk figyelmébe.

2.2.2. A kontinuitási egyenlet és a hőmérséklet

A fentieken túl elképzelhető egy megmaradó töltéshez tartozó n számsűrűség, amely lokálisan szintén megmarad, azaz

$$\partial_\mu (n u^\mu) = 0. \tag{2.8}$$

Ebből nemrelativisztikus átmenet esetén, azaz a $\mathbf{v}$ hármassebességet bevezetve, amelyből

$$u^\mu = \frac{1}{\sqrt{1-|\mathbf{v}|^{\mathbf{2}}}}(1, \mathbf{v}) \tag{2.9}$$

a négyessebesség, $|\mathbf{v}| \ll \mathbf{1}$ esetén visszakapjuk a nemrelativisztikus kontinuitási egyenletet. Disszipatív korrekciók esetén bonyolultabb a helyzet, ugyanis a részecske- és a hőáram keveredhet, ilyenkor a Landau- vagy az Eckart-féle vonatkoztatási rendszerek választásával tisztázhatjuk ezen mennyiségek viszonyát; ugyanakkor a kémiai potenciálra vonatkozó egyfajta diffúziós áram bevezetésére is szükség lehet.

A hőmérsékletet n segítségével az ideális gázokra érvényes $p = nT$ összefüggésen keresztül definiálhatjuk. Amennyiben nem értelmezhető megmaradó részecskeszám, a kontinuitási egyenletet a σ entrópiasűrűségre is vonatkoztathatjuk, ahogy azt alább, a (2.14) egyenlet előtt tárgyaljuk.

Ahogy korábban láttuk, a (2.1) átírható a (2.6) energiamegmaradási és a (2.7) Euler-egyenlet alakjára. Írjuk fel most az ϵ, T, σ, p termodinamika mennyiségekre (energiasűrűség, hőmérséklet entrópiasűrűség, nyomás) és valamely megmaradó töltések n számsűrűségére és a μ kémiai potenciálra a termodinamika alapegyenleteit:

$$\varepsilon + p = T\sigma + n\mu, \tag{2.10}$$

$$d\varepsilon = Td\sigma + \mu dn, \tag{2.11}$$

$$dp = \sigma dT + nd\mu. \tag{2.12}$$

Ha nincsenek megmaradó mennyiségek, akkor is hasonlóan írhatóak fel az egyenleteink, de n és μ nélkül. Ez alapján a hőmérséklet $T = (\epsilon{+}p)/\sigma$ módon definiálható akkor is, ha nincsen értelmezhető számsűrűség.

Ha most a fentieket a (2.6) egyenletbe visszahelyettesítjük, akkor a következőt kapjuk:

$$T\sigma\partial_\mu u^\mu + Tu^\mu\partial_\mu\sigma + n\partial_\mu u^\mu + u^\mu\partial_\mu n = 0, \tag{2.13}$$

amely $\partial_\mu(nu^\mu) = 0$ miatt a

$$\partial_\nu\left(\sigma u^\nu\right) = 0 \tag{2.14}$$

lokális entrópia-megmaradási egyenletet adja. A szokásos (2.8) kontinuitási egyenlet helyett tehát ezt használhatjuk, ha nincsenek megmaradó töltések.

2.2.3. Az állapotegyenlet

Az energia-impulzus (2.1) egyenletben felírt megmaradása négy egyenletet jelent, ugyanakkor öt ismeretlen mezőnk van: az energiasűrűség, a nyomás és a sebességmező három szabad komponense (a negyediket az $u^\mu u_\mu = 1$ feltétel rögzíti). Ehhez esetleg hozzájöhet a számsűrűség és erre vonatkozó kontinuitási egyenlet. Mindenképpen szükségünk van még egy egyenletre, hogy megoldható egyenletrendszert kapjunk. Ez a hiányzó egyenlet az ϵ és a p közötti kapcsolatot megadó állapotegyenlet lesz. Ez nemrelativisztikus ideális gáz esetén $\epsilon = 3/2p$, míg relativisztikus kvantum-gázra (például fotongázra) $\epsilon = 3p$. Ennél bonyolultabb eshetőségek is vannak, (lásd bővebben a 2.7. szakaszban). Most ϵ és p között arányosságot teszünk fel, bevezetve a κ állapotegyenleti paramétert, amellyel

$$\epsilon = \kappa p. \tag{2.15}$$

Megemlíthető, hogy egyes esetekben az elsőrendű fázisátalakulás modellezésére bevezettek egy úgynevezett zsákállandót, amellyel módosítva az állapotegyenlet a $\epsilon - B = \kappa(p + B)$ alakot vette fel. A hadronikus fázisban $B = 0$ feltevéssel éltek, míg a kvark-fázisban B nem nulla értéket vett fel. Ugyanakkor ez nem tűnik az adatokkal összeegyeztethetőnek, és az elméleti számítások sem támasztják alá ezt az eshetőséget [42], a kvark-hadron átalakulás minden bizonnyal „cross-over" típusú átmenet, ahol nincs látens hő, és a termodinamikai mennyiségek és deriváltjaik folytonosan változnak (lásd bővebben az 1.5. szakaszban). Az állapotegyenletre az általánosabb, hőmérsékletfüggő

$$\epsilon = \kappa(T)p, \tag{2.16}$$

összefüggést is feltehetjük, ekkor a c_s hangsebesség a

$$c_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \epsilon}} \tag{2.17}$$

összefüggésnek megfelelően adódik, tehát konstans κ esetén $c_s = 1/\sqrt{\kappa}$.

A fentiek tehát a relativisztikus hidrodinamika alapegyenletei. Ezek egzakt megoldása korántsem triviális, és csak néhány ilyen megoldás ismert. Történetileg az első a már korábban említett implicit Landau–Kalatnyikov-megoldás [35–37]. Ez 1+1 dimenziós gyorsuló tágulást ír le, realisztikus tulajdonságokkal, azonban a termodinamikai mennyiségek csak impliciten adottak benne. Egy másik széleskörűen elismert megoldás a Hwa–Björken-megoldás [43–45], amely 1+1 dimenziós gyorsulásmentes tágulást ír le. A megoldás egyszerűen kezelhető, a megfigyelhető mennyiségek könnyen számolhatóak belőle, többnyire a kezdeti energiasűrűség becslésére használják. Nem realisztikus azonban annyiban, hogy a longitudinális impulzuseloszlás konstansnak adódik ebből, ami ellentmond az adatoknak [46, 47].

Vannak azonban expliciten felírható, 1+1 dimenziós gyorsulást leíró modellek is [48–51], amelyek tulajdonképpen a fentiek előnyeit ötvözik. Ezekkel a longitudinális dinamika realisztikusan vizsgálható [52, 53], és bizonyos szimmetriákat feltételezve kiterjeszthetőek 1+3 dimenzió esetére, a megfigyelhető mennyiségek teljes körű vizsgálatához azonban valódi 1+3 dimenziós megoldásokra van szükség. Ezek közül az első egzakt, analitikus megoldás Hubble-áramlást tételezett fel [54]. A 2.4., 2.5. és 2.6. szakaszokban ebből a megoldásból kiszámítjuk a megfigyelhető mennyiségeket, és összevetjük őket az adatokkal. Később a 2.8. szakaszban általánosítjuk ezt a megoldást, illetve a 2.9. szakaszban perturbatív kiterjesztését is vizsgáljuk.

2.3. Megfigyelhető mennyiségek származtatása

A fentiekben a relativisztikus nehézion-ütközésekben létrejövő közeg időfejlődését leíró hidrodinamikai egyenleteket tárgyaltuk. Hogy a dinamikát tényleg leírják-e ezek az egyenletek, azt úgy vizsgálhatjuk, hogy belőlük megfigyelhető mennyiségeket származtatunk, immár hidrodinamikai *modellt* létrehozva. Az ilyen modellekben általánosan használt kép az, hogy a kifagyás előtti közeget hidrodinamikával írjuk le, míg a kifagyáskor létrejövő hadronok fázistérbeli eloszlása ezen közeget tükrözi. Vizsgáltak olyan eseteket is, ahol a közeg és a hadronok eloszlásai különböznek [55–57], jelen dolgozatban azonban azt tesszük fel, hogy a kifagyás előtti és utáni termodinamikai mennyiségek folytonosan változnak, azaz a táguló közeg fázistérbeli eloszlásából közvetlenül következtethetünk a hadroneloszlásokra, ahogy az például a [13, 48, 58–67] cikkekben is történt.

Célunk, hogy felírjuk a hadronok keletkezésének valószínűségsűrűségét leíró $S(x, p)$ forrásfüggvényt, amely megadja, hogy az x téridőbeli pont és a p impulzus egy infinitezimális környezetében hány részecske keletkezett, azaz ha a teljes részecskeszám N, akkor

$$\int S(x,p)d^4x\frac{d^3\mathbf{p}}{E}=N, \tag{2.18}$$

figyelembe véve a tömeghéjfeltételt (azaz hogy $p^2 = m^2 = E - \mathbf{p}^2$), és a c=1, $\hbar$=1 egységeket használva.

A hidrodinamika adott megoldása megadja számunkra a négyessebesség, a számsűrűség és a hőmérséklet téridőbeli változását ($u^\mu(x)$, $n(x)$ és $T(x)$), ezekből statisztikus alapon származtathatjuk a fázistérbeli eloszlást. A megfigyelhető mennyiségek kiszámításhoz még szükségünk van egy úgynevezett kifagyási feltételre, amely megadja, hogy a hadronok a téridőben hol keletkeznek. A kifagyás jó közelítéssel egy háromdimenziós hiperfelületen történik, amelyet a sajátidő vagy éppen a hőmérséklet adott értéke definiálhat. Ezen hiperfelület $d^3\Sigma_\mu(x)$ háromdimenziós vektormértéke segítségével megadhatjuk a részecskefluxust. Erre Fred Cooper és Graham Frye munkája [68] alapján a $p^\mu d^3\Sigma_\mu(x)$ eredmény adódik, amelyet Cooper–Frye-faktornak [68] is nevezünk. Általánosabban tárgyalva: ezen hiperfelület körül egy $H(\tau)$ eloszlással történő kifagyás is elképzelhető (amely így nem tökéletesen pillanatszerű lesz), ahol $\tau = \sqrt{x^2}$ a koordináta-sajátidő. Az általános forrásfüggvény ezzel az

$$S(x,p)d^4x=\mathcal{N}B(x,p)H(\tau)d\tau p^\mu d^3\Sigma_\mu(x) \tag{2.19}$$

módon írható fel, ahol $\mathcal{N} = g/(2\pi)^3$ (g a spin-degenerációs faktor), $B(x,p)$ pedig a Maxwell–Jüttner-eloszlás. A legegyszerűbben azt tehetjük fel, hogy a kifagyás konstans τ_0 sajátidőnél történik, azaz $H(\tau) = \delta_{\tau_0}(\tau)$, és hogy a kifagyási hiperfelület pszeudo-ortogonális u^μ-re. Ekkor $d^3\Sigma_\mu(x) = u^\mu d^3x/u^0$. A Maxwell–Jüttner-eloszlásra a következő alakot tehetjük fel:

$$B(x,p)=\exp\left[\frac{\mu(x)-p_\mu u^\mu(x)}{T(x)}\right]=n(x)\exp\left[-\frac{p_\mu u^\mu(x)}{T(x)}\right], \tag{2.20}$$

ahol $\mu(x)/T(x) = \ln(n(x)/n_0) + \mu_0/T_0$ a fugacitást jelöli, és itt a kvantumstatisztikus hatást elhanyagoltuk. Végül a forrásfüggvény teljes alakja így írható fel:

$$S(x,p)d^4x=\mathcal{N}n(x)\exp\left[-\frac{p_\mu u^\mu(x)}{T(x)}\right]\frac{p_\mu u^\mu}{u^0}\delta_{\tau_0}(\tau)d\tau d^3x. \tag{2.21}$$

A legfontosabb megfigyelhető mennyiség a részecskék differenciális impulzuseloszlása, amely értelemszerűen a forrásfüggvény térbeli integrálja, azaz invariánsan az

$$E\frac{d^3N}{d^3p}=N_1(p)=\int S(x,p)d^4x. \tag{2.22}$$

összefüggésnek megfelelően számolható. Ezt többnyire azonban nem a szokásos x,y,z koordinátarendszerben értelmezzük, hanem bevezetjük a $p_t = \sqrt{p_x^2+p_y^2}$ transzverz impulzust, ennek x-y

transzverz síkbeli ϕ azimut szögét és az $y = 0{,}5 \ln \frac{E+p_z}{E-p_z}$ rapiditást. Ezekkel

$$N_1(p) = E\frac{d^3N}{dp_x dp_y dp_z} = \frac{d^3N}{p_t dp_t d\phi dy}. \tag{2.23}$$

A megfigyelhető mennyiségeket sokszor „midrapiditásnál”, azaz $y = 0$ mellett (vagy precízebben $|y| < \Delta y$ mellett, ahol $\Delta y \ll 1$) számítjuk ki, mivel a detektorok is ilyen kinematikai akceptanciával rendelkeznek (azaz főként a nyalábirányra merőleges részecskéket észlelik). Ezt kihasználva definiáljuk a

$$N_1(p_t, \phi) = \int\limits_{-\Delta y}^{\Delta y} \frac{d^3N}{p_t dp_t d\phi dy} dy \approx \left.\frac{d^3N}{p_t dp_t d\phi dy}\right|_{y=0} = \frac{d^2N}{p_t dp_t d\phi} \tag{2.24}$$

függvényt. Ha a transzverz síkon belüli azimut szögre integrálunk, akkor a

$$N_1(p_t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \frac{d^2N}{p_t dp_t d\phi} d\phi = \frac{dN}{2\pi p_t dp_t} \tag{2.25}$$

függvényt definiáljuk. Ha pedig éppen a szögfüggést vizsgáljuk, akkor az előbbi $N_1(p_t, \phi)$ függvény Fourier-sorát vesszük:[3]

$$N_1(p_t, \phi) = N_1(p_t)\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n\phi)\right], \tag{2.26}$$

ahol v_2, az első lényeges együttható, az úgynevezett elliptikus folyás vagy azimut aszimmetria (ld. az 1.4.2. szakaszt), amely tehát így számolható:

$$v_2(p_t) = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi N_1(p_t, \phi)\cos(2\phi)}{\int_0^{2\pi} d\phi N_1(p_t, \phi)}. \tag{2.27}$$

Fontos további mennyiség a kétrészecske impulzuskorrelációs függvény, amelyet részletesebben a 3. fejezetben tárgyalunk. Ez azonos bozonokra a forrásfüggvényből az $S(x, p)$ a

$$C_2(p_1, p_2) = 1 + \mathrm{Re}\frac{\widetilde{\mathrm{S}}(\mathrm{q}, \mathrm{p}_1)\widetilde{\mathrm{S}}(\mathrm{q}, \mathrm{p}_2)^*}{\widetilde{\mathrm{S}}(\mathrm{q} = 0, \mathrm{p}_1)\widetilde{\mathrm{S}}(\mathrm{q} = 0, \mathrm{p}_2)^*}, \tag{2.28}$$

módon számolható, ahol $\widetilde{S}(q, p) = \int e^{iqx} S(x, p)$ a forrásfüggvény térbeli Fourier-transzformáltját jelenti. A Bose–Einstein-hatást, amely a korrelációs függvény jelentőségét adja, később, a 3. fejezetben tárgyaljuk részletesen.

Fontos látni, hogy a hadronokra vonatkozó megfigyelhető mennyiségek tehát kizárólag a forrásfüggvényből adódnak, amely a termodinamikai függvények kifagyáskori állapotát tükrözi. Ahogy

[3] Itt a rapiditásfüggést már elhagytuk, de ez nem feltétlenül szükséges, néha éppen a Fourier-koefficiensek rapiditásfüggésére vagyunk kíváncsiak.

azt a [69–71] publikációkban is bemutattam, ez azt jelenti, hogy a hadroneloszlások nem mondanak semmit a közeg időfejlődéséről, kizárólag a kifagyáskori állapotáról. Tehát ezek tulajdonképpen függetlenek a kvark-közeg dinamikájától, és az azt szabályozó állapotegyenlettől. Az állapotegyenlet kizárólag az időfejlődés korábbi szakaszából származó fotonok vagy leptonok eloszlásaiból határozható meg tehát[4]. Erre vonatkozó, egyszerűsített számításokat mutatok be a 2.5. szakaszban.

2.4. Hadroneloszlások egy relativisztikus megoldásból

Ebben a szakaszban megvizsgáljuk az egyetlen ismert 1+3 dimenziós relativisztikus megoldásosztály[5] ellipszoidális geometriájú megoldásait, és kiszámítjuk belőle a megfigyelhető mennyiségeket, a [60] publikációnak megfelelően.

2.4.1. A vizsgált megoldás

A megoldás [54] önhasonló, ellipszoidális szimmetriát tételez fel. Ez azt jelenti, hogy egy adott sajátidő mellett a termodinamikai mennyiségek adott ellipszoid felületeken konstansok. Az ellipszoid felületeket az s skálaváltozó konstans értéke definiálja:

$$s = \frac{r_x^2}{X(t)^2} + \frac{r_y^2}{Y(t)^2} + \frac{r_z^2}{Z(t)^2}, \tag{2.29}$$

ahol $X(t)$, $Y(t)$, és $Z(t)$ skálaparaméterek (és az $s = 1$ feltétel által meghatározott ellipszoid adott időpillanatban vett tengelyeit jelentik), amelyek csak a t időtől függenek. A térkoordináták itt r_x, r_y és r_z. A sebességmező Hubble-típusú tágulást ír le:[6]

$$u^\mu(x) = \gamma\left(1, \frac{\dot{X}(t)}{X(t)}r_x, \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)}r_y, \frac{\dot{Z}(t)}{Z(t)}r_z\right), \tag{2.30}$$

ahol x a téridő-négyesvektort jelöli, $\dot{X}(t) = dX(t)/dt$, és hasonlóan $\dot{Y}(t)$ és $\dot{Z}(t)$ esetére. Szemben az ezen megoldásból inspirációt merítő Buda–Lund-modellel [72], itt az ellipszis tágulási sebessége konstans, azaz az $\dot{X}(t) = \dot{X}_0$, $\dot{Y}(t) = \dot{Y}_0$, $\dot{Z}(t) = \dot{Z}_0$ feltételnek is teljesülnie kell, amelyből

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} \tag{2.31}$$

következik. Ez a sebességmező gömbszimmetrikus Hubble-tágulást ír le, azaz hogy az áramlás gyorsulásmentes, ami nem feltétlenül realisztikus megkötés, legalábbis a korai idők esetére. Ugyanakkor jelenleg nem ismert 1+3 dimenziós, relativisztikus, gyorsuló egzakt megoldás a hidrodinamika

[4] Vagy a kezdeti állapotra tett feltevéssel, azonban a fotoneloszlások ennél közvetlenebb eszközt adnak a kezünkbe.

[5] A 2.2. szakaszban említett 1+1 dimenziós megoldások beágyazhatóak 1+3 dimenzióba, vagy kiterjeszthetőek gömbszimmetria feltételezésével, de egyik sem ad realisztikus transzverz dinamikát.

[6] A Hubble-féle irányfüggő sebességmező olyan, hogy egy adott irányban kétszer olyan messze lévő pontban az adott irányú sebességkomponens kétszer akkora.

egyenleteire. Pontosabban ilyen megoldás ismert [59], de ennek gyorsulása és geometriája nem szabályozható, csak a forgásból adódó hatások jelennek meg benne, így a megfigyelhető mennyiségek többségének leírására nem alkalmas. Ugyanakkor a Hubble-folyás igen hamar kialakulhat [73], így jelen megoldás realisztikus volta megfelelő közelítés lehet.

A számsűrűség, a hőmérséklet és a nyomás alakja ebben a megoldásban:

$$n(x) = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3 \nu(s), \tag{2.32}$$

$$T(x) = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)}, \tag{2.33}$$

$$p(x) = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3(\kappa+1)/\kappa}, \tag{2.34}$$

ahol $\tau = \sqrt{x^2}$ a koordináta-sajátidő, s a fent említett skálaváltozó, $\nu(s)$ pedig ennek egy tetszőleges függvénye. Továbbá $n_0 = n|_{s=0,\tau=\tau_0}$, $T_0 = T|_{s=0,\tau=\tau_0}$ és $p_0 = p|_{s=0,\tau=\tau_0}$, illetve $p_0 = n_0 T_0$. Ebben a megoldásban tetszőleges konstans κ paraméter rögzíti az állapotegyenletet. Válasszuk a $\nu(s)$ függvényt $e^{-bs/2}$ alakúnak, ahol $b = \left.\frac{\Delta T}{T}\right|_r$ a hőmérséklet inhomogenitását leíró paraméter. Ha a tűzgömb középen a legforróbb, akkor $b < 0$.

2.4.2. Megfigyelhető mennyiségek

A megfigyelhető mennyiségeket a 2.3. szakasznak megfelelően számíthatjuk ki. Másodrendű nyeregponti közelítést használhatunk, amely egy $\int fg$ kifejezésből indul ki, ahol f egy keskeny eloszlás x_0 körül, míg g egy lassan változó függvény. Az említett közelítésben ekkor $\int fg \approx g(x_0)f(x_0)\sqrt{\pi}\Delta f$, ahol Δf a keskeny f eloszlás szélessége. Ez a módszer többdimenziós integrálokra is érvényes, ilyenkor Δf helyett a második deriváltak mátrixának determinánsa jelenik meg. A módszer segítségével m tömegű részecskékre az

$$N_1(p) = \int S(x,p) d^4x = 2\pi \overline{NEV} \times \exp\left[-\frac{E^2+m^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{p_z^2}{2ET_z}\right] \tag{2.35}$$

invariáns impulzus eloszlás adódik, a következő segédmennyiségek bevezetésével:

$$\overline{N} = \mathcal{N} n_0 \left(\frac{2T_0\tau_0^2\pi}{E}\right)^{3/2}, \tag{2.36}$$

$$\overline{E} = \left(E - \frac{p_x^2(1-\frac{T_0}{T_x})}{E} - \frac{p_y^2(1-\frac{T_0}{T_y})}{E} - \frac{p_z^2(1-\frac{T_0}{T_z})}{E}\right), \tag{2.37}$$

$$\overline{V} = \sqrt{\left(1-\frac{T_0}{T_x}\right)\left(1-\frac{T_0}{T_y}\right)\left(1-\frac{T_0}{T_z}\right)}. \tag{2.38}$$

Itt T_x, T_y és T_z effektív hőmérsékleteket jelölnek, azaz az impulzus- vagy energiaeloszlás inverz logaritmikus meredekségét adják meg (az $\exp(-E/T)$ alaknak megfelelően), és így írhatóak fel:

$$T_x = T_0 + \frac{ET_0\dot{X}_0^2}{b(T_0 - E)}, \tag{2.39}$$

$$T_y = T_0 + \frac{ET_0\dot{Y}_0^2}{b(T_0 - E)}, \tag{2.40}$$

$$T_z = T_0 + \frac{ET_0\dot{Z}_0^2}{b(T_0 - E)}, \tag{2.41}$$

ahol $\dot{X}_0$, $\dot{Y}_0$ és $\dot{Z}_0$ a tűzgömb (2.29) egyenlet után is említett (konstans) tágulási rátái, T_0 a kifagyási hőmérséklet a középpontban, b pedig a hőmérsékleti gradiens. A számolás érvényességének fontos feltétele, hogy $T_{x,y,z} > T_0$ legyen. Ez teljesül, ha $b < 0$ (azaz a tűzgömb középen a legforróbb) és $E > T_0$ (azaz csak T_0-nál nagyobb energiájú részecskékre értelmezhető). Ez 200 MeV körüli hőmérsékletekre $p > 140$ MeV/c feltételt jelent, amely a jellemző detektor-akceptanciák mellett az összes megfigyelt részecskére érvényes.

Impulzuseloszlás és elliptikus folyás

Az invariáns transzverz impulzus eloszlást és az elliptikus folyást a fentiekből a ϕ és p_t koordináták szokásos, $p_x = p_t\cos(\phi)$ és $p_y = p_t\sin(\phi)$ összefüggéseken keresztüli bevezetésével kaphatjuk meg, a rapiditást nullának véve (lásd a 2.3. fejezet):

$$N_1(p_t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} N_1(p)|_{y=0}\, d\phi, \tag{2.42}$$

$$v_2(p_t) = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi\; N_1(p)|_{y=0}\cos(2\phi)}{\int_0^{2\pi} d\phi\; N_1(p)|_{y=0}}. \tag{2.43}$$

Az invariáns transzverz impulzus eloszlás az $E = m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}$ helyettesítéssel (azaz az m_t transzverz tömeg bevezetésével) a következőképpen adódik:

$$N_1(p_t) = 2\pi\overline{N}\,\overline{V}\left(m_t - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{m_t T_{\text{eff}}}\right) \times \exp\left[-\frac{m_t^2 + m^2}{2m_t T_0} - \frac{p_t^2}{2m_t T_{\text{eff}}}\right], \tag{2.44}$$

ahol bevezettük az $1/T_{\text{eff}} = 0{,}5(1/T_x + 1/T_y)$ effektív hőmérsékletet. Az elliptikus folyásra pedig a

$$v_2(p_t) = \frac{I_1(w)}{I_0(w)} \tag{2.45}$$

eredmény adódik, ahol I_0 és I_1 a módosított Bessel-függvények, és

$$w = \frac{p_t^2}{4m_t}\left(\frac{1}{T_y} - \frac{1}{T_x}\right). \tag{2.46}$$

A v_2-re vonatkozó formula visszaadja a [13]-ben leírt nemrelativisztikus megoldásokban és relativisztikus modellekben [72, 74] talált eredményt, továbbá $N_1(p_t)$ alakja is jelentős hasonlóságot mutat ezekkel.

Fontos látni, hogy sem N_1, sem v_2 nem függ az állapotegyenlet κ paraméterétől, csak a végállapottól. A hadronikus megfigyelhető mennyiségekből tehát meghatározhatjuk a T_0 paramétert, amely a központi kifagyási hőmérséklet (a τ_0 sajátidőnek megfelelő pillanatban). A κ paraméter vagy a kezdeti hőmérséklet azonban továbbra sem határozható meg. A kettő között viszont fennáll a $T_{\text{kezdeti}} = T_0(\tau_0/\tau_{\text{kezdeti}})^{3/\kappa}$ összefüggés, lásd (2.33). A κ vagy T_{kezdeti} paraméterek meghatározásával kapcsolatban lásd a 2.5 fejezetet.

Korrelációs sugarak

A kétrészecske Bose-Einstein korrelációs függvények szélessége (lásd [75] vagy a 3. fejezet) is kiszámítható (2.28) alapján. Az eredmény:

$$C_2(q, K) = 1 + \exp\left[-R_x^2 q_x^2 - R_y^2 q_y^2 - R_z^2 q_z^2\right], \tag{2.47}$$

ahol R_x, R_y, R_z az úgynevezett korrelációs vagy HBT (Hanbury Brown és Twiss) sugarak:

$$R_x^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_x - T_0)}{M_t T_x}, \tag{2.48}$$

$$R_y^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_y - T_0)}{M_t T_y}, \tag{2.49}$$

$$R_z^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_z - T_0)}{M_t T_z}, \tag{2.50}$$

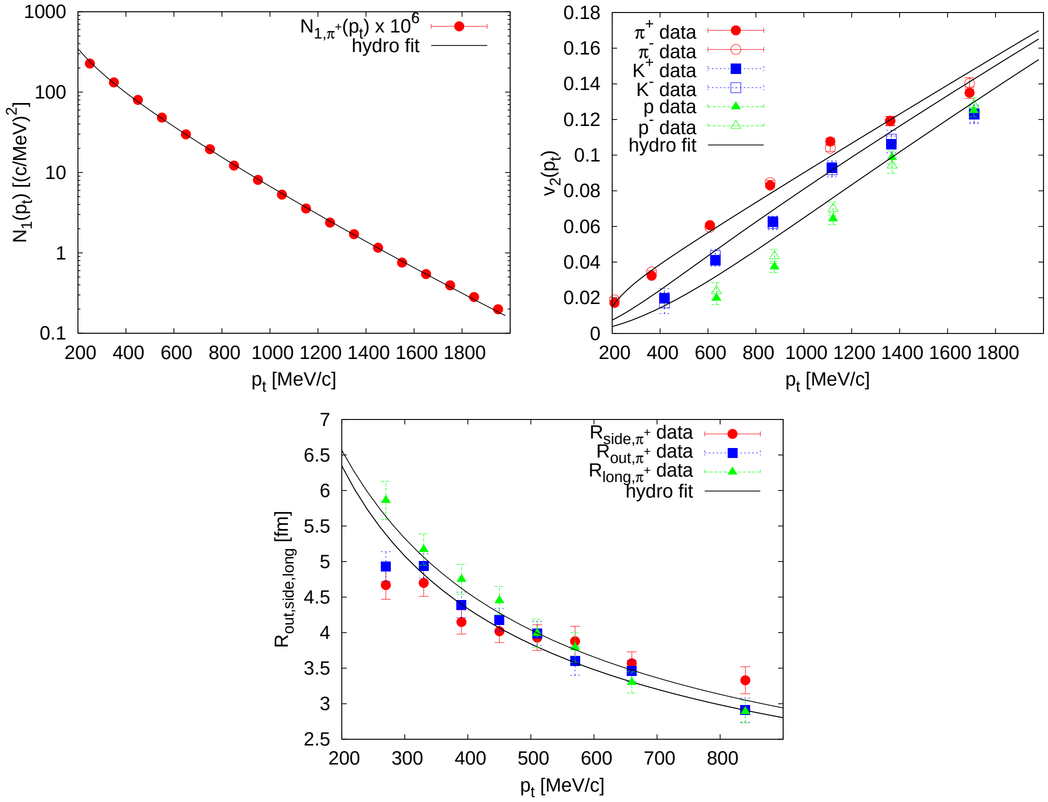
ahol pedig M_t az átlagos $K = (p_1 + p_2)/2$ impulzushoz tartozó transzverz tömeg, azaz $M_t = \sqrt{K_t^2 + m^2}$. A T_x, T_y és T_z paraméterek itt ehhez az átlagos impulzushoz tartoznak, azaz $T_x = T_x|_{K_t}$. Ezek a formulák a HBT sugarak szokásos skálázási tulajdonságát mutatják, azaz $R^2 \propto 1/M_t$. Eszerint ha az M_t függvényében ábrázoljuk, a kaon- és pionpárok korrelációs sugarai átfednek (lásd bővebben a 3.3.6. szakaszban). A fenti eredményeket a következőképpen is ki lehet fejezni:

$$\frac{1}{R_x^2} = \frac{b}{\dot{X}_0^2 \tau_0^2} + M_t \frac{\dot{X}_0^2 - b}{T_0 \tau_0^2 \dot{X}_0^2}, \tag{2.51}$$

$$\frac{1}{R_y^2} = \frac{b}{\dot{Y}_0^2 \tau_0^2} + M_t \frac{\dot{Y}_0^2 - b}{T_0 \tau_0^2 \dot{Y}_0^2}, \tag{2.52}$$

$$\frac{1}{R_x^2} = \frac{b}{\dot{Z}_0^2 \tau_0^2} + M_t \frac{\dot{Z}_0^2 - b}{T_0 \tau_0^2 \dot{Z}_0^2}, \tag{2.53}$$

amely egyenletek egyrészt a szokásos pozitív meredekségű affin lineáris függést mutatják, ugyanakkor érdekes módon $b <$ esetére negatív tengelymetszetet jósolnak. Ugyanakkor, ahogy fent emlí-



2.1. ábra. Illesztés a PHENIX 0-30% centralitású spektrum [12] és HBT adataira [15], illetve 0-92% centralitású v_2 adataira [31]. Az illesztési paramétereket a 2.1. táblázatban láthatjuk.

tettük, a modellszámolás $M_t < T_0$ értékekre nem érvényes, így a modellben kapott tengelymetszet értéke sem rendelkezik fizikai relevanciával.

Ha a HBT sugarakat a szokásos Bertsch-Pratt [76] párkoordináta-rendszerben írjuk fel (ahol az *out* irány a pár átlagos transzverz impulzusának iránya, *long* a nyaláb iránya, azaz a z tengelynek felel meg, a *side* irány pedig az előző kettőre merőleges), akkor

$$R_{\text{out}}^2 = R_{\text{side}}^2 = \frac{R_x^2 + R_y^2}{2}, \qquad R_{\text{long}}^2 = R_z^2. \tag{2.54}$$

Láthatólag ebben a megoldásban az *out* és a *side* irányú sugarak megegyeznek, amely tulajdonképpen a pillanatszerű kifagyásnak köszönhető. Amennyiben bevezetnénk egy véges $\Delta\tau$ hosszúságú kifagyási intervallumot, az R_{out}^2 egy $\Delta\tau^2 p_t^2/E^2$ kifejezéssel nagyobb értéket venne fel (lásd részletesebben a 3.3.4. szakaszban).

2.4.3. Összevetés a RHIC adatokkal

Az adatokat összevethetjük a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV nukleononkénti tömegközéppontienergián ($\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV) mért adataival. A fenti kifejezéseket impulzuseloszlásra és pion-korrelációra vonatkozó adatokra [12,31] illesztjük, illetve $\pi^{\pm}$, $K^{\pm}$, p és $\overline{\text{p}}$ részecskék elliptikus

illesztési paraméter	N_1 és HBT 0-30% cent.	v_2 0-92% cent.
T_0 [MeV]	199±3	204±7
ϵ	0,80±0,02	0,34±0,03
u_t^2/b	-0,84±0,08	-0,34±0,01
τ_0[fm/c]	7,7±0,1	-
$\dot{Z}_0^2/b$	-1,6±0,3	-
NDF	41	34
χ^2	171	256
χ^2 3% hibával	24	66

2.1. táblázat. A PHENIX 200 GeV-es adataihoz [12, 15, 31] történő illesztésből kapott paraméterek. A két különböző paraméter-szett az adatok különböző centralitásával magyarázható (0-30% a spektrum és a HBT sugarak esetén, míg 0-92% az elliptikus folyásra). A $u_t^2/b < 0$ eredmény azt jelenti, hogy $b < 0$, azaz a tűzgömb belül a legforróbb.

folyására [15]. Előbbi adatok centralitása 0-30%, utóbbiaké 0-92%[7].

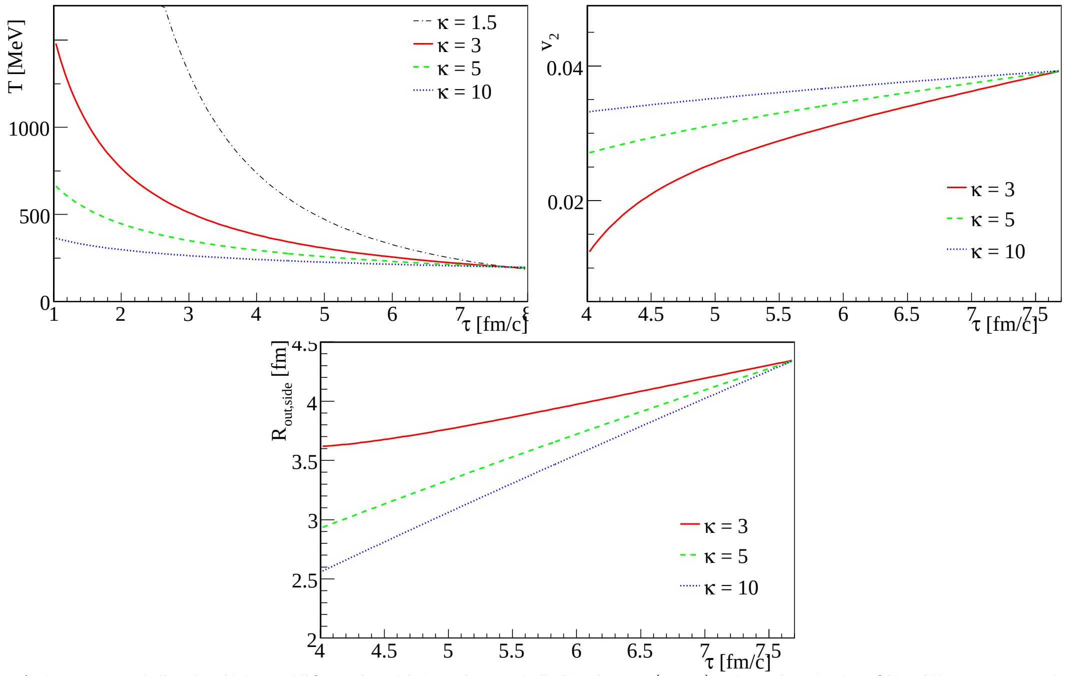
A spektrum és HBT adatoknál a T_0 (központi kifagyási hőmérséklet), τ_0 (kifagyási hiperfelület sajátideje), b (hőmérsékleti inhomogenitás) és $\dot{X}_0$, $\dot{Y}_0$, $\dot{Z}_0$ (tágulási sebességek) paraméterek jelennek meg. A $\dot{X}_0$ és $\dot{Y}_0$ paraméterek helyett két, kifejezőbb paramétert használunk, az ϵ kifagyási anizotrópiát és az u_t átlagos transzverz tágulási sebességet:

$$\epsilon = \frac{\dot{X}^2 - \dot{Y}^2}{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}, \qquad u_t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\dot{X}^2} + \frac{1}{\dot{Y}^2}\right). \tag{2.55}$$

Kiderül azonban, hogy a tágulási sebességek csak a b paraméterrel együtt jelennek meg az eredményekben, ezért az u_t^2/b és a $\dot{Z}_0^2/b$ paramétereket használjuk az illesztésben. A (2.45) egyenletben a τ_0 és $\dot{Z}_0^2$ paraméterek nem jelennek meg, ezért az elliptikus folyás leírásához ezt nem használjuk. Az így adódó illesztéseket a 2.1. ábra mutatja, az illesztés paramétereit pedig a 2.1. táblázat.

Az illesztések megbízhatóságát a χ^2 kiszámításával ellenőrizzük, és összevetjük az illesztés szabadsági fokaival. Ugyanakkor számításainkban jelentős közelítéseket tettünk, amelyek közül legjelentősebb az integrálás során használt Gauss-közelítés. A paraméterek ismeretében az ebből adódó hibát nagyjából 3% értékűnek vehetjük. A χ^2 értékeket ezekkel is megadjuk a 2.1. táblázatban. Fontos ugyanakkor látni, hogy egy igen egyszerű, Hubble-folyást leíró modellel dolgoztunk, amely

[7] A százalékosan vett centralitás azt jelenti, hogy az adott ütközés-osztály az összes ütközésen belül hol helyezkedik el, azaz a 0-30%-os ütközések pl. a legcentrálisabb 30%-ot adják meg, míg a 40-50% periférikusabb a legcentrálisabb 40%-nál, de centrálisabb az ütközések periférikusabb 50%-ánál.



2.2. ábra. A központi hőmérséklet időfüggése látható az első ábrán, a (2.33) alapján, különféle állapotegyenletekre. A másik két ábra a HBT sugarak és az elliptikus folyás időfüggését mutatja, $p_t = 400$ MeV$/c$ esetén, szintén különféle κ értékekre.

a dinamika és a végállapot minden részletét nem foglalja magában – mégis, az eredmények, pontosabban a megfigyelt hadroneloszlások és -korrelációk igen jó leírását kaptuk.

2.4.4. Az eredmények értelmezése

Az illesztéseket tehát a 2.1. ábra mutatja, míg az illesztés paramétereit a 2.1. táblázat. A központi kifagyási hőmérséklet (T_0) 200 MeV körül van mindkét esetben, és mivel kifelé hidegebb, ezért az átlagos hőmérséklet a szokásos 170 MeV körül lehet (mivel a folyamat cross-over jellegű, így nem egy fix hőmérsékleten jönnek létre a hadronok). Az $\epsilon > 0$ aszimmetria azt mutatja, hogy a tágulás a reakciósíkban gyorsabb. A Hubble-flow miatt ez azt is jelenti, hogy a forrás ebben az irányban kiterjedtebb, lásd [58]. A tágulás ezen modell szerint $\tau_0 = 7{,}7$ fm$/c$ ideig tart.

Az illesztési paramétereink tehát a tűzgömb kifagyáskori állapotát írják le. Ugyanakkor a használt hidrodinamikai megoldás időfüggő, azon belül is a hőmérséklet a (2.33) szerint változik. A 2.2. ábrán látható a központi hőmérséklet időfüggése különféle κ paraméterekre, azaz különböző állapotegyenletekre. Ebből kiszámítható a kezdeti (a termalizációkor, vagy a hidrodinamikai modell érvényességének kezdetekor fennálló) központi hőmérséklet:

$$T_{\text{kezdeti}} = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau_{\text{kezdeti}}} \right)^{3/\kappa}. \tag{2.56}$$

Ebből $\kappa \approx 10$ feltételezésével [77]$t_{\text{kezdeti}} = 1$ fm/c esetén 370 MeV adódik[8], amely összhangban van a PHENIX méréseivel [24].

A közvetlenül megfigyelhető mennyiségek is függenek a hőmérséklettől, illetve ezen keresztül az időtől. Ha a kifagyás esetleg később vagy korábban történik, ez módosítja a HBT sugarak és az elliptikus folyás értékét. Ha viszont a végállapotot fixáljuk, és felteszünk bizonyos κ értékeket, a megfigyelhető mennyiségek időfejlődését láthatjuk (azaz azt, hogy mekkora „lett volna” az adott mennyiség, ha a kifagyás hamarabb történt volna). A (2.45) és a (2.54) alapján ábrázoltuk a v_2 és az $R_{\text{out}} = R_{\text{side}}$ mennyiségeket $p_t = 400$ MeV/c esetén (a többi paramétert az illesztésből vettük). A valóságban κ változhat az időben, ahogy azt a 2.7. szakaszban említettük. Fontos továbbá látni, hogy a számolás akkor önkonzisztens, ha $T < E$, tehát 400 MeV/c impulzus esetén csak az ennek megfelelő hőmérsékletig, azaz időig lehet visszamenni, ezért egységesen 4 fm/c-ig ábrázoltuk az időfüggéseket.

2.5. Direkt fotonok eloszlása

Jelen szakaszban az előzőben is használt megoldásból [54] számítjuk ki a direkt fotonok keletkezésének spektrumát, a [61,62,78] publikációk alapján. Noha jelentősen egyszerűsített feltételekből indul ki, a számítás jelentőségét az adja, ahogy az előző szakaszban is láthattuk (illetve ld. [60]), hogy a hadronikus megfigyelhető mennyiségek csak a végállapotról árulkodnak [70]. A fotonok azonban áthaladnak az anyagon, így a kezdeti időkben keletkezetteket is észlelhetjük, és ezek spektruma elárulja számunkra az anyag időfejlődését.

A hadronikus végállapotot a hadronok forrásfüggvénye írja le, ahogy azt a (2.21) egyenletben láthattuk. A fotonok forrásfüggvényét ehhez hasonlóan így írjuk fel:

$$S(x,p)d^4x = \mathcal{N}\frac{p_\mu\, d^3\Sigma^\mu(x)dt}{\exp\left(p_\mu u^\mu(x)/T(x)\right)-1} = \mathcal{N}\frac{p_\mu u^\mu}{\exp\left(p_\mu u^\mu(x)/T(x)\right)-1}\, d^4x, \tag{2.57}$$

ahol $p_\mu d^3\Sigma^\mu$ szintén a Cooper-Frye faktor, amely a részecskekibocsátás hiperfelületein keresztül a fluxust adja meg. A korábbiakhoz hasonlóan a hiperfelületeket u^μ-vel párhuzamosnak tesszük fel, így $d^3\Sigma^\mu(x) = u^\mu d^3x$. Ebből $p_\mu u^\mu$ Cooper-Frye faktor adódik, amely a foton energiája az együttmozgó rendszerben. Vegyük észre ugyanakkor, hogy ezúttal sajátidőbeli korlátozást nem tettünk, a fotonok kibocsátása ugyanis folyamatos. Jelen szakaszban tehát egyszerű termikus eloszlást adunk meg, ahol a fotonsugárzás spektruma a szokásos $\propto E/\left[\exp(E/T)-1\right)$ viselkedést mutatja. A keletkezési időről azt tesszük fel, hogy egy kezdeti t_i időtől (amely tulajdonképpen azonos az

[8] Az origóban $t = \tau$.

előző szakaszban említett t_{kezdeti} idővel) a kvark-hadron átmenetig keletkeznek fotonok, ezt a kifagyással egy időpontra tesszük tehát. Jelentős közelítést tettünk így: elhanyagoltuk a hadrongáz fotonkibocsátását. Elképzelhető, hogy ez a közelítés nem realisztikus, ugyanakkor jelen egyszerűsített számolás célja az, hogy áthidalja a részletes makroszkópikus modellek illetve a fizikai elveken nyugvó becslések közötti teret. Természetesen igaz továbbá, hogy a későbbiekben bemutatott analitikus eredmények más paraméterekkel is érvényesek, tehát a fotonkeletkezés végét későbbre is lehet tenni, és megvizsgálni ezen feltevés következményeit. Ezzel együtt fontos figyelembe venni, hogy mikroszkopikus, elemi folyamatokat leíró modellekben azt várjuk, hogy:

$$\text{keletkezési ráta}(A+B\to X) = n_A n_B \left\langle \sigma_{A+B\to X} v \right\rangle, \tag{2.58}$$

ahol n_A és n_B a két bemeneti részecske számsűrűsége, míg $\sigma_{A+B\to X}$ az adott keltési folyamat hatáskeresztmetszete, és v a bejövő sebesség. Miután a sűrűségek T^3-nel arányosak, ez T^6-t adna, vagy még nagyobbat, mert a sebesség is nő a hőmérséklettel. A fenti forrásfüggvény alapján fotonkeletkezési ráta nem T^6-nal arányos, ezért modellünkbe egy multiplikatív faktort építünk be, azaz a fotonszámot egy T^n faktorral szorozzuk, és ennek szisztematikus hatását vizsgáljuk ($n = 1, 2, \ldots$ esetére) az adatokkal való összevetéskor. Ugyanakkor fontos tudni, hogy az UrQMD szimulációban, ahol az összes ismert mikroszkopikus folyamatot figyelembe vették, nem kapnak olyan jó egyezést az adatokkal, mint a makroszkopikus, termalizációt figyelembe vevő hidrodinamikai modellekben, többek között ez adja jelen egyszerűsített számolás létjogosultságát.

2.5.1. Megfigyelhető mennyiségek

A megfigyelhető mennyiségeket a fenti forrásfüggvényből számoljuk, elsőként az $N_1(p)$ invariáns impulzuseloszlást:

$$N_1(p) = \int S(x,p) d^4x, \tag{2.59}$$

itt azonban az integrál időre vonatkozó része egy határozott intervallumon megy, a kezdeti (termalizációs) időtől a végállapotig. Az integrálást másodrendű nyeregponti közelítésben tudtuk elvégezni, hasonlóan a 2.4.2. szakaszban említettekhez. Jelen számolás során az adódik, hogy a kibocsátás maximuma az

$$r_{0,x} = \rho_x t\frac{p_x}{E}, \quad r_{0,y} = \rho_y t\frac{p_y}{E}, \quad r_{0,z} = \rho_z t\frac{p_z}{E} \tag{2.60}$$

pontban található, a forrás szélessége pedig

$$R^2_{x,y,z} = \rho_{x,y,z}\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-3/\kappa+2}\tau_0^2\frac{T_0}{E} \tag{2.61}$$

a különböző irányokban, és bevezettük a

$$\rho_x = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa\frac{b}{\dot{X}_0^2}}, \quad \rho_y = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa\frac{b}{\dot{Y}_0^2}}, \quad \rho_z = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa\frac{b}{\dot{Z}_0^2}} \tag{2.62}$$

segédmennyiségeket. Itt κ továbbra is az állapotegyenletet leíró paraméter, a többi paraméter definícióját illetően pedig lásd a 2.4.1. fejezetet. A forrás nyilvánvalóan függ az időtől, a rendszer tágulásának és hűlésének megfelelően.

A fenti invariáns egyrészecske eloszlásból a (2.25) és a (2.27) egyenleteknek megfelelően kiszámíthatjuk a transzverz impulzus eloszlását és az elliptikus folyást. Előbbire az eredmény, a $\xi = \frac{t}{\tau_0}$ (ahol τ_0 a kifagyási idő) integrálási változó használatával (ebben az integrálás $i = \frac{t_i}{\tau_0}$ és 1 között fut) az eredmény:

$$N_1(p_t) = \sum_{n=0}^{\infty} (2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\rho_x\rho_y\rho_z}\tau_0^4 T_0 \left(\frac{p_t}{T_0}\right)^{\frac{3-4\kappa}{3}} \frac{\kappa}{3} \frac{B^n}{A^{n+\frac{4\kappa}{3}-\frac{3}{2}}} \times \tag{2.63}$$
$$\left[(Ca_{0n} + Da_{1n})\,\Gamma\left(n + \frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}, A\frac{p_t}{T_0}\xi^{\frac{3}{\kappa}}\right)\Big|_1^i + A\frac{\rho_x+\rho_y+\rho_z}{2} a_{0n}\,\Gamma\left(n + \frac{4\kappa}{3} - \frac{5}{2}, A\frac{p_t}{T_0}\xi^{\frac{3}{\kappa}}\right)\Big|_1^i \right],$$

ahol bevezetjük a következő mennyiségeket

$$A = 1 - \frac{\rho_x + \rho_y}{4}, \tag{2.64}$$
$$B = \frac{\rho_x - \rho_y}{4}, \tag{2.65}$$
$$C = 1 - \frac{\rho_x + \rho_y}{2} + \frac{\rho_x^2 + \rho_y^2}{4}, \tag{2.66}$$
$$D = -\frac{\rho_x - \rho_y}{2} + \frac{\rho_x^2 - \rho_y^2}{4}, \tag{2.67}$$

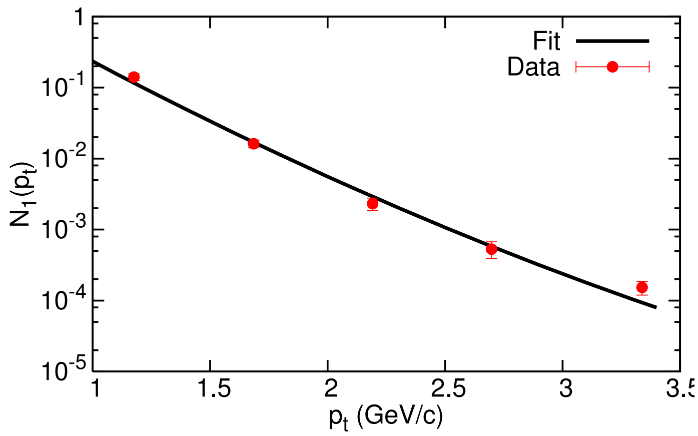
és a_0 és a_1 a módosított Bessel-függvények Taylor-sorának tagjait jelölik:

$$a_0 = \left(1, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{64}, 0, \frac{1}{2304}, 0, ...\right), \tag{2.68}$$
$$a_1 = \left(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{16}, 0, \frac{1}{384}, 0, \frac{1}{18432}, ...\right). \tag{2.69}$$

A módosított Bessel-függvények ezekkel a következőképpen írhatóak fel

$$I_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{0n} x^n, \tag{2.70}$$
$$I_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{1n} x^n. \tag{2.71}$$

Miután az együtthatók erősen csökkennek, és az argumentum is egynél kisebb, a számításokban csak az első két tagot fogjuk figyelembe venni, azaz az $I_0(x) = x$ és $I_1(x) = x^2/2$ közelítéssel élünk.



2.3. ábra. Fotonok transzverz impulzus eloszlása a hidrodinamikai modellünkből, az adatokra normálva. A modell érvényessége nagyjából 3 GeV-ig terjed, ezután a „kemény" folyamatok a leghangsúlyosabbak.

Az elliptikus folyásra ezt kapjuk:

$$v_2(p_t) = \frac{1}{N_1(p_t)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\rho_x\rho_y\rho_z}}{N_1(p_t)}\tau_0^4 T_0\frac{\kappa}{3}\left(\frac{p_t}{T_0}\right)^{\frac{3-4\kappa}{3}}\frac{B^n}{A^{n+\frac{4\kappa}{3}-\frac{3}{2}}} \tag{2.72}$$

$$\left\{\left[\frac{C-3}{4}(a_{0n}+a_{2n})+\frac{C-1}{2}a_{1n}\right]\Gamma\left(n+\frac{4\kappa}{3}-\frac{3}{2},A\frac{p_t}{T_0}\xi^{\frac{3}{\kappa}}\right)+\frac{\rho_x+\rho_y+\rho_z}{2}a_{1n}A\Gamma\left(n+\frac{4\kappa}{3}-\frac{5}{2},A\frac{p_t}{T_0}\xi^{\frac{3}{\kappa}}\right)\right\}_1^i$$

Itt I_2 szintén egy módosított Bessel-függvény, a $a_2 = \left(0, 0, \frac{1}{8}, 0, \frac{1}{96}, 0, \frac{1}{3072}, 0, \ldots\right)$ Taylor-együtthatókkal.

2.5.2. Összevetés a mért adatokkal

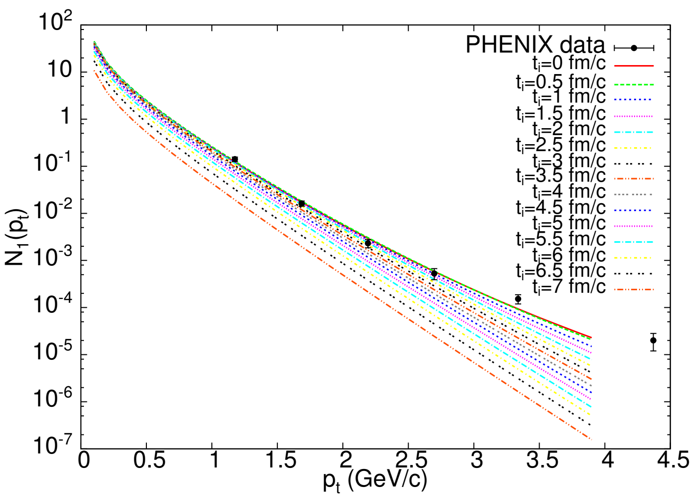
A kifagyáskori paramétereket a 2.4. szakaszban látott illesztésekben megkaptuk. Ezek közé tartoznak a tágulási sebességek, a kifagyáskori sajátidő, a központi kifagyási hőmérséklet, ahogy ezt ebben a szakaszban is összefoglaljuk a 2.2. táblázatban. Csak az itt nem fixált paramétereket használjuk illesztési paraméternek a későbbiekben: az állapotegyenletet jellemző κ paramétert, és t_i-t, az időfejlődés kezdetét, avagy a termalizációt jelölő paramétert.

A PHENIX $\sqrt{s_{NN}}$ =200 GeV Au+Au ütközésekben mért direkt foton adatait [24] használjuk. Az illesztési paraméterek a 2.2. táblázatban láthatóak, míg maga az illesztés a 2.3. ábrán.

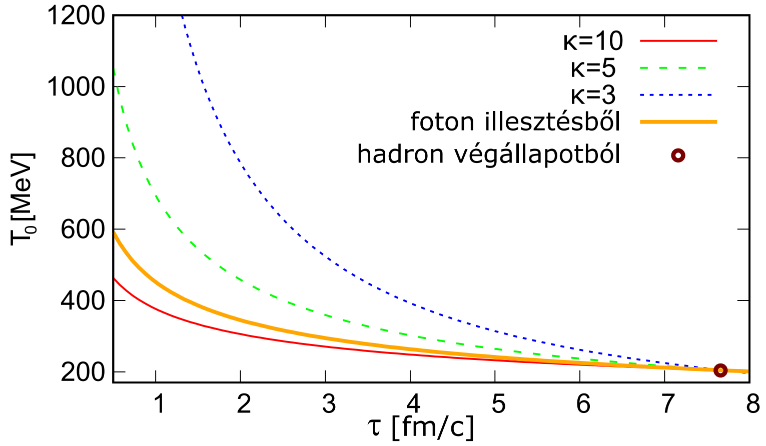
Az illesztés során kapott $\kappa = 7{,}9 \pm 0{,}7$ paraméter a $\kappa = 1/c_s^2$ összefüggéssel a $c_s = 0{,}36 \pm 0{,}02$ hangsebesség paraméternek felel meg, amely jól egybevág a rács-QCD eredményekkel [79] és a kísérleti analízisekkel is [22,80]. Ez persze egy átlagos κ értéket jelent. A 2.7. szakaszban látjuk majd, hogy léteznek megoldások, amelyekben κ a hőmérséklettől függ – itt azonban erre az egyszerűbb esetre vonatkozó számításokat mutatunk be. Fontos azt is látni, hogy a spektrum kevéssé érzékeny a kezdeti idő pontos értékére, mivel az ekkor észlelt fotonkibocsátás nem a mért impulzustartományban van döntő mértékben. Lásd a 2.4. ábrát illusztrációként. Láthatólag az első pillanatok

paraméter		érték	típus
központi kifagyási hőmérséklet	T_0	204 MeV	rögzített
kifagyási idő	τ_0	7,7 fm/c	rögzített
excentricitás	ϵ	0,34	rögzített
transzverz tágulás	u_t^2/b	$-0{,}34$	rögzített
longitudinális tágulás	$\dot{Z}_0^2/b$	$-1{,}6$	rögzített
állapotegyenleti paraméter	κ	$7{,}9 \pm 0{,}7$	szabad
kezdeti idő	t_i	$0 - 0{,}7$ fm/c	intervallum
illesztési tulajdonság		érték	
adatpontok száma		5	
illesztett paraméterek		2	
szabadsági fokok száma		$5 - 2 = 3$	
χ^2		7,0	
konfidenciaszint		7,2%	

2.2. táblázat. A megoldás paraméterei. Az első ötöt a hadronikus illesztésekből vettük (lásd a 2.4. fejezetet, és a [60] publikációt). A κ állapotegyenleti paramétert illesztjük, míg a kezdeti időre egy „elfogadhatósági intervallumot" adunk meg (95% biztonság mellett).



2.4. ábra. Fotonok transzverz impulzus eloszlása, különféle kezdeti idők mellett. Az ábra azt mutatja, hogy maga a spektrum kevéssé érzékeny a kezdeti idő pontos értékére.



2.5. ábra. A hőmérséklet időfejlődése különféle állapotegyenletek esetén, külön kiemelve a fotonok eloszlásaiból (a rögzített hadron végállapot segítségével) kapott esetet.

kis részben járulnak hozzá a mért $N_1(p_t)$ adatokhoz. Azonban a t_i paraméterre adott intervallumból meghatározható egy hasonló intervallum a kezdeti hőmérsékletre, a (2.33) egyenletből. Innen a központi hőmérsékletre $T_{\rm kezdeti} > 507 \pm 12$MeV adódik. A bizonytalanság κ illesztési bizonytalanságából adódik. Ez az érték összevág a [24] bemutatott $300-600$ MeV intervallummal. A fentieket a 2.5. ábra illusztrálja, ahol a hadronspektrumok által rögzített kifagyáskori középponti hőmérséklethez vezető görbék láthatóak: néhány rögzített κ érték esetén, illetve a hadron és foton adatok illesztéséből adódó eset.

Szisztematikus vizsgálatként megnézhetjük, hogy egy $(T/T_0)^N$ szorzófaktorral módosítva a fotonforrást, $N = 0, 1, 2, 3$ mellett (ld. a (2.58) előtt) mi történik. Ez a prefaktor alig módosítja az exponenciális jellegű Boltzmann-faktor dominálta spektrumot. Ugyanakkor a κ paraméter megváltozik, 7,9-ről 6,5-re ($N = 3$ esetén); a legjobb illesztés azonban $N = 0$ esetén adódik. Ez a vizsgálat megadhatja az eredményeink szisztematikus hibáját, amelyekkel végül:

$$c_s = 0{,}36 \pm 0{,}02_{\rm stat.} \pm 0{,}04_{\rm sziszt.} \tag{2.73}$$

$$T_i > 507 \pm 12_{\rm stat.} \pm 90_{\rm sziszt.}\ \ {\rm MeV.} \tag{2.74}$$

2.5.3. Elliptikus folyás és korrelációs függvények

A direkt fotonok elliptikus folyását is megmérte a PHENIX együttműködés [16]. Az előbb meghatározott paraméterekkel ábrázolhatjuk az erre vonatkozó eredményünket, és így összevethetjük azt az adatokkal. A (2.72) egyenlet alapján, a 2.2. táblázatbeli értékekkel számolhatunk ekkor. Az egyetlen kivételt az ϵ excentricitás adja, mivel a hadronikus elliptikus folyásra kapott paraméter esetében más ϵ jött ki. Illesztést az adatpontok alacsony száma miatt nem végezhetünk, így a 2.4 szakaszban kapott két ϵ érték átlagát vehetjük. Az eredményül kapott görbe a 2.6. ábrán látható.

Érdekes észrevenni, hogy v_2 értéke már 1 GeV/c környékén is nagyon kicsi, alacsonyabb impulzusoknál pedig negatív lesz. Ennek oka a fotonon forrásfüggvényében található $p_\mu u^\mu$ faktor (az együttmozgó energia), amely a ϕ szög függvényében oszcillál. Térbeli integrálás után az impulzuseloszlás ϕ-függése így néz ki:

$$N_1(\phi) \propto (1 - \alpha\cos(2\phi))e^{\beta\cos(2\phi)} \tag{2.75}$$

ahol

$$\alpha = \frac{(\rho_x - 1)^2 + (\rho_y - 1)^2 - 2}{(\rho_x - 1)^2 + (\rho_y - 1)^2 + 2 + 2(\rho_x^2 + \rho_y^2 + \rho_z^2)/\zeta}, \tag{2.76}$$

$$\beta = (\rho_x - \rho_y)\frac{\zeta}{4}, \tag{2.77}$$

és itt $\zeta = \frac{T_0}{p_t}\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa}$. A szögeloszlás így ζ-tól függően oszcillál, és α-tól és β-tól függően v_2 értéke valóban negatív is lehet. Ugyanakkor fontos látni, hogy a v_2 konkrét alapja jobban függ a kezdeti időintervallumtól, így egy realisztikusabb, gyorsuló megoldás jelentősen eltérő alakot adhat.

A Bose-Einstein korrelációs sugarakat is kiszámoltuk a modellből. Szokás szerint a korrelációs függvény a

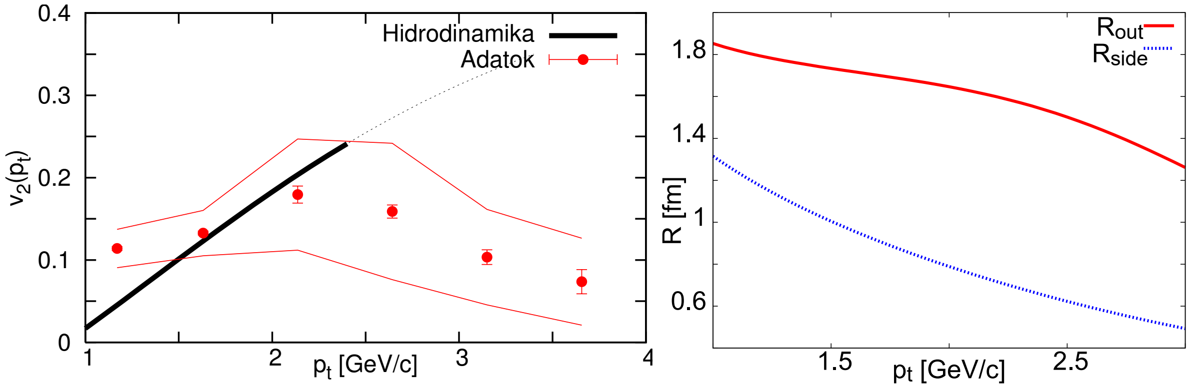
$$C_2(q) = 1 + \lambda\left|\frac{\widetilde{S}(q)}{\widetilde{S}(0)}\right|^2 \tag{2.78}$$

egyenletnek megfelelően adódik (ld. (2.28) egyenlet), ahol q a két foton impulzuskülönbsége, és $\widetilde{S}(q)$ pedig $S(x)$ Fourier-transzformáltja. Ezt a Fourier-transzformációt numerikusan tudtuk elvégezni, a korrelációs függvény alakja pedig $C_2(q) = 1 + \exp\left|R^2q^2\right|^{\alpha/2}$ jellegűnek adódott, ahol R^2 a korrelációs sugarak mátrixa, és R^2q^2 valójában ennek q vektorral balról és jobbról is szorzott verziója. Ekkor $\alpha = 2$ Gauss-alakot jelent, míg jelen számolásban tipikusan 1,7 és 1,9 közé eső értékek adódtak. A fenti formula alapján meghatároztuk az $R_{\rm out}$ és $R_{\rm side}$ HBT sugarakat, különféle átlagos p_t értékekre. Hadronikus adatok esetében a fenti két sugár lényegében azonos, miután az átmenet szinte pillanatszerű (lásd részletesebben a 3.3.4. szakaszban). Itt azonban az időfejlődés hosszú, így $R_{\rm out}$ lényegesen nagyobb lesz, mint $R_{\rm side}$. A modellből ténylegesen ezt kapjuk, ahogy a 2.6. ábrán is látható.

2.6. Dileptoneloszlások származtatása

A hadrongázban és QGP-ben történő dileptonkeltést sokféle számolással modellezik, például az elektromágneses áram-áram korrelátor termikus várható értéke alapján [81, 82]. Hidrodinamikai

dc_1677_19



2.6. ábra. A 2.2. táblázat alapján számolt direkt foton elliptikus folyás a PHENIX adataival [16] összevetve (balra) illetve a direkt foton korrelációs sugarak (jobbra), a 2.2. táblázatból vett paraméterekkel. A fotonkeletkezés hossza miatt $R_{\rm out}$ lényegesen nagyobb, mint $R_{\rm side}$.

megoldásból származó időfejlődés alapján is lehetséges ugyanakkor hasonló számításokat végezni [83–89]. Ezekben a művekben a hidrodinamikai időfejlődés részletes numerikus szimulációból adódik. Ahogy a korábbi fejezetekben, itt is az a célunk, hogy analitikus megoldásokat használjuk, és így analitikus eredményeket kapjunk megfigyelhető mennyiségekre. Az alábbiakban egy ilyen analitikus számolást mutatunk be a [90] publikáció alapján.

2.6.1. Dileptonkeltés hidrodinamikai időfejlődéssel

Elsőként adjuk meg a dileptonkeltést az elemi, mikroszkopikus folyamatokra jellemző forrásfüggvénnyel:

$$\frac{dN}{d^4x} = \int d^3k_1 d^3k_2 f(k_1,x) f(k_2,x) v_{\rm rel}\sigma, \tag{2.79}$$

ahol k_1 és k_2 a dilepton párt létrehozó eredeti, bejövő részecskék impulzusa, a $f(k_i,x)$ a Jüttner-eloszlás, $v_{\rm rel}$ a bejövő pár relatív sebessége, míg σ az adott folyamatra vonatkozó keltési hatáskeresztmetszet. A fenti formula a magfizikában jól ismert összefüggésből adódik, amely szerint egy adott elemi folyamat rátája arányos a kezdeti részecskék számsűrűségével, a folyamat hatáskeresztmetszetével és az átlagos sebességgel: ráta$(A+B\rightarrow X)$= $n_A n_B \langle \sigma_{A+B\rightarrow X} v\rangle$. Jelen számolásban azt tesszük fel, hogy a leptonpárok annihilációs és bomlási folyamatokban jeletkeznek: a bejövő részecskepár a QGP-ben $q\bar{q}$, míg a hadrongázban $\pi^+\pi^-$. A dilepton keltés ezek után egy virtuális (kvázivalós) fotonon vagy vektormezonon keresztül történhet.

A keltési ráta konkrét számítása a következőképpen történik. Fejezzük ki elsőként a pár együttmozgó rendszerében a relatív sebességet a következőképpen:

$$v_{\rm rel} = \frac{M^2}{2E_1E_2}\sqrt{1-\frac{4m^2}{M^2}}, \tag{2.80}$$

ahol M^2 a dilepton invariáns tömegnégyzete, m a bejövő részecskék tömege, $E_{1,2}$ pedig az energiájuk. Ezután fejezzük ki az impulzusokat átlagukkal és különbségükkel, amelyek definíciója $P = k_1 + k_2$ illetve $k = (k_1 - k_2)/2$. Ekkor az impulzustér mértéke a következőképpen adódik a tömegközépponti rendszerben:

$$\frac{d^3k_1}{E_1}\frac{d^3k_2}{E_2} = \frac{d^3P}{E}\frac{4d^3k}{M} = \frac{d^3P}{E}\frac{1}{16}\sqrt{1-\frac{4m^2}{M^2}}MdMd\Omega, \tag{2.81}$$

ahol $E = E_1 + E_2$, illetve $d\Omega$ a P körüli infinitezimális térszög. Végül a dilepton forrás így adódik:

$$\frac{dN}{d^4x} = \int \frac{d^3P}{E}\frac{1}{16}\sqrt{1-\frac{4m^2}{M^2}}MdMd\Omega f(k_1,x)f(k_2,x)\frac{M^2}{2}\sqrt{1-\frac{4m^2}{M^2}}\sigma. \tag{2.82}$$

A következő lépésben a hatáskeresztmetszetre adott feltevést rögzítjük. A színre átlagolt $q\bar{q} \to l^+l^-$ hatáskeresztmetszet adott íz esetén a következőképpen adható meg [91]:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2}e_q^2\frac{1+2m_q^2/M^2}{\sqrt{1-4m_q^2/M^2}}, \tag{2.83}$$

ahol M^2 a dilepton invariáns tömegnégyzete, e_q az adott kvark töltése (e egységeiben), m_q pedig a tömege. Ezt azután az ízekre felösszegezzük (jelen kinematikai esetben elegendő az u, d, s ízeket vennünk).

Ugyanez a hatáskeresztmetszet piongáz esetén a következőképpen adható meg:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3M^2}|F(M^2)|^2\sqrt{1-4m_\pi^2/M^2}, \tag{2.84}$$

ahol M^2 továbbra is a dilepton invariáns tömegnégyzete, m_π a piontömeg, $F(M^2)$ a pionok elektromágneses form faktora, a kicserélhető részecskékre felösszegezve (ρ és gerjesztései: ρ' ρ''; illetve ω és ϕ):

$$|F(M^2)|^2 = \sum \frac{N_i m_i^4}{(m_i^2 - M^2)^2 + m_i^2\Gamma_i^2}, \tag{2.85}$$

ahol N_i egy relatív normálási tényező, amely ρ mezonra egységnyi, míg gerjesztéseire $8{,}02 \times 10^{-3}$ (ρ') illetve $5{,}93\times10^{-3}$ (ρ'') [84], de ezeket a faktorokat a kísérleti adatokhoz is igazítják általában. A fenti formulában továbbá m_i a kicserélt részecske tömege, Γ_i pedig a szélessége. Itt használhatjuk a vákuumbeli értékeket, vagy módosult, közegbeli értékeket is, amennyiben a spektrálfüggvény közegbeli módosulására utalnak az adatok. Jelen esetben az egyszerűség kedvéért a vákuumbeli értékeket használjuk majd [92].

A dileptonkeltés tömeg- és impulzusfüggésének kiszámításához a bejövő részecskék eloszlására Jüttner-eloszlást teszünk fel, ahogy a (2.20) egyenletben is szerepel:

$$f(k,x)d^3k = \frac{gd^3k}{(2\pi)^3} e^{-k^\mu u_\mu(x)/T(x)}. \tag{2.86}$$

Ez azt a fizikai feltételt jelenti lényegében, hogy a kvarkok és (később) a pionok is termalizált közeget alkotnak. Dileptonok mindkét említett közegben keletkeznek, a fő különbség a két eset között a hatáskeresztmetszet (azaz a keltési mechanizmus, amelyet a fentiekben részleteztünk), a közeg hőmérséklete, a részecskekibocsátó forrás mérete, és a keltés időtartama. A (2.82) egyenletben $f(k_1,x)f(k_2,x)$ jelenik meg, ez azonban megegyezik $f(P,x)$-szel, ahol $P = k_1 + k_2$ a leptonpár impulzusa. Itt az a (2.82) egyenletben elhanyagoltuk a kvantumstatisztikai és egyéb pár-korrelációkat, ami jó közelítés, ugyanis a relatív impulzustól való függésre történő integrál elkeni ezeket a hatásokat. Mindezeket figyelembe véve a következő általános eredményre jutunk:

$$\frac{dN}{dyMdMd^2P_t} = \frac{g^2\pi}{16(2\pi)^5} M^2 \left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right) \sigma \int e^{-P^\mu u_\mu(x)/T(x)} d^4x. \tag{2.87}$$

(ahol m a bejövő részecske tömege, m_π vagy m_q, azaz tulajdonképpen két külön formulánk adódik a QGP és a piongáz esetére). A következőkben ebből a formulából egy adott hidrodinamikai megoldást felhasználva számítjuk ki a dileptoneloszlást.

2.6.2. Dileptoneloszlások a vizsgált megoldásban

A vizsgált 1+3D relativisztikus megoldás [54] önhasonló, és ellipszoidális szimmetriából indul ki, ahogy a 2.4. szakaszban is részleteztük. A termodinamikai mennyiségek (különös tekintettel a hőmérsékletre, ahogy alább tárgyaljuk) állandóak a táguló ellipszoidok felületein, amelyeket az alábbi változó konstans értéke definiál:

$$s = \frac{r_x^2}{X(t)^2} + \frac{r_y^2}{Y(t)^2} + \frac{r_z^2}{Z(t)^2}, \tag{2.88}$$

ahol $X(t)$, $Y(t)$, és $Z(t)$ az időfüggő skálaparaméterek (és egyúttal az $s = 1$ ellipszoid tengelyei). Jelen számolásban az $X(t) = Y(t)$ egyszerűsítést tesszük, az eredmények áttekinthetőbb tárgyalása kedvéért. Ezen egyszerűsítést az is indokolja, hogy a tárgyalt megfigyelhető mennyiségek számolásakor az azimut szögtől való függést kiintegráljuk. Ezek után térjünk rá az áramlást leíró sebességmezőre, amely gömbszimmetrikus, Hubble-jellegű:

$$u^\mu(x) = \frac{x^\mu}{\tau}. \tag{2.89}$$

Ebből az is következik, hogy az ellipszoid tengelyeire vonatkozó $\dot{X}(t), \dot{Y}(t), \dot{Z}(t)$ deriváltak konstansak kell, hogy legyenek, csak ekkor teljesíti az említett megoldás a hidrodinamika alapegyenleteit.

Ebben a megoldásban a hőmérséklet $T(x)$ eloszlása és időfüggése – ahogy a (2.33) egyenletben is láttuk – a következő:

$$T(x) = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3/\kappa} e^{bs/2}, \tag{2.90}$$

ahol τ_0 egy tetszőleges sajátidő-érték, T_0 pedig az ekkor vett középponti hőmérséklet. Ezeket tipikusan a kifagyáskori értékeknek választjuk, és így T_0 a kifagyáskor vett középponti hőmérséklet (azaz $T_0 = T|_{s=0,\tau=\tau_0}$). Ezen felül definiálandó még a b paraméter: ez a hőmérsékleti gradienst jelenti. Ha a tűzgömb a középpontban a legforróbb, akkor $b < 0$. Ez a megoldás jól használható a QGP leírására, ugyanakkor a termalizált hadron gáz viselkedésére is megfelelő leírást adhat.

Használjuk fel most ezt a megoldást, és a (2.87) egyenlet alapján ki kell integrálnunk az x térváltozóra. Ezen integrálás során másodrendű nyeregponti közelítést használunk majd, hasonlóan a 2.4.2. és 2.5.1. szakaszokhoz. Ekkor a kibocsátás maximuma (azaz az $f(k,x)$ Jüttner-eloszlás térbeli maximuma)

$$r_{0,x} = \rho_x t \frac{P_x}{E}, \quad r_{0,y} = \rho_y t \frac{P_y}{E}, \quad r_{0,z} = \rho_z t \frac{P_z}{E}, \tag{2.91}$$

míg az eloszlás szélességei

$$R_x^2 = \rho_x \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+2} \tau_0^2 \frac{T_0}{E}, \qquad R_y^2 = \rho_y \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+2} \tau_0^2 \frac{T_0}{E}, \qquad R_z^2 = \rho_z \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+2} \tau_0^2 \frac{T_0}{E}, \tag{2.92}$$

ahol bevezettük a következő segédmennyiségeket:

$$\rho_x = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa \frac{b}{\dot{X}_0^2}}, \quad \rho_y = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa \frac{b}{\dot{Y}_0^2}}, \quad \rho_z = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa \frac{b}{\dot{Z}_0^2}}, \tag{2.93}$$

ahol továbbra is $\kappa = c_s^{-2}$ írja le az állapotegyenletet. A forrás szélessége értelemszerűen függ az időtől, hiszen a rendszer tágul. Megemlítendő, hogy a (2.88) egyenlet után írtaknak megfelelően itt $\dot{X}_0 = \dot{Y}_0$. A forrás ezek után a következőnek adódik:

$$e^{-P^\mu u_\mu(x)/T(x)} = e^{C - \frac{(r_x - r_{x,0})^2}{2R_x^2} - \frac{(r_y - r_{y,0})^2}{2R_y^2} - \frac{(r_y - r_{y,0})^2}{2R_y^2}}, \text{ ahol} \tag{2.94}$$

$$C = -\frac{E}{T_0}\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} \Big(E^2 - (\rho_x P_x + \rho_y P_y + \rho_z P_z)/2\Big). \tag{2.95}$$

A térkoordinátákra vett integrál a következőt adja:

$$\int e^{-P^\mu u_\mu(x)/T(x)} d^3x = e^C (2\pi)^{3/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \left(\frac{T_0 \tau_0^2}{E}\right)^{3/2} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-2/\kappa+2}. \tag{2.96}$$

Midrapiditás mellett, az impulzus azimut szögére vett átlagolás után a következő adódik:

$$\exp\left[-\frac{1}{T_0\sqrt{M^2+P_t^2}}\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{\frac{3}{\kappa}}\left(M^2 - P_t^2 - \frac{\rho_x+\rho_y}{4}P_t^2\right)\right](2\pi)^{\frac{5}{2}}\sqrt{\rho_x\rho_y\rho_z}\,\times$$
$$\left(\frac{T_0\tau_0^2}{\sqrt{M^2+P_t^2}}\right)\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+3} I_0\left(\frac{P_t^2}{T_0\sqrt{M^2+P_t^2}}\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} P_t^2 \frac{\rho_y-\rho_x}{4}\right). \tag{2.97}$$

Végül integrálunk az időváltozóra is (továbbra is az azimut aszimmetria hiányát feltéve, azaz $\rho_x = \rho_y$ mellett), és a következőket kapjuk:

$$\frac{dN}{MdMP_tdP_t} = \frac{g^2}{16(2\pi)^{5/2}} M^2 \left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right) \sigma \sqrt{\rho_x\rho_y\rho_z}\tau_0^4 \times$$
$$\left(\frac{T_0\tau_0^2}{\sqrt{M^2+P_t^2}}\right)^{3/2} \kappa A^{\frac{3}{2}-\frac{4\kappa}{3}}\, \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\xi^{\frac{3}{\kappa}}\right)\Bigg|_{\xi=t_i/t_0}^{\xi=t_f/t_0}, \tag{2.98}$$

ahol bevezettük a következő kifejezést:

$$A = \frac{M^2 - P_t^2\left(1 + \frac{\rho_x+\rho_y}{4}\right)}{T_0\sqrt{M^2+P_t^2}}, \tag{2.99}$$

és $\xi = t/t_0$ az idő „relatív változása”, és t_0 az integrálás „fixpontja”. Ezt a kvark-hadron átmenet (kifagyás) időpontjául választjuk, és így $t_0 = t_{\rm fo}$ és $T_0 = T_{\rm fo}$, utóbbi a kifagyáskori hőmérsékletet jelenti. Ekkor a QGP szakaszra az időintegrál a $[t_{\rm kezdeti}, t_0]$ intervallumra történik, míg a hadron gáz esetében ugyanez $[t_0, t_{\text{végső}}]$. Itt $t_{\rm kezdeti}$ a dileptonkeltés kezdete, és $T_{\rm kezdeti}$ a kapcsolódó hőmérséklet, illetve hasonlóan $t_{\text{végső}}$ az az időpillanat, amikor a hadrongázban a leptonkeltés leáll (nevezhetjük ezt kémiai kifagyásnak is), és $T_{\text{végső}}$ az ennek megfelelő hőmérséklet. Ezek után a (2.90) egyenletnek megfelelően a ξ változót kifejezhetjük a középponti hőmérsékletekkel is (mivel a középpontban $t = \tau$): $\xi = (T_0/T(s=0,t))^{\kappa/3}$. Az adatokkal történő összehasonlításkor ennek alapján a hőmérsékleti tartományokat használjuk majd az integrálás határainak meghatározására.

A (2.98) egyenletben adott formulába behelyettesíthetjük a megfelelő σ hatáskeresztmetszetet, és megkaphatjuk a dilepton eloszlásokat az adott keltési mechanizmus alapján. Jelen szakasz legfontosabb eredménye tehát a (2.98) egyenlet: ez ugyanis egy analitikus formulát ad a dileptonok invariáns tömegeloszlására illetve transzverz impulzuseloszlására is.[9] A következő szakaszban kvalitatíven elemezzük ezt az eredményt, különös tekintettel a modellparaméterektől való függésre.

2.6.3. Az eloszlások paraméterfüggései

Ebben a szakaszban kiszámítjuk a dilepton eloszlásokat termalizált, táguló sQGP esetére, illetve forró hadrongáz esetére is – előbbi a RHIC-nél, utóbbi az SPS-nél adott körülményeket közelítheti jól. A modellparamétereket hadron- és fotoneloszlásokra történt illesztésekből vehetjük [60,61], ezeket a 2.4. és 2.5. szakaszokban tárgyaltuk. Ezekben az illesztésekben a RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV-es arany-arany adatait vizsgáltuk. A középponti (maximális) kifagyási hőmérsékletre $T_{\rm fo} = 204$ MeV

[9] A (2.98) egyenletben M és P_t is szerepel, így ha egydimenziós eloszlást akarunk kapni (például dN/dM-et), akkor a másik változóra ki kell integrálnunk.

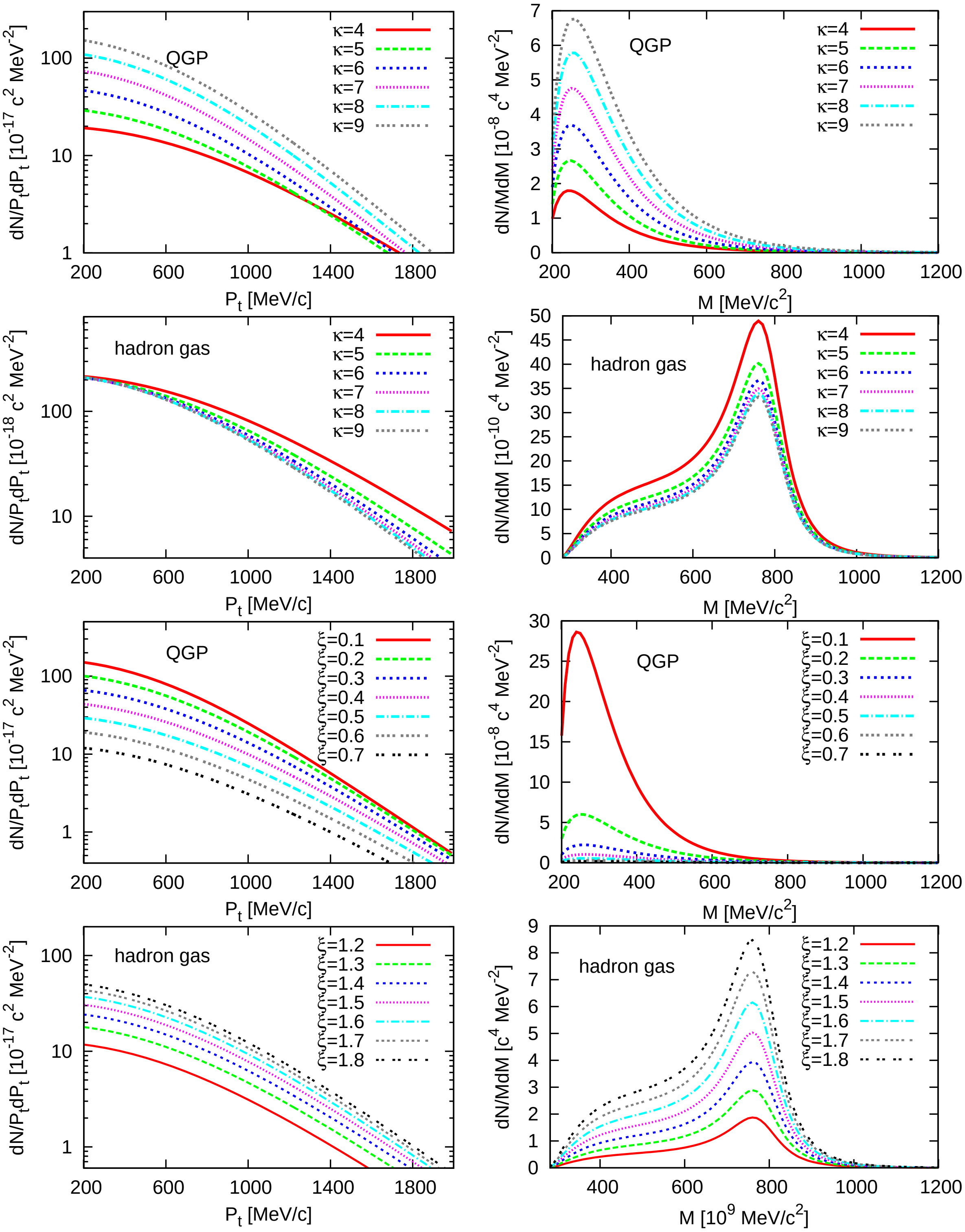
értéket kaptunk, centralitásfüggően -0,34 és -0,84 közötti értéket a transzverz tágulás és a hőmérsékleti gradiens hányadosára (ahogy a (2.93) egyenletben láttuk, itt is csak a kettő $\dot{X}_0^2/b$ jellegű hányadosától függenek a megfigyelhető mennyiségek), illetve $\tau_0 = 7{,}7$ fm/c értéket a kifagyás pillanatára. Ezen paraméterek mellett vizsgáljuk meg tehát, hogy hogyan függenek a dileptoneloszlások a modell két, rájuk (a hadroneloszlásokkal szemben) különösen nagy hatást gyakorló jellemzőjétől: az állapotegyenletet megadó κ paramétertől, illetve a dileptonkeltés időtartamától.

A leptonpár M invariáns impulzusának és P_t transzverz impulzusának eloszlása QGP (kvark-annihiláció) és hadrongáz (ρ-, ρ'- és ρ''-csatornás pionannihiláció) esetére[10] a 2.7. ábrán látható, különféle állapotegyenletekre (azaz κ értékekre). Minden eloszlás igen erőteljesen függ az állapotegyenlettől, konkrétan a P_t spektrum nagyobb κ értékekre meredekebb lesz, míg az M eloszlás abszolút magnitúdója változik meg. Utóbbi oka az, hogy nagyobb κ értékek esetén a hőmérséklet lassabban változik, azaz (hadroneloszlások alapján fixált kifagyási hőmérséklet esetén) a rendszer több időt tölt a kifagyáshoz közeli hőmérsékleteken. A 2.5. szakaszban tárgyaltakból láthatjuk, hogy a direkt foton adatokból QGP esetére $\kappa = 7{,}7$ adódik [61]. A hadrongáz esetére rács-QCD eredményeket [79] használhatunk, amelyek szubkritikus hőmérsékletekre nagyobb átlagos κ értéket jósolnak. Természetesen κ a hőmérséklettel együtt változik az időfejlődés során, de mivel ezzel analitikusan egyelőre nem tudunk számolni, így az ebben a számolásban feltett κ értékek egyfajta időátlagot jelentenek. Ugyan ismertek olyan egzakt megoldások is, amelyek a rács-QCD állapotegyenlettel (pontosabban tetszőleges $\kappa(T)$ függvénnyel) is kompatibilisek [63], ezekben a hőmérséklet térben állandó, illetve részben impliciten adottak, ezért jelen számolásban a szakasz elején ismertetett Hubble-táguló megoldást használjuk. Említésre méltó továbbá, hogy κ 5-6-os értékei felett a dileptoneloszlások hadrongázban nem nagyon érzékenyek κ értékére, ahogy azt a 2.7. ábra megfelelő grafikonja is mutatja.

Kiszámítottuk a dileptonkeltés időintervallumtól való függését is. Ez természetesen alapvetően befolyásolja az eredményeket, ahogy az a 2.7. ábrán látható. A görbék különféle ξ értékekre szerepelnek a grafikonokon, ahol ξ az időintegrál határainak hányadosát jelöli, méghozzá úgy, hogy a nevező mindig a kvark-hadron átmenet ideje, tehát QGP esetére $\xi < 1$, míg piongázra $\xi > 1$. Az eredmények természetesen megerősítik azt a várakozásunkat, hogy hosszabb keltés alatt több leptonpár keletkezik.

A fenti két bekezdés jelen analízis kulcspontját jelentik, ugyanis a leptonkeltés a Kis Bummok időfejlődésének egészét lefedi, és így időfüggő modellek és az adatok összevetéséből az időfejlődés részletei tárhatóak fel. A legfontosabb mennyiségek közé tartozik az állapotegyenletet leíró κ pa-

[10] Egyéb csatornák esetén is hasonló lenne a kép, itt az egyszerűség kedvéért választottuk ezt az esetet.



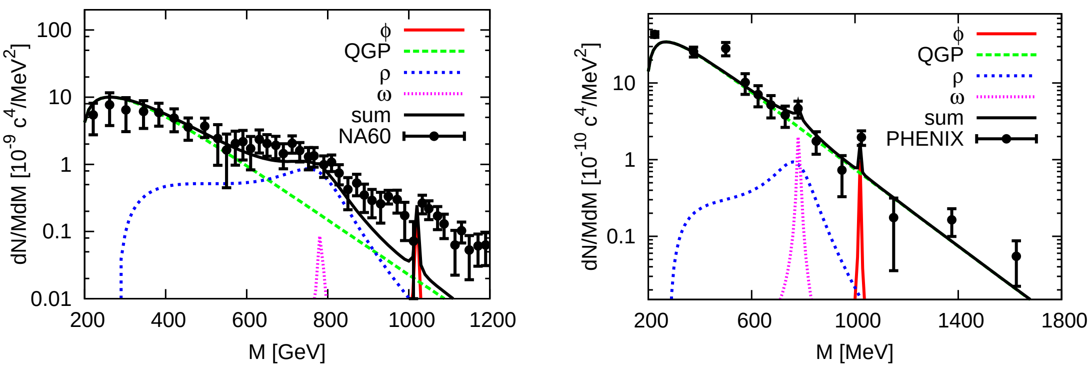
2.7. ábra. Dileptoneloszlások az állapotegyenlet (κ) és a keltési időintervallum (ξ) különféle eseteire, kvarkannihiláció (QGP) és ρ-csatornás pionannihiláció (hadrongáz) esetére. QGP esetén ξ a dileptonkeltés kezdete osztva a kvark-hadron átmenet idejével, míg hadrongázban n ξ a kémiai kifagyás és a kvark-hadron idejeinek hányadosa. A tömegfüggő eredményeket P_t-re integráltuk (100 és 2000 MeV/c között), míg az impulzusfüggő eredményeket $M = 1000$ MeV/c^2 mellett vettük.

raméter és a hangsebesség, amelyek hőmérsékletfüggés nélkül $\kappa = 1/c_s^2$ módon függenek össze. A [61] cikkben (és fentebb a 2.5. szakaszban) direkt fotonok eloszlásaiból a c_s=0,36±0,02 értékre jutottunk, illetve (a kezdeti és végső időpillanatok hányadosa és a kifagyási hőmérséklet alapján) $\sim$ 500 MeV körüli kezdeti hőmérsékletre. Ugyanakkor a dileptoneloszlások is ezen paraméterektől függenek, ahogy azt a 2.7. ábrs is mutatják.

2.6.4. Összevetés az adatokkal

Hasonlítsuk most össze fenti eredményeinket a PHENIX $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV-es Au+Au adataival [93]. Ahogy az előző szakaszban, itt is használjuk a hadroneloszlások által rögzített paramétereket, amelyeket a [60] publikációban határoztunk meg, ahogy a 2.4 szakaszban is említettük, különös tekintettel a 7,7 fm/c kifagyási időre. Az adatokkal való összevetést a 2.8 ábra mutatja, ebből a kezdeti QGP hőmérsékletre (ahol a termális dilepton keltés kezdődik) $T_{\text{kezdeti}} = 270$ MeV értéket kaptunk, míg a leírás alapján hadrongázban $T_{\text{végső}} = 170$ MeV hőmérsékletig tart a dilepton keltés. Ezek az értékek a tűzgömb központi hőmérsékletét jelentik, amely egyúttal a maximális hőmérséklet is, ugyanis esetünkben a tűzgömb kívül hidegebb (és a hőmérsékleti gradienst a b paraméter adja meg). Ezek az értékek a QGP-ben a $\xi = 0{,}49 - 1{,}0$ tartományt jelentik, míg a hadrongázban a $\xi = 1{,}0 - 1{,}6$ tartományt. Itt érdemes figyelembe venni, hogy a kibocsátás időtartama közvetlen kapcsolatban áll az adott (QGP vagy hadrongáz) komponens súlyával. Az állapotegyenletre vonatkozó átlagos $\kappa = 7{,}7$ értéket a [61] publikációban határoztuk meg, ahogy a 2.5. szakaszban is részleteztük. Ezen egyszerű leírásunk a 300 MeV $< M <$ 1800 MeV tartományon nem inkompatiblis az adatokkal, ugyanakkor $M = 500$ MeV körül egy kis növekmény található, amely akkor is látható, ha a p+p adatokon alapuló szimulációkkal hasonlítjuk össze az eredményeket [93]. A [94] publikációban azt a jóslatot tették, hogy ez a kis növekmény az η' mezon tömegmódosulásával függhet össze. Ehhez a szerzők a dileptonok transzverz impulzuseloszlását vizsgálták, módosított η' tömeg mellett. Az előzőekben tárgyalt eredményeket is fel lehet használni arra, hogy módosított tömegeket és szélességeket tegyünk fel, és az adatokkal (az 500 MeV-nél tapasztalt növekménnyel) való kompatibilitást vizsgáljuk. Ez ugyanakkor túlmutat jelen leírás keretein. Mindezeken túl megemlítendő, hogy az általunk figyelembe vett keltési mechanizmusok nulla invariáns tömegnél eltűnő járulékot adnak, kétrészecske bomlások esetén itt eltűnik ugyanis a rendelkezésre álló fázistér is. Ugyanakkor a π^0, η és η' mezonok háromrészecskés (például $\gamma e^+ e^-$ jellegű) bomlásai megmagyarázzák az $M < 200$ MeV tartományú dileptonok legjelentősebb részét. Hogy egyszerű, analitikus eredményt kapjunk, mi ezt a tartományt nem vizsgáltuk, és a ρ, ω és ϕ járulékaira szorítkoztunk.

A fent tárgyalt eredményeket az SPS NA60 kísérletének akceptancia-korrigált dilepton adataival



2.8. ábra. A termális dileptonkeltés összevetése az NA60 kísérlet 158 AGeV nyalábenergiájú In+In ütközésekben felvett invariáns tömegeloszlásával [95] (fent), a 0,4 és 0,6 GeV/c közötti p_t tartományon. Ugyanez a PHENIX $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV-es Au+Au adatai [93] esetére a jobb oldali ábrán látható.

is összehasonlítottuk, amelyeket 158 AGeV nyalábenergiájú In+In ütközésekben mértek [95]. Az eredményt a 2.8. ábra mutatja. Itt az előzőekben említettekhez hasonló paramétereket használtunk, de valamivel kisebb radiális folyást (0,84 helyett 0,64) és kisebb központi kifagyási hőmérsékletet ($T_0 = 140$ MeV 204 MeV helyett) a [96] publikáció eredményei nyomán. A dileptonkeltés kezdetére a $T_{\text{kezdeti}} = 200$ MeV értéket kaptuk, míg a végére a $T_{\text{végső}} = 130$ MeV értéket. Ezek a QGP fázisban a $\xi = 0{,}4 - 1{,}0$, míg hadrongáz fázisban a $\xi = 1{,}0 - 1{,}2$ tartománynak felelnek meg. Ezek alapján jelentős eltérés van a RHIC és az SPS adatok leírása között: a PHENIX esetében a kvarkannihiláció játssza a fő szerepet, míg az NA60 adatok esetén a ρ-csatornás pionannihiláció is jelentős forrás. Ugyanakkor mivel a QGP-ben magasabb a hőmérséklet, így ez a járulék lassabban csökkenő eloszlást ad, azaz nagy invariáns tömeg mellett itt nagyobb a keletkezés valószínűsége. Világos továbbá az is, hogy a kb. 1 GeV/c feletti invariáns tömegű dileptonokat nagyobb tömegű mezonok cseréjével sem lehet megmagyarázni, erre alternatív (nem termikus) keltési mechanizmusokat kell bevezetni, lásd bővebben a [97] publikációt. Megemlítjük azt is, hogy nem közegbeli spektrálfüggvényeket használtunk, ellenkező esetben (módosult ρ szélesség esetén) növekményt tapasztaltunk volna a ρ csúcs körül, és így az M_ρ és M_ϕ adatokat jobban leírhattuk volna. Ez ugyanakkor a ξ értékeinek finomhangolását igényelte volna (a QGP és a hadrongáz fázisban is), és a kis invariáns tömegű régiók figyelembevételét. Jelen analízisnek azonban nem az volt a célja, hogy teljes leírást adjon, hanem az, hogy egy egyszerű hidrodinamikai modellből az adatok kvalitatív leírását kapjuk meg, és egy eszközt adjunk a terület kutatói kezébe, amellyel az adatok és a bemeneti paraméterek kapcsolata egyszerűen vizsgálható.

2.7. Hidrodinamika általános állapotegyenlettel

Az előzőekben végig időben konstans, azaz a hőmérséklettől is független állapotegyenletet tettünk fel, ami azonban nem feltétlenül realisztikus. Jelen szakaszban ezért az előzőekben is használt, ismert 1+3 dimenziós relativisztikus megoldást [54] terjesztjük ki általános állapotegyenletre. Ahogy korábban is láttuk, a hadronikus megfigyelhető mennyiségek alapján rekonstruált végállapotot különböző kezdeti állapotokból is elérhetjük, amennyiben különböző állapotegyenleteket használunk. Ugyanakkor ha az állapotegyenlet ismert, a végállapotból már egyértelműen visszaszámolható a kezdeti állapot is. Ehhez azonban olyan modellre van szükség, amely tetszőleges, hőmérsékletfüggő állapotegyenlettel is működik. Az első ilyen relativisztikus megoldást láthatjuk ebben a szakaszban a [63,98] publikációnak megfelelően bemutatva. Példaként egy rács-QCD-ből számolt állapotegyenletre kiszámítjuk majd a hőmérséklet időfüggését is.

2.7.1. Kontinuitási és energiamegmaradási egyenlet

Célunk, hogy a fentiekben használt megoldás a (2.16) egyenletben leírt $\epsilon = \kappa(T)p$ általános állapotegyenlettel kompatibilis módon általánosítsuk. Legyen a megmaradó töltéshez tartozó számsűrűség n alakja a (2.32) egyenlethez hasonlóan

$$n = n_0 \frac{V_0}{V} \nu(s), \tag{2.100}$$

ahol $\nu(s)$ továbbra is tetszőleges függvény, a 0 index pedig az időfejlődés tetszőleges, rögzített pontjában vett értékeket jelöli. Ezután vezessük be a V és az s mennyiségeket úgy, hogy ezekre u^μ sebességtér mellett

$$u^\mu \partial_\mu V = V \partial_\mu u^\mu, \quad u^\mu \partial_\mu s = 0 \tag{2.101}$$

legyen érvényes. Így a (2.8) kontinuitási egyenlet automatikusan teljesül (megmaradó töltések esetére). Hasonlóan, az entrópia lokális megmaradása a (2.14) egyenletnek megfelelően itt is teljesül, ha

$$\sigma = \sigma_0 \frac{V_0}{V} \nu(s). \tag{2.102}$$

A (2.6) energiaegyenlet megoldásához szét kell választanunk a két esetet. Az első eset a megmaradó töltések esete, ahol $p = nT$. A második esetben nincs megmaradó töltés, itt az entrópiára vonatkozó kontinuitást és hőmérséklet definíciót használjuk, amely szerint $T = (\epsilon + p)/\sigma$, a (2.10) egyenletnek megfelelően.

Az első esetben az $\epsilon = \kappa(T)p$ állapotegyenletet használva a (2.6) energiaegyenletből és a (2.8) kontinuitási egyenletből a következőt kapjuk:

$$T\partial_\mu u^\mu + \frac{d}{dT}(\kappa T)\, u^\mu \partial_\mu T = 0, \tag{2.103}$$

amely (2.101) használatával átalakítható:

$$u^\mu \left[\frac{\partial_\mu V}{V} + \frac{d(\kappa T)}{dT}\frac{\partial_\mu T}{T} \right] = 0. \tag{2.104}$$

A második esetben a (2.11) és a (2.12) termodinamikai összefüggéseket használjuk. Az $\epsilon = \kappa(T)p$ állapotegyenlettel és az $\epsilon + p = T\sigma$ és $dp = \sigma dT$ összefüggésekkel így a (2.6) egyenletből a következőt kapjuk:

$$T\sigma \left[\partial_\mu u^\mu + \frac{1}{\kappa+1}\frac{d\kappa}{dT} u^\mu \partial_\mu T \right] + \kappa\sigma\, u^\mu \partial_\mu T = 0, \tag{2.105}$$

amely szintén (2.101) használatával ennek adódik:

$$u^\mu \left[\frac{\partial_\mu V}{V} + \left(\frac{1}{\kappa+1}\frac{d\kappa}{dT} + \frac{\kappa}{T} \right) \partial_\mu T \right] = 0. \tag{2.106}$$

Vegyük észre hogy a fenti (2.104) és (2.106) egyenletek igen hasonlóak, egyedül az első esetben megjelenő $d\kappa/dT$ tag módosul a második esetben egy $1/(\kappa+1)$ faktorral. Ez azt is jelenti, hogy az egyenletek $\kappa = \text{const.}$ esetben megegyeznek, ezért ilyenkor a számsűrűség és az entrópiasűrűség használata azonos megoldásokat eredményez. Nevezzük most a két fenti egyenletet a két eset hőmérsékleti egyenletének. Vezessünk be egy $f(T)$ függvényt, amelyet megmaradó n esetén így definiálunk:

$$f(T) = \exp\left\{ \int_{T_0}^{T} \left(\frac{1}{\beta}\frac{d}{d\beta}\left[\kappa(\beta)\beta\right] \right) d\beta \right\} = \exp\left\{ \int_{T_0}^{T} \left(\frac{\kappa(\beta)}{\beta} + \frac{d\kappa(\beta)}{d\beta} \right) d\beta \right\}, \tag{2.107}$$

míg n hiányában így:

$$f(T) = \exp\left\{ \int_{T_0}^{T} \left(\frac{\kappa(\beta)}{\beta} + \frac{1}{\kappa(\beta)+1}\frac{d\kappa(\beta)}{d\beta} \right) d\beta \right\}. \tag{2.108}$$

Ennek segítségével a hőmérsékleti egyenletek a következő, általános formára hozhatóak:

$$u^\mu \left[\frac{\partial_\mu V}{V} + \frac{\partial_\mu f(T)}{f(T)} \right] = 0. \tag{2.109}$$

Ez az egyenlet teljesül, ha a szögletes zárójelben szereplő mennyiség arányos egy kizárólag az s-től függő mennyiség négyesgradiensével, például $\partial_\mu \xi(s)/\xi(s)$ alakot ölt. Ekkor tetszőleges adott $\kappa(T)$ függvényhez meghatározható az $f(T)$ függvény alakja, és a fenti egyenletet megoldja

$$f(T) = \frac{V_0}{V}\xi(s) \;\Rightarrow\; T = f^{-1}\left(\frac{V_0}{V}\xi(s)\right), \tag{2.110}$$

tetszőleges $\xi(s)$ függvénnyel (amelyet az egyszerűség kedvéért normálhatunk úgy, hogy $\xi(0) = 1$). Az $u^\mu \partial_\mu s = 0$ összefüggést figyelembe véve egyszerűen belátható, hogy (2.110) tényleg megoldja a (2.109) egyenletet.

Fontos látni, hogy $\kappa =$ konstans esetén $f(T)$ és (2.109) megoldása az alábbi alakot ölti:

$$f(T) = \left(\frac{T}{T_0}\right)^\kappa \quad \Rightarrow \quad T = T_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{1/\kappa} \xi(s)^{1/\kappa}. \tag{2.111}$$

és így tényleg az [54] hivatkozásban definiált megoldás hőmérsékletét kapjuk vissza. Ennek általánosításaként u^μ-re, a skálaváltozóra és V-re ugyanazt tegyük fel, mint az eredeti megoldásban:

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau}, \quad V = \tau^3, \quad s = \frac{r_x^2}{\dot{X}_0^2 t^2} + \frac{r_y^2}{\dot{Y}_0^2 t^2} + \frac{r_z^2}{\dot{Z}_0^2 t^2} \tag{2.112}$$

míg a hőmérséklet tehát a fenti (2.110) egyenletből adódik.

2.7.2. Az Euler-egyenlet

Vizsgáljuk meg most, hogy a (2.7) egyenletben leírt Euler-egyenletet hogyan teljesíthetjük. A jelen megoldásban használt sebességmezőre $u^\nu \partial_\nu u^\mu = 0$, az Euler-egyenlet ezért így módosul:

$$\partial_\mu p = u_\mu u^\nu \partial_\nu p. \tag{2.113}$$

Eltűnő n esetére a $dp = \sigma dT$ termodinamikai összefüggés használatával ez így írható fel:

$$\partial_\mu T = u_\mu u^\nu \partial_\nu T. \tag{2.114}$$

Most helyettesítsük be T kifejezését a (2.110) egyenletből, és használjuk ki, hogy $\partial_\mu s \neq 0$, és hogy f^{-1} nem lehet konstans. Ezekkel (2.114) bármely $\kappa(T)$ (azaz bármely $f(T)$) esetén így oldható meg:

$$f^{-1\prime}\left(\frac{V_0}{V}\xi(s)\right)\frac{\xi'(s)}{\xi(s)}\partial_\mu s = 0 \quad \Rightarrow \quad \xi(s) = \text{konst.} \tag{2.115}$$

Nem eltűnő n esetén használjuk a (2.100) egyenletet és a $p = nT$ definíciót, ezekkel az Euler-egyenlet a fent definiált sebességmezőnkre így néz ki:

$$T\partial_\mu n + n\partial_\mu T = T u_\mu u^\nu \partial_\nu n + n u_\mu u^\nu \partial_\nu T. \tag{2.116}$$

Ide n és T kifejezését a (2.100) és a (2.110) egyenletekből behelyettesítve, továbbá V definícióját kihasználva, az alábbi kifejezést kapjuk:

$$\left[\frac{\nu'(s)}{\nu(s)} + \varphi\left(\frac{V_0}{V}\xi(s)\right)\frac{\xi'(s)}{\xi(s)}\right]\partial_\mu s = 0, \tag{2.117}$$

ahol bevezettük az alábbi segédfüggvényt:

$$\varphi(y) = \frac{y f^{-1\prime}(y)}{f^{-1}(y)}. \tag{2.118}$$

Mivel $\partial_\mu s \neq 0$, a (2.117) egyenletből látható, hogy két egyszerű eset adódik: tetszőleges állapotegyenletre (azaz tetszőleges $\kappa(T)$ függvényre, azaz tetszőleges $\varphi(y)$ függvényre) automatikusan teljesül az egyenlet, ha $\nu(s) = \xi(s) = 1$. A másik eset a $\kappa =$ konstans feltétellel adódik, ugyanis láthatólag ekkor

$$\varphi(y) = \frac{1}{\kappa} = \text{konst.}, \tag{2.119}$$

így tehát (2.117) teljesül, ha $\xi = \nu^{-1/\kappa}$, ezzel pedig a (2.111) egyenletből $T = T_0 \left(V_0/V\right)^{1/\kappa} \nu^{-1}(s)$ adódik, azaz ugyanaz, mint az eredeti, 2.4. és 2.5. szakaszokban adott megoldásban (a részleteket lásd a [63] publikációban). Ekkor tehát teljes egészében az [54] hivatkozásban ismertetett megoldást kapjuk vissza.

2.7.3. Új megoldások tetszőleges állapotegyenletre

Az előzőekben leírtakat összefoglalva, a relativisztikus hidrodinamika új megoldásait találhatjuk meg, tetszőleges $\epsilon = \kappa(T)p$ állapotegyenlet esetére. Ha nincs megmaradó n sűrűség, akkor megoldásunk ebben az alakban áll elő (u^μ, σ és T megadásával):

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\tau_0^3}{\tau^3}, \tag{2.120}$$

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau}, \tag{2.121}$$

$$\frac{\tau_0^3}{\tau^3} = \exp\left\{ \int_{T_0}^{T} \left(\frac{\kappa(\beta)}{\beta} + \frac{1}{\kappa(\beta)+1} \frac{d\kappa(\beta)}{d\beta} \right) d\beta \right\}. \tag{2.122}$$

ahol (2.122) levezethető a (2.108) és a (2.110) egyenletekből.

Ha azonban a nyomás a $p = nT$ összefüggésnek megfelelően adódik egy megmaradó n sűrűségből, akkor a talált új megoldást u^μ, T és n függvényében így adhatjuk meg:

$$n = n_0 \frac{\tau_0^3}{\tau^3}, \tag{2.123}$$

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau}, \tag{2.124}$$

$$\frac{\tau_0^3}{\tau^3} = \exp\left\{ \int_{T_0}^{T} \left(\frac{1}{\beta} \frac{d}{d\beta} \left[\kappa(\beta)\beta\right] \right) d\beta \right\}. \tag{2.125}$$

ahol az utolsó egyenlet ismét a (2.107) és a (2.110) egyenletekből adódott. Ez a megoldás az [54] hivatkozásban definiált megoldás $\nu(s) = 1$ esetének általánosítása, a [13] hivatkozásban leírt nemrelativisztikus megoldásnak pedig relativisztikus általánosítása.

Mindkét megoldásban a n_0, T_0, σ_0 mennyiségeket a τ_0 sajátidőnél vettük, amely tetszőlegesen megválasztható. Ha például τ_0 a kifagyási idő, akkor T_0 a kifagyási hőmérséklet.

Fontos látni, hogy a megmaradó n-t tartalmazó esetben, bizonyos $\kappa(T)$ függvényekre a megoldás nem lesz jól-definiált. A

$$\frac{d}{dT}\left(\kappa(T)T\right) > 0 \tag{2.126}$$

feltétel behatárolja az erre az esetre vonatkozó megoldások érvényességét. Amennyiben bizonyos T tartományban $\frac{d}{dT}\left(\kappa(T)T\right)$ negatív lesz, a (2.125) implicit alakja nem invertálható, így nem kapunk egyértelmű (egyértékű) $T(\tau)$ függvényt. Ilyen T tartományok valóban létezhetnek rács-QCD keretében számolt állapotegyenletekben a kvark-hadron átmenet körüli hőmérsékletnél, ahogy azt a következő részben láthatjuk majd. Ennek oka az, hogy a $\frac{d}{dT}(\kappa(T)T) > 0$ feltétel ekvivalens a $\frac{\partial}{\partial\epsilon}T(\epsilon, n) > 0$ (konstans n mellett) feltétellel, amely viszont a fajhő pozitív értékét vonja maga után, ez viszont fázisátmenetkor nem feltétlenül teljesül. Ugyanakkor ebben az esetben is használható a megmaradó n-et fel nem tételező megoldás, amelyet a (2.120)–(2.122) egyenletekben láttunk. Ez annál is inkább releváns fizikailag, mivel a fázisátmenetnél $p = nT$ módon használható megmaradó n léte nem tételezhető fel.

Röviden lássunk még egy lehetőséget, amikor κ a nyomás függvénye. Ebben az esetben az előzőekhez hasonló megoldás írható fel:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\tau_0^3}{\tau^3}, \tag{2.127}$$

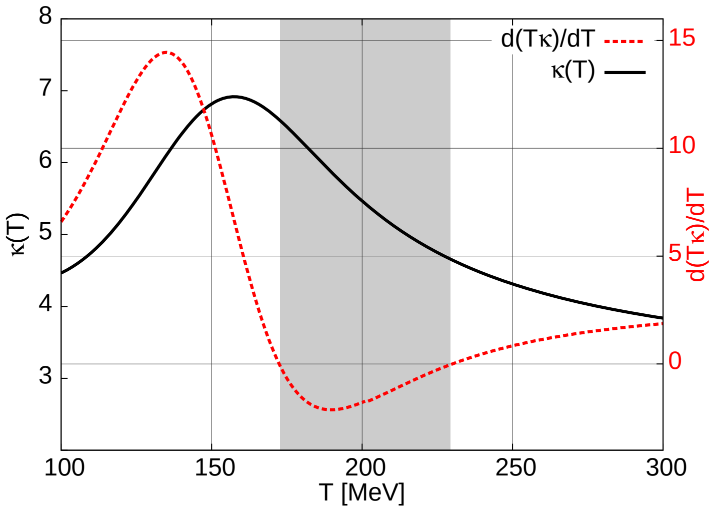
$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau}, \tag{2.128}$$

$$\frac{\tau_0^3}{\tau^3} = \exp\left\{\int_{p_0}^{p}\left(\frac{\kappa(\beta)}{\beta} + \frac{d\kappa(\beta)}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{\kappa(\beta)+1}\right\}. \tag{2.129}$$

Ha azonban a nyomás a hőmérséklet függvénye, tehát $p(T)$ módon írható, akkor egy egyszerű integráltranszformációval ebből visszakapjuk a korábbi megoldást. Ez az imént leírt új megoldás tehát akkor használható, ha az állapotegyenlet $\epsilon(p) = \kappa(p)p$ alakban adott, a hőmérsékletre való utalás nélkül.

2.7.4. Hidrodinamika rács-QCD állapotegyenlettel

A Budapest-Wuppertal csoport rács-QCD számítások alapján megadta az erősen kölcsönható anyag állapotegyenletét [79]. Itt (a cikk (3.1) egyenletében és 2. táblázatában) megadják az energiaimpulzus tenzor nyomának, az $I = \epsilon - 3p$ nyom-anomáliának a hőmérsékletfüggését parametrizáció formájában. Ebből kiszámítható a nyomás, az energiasűrűség és az állapotegyenlet κ paramétere is. Ezt a számítást elvégeztük, az innen számolt $\kappa(T)$ függvény a 2.9. ábrán látható. Itt láthatólag



2.9. ábra. Az állapotegyenlet κ paraméterének hőmérsékletfüggése, a [79] hivatkozás alapján számolva. A szürke T tartományban (173 MeV – 230 MeV között) $\frac{d}{dT}\left(\kappa(T)T\right)$ (piros szaggatott vonal) negatív lesz, így az entrópiasűrűséggel adott megoldást használhatjuk.

bizonyos T-k esetén $\frac{d}{dT}\left(\kappa(T)T\right) < 0$, így a (2.125) implicit egyenlet nem oldható meg, azaz nem kapható egyértelmű $T(\tau)$ függvény. Továbbra is használható azonban a (2.120)–(2.122) egyenletekben megadott megoldás.

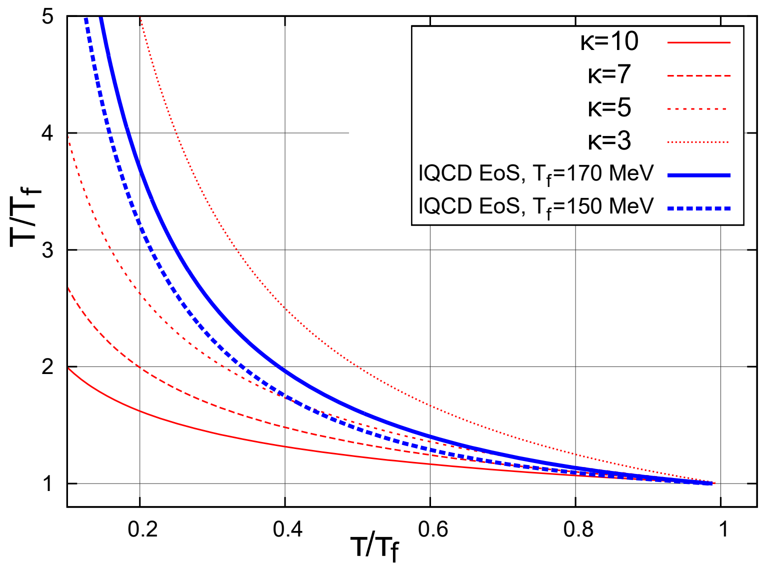
Az ebből kapott $\kappa(T)$ függvényt és az imént ismertetett új hidrodinamikai megoldást felhasználva kiszámíthatjuk a tűzgömb hőmérsékletének időfüggését. Az eredmény a 2.10. ábrán látható, ezt a korábbi, 2.5. ábrával érdemes összevetni. A hőmérséklet láthatólag majdnem a $\kappa = 3$ esetnek megfelelő gyorsasággal csökken. Eszerint egy adott kifagyási hőmérséklet lényegesen nagyobb kezdeti hőmérsékletet jelent, mint a fixált, magasabb κ (azaz alacsonyabb c_s^2) eset alapján hinnénk.

Fixáljuk a kifagyási hőmérsékletet $T_f = 170$ MeV-ben (és jelöljük most a kifagyási mennyiségeket az $_f$ index segítségével). Ekkor már a $0{,}3 \times \tau_f$ időpontban (azaz a kifagyási idő 30%-ánál) a kifagyási hőmérséklet 2,5-3-szorosa érhető el. Hogy kvantitatív példát adjunk, ha

$$\tau_f = 8 \text{ fm/c} \quad \text{és} \quad \tau_{\text{kezdeti}} = 1{,}5 \text{ fm/c}, \quad \text{akkor} \tag{2.130}$$

$$T_f = 170 \text{ MeV} \;\Rightarrow\; T_{\text{kezdeti}} \approx 550 \text{ MeV} \tag{2.131}$$

(és ennél is magasabb, ha τ_{kezdeti} kisebb). A [79] hivatkozásban adott állapotegyenlet és jelen hidrodinamika megoldás tehát egy általános $T(\tau)$ függést ad meg. Ha a T_f kifagyási hőmérséklet ismert, és a kifagyási és kezdeti idők $\tau_f/\tau_{\text{kezdeti}}$ hányadosa is ismert, akkor könnyen kiszámítható a kezdeti hőmérséklet. Érdekes a fentieket összevetni a fotonspektrumra vonatkozó 2.5. szakasszal, ahol konstans állapotegyenlettel is igen magas, 500 MeV feletti kezdeti hőmérsékletet kaptunk.



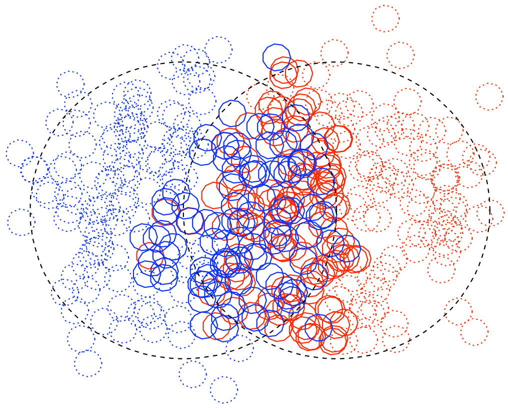
2.10. ábra. A hőmérséklet $T(\tau)$ időfüggése (ahol a vízszintes tengelyt a τ_f kifagyási idővel, a függőlegeset a T_f kifagyási hőmérséklettel normáltuk). A négy vékony piros görbe ezt az időfüggést konstans κ esetére ábrázolja, míg a vastagabb kék görbék a rács-QCD állapotegyenletből számolt időfüggést mutatják be. A hőmérséklet itt láthatólag majdnem a $\kappa = 3$ esetnek megfelelő gyorsasággal csökken.

2.8. Multipoláris szimmetriával rendelkező új egzakt megoldások

Noha a sok millió ütközés átlagából adódó eloszlások esetén realisztikus lehet ellipszoidális szimmetriát feltételezni, a 2.11. ábrának megfelelően egyértelmű, hogy egy valódi ütközésben ennél összetettebb geometriát kell feltételezni. Még ha egyesével nem is akarjuk leírni az egyes ütközéseket, a kialakuló geometriákat többféleképpen is vizsgálhatjuk. Bevezethetjük az n-edrendű eseménysíkot, amely tulajdonképpen az n-edrendű szimmetria tengelyét jelenti. Ekkor rengeteg ütközést átlagolva n-pólusú szimmetriát kapunk, illetve ennek „felhangjait”. Így a korábban említett v_2-n túl vizsgálhatjuk az impulzuseloszlás háromszöges, négyszöges vagy magasabb rendű anizotrópiáját, ezeket $v_{3,4,\ldots}$ együtthatóknak nevezhetjük, a spektrum szögfüggését így sorbafejtve:

$$N(p_T, \phi) = N(p_T)\left(1 + 2\sum_n v_n \cos(\phi - \Psi_n)\right). \tag{2.132}$$

Az ilyen sokrétű anizotrópiákkal rendelkező szögeloszlás leírásához olyan analitikus modellre van szükség, amely hasonlóan részletesen hangolható. Ezt vizsgáljuk jelen fejezetben, a [64, 99] publikációknak megfelelően.



2.11. ábra. A participáns (résztvevő) nukleonok eloszlása egy szimulált [100] arany-arany ütközésben, $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV ütközési energián.

2.8.1. Új megoldások

Induljunk ki az [54] publikációban adott, és a fenti 2.4.-2.6. szakaszokban is felhasznált, ellipszoidális szimmetriát és Hubble-tágulást leíró megoldásból. Mivel ezt a megoldást terjesztjük ki általánosabb szimmetriákra, tekintsük most át újra részletesen, hasonlóan a 2.4.1. szakaszhoz. Ebben a megoldásban termodinamikai mennyiségek táguló ellipszoidok felületein adott sajátidő mellett állandóak. Ezen felületeket az alábbi s skálaváltozó konstans értékei definiálják:

$$s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}, \tag{2.133}$$

ahol r_x,r_y és r_z a térkoordináták, X, Y és, Z pedig a táguló ellipszoid (időfüggő nagyságú) tengelyei. A sebességmező a következőképpen adható meg:

$$u^\mu = \gamma\left(1, \frac{\dot{X}}{X}r_x, \frac{\dot{Y}}{Y}r_y, \frac{\dot{Z}}{Z}r_z\right), \tag{2.134}$$

ahol $\dot{X} = dX/dt$ és hasonlóan Y és Z esetében. A fentiek akkor adnak megoldást, ha az s skálaváltozó együttmozgó deriváltja eltűnik, azaz $u^\mu\partial_\mu s = 0$. Ez viszont csak akkor teljesül, ha $\dot{X}$,$\dot{Y}$,$\dot{Z}$ = állandó. Legyen tehát $X = \dot{X}t$, $Y = \dot{Y}t$, $Z = \dot{Z}t$, ekkor a $\tau = \sqrt{x^2} = \sqrt{x_\mu x^\mu}$ koordináta-sajátidő bevezetésével (ahol ahol x^μ a téridő-koordináták Lorentz-vektora)

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} \tag{2.135}$$

adódik. Ebben az ismert megoldásban a termodinamikai mennyiségek tetszőleges $\nu(s)$ skálafüggvény bevezetésével a következőképpen írhatóak fel:

$$n(x) = n_f \left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^3 \nu(s), \tag{2.136}$$

$$T(x) = T_f \left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)}, \tag{2.137}$$

$$p(x) = p_f \left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^{3+3/\kappa}, \tag{2.138}$$

ahol $n(x)$ valamely megmaradó töltés számsűrűsége (például a barionsűrűség, amennyiben a barionkémiai potenciál nem hanyagolható el), $T(x)$ a hőmérséklet, $p(x)$ pedig a nyomás; a normáló tényezőket pedig a $p_f = n_f T_f$ összefüggés kapcsolja össze. Itt az f index az adott mennyiség kifagyáskori (és ha térfüggő, akkor origóbeli) értékét jelöli, de a korábbi szakaszokhoz hasonlóan vehettünk volna tetszőleges, 0 indexszel jelölt, rögzített pillanatot is. A megoldás az entrópiasűrűség kontinuitását feltéve is felírható [63], ekkor $\sigma(x) = \sigma_f \left(\tau_f/\tau\right)^3 \nu(s)$ adódik.

Ezek után vizsgáljuk meg, hogy a fenti megoldás hogyan terjeszthető ki multipoláris szimmetriák (avagy anizotrópiák) esetére. Elsőként tekintsünk egy 1+2 dimenziós esetet, és írjuk át az s skálaváltozó (2.133) egyenletben adott alakját polárkoordinátákkal ($x = r\sin\phi$, $y = r\cos\phi$):

$$s = \frac{r^2}{R^2}\left(1 + \epsilon\cos(2\phi)\right), \text{ ahol} \tag{2.139}$$

$$\frac{1}{R^2} = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} \text{ és } \epsilon = \frac{X^2+Y^2}{X^2-Y^2}, \tag{2.140}$$

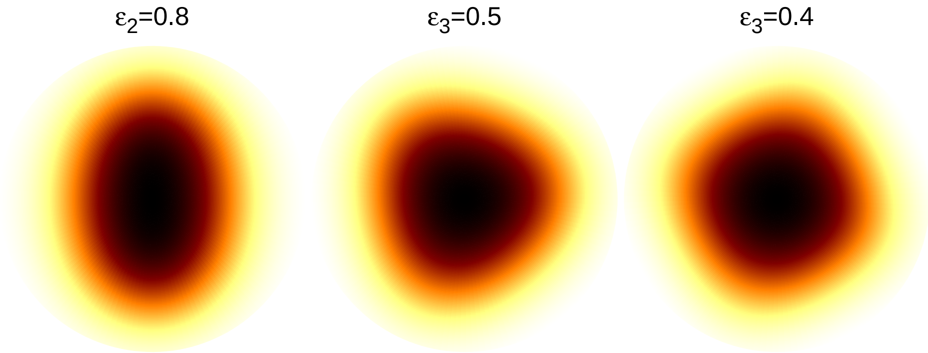
azaz R itt az átlagos (x és y irányra átlagolt) méret, ϵ pedig az excentricitás. (Noha X és Y időfüggőek, mivel időben lineárisak, így valójában ekkor ϵ nem függ az időtől.) Általánosítsuk ezt az alakot magasabb rendű szimmetria esetére:

$$s = \frac{r^N}{R^N}\left(1 + \epsilon_N\cos(N\phi)\right) \tag{2.141}$$

ahol N a szimmetria rendje.[11] Különféle N és ϵ_N értékek esetére a skálaváltozó „hőtérképét" a 2.12. ábra mutatja.

A (2.141) egyentben adott s segítségével a következő alakban adhatunk meg egy új, 2+1 di-

[11]Megjegyezzük, hogy az r/R hányados kitevőjében nem szükségszerű N megjelenése, maradhat a négyzet is.



2.12. ábra. Az s skálaváltozó „hőtérképe” a transzverz síkban, sorrendben $N = 2, 3, 4$ esetére. Ha a hőmérséklet s monoton folytonos függvénye, akkor ez a térkép homomorf a tényleges hőmérsékleti eloszlással.

menziós megoldást:

$$u^\mu(x) = \gamma\left(1, \frac{\dot{R}}{R(t)} r\cos\phi, \frac{\dot{R}}{R(t)} r\sin\phi\right), \tag{2.142}$$

$$n(x) = n_f \left(\frac{\gamma R_f}{R(t)}\right)^2 \nu(s), \tag{2.143}$$

$$T(x) = T_f \left(\frac{\gamma R_f}{R(t)}\right)^{2/\kappa} \frac{1}{\nu(s)}, \tag{2.144}$$

$$p(x) = p_f \left(\frac{\gamma R_f}{R(t)}\right)^{2+2/\kappa}, \tag{2.145}$$

ahol τ_f a kifagyási sajátidő, $R(t) = u_t t$ (azaz $\dot{R} = u_t =$ állandó), $R_f = u_t\tau_f$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-r^2\dot{R}^2/R^2}}$, és u_t a transzverz tágulási sebesség, ϵ pedig szintén állandó. Ebben az esetben is Hubble-tágulást kapunk, azaz a sebességmezőre $u^\mu = x^\mu/\tau$, és a méret-sajátidő összefüggés

$$\frac{\gamma R_f}{R(t)} = \frac{\tau_f}{\tau} \tag{2.146}$$

módon adódik. Ez a megoldás is felírható $n(x)$ helyett $\sigma(x)$ segítségével, természetesen ekkor a hőmérséklet definíciója is megfelelően módosul.

Az előző bekezdésben adott megoldás többféleképpen is általánosítható 1+3 dimenziós tágulásokra. Választhatunk (r, ϕ, z) hengerkoordinátákat, és hozzáadhatunk egy z^N/R^N tagot s-hez:

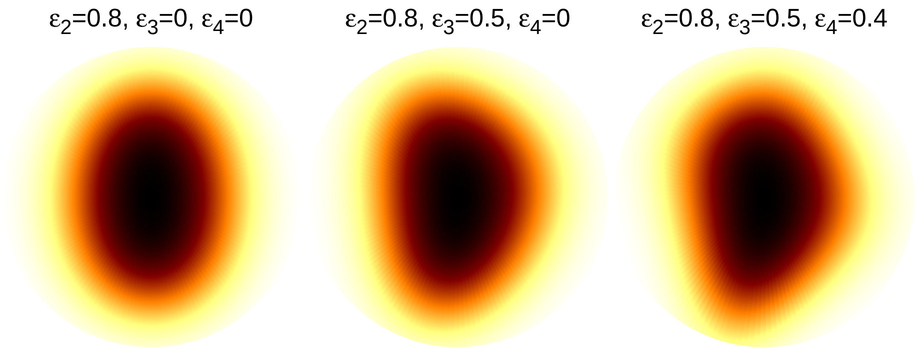
$$s = \frac{r^N}{R^N}\left(1 + \epsilon\cos(N\phi)\right) + \frac{z^N}{R^N}, \tag{2.147}$$

$$u^\mu(x) = \frac{x^\mu}{\tau}, \tag{2.148}$$

$$n(x) = n_f \left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^3 \nu(s), \tag{2.149}$$

$$T(x) = T_f \left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)}, \tag{2.150}$$

$$p(x) = p_f \left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^{3+3/\kappa}. \tag{2.151}$$



2.13. ábra. Az s skálaváltozó „hőtérképe” a transzverz síkban, több szimmetria együttes megjelenése esetén.

Felírhatunk egy másik megoldást (r, θ, ϕ) gömbi koordinátákban is:

$$s = \frac{r^N}{R^N} \left\{1 + \epsilon_a \cos(N\phi)[1 - \cos(N\theta)] + \epsilon_b \cos(N\theta)\right\}, \tag{2.152}$$

ahol ϵ_a és ϵ_b különböző síkokban vett excentricitások. Rengeteg egyéb eset képzelhető el, pontosabban ahogy [54] is említi, a lehetséges skálaváltozók köre igen széles. Az [54] publikációban azt adják meg, hogy tetszőleges $F(r_x^2/t^2, r_y^2/t^2, r_z^2/t^2)$ függvény is érvényes skálaváltozót ad meg. A mi fenti megoldásaink egy valamivel általánosabb osztályba tartoznak, ahol a skálaváltozó $s = F(r_x/t, r_y/t, r_z/t)$ módon adódik, tetszőleges háromváltozós (folytonos) F függvénnyel (a négyzet hiánya külön esetet jelent itt, ugyanis páratlan N-ek esetére például $\cos(N\phi)$ nem r_i^2/t^2, hanem r_i/t függvénye).

A különféle rendű szimmetriákat kombinálhatjuk is, például

$$s = \sum_N \frac{r^N}{R^N} \left\{1 + \epsilon_N \cos[N(\phi - \psi_N)]\right\} \tag{2.153}$$

módon, ahol ψ_N az N. rendű reakciósík (amely a megfigyelhető mennyiségekből eseményátlagolás esetén kiesik). Ezzel lényegében tetszőleges alakú eloszlást avagy kezdeti feltételt adhatunk meg, amelyekre néhány példát a 2.13. ábra mutat. Érdemes itt megemlíteni, hogy noha a tényleges eloszlásban az N-edrendű reakciósík fontos szerepet játszik, az eseményátlagolás során ezek szerepe eltűnik, és így egyszerű hidrodinamikai modellekben v_N értéke az N-edrendű ϵ_N anizotrópiának fog megfelelni. A valóságban természetesen lényegesen bonyolultabb energiasűrűségek és folyási képek fordulnak elő, jelen szakasz célja azonban az, hogy expliciten megmutassuk, hogy egzakt hidrodinamikai megoldással is leírhatóak a folyási anizotrópia mért v_N értékei. Ennek érdekében a következőkben kiszámítjuk ezen megfigyelhető mennyiségeket.

2.8.2. Megfigyelhető mennyiségek

A [60, 64] publikációknak és a 2.3. szakasz elején írtaknak megfelelően olyan kifagyási szcenáriót teszünk fel, ahol a kifagyás előtti közeget a hidrodinamika írja le, míg a kifagyás utáni közeget a megfigyelt hadronok alkotják. Ennek megfelelően a kifagyás egyetlen sajátidő-pillanatban következik be, például egyfajta önelnyomó (self-quenching) hatás [101] következtében, vagy ha az fázistérbeli fejlődés ütközésmentes gázénak is megfeleltethető. Ekkor nincs ugrás az állapotegyenletben, azaz a kvarkanyagbeli κ érték folytonosan közelíti meg a κ_{szabad} értéket, amely a szabad hadronok gázára érvényes. Ebben az esetben a hadronikus megfigyelhető mennyiségek a kifagyáskori fázistérbeli eloszlásból számíthatóak ki, amely az $S(x, p)$ forrásfüggénnyel írható le. Az állapotegyenletet idő- és hőmérsékletfüggetlennek tesszük fel, ekkor értéke nem játszik szerepet a végállapotbeli eloszlások leírásakor [70]. Ennek megfelelően jelen fejezetben κ értéke tetszőleges – a hadroneloszlások önmagukban nem szorítják meg értékét. Mindezek alapján a forrásfüggvénynek legyen ez az alakja:

$$S(x, p)d^4x = \frac{g}{(2\pi)^3} n(x) e^{-p_\mu u^\mu(x)/T(x)} H(\tau) p_\mu d^3\Sigma_\mu(x) dt, \tag{2.154}$$

ahol g az adott részecske degenerációs faktora, $H(\tau)$ a kifagyás sajátidőbeli eloszlása (Dirac-delta disztribúció itt), az exponenciális egy Bolzmann–Jüttner-eloszlásból származik, míg $d^3\Sigma_\mu(x)$ a kifagyási hiperfelület vektormértéke (amely a Cooper–Frye-féle fluxustényezőt adja meg, a p^μ négyesimpulzussal való Lorentz-szorzása után). Ha a kifagyás konstans τ mellett történik, akkor ez a vektormérték $\frac{u^\mu d^3x}{u^0}$ módon adható meg. Mindezekkel

$$S(x, p)d^4x = \frac{g}{(2\pi)^3} n(x) e^{-p_\mu u^\mu(x)/T(x)} \delta(\tau - \tau_f) \frac{p_\mu u^\mu}{u^0} d^4x, \tag{2.155}$$

adódik, ahol a $T(x)$, $u^\mu(x)$ és $n(x)$ eloszlásokat a hidrodinamikai megoldás adja meg. A megfigyelhető mennyiségek a következőknek megfelelően adódnak:

$$N_1(\mathbf{p}) = E\frac{d^3n}{d^3\mathbf{p}} = \int S(x, \mathbf{p}) d^4x, \tag{2.156}$$

$$N_1(p_t) = \left.\frac{dn}{2\pi p_t dp_t}\right|_{y=0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} N(\mathbf{p})|_{p_z=0}\, d\alpha, \tag{2.157}$$

ahol $\mathbf{p} = (p_t \sin\alpha, p_t \cos\alpha, p_z)$ a hármasimpulzus, p_z ennek a longitudinális, p_t a transzverz komponense, míg α a transzverz síkbeli szög (nem összekeverendő a térváltozó ϕ szögváltozójával). Itt csak midrapiditásnál vett megfigyelhető mennyiségeket vizsgálunk, tehát a $p_z = 0$ egyszerűsítést tehetjük meg. Ezzel a folyási együtthatók transzverz impulzusfüggése a következő (innentől N index helyett n-et írunk, az impulzuseloszlással való nehezebb összetéveszthetőség miatt):

$$v_n(p_t) = \frac{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} N(\mathbf{p})|_{p_z=0} \cos(n\alpha) d\alpha}{N_1(p_t)} = \langle \cos(n\alpha) \rangle. \tag{2.158}$$

változó	értéke	jelentése
T_f	200 MeV	középponti kifagyási hőmérséklet
u_t	0,6	transzverz tágulás
b	0,08	$\sim$ hőmérskéleti gradiens
τ_f	7,7 fm/c	kifagyási sajátidő
ϵ_2	0,50	elliptikus anizotrópia
ϵ_3	0,25	trianguláris anizotrópia
ϵ_4	0,08	kvadrupólusos anizotrópia

2.3. táblázat. A modellparaméterek jelentése és tipikus értékei, a [60, 64] publikációk alapján.

Számítsuk most ki a (2.156) egyenletben szereplő integrált. Erre Gauss alakú forrással, amelyben a hőmérséklet középen a legnagyobb, a következő adódik:

$$N_1(p_t) \propto \int \nu(s) e^{\frac{p_t \cos(\alpha-\phi)-Et}{\tau T_f}\nu(s)\left(\frac{\tau_f}{\tau}\right)^{-\frac{3}{\kappa}}} \delta(\tau-\tau_f)\frac{\tau}{t}\frac{Et - rp_t\cos(\alpha-\phi)}{\tau} d^4x d\alpha. \tag{2.159}$$

Ezek után elvégezzük a $t \to \tau$ integráltranszformációt, és $\nu(s) = e^{bs}$ mellett a következőre jutunk:

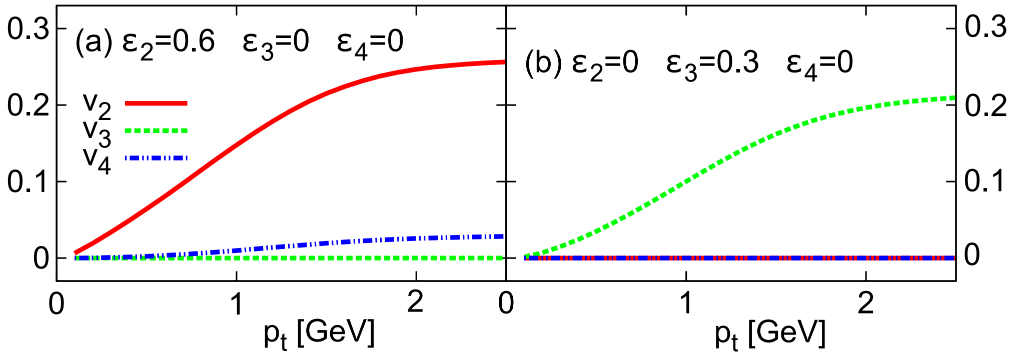
$$N_1(p_t) \propto \int e^{bs} e^{\frac{rp_t\cos(\alpha-\phi)-E\sqrt{\tau_f^2+r^2+z^2}}{\tau_f T_f e^{-bs}}} \frac{E\sqrt{\tau_f^2+r^2+z^2} - rp_t\cos(\alpha-\phi)}{\tau_f^2+r^2+z^2} r\tau_f dr d\phi dz d\alpha \tag{2.160}$$

A $v_n(p_t)$ együtthatókat hasonlóan számíthatjuk ki, a (2.158) egyenletnek megfelelően.

Vizsgáljuk meg a fentieknek megfelelően adott modellből származó eredményeket. Ehhez az ϵ_n anizotrópiákon kívüli paramétereket a [60] publikációból vehetjük, ahogy a 2.3. táblázatban is összefoglaltuk. Miután az azimut szögre integrált mennyiségek ebben a modellben függetlenek az anizotrópiáktól, így elmondhatjuk, hogy a modellből számolt spektrumok és HBT-sugarak kompatibilisek a PHENIX 200 GeV-es arany-arany ütközésekben mért adataival, a 2.4. szakaszban tett összehasonlításnak megfelelően.

Elsőként tekintsük v_n értékét egyetlen $\epsilon_n \neq 0$ paraméterrel, $n = 2, 3, 4$ esetére. A 2.14. ábra tanúsága alapján a páros és páratlan harmonikusok (v_n együtthatók) nem „keverednek”: ha csak $\epsilon_3 \neq 0$, akkor csak $v_3 \neq 0$. Ugyanakkor $\epsilon_2 \neq 0$ hatására nem csak v_2, de v_4 is megjelenik – amennyiben ez utóbbit is a másodrendű reakciósíkhoz képest mérjük.

A 2.15. ábrán ezek után megvizsgálhatjuk a $v_n(p_t)$ függvények paraméterfüggését. Egyesével változattuk a 2.3. táblázatban szereplő paramétereket, és azt találtuk, hogy ebben a modellben u_t és b hatása a legerősebb a v_n együtthatók tekintetőben. Érdemes megemlíteni, hogy a [60] publikációban az eredmények csak u_t^2/b értékétől függöttek, de az itt választott s skálaváltozóban

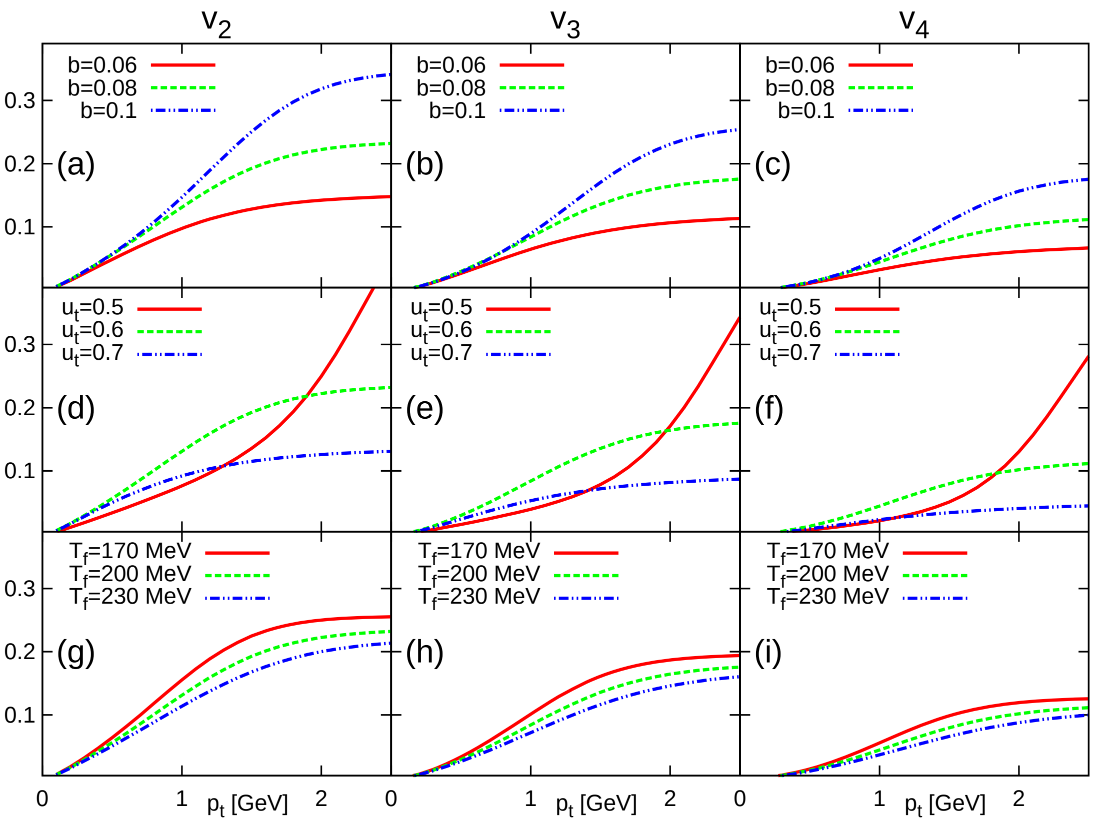


2.14. ábra. A v_2, v_3 és v_4 együtthatók p_t függése, elliptikus (a) és trianguláris (b) anizotrópiák esetén.

az u_t^n/b függések több n esetére is megjelennek, és így a két paramétertől való függés elválik (de erősen csatolt marad, ahogy később látni fogjuk).

2.8.3. Összevetés az adatokkal

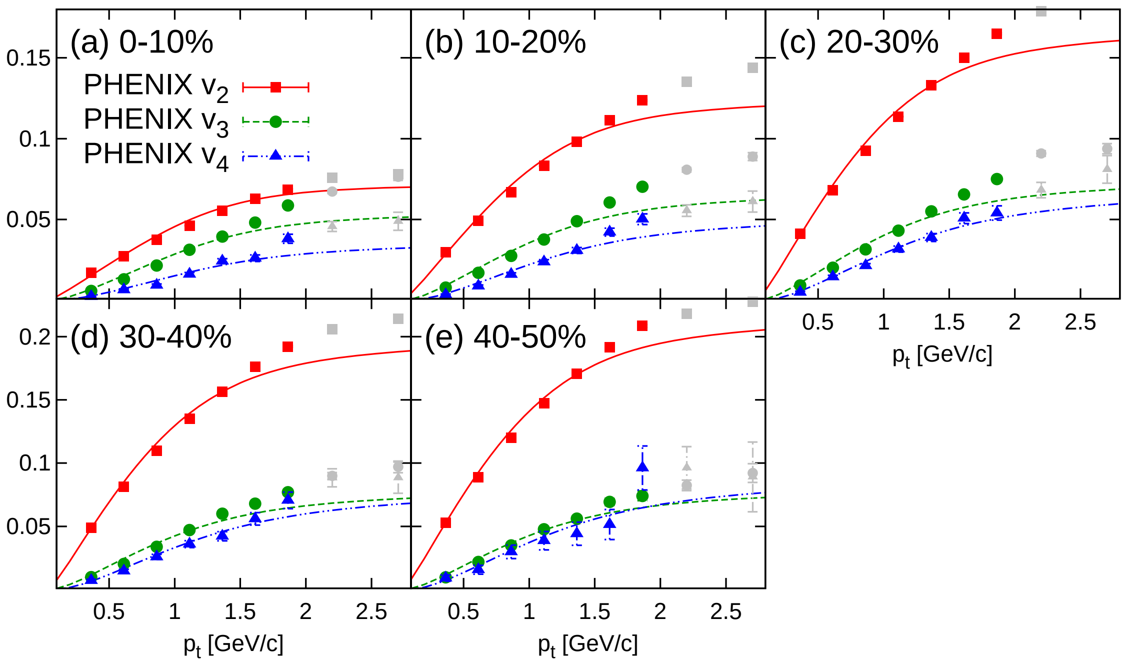
Ebben a szakaszban hasonlítsuk össze a fentiekben kapott eredményeket a PHENIX $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV-es arany-arany ütközéseiben mért adatokkal [102]. A modell illesztési paraméterei ϵ_n ($n = 2, 3, 4$), u_t és b (T_f és τ_f értékét a [60] publikációban elvégzett összehasonlításban kapottaknak megfelelően rögzítettük). Azt tapasztaltuk ugyanakkor, hogy b és a többi paraméter között igen erős a korreláció, és a χ^2 térképen igen gyenge a b-függés. Nagyjából változatlan görbéket kaptunk $b \in [0{,}05, 0{,}2]$ mellett, és ez egyfajta szisztematikus hibát eredményez a többi paraméter esetében. Ez expliciten is megmutatja, hogy különféle folyási mintázatok ugyanazokhoz a megfigyelhető mennyiségekhez vezethetnek. Ezek miatt b-re csak egyfajta konfidencia-intervallumot adhatunk meg, ahogy az a 2.4. táblázatban látható. Az illesztések eredményét a 2.16. ábra mutatja. Mivel $p_t = 2$ GeV környékén nemhidrodinamikai hatások is megjelennek, így csak az ez alatti adatokra végeztük az illesztést. Vegyük észre, hogy noha a magasabb rendű folyási együtthatók az eseményenkénti fluktuációkból származnak, az adatokból mégis meghatározható így az átlagos trianguláris vagy kvadrupoláris anizotrópia. Megemlítendő továbbá, hogy mivel két paramétert korábbi illesztések alapján rögzítettünk (ahogy fentebb is említettük), ezek további bizonytalanságot jelentenek. Ideális esetben minden centralitásosztályban az adatok teljes körét illesztettük volna (spektrumok, HBT, v_n, esetleg ezek azimutszögtől való függése); ezek azonban nem teljesen konzisztensen állnak rendelkezésünkre. Ezért, és jelen munka demonstrációs jellege miatt egyszerűsítettünk a helyzeten, és csak a leginkább szükséges adatokkal végeztünk összehasonlítást.



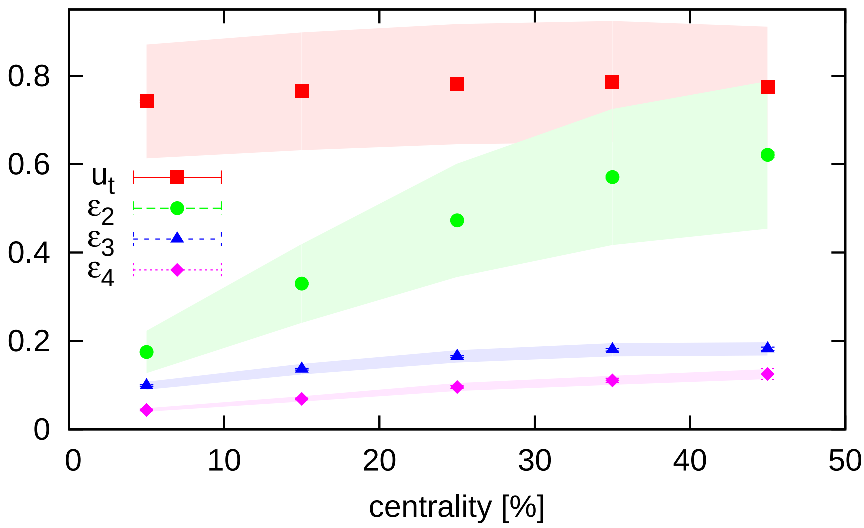
2.15. ábra. A v_2,v_3 és v_4 együtthatók értékei különböző b [(a)-(c) panelek)], T_f [(d)-(f) panelek] és u_t [(g)-(i) panelek] értékek mellett. A többi paramétert a 2.3. táblázat alapján rögzítettük.

centralitás	0-10%	10-20%	20-30%	30-40%	40-50%
u_t [‰]	740±3	765±2	781±2	787±2	774±3
ϵ_2 [‰]	175±2	330±2	473±3	571±4	621±6
ϵ_3 [‰]	99±2	136±2	165±2	180±3	182±4
ϵ_4 [‰]	44±2	69±2	96±3	111±5	125±12
b	0,05−0,2				

2.4. táblázat. Modell paraméterek és statisztikus (illesztési) hibáik a PHENIX 200 GeV Au+Au adataihoz [102] történt illesztés alapján. Mivel a b paraméter erősen korrelált a többi paraméterrel, így erre csak egy konfidencia-intervallumot adtunk meg. Ugyanakkor a többi paraméterre gyakorolt hatását szisztematikus hibaként értelmezhetjük: ez 17% körüli u_t esetén, 27%, 8% és 9% $\epsilon_{2,3,4}$ esetén (sorrendben), a centralitástól függetlenül.



2.16. ábra. Illesztések a PHENIX 200 GeV Au+Au adataira [102] öt centralitás esetén. Az illesztési paramétereket a 2.4. táblázat adja meg.



2.17. ábra. A PHENIX 200 GeV Au+Au adataira [102] elvégzett illesztésekből kapott paraméterek, a centralitás függvényében. A szisztematikus hibasáv a b paraméter bizonytalanságából származik, ahogy a 2.4. táblázatnál is említettük. Érdemes megemlíteni, hogy ha b függ a centralitástól, akkor u_t az adott sávon belül erőteljesebb centralitásfüggést mutatna. Ennek eldöntéséhez az adatok részletesebb tanulmányozása szükséges.

2.9. A hidrodinamika egyenleteinek perturbatív megoldásai

A fentiekben megmutattuk, hogy a hidrodinamika egzakt megoldásai az eseményenként fluktuáló kezdeti feltétekből származó magasabb rendű anizotrópiák leírására is alkalmasak. Az előző szakaszban említett megoldás azonban nem gyorsuló tágulást ír le, ami (különösen az időfejlődés elején) nem feltétlenül realisztikus feltevés. Ebben a szakaszban a [67,103] publikációk alapján azt vizsgáljuk meg, hogy a hidrodinamika perturbatív kezelésével kapható-e olyan nem egzakt, de analitikus megoldás, amely többdimenziós, és a gyorsulás leírására is alkalmas. Ehhez az [54] publikációban leírt, és a fentebbi szakaszokban is tárgyalt Hubble-táguláshoz folyamodunk, amelyben $u^\mu = x^\mu/\tau$ a sebességmező – ez $u_\mu \partial^\mu u^\nu = 0$ miatt gyorsulásmentes, ahogy többször is említettük. Nevezzük itt a skálaváltozót S-nek, és a sűrűségprofilt leíró függvényt jelöljük $\mathcal{N}(S)$ módon. Előbbire vonatkozik ekkor a szokásos $u_\mu \partial^\mu S = 0$ feltétel, amely szerint S együttmozgó deriváltja eltűnik. Ezen megoldáshoz „hasonló” megoldást keressünk tehát, amely azonban gyorsulást (és nyomásgradienst) is tartalmaz. Módszerünk a hidrodinamika egyenleteinek perturbatív kezelése. Itt megemlítjük, hogy a [104] publikációban is valamelyest hasonló módszerrel dolgoztak, de nem a Hubble-táguló folyadékot vizsgálták, illetve módszerük technikai oldala is igen különböző.

2.9.1. A perturbatív hidrodinamika egyenletei

Az itt alkalmazott módszer lényege, hogy választunk egy alapmegoldást, amelyhez kis zavart, perturbációt adunk hozzá, majd egyenleteinket ezen perturbáció vezető rendjében fejeztük ki. A perturbációkat így vezethetjük be:

$$u^\mu \to u^\mu + \delta u^\mu, \tag{2.161}$$

$$p \to p + \delta p, \tag{2.162}$$

$$n \to n + \delta n. \tag{2.163}$$

Vegyük észre, hogy a négyessebességre vonatkozó $u^\mu u_\mu = 1$ relációból az eredeti sebességmező és a perturbáció pszeudoortogonalitása következik:

$$u_\mu \delta u^\mu = 0. \tag{2.164}$$

Helyettesítsük be most ezen perturbált mezőket a hidrodinamika eredeti egyenleteibe, azaz a (2.6) energiaegyenletbe, a (2.7) Euler-egyenletbe, illetve a (2.8) kontinuitási egyenletbe! Ezek vezető rendben (a nulladrendű, eredeti egyenletet kivonva) a következőket adják:

$$\kappa\delta u^\mu\partial_\mu p + \kappa u^\mu\partial_\mu\delta p + (\kappa+1)\left(\delta p\partial_\mu u^\mu + p\partial_\mu\delta u^\mu\right) = 0. \tag{2.165}$$

$$\begin{aligned}(\kappa+1)\left(\delta p u^\mu\partial_\mu u^\nu + p\delta u^\mu\partial_\mu u^\nu + p u^\mu\partial_\mu\delta u^\nu\right) &= (g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu)\partial_\mu\delta p \\ &- \left(\delta u^\mu u^\nu - u^\mu\delta u^\nu\right)\partial_\mu p.\end{aligned} \tag{2.166}$$

$$u^\mu\partial_\mu\delta n + \delta n\partial_\mu u^\mu + \delta u^\mu\partial_\mu n + n\partial_\mu\delta u^\mu = 0. \tag{2.167}$$

A fenti koncepció egyfajta ellenőrzéseként vizsgáljuk meg az álló folyadékon terjedő perturbációkat. Ebben az esetben az alapmegoldásunk ez:

$$u^\mu = (1,0,0,0), \qquad p = p_0, \qquad n = n_0. \tag{2.168}$$

$$\tag{2.169}$$

Ekkor a nyomásperturbációkra a fentiekből az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\partial_0^2\delta p - \frac{1}{\kappa}\Delta\delta p = 0, \tag{2.170}$$

ami tökéletesen megfelel a várakozásainknak.

2.9.2. Hubble-áramlás általános perturbációi

Vizsgáljuk meg most a Hubble-áramláson [54] terjedő perturbációkat. Az alapmegoldásunk ebben az esetben, ahogy azt már a 2.4. és 2.8. szakaszokban is részleteztük, a következő:

$$u^\mu(x) = \frac{x^\mu}{\tau}, \tag{2.171}$$

$$p(x) = p_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3(\kappa+1)/\kappa}, \tag{2.172}$$

$$n(x) = n_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3\mathcal{N}(S). \tag{2.173}$$

Ekkor keressük a perturbációkat a következő alakban:

$$\delta u^\mu = \delta\cdot F(\tau)g(x)\chi(S)\partial^\mu S, \tag{2.174}$$

$$\delta p = \delta\cdot p_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3+\frac{3}{\kappa}}\pi(S), \tag{2.175}$$

$$\delta n = \delta\cdot n_0\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3 h(x)\nu(S). \tag{2.176}$$

Itt δ is a perturbáció (közös) skálája, τ_0, p_0 és n_0 az eredeti megoldás paraméterei, g, h, F, χ, π, ν pedig x^μ, τ és S tetszőleges függvényei. A fenti perturbációk akkor adnak megoldást, ha ezen függvényekre a következő megszorítások érvényesek:

$$\frac{\chi'(S)}{\chi(S)} = -\frac{\partial_\mu \partial^\mu S}{\partial_\mu S \partial^\mu S} - \frac{\partial_\mu S \partial^\mu \ln g(x_\mu)}{\partial_\mu S \partial^\mu S}, \tag{2.177}$$

$$\frac{\pi'(S)}{\chi(S)} = (\kappa+1)\left[F(\tau)\left(u^\mu \partial_\mu g(x) - \frac{3g(x)}{\kappa\tau}\right) + F'(\tau)g(x)\right], \tag{2.178}$$

$$\frac{\nu(S)}{\chi(S)\mathcal{N}'(S)} = -\frac{F(\tau)g(x)\partial_\mu S \partial^\mu S}{u^\mu \partial_\mu h(x)}. \tag{2.179}$$

Vegyük észre, hogy a fenti egyenletek bal oldalán csak S-től függő kifejezések szerepelnek, ezért az egyenletek jobb oldala is csak S-től függhet. Ez azt jelenti, hogy a fenti egyenletek S alakjákra is megszorítást jelentenek. Kiemelhető ezen megszorítások közül (2.178) esete, ennek τ-függése ugyanis eliminálható. Legyen $g = 1$, ekkor a következő F alak ad megoldást a fenti egyenletekre:

$$F(\tau) = \tau + c\tau_0 \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{\frac{3}{\kappa}}, \tag{2.180}$$

ahol c egy tetszőleges dimenziótlan paraméter, amely a perturbációk időfejlődését befolyásolja (pozitív értéke esetén növeli, negatív értéke esetén csökkenti azokat). Ekkor azonban a (2.179) egyenletben szereplő h függvényt is meghatározza, amelyre az alábbi megoldást találhatjuk:

$$h(x) = \begin{cases} \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) + c\frac{\kappa}{3-\kappa}\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{\frac{3}{\kappa}-1} & \text{ha } \kappa \neq 3, \\ (1+c)\ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) & \text{ha } \kappa = 3. \end{cases} \tag{2.181}$$

Ezekkel az alábbi módon egyszerűsödnek a (2.177)-(2.179) egyenletekben adott megszorítások:

$$\frac{\chi'(S)}{\chi(S)} = -\frac{\partial_\mu \partial^\mu S}{\partial_\mu S \partial^\mu S} \tag{2.182}$$

$$\frac{\pi'(S)}{\chi(S)} = \frac{(\kappa+1)(\kappa-3)}{\kappa}, \tag{2.183}$$

$$\frac{\nu(S)}{\chi(S)\mathcal{N}'(S)} = -\tau^2 \partial_\mu S \partial^\mu S. \tag{2.184}$$

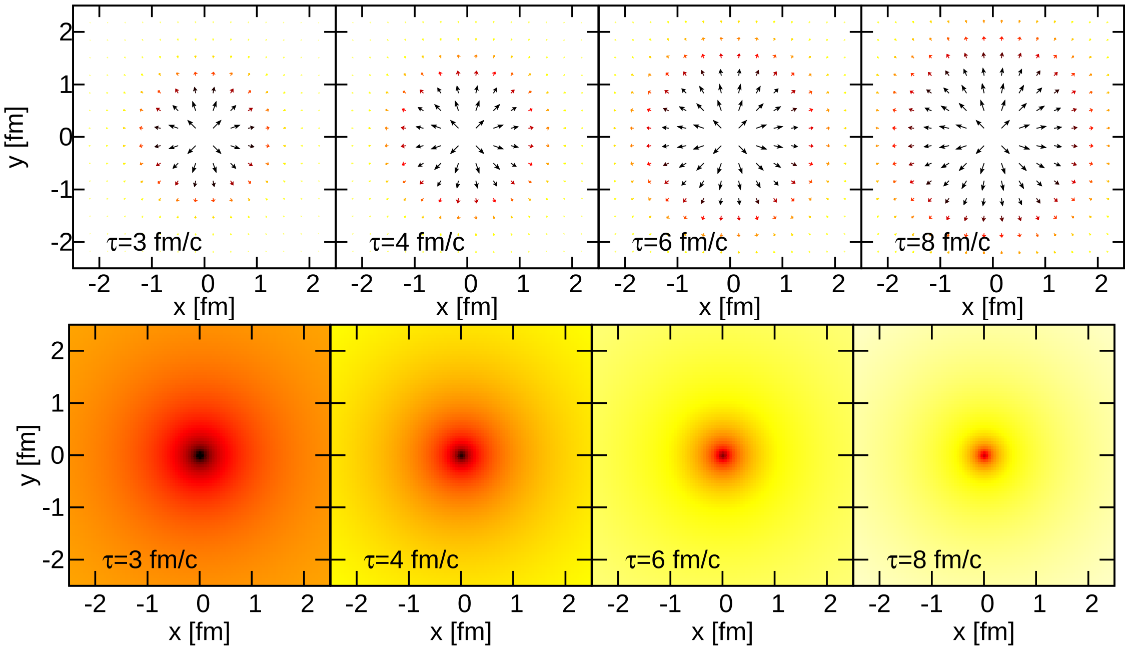
2.9.3. Egy konkrét megoldás

A (2.182)-(2.184) egyenletek teljesíthetőek (azaz jobb oldaluk is csak S-től függ), ha a skálaváltozóra a gömbszimmetrikus $S = r^m/t^m$ kifejezést (hasonlóan választhattuk volna $S = r^m/\tau^m$ esetét is, esetleg $S = t^m/\tau^m$ esetét), ahol m tetszőleges egész szám. Ekkor a χ, π, ν skálafüggvények a következőnek adódnak:

$$\chi(S) = S^{-\frac{m+1}{m}}, \tag{2.185}$$

$$\pi(S) = -\frac{(\kappa+1)(\kappa-3)}{\kappa} m S^{-\frac{1}{m}}, \tag{2.186}$$

$$\nu(S) = m^2 S^{\frac{m-1}{m}}\left(S^{\frac{2}{m}} - 1\right)\left(1 - S^{-\frac{2}{m}}\right)\mathcal{N}'(S). \tag{2.187}$$



2.18. ábra. A sebességmező (fent) és a nyomás (lent) perturbációinak transzverz síkbeli időfejlődése a 2.9.3. szakaszban leírtaknak megfelelő $m = -1$ esetben.

Az alapmegoldás akkor adja vissza az eredeti Hubble-megoldásban kapott alakot, ha $m = -1$, és ekkor $\mathcal{N}$ alakja a következőképpen írható fel:

$$\mathcal{N}(S) = \exp\left(-b\frac{r^2}{t^2}\right) = \exp\left(-bS^{-2}\right), \tag{2.188}$$

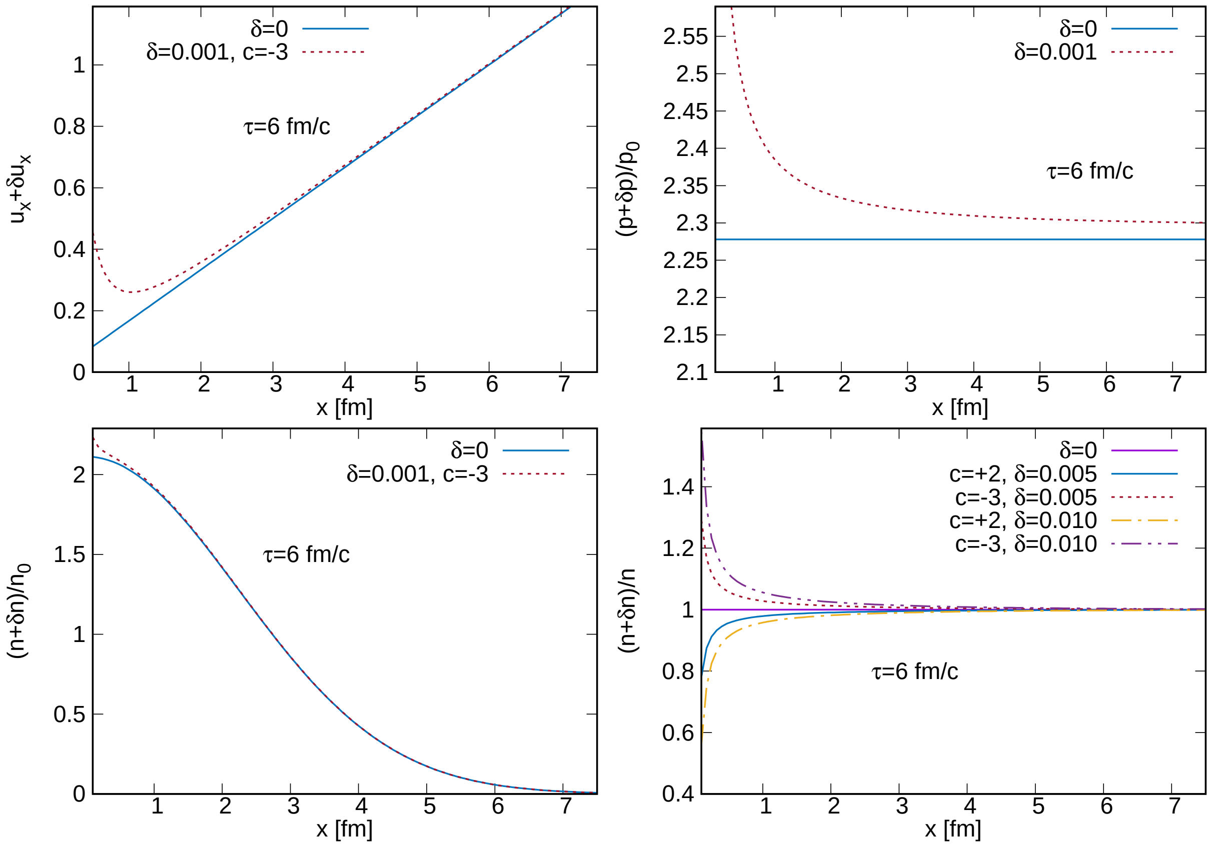
ahol a b konstans a sűrűség- (illetve a hőmérséklet-) gradiensért felel. Ezt az esetet behatóbban is megvizsgáljuk a következőkben, a 2.4. és a 2.5. szakaszokban és a [60, 61] publikációkban kapott paramétereket alapul véve. A hidrodinamikai mezők perturbációinak időfejlődését a 2.18. ábra a transzverz síkban mutatja be, a 2.19 pedig ennek adott sajátidő melletti egydimenziós metszetét, az eredeti megoldáshoz viszonyítva. Mindegyik ábrán látható, hogy a perturbáció a középpontban a legjelentősebb, illetve a sűrűségek esetében idővel csökken, míg a sebességmező esetében idővel abszolút értelemben nő. Ugyanakkor mivel δ nagy értékeire a perturbáció el is érheti az eredeti megoldás nagyságát, ez ezen konkrét perturbatív megoldás alkalmazhatóságának határát is kijelöli.

2.9.4. Megfigyelhető mennyiségek

Vizsgáljuk meg most, hogy a megfigyelhető mennyiségekre milyen hatással vannak a fentiekben részletezett perturbációk. A forrásfüggvényt vegyük fel a 2.3., 2.4. és 2.8. szakaszokban írtaknak megfelelően:

$$S(x, p) = Nn \exp\left(-\frac{p_\mu u^\mu}{T}\right) H(\tau) p_\mu \mathrm{d}^3\Sigma^\mu(x^\mu)\mathrm{d}\tau, \tag{2.189}$$

dc_1677_19



2.19. ábra. A sebességmező (balra fent), a nyomás (jobbra fent, a p_0 konstanssal normálva) illetve a sűrűség (lent, az n_0 konstanssal illetve a perturbálatlan mezővel normálva) x irányban vett eloszlása egy adott időpillanatban, az eredeti és a perturbált megoldást összehasonlítva, a 2.9.3. szakaszban leírtaknak megfelelő $m = -1$ esetben.

ahol N egy normalálási faktor, T a hőmérséklet, $p_\mu \mathrm{d}^3\Sigma^\mu(x^\mu)$ pedig a Cooper–Frype-faktor. Történjen a kifagyás a τ_0 sajátidőben, azaz legyen $H(\tau) = \delta(\tau - \tau_0)$. A számsűrűséggel definiált hőmérséklet ekkor első rendben a következő módon írható fel:

$$T + \delta T = \frac{p}{n} + \left(\frac{\delta p}{n} - \frac{p \delta n}{n^2} \right). \tag{2.190}$$

Esetünkben a petrubációra következő formula adódik:

$$\delta T = \delta \cdot T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\frac{3}{\kappa}} \frac{\mathcal{N}(S)\pi(S) - h(x)\nu(S)}{\mathcal{N}^2(S)}. \tag{2.191}$$

A perturbált forrásfüggvényt a következőképpen adhatjuk meg:

$$S(x,p) = Nn \exp\left(-\frac{p_\mu u^\mu}{T} \right) \delta(\tau - \tau_0) \frac{p_\mu u^\mu}{u^0} (1 + \Delta) \mathrm{d}\tau \mathrm{d}^3 x, \tag{2.192}$$

$$\Delta = \left[\frac{\delta u^0}{u^0} + \frac{p_\mu \delta u^\mu}{p_\nu u^\nu} - \frac{p_\mu \delta u^\mu}{T} + \frac{p_\mu u^\mu \delta T}{T^2} + \frac{\delta n}{n} \right]. \tag{2.193}$$

Másodrendű nyeregponti közelítésben a forrásfüggvényt két részre kell osztanunk, amelyek nyeregpontjaira (x_s, y_s, z_s) és szélességeire (R) a következők adódnak:

$$x_s^{(1)} = \frac{p_x \tau_0 (T_1 - T_0)}{E T_1}, \qquad x_s^{(2)} = \frac{p_x \tau_0 (T_2 - T_0)}{E T_2}, \tag{2.194}$$

$$y_s^{(1)} = \frac{p_y \tau_0 (T_1 - T_0)}{E T_1}, \qquad y_s^{(2)} = \frac{p_y \tau_0 (T_2 - T_0)}{E T_2}, \tag{2.195}$$

$$z_s^{(1)} = \frac{p_z \tau_0 (T_1 - T_0)}{E T_1}, \qquad z_s^{(2)} = \frac{p_z \tau_0 (T_2 - T_0)}{E T_2}, \tag{2.196}$$

$$T_1 = T_0 + \frac{T_0 E \dot{R}_0^{\,2}}{2b(T_0 - E)}, \qquad T_2 = T_0 + \frac{T_0 E \dot{R}_0^{\,2}}{2b(2T_0 - E)}, \tag{2.197}$$

$$R_1^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_1 - T_0)}{E T_1}, \qquad R_2^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_2 - T_0)}{E T_2}, \tag{2.198}$$

ahol bevezettük a $T_{1,2}$ segédmennyiségeket is, amelyek egyfajta effektív hőmérséklet szerepét töltik be, a 2.4.2. szakaszban foglaltakhoz hasonlóan (T_1 konkrétan a perturbálatlan megoldásból származó spektrum hasonló paramétere, T_2 pedig a perturbáció okozta taghoz tartozik). Az egyrészecske-eloszlásokhoz ezt kell a téridőváltozókban kiintegrálni, ennek eredménye

$$N_1(p) = N n_0 \mathcal{V}_1 (1 + \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3) e^{-\frac{E^2+m^2}{2ET_0} - \frac{p^2}{2ET_1}} + N n_0 \mathcal{V}_2 (\mathcal{P}_4 + \mathcal{P}_5) e^{-\frac{E^2+m^2}{2ET_0} - \frac{p^2}{2ET_2}}, \tag{2.199}$$

ahol a következő rövidítéseket vezettük be a $\mathcal{V}$ „térfogati faktorokra” és a $\mathcal{P}$ perturbációs tagokra:

$$\mathcal{V}_{1,2} = \sqrt{\frac{2\pi T_0 \tau_0^2}{E}\left(1-\frac{T_0}{T_{1,2}}\right)}^{\,3}\left(E-\frac{p^2}{E}\left(1-\frac{T_0}{T_{1,2}}\right)\right), \tag{2.200}$$

$$\mathcal{P}_1 = -\frac{\delta(1+c)\tau_0^2}{r_1\sqrt{\tau_0^2+r_1^2}}, \tag{2.201}$$

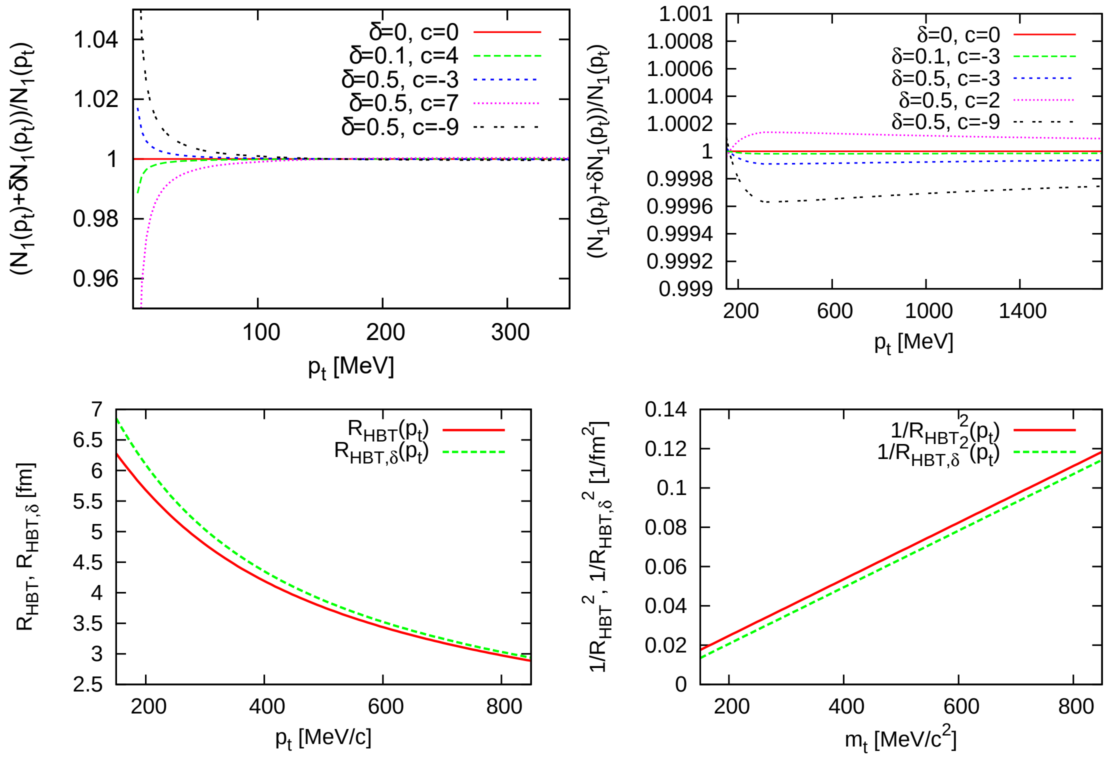
$$\mathcal{P}_2 = \frac{\delta(1+c)\tau_0}{E-\frac{p^2\rho_1^2}{\sqrt{\tau_0^2+r_1^2}}}\left(\frac{E}{r_1}-(p^2\rho_1^2)\frac{\sqrt{\tau_0^2+r_1^2}}{r_1^3}\right), \tag{2.202}$$

$$\mathcal{P}_3 = \frac{\delta 2bc\kappa}{(3-\kappa)R_0^2}\left(\frac{r_1}{\sqrt{\tau_0^2+r_1^2}}\right)^3\left(\frac{\tau_0}{r_1}\right)^4, \tag{2.203}$$

$$\mathcal{P}_4 = \frac{\delta 2b(E\sqrt{\tau_0^2+r_2^2}-p^2\rho_2^2)}{\dot{R}_0^{\,2}\tau_0 T_0}\left(\frac{(\kappa+1)(\kappa-3)}{\kappa}\frac{\tau_0^2+r_2^2}{r_2}-\frac{c\kappa\tau_0}{3-\kappa}\right)\left(\frac{r_2}{\sqrt{\tau_0^2+r_2^2}}\right)^3\left(\frac{\tau_0}{r_2}\right)^4, \tag{2.204}$$

$$\mathcal{P}_5 = -\frac{\delta(\tau_0+c\tau_0)}{T_0}\left(\frac{E}{r_2}-(p^2\rho_2^2)\frac{\sqrt{\tau_0^2+r_2^2}}{r_2^3}\right). \tag{2.205}$$

Látható, hogy ez a megoldás így gömbszimmetrikus az impulzustérben is, így a következőkben érdekes lehet jelen módszer kiterjesztése azimutális anizotrópiákkal rendelkező megoldások esetére is. A kétrészecske Bose–Einstein-korrelációs függvény is kiszámítható a fentiek segítségével, ekkor a forrás kétkomponensű volta két korrelációs sugarat eredményez, amelyek éppen a (2.198) egyenletben adott $R_{1,2}$ mennyiségeknek felelnek meg – ezek közül az első az eredeti modellben is adott transzverz korrelációs sugár lesz, a második pedig a perturbáció következtében megjelenő második komponens adta korrelációs sugár. Hogy egy teljesen konkrét esetben vizuálisan is megvizsgálhassuk a perturbációk hatását, a 2.9.3. szakaszban írtakhoz hasonlóan a 2.4. és a 2.5. szakaszokban adott paraméterértékek mellett ábrázoltuk a megfigyelhető mennyiségeket. A 2.20. ábra felső sora a perturbált és az eredeti egyrészecske transzverz impulzuseloszlás hányadosát mutatja, az alsó sor pedig az eredeti és a perturbáció nyomán adódó korrelációs sugarakat. Látható, hogy a δ paraméter az eltérés nagyságát, míg c ennek előjelét is befolyásolja. A korrelációs sugarak mutatják a 2.4.2. szakaszban említett $R^2_{\rm HBT} \propto 1/\sqrt{m_t}$ skálázást, illetve mindkét megfigyelhető mennyiség esetében az látszik, hogy a perturbációk hatása elhanyagolható (a spektrum esetében egészen kis, néhány 10 MeV/c-s impulzusértékek mellett jelentősebb lesz a hatás, de ez a régió általában kísérletileg nem hozzáférhető), amit úgy is megfogalmazhatunk, hogy az eredeti modell „stabil” a kis perturbációkra.



2.20. ábra. Az eredeti és a perturbált megoldásból származó impulzuseloszlás a δ és c perturbációs paraméterek különféle értékei mellett (fent), illetve az eredeti és a perturbált megoldásból származó korrelációs sugarak, kétféle módon ábrázolva. A HBT-sugarak esetében R_{HBT} a (2.198) egyenletbeli R_1-et, $R_{\mathrm{HBT},\delta}$ pedig R_2-t jelenti. Ezek nem függenek a perturbáció paramétereitől, de a két komponens keveredési aránya igen.

2.10. Az anizotrópiák időfejlődése numerikus megoldásokban

A fentiekben láttuk, hogy analitikus megoldásokkal a megfigyelhető mennyiségek és az elméleti várakozások adta feltételek közül igen soknak megfelelő időfejlődést lehet leírni. Nem sikerült azonban egyelőre a sebességtérbeli anizotrópiát is tartalmazó egzakt analitikus megoldást találni, illetve a viszkozitás hatását sem írják le ezek a megoldások (bár ismertek ezt is tartalmazó megoldások, jelen dolgozat szerzője is dolgozott ezen a területen), ezért jelen fejezetben a [105] publikációt követve megvizsgáljuk, hogy ezek és a sűrűségbeli anizotrópiák hogyan fejlődnek az időben, illetve mi a hangsebesség és a viszkozitás hatása ezekre. Célunk az, hogy az összetett numerikus szimulációknál egyszerűbb modellel, de mégis első elveken alapulva jobban megértsük az időfejlődést. Gyakori állítás, hogy a viszkozitás „kimossa" az anizotrópiákat, ami józan ésszel könnyen érthető, ennek ellenére fontos látni, hogy egyszerű modellekben tényleg így van-e ez. Elsőként idézzük fel, hogy hogyan tudjuk leírni a térbeli anizotrópiákat. Erre elsődleges mennyiségünk az s skálaváltozó, amely a legegyszerűbb, de már a másodrendű anizotrópiát mutató kezdeti térbeli geometria esetén az

$$s = \frac{x^2}{X^2} + \frac{y^2}{Y^2} + \frac{z^2}{Z^2} \tag{2.206}$$

alakot ölti, ahol X, Y, Z az $s = 1$ egyenlet által rögzített ellipszoid tengelyeit adja meg. Ilyen kezdeti feltételekkel különféle megoldások ismertek [13, 54], ezeket a fenti fejezetekben tárgyaltuk. Ugyanakkor valódi ütközésekben véges számú nukleon érintett, így az egyedi ütközések alakja eseményről eseményre eltérő, igen szabálytalan formájú, amilyet a 2.11. ábra is mutatott. Ezt egy egyszerű ellipszoidális alak nem írja le, ezért magasabb rendű anizotrópiákat vezethetünk be, a 2.8. szakaszban írtaknak megfelelően. Elsőként átírjuk a fenti skálaváltozót (r, ϕ, z) hengerkoordinátákra:

$$s = \frac{r^2}{R^2}\left(1 + \varepsilon_2 \cos(2\phi)\right) + \frac{z^2}{Z^2}, \tag{2.207}$$

ahol R^2 az X^2 és Y^2 változók harmonikus közepe, míg $\varepsilon_2 = (X^2 - Y^2)/(X^2 + Y^2)$, az ellipszoid harmadik excentricitásának négyzete. Ezt a formulát a transzverz síkbeli magasabb rendű anizotrópiákra így általánosíthatjuk (ld. a 2.8.1. szakaszt):

$$s = \frac{r^2}{R^2}\left(1 + \sum_{n=2,3,\ldots} \varepsilon_n \cos n\varphi\right) + \frac{z^2}{Z^2}. \tag{2.208}$$

Itt a $\cos n\varphi$ kifejezésben bevezethetjük a Ψ_n n-edrendű eseménysíkot is, a 2.12-2.13. ábrákhoz hasonlóan, és ezzel a kezdeti feltétellel egzakt megoldások is felírhatóak, ahogy a [64] publikációban és a 2.8. szakaszban tárgylatuk. Ezek a megoldások ugyanakkor csak Hubble-folyás esetén érvényesek, azaz nem engedik meg nyomásgradiensek jelenlétét. Emiatt ezen anizotrópiák időben állandóak,

n	$-\frac{\varepsilon_n}{2}$	ϵ_n numerikus számolás	harmadrendű közelítés	elsőrendű közelítés
1	0	0,00278	0,00298	0
2	-0,05	-0,04927	-0,04869	-0,05
3	-0,025	-0,02533	-0,02484	-0,025
4	-0,01	-0,00769	-0,00745	-0,01

2.5. táblázat. Az $\epsilon_n - \varepsilon_n$ reláció egy példán keresztül illusztrálva.

ami minden bizonnyal nem tökéletes közelítés. Ebben a munkában ezért numerikus számolásokat végzünk, hogy lássuk, a nyomásgradiens illetve a viszkozitás milyen hatással van az anizotrópiákra.

A fenti skálaváltozóval felírható kezdeti feltételből indulunk majd ki, és így definiáljuk az anizotrópiákat:

$$\epsilon_n = \langle \cos(n\varphi) \rangle_{\rho/\mathrm{e}/\mathrm{w}}, \tag{2.209}$$

ahol az átlagolás a ρ sűrűségre, az e energiasűrűségre, vagy a sebességet leíró $w = \exp\left(-v_x^2 - v_y^2\right)$ változóval súlyozva történik. Ezen ϵ anizotrópiák ugyanakkor nem azonosak a (2.208) egyenletben adott ε változókkal. Ezek kapcsolatára első rendben

$$\epsilon_n = -\varepsilon_n/2 \tag{2.210}$$

adódik, a harmadrendben pontos eredmény pedig:

$$\epsilon_1 \approx \frac{(\varepsilon_2+\varepsilon_4)\varepsilon_3}{2+\sum_n \varepsilon_n^2} = \frac{\epsilon_3(\epsilon_2+\epsilon_4)}{2} + \mathcal{O}(\epsilon_n^4), \tag{2.211}$$

$$\epsilon_2 \approx \frac{-\varepsilon_2+\varepsilon_2\varepsilon_4}{2+\sum_n \varepsilon_n^2} = -\frac{\epsilon_2}{2} + \frac{\epsilon_2\epsilon_4}{2} + \frac{1}{4}\epsilon_2 \sum_n \epsilon_n^2 + \mathcal{O}(\epsilon_n^4), \tag{2.212}$$

$$\epsilon_3 \approx \frac{-\varepsilon_3}{2+\sum_n \varepsilon_n^2} = -\frac{\epsilon_3}{2} + \frac{1}{4}\epsilon_3 \sum_n \epsilon_n^2 + \mathcal{O}(\epsilon_n^4), \tag{2.213}$$

$$\epsilon_4 \approx \frac{-\varepsilon_4+\frac{1}{2}\varepsilon_2^2}{2+\sum_n \varepsilon_n^2} = -\frac{\epsilon_4}{2} + \frac{\epsilon_2^2}{4} - \frac{1}{4}\epsilon_4 \sum_n \epsilon_n^2 + \mathcal{O}(\epsilon_n^4). \tag{2.214}$$

Ez egyúttal az is jelenti, hogy ha $\varepsilon_1 = 0$, akkor is nemnulla ϵ_1 értéket kaphatunk. Vegyük észre azt is, hogy ha $\varepsilon_2 \neq 0$ és $\varepsilon_{n\neq 2} = 0$, akkor $\epsilon_4 = \varepsilon_2^2/4$ adódik, azaz az anizotrópiák keverednek egymás között. A 2.5. táblázat konkrét értékek mellett mutatja be a különféle közelítéseket. Ez azt mutatja, hogy a (2.211)-(2.214) egyenletek megfelelő közelítései a valódi értékeknek.

2.10.1. A numerikus módszer

Az anizotrópiák numerikus vizsgálatához az 1+2 dimenziós hidrodinamika egyenleteit használjuk fel. A numerikus kezeléshez ezeket először konvektív formába kell átírtunk, azaz ilyen alakba kell az eredeti egyenleteket átalakítani:

$$\partial_t \mathbf{Q} + \partial_x \mathbf{F}(\mathbf{Q}) + \partial_y \mathbf{G}(\mathbf{Q}) = 0, \tag{2.215}$$

ahol $\mathbf{Q}$ a hidrodinamikai mezők egyfajta vektora, míg $\mathbf{F}$ és $\mathbf{G}$ ezek vektoros függvényei lesznek. A véges térfogati módszert használjuk, amelyet bővebben a [106] publikáció részletez. Ez a módszer parciális differenciálegyenletek igen sokféle rendszerét tudja jól kezelni, amennyiben azok a fenti formára átalakíthatóak, ami egyszerű módon megtehető [106–109].

A véges térfogati módszer lényege, hogy diszkretizáljuk a fenti $\mathbf{Q}$ vektort, azaz egy véges téridő-rácson definiáljuk, és átlagos, diszkrét értékeket rendelünk hozzá minden egyes, a téridőrács által adott cellához. A cella falain a fluxusokat a differenciálegyenletek jobb oldala adja meg, tehát az $\mathbf{F}$ és $\mathbf{G}$ mennyiségeket a rácspontok között (cellaközi pontokon) kell kiszámítanunk. Ez nem triviális, ugyanis a $\mathbf{Q}$ értékek a rácsponton adottak. Itt a [106] publikációban részletezett, és például a [108] publikációban használt módszert használjuk, amely egy pontos, többfázisú (multi-stage, MUSTA) előrejelző-korrigáló (predictor-corrector) módon adja meg a cellaközi fluxusokat. Az alábbiakban röviden bemutatjuk a módszert 1+1 dimenzióban, egykomponensű Q esetére – innen egyszerűen általánosítható a módszer az operátorfelbontás segítségével (itt konkrétan a Lie-féle felbontást használjuk). A viszkozitást kezelendő a tökéletes folyadékból és a viszkozitásból adódó fluxusokat is operátorfelbontással osztjuk szét.

A cellaközi fluxusokat (az i. és $i+1$. cellák között) a Q_i^n és Q_{i+1}^n mezőértékekből számítjuk ki, ahol n az időrács indexét jelöli. Ezekre egy rekurziót alkalmazunk, ahol a nulladik közelítést (az n index elhagyásával, és a közelítés rendjét (0) felső indexszel mutatva) jelöljük $Q_{i,i+1}^{(0)}$ módon. Ezután a közelítéseket a későbbiekben leírt módon finomítva jutunk el az l-edrendű közelítéshez, amelyet $Q_{i,i+1}^{(l)}$ módon jelölünk. A cellák közepén vett fluxus ekkor $F_{i,i+1}^{(l)} \equiv F\left(Q_{i,i+1}^{(l)}\right)$. Definiáljunk köztes Q mezőket és F fluxusokat a következő módon:

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^{(l)} = \frac{1}{2}\left[Q_i^{(l)} + Q_{i+1}^{(l)}\right] - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[F_{i+1}^{(l)} - F_i^{(l)}\right], \quad F_M^{(l)} \equiv F\left(Q_{i+\frac{1}{2}}^{(l)}\right). \tag{2.216}$$

Ekkor a cellaközi fluxusra a következő közelítést adjuk:

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{(l)} = \frac{1}{4}\left[F_{i+1}^{(l)} + 2F_M^{(l)} + F_i^{(l)} - \frac{\Delta x}{\Delta t}\left(Q_{i+1}^{(l)} - Q_i^{(l)}\right)\right]. \tag{2.217}$$

Ez az úgynevezett FORCE fluxusközelítés, amely tulajdonképpen a Lax–Wendroff és a Lax–Friedrichs módszerek átlagaként adódik. Az időrácson való haladásra általunk alkalmazott MUSTA algoritmus lényege a következő rekurziós formula:

$$Q_i^{(l+1)} = Q_i^{(l)} - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[F_{i+\frac{1}{2}}^{(l)} - F_i^{(l)}\right] \tag{2.218}$$

$$Q_{i+1}^{(l+1)} = Q_{i+1}^{(l)} - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[F_{i+1}^{(l)} - F_{i+\frac{1}{2}}^{(l)}\right] \tag{2.219}$$

Ekkor adott k rendű közelítésnél megállva a fluxust $F_{i+\frac{1}{2}}^{n} = F_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}$ módon adhatjuk meg. Az időlépésünk ekkor a következő lesz:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta x}{\Delta t}\left(F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n\right). \tag{2.220}$$

ahol $F_{i-\frac{1}{2}}^n$ is a fenti módszerrel számítható ki, csak ehhez az $i-1$. és i. cellákban vett értékekből kell kiindulnunk.

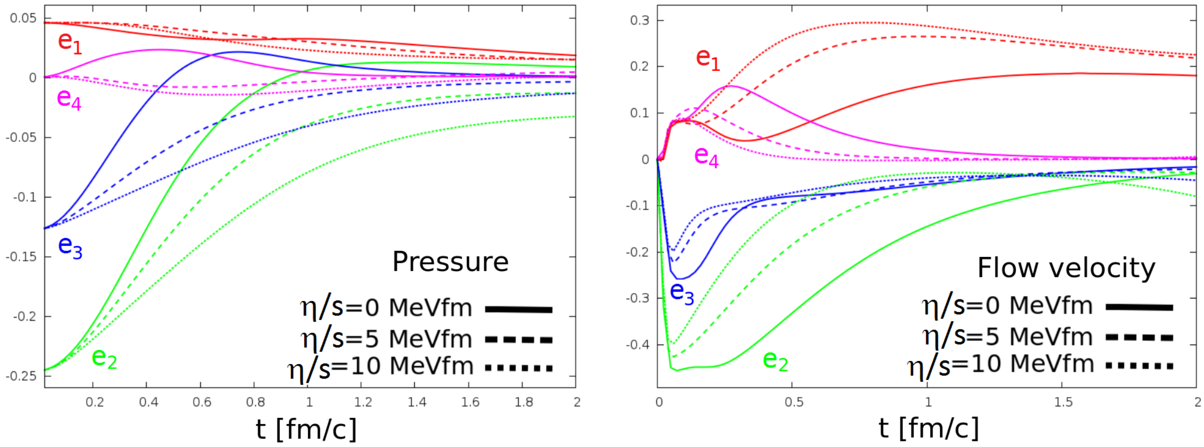
A teljesség kedvéért megemlítjük, hogy a kezdeti feltételeket a fentebb említett multipoláris skálaváltozóval adtuk meg, a határfeltételekre nem tükröző (elnyelő) határt adtuk meg, az időlépés nagyságát pedig adaptívan, a Courant-Friedrichs-Lewy feltétellel határoztuk meg. A numerikus számolást a szokásos Sod-féle sokk segítségével, illetve ismert analitikus megoldásokkal teszteltük (amelyek ellipszoidális tágulást írnak le).

2.10.2. Eredmények

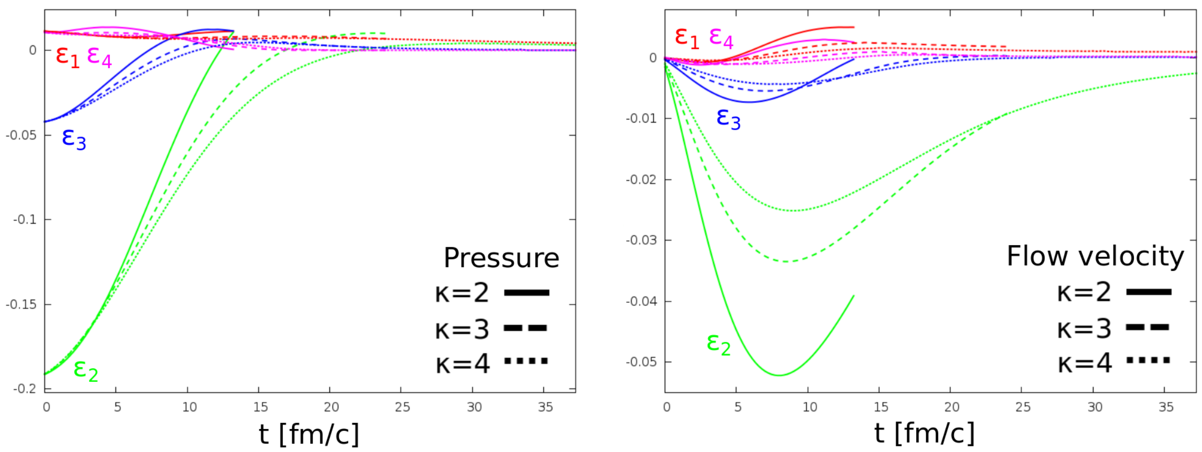
A fenti numerikus módszerrel diszkretizálhatjuk a nemrelativisztikus viszkózus hidrodinamika és a relativisztikus tökéletes (nemviszkózus) hidrodinamika egyenleteit. Azért erre a két esetre szorítkozunk, mert ahogy a 2.2.1. szakaszban említettük, a relativisztikus viszkózus hidrodinamika alapegyenletei sem tisztázottak teljesen. Célunk annak vizsgálata, hogy a hangsebesség és a viszkozitás milyen hatással van az anizotrópiák időfejlődésére.

Elsőként tárgyaljuk a viszkozitás hatását. Ahogy a 2.21. ábra mutatja, a viszkozitás a szokásos egyszerű állítással szemben lassítja a nyomás anizotrópiáinak eltűnését, ezek nagyobb viszkozitás esetén tovább maradnak a rendszerben. Ennek oka az lehet, hogy a folyás az impulzusdisszipáció hatására lassabb lesz. Ezen kívül azt is megfigyelhetjük, hogy a folyási anizotrópiák a viszkozitás hatására gyorsabban tűnnek el, aminek az az oka, hogy a viszkózus erők a sebesség második deriváltjait tartalmazzák, ezek pedig akkor nagyok, ha az anizotrópiák nagyok. A megfigyelhető mennyiségek viszkozitásfüggésére itt nem térünk ki, ezt ugyanis az is befolyásolja, hogy mikor történik a kifagyás, ahogy ezt a [105] publikáció is részletezi.

A relativisztikus hidrodinamika (disszipációmentes) egyenleteit felhasználva megvizsgáljuk a hangsebesség hatását is. Ahogy a 2.22. ábra mutatja, kisebb hangsebességgel (nagyobb κ értékkel)



2.21. ábra. A nyomásmező (balra) és a sebességmező (jobbra) anizotrópiáinak időfejlődése. Az n-edrendű anizotrópiát e_n jelöli, a vonal stílusa pedig a viszkozitástól függ, ahogy a jelmagyarázat is mutatja.



2.22. ábra. A nyomásmező (balra) és a sebességmező (jobbra) anizotrópiáinak időfejlődése. Az n-edrendű anizotrópiát ϵ_n jelöli, a vonal stílusa pedig az állapotegyenlettől függ, ahogy a jelmagyarázat is mutatja. Az egyes görbéket csak addig rajzoltuk ki, amíg a kifagyás meg nem történik, amelyet adott hőmérséklet eléréséhez kötöttünk.

lassabban eltűnő nyomásanizotrópiák járnak együtt. Ennek oka az, hogy a nyomáshullámok hangsebességgel terjednek, és így a nyomáskiegyenlítődés kisebb hangsebesség esetén lassabb. A 2.22. ábrán az is látható, hogy nagyobb κ (kisebb c_s^2) esetén eleve kisebb áramlásbeli anizotrópiák alakulnak ki, ezek viszont lassabban tűnnek el, és a hűlés is lassabb. Ez azt is jelenti, hogy a kifagyás később történik.

2.11. Összegzés

A 2.3. szakaszban a megfigyelhető mennyiségek hidrodinamikai származtatását tárgyaltuk, és azt mutattuk meg, hogy a hadronok eloszlásai kizárólag a hadronikus végállapottól függenek, míg az időfejlődés korai szakaszairól az áthatoló próbák, a fotonok és leptonok eloszlásai árulkodhatnak.

A 2.4. szakaszban egy ismert, 1+3 dimenziós, relativisztikus megoldásból kiszámítottuk a hadronikus végállapotot, és összevetettük az ebből adódó megfigyelhető mennyiségeket az adatokkal. Azt láttuk, hogy a modell megfelelően leírja az adatokat. Láttuk ugyanakkor azt is, hogy ez csak a kifagyáskori állapotot adja meg nekünk, az időfejlődés egyetlen pontját tudjuk így rögzíteni, hiszen a hadronok ekkor keletkeznek. Ezért a 2.5. szakaszban ugyanezen megoldásból megadtunk egy lehetséges fotonkeletkezési forrásfüggvényt, és kiszámítottuk ebből a termikus fotonok eloszlásait. Ezeket is összevetettük a rendelkezésre álló adatokkal, és azt találtuk, hogy az adatok nem cáfolják feltételezéseinket. Az összehasonlításból továbbá információt nyertünk az átlagos állapotegyenletre és a kezdeti hőmérsékletre vonatkozóan, amely összhangban volt másfajta számításokból kapott értékekkel is.

A 2.6. szakaszban ugyanezen egzakt, analitikus hidrodinamikai megoldás alapján dileptoneloszlásokat számítottunk ki, és így analitikus eredményeket kaptunk a dileptoneloszlásokra is. Eredményeink csak az állapotegyenlettől és a keltési intervallum kezdetétől és végétől függenek, a többi paraméter a hadronikus adatok leírása alapján rögzíthető. A két lényeges paramétertől való függést részletesen vizsgáltuk, és összehasonlítottuk az eredményeket a RHIC és az SPS adataival. Azt találtuk, hogy a RHIC-nél a dileptonkeltés jelentős részéért a kvarkanyag lehet felelős, míg az SPS-nél a hadrongáz súlya jelentősebb. Ugyanakkor a jelentős hőmérsékletbeli változásokon átmenő anyagban konstans állapotegyenletet feltenni nem feltétlenül realisztikus.

Ezért a 2.7. szakaszban megvizsgáltuk, hogyan módosulnak a hidrodinamika egyenletei általános, hőmérséklet- vagy nyomásfüggő állapotegyenlet esetén. Több lehetséges egzakt, analitikus megoldást találtunk, amelyekből aztán egy rács-QCD-ből kapott állapotegyenlettel megvizsgáltuk a hőmérséklet időfejlődését is. A következő feladatok közé tartozik az, hogy ezen megoldásokból további megfigyelhető mennyiségeket számoljunk ki, és összevessük azokat az adatokkal.

A 2.8. szakaszban egy ismert relativisztikus hidrodinamikai megoldásosztályt terjesztettünk ki multipoláris szimmetriák esetére, amelynek segítégével magasabb rendű anizotrópiákat is le lehetett írni. Ezek eredetei a kezdeti geometria és energiasűrűség eseményenkénti fluktuációja, a kifejlesztett modellel azonban ezt is le lehet írni. Az adatok a mérésekkel kompatiblisek, ami azt jelenti, hogy a megfigyelések leírásához nem feltétlenül szükséges bonyolultabb eszközök igénybevétele, ezek megérthetőek egyszerű, egzakt, multipoláris hidrodinamikai tágulás alapján.

A 2.9. szakaszban a relativisztikus hidrodinamika perturbatív egyenleteit vizsgáltuk meg, hogy a korábbi megoldásokra jellemző gyorsulásmentes tágulást is vizsgálhassuk. A Hubble-tágulás kis perturbációira analitikus megoldást találtunk, és egy konkrét esetet részletesen is megvizsgáltunk. A módszer alkalmas a gyorsulás hatásainak analitikus vizsgálatára, noha úgy tűnik, ezek (rögzített kezdeti állapot mellett) nincsenek jelentős hatással a hadronikus megfigyelhető mennyiségekre.

A 2.10 szakaszban azt vizsgáltuk meg, hogy a nagyenergiás atommagütközésekben keletkező anyag kezdeti állapot által okozott anizotrópiái hogyan fejlődnek az időben, különféle viszkozitások és állapotegyenleti paraméterek esetén. Mivel az egzakt hidrodinamikai megoldások egyelőre nem írják le ezt megfelelően (szabályozható módon anizotróp hőmérsékleti mezőt tartalmazó relativisztikus megoldás nem ismert), ezért numerikusan vizsgáltuk meg ezt, a korábbiakban ismertetett multipoláris megoldás sűrűségeloszlását használva kezdeti feltételnek (de megengedve a Hubble-áramlástól való eltérést). Azt láttuk, hogy a nyomásanizotrópiák eltűnését a kis viszkozitás és a nagy hangsebesség segíti elő, a sebességanizotrópiákkal azonban éppen ellentétes a helyzet. Ez azért is érdekes, mert ezen kérdéskört ilyen módon korábban nem vizsgálták, noha a megfigyelhető anizotrópiák mértékéből messzemenő következtetéseket lehet levonni az anyag tulajdonságaira nézve.

3. fejezet

Femtoszkópia

3.1. Bevezetés

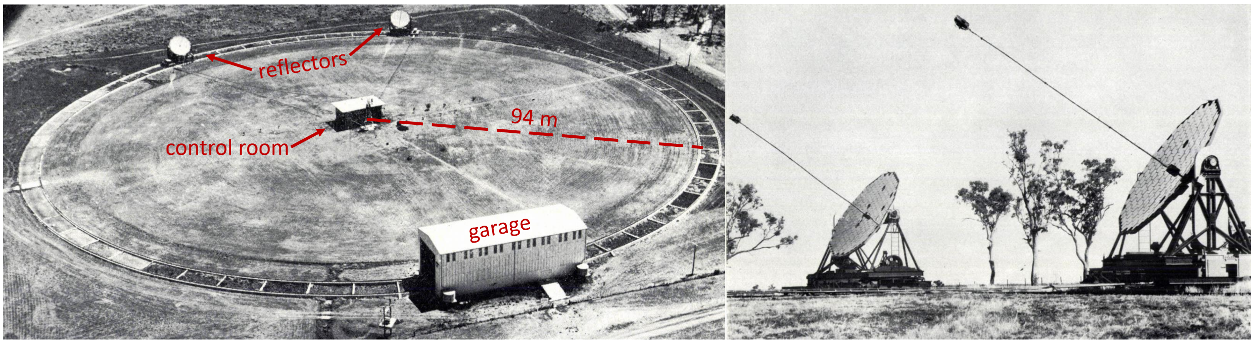
3.1.1. HBT-jelenség, Bose–Einstein-korrelációk és femtoszkópia

A femtoszkópiának nevezett tudományág a nagyenergiás mag- és részecskefizikai kutatások fontos területe, ugyanis kísérleti technikaként betekintést enged a femtométer skálájú folyamatok téridőbeli szerkezetébe. A femtoszkópia szó közel két évtizede honosodott meg a tudományos irodalomban [110], ugyanakkor a terület ennél jóval korábbi előzményekkel rendelkezik, amelyek tárgyalásához a csillagászat területére evezünk röviden. R. Hanbury Brown[1] elsőként rádiótávcsövekkel vizsgálta a csillagokból származó intenzitásfluktuációk korrelációit [111], a Manchesteri Egyetem Jordell Bank Obszervatóriumában. A munka során a Hattyú és a Kassziopeia csillagképekben lévő két erős rádiófrekvenciás forrás látszólagos átmérőjét mérték meg – kizárólag az intenzitáskorrelációk segítségével. Ezután R. Q. Twiss matematikus-csillagásszal két „asztali", optikai jellegű laborkísérletet végeztek el [112, 113], ahol igazolták, hogy fénnyel is észlelhető a jelenség, amelyet felfedezőik után HBT-jelenségnek nevezünk.[2] Ezután – szintén még a Jordell Bank Obszervatóriumban – építettek egy optikai távcsöves interferométert, ahol a Szíriusz átmérőjét mérték meg [114]. A mérési eredményeket és az elméleti értelmezést több cikkben [115–118] publikálták. Ezzel tulajdonképpen Michelson és Pease munkáját terjesztették ki [119], akik hét csillag átmérőjét mérték meg [120, 121] a Fizeau [122] és Michelson [123] által javasolt technikával, amelynek hátránya az ionoszféra fluktuációira való érzékenység volt. A Brown és Twiss kísérleteiről gyakran bemutatott híres képek a Narrabriban készültek (lásd a 3.1. ábrát), ahol az előzőekben említett kísérleteket követően építették meg a Narrabri Csillagintenzitás-Interferométert (Narrabri Stellar Intensity Interferometer) [124, 125], és tesztként a Vega szögátmérőjét mérték meg vele elsőként [126]. Az Obszervatórium fő programjaként – kisebb módosítások után – tizenöt további csillag szögátmérőjét mérték meg [127]. A távcsövek tükrei ma a közeli motel éttermének falát díszítik; a megfigyelési módszert pedig újabban már asztrofizikai objektumok kétdimenziós szerkezetének vizsgálatára is használni tudják [128].

A fentiekben leírt HBT-jelenség világos megértése R. J. Glauber nevéhez fűződik, akinek kapcsolódó munkája nyomán egy virágzó terület született, a kvantumoptika [129–131]. Mindezektől

[1] Érdemes tudni, hogy Brown nevében a Hanbury se nem vezetéknév, se nem keresztnév, hanem egyfajta családi középső név, a család több tagjának nevében is szerepelt.

[2] Érdekesség, hogy azt hitték, hogy az általuk használt fényforrás koherens. Ekkoriban azonban még nem volt ismert a koherens fény elmélete, illetve a lézerek kifejlesztése is váratott magára – valójában a Brown és Twiss által észlelt fény nem tekinthető koherens fényforrásnak. Ebből rengeteg félreértés adódott, míg Glauber munkája nyomán nem tisztázódott a HBT-jelenség és a koherencia kapcsolata.



3.1. ábra. A Narrabri Obszervatórium mellett létesült interferométer, a Narrabri Stellar Intensity Interferometer. [124] A maximális alapvonali távolság (baseline) 188 méter volt. A reflektorok tükrei később egy közeli motel éttermét díszítették (lásd D. Dravins 2010. májusi előadását a Lundi Egyetem Csillagászati és Elméleti Fizikai Intézetében).

függetlenül G. Goldhaber és munkatársai nagyenergiás ütközésekben ρ-mezonokat keresve azonos töltésű pionok intenzitáskorrelációit figyelték meg. Ezt a jelenséget G. Goldhaber, S. Goldhaber, W-Y. Lee ás A. Pais magyarázta meg, az azonos pionok hullámfüggvényének Bose–Einstein-szimmetrizációjából kiindulva [132]. Éppen ezért a mag- és részecskefizikában a HBT-jelenséghez hasonló korrelációkat GGLP- vagy Bose–Einstein-korrelációknak is nevezzük. A következőkben ezen korrelációk nagyenergiás fizikai alkalmazását járjuk körül.

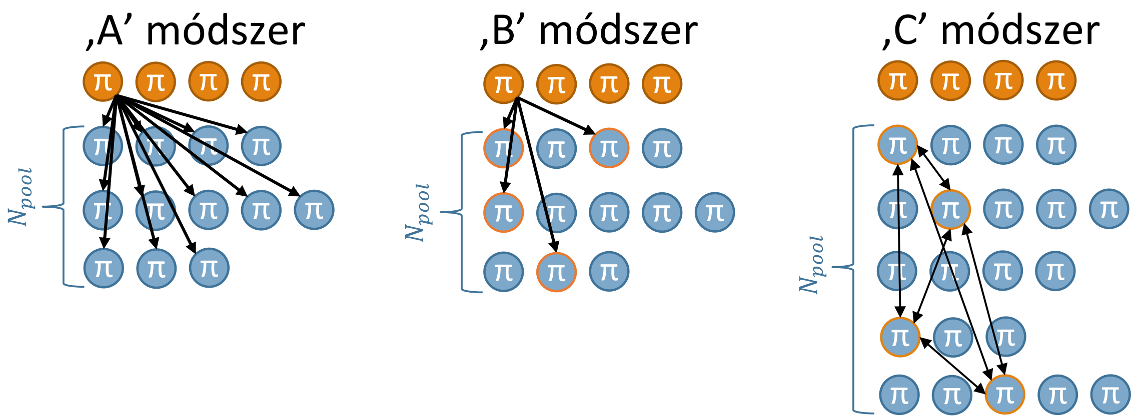
3.1.2. Bose–Einstein korrelációk a nagyenergiás fizikában

A kétrészecske impulzuskorreláció, avagy a Bose–Einstein korrelációs függvény általános definíciója az alábbi:

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{N_2(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_1(p_2)}, \tag{3.1}$$

ahol p_1 és p_2 a két részecske négyesimpulzusa, $N_2(p_1, p_2)$ a kétrészecske invariáns impulzus eloszlás, míg $N_1(p_1)$ és $N_1(p_2)$ az egyrészecske invariáns impulzus eloszlások adott p_1 és p_2 impulzusoknál vett értéke. Az egyrészecske eloszlásokkal történő osztás tulajdonképpen azt szolgálja, hogy a kétrészecske eloszlásból a korrelációk okozta járulékokat megkaphassuk.

A korrelált részecskekeltésnek igen szerteágazó okai lehetnek: kollektív áramlás, jetek, rezonanciabomlások, impulzusmegmaradás, és így tovább. Jelen dolgozatban a részecskék megkülönböztethetetlenségéből adódó kvantumstatisztikus (Bose–Einstein-) korrelációkkal, azaz a HBT-jelenséggel foglalkozunk. Az ebből származó, kis impulzuskülönbségnél megjelenő hatás a párok számával, azaz nagyjából a multiplicitás négyzetével arányos, míg egyéb hatások (például a rezonanciabomlások okozta hatás) csak a multiplicitással arányosak. Ebből következik, hogy nagy multiplicitású nagyenergiás nehézion-ütközésekben a kis relatív impulzusú, azonos részecskék esetén a korrelációk fő



3.2. ábra. A háttérpárok $B(q, K)$ eloszlásához használható eseménykeverési módszerek. Az ‘A’ és ‘B’ esetekben az aktuális esemény részecskéit párosítjuk a háttérminta ($N_{\rm pool}$ eseményt tartalmazó) részecskéihez, míg a C’ módszer során az aktuális eseményhez egy „kevert eseményt” hozunk létre, és az ezen belüli párokat vizsgáljuk.

oka a HBT-jelenség.

A korrelációk mérése kísérletileg az úgynevezett eseménykeverésen keresztül történhet meg. Hogy ezt tárgyaljuk, jelöljük egy pár impulzuskülönbségének valamely mértékét q-val, átlagos impulzusát K-val (arra, hogy ezek hány dimenziós, mely megfigyelő szerint definiált változók, arra később térünk ki). A jelen szakaszban tárgyaltak ugyanis függetlenek q és K konkrét választásától. Jelölje ekkor $A(q, K)$ az adott q impulzuskülönbségű és adott K átlagos impulzusú párok számát, illetve a párok ezen változók szerinti eloszlását,[3] ahol a párok két tagja azonos eseményből származik. Ezen A *aktuális eloszlás* olyan (kinematikai, detektorakceptancia jellegű, stb.) hatásokat is tartalmaz, amelyeket valójában ki szeretnénk zárni a Bose–Einstein-korrelációk mérésekor. Ezek kiszűrése céljából definiálunk egy $B(q, K)$ *háttéreloszlást*, amelyhez olyan párok adnak járulékot, amelyek különböző eseményekből származnak (így nem vonatkozik rájuk semmilyen pár-kölcsönhatás).

A háttéreloszlás mérésének módszere általában a következőképpen zajlik. Az eseményeket jellegük (a longitudinális tengelyen történő elhelyezkedésük – z-vertexük –, multiplicitásuk, centralitásuk) szerint osztályokba osztjuk, és az adatanalízis során folyamatosan „beérkező” eseményekkel eseményosztályonként feltöltünk egy-egy adott méretű eseménymintát (amelyből a legrégebbi eseményt mindig töröljük, hogy a minta mérete állandó maradjon). Ezen minta részecskéit az „aktuális”, azaz éppen vizsgált esemény részecskéivel párba állítva megkapjuk a háttéreloszlás párjait. Ezt a 3.2 ábrán az ‘A’ módszer illusztrálja. Ebben az esetben ugyanakkor sok olyan pár lesz, amely ugyanabból az eseménypárból származik, és ez különféle nem kívánt korrelációk megjelenéséhez ve-

[3] Ha idealizáltan tekintjük ezt az eloszlást, akkor egyfajta valószínűségsűrűségről kellene beszélnünk, de a valóságban $A(q, K)$ mindig binezett eloszlás, avagy hisztogram.

zethet. Hogy ezen maradvány-effektusoktól is megszabaduljunk, megpróbálkozhatunk a 3.2 ábrán jelölt ‘B’ módszerrel, melynek során a háttérmintából véletlenszerűen kiválasztunk részecskéket, és ezeket állítjuk párba az aktuális esemény részecskéivel. Ekkor azonban továbbra is nagy mennyiségben előfordulnak azonos eseménypárból eredő részecskepárok. Ezért a [133, 134] publikációkban ismertetett módszert érdemes használni (a 3.2 ábrán C’-vel jelölve). Eszerint minden aktuális eseményhez létrehozunk egy azonos multiplicitású „kevert” eseményt, amelyben az adott osztályú eseményminta véletlenszerűen választott (de páronként különböző eseményekből származó) részecskéi vannak. Ehhez természetesen az eseménymintában legalább annyi eseménynek kell lennie, mint a legnagyobb multiplicitású eseményekben lévő részecskék száma. (Fontos arra is figyelni, hogy először a részecskék közül válasszunk véletlenszerűen, ne eseményt, majd abból részecskét, ekkor ugyanis a kis multiplicitású események jelentősen felül lennének reprezentálva.) Végeredményben ebben a módszerben a háttéreloszlást a kevert esemény párjaiból hozzuk létre.

Ezek után az aktuális és a háttéreloszlás normált hányadosát véve megkapjuk a korrelációs függvényt:

$$C_2(q,K) = \frac{A(q,K)}{B(q,K)} \cdot \frac{\int B(q,K)dq}{\int A(q,K)dq}, \tag{3.2}$$

ahol az integrált egy olyan (nagy q-jú) tartományon vesszük, ahol a kvantumstatisztikus hatások már nem jelennek meg. Az így képzett $C(q,K)$ hányadost általában K értékeinek egy adott (lehetőség szerint nem túl széles) intervallumán vesszük, és a q-függését vizsgáljuk. Ekkor K tulajdonképpen az intervallumának átlagos értékét jelenti, és a korrelációs függvény q-függő alakjának változását ezen K átlagos érték függvényében vizsgálhatjuk.

Fontos még megemlíteni, hogy az így definiált C_2 korrelációs függvény tartalmazhat az impulzusmegmaradásból és egyéb, nem femtoszkópiai és nem is végállapoti kölcsönhatásokból származó hatásokat, amelyek jellemzően nagy q értékeknél jelentkeznek. A vizsgált q-tartománytól függően ezt valamilyen hosszútávú háttér figyelembevételével lehet kezelni, például valamilyen $1 + \epsilon q$ faktor segítségével.

3.1.3. A korrelációs függvények értelmezése

A (3.1) egyenlet alapján a korrelációs függvény az egy- és kétrészecske impulzuseloszlásoktól függ. Ezeket a Wigner-függvényes formalizmusban, kaotikus részecskekeltést feltéve, kiszámíthatjuk az egyrészecske- és párkorrelációs függvényekből, ahogy a [134–138] publikációk részletezik. Az egyrészecske impulzuseloszlás (ahogy a 2. fejezetben láttuk) egyszerűen a forrás tér szerinti integrálja. Ha elhanyagoljuk a dinamikus párkorrelációkat, és kaotikus, teljesen termális részecskekeltést teszünk fel, akkor a kétrészecske impulzuseloszlás a Yano–Koonin-formulának [135] megfelelően

$$N_2(p_1,p_2) = \int d^4x_1 d^4x_2 S(x_1,p_1)S(x_2,p_2)|\psi_{p_1-p_2}(x_1-x_2)|^2 \tag{3.3}$$

módon adódik. Itt $|\psi_{p_1-p_2}(x_1-x_2)|^2$ a (Bose–Einstein-statisztika miatt szimmetrizált, csak az impulzus- és helykülönbségtől függő) kétrészecske hullámfüggvényből adódó sűrűségfüggvény (amely tulajdonképpen a pár megtalálási valószínűségét jelenti); az $S(x,p)$ kifejezés pedig 2. fejezetben is gyakran említett forrásfüggvény, avagy a részecskekeltés fázistérbeli valószínűségsűrűsége (amelynek teljes integrálja az átlagos multiplicitás). A Coulomb- és erős kölcsönhatást, illetve magasabb rendű szimmetrizációkat (sokrészecske-korrelációkat) elhanyagolva a kétrészecske hullámfüggvény síkhullámokkal felírható (és jelöljük $\psi^{(0)}$ módon), azaz jelen esetben

$$|\psi_{p_1-p_2}(x_1-x_2)|^2 = |\psi^{(0)}_{p_1-p_2}(x_1-x_2)|^2 = 1+\cos((p_1-p_2)(x_1-x_2)). \tag{3.4}$$

Ez a közelítés a tisztán kvantumstatisztikus korrelációs függvény ($C_2^{(0)}$) következő kifejezéséhez vezet [135–138]:

$$C_2^{(0)}(p_1,p_2) = 1 + \mathrm{Re}\frac{\widetilde{S}(q,p_1)\widetilde{S}^*(q,p_2)}{\widetilde{S}(0,p_1)\widetilde{S}^*(0,p_2)}, \tag{3.5}$$

ahol * jelöli a komplex konjugálást, (0) a Coulomb-hatás elhanyagolását, és legyen innentől

$$q \equiv p_1 - p_2 = (q_0, \mathbf{q}), \tag{3.6}$$

a két részecske négyesimpulzusának különbsége, $\widetilde{S}(q,p)$ pedig a forrás Fourier-transzformáltja:

$$\widetilde{S}(q,p) \equiv \int S(x,p)e^{iqx}d^4x. \tag{3.7}$$

Nehézion-ütközésekre jellemző források és kinematika esetén a (3.7) egyenletben definiált $\widetilde{S}(q,p)$ jellemzően lényegesen „simább” módon függ a p eredeti impulzusváltozótól, mint a q impulzuskülönbségtől [139], amely a térváltozó helyére lépett a Fourier-transzformáció során. Ezért szokásos a $p_1 \approx p_2 \approx K$ közelítést alkalmazni a (3.5) egyenletben, ahol

$$K \equiv \frac{1}{2}(p_1+p_2) = (K_0, \mathbf{K}), \tag{3.8}$$

a pár átlagos négyesimpulzusa. Ezzel a következő adódik:

$$C_2^{(0)}(q,K) \approx 1 + \frac{|\widetilde{S}(q,K)|^2}{|\widetilde{S}(0,K)|^2}. \tag{3.9}$$

Ezen közelítések érvényességét a [138, 140] publikációkban megvizsgálták, és tipikus, exponenciálisan csökkenő spektrumok esetén 5%-on belül pontosnak találták.

A fentiek alapján a Bose–Einstein-korrelációs függvény a q változó „egy plusz pozitív definit” jellegű függvénye. A RHIC mag-mag ütközéseiben azt találtuk [134], hogy a (3.9) kifejezés konzisztens az adatokkal. Érdemes ugyanakkor megemlíteni, hogy e^+e^- ütközésekben [133] és $p+p$ ütközésekben [141, 142] ezzel szemben oszcilláló, nem pedig pozitív definit korrelációs függvényeket mértek; itt a fenti „simasági közelítés” nem érvényes, de a (3.3) Yano–Koonin-formula továbbra is használható [133, 141].

Ez a (3.9) egyenlet adja a HBT-jelenség jelentőségét, ugyanis ezzel a forrás térbeli eloszlásáról kísérleti információ nyerhető. Ha például a forrás térbeli alakja Gauss jellegű, azaz

$$S(x,p) \propto e^{-\frac{x^2}{2R(p)^2}} \tag{3.10}$$

jellegű, ahol az impulzusfüggést az $R(p)$ forrás-szélesség hordozza, akkor a kétrészecske-korrelációs függvény alakja

$$C(q,K) = 1 + e^{-q^2 R(K)^2} \tag{3.11}$$

lesz, így a korrelációs függvényben szereplő sugarak tulajdonképpen a forrás térbeli méretét adják majd meg.[4]

Általánosságban (táguló, dinamikus források esetén) is igaz, hogy mivel a kétrészecske Bose–Einstein-korrelációs függvény a részecskekibocsátó forrás fázistérbeli sűrűségének Fourier-transzformáltja segítségével adódik, a korrelációs függvények mérése segítségével a forrás femtométer skálájú szerkezetét tárhatjuk fel. Ennek azért különösen nagy a jelentősége, mert az erősen kölcsönható kvarkanyag (az sQGP) felfedezése [3, 143–145] a Bose–Einstein-korrelációs méréseken is alapult. A részecskekibocsátó forrás gaussi korrelációs sugarai (R_{Gauss}) jellegzetes transzverz tömegbeli skálázást mutattak, azaz a és b konstansokkal

$$R_{\mathrm{Gauss}}^{-2} \propto a + b m_T \tag{3.12}$$

adódott, ahol m_T az adott pár transzverz tömege, ahogy a következő szakaszban részletezzük. Ez a skálázás szinte univerzálisan érvényes: az ütközési energiától, az ütköző magok méretétől, a centralitástól és a részecsketípustól függetlenül hasonló megfigyeléseket tettek [31, 146]. Ez a longitudinális és transzverz tágulás hidrodinamikai leírásában egyszerűen értelmezhető [136, 147–152]. Ebből az is következik, hogy az irányfüggő Hubble-áramlás megjelenése az sQGP időfejlődésének alapvető jellemzője [136, 147–149].

[4]Egy példán keresztül lásd ezt a 2.4.2. fejezetben, ahol azonban a forrás tágulását is figyelembevettük, így a geometriai méreteken túl további tagok jelentek meg a korrelációs sugarakra vonatkozó formulákban.

Az úgynevezett „RHIC HBT rejtélyt” – a hidrodinamikai modellek jóslatai és a HBT-jelenség segítségével mért korrelációs sugarak arányainak megfigyelt értéke [3,143] közötti látszólagos ellentmondást – is a hidrodinamika háromdimenziós, realisztikus szimmetriájú tágulást leíró megoldásai által sikerült megérteni [147, 150, 151, 153–155]. A Bose–Einstein-korrelációk és alkalmazásaik további részletei például a [138–140, 152, 156–161] áttekintő cikkekben lelhetőek fel.

3.1.4. Kinematikai változók

Ahogy láttuk, a korrelációs függvény a p_1 és p_2 négyesimpulzusok függvényében írható fel, vagy ekivalens módon a q és K négyesimpulzusok függvényében. Ugyanakkor azonos tömegű részecskék esetén (ahol $p_1^2 = p_2^2 = m^2$) q és K Lorentz-szorzata nulla, azaz $qK = q_0K_0 - \mathbf{qK} = 0$. Itt $\mathbf{q}$ és $\mathbf{K}$ a megfelelő vektorok hármas-komponensei:

$$\mathbf{q} \equiv (q_x, q_y, q_z), \qquad \mathbf{K} \equiv (K_x, K_y, K_z) \tag{3.13}$$

Ebből az is következik, hogy

$$q_0 = \mathbf{q}\frac{\mathbf{K}}{K_0} = \mathbf{q}\boldsymbol{\beta}, \quad \text{ahol} \quad \boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{K}}{K_0}. \tag{3.14}$$

Ezen összefüggés segítségével a korrelációs függvény q helyett $\mathbf{q}$ vektortól függ csak. Ha a korrelációs függvénybe járulékot adó részecskék hasonló energiájúak, akkor K kb. tömeghéjon van, és ekkor elegendő $\mathbf{K}$ és $\mathbf{q}$ függvényeként vizsgálni C_2-t. A fentebb említett simasági közelítés alapján a korrelációs függvény „fő változója” $\mathbf{q}$, és ekkor a mért függvényt ennek függvényében parametrizálhatjuk, majd a paraméterek $\mathbf{K}$ függését vizsgálhatjuk. Midrapiditáshoz (azaz a tömegközépponti rendszerben $y = 0$ rapiditáshoz) közel $\mathbf{K}$ helyett a

$$K_T \equiv 0{,}5\sqrt{K_x^2 + K_y^2}, \tag{3.15}$$

transzverz impulzusfüggést, vagy az

$$m_T \equiv \sqrt{m^2 + (K_T/c)^2} \tag{3.16}$$

transzverz tömegtől való függést vizsgálhatjuk, ahol m a vizsgált részecske (például pion) tömege. Általában a kétrészecske korrelációkat K_T adott tartományai szerint vizsgálják, az ezzel ekvivalens m_T tartomány pedig egyszerűen megadható. Vegyük észre, hogy ha K nincs is tömeghéjon, akkor m_T egy m tömegű, K impulzusú részecske transzverz tömegét jelenti. A $|\mathbf{q}| \to 0$ határesetben pedig m_T a részecskepár átlagos transzverz tömegének felel meg, tehát $m_T \approx M_T = 0{,}5(m_{T,1} + m_{T,2})$.

A korrelációs függvényt adott $\mathbf{K}$ vagy K_T (vagy ennek adott intervalluma) mellett a $\mathbf{q}$ változó függvényében vizsgáljuk. Ezt általában a Bertsch–Pratt-koordináták [162, 163] szerint tesszük meg:

$$\mathbf{q}_{\mathrm{BP}} \equiv (q_{\mathrm{out}}, q_{\mathrm{side}}, q_{\mathrm{long}}), \tag{3.17}$$

ahol q_{long} a nyalábirányba mutat, q_{out} a (K_x, K_y) átlagos transzverz impulzusvektor irányába, a „side" irány pedig merőleges az előbbi kettőre: a BP koordinátákra való áttérés általában egy forgatást jelent a transzverz síkban. Általában érdemes a longitudinálisan együttmozgó (LCMS) rendszert használni, ahol az átlagos impulzus merőleges a nyalábirányra. Ekkor az átlagos impulzus Bertsch–Pratt-felbontása egyszerűen $\mathbf{K}_{\mathrm{BP}} \equiv (K_T, 0, 0)$, azaz $K_T = K_{\mathrm{out}}$ és (3.14) alapján

$$q_0 = q_{\mathrm{out}} \frac{K_T}{K_0} = q_{\mathrm{out}} \beta_T, \quad \text{ahol} \quad \beta_T = \frac{K_T}{K_0}. \tag{3.18}$$

és így a forrás időfüggése a Bose–Einstein-korrelációs függvények *out* irányához csatolódik [138, 140], ahogy korábban a 2.4.2. szakasz (2.54) egyenlete után is láthattuk. Azért is célravezető az LCMS rendszer használata, mert mag-mag ütközésekben ismert, hogy a forrás (pontosabban a femtoszkópiai korrelációs függvények által vizsgált homogenitási tartomány) ebben a rendszerben közelítőleg gömbszimmetrikus [164].

Sok esetben érdemes azonban a kétrészecske impulzuskülönbség egydimenziós változóját használni (statisztikai okokból, vagy többrészecske-korrelációk esetén). Erre kézenfekvő választás az invariáns impulzuskülönbség:

$$q_{\mathrm{inv}} = \sqrt{-(p_1 - p_2)^2} = \sqrt{-(E_1 - E_2)^2 + (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}. \tag{3.19}$$

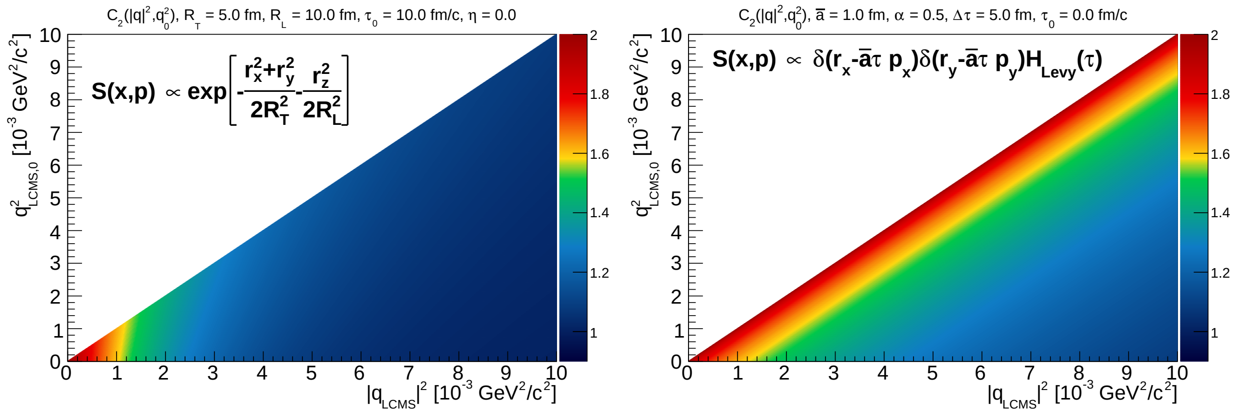
Könnyű ellenőrizni, hogy ez éppen megegyezik a pár együttmozgó koordinátarendszerében (PCMS) vett hármasimpulzusok különbségével (ugyanis ebben a rendszerben $E_1 = E_2$):

$$q_{\mathrm{inv}} = |\mathbf{q}_{\mathrm{PCMS}}|. \tag{3.20}$$

Ezen felül a (3.18) egyenlet segítségével azt is beláthatjuk, hogy az LCMS-ben vett Bertsch–Pratt-koordinátákkal

$$q_{\mathrm{inv}}^2 = q_{\mathrm{out}}^2 (1 - \beta_T)^2 + q_{\mathrm{side}}^2 + q_{\mathrm{long}}^2. \tag{3.21}$$

Ez egyúttal azt is mutatja, hogy még ha az LCMS-beli q_{out} nagy, akkor $\beta_T \approx 0$ esetén q_{inv} lehet igen kicsi, tehát a (következőkben részletezett okokból lényeges) $q \to 0$ extrapoláció ilyen értelemben megfigyelő-függő. Az egydimenziós változó (avagy a megfigyelő-választás) „érvényességét", azaz hogy tényleg ez-e a korrelációs függvények fő változója, úgy lehet ellenőrizni, ha például



3.3. ábra. Térben és időben is Gauss-alakú forrás által létrehozott korrelációs függvény (balra), illetve ugyanez térben τ-korrelált, időben egyoldalú Lévy-alakú forrással (jobbra). Az ábrák tengelyein az LCMS-beli hármasimpulzus, illetve az időszerű komponens négyzete szerepel.

$q_0 = |E_1 - E_2|$ és $|\mathbf{q}|$ függvényében ábrázoljuk a korrelációs függvényt: ekkor $q_{\rm inv}$ függés esetén az átlóban várunk maximumot. A $q_{\rm inv}$ változó ez alapján megfelelőnek bizonyult elektron-pozitron-ütközésekben [133]. Ezzel szemben mag-mag ütközésekben (mivel a forrás az LCMS-ben közel gömbszimmetrikus) az LCMS-beli hármasimpulzus bizonyult jó választásnak [134]. Ez így írható fel laborrendszerbeli koordinátákkal:

$$|\mathbf{q}_{\rm LCMS}| = \sqrt{(p_{1x}-p_{2x})^2 + (p_{1y}-p_{2y})^2 + q_{z,\rm LCMS}^2}, \text{ ahol} \tag{3.22}$$

$$q_{z,\rm LCMS}^2 = \frac{4(p_{1z}E_2 - p_{2z}E_1)^2}{(E_1+E_2)^2 - (p_{1z}+p_{2z})^2}. \tag{3.23}$$

Ismert, hogy a PCMS és az LCMS választása nem vezet ekvivalens eredményekre, lásd például Akitomo Enokizono PhD értekezésének [165] 6.6.-6.7. és 6.14.-6.15. ábráit. Ennek megfelelően a háromdimenziós LCMS-beli mérésekkel való összehasonlítást csak az egydimenziós $|\mathbf{q}_{\rm LCMS}|$ segítségével lehet megtenni, legyen szó akár a korrelációs (HBT-) sugarakról, akár a korrelációs függvény alább tárgyalt erősségéről.

Végül bemutatjuk, hogy a 3.3. ábra alapján egyszerűen látható, milyen téridő-szerkezetű forrás vezet $q_{\rm inv}$-függő, illetve $|\mathbf{q}_{\rm LCMS}|$-függő korrelációs függvényhez. Vegyünk először egy térben és időben is Gauss-alakú korrelációs függvényt:

$$S(x,p) \propto \exp\left[-\frac{r_x^2+r_y^2}{2R_T^2} - \frac{r_z^2}{2R_L^2} - \frac{(\tau-\tau_0)^2}{2\Delta\tau^2}\right], \tag{3.24}$$

az ebből eredő korrelációs függvény pedig (LCMS-ben) a transzverz impulzusban (q_T) és a longitudinális impulzusban (q_L) is Gauss-alakú lesz, a szélességek pedig az időszerű komponenstől (q_0) is függenek majd. Ez a korrelációs függvény alig függ a q_0-tól, szinte kizárólag az impulzuskülönbség hossza határozza meg a C_2 értékét, ahogy a 3.3. ábra mutatja. Vegyünk ezután egy olyan forrásfüggvényt, amely erős impulzustér-koordinátatér korrelációt mutat, azaz az emisszió térbeli helye az impulzussal egyenesen arányos középpontú Dirac-delta, míg a sajátidőben legyen egyoldalú Lévy-eloszlásunk (a τ-modellnek megfelelően, lásd bővebben a [133, 166] publikációkban), azaz

$$S(x,p) \propto \delta(r_x - \overline{a}\tau p_x)\delta(r_y - \overline{a}\tau p_y)H_{\text{Lévy}}(\tau). \tag{3.25}$$

Az ebből eredő korrelációs függvény tisztán a q_{inv}-től függ majd, ahogy a 3.3. ábra is mutatja. A fentiek azt jelentik, hogy a korrelációs függvény „fő" változójának kilétét a háttérben zajló fizikai folyamatok alapvetően befolyásolják. Ezért minden mérés előtt az egyik első lépés az kell, hogy legyen, hogy a korrelációs függvény természetét és dimenzionalitását felderítsük, megkeresve a méréshez használható legjobb változót vagy változókat. Az alábbiakban az általánosság megtartásával a korrelációs függvényben szereplő impulzuskülönbséget q-val jelöljük, miután az alábbiak javarészt függetlenek ennek konkrét megválasztásától.

3.1.5. A korrelációk erőssége és a mag–glória-modell

Ha a végállapoti erős és elektromágneses (Coulomb) kölcsönhatásokat elhanyagoljuk, akkor a (3.9) és a (3.45) egyenletek azt mutatják, hogy nulla relatív impulzus mellett a korrelációs függvény értéke kettő: $C_2^{(0)}(q=0,K)=2$ (K-tól függetlenül). Ez a termikus, teljesen kaotikus részecskekeltés esetére érvényes közelítés. Kísérletileg azonban jellemzően nem érhető el a $q=0$ határeset, hanem a kétrészecske felbontás alulról behatárolja a hozzáférhető tartományt. A minimális q_{min} érték jellemzően 6–8 MeV/c körüli, és függ a részecskék átlagos impulzusától. Ez $R_{\text{max}} \approx \hbar/q_{\text{min}} \approx$ $25-30$ fm térbeli felbontásnak felel meg, azaz ennél nagyobb térbeli struktúrák ilyen impulzustérbeli felbontással kísérletileg nem vizsgálhatóak.

A fentiek miatt a korrelációs függvényt nulla közelében kizárólag extrapoláció által határozhatjuk meg. Ez az extrapolált tengelymetszeti érték többnyire különbözik kettőtől, és

$$\lambda(K) \equiv \lim_{q\to 0} C_2(q,K) - 1. \tag{3.26}$$

módon definiáljuk. A kísérletileg hozzáférhető q tartományról extrapolálva a legtöbb mérésben $\lambda < 1$ adódik, ahogy az a [138–140, 152, 156–161] összefoglaló publikációkban is olvasható.

Mivel valamilyen R_{max} legnagyobb észlelhető méret a fentiek miatt a minden hasonló kísérleti analízis sajátja, ezért λ természetesen interpretálható a mag–glória-, avagy core–halo-modellben [167, 168]. Ebben a hadronikus forrásfüggvényt két részre osztjuk: a közvetlenül keltett (primordiális, direkt) részecskék (és esetleg a nagyon rövid élettartamú rezonanciák bomlástermékei) által alkotott magra, illetve a hosszú élettartamú ($\Gamma = \hbar/\tau \ll q_{\text{min}}$) rezonanciák bomlástermékei által alkotott glóriára. Míg a mag jellemzően 10 femtométer alatti mérettartományú, addig a glóriában keletkező pionok például η, η' vagy K_S^0 (illetve a kísérleti kétrészecske-felbontástól függően esetleg az ω mezon) bomlásaiban jönnek létre, több száz vagy több ezer femtométerre a tűzgömb középpontjától. A forrásfüggvény glóriához tartozó része a Fourier-transzformáció miatt a korrelációs függvény kis impulzusnál vett tartományához ad járulékot, hiszen a transzformáció során nagy impulzus kis távolságnak felel meg. Ez a felosztás nem csak pionokra, de más részecskékre, különösen más mezonokra is érvényes lehet. Ezt a kis impulzusokhoz tartozó részt viszont kísérletileg nem látjuk, tehát a (3.26) egyenletben definiált λ tengelymetszeti paraméter különbözik kettőtől.

Mindezt kvantitatíven úgy fejezhetjük ki, hogy a 3.4. ábrának megfelelően kétkomponensű forrásfüggvényt teszünk fel:

$$S = S_{\text{mag}} + S_{\text{glória}}, \tag{3.27}$$

amelyek Fourier-transzformáltja

$$\widetilde{S}_{\text{mag}}(q,K) \equiv \int S_{\text{mag}}(x,K)e^{iqx}d^4x, \tag{3.28}$$

$$\widetilde{S}_{\text{glória}}(q,K) \equiv \int S_{\text{glória}}(x,K)e^{iqx}d^4x. \tag{3.29}$$

Ezen komponensek téridőintegrálja az az impulzuseloszláshoz adott járuléknak felel meg, és bevezethetjük a mag- és glóriarészecskék számát:

$$N_{\text{mag}}(K) \equiv \widetilde{S}_{\text{mag}}(0,K) = \int S_{\text{mag}}(x,K)d^4x, \tag{3.30}$$

$$N_{\text{glória}}(K) \equiv \widetilde{S}_{\text{glória}}(0,K) = \int S_{\text{glória}}(x,K)d^4x. \tag{3.31}$$

Ezt és a (3.27) egyenletet figyelembe véve a következőt kapjuk:

$$\widetilde{S}(0,K) = N_{\text{mag}}(K) + N_{\text{glória}}(K). \tag{3.32}$$

A kísérletileg hozzáférhető q értékek esetére a fenti fizikai közelítésekből viszont az adódik, hogy

$$\widetilde{S}(q,K) \simeq \widetilde{S}_{\text{mag}}(q,K). \tag{3.33}$$

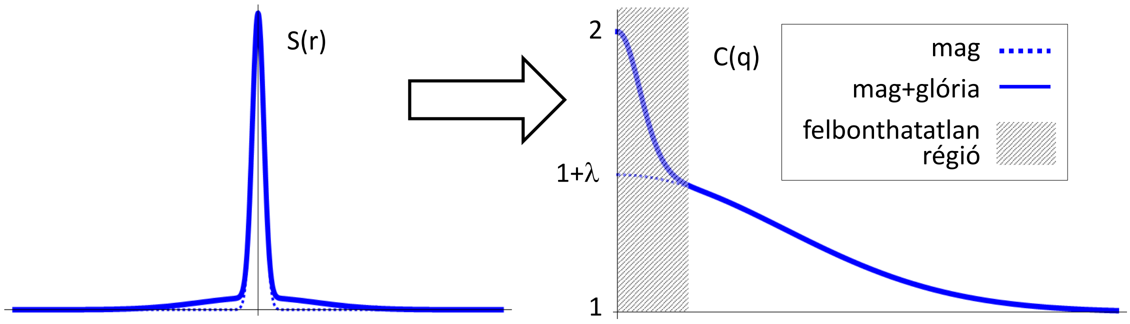
Ezt és az előző egyenletet figyelembe véve a (3.9) egyenlet $C_2^{(0)}(q,K)$ korrelációs függvénye így fejezhető ki:

$$C_2^{(0)}(q,K) \simeq 1 + \left(\frac{N_{\text{mag}}(K)}{N_{\text{mag}}(K) + N_{\text{glória}}(K)}\right)^2 \frac{|\widetilde{S}_{\text{mag}}(q,K)|^2}{|\widetilde{S}_{\text{mag}}(0,K)|^2}. \tag{3.34}$$

Tehát a mag-glória képben, az f_c („core fraction”, mag járulék) arányt bevezetve:

$$\lambda = f_c^2 \equiv \left(\frac{\widetilde{S}_{\text{mag}}(0,K)}{\widetilde{S}(0,K)}\right)^2 = \left(\frac{N_{\text{mag}}(K)}{N_{\text{mag}}(K) + N_{\text{glória}}(K)}\right)^2. \tag{3.35}$$

dc_1677_19



3.4. ábra. Keskeny magból és kiterjedt glóriából álló $S(r)$ forrás az r koordináta függvényében (balra), illetve a tartozó $C(q)$ korrelációs függvény a q impulzuskülönbség függvényében. Az illusztrációnak megfelelően a széles glória keskeny csúcsot eredményez a korrelációs függvényen, ezt azonban a véges kísérleti felbontás miatt nem látjuk. A kísérleti korrelációs függvény 2 helyett $1+\lambda$ értékhez tart.

A λ paraméter eszerint a magból jövő pionok összes pionhoz viszonyított arányaként értelmezhető, adott K átlagos impulzus mellett. Az is következik mindebből, hogy a C_2 korrelációs függvény q-függő része a mag téridőbeli eloszlásából származik, azaz az ütközésben létrejött tűzgömb központi, hidrodinamikailag táguló részét képezi le.

A fentieket talán jobban megérthetjük, ha a mag $R(p)$ (impulzusfüggő) homogenitási hossza mellett bevezetjük a glória $R_{\rm g}(p)$ karakterisztikus méretét is, és (egy dimenzióban) a forrást a 3.4. ábrának és a (3.27) egyenletnek megfelelően két Gauss-alakú, megfelelően normált komponenssel írjuk fel:

$$S(x,p) = S_{\rm mag}(x,p) + S_{\rm glória}(x,p) = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2\pi R^2(p)}} e^{-\frac{x^2}{2R^2(p)}} + \frac{1-\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2\pi R_{\rm g}^2(p)}} e^{-\frac{x^2}{2R_{\rm g}^2(p)}}. \tag{3.36}$$

Ekkor a korrelációs függvény a következő lesz:

$$C_2^{(0)}(q,K) = 1 + \left| \sqrt{\lambda} e^{-\frac{q^2R^2(p)}{2}} + (1-\sqrt{\lambda}) e^{-\frac{q^2R_{\rm g}^2(p)}{2}} \right|^2, \tag{3.37}$$

amely természetesen $q \to 0$ esetben kettőhöz tart. Ugyanakkor a kísérletileg hozzáférhető, $q > q_{\rm min}$ tartományban $qR_{\rm g} \gg 1$, ezt pedig úgy is értelmezhetjük, hogy az $R_{\rm g}$ végtelen határesetét képezzük. Ekkor a következő pontonkénti határérték adódik:

$$\lim_{R_{\rm g}\to\infty} C_2(q,K) = 1 + \lambda e^{-q^2R^2(p)}, \text{ ha } q \neq 0. \tag{3.38}$$

A határérték a Fourier-transzformáció előtt is vehető, és ekkor $q = 0$-ban is érvényes lesz a határéték, mert az $x \to x/R_{\rm g}$ változócsere után a glória Gauss-eloszlására alkalmazható lesz a Lebesgue-tétel, illetve gyorsan csökkenő függvények Fourier-transzformáltja is gyorsan csökkenő. Ezek miatt a glóriához tartozó tagok integrálja kiszámítható a $R_{\rm g} \to \infty$ határesetben.

A fentieket összegezve: $\lim_{q\to 0} C_2(q,K) \neq 2$ kísérleti tény, amelynek kapcsán bevezetjük a $\lambda = \lim_{q\to 0} C_2(q,K) - 1$ kísérleti paramétert, ahol a $q \to 0$ extrapolációt a kísérletileg hozzáférhető q tartományon végezzük. A mag–glória-modell a λ paraméter egy interpretációját adja meg, és összekapcsolja azt a részecskekibocsátó forrás hidrodinamikailag táguló, közvetlenül keltett (és nagyon rövid élettartamú bomlásokból származó) részecskéket leíró „mag" komponensével. Ez egyúttal azt is világossá teszi, hogy míg a forrás „szórását" (varianciáját, négyzetes közepét) a hosszú élettartamú rezonanciabomlások határozzák meg, addig ezek a Bose–Einstein-korrelációs függvényekben nem adnak kísérletileg vizsgálható járulékot; hatásuk kizárólag a λ paraméterben jelenik meg.

A λ paraméter mérése tehát indirekt információt hordoz a hosszú élettartamú rezonanciák részecskekeltéshez adott járuléka tekintetében. Ezen rezonanciák közül jelentős érdeklődés övezi az η és η' mezonokat. Nagyenergiás atommagütközésekben a királis $U_A(1)$ szimmetria részleges helyreállása, illetve az η' mezon közegbeli tömegének csökkenése várható [169]. (Érdemes megjegyezni, hogy ugyanekkor az η mezon tömege is változhat [170, 171].) A lecsökkent tömeghez megnövekedett keletkezési hatáskeresztmetszet tartozik, az η' mezon pedig azonos töltésű pionpárokat is létrehozhat az $\eta' \to \eta\pi^+\pi^-$, majd $\eta \to \pi^+\pi^-\gamma$ vagy $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ bomlási csatornákon keresztül, ahol a mezontömeg java a bomlástermékek tömegére fordítódik, így a keletkezett pionok impulzusa alacsony.[5] Ez összességében a λ paraméter csökkenését eredményezheti, méghozzá kis transzverz impulzusú párok esetén [172]. Az elmúlt években több eredmény is arra utalt [134, 173, 174], hogy a RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au adatain elvégzett $\lambda(m_T)$ mérések konzisztensek ezzel az interpretációval. Erre bővebben a következő szakaszban térünk ki.

Érdemes ugyanakkor megemlíteni, hogy a fentiekben tárgyalt λ paraméter egytől való eltérése egyéb okokból is származhat, például koherens pionkeltésből [138, 157, 167]. Ilyenkor nem érvényesek a fentiekben használt közelítések, és a megegyező fázisok miatt a Bose–Einstein-korreláció nem jelenik meg a koherensen keltett párok között. [138] Ugyanakkor az n-edrendű korrelációkban megmért

$$\lambda_n = \lim_{q_{ij}\to 0} C(\{q_{ij}\}) - 1 \tag{3.39}$$

paraméterek (ahol a korábbiakban a $\lambda_2 \equiv \lambda$ egyszerűsítéssel éltünk) fényt deríthetnek erre. Vegyük észre, hogy adott n-edrendű multiplet kisebb számosságú részhalmazai külön is okozhatnak korrelációkat, azaz pl. $n = 3$ esetén a párok. Ezért adott λ_n-ben minden f_c^j hatvány járulékot ad, ha $2 \leq j \leq n$. Másrészt legyen p_c a koherensen keltett pionok aránya (a mag járulékon belül). Ezt

[5] Mivel a bomlás előtt az η' visszanyeri vákuumbeli tömegét, így impulzusa kicsi, és ezért a bomlástermékeinek impulzusa nem csak az η' nyugalmi rendszerében, de a laborrendszerben is kicsi.

figyelembe véve akkor van korreláció a multipleten belül, ha a multipletnek legfeljebb egy tagja keletkezett koherensen. Értelemszerűen ennek kiválasztási valószínűsége a megfelelő binomiális sor első két tagja. Ebből a következő adódik: [138]

$$\lambda_n = \sum_{j=2}^{n} \binom{n}{j} \alpha_j f_c^j \left[(1-p_c)^j + j p_c (1-p_c)^{j-1}\right], \text{ ahol} \tag{3.40}$$

$$\alpha_n = n! - 1 \sum_{i=1}^{n-1} \binom{n}{i} \alpha_i, \text{ azaz } n = 2, 3 \text{ esetére} \tag{3.41}$$

$$\lambda_2 = f_c^2 \left[(1-p_c)^2 + 2p_c(1-p_c)\right] = f_c^2(1-p_c^2), \tag{3.42}$$

$$\lambda_3 = 2f_c^3 \left[(1-p_c)^3 + 3p_c(1-p_c)^2\right] + 3f_c^2 \left[(1-p_c)^2 + 2p_c(1-p_c)\right]. \tag{3.43}$$

Látható, hogy λ_2 és λ_3 szimultán mérésével meghatározható f_c és p_c értéke. Másod-, harmad- és magasabb rendű korrelációkat az elmúlt években több kísérletnél is mértek [175–177]. Érdemes még azt is megemlíteni, hogy egyéb jelenségek (préselt állapotok [178], random mezők és anyagon történő szórás okozta fázisváltozások [179], véges mezonméretek [180]) is hatással lehetnek a korrelációs függvények erősségére, ezek általában jellegzetes m_T-függéssel járnak. Ezért is igen fontos a λ paraméterek m_T-függésének precíz mérése.

3.1.6. A térbeli korrelációs függvény

A (3.9) egyenlet úgy is értelmezhető, ha bevezetjük a térbeli páreloszlást, avagy térbeli korrelációs függvényt:

$$D(r, K) \equiv \int S\left(\rho + \frac{r}{2}, K\right) S\left(\rho - \frac{r}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{3.44}$$

ahol r a pár négyestávolsága, ρ pedig a pár átlagos téridővektora. Vegyük észre, hogy D tulajdonképpen S autokorrelációjának tekinthető, ha a térváltozótól vett függést tekintjük. Ekkor a $C_2^{(0)}$ korrelációs függvény (a mag-glória-modell nélkül) kifejezhető így:

$$C_2^{(0)}(q, K) = 1 + \frac{\widetilde{D}(q, K)}{\widetilde{D}(0, K)}, \text{ ahol} \tag{3.45}$$

$$\widetilde{D}(q, K) \equiv \int D(r, K) e^{iqr} d^4 r. \tag{3.46}$$

Ez tehát azt jelenti, hogy a Bose–Einstein korrelációs függvény a $D(r, K)$ páreloszlást adja meg, ezt rekonstruálhatjuk $C_2(q, K)$ mérése segítségével. Ez alapján pedig megállapíthatjuk, hogy különféle forrásfüggvények egyazon páreloszláshoz vezethetnek, és így ugyanaz a korrelációs függvény származhat belőlük. (Az állítás első fele azzal egyenértékű, hogy különféle eloszlások autokorrelációs függvénye megegyezhet.)

Vegyük észre azt is, hogy a (3.27) egyenletnek megfelelően a (3.44) egyenletben bevezetett térbeli korrelációs függvény (D) felbontható mag-mag, mag-glória és glória-glória párok járulékaira:

$$D = D_{(\mathrm{c,c})} + D_{(\mathrm{c,h})} + D_{(\mathrm{h,h})}, \text{ ahol} \tag{3.47}$$

$$D_{(c,c)}(r,K) \equiv \int S_{\mathrm{mag}}\left(\rho + \frac{r}{2}, K\right) S_{\mathrm{mag}}\left(\rho - \frac{r}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{3.48}$$

$$D_{(c,h)}(r,K) \equiv \int S_{\mathrm{mag}}\left(\rho + \frac{r}{2}, K\right) S_{\mathrm{glória}}\left(\rho - \frac{r}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{3.49}$$

$$D_{(h,h)}(r,K) \equiv \int S_{\mathrm{glória}}\left(\rho + \frac{r}{2}, K\right) S_{\mathrm{glória}}\left(\rho - \frac{r}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{3.50}$$

azaz „c” jelöli a mag (core) járulékát, míg „h” a glóriáét (halo). Megmutatható, hogy a mag-glória és a glória-glória ((c,h) és (h,h)) tagok nem felbonthatóak. Ez alatt azt értjük, hogy a Fourier-transzformáltjuk a kísérletileg hozzáférhető $q > q_{\mathrm{min}}$ tartományban nem ad járulékot:

$$\widetilde{D}(q,K) = \widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(q,K) + \widetilde{D}_{(\mathrm{c,h})}(q,K) + \widetilde{D}_{(\mathrm{h,h})}(q,K) \approx \widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(q,K), \text{ ha } q > q_{\mathrm{min}}. \tag{3.51}$$

Így tehát a (3.45) egyenletnek megfelelően a (3.34) egyenlet korrelációs függvénye kifejezhető így:

$$C_2^{(0)}(q,K) = 1 + \frac{\widetilde{D}(q,K)}{\widetilde{D}(0,K)} \approx 1 + \frac{\widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(q,K)}{\widetilde{D}(0,K)} = 1 + \lambda \cdot \frac{\widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(q,K)}{\widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(0,K)}, \tag{3.52}$$

$$\text{ahol } \lambda = \frac{\widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(0,K)}{\widetilde{D}(0,K)}, \text{ ugyanis } \widetilde{D}_{(\mathrm{c,c})}(0,K) = |\widetilde{S}_{\mathrm{mag}}(0,K)|^2 \text{ és } \widetilde{D}(0,K) = |\widetilde{S}(0,K)|^2. \tag{3.53}$$

Itt a λ-ra vonatkozó (3.53) egyenlet a (3.35) egyenletből adódik, és felhasználtuk, hogy a térbeli korrelációs függvény Fourier-transzformáltja megegyezik a forrásfüggvény Fourier-transzformáltjának abszolút értékének négyzetével, ahogy azt az autokorreláción alapuló definíció alapján várjuk.

3.1.7. A Coulomb-kölcsönhatás szerepe az adatok leírásában

Ahogy fent láttuk, síkhullám-közelítésben egyszerű alakban adható meg a kétrészecske Bose–Einstein-korrelációs függvények és a részecskekeltő forrás kapcsolata. Ez a közelítés megfelelő semleges pionok (π^0 részecskék) és fotonok esetére, ugyanakkor ezek kísérletileg nagyon nehezen vizsgálhatóak: a fotonok közül nagyon nehezen választhatóak ki a közvetlenül (és nem a bomlásokból) keletkezőek, míg a semleges pionok elbomlanak (többnyire fotonpárokra), így a sok fotonpár közül kellene kiválasztanunk, hogy melyek jöhettek π^0 bomlásokból. Ezért a nagyenergiás fizikában többnyire töltött pionok korrelációs függvényeit vizsgáljuk. Ebben az esetben azonban a HBT-jelenségen kívül a Coulomb-kölcsönhatás is szerepet játszik a végállapotban: a töltött részecskék hullámfüggvényére nem jó közelítés a síkhullám. Ez abból is egyértelmű, hogy a mért korrelációs függvények a kis impulzuskülönbségek tartományán erőteljes minimummal rendelkeznek: ezt nevezzük „Coulomb-lyuknak”, amelyet a Coulomb-taszítás okoz. A kétrészecske-hullámfüggvény tehát a Coulomb-potenciállal kiegészített kétrészecske Schrödinger-egyenletet kell, hogy megoldja. Írjuk fel ezt két m tömegű, $\mathbf{r_1}$ és $\mathbf{r_2}$ helyen található részecskére:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\Delta_1+\Delta_2\right)\Psi(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})+V(\mathbf{r_1}-\mathbf{r_2})\Psi(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2})=E\Psi(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2}). \tag{3.54}$$

Áttérhetünk az $\mathbf{R}=(\mathbf{r_1}+\mathbf{r_2})/2$ és $\mathbf{r}=\mathbf{r_1}-\mathbf{r_2}$ tömegközépponti koordinátákra. Az integrálási mérték ekkor nem változik, a korrelációs függvények számolása ezért változatlan módon történhet. A Schrödinger-egyenlet ekkor így írható fel:

$$-\frac{\hbar^2}{4m}\left(\Delta_{\mathbf{R}}+2\Delta_{\mathbf{r}}\right)\Psi(\mathbf{R},\mathbf{r})+V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{R},\mathbf{r})=E\Psi(\mathbf{R},\mathbf{r}). \tag{3.55}$$

Ennek megoldásához felbonthatjuk a $\Psi(\mathbf{R},\mathbf{r})$ kétrészecske hullámfüggvényt $\Psi_{\mathbf{R}}(\mathbf{R})\Psi_{\mathbf{r}}(\mathbf{r})$ módon. Így szeparálható egyenletet kapunk: $\mathbf{R}$-re a szabad részecske egyenlete adódik: $\Psi_{\mathbf{R}}(\mathbf{R})=e^{i\mathbf{2KR}}$, ahol $\mathbf{K}$ az átlagos impulzus. Ezt visszahelyettesítve egyrészecske Schrödinger-egyenletet kapunk:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\mathbf{r}}\Psi_{\mathbf{r}}(\mathbf{r})+V(\mathbf{r})\Psi_{\mathbf{r}}(\mathbf{r})=\frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}\Psi_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}), \tag{3.56}$$

ahol megjelent a pár tagjainak tömegközépponti impulzusa: $\mathbf{k}=\mathbf{q}_{\mathrm{PCMS}}/2$. A pár tömegközépponti rendszerében („pair co-moving system", PCMS, itt $\mathbf{K}=0$) a megoldás:

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})=e^{-\pi\eta_C/2}\Gamma(1+i\eta_C)e^{i\mathbf{kr}}F(-i\eta_C,1,i(kr-\mathbf{kr})), \tag{3.57}$$

$$\text{ahol } \eta_C=\frac{mc^2\alpha_{\mathrm{em}}}{2\hbar ck} \tag{3.58}$$

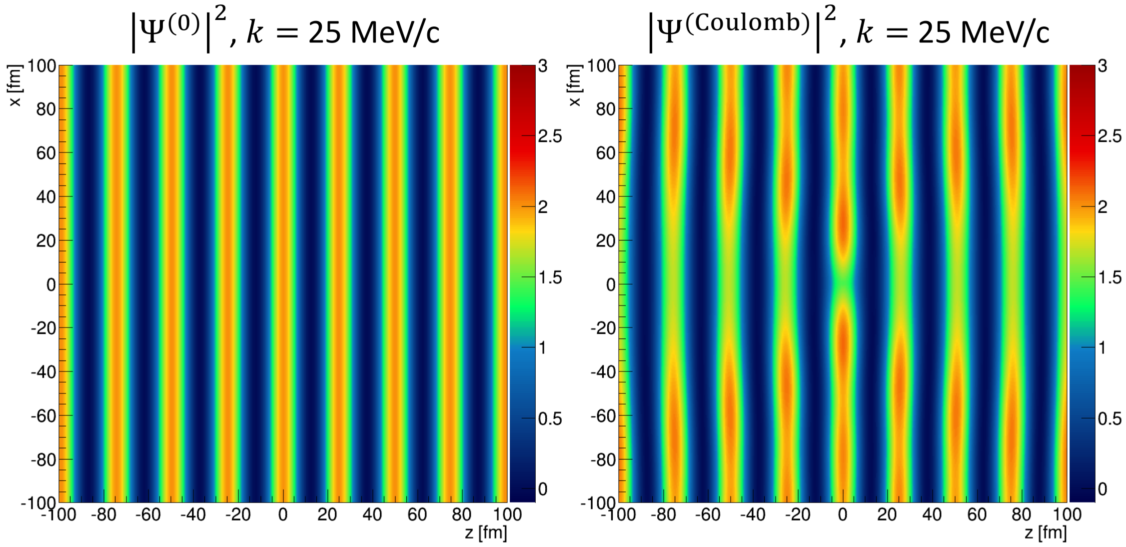
a Coulomb-paraméter (másképp: Sommerfeld-paraméter), $k=|\mathbf{k}|$ a tömegközépponti egyrészecske-impulzus nagysága, α_{em} a finomszerkezeti állandó, Γ a Gamma-függvény, F pedig a konfluens hipergeometrikus függvény. A Bose–Einstein-statisztika miatt szükséges szimmetrizálni, ezzel a teljes hullámfüggvényre a következő adódik [134, 181]:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})=\frac{\Gamma(1+i\eta_C)}{\sqrt{2}e^{\pi\eta_C/2}}\Big\{e^{i\mathbf{kr}}F\left(-i\eta_C,1,i(kr-\mathbf{kr})\right)+[\mathbf{r}\to-\mathbf{r}]\Big\}, \tag{3.59}$$

ahol $[\mathbf{r}\to-\mathbf{r}]$ az első taghoz hasonló, tükrözött $\mathbf{r}$ mellett vett tagot jelöl. Ez a hullámfüggvény lép tehát $\psi^{(0)}$ helyébe, és míg ez utóbbiból a (3.4) alapján egyszerűen egy Fourier-transzformáció adódik, ψ használata esetén lényegesen bonyolultabb a helyzet. Ezen hullámfüggvények abszolút értékének négyzeteként adódó kétbozon-valószínűségsűrűséget a 3.5. ábra mutatja.

A Coulomb-kölcsönhatással adódó hullámfüggvényből kiindulva a mag-glória modellben a (3.38) egyenletben is használt $R_g\to\infty$ határértékben, a fent bevezetett $D_{(\mathrm{c,c})}(\mathbf{r},K)$ mag-mag forrásfüggvénnyel a következő adódik:

$$C_2(\mathbf{k},\mathbf{K})=1-\lambda+\lambda\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}\,D_{(\mathrm{c,c})}(\mathbf{r},\mathbf{K})|\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})|^2, \tag{3.60}$$



3.5. ábra. A síkhullám (balra) és Coulomb-hullámfüggvény (jobbra) esetén adódó kétbozon-valószínűségsűrűség. Az ábrák forrása Nagy Márton 2017-es Zimányi Iskolán tarott előadása.

amelyet Bowler–Sinyukov-formulának [182, 183] is neveznek, és lényegi eleme, hogy a „Coulomb-korrekciót” (lásd később) csak a mag-mag pionpárokra tartalmazza. Ez a formula a tömegközépponti (PCMS) rendszerben vett $\mathbf{q}_{\mathrm{PCMS}} = 2\mathbf{k}$ impulzusra épül. Mivel a mérést praktikus a longitudinálisan együttmozgó (LCMS) rendszerben végezni, ahogy a 3.1.4. szakaszban is említettük, ezért ilyenkor a Coulomb-kölcsönhatás esetében a két rendszer közötti longitudinális Lorentz-transzformációt is figyelembe kell venni. Háromdimenziós mérés (és ismert átlagos $\mathbf{K}$ érték) esetén ez megtehető közvetlenül, míg egydimenziós mérésnél az adott q_{LCMS} értékek mellett lehetséges q_{PCMS} értékekre kell átlagolni, azaz valójában ezen két változó szerint szükséges megmérni a párok eloszlását, majd ezzel súlyozva átlagolni.

A fenti (3.60) korrelációs függvényben megjelenő integrál eredménye analitikusan nem adható meg, numerikus számolása általában igen bonyolult, bizonyos esetekben nem megfelelően konvergáló illesztésekhez vezet (az illesztéshez használt, minimalizálandó függvény numerikus fluktuációi megtévesztik a legtöbb algoritmust). Ezért szokás a Coulomb-kölcsönhatást „leválasztani”, és egyfajta Coulomb-korrekcióként kezelni. Ez úgy valósulhat meg, hogy felteszünk valamilyen alakot a forrásra, amelyet a $\mathcal{P}$ paraméter-vektor jellemez (és tulajdonképpen ezek a paraméterek hordozzák a K-függést). Ennek segítségével definiáljuk a $C_2^{(0)}(\mathcal{P}; q)$ tisztán kvantumstatisztikus, Coulomb-hatást nem tartalmazó korrelációs függvényt (a megfigyelőt, azaz az LCMS vagy PCMS rendszert külön nem jelölve, szükség esetén a fent említett átlagolást elvégezve)

$$C_2^{(0)}(\mathcal{P}; \mathbf{q}) = 1-\lambda+\lambda \int \mathrm{d}^3\mathbf{r}\, D_{(\mathrm{c,c})}(\mathbf{r}, \mathcal{P}) |\psi_{\mathbf{q}}^{(0)}(\mathbf{r})|^2, \tag{3.61}$$

ahol most $D_{(\mathrm{c,c})}$ nem a $\mathbf{K}$ impulzustól, hanem a közvetlenül a feltett függvényalak $\mathcal{P}$ paramétereitől függ; továbbá $\psi^{(0)}$ a síkhullámokkal felírt, kétrészecskés, szimmetrizált Coulomb-hullámfüggvény, amely abszolút értékének négyzete a (3.4) egyenletnek megfelelően $1 + \cos(\mathbf{qr})$, így ez egyszerűen a szokásos Fourier-transzformált alakot adja. Ezt a függvényt szeretnénk az adatokra illeszteni, hogy a $\mathcal{P}$ paramétereket megkapjuk, azaz a forrás alakját meghatározzuk. Az adatok ugyanakkor a Coulomb-hatást is tartalmazzák; ezt a (3.60) egyenletben adott korrelációs függvény adja meg, jelöljük ezt most a $\mathcal{P}$ paraméterek mellett $C_2(\mathcal{P};\mathbf{q})$ módon. Mivel – ahogy fentebb írtuk – ezzel közvetlenül nem tudunk illeszteni, ezért bevezetjük a $K(\mathcal{P};\mathbf{q})$ Coulomb-korrekciót:

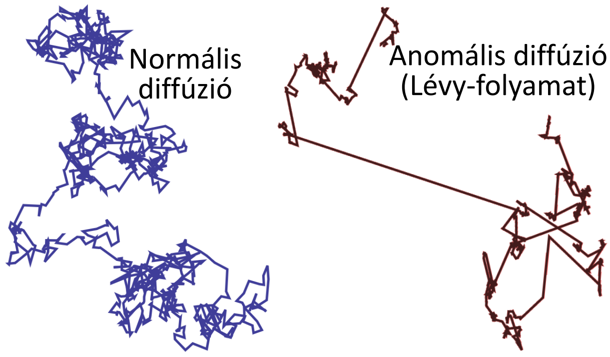
$$K(\mathcal{P};\mathbf{q}) = \frac{C_2(\mathcal{P};\mathbf{q})}{C_2^{(0)}(\mathcal{P};\mathbf{q})}. \tag{3.62}$$

A mért korrelációs függvényt ezzel osztva a „tisztán kvantumstatisztikus” korrelációs függvény mért adatait kapjuk, amelyet $C_2^{(0)}$-val illeszthetünk. A korrekció azonban függ a $\mathcal{P}$ paraméterektől, amelyeket az illesztésből kaphatunk meg, ezért máshogy kell eljárnunk (kivéve persze, ha elfogadjuk, hogy a Coulomb-korrekció más forrással számolt, mint ami az illesztésből adódik). Definiáljuk ezért az illesztő függvényünket úgy, hogy a Coulomb-korrekciót valamilyen $\mathcal{P}_0$ paraméterek mellett számoltuk ki, míg a kvantumstatisztikus, analitikusan felírható rész a $\mathcal{P}$ illesztő paraméterektől függ:

$$C_2^{(\mathrm{fit})}(\mathcal{P};\mathbf{q}) = C_2^{(0)}(\mathcal{P};\mathbf{q}) \cdot K(\mathcal{P}_0;\mathbf{q}). \tag{3.63}$$

Az adatokat ezzel a függvénnyel illesztve adódnak valamilyen $\mathcal{P}_1$ paraméterek, amelyekkel újraszámolhatjuk a Coulomb-korrekciót. Ez tulajdonképpen egyfajta iterációt jelent, amelyet addig folytathatunk, ameddig a $\mathcal{P}_{n+1}$ értékek nincsenek kellően közel a $\mathcal{P}_n$ értékekhez. Az itt leírt iterációs procedúra hasonló az NA44 kísérlet [184] publikációjában leírtakhoz, azzal a kiegészítéssel, hogy az itt leírtak segítségével a glória hatását is figyelembe vehetjük (ha $\mathcal{P}$ tartalmazza a λ paramétert is). Továbbra is természetesen igaz lesz, hogy a Coulomb-korrekció a PCMS rendszerben vett $\mathbf{q}$-tól függ, tehát ha a mérés során az LCMS-ben vett $\mathbf{q}$-t használtuk, akkor a kettő között Lorentz-transzformációt kell végeznünk; illetve egydimenziós mérés (gömbszimmetrikus forrásfüggvény feltevése) esetén adott q_{LCMS} esetén a lehetséges q_{PCMS} értékekre kell átlagolnunk a Coulomb-korrekciót.

Érdemes megemlíteni, hogy log-likelihood vagy χ^2 alapú minimalizációt használhatunk az adatok leírására, a pár-multiplicitástól függően [185]. A minimalizációt szokásosan a MINUIT2 könyvtár [186] segítségével végezhetjük el, három kritériumot támasztva az illesztésekre: (a) az illesztés konvergáljon (azaz valódi minimumot adjon meg), (b) a „hibamátrix” (amely a bizonytalanságokat



3.6. ábra. Hagyományos diffúzió (balra) akkor alakul ki, ha az elemi lépések eloszlásának szórása véges. Amennyiben ez a feltétel nem teljesül, anomális diffúzió, avagy Lévy-repülés alakul ki (jobbra).

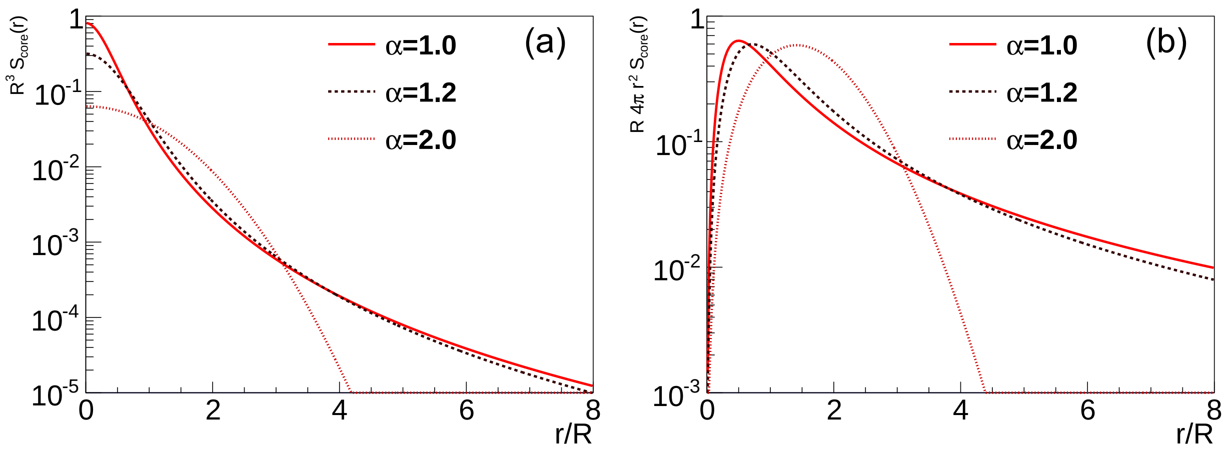
tartalmazza) kiszámítható és pozitív definit legyen, (c) az illesztés jósága elérjen valamely minimális értéket. Ez utóbbit χ^2 illesztés esetén a konfidenciaszint adja meg, és szokás 0,1%-ot választani minimális értéknek, ez ugyanis egy paraméter esetén 3-4σ eltérésnek felel meg.

3.1.8. Lévy eloszlások a nagyenergiás fizikában

Ahogy fent láttuk, a Bose–Einstein-korrelációk mérése segítségével feltérképezhető a részecskekibocsátó forrás alakja. Egyszerű Gauss-közelítéssel élve a forrás mérete, pontosabban homogenitási hossza határozható meg, ezt szokás HBT-sugárnak nevezni. Ugyanakkor a HBT-jelenség adta lehetőségek minél teljesebb kiaknázása érdekékben a Gauss-közelítésnél tovább is mehetünk. Az arany-arany ütközésekben mért korrelációk azt mutatják, hogy a forrás alakja valóban nem Gauss jellegű, hanem hatványfüggvény-szerű lecsengéssel rendelkezik [164, 187]. Éppen ezért szokásos például Cauchy-eloszlású forrás feltevésével vizsgálni az adatokat, ahogy azt az LHC p+p, p+Pb és Pb+Pb ütközéseinél vizsgálták [141, 142, 188]. Ugyanakkor gyorsan táguló rendszerekben – ahol az eloszlást létrehozó elemi lépések (független és azonos eloszlású véletlen változók) szórása nem feltétlenül véges – az általánosított centrális határeloszlás tétel arra utal, hogy a 3.6. ábrán illusztrált anomális diffúziónak nevezett jelenség határozhatja meg a térbeli eloszlásokat, és emiatt ezek alakja Lévy-eloszlást követhet [189–191]. Ilyen forrás feltevésével a Nagy Elektron-Pozitron Ütköztetőnél (LEP) [133] illetve a RHIC-nél [134] végeztek méréseket, utóbbiakat a következőkben részletesen is tárgyaljuk majd.

A háromdimenziós, gömbszimmetrikus Lévy-eloszlás a Gauss-eloszlás egyfajta általánosítása, és a következő Fourier-transzformáció definiálja:

$$\mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathrm{d}^3\mathbf{q}\, e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} e^{-\frac{1}{2}|\mathbf{q}R|^\alpha}. \tag{3.64}$$



3.7. ábra. Lévy-eloszlású $S_{\rm core}(\mathbf{r}) = \mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{r})$ források ($r = |\mathbf{r}|$ mellett) láthatóak $\alpha = 1$, 1,2 és 2 esetére (balra). A sugárirányú $4\pi r^2 S_{\rm core}$ eloszlásokat (szintén $\alpha = 1$, 1,2 és 2 esetére) a jobb oldali ábra mutatja. Az R skálaparamétert az $r \to r/R$ és $S_{\rm core} \to R^3 S_{\rm core}$ transzformációval skáláztuk ki.

Itt R a Lévy-skála (amely esetünkben tulajdonképpen a HBT-sugarat jelenti), α pedig a Lévy-index (avagy stabilitási index). Az $\alpha = 2$ esetben a fenti formula Gauss-eloszlást ad, míg $\alpha = 1$ esetben Cauchy-eloszlást. Ha $\alpha < 2$, akkor a Lévy-eloszlás hatványfüggvény-jellegű lecsengéssel rendelkezik, amely három dimenzióban így adható meg: $\mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{r}) \propto (r/R)^{-(3+\alpha)}$, ha $r/R \to \infty$ (és $r \equiv |\mathbf{r}|$). A szögre átlagolt eloszlás pedig a következőképpen viselkedik:

$$r^2 \mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{r}) \propto r^{-1-\alpha}. \tag{3.65}$$

Ez azt jelenti, hogy $\alpha < 2$ esetén a Lévy-eloszlás második momentuma avagy négyzetes közepe végtelen, tehát az $\langle r^2 \rangle$ mennyiség kísérletileg nem értelmezhető. Ugyanakkor az R skálaparaméter ebben az esetben is a forrás egy jellemző méretét adja meg, továbbá a Lévy-eloszlás integrálja véges, és R^3-bel arányos. Fontos továbbá látni, hogy ha a forrás mag-komponense ($S_{\rm mag}$) Lévy-alakú, akkor a mag-mag páreloszlás ($D_{\rm (c,c)}$) is az, mivel két azonos indexű Lévy-eloszlás autokorrelációja is ugyanolyan indexű Lévy-eloszlás:

$$S_{\rm core}(\mathbf{r}) = \mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{r}) \Rightarrow D_{\rm (c,c)}(\mathbf{r}) = \mathcal{L}(\alpha, 2^{\frac{1}{\alpha}} R, \mathbf{r}). \tag{3.66}$$

A 3.7. ábrán mutatunk néhány példát Lévy-eloszlású forrásokra (ahol $S_{\rm core} = \mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{r})$).

A Lévy-eloszlások megjelenését az anomális diffúzión kívül egyéb jelenségek is okozhatják. Az egyik ezek közül a jetek fragmentációjának fraktálszerkezete [192], ekkor az α Lévy-index értékét a QCD anomális dimenziója határozza meg. A másik lehetőséget a QCD kritikus pontjánál megjelenő kritikus fluktuációk és nagyskálájú korrelációk jelentik. [193, 194] A kritikus pontban ugyanis a térbeli korrelációk hatványfüggvényszerű lecsengéssel rendelkeznek. Ezt a ϕ rendparaméter korrelációs függvényének távolságfüggésével így lehet leírni:

$$\langle\phi(r)\phi(0)\rangle \propto r^{-1-\eta}, \tag{3.67}$$

ahol η a térbeli korrelációs függvényhez tartozó kritikus exponens. Ahogy a (3.65) egyenletben láttuk, a Lévy-eloszlások lecsengése ezzel megegyezik, ami arra utal, hogy az α Lévy-index a kritikus pontban megegyezhet az η kritikus exponenssel. Noha ezt a képet árnyalhatják a végesméret-effektusok és dinamikai kritikus jelenségek, ez mindenképpen igen erős motivációul szolgál az α exponens mérésére. A kritikus jelenségeket az univerzalitási osztályok és ezek kritikus exponensei tükrében kell vizsgálni, és ismert [195, 196], hogy a QCD ebből a szempontból a 3D Ising-modell osztályába tartozik. A 3D Ising-modellben az η kritikus exponens értéke 0,03631(3) [197], míg a véletlen külső tér melletti 3D Ising-modellben 0,50±0,05 [198]. Ez alapján a Lévy-femtoszkópia egyik fő célja az, hogy az α Lévy-exponens értékét a (μ_B, T) sík különféle tartományaiban meghatározzuk (a fázisdiagram feltérképezésére irányuló erőfeszítésekről bővebben az 1.5. szakaszban olvashatunk).

Érdemes végezetül megemlíteni, hogy a λ paraméter m_T függésének mérése során is igen fontos, hogy olyan alakot tegyünk fel a forrásra, amely aztán az adatokat leíró korrelációs függvényt eredményez. Ennek jelentősége azért nagy, mert λ tulajdonképpen a mért korrelációs függvény $q \to 0$ extrapolált értéke, és az extrapoláció jelentősen függ attól, hogy milyen alakot teszünk fel. Miután több mérés is arra utalt [134, 164, 187], hogy a Gauss-közelítés nem megfelelő, ezért is indokolt Lévy-eloszlásokat használni a Bose–Einstein-korrelációs függvények vizsgálatához.

3.2. Lévy HBT mérések a PHENIX kísérletnél

Ebben a szakaszban a RHIC PHENIX kísérletében észlelt $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au ütközésekben mért kétpion HBT korrelációk méréséről [134,177,199,200] számolok be. A 2010-ben felvett adatok igen részletes m_T felosztást tettek lehetővé, és így precízen vizsgálhattuk a korrelációs függvények alakját is. Ahogy alább láthatjuk, kiderült, hogy a forrás nem írható le Gauss-alakkal. Ahogy a 3.1.8 szakaszban említettük, az anomális diffúzió és egyéb jelenségek is Lévy-stabil eloszláshoz vezethetnek, így az ebben a szakaszban tárgyalt analízisben (nehézion-fizikai mérések során az irodalomban elsőként) ezzel a feltevéssel éltünk. A következőkben áttekintjük a kísérleti berendezéseket, a mérési módszereket és az eredményeket is.

3.2.1. A PHENIX kísérlet felépítése

A PHENIX kísérletet felépítését az 1.3. ábrán láthattuk (pontosabban a jelen szakaszban is tárgyalt adatok felvételekor, 2010-ben adott állapotát). A detektorrendszert úgy tervezték meg, hogy sokféle részecskét azonosíthasson: fotonokat, elektronokat, müonokat és töltött hadronokat. Ehhez igen jól szegmentált detektorokra volt szükség, ezt (a költségplafont is figyelembe véve) az akceptancia csökkentésének árán lehetett elérni. Ahogy az 1.3. ábrán is látszik, a transzverz síkban csak kb $2\times 90^\circ$ fokos tartományt fednek le a detektorok. A kísérlet részletes leírását itt mellőzzük (ez például megtalálható a [2] publikációban), csak a jelen mérésben fontos detektorokra koncentrálunk.

Ebben az analízisben a Beam-Beam Counter (BBC) detektorokat használtuk az események karakterizációjára. A BBC-nek két „karja" van (az „északi" és a „déli", a nyalábcsőben elfoglalt pozícióiknak megfelelően), a z (nyaláb-) tengely mentén ± 144 cm-re a detektorrendszer közepétől (avagy a fő ütközési ponttól), ezek pszeudorapiditásban kifejezve a $3{,}0 < |\eta| < 3{,}9$ tartományon helyezkednek el. Mindkét kar 64 darab kvartz-alapú Cserenkov-számlálóból áll, és a teljes azimut szögtartományt lefedi. A minimálisan torzító „Minimum Bias" (MB) triggert szolgáltatatják, ehhez legalább karonként két beütésre van szükség, ezzel a teljes Au+Au rugalmatlan hatáskeresztmetszet $92\%\pm 3\%$ százalékát rögzítve [201]. A BBC detektorokba érkező össztöltés az események centralitásának meghatározását teszi lehetővé. A BBC karok a fotoelektron-sokszorozók jelének átlagos idejét is mérik, ezáltal az ütközés helyének z koordinátáját, azaz a z-vertexet (az időkülönbség segítségével) meghatározhatjuk. A belső időfelbontás $\sim$40 ps, ebből adódóan a z-vertex felbontása Au+Au ütközésekben 0,5–1,5 cm körüli (és minél periférikusabb az ütközés, annál nagyobb).

A részecskék nyomkövetése a központi („keleti" és „nyugati") karok segítségével történik, mindkettő pszeudorapiditásban $|\eta| < 0{,}35$, azimut szögben $\Delta\varphi = \pi/2$ lefedéssel rendelkezik, ahogy az 1.3. ábrán is látható. A töltött részecskéket a Driftkamra (Drift Chamber, DC) és a Padkamra (Pad Chamber, PC) első rétegének (PC1) beütései segítségével rekonstruálhatjuk, a BBC segítségével meghatározott z-vertex ismeretére támaszkodva [202]. Az elérhető nyomfelbontás azimut szögben 1 mrad, z irányban 1,7 mm körüli pontosságú.

A nyomkövetéshez (illetve a részecskék impulzusának és töltésének meghatározásához) alapvető fontosságú mágneses mezőt két pár koncentrikus tekercs biztosítja, amelyek közül a belsők 60, a külsők 180 cm-re vannak a nyalábtengelytől, így a Driftkamrák már a csökkentett mágneses mezejű régióban vannak. A részecskékhez tartozó transzverz impulzust (p_T) a DC-ben mért elhajlási szög segítségével határozhatjuk meg, míg a polárszöget a PC1-ben mért z-koordinátából (és a z-vertexből). A rekonstruált nyomokat ezután a detektorrendszer külső régióiba projektáljuk és az ottani beütések helyével összevetjük, a rekonstrukció minőségének ellenőrzése, illetve (ahogy alább részletezzük) a nyom repülési idejének meghatározása érdekében.

Az impulzusmérés pontosságát közepes és nagy p_T esetén a DC szögfelbontása határozza meg, ezért nagy mágneses teret érdemes alkalmazni. Ezért a két tekercset azonos irányú mező létrehozására érdemes beállítani, ezt a PHENIX-ben „++” és „−−” módoknak nevezik. Ekkor az elérhető legnagyobb mezőintegrál értéke $\int B \cdot dl \sim$1,1 T m, ez határozza meg a részecskék pályájának görbületét. 2010-re a Hadronvak Detektor (Hadron Blind Detektor, HBT) nevű Cserenkov-számlálót építették be a névleges ütközési pont köré, hogy elektron-pozitron párokat észleljen [203]. A HBD működtetéséhez annak tartományában igen kicsi mágneses mező engedhető csak meg, ezért a PHENIX „+−” és „−+” mágneses konfigurációkat is bevezetett. Ez a fent említett mezőintegrált ∼40%-ára redukálta, ami jelentősen csökkentette a nagy p_T-s impulzusfelbontást, amely végeredményben $\delta p_T/p_T \approx 1{,}3\% \oplus 1{,}2\% \times p_T[\mathrm{GeV}/c]$ [204] módon adódik. Jelen analízisben azonban csak kis és közepes impulzusú ($p_T \sim 0{,}85$ GeV/c) részecskéket vizsgáltunk, ezért itt ez nem jelentett nehézséget. A kis mágneses tér ugyanakkor segítségünkre is volt: kisebb impulzusú részecskék azonosítására is lehetőség nyílt, $p_T \sim 0{,}2$ GeV/c körüli, vagy némileg kisebb impulzusok is elérhetőek lettek számunkra, amelyek a szokásos ++ és −− mezővel a túl nagy görbület (és a DC-n túli maradékgörbület) miatt azonosíthatatlanok (a nyomkövető algoritmus számára észlelhetetlenek) lettek volna.

A töltött pionok azonosításához a legkívül elhelyezkedő detektorokig tartó repülési időt vettük alapul. Ebben az ólom-szcintillátor alapú Elektromágneses Kaloriméter (PbSc) és a nagyfelbontású Repülésiidő Detektorok (TOF East és TOF West) voltak segítségünkre [205].

A PbSc mintavevő kaloriméter a nyalábtengelytől 5,1 méterre található. A központi karok többi részéhez hasonlóan $|\eta| < 0{,}35$ a pszeudorapiditástartománya, míg a φ azimut szögben a nyugati kar teljes $\pi/2$ akceptanciáját lefedi, illetve $\pi/4$ tartományt a keleti karban, ahogy az 1.3. ábra mutatja. A PbSc 15 552 csatornából áll (ezeket „tornyoknak” nevezik), és igen részletes tornyonkénti, idő- és energiafüggő kalibráció után ∼ 400–600 ps időfelbontás érhető el vele. A keleti karban a PbSc által le nem fedett tartományon egy ólomüveg detetkor található (PbGl), amelynek időfelbontása hadronokra lényegesen rosszabb, ezért ezt jelen analízisben nem használtuk.

A TOF East repülésiidő-detektor szintén 5,1 méterre található a nyalábtengelytől, akceptanciája nagyjából a PbGl-ével egyezik meg. 960 plasztik szcintillátor rúdból áll, amelyek két végén 1-1 fotoelektron-sokszorozó található. A szükséges kalibrációk elvégzése után az időfelbontása ∼150 ps értéket ér el [206]. A TOF West a többhézagos rezisztív lemezkamra (multigap resistive plate chamber, MRPC) technológiára épül, két panelből áll, amelyek egyenként $\Delta\varphi \approx \pi/16$ azimut tartományt fednek le, és 4,8 méterre találhatóak a nyalábtengelytől. Mindkét panel 64 MRPC-ből áll, és 256 egyedi réz kiolvasócsíkkal rendelkezik. Kalibráció után a TOF West segítségével ∼90 ps időfelbontást értünk el.

3.2.2. Esemény- és nyomválogatás, részecskeazonosítás

Az ebben az analízisben használt, a PHENIX 2010-es adatfelvételi periódusában MB-triggerrel rögzített adatok $\sim 7{,}3 \times 10^9$ $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au eseményt tartalmaznak. Az ütközések geometriai változatosságának csökkentése érdekében a $\sim 2{,}2 \times 10^9$ eseményből álló 0–30% centralitású mintára korlátoztuk mérésünket. A z-vertexre tett megszorításunk a nominális ütközési ponttól ± 30 cm távolságot engedett meg, erre a hatékony BBC-válasz, illetve a nyalábcsövön való szórás kizárása érdekében volt szükség.

A rekonstruált részecskepályák közül csak a jó minőségűeket tartottuk meg, amelyek esetében a nyom projekciójához közel a külső detektorokban is észleltünk beütéseket. A bomlástermékek és a véletlen háttér csökkentése érdekében 2σ vágást alkalmaztunk a legközelebbi beütés és a nyom projekciója között, mind a φ, mind a z változóban (ezeket „matching”, azaz összeillési vágásoknak nevezzük). A szisztematikus bizonytalanságok vizsgálatakor ennek a vágásnak a hatását is tanulmányoztuk.

A jelen szakaszban tárgyalthoz hasonló, kvantumstatisztikus analízisekben relatíve tiszta, azonosított részecskékből álló mintára van szükség. A töltött pionok azonosítását a repülési idő (t) segítségével végeztük el, amelyet a PbSc és a TOF detektorokból határoztunk meg. A repülési nyomvonal hossza (L) és a rekonstruált pályára adódó impulzus (p) segítségével így határozhatjuk meg a részecske m^2 tömegnégyzetét:

$$m^2 = \frac{p^2}{c^2}\left[\left(\frac{ct}{L}\right)^2 - 1\right]. \tag{3.68}$$

A pionok kiválasztása érdekében az m^2 eloszláson 2σ vágást alkalmaztunk mind a PbSc, mind a TOF detektorból származó adatokon. A jelen analízisben vizsgált p_T tartományon a kaon-kontamináció elhanyagolható. Jelentősebb ugyanakkor a véletlenszerűen összekombinált beütésekből létrejövő részecskepályák okozta háttér, amely $p_T \sim 0{,}2$ GeV/c esetén $\sim$2–3%-ot érhet el a TOF detektorban, míg 8–10%-ot a PbSc-ben. Ez a háttér már $p_T \sim 0{,}25$ GeV/c esetén is sokkal kisebb, ahogy azt az m^2 eloszlásokban láthatjuk. Ugyanakkor kis p_T esetén sem jelent ez valójában ténylegesen ekkora hátteret – még ha a nyomkövető algoritmus rosszul is párosította a külső beütéseket a részecskepályákkal, tetszőleges töltött hadron akkor is igen nagy valószínűséggel pion. Mindezek figyelembevételével a $p_T > 0{,}16$ GeV/c feltételt alkalmaztuk, és a tévesen azonosított részecskékből származó szisztematikus bizonytalanságot a fent említett 2σ vágás megváltoztatásával becsültük meg, ahogy később a 3.2.4. szakaszban részletezem.

3.2.3. Párválogatás

Az előzőekben részletezett módon kiválogatott részecskékből párokat képeztünk, kiszámítottuk ezek $Q \equiv |\mathbf{q}_{\mathrm{LCMS}}|$ impulzuskülönbségét, és létrehoztuk a 3.1.2 szakaszban említett aktuális és kevert (háttér) párok $A(Q)$ és $B(Q)$ eloszlásait. Ezek hányadosból a (3.2) egyenletnek megfelelően kaphatjuk meg a korrelációs függvényt. Ez azonban a kvantumstatisztikus és párkölcsönhatási jelenségeken kívül a detektorrendszer, illetve a nyomkövetés hatékonyságához kapcsolódó hatásokat is tartalmaz. Ennek az az oka, hogy előfordulhat, hogy egy valódi részecskéből két nyom jön létre, illetve két, közeli részecske is rekonstruálódhat egyetlen nyomként. Ezen összeolvadási (merging) és szétválási (splitting) jelenségeket párvágásokkal kezelhetjük, amelyek alapja többnyire a részecskepárok térbeli távolsága. Analízisünkben a részecskepályáknak az adott detektor felületére vett projekciójának φ (azimut szög) és a z koordinátáit vettük alapul, és a részecskepárok $\Delta\varphi - \Delta z$ síkbeli eloszlását vizsgáltuk, a fentiekhez hasonlóan az aktuális- és a háttérminta hányadosát képezve:

$$C(\Delta\varphi, \Delta z) = \frac{A(\Delta\varphi, \Delta z)}{B(\Delta\varphi, \Delta z)} \tag{3.69}$$

Az így adódó $C(\Delta\varphi, \Delta z)$ korrelációs függvényt részletes centralitás- és impulzusbeli felbontással megvizsgáltuk, és arra jutottunk, hogy az alábbi párvágások megfelelően kiszűrik az összeolvadási és szétválási jelenségeket:

$$\Delta\varphi > 0{,}15\left(1 - \frac{\Delta z}{11\ \mathrm{cm}}\right) \text{ és } \Delta\varphi > 0{,}025 \text{ (DC)}, \tag{3.70}$$

$$\Delta\varphi > 0{,}14\left(1 - \frac{\Delta z}{18\ \mathrm{cm}}\right) \text{ és } \Delta\varphi > 0{,}020 \text{ (PbSc)}, \tag{3.71}$$

$$\Delta\varphi > 0{,}13\left(1 - \frac{\Delta z}{13\ \mathrm{cm}}\right) \text{ (TOF East)}, \tag{3.72}$$

$$\Delta\varphi > 0{,}085 \text{ vagy } \Delta z > 15\ \mathrm{cm} \text{ (TOF West)}. \tag{3.73}$$

Ezeket a párvágásokat mind az $A(q)$ aktuális-, mind a $B(q)$ háttéreloszlásra alkalmaztuk, így kinematikai hatásuk a statisztika-csökkentésen túl minimális, ugyanakkor az összeolvadt és szétvált részecskepályák jelentős részét kiszűri. A vágás konkrét megválasztásából eredő bizonytalanság (a posteriori) megbecslése érdekében a fenti vágási konstansok többféle értékét is megvizsgáltuk, és ezek mérési eredményekre gyakorolt hatását meghatároztuk.

Ezen felül megvizsgáltuk, hogy vannak-e olyan részecskepárok (vagy multiplettek), amelyekhez a PbSc, TOF East vagy TOF West detektorokban ugyanazon modulbeli beütést asszociált a nyomkövető rendszer. Ezen részecskék közül csak egy (véletlenszerűen kiválasztott) példányt tartottunk meg, hogy az esetleges nem valódi részecskéhez tartozó pályákat kiszűrjük. Az ebből a szűrésből adódó hatás elhanyagolható volt, de a teljesség kedvéért megemlítjük.

n	beállítás neve	beállítások ($j = 0, 1, \dots$)
0	PID kar	Kelet, Nyugat, összeg
1	PID vágás	1,5σ, 2σ, 2,5σ
2	PID matching vágás	1,5σ, 2σ, 2,5σ
3	PC3 matching vágás	1,5σ, 2,5σ, ∞
4	PID párvágás	3 különböző geometria
5	DC párvágás	3 különböző geometria
6	Illesztés (Q_{max})	7 tartomány
7	Illesztés (Q_{min})	3 tartomány
8	Coulomb-hatás	2 verzió

3.1. táblázat. A mérési eredmények szisztematikus bizonytalanságainak meghatározásához használt beállítások listája.

3.2.4. Szisztematikus bizonytalanságok

A mért Bose–Einstein korrelációs függvények a 3.2.2. és 3.2.3. szakaszokban említett beállítások mindegyikétől függenek: a $\pi^{\pm}$ részecskék azonosításához használt m^2 vágástól (PID vágás); a pályáknak a részecskeazonosításra használt detektorban vagy a PC3 detektorban vett projekciójára vonatkozó összeillési (matching) vágástól (PID matching vágás, PC3 matching vágás); a részecskeazonosításra használt detektorban és a DC-ben vett párvágástól (PID párvágás és DC párvágás); illetve attól, hogy az adott pár részecskéi melyik karba érkeztek, hol azonosítottuk őket (PID kar). Azonban a végső célunk a korrelációs függvények Lévy-paramétereinek meghatározása (lásd alább, a 3.2.5 szakaszban), ennek megfelelően lényeges bizonytalanság származik a fentieken túl az illesztési tartomány megválasztásából is (Q_{min}, Q_{max}, amelyeket az első és utolsó néhány (5–10) adatpont elhagyásával változtattunk), illetve az illesztésben használt Coulomb-korrekció kiszámításából is, míg a Q- és m_T-binezés megválasztása elhanyagolható hatással volt az eredményekre. Megemlítjük, hogy az illesztési határokat változtatva az illesztési paraméterek stabilnak bizonyultak, így nem az ebből származó szisztematikus bizonytalanság dominálta a végeredményt. A Coulomb-hatással kapcsolatban lásd a 3.1.7. szakaszt: a bizonytalanság abból származik, hogy a Coulomb-számoláshoz elvégezzük-e a PCMS rendszerbe történő Lorentz-transzformációt (az atott LCMS-beli Q érték mellett lehetséges PCMS-beli értékekre átlagolva a Coulomb-hatást). Mindezeket a bizonytalansági forrásokat a 3.1. táblázatban összegezzük.

Jelölje ekkor valamely végső eredményünket P (amely az R, λ vagy α paramétereket jelentheti, ezek jelentését a 3.1.3., 3.1.5. és 3.1.8. szakaszokban részleteztük), méghozzá az i. m_T binben az alapbeállítások mellett ennek értéke legyen $P^0(i)$. A mérési eredmény azonban módosul, ha valamely beállítást (vágást) megváltoztatjuk. Az n. típusú beállítást (azaz pl. PID vágás, DC párvágás, stb.) konkrétan a j. lehetséges értékre állítva az eredményünket jelölje $P_n^j(j)$, ahol az n-ek és j-k lehetséges „értékeit" a 3.1. táblázat adja meg. Ekkor ennek a mérési eredmények a szisztematikus bizonytalansága az alapbeállítások mellett kapott értéktől való átlagos eltérésből adódik (azaz így becsülhető a posteriori módon), külön a pozitív (↑) és negatív (↓) eltérésekre:

$$\delta P^{\uparrow}(i) = \sqrt{\sum_{n=\{\text{vágások}\}} \frac{1}{N_n^{j\uparrow}} \sum_{j\in J_n^{\uparrow}} (P_n^j(i) - P^0(i))^2}, \tag{3.74}$$

$$\delta P^{\downarrow}(i) = \sqrt{\sum_{n=\{\text{vágások}\}} \frac{1}{N_n^{j\downarrow}} \sum_{j\in J_n^{\downarrow}} (P_n^j(i) - P^0(i))^2}, \tag{3.75}$$

ahol $J_n^{\uparrow}$ azon j értékek halmaza, ahol $P_n^j(i) > P^0(i)$, $N_n^{j\uparrow}$ pedig ezen halmaz számossága (és hasonlóan ↑ helyett ↓ esetén). Ez a számosság 0 is lehet, ha az összes beállítás esetén az alapbeállítástól azonos irányba térnek el az eredmények, az ennek megfelelő $N_n^{j\uparrow} = 0$ vagy $N_n^{j\downarrow} = 0$ az esetet kihagyjuk az összegzésből, tehát csak azon n-ekre vonatkozik a fenti összeg, amelyekre $N_n^{j\downarrow} > 0$ illetve $N_n^{j\uparrow} > 0$. A fenti a formulából eredő $\delta P^{\uparrow}(i)$ és $\delta P^{\downarrow}(i)$ bizonytalanságok jelentős, nem fizikai fluktuációkat tartalmazhatnak, ezért ezeket 5 szomszédos m_T binre átlagoltuk (adott m_T bin esetén két-két szomszédos bint felhasználva). Megemlítendő még, hogy az egyes beállításokból származó bizonytalanságokat egymástól függetlennek találtuk, így a fenti formulában szereplő négyzetes összeg reálisnak tekinthető.

3.2.5. A korrelációs függvények illesztése

A fentiek segítségével megmértük a $\pi^+\pi^+$ és $\pi^-\pi^-$ korrelációs függvényeket 31 m_T binben, 228 MeV/c^2 és 871 MeV/c^2 között. Ezután ezeket a korrelációs függvényeket Lévy-alakú forrásból, a Coulomb-kölcsönhatás figyelembevételével számolt korrelációs függvényekkel illesztettük, a 3.1. szakaszban írtaknak megfelelően. Ahogy a 3.1.7. szakaszban is írtuk, a (3.60)–(3.59) egyenletekben adott korrelációs függvény nem számítható ki analitikusan, a numerikus számolás pedig igen időigényes, továbbá a numerikusan számolt függvénnyel való illesztés numerikusan fluktuáló χ^2-térképhez vezet, amelyen nem triviális a minimumkeresés. Ezért a 3.1.7. szakaszban említett „Coulomb-korrekciós" technikát használtuk, amelyet röviden itt is összefoglalunk. Legyen a számolt korrelációs függvényünk $C_2(\lambda, R, \alpha; Q)$, amely a K-függést a (3.61) egyenlethez hasonlóan a λ, R, α paramétereken keresztül tartalmazza, azaz

$$C_2(\lambda, R, \alpha; Q) \equiv C_2(Q, K). \tag{3.76}$$

Ezzel az illesztéshez használt korrelációs függvényt így adhatjuk meg, a (3.63) egyenlethez hasonlóan, egy $N \approx 1$ normálási faktorral (amely az A és B eloszlások nem megfelelő normálását korrigálja), illetve a 3.1.2. szakaszban említett $1+\epsilon Q$ faktorral, amely a hosszútávú, nem femtoszkópiai korrelációkat írja le (a gyakorlatban ϵ igen kicsi, legfeljebb néhány század GeV^{-1}):

$$C_2^{(\mathrm{fit})}(\lambda,R,\alpha;Q) = C_2^{(0)}(\lambda,R,\alpha;Q)\frac{C_2(\lambda_0,R_0,\alpha_0;Q)}{C_2^{(0)}(\lambda_0,R_0,\alpha_0;Q)}\times N\times(1+\epsilon Q), \tag{3.77}$$

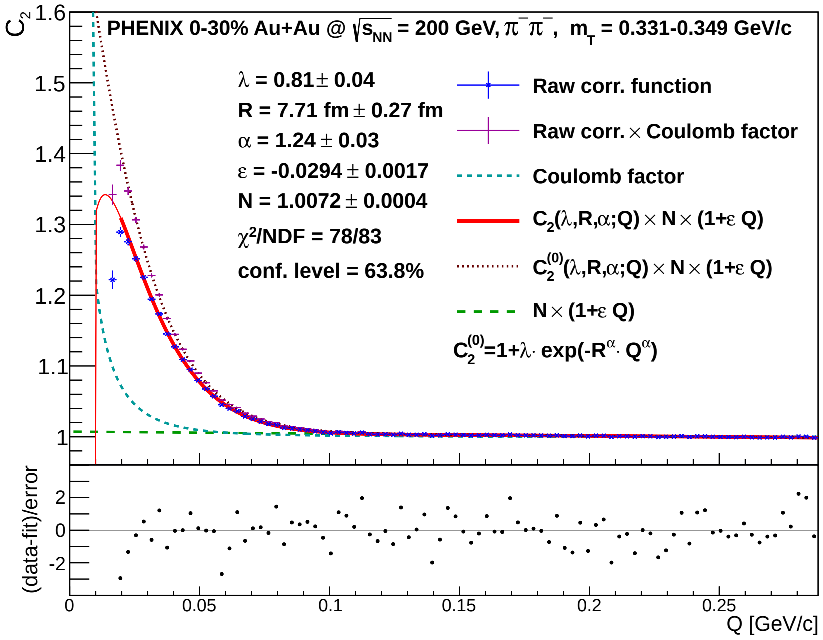
$$\text{with } C_2^{(0)}(\lambda,R,\alpha;Q) \equiv 1+\lambda e^{-R^\alpha Q^\alpha}, \tag{3.78}$$

ahol λ_0, R_0, és α_0 a paraméterek becsült (akár egy numerikus illesztésből származó) értékei, az ezekkel számolt $C_2/C_2^{(0)}$ hányados pedig a Coulomb-korrekció. Legyen az ebből az illesztésből kapott paraméterek értéke R_1, λ_1 és α_1. Ha ezek lényegesen különböznek az első becsléstől (azaz a relatív különbségnégyzetek összege 1% felett van), akkor számoljuk ki a Coulomb-korrekciót az új paraméterekkel, és ismételjük meg az illesztést. Ezt az iteratív eljárást használjuk tovább, az n. illesztésben a következő függvényt használva:

$$C_2^{(\mathrm{fit},n)}(\lambda,R,\alpha;Q) = C_2^{(0)}(\lambda,R,\alpha;Q)\frac{C_2(\lambda_n,R_n,\alpha_n;Q)}{C_2^{(0)}(\lambda_n,R_n,\alpha_n;Q)}\times N\times(1+\epsilon Q), \tag{3.79}$$

amíg a (λ_n,R_n,α_n) „előző” paramétervektor és az új $(\lambda_{n+1},R_{n+1},\alpha_{n+1})$ paramétervektor négyzetes különbsége 1% alatt lesz. Az N és ϵ paraméterek változását nem vizsgáltuk, ugyanis ezek értéke alig változik az iteráció során.

Az általunk mért pármultiplicitások lehetővé tették a χ^2-minimalizációt – ha $C(Q)$ igen kis beütésszámú $A(Q)$ és $B(Q)$ eloszlások hányadosaként állna elő, akkor log-likelihood minimalizációt kellett volna végeznünk, lásd bővebben a [185] publikációban. A minimalizációra a MINUIT2 könyvtárat [186] használtuk. Az illesztéseket akkor fogadtuk el, azaz akkor kezdtük el a paraméterek vizsgálatát és interpretációját, ha (a) az illesztés konvergált (azaz valódi minimumot találtunk), (b) a hibamátrix megfelelő (kiszámítható és pozitív definit), (c) a χ^2 és NDF (szabadsági fokok száma) értékekből számolt konfidenciaszint pedig 0,1% felett volt. Végső illesztéseink ezen feltételeket teljesítették, így az ezekből származó paraméterek valóban statisztikailag elfogadható szinten jellemzik a mért adatokat. Egy példa-illesztést a 3.8. ábra mutat. Ezen a ponton megemlítjük, hogy az $\alpha = 2$ illesztések konfidenciaszintje jóval 0,1% alatti volt, a χ^2 ugyanis 5-10-szerese volt a pontok számának (100-200 adatpont mellett). Ez azt jelenti, hogy a gömbszimmetrikus Gauss-alakú forrás feltevését cáfolják az adatok, míg (jelen precizitás mellett) a gömbszimmetrikus Lévy-eloszlás megfelelő leírást adott. A következő szakaszban az illesztési paraméterek m_T függését tárgyaljuk.



3.8. ábra. A $Q \equiv |\mathbf{q}_{\mathrm{LCMS}}|$ függvényében mért Bose–Einstein korrelációs függvény illesztése $\pi^-\pi^-$ párokra, az $m_T = 0{,}331 - 0{,}349$ GeV$/c^2$ tartományon. A mért és illesztett korrelációs függvény mellett az ábrán szerepel a tisztán kvantumstatisztikus $C_2^{(0)}$ függvény is, ahogy a $C_2^{(0)}(Q)/C_2(Q)$ Coulomb-faktor is. Az ábra első látható adatpontja kívül esett a párvágások részletes vizsgálata alapján meghatározott illesztési tartományon.

3.2.6. A paraméterek m_T-függése

Az illesztések fizikailag lényeges paraméterei a λ, az α és az R; míg az $N \approx 1$ és $\epsilon \approx 0$ paraméterek a normálásért és a hosszútávú háttér meredekségéért felelnek. A fizikai paraméterek m_T függése a 3.9., 3.10. és 3.11. ábrákon látható, a statisztikus és szisztematikus bizonytalanságokkal együtt. A szisztematikus bizonytalanságok m_T-átlagolt értéke (két m_T tartományban) a 3.2. táblázatban látható. Térjünk rá a paraméterek m_T-függésének elemzésére!

A λ tengelymetszeti paraméter „telítődni” látszik nagy m_T értékek esetén. Még a jelentős szisztematikus bizonytalanságok mellett is egyértelmű, hogy a $\lambda(m_T)$ kis m_T értékekre lecsökken – éppen itt kisebbek a bizonytalanságok is.

Az $R(m_T)$ Lévy-skála jellegzetes, csökkenő trendet mutat, hasonlóan a hidrodinamikai modellek által az $\alpha = 2$ esetre előrejelzett viselkedéshez [136, 147–149]. Fontos látni, hogy $\alpha < 2$ esetére nem ismertek elméleti előrejelzések az R paraméter m_T függésére, remélhetőleg jelen analízis majd katalizálja ezen erőfeszítéseket is.

Az $\alpha(m_T)$ értékek szignifikánsan kettő alatt vannak, azaz messze vannak a Gauss-határesettől. Sok hasonló analízis esetében, mikor az $\alpha = 2$ Gauss-közelítés sikertelennek bizonyul, az $\alpha = 1$ esetet használják. Itt azt a megfigyelést tehetjük, hogy az α értékek szisztematikusan, és egyes m_T-k esetén szignifikánsan egy fölött vannak. Ha a korrelációs függvények illesztéseit $\alpha = 1$ érték mellett megismételjük, statisztikailag elfogadhatatlan, 0,1% alatti konfidenciaszintekre jutunk. Érdemes továbbá megemlíteni, hogy az α értékek átlaga 1,207, de az $\alpha(m_T) = \alpha_0$ illesztés szintén statisztikailag elfogadhatatlan (kizárólag a statisztikai hibákat alapul véve).

A paraméterek statisztikai bizonytalanságát a MINOS algoritmussal határoztuk meg: ez adott paraméter esetén megkeresi azt az paraméterérték-intervallumot, amelyen a paramétert rögzítve az illesztésből kapott χ^2 érték legfeljebb eggyel változik. A paraméterek korreláltságának ellenőrzése céljából megvizsgáltuk a kétdimenziós hiba-kontúrokat, amelyeket úgy kapunk meg, hogy két illesztési paramétert rögzítünk, majd megvizsgáljuk, így milyen χ^2-re jutunk. Az 1σ-kontúr a paraméterek azon értékeit köti össze (ideális esetben ellipszisgörbén), amelyeknél a minimálisnál éppen eggyel nagyobb a χ^2 (illesztést végezve, a többi, nem rögzített paramétert szabadon hagyva). A 2σ-kontúrnál néggyel, a 3σ-kontúrnál kilenccel nő a χ^2. Teljesen független paraméterek esetén ezek koncentrikus, $1-2-3$-sugarú körök, a korreláció vagy antikorreláció pedig dönti (és egyúttal torzítja őket). A 3.12. ábrán láthatóak az (λ, R), (λ, α) és (R, α) síkban vett kontúrok. Ezek azt mutatják, hogy az illesztési paraméterek jelentősen korreláltak, amelyet a (λ, R), (λ, α) és (R, α) korrelációs koefficiensre kapott 99%, -97% és -99% (sorrendben) értékek is igazolnak.

Ahogy fentebb említettem, a λ, R és α paraméterek (illetve az ezekből származtatott, a következő szakaszban részletezett $\hat{R}$ és $\lambda/\lambda_{\max}$ értékek) meghatározása szisztematikus bizonytalanságokkal terhelt, ezeket a 3.2. táblázatban adom meg, töltésre és m_T-re átlagoltan, két, jól elkülönülő tartományban. Ezen felül megemlítem, hogy ezek a bizonytalanságok részben m_T-korreláltak, de tartalmaznak korrelálatlan komponenseket is. A párvágások hatása javarészt korrelálatlan bizonytalanságokat okoz, míg a PID vágások és az illesztés hatása m_T-korrelált. A többi bizonytalanság hatása λ-ra jórészt m_T-korrelált, míg R-re és α-ra korrelálatlan. Megemlítendő még, hogy a 3.2.4. szakaszban említett átlagolás miatt a publikált szisztematikus bizonytalanságok mindenképpen tartalmaznak korrelált komponenst is.

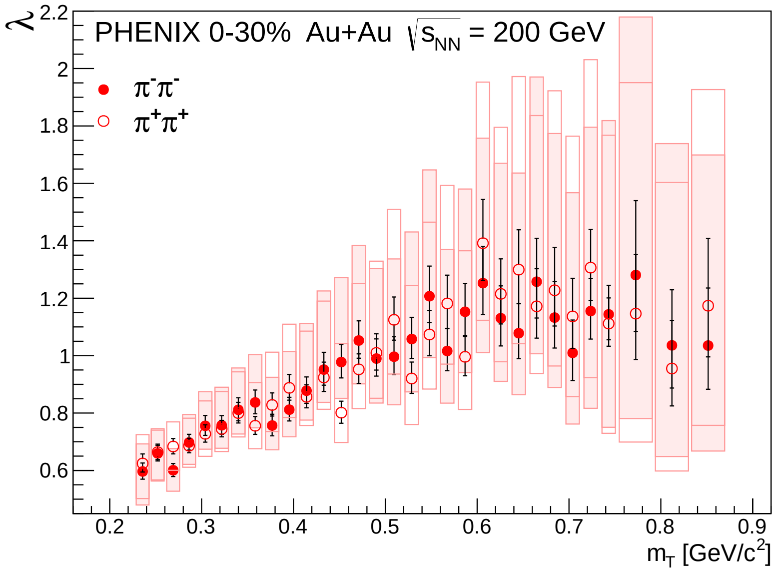
3.2.7. Az eredmények interpretációja

A fentiekben láthattuk, hogy az α értéke valamivel 1 felett volt. Ahogy az 1.5. szakaszban tárgyaltuk, a QCD kritikus pontjánál 0,5 vagy az alatti értékeket várhatunk [195–198, 207]. Ez alapján kijelenthetjük, hogy a várakozásoknak megfelelően a RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au ütközéseiben nem látjuk a kritikus pont jeleit – azonban igen fontos jövőbeli terv (sőt, a jelenben is ezen dolgozunk) hasonló méréseket végezni alacsonyabb energiákon is. Kijelenthetjük azt is, hogy az eredmények alapján igen jelentős eltéréseket észlelhetünk az $\alpha = 2$ Gauss-esettől, amelyet a hidrodinamikai modellek jeleztek előre [60, 147, 208–211]. A fentebb bemutatott mérések alapján a forrás

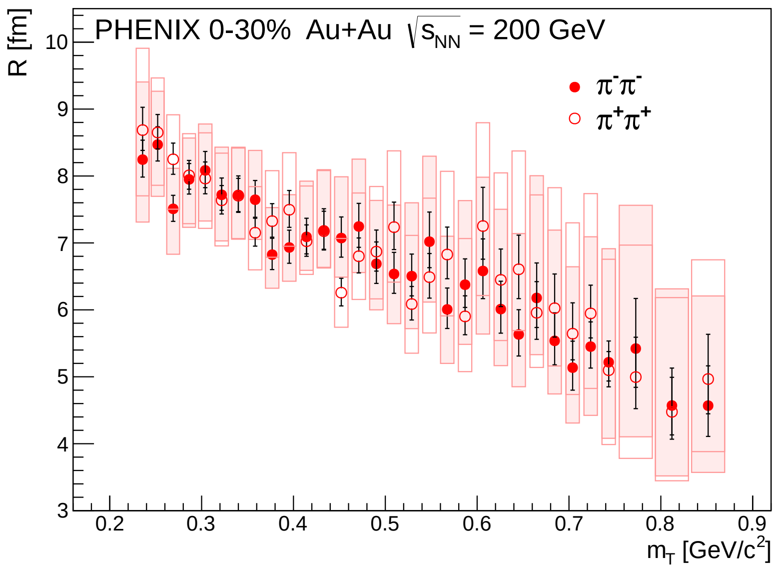
	λ [%]		R [%]		α [%]		$1/\hat{R}$ [%]		$\lambda/\lambda_{\max}$ [%]	
$m_T < 500$ MeV/c^2	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓
PID kar	8,9	9,6	8,5	5,8	9,2	4,9	5,4	6,0	12	20,
PID vágás	4,4	3,8	1,8	2,2	2,0	1,3	4,0	3,8	3,8	5,9
PID matching vágás	4,0	13	2,2	1,8	1,4	1,5	2,9	2,0	1,8	1,8
PID párvágás	4,4	3,0	2,2	1,8	1,5	1,5	3,1	2,3	8,0	4,3
PC3 matching vágás	14	0,6	4,7	2,2	1,9	3,0	8,9	0,0	0,2	19,
DC párvágás	3,0	3,4	1,9	2,5	1,9	1,5	0,7	0,7	13	1,7
Illesztés ($Q_{\min}$)	4,4	4,8	3,1	3,3	2,3	2,0	0,5	0,5	12	5,7
Illesztés ($Q_{\max}$)	3,2	3,2	2,2	2,2	2,0	2,0	0,2	0,2	4,3	4,3
Coulomb-hatás	9,4	0,0	4,2	0,0	0,0	3,4	3,8	0,0	0,0	10,
Összesen	21	18	12	8,5	11	7,8	13	7,8	24	31,

	λ [%]		R [%]		α [%]		$1/\hat{R}$ [%]		$\lambda/\lambda_{\max}$ [%]	
$m_T > 500$ MeV/c^2	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓	↑	↓
PID kar	28	12	17	6,9	4,9	7,4	5,6	4,2	16	12,
PID vágás	11	7,7	6,0	4,2	2,9	3,4	3,6	3,5	6,0	5,7
PID matching vágás	3,8	22	2,4	4,2	2,7	1,6	1,2	0,5	2,4	1,9
PID párvágás	7,7	7,5	4,3	5,1	3,5	2,5	2,9	2,1	4,1	4,5
PC3 matching vágás	38	0,1	17	1,5	0,9	8,7	13	0,0	9,1	7,6
DC párvágás	2,1	16	7,7	9,9	7,7	0,8	0,5	4,0	10	10,
Illesztés ($Q_{\min}$)	7,8	14	6,2	9,3	6,2	3,2	1,4	2,4	5,1	5,4
Illesztés ($Q_{\max}$)	4,5	4,5	3,2	3,2	2,1	2,1	0,5	0,5	6,6	6,6
Coulomb-hatás	21	0,0	13	0,0	0,0	8,1	2,0	0,0	1,6	2,0
Összesen	54	35	30	18	12	15	15	7,5	24	21,

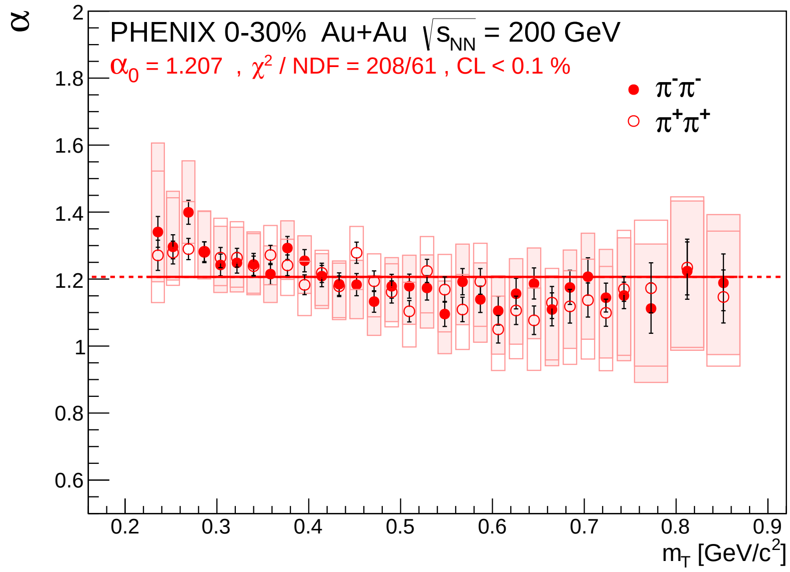
3.2. táblázat. Az m_T-re és töltésre átlagolt szisztematikus bizonytalanságok (két értékes jegyre kerekítve), külön a 180–500 MeV/c^2 és a 500–850 MeV/c^2 tartományokra. A bizonytalanságok részben korreláltak, forrástól, paramétertől is m_T-től függő módon. A ↑ és ↓ nyilak a pozitív és negatív irányú hibákat jelzik.



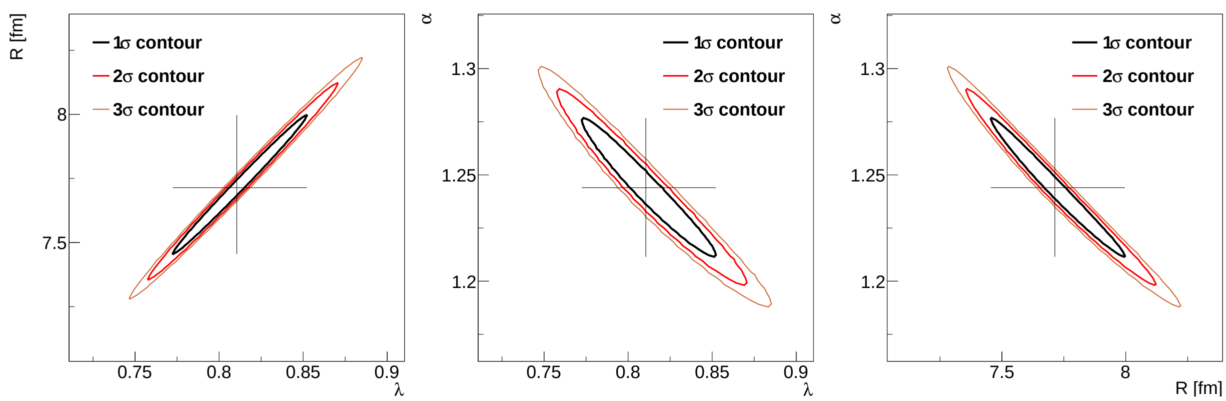
3.9. ábra. A korrelációk λ erőssége avagy tengelymetszeti paramétere, az átlagos m_T függvényében. A statisztikai bizonytalanságokat vonalak, a szisztematikusakat dobozok jelölik.



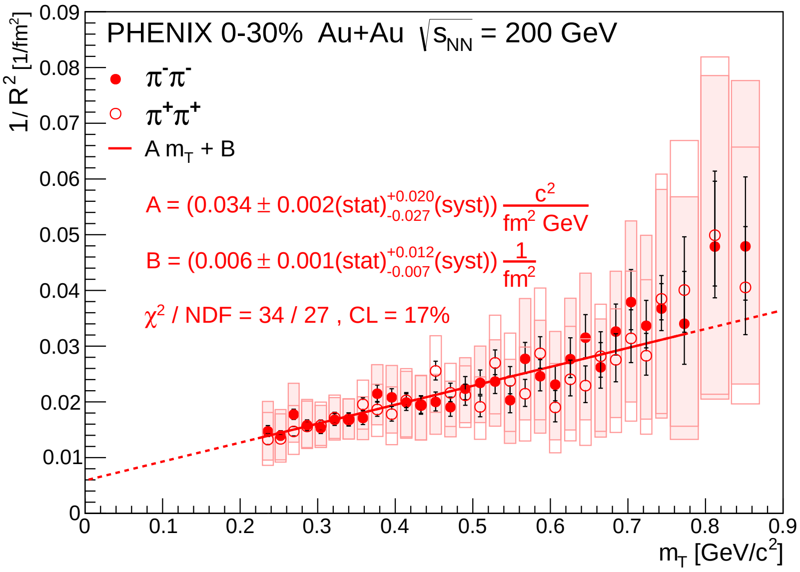
3.10. ábra. Az R Lévy-skálaparaméter m_T-függése. A statisztikai és szisztematikus bizonytalanságokat a 3.9. ábrához hasonlóan jelöltük.



3.11. ábra. Az α Lévy-index m_T-függése. A statisztikai és szisztematikus bizonytalanságokat a 3.9. ábrához hasonlóan jelöltük. A vízszintes vonal $\alpha = 1{,}207$-hez tartozik, és az α értékek súlyozott átlagát jelöli.



3.12. ábra. Az illesztés χ^2-térképének kontúr vonalai (a (λ, R), (λ, α) és (R, α) síkokban) 0,331 and 0,349 GeV/c^2 közötti m_T-vel rendelkező $\pi^-\pi^-$ párok esetére. A függőleges és vízszintes vonalak alkotta kereszt a MINOS algoritmus alapján adódó statisztikai bizonytalanságokat jelöli.



3.13. ábra. A Lévy-skálaparaméter inverz négyzetének ($1/R^2$) m_T-függése. A statisztikai és szisztematikus bizonytalanságokat a 3.9. ábrához hasonlóan jelöltük.

statisztikailag elfogadható leírását adja a Lévy-eloszlás, átlagosan $\alpha \approx 1{,}2$ stabilitási indexszel, ahogy a 3.11. ábrán látható.

Többféle forgatókönyv is vezethet ilyen Lévy-jellegű, hatványfüggvény-szerű lecsengések megjelenéséhez. Egy fontos lehetőség a táguló közegben egyre növekvő szabad úthosszal történő rugalmas szórás, amely anomális diffúzióhoz, avagy Lévy-repüléshez vezet, ahogy a 3.1.8. szakaszban, illetve a 3.6. ábrán is láthattuk. Ha valóban ez a jelenség vezet a Lévy-eloszlások megjelenésekor, akkor minél kisebb az adott részecske szórási hatáskeresztmetszete, annál nagyobb a szabad úthossza, és így annál lassabban lecsengő az ezt a részecskét leíró forrás. Ennek alapján a pionok, kaonok és protonok korrelációinak Lévy-indexét érdemes összehasonlítani [191, 212], erre egy következő analízisben kerülhet sor.

A Lévy-skálaparaméter (R) a térbeli forrás méretskáláját (illetve annak homogenitási hosszát) adja meg, így ennek m_T-függését érdemes részletesebben is megvizsgálni. Arra jutottunk, ahogy a 3.13. ábra mutatja, hogy jó közelítéssel érvényes a jól ismert, $1/R^2 \propto m_T$ jellegű hidrodinamikai skálázás, különösen az alacsony m_T-s régióban. Ez a skálázás hidrodinamikai számolásokból ered [60, 136, 147–149, 208–211], amelyek $\alpha = 2$ feltevéssel (azaz Gauss-forrással) dolgoztak – ez különösen érdekes annak fényében, hogy az itt prezentált mérésben ez a feltétel igen szignifikánsan sérül. A lineáris skálázás vizsgálata érdekében $Am_T + B$ egyenest illesztettünk az $1/R^2$ adatokra, kizárólag a statisztikai bizonytalanságok figyelembevételével. Az ebből adódó paraméterek a következők:

$$A = 0{,}034 \pm 0{,}002\ (\text{stat})^{+0{,}020}_{-0{,}027}\ (\text{sziszt})\ \frac{c^2}{\text{fm}^2\text{GeV}}, \tag{3.80}$$

$$B = 0{,}006 \pm 0{,}001\ (\text{stat})^{+0{,}012}_{-0{,}007}\ (\text{sziszt})\ \frac{1}{\text{fm}^2}, \tag{3.81}$$

ahogy a 3.13. ábrán is látható. Az A és B illesztési paraméterek szisztematikus bizonytalanságait úgy határoztuk meg, hogy az $1/R^2$ adatpontok m_T-függését az összes különböző beállítás és vágás (ezeket ld. a 3.2. táblázatban) szisztematikus vizsgálata mellett külön illesztettük. A fentiekben kapott $Am_T + B$ függést a következő alakban is kifejezhetjük:

$$R(m_T) = \frac{R_\xi}{\sqrt{m_T/m_\pi + \xi}} \tag{3.82}$$

és ebben az esetben a paraméterekre $R_\xi = (14{,}55 \pm 0{,}43)$ fm és $\xi = 1{,}27 \pm 0{,}22$ értékeket kapunk. Ez azért lehet kifejező, mert ebben az esetben $R_\xi/\sqrt{\xi}$ a forrás geometriai méretére utal, míg ξm_π a transzverz tágulással és a kifagyási hőmérséklettel lehet kapcsolatban a [60, 147, 210, 211].

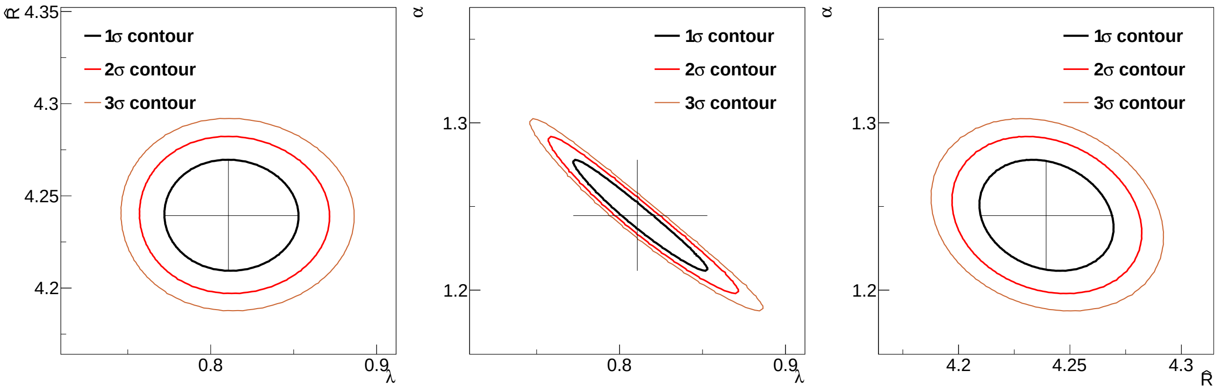
Ahogy fentebb említettük, az α, R és λ változók igen erősen korreláltak, és így ésszerű (bár statisztikailag nem feltétlenül elfogadható) illesztések adódhatnak a paraméterek több kombinációjával is. Ezt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy az illesztésnek vannak erős és gyenge módusai is. Mindez arra sarkallhat minket, hogy erős módust keressünk, amely kevésbé korrelált az eredeti paraméterekkel. Váratlanul, elméleti motiváció nélkül (kivéve esetleg W. A. Zajc cikkét [213], ahol a Gauss- és exponenciális illesztésekkel kapott sugarak közötti összefüggést keresi) fedeztük fel, hogy az alábbi skálaparaméter valóban így viselkedik:

$$\hat{R} = \frac{R}{\lambda(1+\alpha)}. \tag{3.83}$$

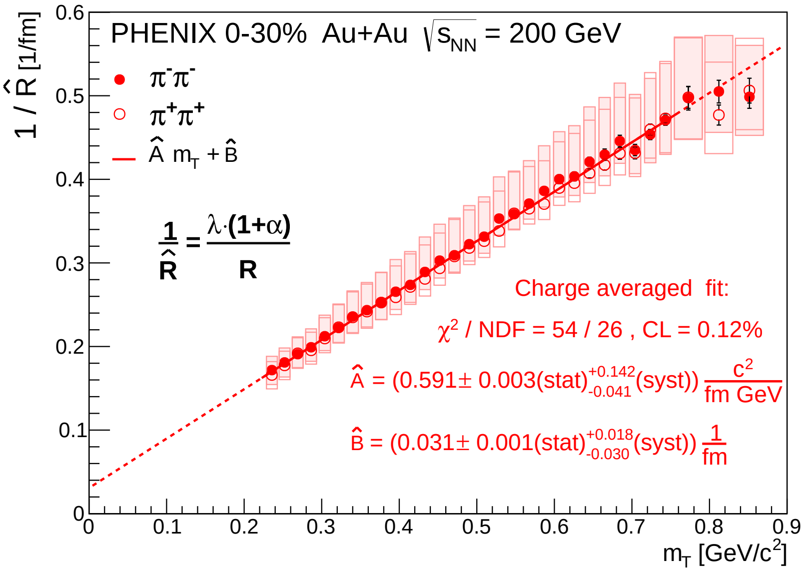
Ha az így definiált paramétert használjuk a χ^2-minimalizáció során (az R paraméter helyett, ez utóbbit akkor $R = \hat{R}\lambda(1+\alpha)$ módon kapjuk meg), akkor az így adódó λ, R és α paraméterek azonosak a korábbiakkal, de a $(\lambda, \hat{R})$ és $(\hat{R}, \alpha)$ korrelációs együtthatók jelentősen lecsökkennek, 20–30% körüli értékekre, szemben a (λ, R) and (R, α) koefficiensekre kapott $\sim$95% értékekkel. A χ^2-térképek kontúr vonalai is ezt tükrözik, ahogy a 3.14. ábra is mutatja. Ebből adódik az is, hogy az $\hat{R}$ paraméter statisztikai bizonytalansága is jelentősen kisebb, mint R-é, ahogy a 3.10. és a 3.15. ábrát összehasonlítva is láthatjuk.

Igen meglepő és érdekes a fentieken túl azt is észrevenni, hogy az $1/\hat{R}$ értékek lineárisan skáláznak az m_T függvényében, ahogy a 3.15. ábra mutatja. Ezekre az adatpontokra (töltésátlagolás után, enélkül az egyenesillesztés éppen átbillen a statisztikai elfogadhatóság alsó határán)

dc_1677_19



3.14. ábra. Az illesztés χ^2-térképenek kontúr vonalai (a $(\lambda, \hat{R})$, (λ, α) és $(\hat{R}, \alpha)$ síkokban) 0,331 and 0,349 GeV$/c^2$ közötti m_T-vel rendelkező $\pi^-\pi^-$ párok esetére. A függőleges és vízszintes vonalak alkotta kereszt a MINOS algoritmus alapján adódó statisztikai bizonytalanságokat jelöli. Az ábrát a 3.12. ábrával érdemes összevetni.



3.15. ábra. Az új $\hat{R}$ skálaparaméter m_T-függése, egy lineáris illesztéssel. A statisztikai és szisztematikus bizonytalanságokat a 3.9. ábrához hasonlóan jelöltük.

$1/\hat{R}(m_T) = \hat{A}m_T + \hat{B}$ egyenest illesztettünk, amelynek paramétereire a következő adódik:

$$\hat{A} = (0{,}591 \pm 0{,}003\ (\text{stat})^{+0{,}142}_{-0{,}041}\ (\text{sziszt}))\ \frac{c^2}{\text{GeVfm}}, \tag{3.84}$$

$$\hat{B} = (0{,}031 \pm 0{,}001\ (\text{stat})^{+0{,}018}_{-0{,}030}\ (\text{sziszt}))\ \frac{1}{\text{fm}}. \tag{3.85}$$

Ezen paraméterek statisztikai és szisztematikus bizonytalanságát az $1/R^2$ paraméter m_T-függéséhez hasonlóan határoztuk meg. Fontos rögzíteni, hogy az $1/\hat{R} \propto m_T$ (affin) lineáris skálázás fizikai oka és interpretációja teljes mértékben ismeretlen számunkra mindmáig. Ennek ellenére vizsgáljuk meg részletesebben, milyen $\lambda(m_T)$ alak vezethet az általunk felfedezett $1/\hat{R}(m_T)$ skálázásra. Elsőként alakítsuk át a fenti (affin) lineáris $1/\hat{R}(m_T)$ alakot így:

$$\hat{R}(m_T) = \frac{\hat{R}_\xi}{m_T/m_\pi + \hat{\xi}}, \tag{3.86}$$

ahol a paraméterek értéke $\hat{R}_\xi = (12{,}21 \pm 0{,}06)$ fm és $\hat{\xi} = 0{,}38 \pm 0{,}01$. Eszerint $\hat{R}$ definíciójával és R m_T-függésével együtt, azaz a (3.82) és a (3.83) egyenletek alapján, α m_T-függetlenségét is felhasználva a következő adódik:

$$\lambda(m_T) = \frac{1}{1+\alpha}\frac{R_\xi}{\hat{R}_\xi}\frac{m_T/m_\pi + \hat{\xi}}{\sqrt{m_T/m_\pi + \xi}} \tag{3.87}$$

Ez a formula azonban nagy m_T értékekre $\lambda \sim \sqrt{m_T}$ aszimptotikus függést jósol, ami λ mag-glória hányados alapján adott értelmezésének ellentmond, ez utóbbi szerint ugyanis λ nem nőhet egynél (lényegesen) nagyobb értékekre; ráadásul nagy m_T értékek esetén adataink λ telítődését jelzik. Mindez arra utal, hogy a fentiekben bemutatott lineáris skálázások bizonyos m_T értékig lehetnek kompatibilisek az adatokkal.

Térjünk most rá a λ paraméter részletesebb vizsgálatára. Elsőként említsük meg, hogy a korábbi mérések során legtöbbször a Gauss-közelítést alkalmaztak, ami kisebb λ értékekre vezetett. Ennek oka a λ és α közötti, a 3.12. és 3.14. ábrákon is látható antikorreláció. Ahogy a 3.1.5. és a 3.2.6. szakaszokban láttuk, λ értéke a mi mérésünkben is jellemzően kisebb egynél, és m_T-től függ. A 3.9. ábra tanúsága alapján λ értéke m_T-vel nő, majd $m_T = 0{,}5 - 0{,}6$ GeV/c^2 körül telítődik, eléri maximális értékét. Ezen megfigyelt m_T-függés oka az lehet, hogy a kis m_T-s pionok jelentősebb része származik hosszú élettartamú rezonanciákból (η, η', ω, K^0_S stb.). A mért adatokat ennek megfelelően összehasonlíthatjuk a rezonanciakeltést (dilepton adatok tanúsága szerint) leíró „rezonancia-koktél” modellekkel, amelyek a 3.1.5. szakaszban írtaknak megfelelően az η' mezon közegbeli tömegcsökkenését is tartalmazzák, vagy akár részben koherens pionkeltést tesznek fel. Hogy ezt az összevetést α-választástól, illetve a rezonanciák abszolút arányától függetlenül tehessük meg, érdemes a $\lambda/\lambda_{\max}$ hányadost vizsgálni, ahol $\lambda_{\max}$ a λ paraméter telítődési értéket jelöli, amelyet az $m_T > 0{,}55$ GeV/c^2 régióban számolunk ki. Ez azért is előnyös, mert így a szisztematikus bizonytalanságok jelentős része kiesik, illetve a Bose–Einstein-korrelációk feltett alakjától javarészt is független eredményt kapunk [214]. A 3.16. ábra mutatja a $\lambda/\lambda_{\max}$ kifejezés így adódó m_T-függését. Az eloszlás alakját összevethetjük egy empirikus

$$\lambda(m_T)/\lambda_{\max} = 1 - H \exp(-(m_T^2 - m_\pi^2)/(2\sigma^2)) \tag{3.88}$$

függvénnyel, ahol a paraméterek jelentése kézenfekvő: H a kis-m_T csökkenés mélységét (azaz a $\lambda(m_T = m_\pi)$ értéket) jelöli, míg σ ezen csökkenés szélességét adja meg. Ezekre a következő paraméterek adódtak:

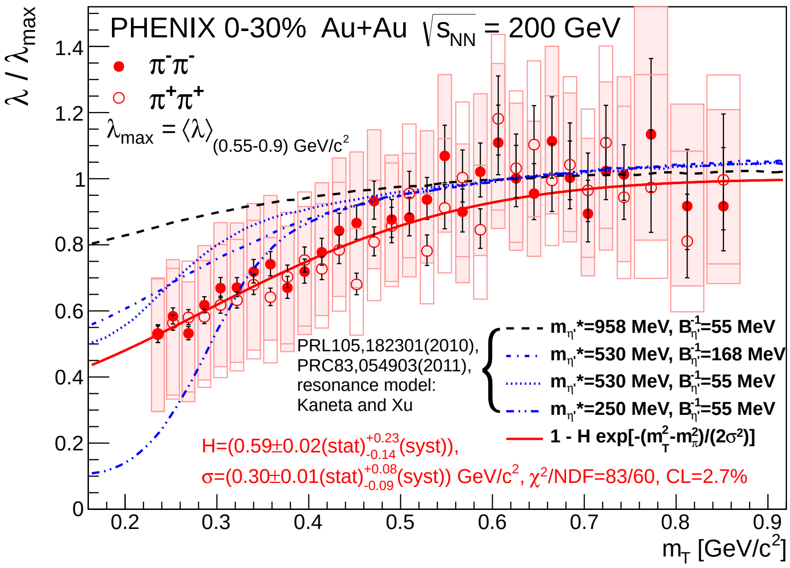
$$H = 0{,}59 \pm 0{,}02 \text{ (stat)}^{+0{,}23}_{-0{,}14} \text{ (sziszt)}, \tag{3.89}$$

$$\sigma = (0{,}30 \pm 0{,}01 \text{ (stat)}^{+0{,}08}_{-0{,}09} \text{ (sziszt)}) \text{ GeV}/c^2. \tag{3.90}$$

Itt a statisztikai és szisztematikus bizonytalanságokat ugyanúgy kezeltük, ahogy fentebb az $1/R^2(m_T)$ és $1/\hat{R}(m_T)$ esetekben, egy pontosítással: itt a $\lambda_{\max}$ érték statisztikai bizonytalanságát normálási bizonytalanságnak tekintettük, és ez a telítődési régió választásához hasonlóan elhanyagolható ($\approx$1%) bizonytalanságot eredményezett. Fontos észrevenni, hogy ezek alapján HG szignifikánsal eltér nullától, tehát a $\lambda(m_T)$ alakban kis m_T-nél megjelenő csökkenés statisztikailag szignifikáns.

Ilyen csökkenést okozhat például a részlegesen koherens pionkeltés, ahogy a (3.42) egyenlet is mutatja. Ugyanakkor az erre vonatkozó [215] publikáció szerint λ értéke m_T-független. Ezzel szemben a fenti (3.88) egyenlet adódik a pionlézer-modellben [216, 217]. A modellből ugyanakkor a $H \leq 0{,}06$ felső határérték is következik, a mérésünkben kapott R és σ értékek figyelembevételével. A magasabb rendű Bose–Einstein-korrelációk mérése szükséges ezen kérdés további vizsgálatához; ezzel kapcsolatban előzetes adatok jelentek meg a [176, 177] publikációkban (jelen disszertáció szerzőjének témavezetése mellett), és további eredmények várhatóak a közeljövőben. Most azonban térjünk vissza a $\lambda(m_T)$ adatok értelmezéséhez, azzal a feltevéssel élve, hogy esetünkben a koherencia nem játszik jelentős szerepet.

Ahogy a 3.1.5. szakaszban is tárgyaltuk, az $U_A(1)$ szimmetria helyreállása az η' közegbeli tömegének csökkenését, és így a λ kis m_T-s csökkenését vonhatná maga után [172]. A 3.16. ábrán ezért adatainkat különféle számolásokkal [173, 174] vetettük össze. Ezek a hosszú élettartamú rezonanciák Kaneta–Xu-modelljét tették fel [218], és sokféle $m^*_{\eta'}$ (közegbeli η' tömeg) és $B^{-1}_{\eta'}$ (az η' kondenzátum hőmérsékleti – spektrummeredekségi – paramétere) mellett számolták ki a λ paraméter m_T-függését. Adataink a tömegmódosulás nélkül (az $m^*_{\eta'} = m_{\eta'} = 958$ MeV esetben) kapott görbéhez képest kis m_T-nél jelentős csökkenést mutatnak. A szisztematikus bizonytalanságokat



3.16. ábra. A $\lambda/\lambda_{\max}$ normált korrelációs erősség m_T-függése, a (3.88) formulával végzett illesztés, és a [173, 174] publikációkban közölt számítások eredményei, néhány $m^*_{\eta'}$ és $B^{-1}_{\eta'}$ érték esetén. A statisztikai és szisztematikus bizonytalanságokat a 3.9. ábrához hasonlóan jelöltük.

is figyelembe véve adataink nem inkonzisztensek az említett számolások egyes paraméterértékek mellett vett eredményeivel. Az adatok tehát fontos és erős új megszorítást jelentenek a jövőbeli, részletesebb elméleti munkák számára, amelyek az $U_A(1)$ szimmetria közegbeli részleges helyreállását vizsgálják. Ezen felül további mérések szükségesek, ahogy az η' mezon további bomlási csatornáinak vizsgálata is elengedhetetlen, hogy tisztább képet kaphassunk az η' mezon szerepéről.

Ezt a szakaszt azzal zárjuk, hogy a fentiek bemutatták: a Lévy-eloszlású forrással, a Coulomb-kölcsönhatást és a mag-glória modellt is figyelembe véve számolt korrelációs függvények megfelelő leírását adják az adatoknak. Mivel a Lévy-exponensre vonatkozóan konkrét előrejelzések születtek a másodrendű fázisátmenet esetére, így nagy fontosságú, hogy hasonló méréseket végezzünk különféle ütközési energiákon, különféle centralitások esetén, és különféle típusú azonosított részecskékre, akár sokrészecske-korrelációkat is vizsgálva. Mindez segítségünkre szolgál majd a QCD kritikus pontjának keresésében – e disszertáció szerzőjének ez áll jelenlegi kutatómunkája fókuszában. A következőkben térjünk azonban vissza a Bose–Einstein-korrelációkra, illetve ezek fenomenológiai elemzésére.

3.3. Korrelációs sugarak a Buda–Lund-modellben

3.3.1. Az azimut aszimmetria megjelenési formái

Ahogy az előző, 2. fejezetben is láthattuk, a nem centrális nagyenergiás nehézion-ütközésekben történő részecskekeletkezés téridőbeli eloszlásából értékes információt nyerhetünk a közeg dinamikájára vonatkozólag. A hadroneloszlások azimut aszimmetriája, avagy az elliptikus folyás az ütközésekben keletkező anyag termalizációjára és közel tökéletes folyadékdinamikája kérdésében nyert tudásunk egyik sarokköve [219]. A korrelációs sugarak azimut szögtől való függése nem centrális ütközésekben a reakciósíkra merőleges irányban megnyúlt tűzgömbre utal [220]. A rendszer eredetileg is ebben az irányban nyúlt meg (lásd 1.7. ábra), így ez a megfigyelés a rendszer élettartamának felső korlátját adja (hosszú idő elteltével a jobban összenyomott irányban a nagyobb nyomás következtében fellépő nagyobb tágulási sebesség megfordítaná az aszimmetriát), és korai, hirtelen kifagyást jósol [221].

A fenti jelenségekben keveredik a tűzgömb térbeli aszimmetriája és a sebességtér (illetve az ebből adódó impulzuseloszlás) azimut szögbeli aszimmetriája. Az a kérdés, hogy hogyan tudjuk elválasztani egymástól ezt a két aszimmetriát, és őket az adatokból külön-külön meghatározni. Ezt egy modell keretében tehetjük meg, és jelen fejezetben erre a Buda–Lund hidrodinamikai modellt [72] használom, az [58] publikáció számításainak megfelelően. A modell tulajdonképpen a hadronikus végállapot egzakt, analitikus hidrodinamikai megoldásokkal [13, 48, 54, 222, 223] alátámasztott parametrizációját adja meg. A következőkben bemutatom, hogy a Buda–Lund hidrodinamikai modellben az elliptikus folyást kizárólag a folyási anizotrópia adja, ugyanakkor a HBT sugarak oszcillációja (azimut szögtől való függése) erőteljesen függ mind a térbeli és folyási aszimmetriáktól. Ezzel szemben például kvark koaleszcenciát feltevő modellekben [23], numerikus, longitudinálisan boost-invariáns modellekben [224] ez nincs így, ezekben mindkét megfigyelhető mennyiségben keverednek az aszimmetriák. A HBT sugarak azimut aszimmetriáját kaszkád (részecskebomlásokat nyomon követő) modellekben is vizsgálták, például a [225] hivatkozás gyors Monte-Carlo modelljében, vagy a Hadron Rezonancia Kaszkád modellben [226]. A [227] hivatkozásban javasoltak egy egyszerű módszert a két (térbeli és impulzusbeli) aszimmetria szétválasztására az elliptikus folyás és az azimut szögtől függő HBT sugarak méréseiből, egy roppant egyszerű modell alapján. Jelen szakaszban azt vizsgáljuk meg, hogy a Buda–Lund-modellben ezt a szétválasztást hogyan lehet megtenni. Érdemes megemlíteni, hogy hasonló analíziseket elvégeztünk a magasabb rendű aszimmetriákra is [65], illetve a Blast-Wave modellt is vizsgáltuk [66]. Itt azonban csak a másodrendű anizotrópiákat vizsgáljuk, a Buda–Lund-modell segítségével.

3.3.2. A Buda–Lund-modell

A Buda–Lund-modell alapját az előző, 2. fejezetben részletezett hidrodinamika adja, annak különféle ismert egzakt, analitikus megoldásai [13, 48, 54, 222, 223] alapján írja fel az energiasűrűség, hőmérséklet, számsűrűség vagy entrópiasűrűség, illetve a sebességtér téridőbeli alakját, de csak a kifagyási hiperfelületeken. A modell alapját a [72, 147] publikációk jelentik (előbbi a nemrelativisztikus, utóbbi a relativisztikus verzió). A modell sikerrel írja le a BRAHMS, PHENIX, PHOBOS és STAR azonosított részecskékre vonatkozó méréseit, pontosabban az impulzuseloszlásokat, korrelációs sugarakat, longitudinális rapiditáseloszlást, és elliptikus folyást, $\sqrt{s_{\rm NN}} = 130$ GeV [228] és $\sqrt{s_{\rm NN}} = 200$ GeV [229] energiájú Au+Au, illetve $\sqrt{s} = 200$-es p+p ütközésekben is [230]. Egyezést mutat továbbá a CERN SPS Pb+Pb adataiban mért megfigyelhető mennyiségekkel is [96], ahogy a $h + p$ reakciók eredményeit is leírja [138, 231]. Látható tehát, hogy a hadronikus végállapotot sikerrel modellezi, $S(x, p)$ emissziós függvénye (más néven forrásfüggvénye) segítségével.

A Buda–Lund-modell emissziós függvénye hidrodinamikailag táguló tűzgömböt ír le, amelyet hosszú élettartamú rezonanciák alkotta glória vesz körül [168]. Az emissziós függvény integráljait nyeregponti közelítésben végezhetjük el, hasonlóan az előző bekezdésben idézett hivatkozásokhoz. A bonyolultabb megközelítésben kettős forrást és nem-gaussi viselkedést teszünk fel, kiváltképp a longitudinális irányban [138]. Ugyanakkor, egyszeres nyeregpont esetén, Gauss-közelítésben a Buda-Lund emissziós függvény alakja az alábbi:

$$S(x,p)d^4x = \frac{g}{(2\pi)^3}\frac{p^\mu u_\mu(x_f)\,H(\tau_f)}{B(x_f,p)+s_q}\exp\left[-R^{-2}_{\mu\nu}(x-x_f)^\mu(x-x_f)^\nu\right]d^4x,$$

ahol g a spin-degenerációs faktor ($g = 1$ pszeudoskalár mezonokra, $g = 2$ feles spinű barionokra), x a téridővektor, p a négyesimpulzus, u a négyessebesség, $B(x, p)$ a fázistérbeli inverz Boltzmann-eloszlás, az s_q tagot a kvantumstatisztika határozza meg ($s_q = 0$, -1 illetve $+1$ Boltzmann-, Bose-Einstein- illetve Fermi-Dirac statisztikára). A maximális emisszió téridőbeli helyét az x_f négyesvektor jelöli. A részecskekeltés (emisszió) időbeli eloszlását $H(\tau)$ írja le, továbbá

$$R^{-2}_{\mu\nu} = \partial_\mu\partial_\nu(-\ln(S_0))(x_f,p), \tag{3.91}$$

az emissziós függvény inverz szélességeinek mátrixa, ahol bevezettük S_0-t, azaz $S(x, p)$ „lényeges" részét:

$$S_0(x,p) = \frac{H(\tau)}{B(x,p)+s_q}. \tag{3.92}$$

Relativisztikus, hidrodinamikailag táguló rendszerre a Boltzmann-eloszlás alakja:

$$B(x,p) = \exp\left(\frac{p\cdot u(x)}{T(x)} - \frac{\mu(x)}{T(x)}\right). \tag{3.93}$$

Az $u(x)$ négyessebesség, $\mu(x)$ kémiai potenciál és a $T(x)$ hőmérséklet alakjára a $[48, 54, 222]$ relativisztikus és a [232–235] nemrelativisztikus megoldások alapján adunk feltevéseket. Az alábbi skálaváltozót használjuk

$$s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}. \tag{3.94}$$

Itt $r_{x,y,z}$ a térbeli koordináták (r_z a tengely irányába mutat, r_x és r_y a transzverz síkot adják meg, és r_x van a reakciósíkban, míg r_y arra merőleges), és X, Y, Z a skálázást biztosító ellipszoid nagytengelyei a kifagyáskor. A négyessebességre az alábbi alakot tesszük fel

$$u^\mu(x) = (\gamma, r_x\frac{\dot{X}}{X}, r_y\frac{\dot{Y}}{Y}, r_z\frac{\dot{Z}}{Z}), \tag{3.95}$$

ahol $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$ a kifagyáskori tágulási sebességek, és γ biztosítja, ogy $u^\mu u_\mu = 1$ teljesüljön. A fugacitásra olyan alakot teszünk fel, hogy az visszaadja az $n(x)$-re a $[13, 232, 233]$ megoldásokban kapott Gauss-alakot:

$$\frac{\mu(x)}{T(x)} = \frac{\mu_0}{T_0} - s, \tag{3.96}$$

Feltesszük, hogy a hőmérséklet téridőbeli eloszlása is a fenti megoldások alakjához hasonló (ld. bővebben $[147, 236]$):

$$\frac{1}{T(x)} = \frac{1}{T_0}\left(1 + \frac{T_0 - T_s}{T_s}\, s\right)\left(1 + \frac{T_0 - T_e}{T_e}\,\frac{(\tau - \tau_f)^2}{2\Delta\tau^2}\right), \tag{3.97}$$

ahol T_0 és T_s a hőmérséklet a középpontban illetve a felületen a τ_f kifagyási időpontban, míg T_e a részecskekeletkezés nagy részének eltelte utáni lecsökkent hőmérséklet (szintén a középpontban). A hirtelen kifagyás itt $T_e = T_0$ és $\Delta\tau \to 0$ módon adható meg. Kényelmi szempontból bevezetjük a következő mennyiségeket

$$a^2 = \frac{T_0 - T_s}{T_s} = \left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle_\perp, \qquad d^2 = \frac{T_0 - T_e}{T_e} = \left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle_\tau. \tag{3.98}$$

A részecskekeltés időfüggésére ($H(\tau)$) egy keskeny Gauss-alakot teszünk fel, amely $\Delta\tau \to 0$ esetén egy τ_f-re centrált Dirac-deltát ad meg:

$$H(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta\tau^2}} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_f)^2}{2\Delta\tau^2}\right), \tag{3.99}$$

ahol tehát $\Delta\tau$ a részecskekeltés sajátidőbeli hossza.

Vizsgálatainkat innen mid-rapiditásnál végezzünk, azaz $p_z \ll p_t$ esetére (másképpen a $y \approx 0$ feltétel mellett). A fenti definíciókkal a Boltzmann-faktor így néz ki:

$$B(x_f, p) = \exp\left(\frac{p_x^2}{2m_t T_x} + \frac{p_y^2}{2m_t T_y} - \frac{p_t^2}{2m_t T_0} + \frac{m_t}{T_0} - \frac{\mu_0}{T_0}\right), \tag{3.100}$$

ahol $m_t = \sqrt{p_t^2 + m^2}$ a transzverz tömeg, és az irányfüggő meredekségi paraméterek pedig:

$$T_x = T_0 + m_t \dot{X}^2 \frac{T_0}{T_0 + m_t a^2}, \tag{3.101}$$

$$T_y = T_0 + m_t \dot{Y}^2 \frac{T_0}{T_0 + m_t a^2}. \tag{3.102}$$

3.3.3. Elliptikus folyás a Buda–Lund-modellből

Az elliptikus folyásra az alábbi egyszerű eredmény jön ki, amelyet hidrodinamikai megoldások is alátámasztanak [13, 60, 72] (illetve a (2.45) egyenletben is ugyanez adódott):

$$v_2 = \frac{I_1(w)}{I_0(w)}, \tag{3.103}$$

ahol I_n itt is a másodfajú módosított Bessel-függvényeket jelöli. Ezek argumentuma a

$$w = \frac{p_t^2}{4m_t}\left(\frac{1}{T_y} - \frac{1}{T_x}\right). \tag{3.104}$$

változó, amelyet így is írhatunk:

$$w = E_K \frac{\epsilon}{T_{\text{eff}}}, \tag{3.105}$$

ahol E_K a transzverz kinetikus energia egyfajta relativisztikus általánosítása:

$$E_K = \frac{p_t^2}{2m_t}, \tag{3.106}$$

és bevezettük a T_{eff} effektív hőmérsékletet, amely a p_t spektrum inverz logaritmikus meredekségét adja meg:

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{T_x} + \frac{1}{T_y}\right), \tag{3.107}$$

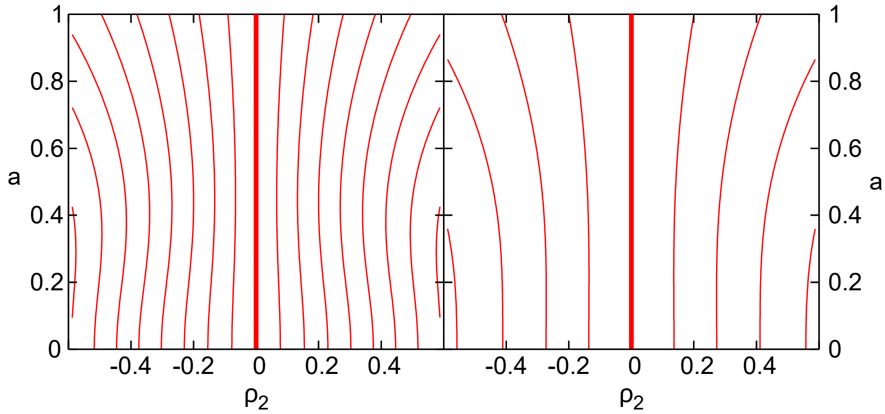
és az impulzustérbeli excentricitást:

$$\epsilon = \frac{T_x - T_y}{T_x + T_y}. \tag{3.108}$$

Ha nincsen hőmérsékleti gradiens ($a^2 = 0$), akkor ennek egyszerűbb verziója (lásd [13, 72, 74]):

$$\epsilon = \frac{\dot{X}^2 - \dot{Y}^2}{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + 2T_0/m_t}. \tag{3.109}$$

Ezek alapján a Buda–Lund-modell az elliptikus folyás univerzális skálázását jelezte előre [74, 237, 238]. Eszerint, a v_2 mért értéke nem függ külön az impulzustól, rapiditástól, részecsketömegtől, ütközési energiától, centralitástól, csak a w skálaváltozón keresztül. Ennek vezető rendű közelítése megtehető $E_K \approx m_t - m$ szerint, amely változó szerinti skálázás a PHENIX adataiban szintén megjelenik [22, 239].



3.17. ábra. A v_2 szintvonalai pionok esetén, ρ_2 és a függvényében. A szomszédos vonalak közötti növekmény 0,05, míg a vastag, függőleges vonal (a panelek közepén) a $v_2 = 0$ esetet jelöli. Az elliptikus folyás előjele megegyezik ρ_2 előjelével. A jobb oldali ábrán $p_t = 0{,}5$ GeV$/c$, míg bal oldalon $p_t = 1{,}0$ GeV$/c$. A többi használt paramétert az adatok alapján választottuk (ld. 3.3.5. fejezet): $T_0 = 163$ MeV, $\rho_0 = 0{,}61$.

Általánosságban a hadronspektrumok azimut anizotrópiáját a tágulási sebesség abszolút értéke és irányítása is befolyásolja, amely tulajdonképpen úgy jelenik meg, hogy v_2-t a térbeli és a folyási aszimmetria is befolyásolja [240]. A Buda-Lund modellből kapott v_2-ben azonban (ld. (3.103)–(3.109)) a térbeli anizotrópia nem játszik szerepet: a (3.103) csak az $\dot{X}$ és $\dot{Y}$ tágulási sebességektől függ (a T_x és T_y meredekségi paramétereken keresztül), az X és Y térbeli méretektől nem. Ebben a modellben tehát $v_2 = 0$, amennyiben a kifagyáskor $\dot{X} = \dot{Y}$ [6]. Ebben az értelemben azt mondhatjuk, hogy a Buda–Lund-modellben v_2-t a reakciósíkbeli ($\dot{X}$) és az arra merőleges ($\dot{Y}$) tágulási sebesség különbsége határozza meg.

Hogy a korábbi modellekből [220,240] kapott eredményekkel a jelenlegieket könnyen összevessük, bevezetjük a ρ_0 és ρ_2 mennyiségeket:

$$\dot{X} = \rho_0(1+\rho_2), \qquad \dot{Y} = \rho_0(1-\rho_2), \text{ azaz} \tag{3.110}$$

$$\rho_0 = \frac{1}{2}\left(\dot{X}+\dot{Y}\right), \qquad \rho_2 = \frac{\dot{X}-\dot{Y}}{\dot{X}+\dot{Y}}. \tag{3.111}$$

A Buda–Lund-modellben v_2 a (3.98) egyenletben definiált a hőmérsékleti gradienstől is függ. Ez tulajdonképpen a T_x és T_y közötti különbséget „moderálja”, és megnöveli v_2 értékét fix ρ_2 mellett. Az elliptikus folyás ρ_2 és a paraméterektől való függését a 3.17. ábrán mutatjuk be.

[6] Természetesen a dinamika szerint ha $X = Y$, akkor $\dot{X} = \dot{Y}$, de egy időpillanatra (a kifagyáskor például) az $X \neq Y$ és $\dot{X} = \dot{Y}$ helyzet is előállhat.

3.3.4. A korrelációs sugarak szögfüggése

A kétrészecske Bose-Einstein korrelációs függvény (ahogy a 3.1. fejezetben láthattuk) a forrásfüggvényből számolható. A táguló ellipszoid tengelyei által kijelölt koordináta-rendszerben számolva, a Buda–Lund-modellből (ld. (3.91)) az eredmény az alábbi:

$$C(q) = 1 + \lambda \mathrm{e}^{-q_0^2 \Delta\tau_*^2 - q_x^2 R_{*,x}^2 - q_y^2 R_{*,y}^2 - q_z^2 R_{*,z}^2} \tag{3.112}$$

ahol λ a szokásos mag-glória paraméter, $q = p_1 - p_2$, és

$$\frac{1}{\Delta\tau_*^2} = \frac{1}{\Delta\tau^2} + \frac{m_t}{T_0}\frac{d^2}{\tau_0^2}, \tag{3.113}$$

$$R_{*,x}^2 = X^2 \left(1 + \left(a^2 + \dot{X}^2\right)\frac{m_t}{T_0}\right)^{-1}, \tag{3.114}$$

$$R_{*,y}^2 = Y^2 \left(1 + \left(a^2 + \dot{Y}^2\right)\frac{m_t}{T_0}\right)^{-1}, \tag{3.115}$$

$$R_{*,z}^2 = Z^2 \left(1 + \left(a^2 + \dot{Z}^2\right)\frac{m_t}{T_0}\right)^{-1}. \tag{3.116}$$

A $p_1^2 = p_2^2 = m^2$ tömeghéjfeltételből

$$q_0 = \beta_x q_x + \beta_y q_y + \beta_z q_z \tag{3.117}$$

ahol $\beta = K/K^0 = (p_1 + p_2)/(E_1 + E_2)$. Ezzel (3.112) így módosul:

$$C(q) = 1 + \lambda \exp\left(-\sum_{i,j=x,y,z} R_{ij}^2 q_i q_j\right) \tag{3.118}$$

a korrelációs, avagy HBT sugarak pedig ezek lesznek:

$$R_{ii}^2 = R_{*,i}^2 + \beta_i^2 \Delta\tau_*^2, \text{ ahol } i = x, y, z, \text{ és} \tag{3.119}$$

$$R_{ij}^2 = \beta_i \beta_j \Delta\tau_*^2, \text{ ahol } i, j = x, y, z. \tag{3.120}$$

Ezek a sugarak a táguló ellipszoid által definiált koordináta-rendszerben adottak. Általában ezt a Bertsch-Pratt koordináta-rendszerben [76] szokás megadni, ahogy azt a 2.4.2. fejezetben is tettük. Itt *out* a pár átlagos transzverz impulzusának iránya, *long* a longitudinális (z) irány, míg *side* mindkettőre merőleges. A korrelációs függvény ebben a koordináta-rendszerben:

$$C(q) = 1 + \lambda \mathrm{e}^{-q_o^2 R_o^2 - q_s^2 R_s^2 - q_l^2 R_l^2 - 2(q_o q_s R_{os}^2 + q_o q_l R_{ol}^2 + q_s q_l R_{sl}^2)}\,. \tag{3.121}$$

A longitudinálisan együtt-mozgó rendszerben (ahol $\beta_l = 0$) a HBT sugarak így adódnak:

$$R_o^2 = R_{*,x}^2 \cos^2\varphi + R_{*,y}^2 \sin^2\varphi + \beta_o^2 \Delta\tau_*^2 \tag{3.122}$$

$$R_s^2 = R_{*,x}^2 \sin^2\varphi + R_{*,y}^2 \cos^2\varphi, \tag{3.123}$$

$$R_l^2 = R_{*,z}^2 \tag{3.124}$$

$$R_{os}^2 = \frac{R_{*,y}^2 - R_{*,x}^2}{2}\sin(2\varphi)\,, \quad R_{ol}^2 = 0\,, \quad R_{sl}^2 = 0 \tag{3.125}$$

Kényelmes a korrelációs sugarakat Fourier-sorba fejteni a φ azimut szög szerint [241, 242]. Itt ez különösen egyszerű, hiszen csak nulladik és másodrendű tagok jelennek meg, tehát a sugarak kifejezése $R^2 = R_0^2 + R_2^2\cos(2\phi)$ módon írható fel, ezekkel az együtthatókkal:

$$R_{o,0}^2 = \frac{R_{*,x}^2 + R_{*,y}^2}{2} + \beta_o^2\Delta\tau_*^2 \qquad R_{o,2}^2 = \frac{R_{*,x}^2 - R_{*,y}^2}{2} \tag{3.126}$$

$$R_{s,0}^2 = \frac{R_{*,x}^2 + R_{*,y}^2}{2} \qquad R_{s,2}^2 = \frac{R_{*,y}^2 - R_{*,x}^2}{2} \tag{3.127}$$

$$R_{l,0}^2 = R_{*,z}^2 \qquad R_{l,2}^2 = 0 \tag{3.128}$$

A tűzgömb reakciósíkja nagy ütközési energián többnyire nem döntött ($\vartheta = 0$). Amennyiben a táguló ellipszoid az ütközés utáni maradék perdülete miatt valamelyest elforog, bevezethetünk egy ϑ szöget, amely az ellipszoid z tengelye és a nyaláb által definiált longitudinális irány zár be. Bevezethetjük továbbá a φ szöget is, amelyet az out irány zár be a reakciósíkkal. Ezekkel a HBT sugarak így adódnak:

$$R_o^2 = R_x'^2\cos^2\varphi + R_y^2\sin^2\varphi + R_{xy}'^2\sin(2\varphi), \tag{3.129}$$

$$R_s^2 = R_x'^2\sin^2\varphi + R_y^2\cos^2\varphi - R_{xy}'^2\sin(2\varphi), \tag{3.130}$$

$$R_l^2 = R_x^2\sin^2\vartheta + R_z^2\cos^2\vartheta + R_{xz}^2\sin(2\vartheta), \tag{3.131}$$

$$2R_{os}^2 = -R_x^2\sin(2\varphi) + R_y^2\sin(2\varphi) + 2R_{xy}'^2\cos(2\varphi), \tag{3.132}$$

$$2R_{sl}^2 = \Big(R_x^2\sin(2\vartheta) + R_z^2\sin(2\vartheta) - 2R_{xz}\cos(2\vartheta)\Big)\sin\varphi + \Big(2R_{xy}^2\sin\vartheta + 2R_{yz}^2\cos\vartheta\Big)\cos\varphi, \tag{3.133}$$

$$2R_{lo}^2 = \Big(R_x^2\sin(2\vartheta) - R_z^2\sin(2\vartheta) + 2R_{xz}\cos(2\vartheta)\Big)\cos\varphi + \Big(2R_{xy}^2\sin\vartheta + 2R_{yz}^2\cos\vartheta\Big)\sin\varphi, \tag{3.134}$$

ha bevezetjük a következő segédmennyiségeket

$$R_x'^2 = R_x^2\cos^2\vartheta + R_z^2\sin^2\vartheta - R_{xz}^2\sin(2\vartheta) \tag{3.135}$$

$$R_{xy}'^2 = R_{xy}^2\cos\vartheta - R_{yz}^2\sin\vartheta \tag{3.136}$$

A Buda–Lund-modell ezen egy nyeregpontos Gauss-közelítésében a korrelációs sugarak φ szögtől való függése expliciten adott tehát a (3.122)–(3.125) egyenletekben. Néhány szokásos felismerést tehetünk ezekkel kapcsolatban:

- Az $|R^2_{o,2}|$, $|R^2_{s,2}|$, és $|R^2_{os,2}|$ sugarak megegyeznek.
- A részecskekeltés effektív időtartamát a nem oszcilláló tagok különbsége adja meg:

$$\beta_o^2 \Delta\tau_*^2 = R^2_{o,0} - R^2_{s,0}\,; \tag{3.137}$$

- A forrás effektív méreteit ($R^2_{*,x}$ és $R^2_{*,y}$) az adatok így adják meg:

$$R^2_{*,x} = R^2_{s,0} - R^2_{s,2} \text{ és } R^2_{*,y} = R^2_{s,0} + R^2_{s,2}. \tag{3.138}$$

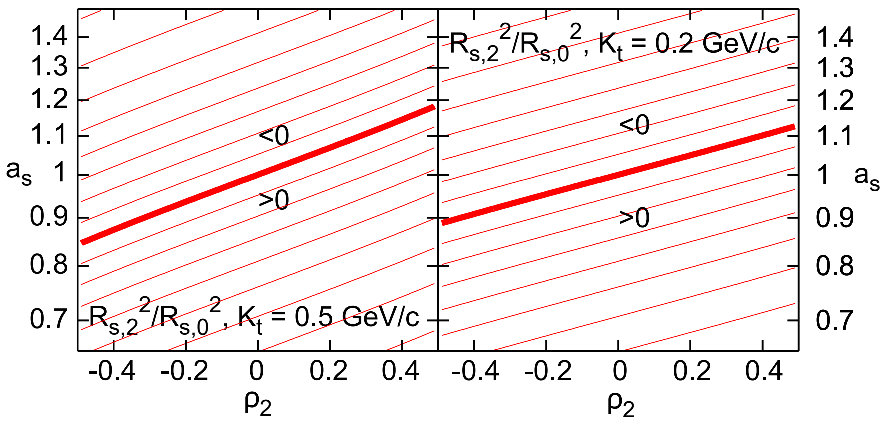
Amennyiben az első állítás nem teljesül, vagy az adatok alapján a (3.137) egyenlet jobb oldala negatív, az azt mutatja, hogy a Buda–Lund-modell fentiekben vázolt verziója nem alkalmazható ezen adatokra. Jól ismert azonban, már a Buda–Lund-modell első verziójában is szerepelt [147], hogy (3.137) jobb oldala lehet negatív. Egzakt hidrodinamika modellekben szimmetria okokból alacsony transzverz impulzusnál $R_{s,0} = R_{o,0}$, míg el nem hanyagolható p_t esetén $R_{s,0} > R_{o,0}$ lehetséges. Ez a fajta viselkedés megjelenik a tűzgyűrű típusú megoldásokban [233], amelyek kismértékű sugárirányú tágulás és erősen inhomogén hőmérsékleti eloszlás esetén relevánsak, azaz ha $a^2 \gg m\rho_0^2/(2T_0)$. Ezzel szemben erős áramlás és szinte homogén hőmérsékleti eloszlás, azaz $a^2 \ll m\rho_0^2/(2T_0)$ esetén Gauss alakú tűzgömbök megjelenését várjuk. Jelen fejezetben tárgyalt adatok ezen utóbbi határesethez taroznak. Amennyiben viszont $R^2_{o,0} - R^2_{s,0}$ szignifikánsan negatív, a [138, 232] hivatkozáskban ismertetett tűzgyűrű típusú Buda–Lund-modelleket lehet alkalmazni. Ilyen struktúrák más modellekben is megjelennek, lásd pl. [220] 18. és 19. ábráját, vagy [226] 12. ábráját.

A korrelációs sugarak azimut szögtől való függését a fentiek alapján $R^2_{*,x}$ és $R^2_{*,y}$ különbözősége hordozza. A (3.114) és a (3.115) egyenletek alapján ezt a tűzgömb térbeli deformációja (azaz $X \neq Y$), de a tágulási sebességtér aszimmetriája (azaz $\dot{X} \neq \dot{Y}$) is magyarázhatja. A két jelenség együttes hatását korábban is tanulmányozták már [240]. Hogy a jelen fejezetbeli eredmények ezzel összehasonlíthatóak legyenek, a transzverz méretekre bevezetjük az R átlagos transzverz méretet és a transzverz síkbeli a_s aszimmetriát:

$$X = a_s\, R\,, \qquad Y = \frac{R}{a_s}\,, \tag{3.139}$$

(az itteni a_s a [240] cikkben a-val jelölt mennyiség). Ezek a (3.111) egyenletben definiált átlagos sebesség és sebesség-aszimmetria térbeli megfelelői.

Az oszcilláció nagysága nyilvánvalóan a tűzgömb abszolút méretével skáláz. Hogy ettől a hatástól eltekinthessünk, a $R^2_{s,2}/R^2_{s,0}$ módon definiált normált oszcillációs amplitúdót vettük figyelembe.



3.18. ábra. Az $R^2_{s,2}/R^2_{s,0}$ mennyiség szintvonalai a_s és ρ_2 függvényében, $a = 0$ mellett. A további paraméterek $T_0 = 163$ MeV és $\rho_0 = 0{,}61$ (ld. 3.3.5. fejezet). A kontúrvonalak közötti növekmény 0,1, a középső, vastag vonal pedig $R^2_{s,2}/R^2_{s,0} = 0$-t jelöli. Az átlagos K_t impulzus 0,2 GeV (bal panel) illetve 0,5 GeV (jobb panel).

Ez a hányados a (3.139) egyenletben definiált átlagos mérettől nem függ, értéke pedig (3.113)–(3.116) és (3.123) alapján:

$$\frac{R^2_{s,2}}{R^2_{s,0}} = \frac{\frac{a_s^{-2}}{1+m_t T_0^{-1}(a^2+\rho_0^2(1-\rho_2)^2)} - \frac{a_s^2}{1+m_t T_0^{-1}(a^2+\rho_0^2(1+\rho_2)^2)}}{\frac{a_s^{-2}}{1+m_t T_0^{-1}(a^2+\rho_0^2(1-\rho_2)^2)} + \frac{a_s^2}{1+m_t T_0^{-1}(a^2+\rho_0^2(1+\rho_2)^2)}} \tag{3.140}$$

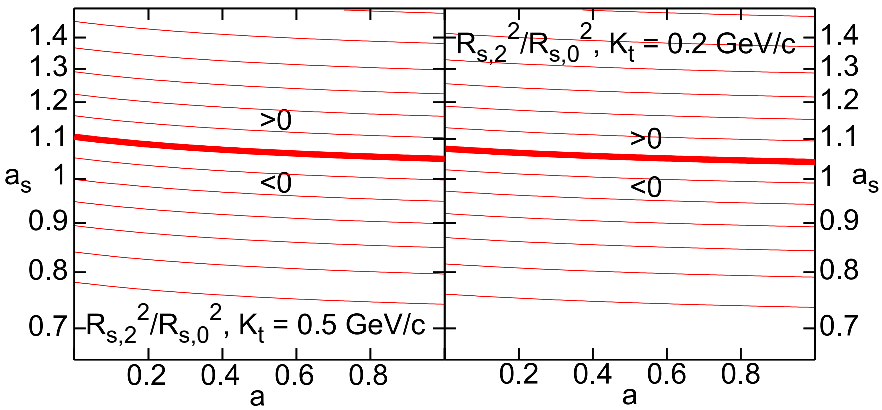
A 3.18 ábrán láthatjuk ezt az oszcillációs amplitúdót a_s és ρ_2 függvényében. A térbeli és sebességbeli aszimmetria korrelációja jól látható: ugyanazt az oszcillációt különféle érték-párokkal is megkaphatjuk. A Buda–Lund-modellben lényegesen erősebb a ρ_2 sebességbeli anizotrópiától való függés, mint más modellekben [220, 240].

A Buda–Lund-modellben van egy másik, az oszcillációt befolyásoló paraméter is, az a hőmérsékleti gradiens, amit (3.98) definiál. A (3.140) egyenlet alapján látható, hogy az amplitúdó nem függ a-tól, ha $\rho_2 = 0$. Ezért az a-tól és a_s-től való függést a 3.19. ábrán $\rho_2 = 0{,}3$ értéke mellett ábrázoltuk. Ekkor a növekvő a elmossa a ρ_2-től való függést, ahogy a (3.140) egyenlet is mutatja.

3.3.5. Az adatokkal való összevetés

Ebben a fejezetben összevetjük a Buda–Lund-modell fenti eredményeit az effektív hőmérsékletekre, v_2-re és a HBT sugarakra vonatkozó adatokkal.

A legyegyszerűbb eset az, ha észrevesszük, hogy $\rho_2 \ll 1$ esetére tömör közelítő formulák adha-



3.19. ábra. Az $R_{s,2}^2/R_{s,0}^2$ mennyiség szintvonalai a_s és a függvényében, $\rho_0 = 0{,}3$ mellett. A további paraméterek $T_0 = 163$ MeV és $\rho_0 = 0{,}61$ (ld. 3.3.5. fejezet). A kontúrvonalak közötti növekmény 0,1, a középső, vastag vonal pedig $R_{s,2}^2/R_{s,0}^2 = 0$-t jelöli. Az átlagos K_t impulzus 0,2 GeV (bal panel) illetve 0,5 GeV (jobb panel).

tóak meg. Csak a vezető tagokat megtartva:

$$T_{\text{eff}} = T_0 + M\rho_0^2 + \mathcal{O}(\rho_2^2), \tag{3.141}$$

$$v_2 \simeq \frac{p_t^2}{2m_t M}\frac{\rho_2}{\rho_0^2}\frac{1}{(1+\frac{T_0}{M\rho_0^2})^2}, \tag{3.142}$$

$$M = m_t\frac{T_0}{T_0 + m_t a^2}. \tag{3.143}$$

Itt T_{eff} a transzverz impulzus eloszlás szokásos effektív meredeksége, amely a T_0 hőmérséklettől és a sugárirányú tágulástól, ρ_0-től függ, de vezető rendben független az anizotrópiától, ρ_2-től. Így naívan azt várjuk, hogy a meredekségek tömegfüggése megadja számunkra T_0 és ρ_0 értékét, amelyekkel aztán v_2-ből meghatározható ρ_2 is.

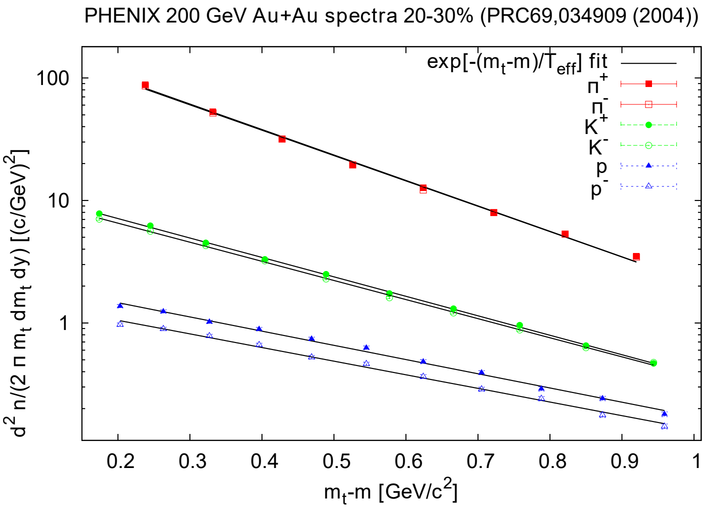
Ha a hőmérsékleti inhomogenitás kicsi, $a^2 \ll T_0/m_t$, akkor $M \approx m_t$, és működik a fent vázolt egyszerű stratégia. Ebben az esetben, tehát $a \approx 0$ mellett:

$$R_s \simeq \frac{R_{*,x}^2 + R_{*,y}^2}{2} + \frac{R_{*,y}^2 - R_{*,x}^2}{2}\cos 2\varphi \tag{3.144}$$

$$R_{*,x} \simeq X^2\frac{T_0}{T_0 + m_t\dot{X}^2}, \tag{3.145}$$

$$R_{*,y} \simeq Y^2\frac{T_0}{T_0 + m_t\dot{Y}^2}. \tag{3.146}$$

adódik. Miután $\dot{X}$ és $\dot{Y}$ értékét ρ_0 és ρ_2 meghatározza, így az új illesztési paramétereink az X és Y valódi geometriai méretek lesznek. Tehát ha $a = 0$, a kifagyási hőmérséklet és az átlagos sugárirányú tágulás megkapható az effektív hőmérsékletek tömegfüggéséből; ρ_2 megkapható v_2-ből; míg X és Y a HBT sugarakból. Ugyanakkor a^2 minden összefüggésben megjelenik M-en keresztül, így hacsak a nem egzaktul nulla, ez a stratégia gyakorlatilag nem működik.



Részecske	m (MeV)	$T_{\rm eff}$ (MeV)
π^+	139	210,2 $\pm$ 0,8
K^+	494	284,4 $\pm$ 2,2
p	938	414,8 $\pm$ 7,5
π^-	139	211,9 $\pm$ 0,7
K^-	494	278,1 $\pm$ 2,2
$\overline{p}$	938	434,7 $\pm$ 8,6

3.20. ábra. A PHENIX 20-30%-os centralitású $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au adatainak illesztése és az abból kapott paraméterek.

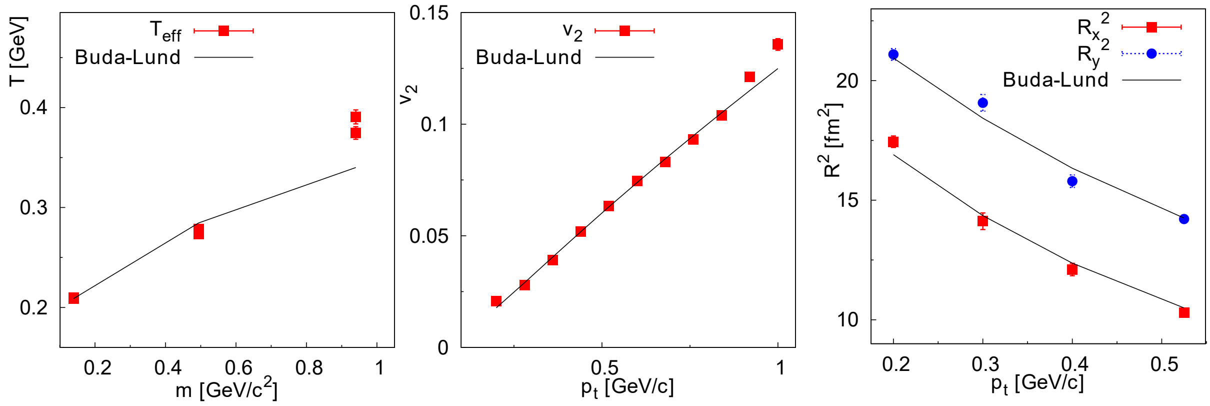
A PHENIX azonosított spektrumaiból [12] a PHENIX analíziséhez hasonlóan megkaptuk az effektív hőmérsékleteket: a $\frac{d^2n}{(2\pi m_t dm_t dy)}$ adatokra a $\frac{A}{2\pi T_{\rm eff}(T_{\rm eff}+m)}\exp(-\frac{m_t-m}{T_{\rm eff}})$ függvényt illesztettük a 0,2 GeV $< m_t - m <$ 1 GeV tartományon (pionokra), illetve a 0,1 GeV $< m_t - m <$ tartományon kaonokra és protonokra. Az illesztéseket és a kapott effektív hőmérsékleteket a 3.20. ábra mutatja.

Második lépésben a Buda–Lund-modell a (3.103), (3.104), (3.107), (3.114) és (3.115) egyenletekben adott formuláit összevetjük a STAR szögfüggő HBT sugaraival [243], az PHENIX adataiból [12] fent meghatározott effektív hőmérsékletek tömegfüggésével, és a STAR v_2 adataival [244]. Ezen eljárás során az illesztési paraméterek T_0, X, Y, ρ_0, ρ_2 és a lesznek, míg $R_{*,x}$ and $R_{*,y}$ (3.126)-(3.127) alapján adott. Az illesztés során az alábbi paramétereket kaptuk: $T_0 = 163$ MeV, $\rho_0 = 0{,}61$, $\rho_2 = 0{,}17$, $X^2 = 33{,}5$ fm^2, $Y^2 = 33{,}9$ fm^2 és $a^2 = 0{,}16$. Az illesztést magát lásd a 3.21. ábrán.

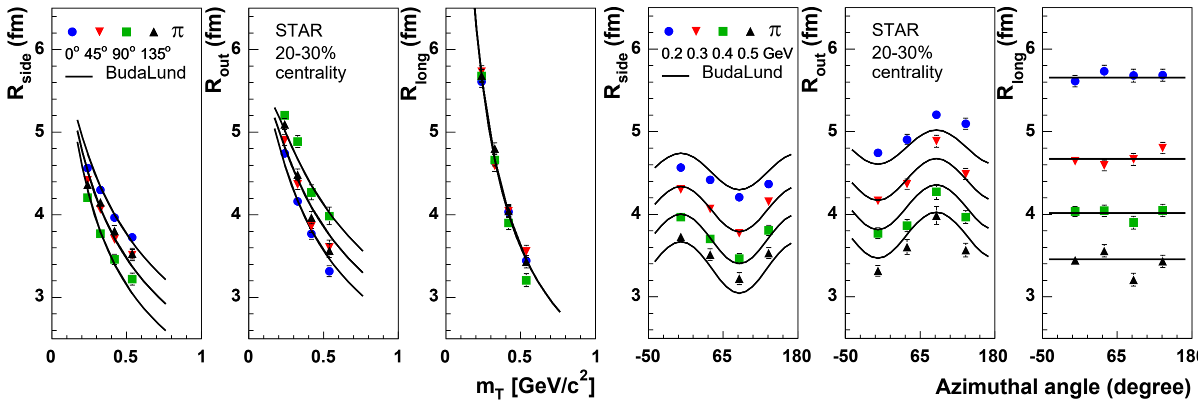
Az eredmények arra utalnak, hogy a jelen fejezetben bemutatott kifejezések ésszerűek, illetve felhasználhatóak a RHIC Au+Au ütközéseiben mért hadron adatok leírására. A modellből kapott egyenleteket azonban a [245] publikációban közvetlenül is összevetettük a RHIC adataival. A részleteket itt nem mutatom be, az adatokat és az illesztett görbéket azonban a 3.22. ábrán igen.

3.3.6. Kaonpárok korrelációi

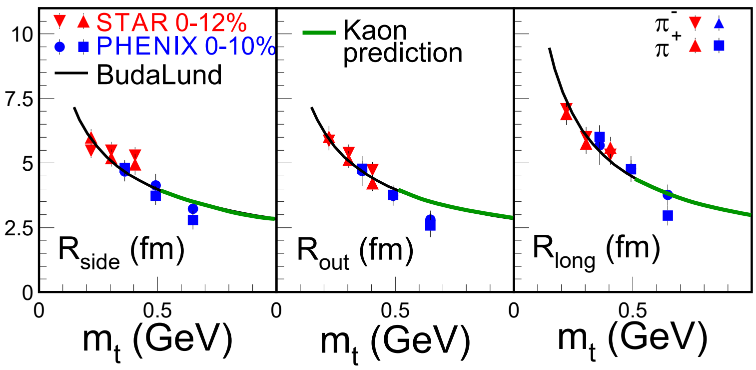
Fontos és érdekes kérdés, hogy a fentiekben is vizsgált pion-korrelációkkal összehasonlítva a kaonpárok korrelációi milyen viselkedést mutatnak. Ebben a szakaszban a [247] publikáció alapján vizsgálom meg ezt a kérdést.



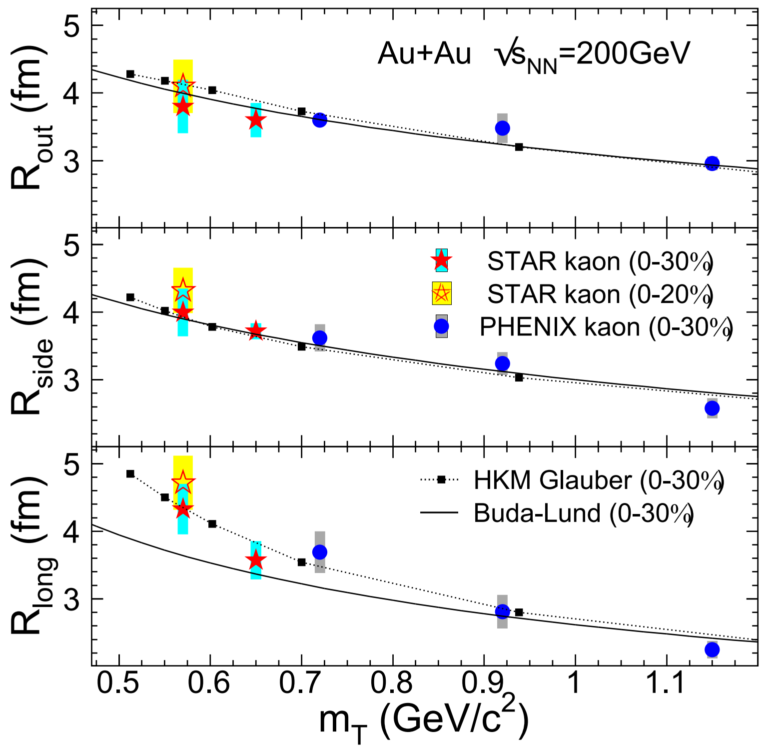
3.21. ábra. A bal oldali ábrán a PHENIX spektrum adataiból [12] kapott effektív hőmérsékletek láthatóak, középen a STAR v_2 adatai [244], míg jobb oldalon a STAR szögfüggő HBT adataiból [243] (3.126)-(3.127) alapján kapott $R^2_{*,x}$ és $R^2_{*,y}$ értékek, mindegyik 20-30% centralitású $\sqrt{s_{\rm NN}} = 200$GeV Au+Au ütközésekben mérve. Ezekkel vetettük össze a Buda–Lund-modell (3.103), (3.104), (3.107), (3.114) és (3.115) kifejezéseit, és a $T_0 = 163$ MeV, $\rho_0 = 0{,}61$, $\rho_2 = 0{,}17$, $X^2 = 33{,}5$ fm^2, $Y^2 = 33{,}9$ fm^2, és $a^2 = 0{,}16$ paramétereket kaptuk.



3.22. ábra. A korrelációs sugarakkal kapcsolatos eredmények adatokkal való összevetése a [245] publikáció 4. és 5. ábrájának megfelelően.



3.23. ábra. HBT sugarak a relativisztikus Buda–Lund-modellből, előrejelzés a kaon sugarakra.



3.24. ábra. A Buda–Lund-modell előrejelzése a PHENIX [146] és a STAR [246] kaonpárokra vonatkozó adataival összevetve. Az ábra a [246] publikációból származik.

A pionok transzverz impulzustól való függését a PHENIX [31] megmérte (és később a STAR, majd az LHC kísérletek is). A fentiekben láttuk a Buda–Lund-modellből kapott korrelációs sugarakat, lásd a (3.122)-(3.124) egyenleteket. Ezek mutatják a sugarak szögfüggését. Ha azonban a szögre átlagolt sugarakat vizsgáljuk, és figyelembe vesszük a $q_0 = \beta_x q_x + \beta_y q_y + \beta_z q_z$ tömeghéjfeltételt (ld. (3.117), és itt β az átlagos impulzushoz tartozó sebesség), ezt az eredményt kapjuk (hasonlóan (3.118)-hoz)

$$C(q) = 1 + \lambda \exp\left(-\sum_{i,j=x,y,z} R_{i,j}^2 q_i q_j\right), \tag{3.147}$$

$$R_{i,i}^2 = R_{*,i}^2 + \beta_i^2 \Delta\tau_*^2, \tag{3.148}$$

$$R_{i,j}^2 = \beta_i \beta_j \Delta\tau_*^2, \tag{3.149}$$

ahol a korrelációs szélességek így adódnak:

$$\frac{1}{\Delta\tau_*^2} = \frac{1}{\Delta\tau^2} + \frac{m_t}{T_0}\frac{d^2}{\tau_0^2}, \tag{3.150}$$

$$R_{*,x}^2 = X^2 \left(1 + (a^2 + \dot{X}^2)\frac{m_t}{T_0}\right)^{-1}, \tag{3.151}$$

$$R_{*,y}^2 = Y^2 \left(1 + (a^2 + \dot{Y}^2)\frac{m_t}{T_0}\right)^{-1}, \tag{3.152}$$

$$R_{*,z}^2 = Z^2 \left(1 + (a^2 + \dot{Z}^2)\frac{m_t}{T_0}\right)^{-1}, \tag{3.153}$$

A szögre átlagolt sugarak pedig a Bertsch–Pratt-féle out-side-long koordináta-rendszerben a következőképpen adódnak:

$$R_{\text{out}}^2 = \frac{R_{*,x}^2 + R_{*,y}^2}{2} + \beta^2\Delta\tau_*^2, \tag{3.154}$$

$$R_{\text{side}}^2 = \frac{R_{*,x}^2 + R_{*,y}^2}{2}, \tag{3.155}$$

$$R_{\text{long}}^2 = R_{*,z}^2. \tag{3.156}$$

Ezeket a [150, 229] hivatkozásokban a PHENIX pion-korrelációs adataihoz illesztettük [31]. Figyelembe véve, hogy a fenti formulák szerint a korrelációs sugarak a részecsketípustól csak az m_T transzverz tömegen keresztül függenek, előrejelzést tettünk [247] arra, hogy a kaon-korrelációkban mért sugarak a pionokéval azonos görbére esnek, ahogy a 3.23. ábra mutatja. Azóta azonban a PHENIX [146, 248] és a STAR [246] is megmérte a kaonok korrelációs sugarait is, így az előrejelzésünket összevethetjük ezzel. A 3.24. ábrán (amelyet a STAR kísérlet készített, és a [246] publikációból származik) látható, hogy az előrejelzés közelítőleg helyesnek bizonyult, egyedül a longitudinális sugaraknál, kis m_T értékek esetén látható jelentősebb eltérés.

3.4. A királis szimmetria és a HBT effektus

Ahogy azt az 1. fejezetekben tárgyaltuk, a RHIC atommagütközéseiben létrejövő erősen kölcsönható kvarkanyag kezdeti hőmérséklete igen magas értékeket ér el, 300-600 MeV körül is lehet, és innen hűl le 170 MeV környékére, ahol már a hadronok létrejönnek belőle. Ilyen magas hőmérsékleten a QCD egyes sérült szimmetriái részlegesen helyreállhatnak. Ebben a szakaszban a [249, 250] publikációk alapján áttekintem, hogy ezt hogyan lehet Bose–Einstein-korrelációk segítségével kísérletileg vizsgálni.

3.4.1. Bevezetés

Három kvarkot tartalmazó QCD-ben a kvarkok között értelmezzük az $U_L(3) \times U_R(3)$ királis szimmetriát (amelyet külön veszünk figyelembe a jobbkezes és a balkezes ábrázolásban lévő részecskékre). A csoportelmélet szerint $U(3) = SU(3) \times U(1)$, így ezt a királis szimmetriát tulajdonképpen $SU_L(3) \times SU_R(3) \times U_A(1) \times U_V(1)$ módon írhatjuk, ahol az $U(1)$ csoportok esetében a jobb- és balkezes esetről áttértünk a vektor és axiálvektor esetekre. Ebből $SU_L(3) \times SU_R(3)$ az íz-szimmetria, amely spontán sérül az $SU_V(3)$ csoportra. Ezen szimmetria-sértés során nyolc alacsony tömegű Goldstone-bozon keletkezik, amelyet a nyolc pszeudoskalár mezonnal azonosítunk ($\pi^{\pm,0}$, $K^\pm$, K^0, $\overline{K^0}$ és az η részecske). Az $U_V(1)$ szimmetria a barionszám-megmaradásért felel, míg az $U_A(1)$ szimmetria spontán sérül, de a kilencedik Goldstone-bozont nem tudjuk beazonosítani (a pszeudoskalár nonett kilencedik tagja, az η' ugyanis kétszer nehezebb a többi nyolcnál). Ezt a problémát oldja fel az Adler-Bell-Jackiw anomália: az $U_A(1)$ szimmetria expliciten sérül, a QCD topológiailag különböző vákuum-állapotai között alagúteffektussal átmenetet képző instantonok miatt [251]. Így tehát egy nehéz mezon jelenik meg, amelyet immár azonosíthatunk az η'-vel, amelynek tömege 958 MeV.

Ugyanakkor magas hőmérséklet esetén, ha a királis szimmetria (és ezen belül az $U_A(1)$) részlegesen helyreáll, az η' tömege jelentősen csökkenhet [169, 173, 252]. Fontos részlet, hogy ez akkor következhet be, ha a szimmetria még mindig részlegesen fennáll a hadronok keletkezésekor, amikor az η' létrejön. Ez azt jelenti, hogy a kvark-hadron fázisátmenet a királis fázisátmenet előtt kell, hogy bekövetkezzen. Rács-QCD számítások szerint úgy tűnik, hogy ez a feltételezés helyes [42].

3.4.2. Az η' tömegmódosulásának hatása

Ahogy fent (illetve korábban, a 3.2. szakaszban is) láttuk, a királis szimmetria helyreállhat a forró kvarkanyagban, és így a keletkező η' mezonok tömege alacsonyabb lehet, mint az eredeti 958 MeV/c^2 érték. A mezonok keletkezési rátája azonban exponenciálisan nő a tömeg csökkenésével [25], ezért eredetileg kb. két nagyságrenddel kevesebb η' keletkezik, mint pion. Ha viszont az η' tömege lecsökken, lényegesen gyakrabban keletkezhet ez a részecske. Az η' részecskék számának változása így adható meg [173]:

$$\frac{N^*_{\eta'}}{N_{\eta'}} = \left(\frac{m^*_{\eta'}}{m_{\eta'}}\right)^{1-d/2} e^{-\frac{m_{\eta'}-m^*_{\eta'}}{T}} \tag{3.157}$$

ha az η' tömege, $m_{\eta'}$, lecsökken $m^*_{\eta'}$ értékre. Itt T a közeg hőmérséklete az η' mezonok keletkezésekor, míg d a tágulás effektív dimenziója.

A kvarkanyag az ütközés után kb. 1 fm/c idővel termalizálódik, ezután pedig 6-10 fm/c ideig tágul és hűl (lásd az 1.4. ábrát), amíg el nem éri a kvark-hadron átmenet 150-170 MeV [42] körüli hőmérsékletét. Ekkor hadrongáz jön létre, a hadronok pedig egy idő után szabadon áramlanak detektoraink felé. Néhányuk azonban útja során elbomlik, ezek közé tartozik az η' mezon is, melynek átlagos élettartama 1000 fm/c. Ezen élettartam során a hadronikus anyag szabad áramlásba megy át, megtörténik a királis átmenet, azaz az alacsony tömeggel keletkezett η' újra tömeget nyer, az impulzusa rovására:

$$m^*_{\eta'}{}^2 + p^*_{\eta'}{}^2 = m_{\eta'}{}^2 + p_{\eta'}{}^2 \tag{3.158}$$

ahol a csillagozott mennyiségek az η' közegbeli jellemzői, míg a többi a vákuumban adja meg a tulajdonságait. Eszerint a vákuumbeli η' igen alacsony impulzussal rendelkezik majd.

Az η' bomlása is csak akkor következik be, ha már visszanyerte az eredeti tömegét. Az egyik fontos bomlási csatorna az, ahol az η' két leptonra bomlik: $\eta' \to l^+ + l^-$. Ezt a csatornát részletesen vizsgálták [93, 94], és az derült ki, hogy éppen az η' tömegénél jelenik meg egy jelentős, megmagyarázatlan többlet a dilepton spektrumokban. Az η' másik fontos bomlása során egy η részecskébe és két pionba bomlik, majd az η három további pionba bomlik tovább:

$$\eta' \to \eta + \pi^+ + \pi^- \to \left(\pi^+ + \pi^- + \pi^0\right) + \pi^+ + \pi^- \tag{3.159}$$

Ezen bomlási lánc valószínűsége összességében 10% [253]. A keletkező öt pion átlagos impulzusa viszont igen alacsony, 0,14 GeV körüli [172]. Így tehát a lecsökkent tömege miatt megnövekedett számban keletkező η' részecskék miatt jelentősen több, alacsony impulzusú pion is keletkezik. Ahogy azonban a 3.1.5 fejezetben láttuk, azon belül is a (3.26) egyenletben, a λ paraméter éppen ettől függ: a közvetlenül, illetve a hosszú élettartamú rezonanciák bomlásából keletkező pionok arányától. Így tehát amennyiben az η' tömege lecsökken, több keletkezik belőle, ezek hosszú idő (> 1000 fm/c) elteltével pionokká bomlanak, ami viszont lecsökkenti a λ paraméter értékét [172].

Kísérletileg azt láthattuk [173, 214, 254], hogy a λ paraméter értéke tényleg lecsökken, méghozzá éppen az η' bomlásaiból keletkező pionok impulzusának megfelelő érték környékén. Az azonban nem világos, hogy ezt a csökkenést az η' részecskék okozzák-e. Jelen fejezetben bemutatunk egy kinematikai módszert, amellyel adott pion-mintában lecsökkenthető az η' bomlástermékeinek aránya. Amennyiben ezt a módszert, mint szűrést, egy kísérleti adathalmazra alkalmazzuk, megvizsgálhatjuk, hogy tényleg az η' bomlásai okozzák-e a λ paraméter változását.

3.4.3. Az η' bomlástermékeinek kinematikája

A (3.159) bomlásban keletkező pionpárok invariáns tömege így írható fel

$$m^2_{\text{inv}} = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2 \tag{3.160}$$

ahol E_1 és E_2 a pionok energiája, míg p_1 és p_2 a hármasimpulzusuk. A $E^2 = p^2 + m^2$ tömeghéjfeltétellel ezt kapjuk:

$$m_{\rm inv}^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\sqrt{m_1^2 + p_1^2}\sqrt{m_2^2 + p_2^2} - 2p_1p_2\cos\varphi$$
$$= 2m_\pi^2 + 2\sqrt{m_\pi^2 + p_1^2}\sqrt{m_\pi^2 + p_2^2} - 2p_1p_2\cos\varphi \tag{3.161}$$

ahol φ a két pion által bezárt szög. Amennyiben az η' nyugalmi rendszerében vagyunk, $E_{\eta'} = m_{\eta'}$ teljesül, és az impulzusmegmaradás miatt $p_\eta = -p_1 - p_2$ is. Az $E_{\eta'} = E_1 + E_2 + E_\eta$ egyenlet által kifejezett energiamegmaradás tehát így írható át:

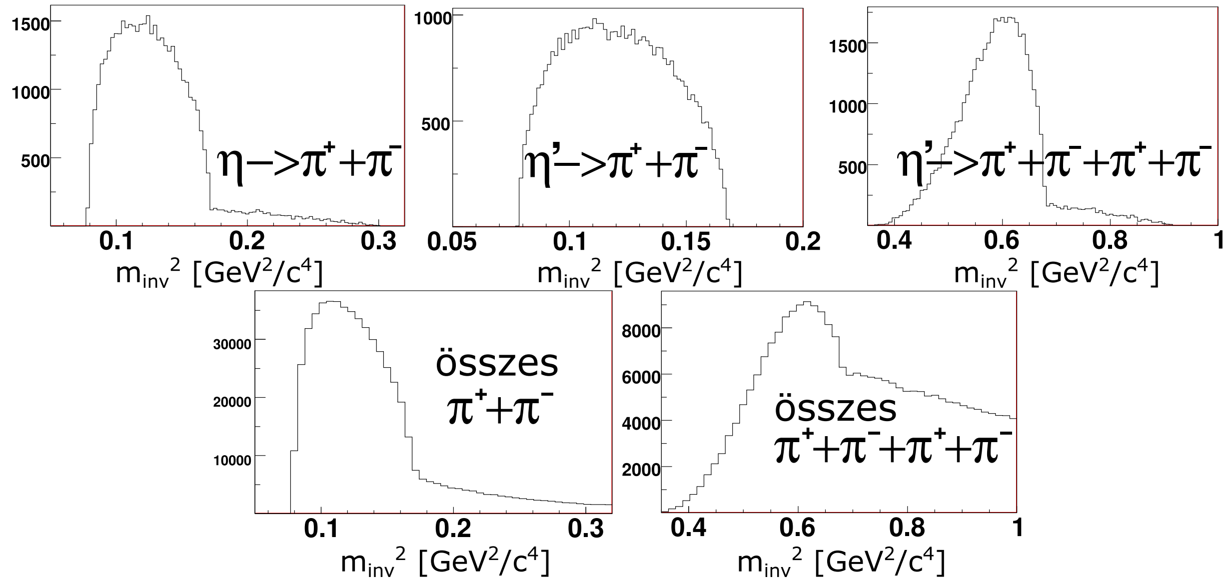
$$m_{\eta'} = \sqrt{m_\pi^2 + p_1^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p_2^2} + \sqrt{m_\eta^2 + p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\varphi}. \tag{3.162}$$

Az η energiája akkor lesz a legnagyobb, ha $p_1 = p_2$ (azaz $\varphi = 0$), illetve a legkisebb, ha $\varphi = \pi$. Ezzel a (3.161)-(3.162) egyenletekből a bomlási pionok párjainak $m_{\rm inv}^2$ invariáns tömegnégyzete a 0,078–0,168 GeV$^4/c^2$ intervallumba fog esni. Hasonlóan, a második bomlásból származó pionpárok invariáns tömege a 0,078–0,166 GeV$^2/c^4$ intervallumba esik[7]. Szimulációkkal is ellenőriztük ezt, és végül az ellentétes töltésű párokra szűrő-intervallumnak a 0,075–0,171 GeV$^2/c^4$ tartományt választottuk. Ezen felül mind a négy pionra is kiszámíthatjuk az invariáns tömegnégyzetet, és az derül ki, hogy ez pedig a 0,43–0,69 GeV$^2/c^4$ tartományba esik, ahogy az a 3.25 ábrán is látható, HIJING 1.411-gyel szimulált 200 GeV-es p+p ütközésekben (mivel itt csak a kinematikát vizsgáljuk, ezért választottuk ezt a rendszert).

3.4.4. Az η' bomlástermékeinek kiválogatása

Módszerünk a fentiek alapján a következő. Válasszunk egy π^+ részecskét a kísérleti mintából. Ehhez vegyük hozzá az összes tetszőleges π^-,π^+,π^- hármast, hogy egy pion-négyest alkossunk. Ellenőrizzük, hogy ezen négyes ellentétes töltésű párjainak $m_{\rm inv}^2$ értéke beleesik-e a fenti tartományba, illetve a teljes négyes $m_{\rm inv}^2$ értéke az ennek megfelelő fenti tartományba. Amennyiben a kiválasztott π^+ részecskéhez találtunk olyan hármast, hogy a pion-négyes már teljesíti mindkét fenti feltételt, akkor ezt a π^+-t „megtaláltnak" minősítjük, azaz valószínűsítjük, hogy η' bomlásból származik. Kicsit más módszert ad, ha eleve egy π^+,π^+ párból indulunk ki, és π^-,π^- párokat keresünk hozzá. Itt is ugyanazt a két feltételt vizsgáljuk a létrehozott pion-négyesből alkotott párokra és magára a négyesre (azaz hogy $m_{2,\rm inv}^2 \in [0{,}075, 0{,}171]$ és $m_{4,\rm inv}^2 \in [0{,}43, 0{,}69]$ GeV$^2/c^4$ egységekben), azonban a pion-párt tekintjük „megtaláltnak" ebben az esetben. Ezen utóbbi módszer előnye az egyrészecskés módszerrel összehasonlítva, hogy egy nem η'-ből származó részecske téves „megtalálása" ritkábban fog előfordulni, mint egyes pionokra. Végül, a módszerrel megjelölt pionokat vagy párokat

[7]Mindkét esetben ellentétes töltésű párokról van szó



3.25. ábra. A HIJING által szimulált $\sqrt{s}$ =200 GeV p+p ütközésekben keletkező pionpárok és pionnégyesek invariáns tömegnégyzetének eloszlása (a függőleges tengely beosztása tetszőleges, csak a statisztika befolyásolja). Az első sor ábráin az η' (illetve az abból keletkező η) bomlásaiból származó pionokra számítottuk ki az eloszlást, míg a második sor ábrái az összes pionra vonatkoznak. A felső sor ábráin nagy m_{inv} esetén látható kis többletet a $\pi^+\pi^-\gamma$ és $\pi^+\pi^-\pi^0$ bomlások okozzák.

eltávolítjuk a kísérleti mintából, és így egy η' bomlástermékekben szegényebb mintát hoztunk létre. A következőkben azt vizsgáljuk meg, hogy ez valóban így van-e, azaz a módszerünk valóban csökkenti-e az η' bomlástermékeinek arányát a mintában.

Szimulációkban meghatározható, hogy egy adott pion η' bomlásból származik-e, így módszerünk hatékonysága tesztelhető. Akármelyik fenti módszert használjuk is, az alábbi négy csoportot definiáljuk:

a) η'-ből származik; teljesíti az m_{inv} feltételeket

b) η'-ből származik; nem teljesíti az m_{inv} feltételeket

c) nem η'-ből származik; teljesíti az m_{inv} feltételeket

d) nem η'-ből származik; nem teljesíti az m_{inv} feltételeket

Itt az, hogy teljesíti az m_{inv} feltételeket, azt jelenti, hogy az adott pion vagy pionpár kiegészíthető a mintából egy pionnégyessé úgy, hogy a négyesre mindkét m_{inv} kritérium teljesül. Ideális esetben a b és a c halmaz üres, azaz az összes vizsgált elem vagy az a, vagy a d csoportba esik. Jelöljük a pionok (vagy a másik módszer esetében a pionpárok) számát az egyes csoportokban N_a, N_b, N_c és N_d módon. Ekkor az összes pion(pár) száma $N_a + N_b + N_c + N_d$, az η'-ből származóké

$N_a + N_b$, azaz az η'-ből származó pionok (párok) a többihez képest vett aránya a szűrés előtt $(N_a + N_b)/(N_c + N_d)$, míg a szűrés elvégzése után N_b/N_d. Ezek a hányadosok kiemelten fontosak, hiszen közvetlenül összefüggenek a (3.26) egyenletben definiált λ paraméterrel. A módszerünk „jóságát" tehát a $(N_a + N_b)/(N_c + N_d)$ és a N_b/N_d hányadosok aránya adja meg, miután ez megmutatja, hogy a „szűrt" minta kevesebb η' bomlásterméket tartalmaz-e.

Az alábbi mennyiségekkel dolgozunk tehát, hogy módszerünket vizsgáljuk:

$$\text{Hatékonyság:} \quad \frac{N_a}{N_a + N_b} \tag{3.163}$$

$$\text{Veszteség:} \quad \frac{N_c}{N_c + N_d} \tag{3.164}$$

$$\text{Szűrési arány:} \quad \frac{N_b}{N_d} \bigg/ \frac{N_a + N_b}{N_c + N_d} \tag{3.165}$$

A *hatékonyság* azt jelzi, hogy az η'-ből származó pionok (párok) hányad részét találtuk meg. Ennek optimális értéke nyilván 1 (ha az összes η' bomlásterméket megtaláltuk). A *veszteség* azt jelzi, hogy tévesen kiszűrtünk nem η' bomlástermékeket is, azaz ezek lecsökkentették a mintánkat, ezeket a pionokat „elvesztettük", a további analízisben már nem jelennek meg, holott nem η'-ből származnak. Ezen veszteség optimális értéke 0, ezt akkor érjük el, ha csak olyan pionokat (párokat) találunk meg, amelyek tényleg η'-ből származnak. Amennyiben a veszteség 50%, a mintánk a felére zsugorodik, így a statisztikus bizonytalanság $\sqrt{2}$- szeresére növekszik. A harmadik mennyiség, a módszer *szűrési aránya* azt jelzi, hogy mennyire sikerült megváltoztatni az η' bomlástermékek arányát. Ennek optimális értéke 0, hiszen ekkor a szűrés után egyetlen η'-ből származó pion (pár) sem maradt a mintában.

Természetesen a detektorok kinematikai akceptanciája (az impulzustérbeli tartomány, ahol egyáltalán észlelnek részecskéket) valamelyest ronthat a módszerünkön. Amennyiben egy adott η' bomlásából nem mind a négy piont észleljük, a kívánt pion-négyes nem hozható létre, és egy adott pionhoz nem lesz olyan négyes, amelyik teljesítené a tömegnégyzet-tartományra vonatkozó feltételeket. Ebben az esetben nem minden piont (párt) tudunk kiszűrni, azaz tulajdonképpen a hatékonyságunk lecsökken. Ugyanakkor ha a minta igen nagy, akkor megnő annak a valószínűsége, hogy egyes pionokat (párokat) tévesen szűrünk ki (egyszerűen a kombinatorikus háttér nagysága miatt). Az $m_{\rm inv}$ optimális megválasztásával azonban megtalálhatjuk a megfelelő egyensúlyt a hatékonyság növelése és a veszteség csökkentése között. Hasonló módszert korábban e^+e^- ütközésekre vizsgáltak [255], mi a módszerünket [249,250] p+p és Au+Au ütközésekre dolgoztuk ki, és a következőkben különféle energiákon fogjuk tesztelni.

3.4.5. A módszer teljesítőképessége

Három különböző szimulációt használtunk, a Pythia (8.135-ös verzió [256]), a HIJING (1.411-ös verzió [257]) és a THERMINATOR2 (2.0.3-as verzió [258]) programcsomagokat. Az elsővel 200 GeV-es és 14 TeV-es p+p ütközéseket szimuláltunk, a másodikkal 14 TeV-es p+p, illetve 200 GeV-es p+p és Au+Au ütközéseket, míg a harmadikkal 200 GeV-es Au+Au ütközéseket vizsgáltunk – így minden rendszert legalább két szimulációs csomaggal is megvizsgáltunk. Figyelembe vettük a detektorok akceptanciáját is, 200 GeV esetén a STAR és a PHENIX detektorét, míg 14 TeV esetén az ALICE és a CMS detektorét (a részleteket ld. [249, 250]). Az eredményeket a 3.26. ábra foglalja össze.

A $\sqrt{s} = 200$ GeV p+p eseményekre a Phythia és a HIJING hasonló eredményt ad, azonban a kinematikai akceptancia (azaz hogy a PHENIX vagy a STAR geometriáját vesszük-e alapul, esetleg teljes 4π akceptanciát) nagyban befolyásolta az eredményeket, az előző alfejezetben említetteknek megfelelően minél kevesebb részecskét észlel a detektorunk, annál kisebb lesz a „veszteség”, de a hatékonyság szintén csökken, lényegesen nagyobb mértékben, ahogy az a 3.26. ábra hisztogramjainak bal oldalán is látható. A párokra vonatkozó módszer során a veszteség szisztematikusan kisebb.

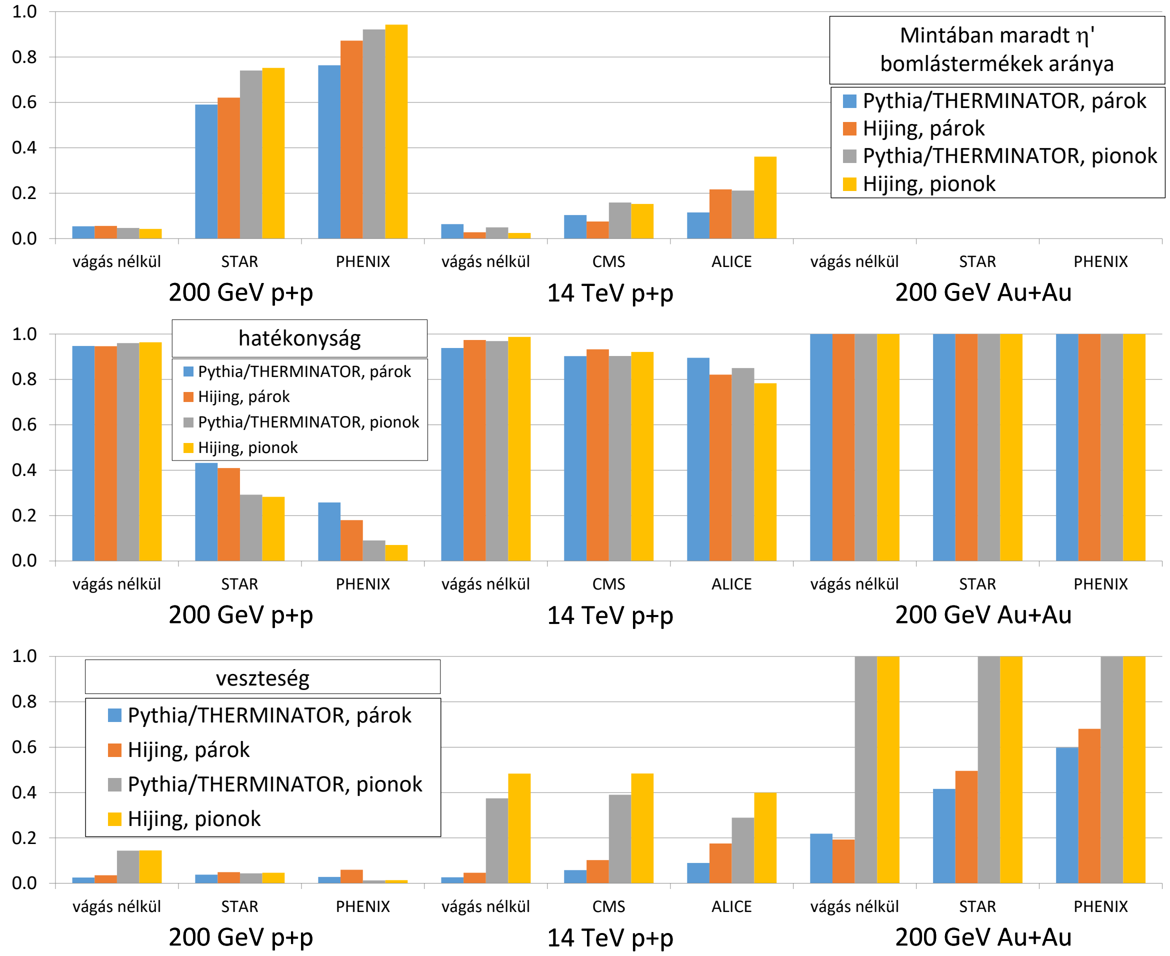
A $\sqrt{s} = 14$ TeV p+p eseményekre hasonló eredményeket kaptunk, a nagyobb multiplicitás miatt azonban a veszteség és a hatékonyság is nagyobb lett. Minden esetben működik a módszer, ahogy az a 3.26. ábra középső hisztogramjai mutatják. A párokra vonatkozó módszer valamivel megfelelőbb ebben az esetben is.

Végül $\sqrt{s_{NN}} = 200$ Au+Au eseményekre módosult a kép: itt az egyes pionokra vonatkozó módszer nem működik, ugyanis minden piont „megtalálunk” és kiszűrünk, egész egyszerűen a nagy multiplicitás, azaz a nagy kombinatorikus háttér miatt. Ebben az esetben egyedül a párokra vonatkozó módszer működött, a hatékonyság ugyanakkor (szintén a nagy mintaméretnek köszönhetően) 100% volt minden esetben, lásd a 3.26. ábra jobb oldali oszlopaiban.

A pár-vágásos módszer tehát összességében minden rendszerre működik, hatékonysága azonban jelentősen függhet a multiplicitástól. Érdemes a használt m^2_{inv} intervallumokat úgy beállítani, hogy a hatékonyság és a veszteség lehetséges értékei között jó kompromisszumot találjunk.

3.5. Összegzés

Ebben a fejezetben a HBT-jelenséggel, illetve Bose–Einstein-korrelációkkal foglalkoztunk. A 3.1. szakaszban bemutattam a jelenség történetét és alapjait, a nagyenergiás fizikában történő alkalmazást, a korrelációs függvények mérésének és értelmezésének lényeges aspektusait. Kitértem külön a



3.26. ábra. A módszer teljesítőképességét mutató ábrák: a mintában maradt bomlástermékek aránya (fent); a kiszűrt bomlástermékek aránya (középen); illetve a tévesen kiszűrt részecskék aránya (lent). Minden esetben két szimulációt (HIJING, illetve p+p ütközések esetén Pythia, Au+Au ütközések esetén THERINATOR), illetve két módszert vizsgáltunk (a párok és a részecskék szűrését).

mag–glória-modellre, a Coulomb-kölcsönhatásra, illetve a Lévy-eloszlások megjelenésére.

A 3.2. szakaszban bemutattam a kétpion Bose–Einstein-korrelációk és Lévy-paramétereik mérését a RHIC PHENIX kísérletének 0–30% centralitású $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au ütközésekben felvett adatait felhasználva. Arra jutottam, hogy az adatok nem írhatóak le a szokásos Gauss-feltevéssel, de a Lévy-eloszlásokkal történő általánosítás megfelelő feltevésnek bizonyult, és statisztikailag elfogadható leírását adta az adatoknak. Erre építve meghatároztam a Lévy-paraméterek m_T-függését. Az α Lévy-exponens a Gauss-esettől ($\alpha = 2$) és a kritikus pontra vonatkozó $\alpha \leq 0{,}5$ jóslattól távolinak bizonyult, de az $\alpha = 1$ esettől is eltérés mutatkozott. Mindezek ellenére a Gauss-közelítésben kapott $1/R^2 = A + Bm_T$ hidrodinamikai skálázás érvényesnek bizonyult. Ezen túl a λ paraméter statisztikailag szignifikáns csökkenését mutatták az adatok, amelyek nem inkonzisztensek az η' mezon közegbeli tömegcsökkenésével. Végezetül egy érdekes, előre nem jelzett, empirikus skálázást találtam, amely szerint az $\hat{R} = R/(\lambda(1+\alpha))$ paraméter lineáris az m_T-ben, és lényegében korrelálatlan az α és λ paraméterekkel. Ezen skálázás eredete jelen pillanatban ismeretlen.

A 3.3. szakaszban kiszámolam a Buda–Lund-modellből a korrelációs sugarak azimut szögtől való függését, és összevetettük ezek aszimmetriáját az elliptikus folyással. Azt találtam, hogy a Buda–Lund-modellben az elliptikus folyás teljes egészében a végállapoti sebességtér-aszimmetriából adódik, míg a korrelációs sugarak azimut oszcillációját a térbeli és sebességtérbeli anizotrópia egyfajta keveredése okozza.

Láttuk továbbá, hogy a Bose-Einstein korrelációs sugarak nem függenek külön a részecske típusától és a transzverz impulzustól, hanem a kettő egyfajta kombinációjától, a transzverz tömegtől. A Buda–Lund-modell ezen jóslatát összevetve az adatokkal azt láttuk, hogy a transzverz tömeg skálázás a kísérleti eredményekben is jelen van.

A 3.4. szakaszban a királis szimmetria és a Bose-Einstein hatás kapcsolatát mutattam be részletesebben. Ahogy a 3.2. szakaszban is részleteztem, a mag-glória modellben értelmezett λ paraméter direkt kapcsolatban van az η' részecskék számával, amely viszont erősen függ a királis szimmetria esetleges helyreállásától. A bemutatott vizsgálatokból kiderült, hogy a λ paraméter mért impulzusfüggése összeegyeztethető az η' tömegcsökkenésével. Nem világos ugyanakkor, hogy utóbbi okozza-e a megfigyelt jelenséget. Ezért bemutattam két módszert, amellyel csökkenthető az η' bomlástermékeinek aránya az adott kísérleti mintában. Az egyik esetben a részecskéket, a másik esetben a párokat szűrhetjük ki. A szimulációkkal történt ellenőrzés alapján mindkét módszer hatékonynak mondható, és a párokra vonatkozó szűrés esetében a téves kiszűrés okozta veszteség is kezelhető, így ezen módszer jól használható az η' bomlástermékeinek szűrésére.

Összefoglalás

Dolgozatomban a nagyenergiás nehézion-ütközések téridőbeli szerkezetével foglalkoztam, hidrodinamikai és femtoszkópiai kutatásaimat bemutatva. Elsőként kiszámoltam a hadronikus végállapot jellemzőit egy Hubble-tágulást leíró megoldásból, és összevetettem az adatokkal. Az időfejlődés korábbi szakaszait feltárandó fotonok és leptonpárok keletkezését is vizsgáltam, meghatározva így az átlagos állapotegyenletet. Ezután új megoldásokat mutattam be, amelyek változó állapotegyenletet is megengednek. Következő lépésként a – transzport együtthatók tekintetében igen fontos magasabb rendű anizotrópiákat is leírandó – a relativisztikus hidrodinamika egy új, multipoláris szimmetriát is megengedő, az adatokat is leíró megoldásosztályát mutattam be. A nyomásgradiens hatását vizsgálva a hidrodinamika perturbatív megoldásainak egy osztályát tártam fel, az anizotrópiák időfejlődését pedig numerikus megoldásokkal is vizsgáltam.

Ezután áttértem a femtoszkópia területére. Bemutattam a terület alapjait, majd részletesen áttekintettem a PHENIX kísérletnél elért eredményeimet. Ezek alapján a pionkeltő forrás jól leírható Lévy-eloszlásokkal, és mérhető ennek stabilitási paramétere, amely jelentős eltérést mutat a Gauss-alakú forrástól. Új skálaparamétert is találtam, illetve a királis szimmetria részleges helyreállásának egy közvetett jelét ismertettem. Megvizsgáltam, a femtoszkópiai korrelációk azimut szögtől való függését is, és leírtam ezt a Buda–Lund-modellel, szétválasztva a sebességtér és a koordinátatér aszimmetriájának hatását. A modellből a kaonpárok korrelációt is megvizsgáltam, és az ebből adódó skálajóslat sikeresnek bizonyult. Végezetül bemutattam egy módszert, amellyel vizsgálható az η' mezon bomlástermékeinek szerepe a femtoszkópiai korrelációkban, ezáltal a királis szimmetria részleges helyreállásának hatása jobban tanulmányozhatóvá vált.

Mindezen eredmények elérése után is maradtak természetesen nyitott kérdések. Újabb kutatásaim többek között az anyag viszkozitásának meghatározására, a forgás okozta vorticitás elemzésére, illetve a kvark-hadron átalakulás kritikus pontjának keresésére irányulnak. Ezen kérdések megválaszolása érdekében a fentieken túl új technikák alkalmazására, és új kísérleti programokba való becsatlakozásra volt szükség — mindez azonban túlmutat disszertációm keretein.

Végezetül: nagyon köszönöm mindenkinek, aki tetszőleges módon segítette dolgozatom létrejöttét.

Irodalomjegyzék

[1] S. Weinberg, *The First Three Minutes* (Basic Books, New York, 1977)

[2] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A499**, 469 (2003)

[3] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. **A757**, 184 (2005), `nucl-ex/0410003`

[4] M.L. Miller, K. Reygers, S.J. Sanders, P. Steinberg, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **57**, 205 (2007), `nucl-ex/0701025`

[5] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **88**, 022301 (2002), `nucl-ex/0109003`

[6] J. Adams et al. (STAR Collaboration), Phys.Rev.Lett. **91**, 072304 (2003), `nucl-ex/0306024`

[7] K. Aamodt et al. (ALICE Collaboration), Phys.Lett. **B696**, 30 (2011), `1012.1004`

[8] S. Chatrchyan et al. (CMS Collaboration), Eur.Phys.J. **C72**, 1945 (2012), `1202.2554`

[9] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **94**, 232301 (2005), `nucl-ex/0503003`

[10] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **91**, 072303 (2003), `nucl-ex/0306021`

[11] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. **109**, 152301 (2012), `1204.1526`

[12] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. **C69**, 034909 (2004), `nucl-ex/0307022`

[13] T. Csörgő, S.V. Akkelin, Y. Hama, B. Lukács, Y.M. Sinyukov, Phys. Rev. **C67**, 034904 (2003), `hep-ph/0108067`

[14] Y. Aoki, Z. Fodor, S.D. Katz, K.K. Szabó, Phys. Lett. **B643**, 46 (2006), `hep-lat/0609068`

[15] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **91**, 182301 (2003), nucl-ex/0305013

[16] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. **109**, 122302 (2012), 1105.4126

[17] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev. **C84**, 044905 (2011), 1005.1627

[18] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. **105**, 062301 (2010), 1003.5586

[19] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 172301 (2007), nucl-ex/0611018

[20] R.A. Lacey et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 092301 (2007), nucl-ex/0609025

[21] R.A. Lacey, Nucl. Phys. **A785**, 122 (2007), nucl-ex/0608046

[22] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 162301 (2007), nucl-ex/0608033

[23] S. Pratt, S. Pal, Nucl. Phys. **A749**, 268 (2005), nucl-th/0409038

[24] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **104**, 132301 (2010), 0804.4168

[25] R. Hagedorn, Nuovo Cim. Suppl. **3**, 147 (1965)

[26] S. Chatrchyan et al. (CMS Collaboration), Phys.Rev. **C87**, 014902 (2013), 1204.1409

[27] K. Aamodt et al. (ALICE Collaboration), Phys.Rev.Lett. **105**, 252302 (2010), 1011.3914

[28] J. Adam et al. (ALICE), Phys. Lett. **B754**, 235 (2016), 1509.07324

[29] S. Acharya et al. (ALICE), Phys. Lett. **B789**, 308 (2019), 1805.04403

[30] Y. Aoki, G. Endrődi, Z. Fodor, S.D. Katz, K.K. Szabó, Nature **443**, 675 (2006), hep-lat/0611014

[31] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **93**, 152302 (2004), nucl-ex/0401003

[32] L. Adamczyk et al. (STAR), Phys. Rev. **C96**, 044904 (2017), 1701.07065

[33] J. Bjorken, E.A. Paschos, Phys.Rev. **185**, 1975 (1969)

[34] E. Fermi, Prog.Theor.Phys. **5**, 570 (1950)

[35] L.D. Landau, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Fiz. **17**, 51 (1953)

[36] I.M. Khalatnikov, Zhur. Eksp. Teor. Fiz. **27**, 529 (1954)

[37] S.Z. Belenkij, L.D. Landau, Nuovo Cim. Suppl. **3S10**, 15 (1956)

[38] W.A. Hiscock, L. Lindblom, Phys. Rev. **D31**, 725 (1985)

[39] W. Israel, J.M. Stewart, Annals Phys. **118**, 341 (1979)

[40] S. Pu, T. Koide, D.H. Rischke, Phys. Rev. **D81**, 114039 (2010), `0907.3906`

[41] M. Nagy, Ph.D. thesis, Wigner RCP, Budapest (2012), `http://inspirehep.net/record/1254297`

[42] Z. Fodor, S.D. Katz, in *The Landolt-Börnstein Database*, edited by R. Stock (Springer-Verlag, Heidelberg, 2010), pp. 1–48, `0908.3341`

[43] R.C. Hwa, Phys. Rev. **D10**, 2260 (1974)

[44] C.B. Chiu, E.C.G. Sudarshan, K.H. Wang, Phys. Rev. **D12**, 902 (1975)

[45] J.D. Bjorken, Phys. Rev. **D27**, 140 (1983)

[46] B.B. Back et al. (PHOBOS Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 102303 (2001), `nucl-ex/0106006`

[47] I.G. Bearden et al. (BRAHMS Collaboration), Phys. Rev. Lett. **88**, 202301 (2002), `nucl-ex/0112001`

[48] T. Csörgő, M.I. Nagy, M. Csanád, Phys. Lett. **B663**, 306 (2008), `nucl-th/0605070`

[49] M.I. Nagy, T. Csörgő, M. Csanád, Phys. Rev. **C77**, 024908 (2008), `arXiv:0709.3677`

[50] A. Bialas, R.A. Janik, R.B. Peschanski, Phys. Rev. **C76**, 054901 (2007), `0706.2108`

[51] T. Csörgő, G. Kasza, M. Csanád, Z. Jiang, Universe **4**, 69 (2018), `1805.01427`

[52] T. Csörgő, M. Nagy, M. Csanád, Braz.J.Phys. **37**, 723 (2007), `nucl-th/0702043`

[53] T. Csörgő, G. Kasza, M. Csanád, Z.F. Jiang, **50**, 27 (2019), `1806.06794`

[54] T. Csörgő, L.P. Csernai, Y. Hama, T. Kodama, Heavy Ion Phys. **A21**, 73 (2004), `nucl-th/0306004`

[55] L.P. Csernai, I.N. Mishustin, Phys. Rev. Lett. **74**, 5005 (1995)

[56] V.K. Magas, L.P. Csernai, E. Molnar, Eur. Phys. J. **A31**, 854 (2007), nucl-th/0702069

[57] T. Csörgő, L.P. Csernai, Phys. Lett. **B333**, 494 (1994), hep-ph/9406365

[58] M. Csanád, B. Tomášik, T. Csörgő, Eur. Phys. J. A **37**, 111 (2008), 0801.4434

[59] M. Nagy, Phys.Rev. **C83**, 054901 (2011), 0909.4285

[60] M. Csanád, M. Vargyas, Eur. Phys. J. **A44**, 473 (2010), 0909.4842

[61] M. Csanád, I. Májer, Central Eur.J.Phys. **10**, 850 (2012), 1101.1279

[62] M. Csanád, PoS **WPCF2011**, 035 (2011), 1202.5974

[63] M. Csanád, M. Nagy, S. Lökös, Eur.Phys.J. **A48**, 173 (2012), 1205.5965

[64] M. Csanád, A. Szabó, Phys.Rev. **C90**, 054911 (2014), 1405.3877

[65] S. Lökös, M. Csanád, B. Tomášik, T. Csörgő, Eur. Phys. J. **A52**, 311 (2016), 1604.07470

[66] J. Cimerman, B. Tomášik, M. Csanád, S. Lökös, Eur. Phys. J. **A53**, 161 (2017), 1702.01735

[67] B. Kurgyis, M. Csanád, Universe **3**, 84 (2017), 1711.05446

[68] F. Cooper, G. Frye, Phys. Rev. **D10**, 186 (1974)

[69] M. Csanád, M.I. Nagy, T. Csörgő, Eur. Phys. J. ST **155**, 19 (2008), 0710.0327

[70] M. Csanád, Acta Phys. Polon. **B40**, 1193 (2009), 0903.1278

[71] M. Csanad, *Initial temperature of the strongly interacting Quark Gluon Plasma created at RHIC*, in *Quantum chromodynamics and beyond: Gribov-80 memorial volume. Proceedings, Memorial Workshop devoted to the 80th birthday of V.N. Gribov, Trieste, Italy* (2011), pp. 319–330, 1101.1282

[72] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörstad, Nucl. Phys. **A742**, 80 (2004), nucl-th/0310040

[73] M. Chojnacki, W. Florkowski, T. Csörgő, Phys. Rev. **C71**, 044902 (2005), nucl-th/0410036

[74] M. Csanád et al., Eur. Phys. J. **A38**, 363 (2008), nucl-th/0512078

[75] R.M. Weiner, *Introduction to Bose-Einstein correlations and subatomic interferometry* (Wiley and Sons, 2000)

[76] S. Pratt, Phys.Rev. **D33**, 1314 (1986)

[77] M. Issah (PHENIX Collaboration), *Scaling characteristics of azimuthal anisotropy at RHIC*, in *Proceedings of the 22nd Winter Workshop on Nuclear Dynamics*, edited by W. Bauer, R. Bellwied, J.W. Harris (EP Systema, Budapest, Hungary, 2006), nucl-ex/0604011

[78] M. Csanád, I. Májer, Phys.Part.Nucl.Lett. **8**, 1013 (2011), 1101.1280

[79] S. Borsányi et al., JHEP **11**, 077 (2010), 1007.2580

[80] R.A. Lacey, A. Taranenko, PoS **CFRNC2006**, 021 (2006), nucl-ex/0610029

[81] K. Dusling, D. Teaney, I. Zahed, Phys.Rev. **C75**, 024908 (2007), nucl-th/0604071

[82] S. Ghosh, S. Sarkar, J.e. Alam, Eur.Phys.J. **C71**, 1760 (2011), 1009.1260

[83] K. Kajantie, M. Kataja, L.D. McLerran, P.V. Ruuskanen, Phys. Rev. **D34**, 811 (1986)

[84] M. Asakawa, C.M. Ko, P. Lévai, Phys. Rev. Lett. **70**, 398 (1993)

[85] H. van Hees, R. Rapp, Phys.Rev.Lett. **97**, 102301 (2006), hep-ph/0603084

[86] T. Renk, J. Ruppert, Phys.Rev. **C77**, 024907 (2008), hep-ph/0612113

[87] J. Ruppert, C. Gale, T. Renk, P. Lichard, J.I. Kapusta, Phys.Rev.Lett. **100**, 162301 (2008), 0706.1934

[88] J.K. Nayak, J.e. Alam, T. Hirano, S. Sarkar, B. Sinha, Phys.Rev. **C85**, 064906 (2012), 0902.0446

[89] T. Song, K.C. Han, C.M. Ko, Phys.Rev. **C83**, 024904 (2011), 1012.0798

[90] M. Csanád, L. Krizsán, Central Eur.J.Phys. **12**, 132 (2014), 1305.6558

[91] K. Kajantie, J.I. Kapusta, L.D. McLerran, A. Mekjian, Phys. Rev. **D34**, 2746 (1986)

[92] J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys.Rev. **D86**, 010001 (2012)

[93] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. **C81**, 034911 (2010), 0912.0244

[94] M. Vargyas, T. Csörgő, R. Vértesi, Central Eur.J.Phys. **11**, 553 (2013), 1211.1166

[95] S. Damjanovic (NA60 Collaboration), J.Phys. **G35**, 104036 (2008), 0805.4153

[96] A. Ster, T. Csörgő, B. Lörstad, Nucl. Phys. **A661**, 419 (1999), hep-ph/9907338

[97] R. Arnaldi et al. (NA60 Collaboration), Phys.Rev.Lett. **96**, 162302 (2006), nucl-ex/0605007

[98] M. Csanád, EPJ Web Conf. **70**, 00011 (2014), 1208.4683

[99] Csanád, M. and Szabó, A. and Lökös, S. and Bagoly, A., JCEGI **4**, 46 (2016), 1504.07932

[100] C. Loizides, J. Nagle, P. Steinberg (2014), [SoftwareX1-2,13(2015)], 1408.2549

[101] E.V. Shuryak, Nucl. Phys. **A750**, 64 (2005), hep-ph/0405066

[102] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. **107**, 252301 (2011), 1105.3928

[103] B. Kurgyis, M. Csanád, Acta Phys.Polon.Supp. **12**, 169 (2019), 1810.05402

[104] S. Shi, J. Liao, P. Zhuang, Phys. Rev. **C90**, 064912 (2014), 1405.4546

[105] A. Bagoly, M. Csanad, Int. J. Mod. Phys. **A31**, 1645016 (2016), 1507.05005

[106] E.F. Toro, V.A. Titarev, J. Comp. Phys. **216**, 403 (2006)

[107] H. Nishikawa, K. Kitamura, J. Comp. Phys. **227**, 2560 (2008)

[108] M. Takamoto, S.i. Inutsuka, J.Comput.Phys. **230**, 7002 (2011), 1106.1732

[109] I. Karpenko, P. Huovinen, M. Bleicher, Comput.Phys.Commun. **185**, 3016 (2014), 1312.4160

[110] R. Lednicky (2001), nucl-th/0112011

[111] R. Hanbury Brown, R.C. Jennison, D.G.M. K., Nature **170**, 1061–1063 (1952)

[112] R.H. Brown, R. Twiss, Nature **177**, 27 (1956)

[113] R.Q. Twiss, A.G. Little, R. Hanbury Brown, Nature **180**, pages 324–326 (1957)

[114] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Nature **178**, 1046 (1956)

[115] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Proc. R. Soc. A **242**, 300 (1957)

[116] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Proc. R. Soc. A **243**, 291 (1958)

[117] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Proc. R. Soc. A **248**, 199 (1958)

[118] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Proc. R. Soc. A **248**, 222 (1958)

[119] C.H. Townes, Astrophysical Journal **525C**, 148 (1999)

[120] A.A. Michelson, F.G. Pease, Astrophysical Journal **53**, 249 (1921)

[121] F.G. Pease, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften pp. 84–96 (1931)

[122] A.H. Fizeau, C. R. Hebd. Seanc. Acad. Sci. Paris **66**, 932 (1868)

[123] A.A. Michelson, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **30**, 1 (1890)

[124] R. Hanbury Brown, Philips Technical Review **27**, 141 (1966)

[125] R.H. Brown, J. Davis, L.R. Allen, Mon. Notices Royal Astron. Soc. **137**, 375 (1967)

[126] R. Hanbury Brown, C. Hazard, J. Davis, L.R. Allen, Nature **201**, pages 1111 (1964)

[127] R.H. Brown, J. Davis, L.R. Allen, J.M. Rome, Mon. Notices Royal Astron. Soc. **137**, 393 (1967)

[128] D. Dravins, H. Jensen, S. LeBohec, P.D. Nuñez, *Stellar intensity interferometry: astrophysical targets for sub-milliarcsecond imaging*, in *Optical and Infrared Interferometry II* (2010), Vol. 7734 of *Proceedings of the SPIE*, p. 77340A, 1009.5815

[129] R.J. Glauber, Phys. Rev. Lett. **10**, 84 (1963)

[130] R.J. Glauber, Rev. Mod. Phys. **78**, 1267 (2006)

[131] R.J. Glauber, Nucl. Phys. **A774**, 3 (2006), nucl-th/0604021

[132] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W.Y. Lee, A. Pais, Phys. Rev. **120**, 300 (1960)

[133] P. Achard et al. (L3 Collaboration), Eur.Phys.J. **C71**, 1648 (2011), 1105.4788

[134] A. Adare et al. (PHENIX), Phys. Rev. **C97**, 064911 (2018), 1709.05649

[135] F.B. Yano, S.E. Koonin, Phys. Lett. **78B**, 556 (1978)

[136] A.N. Makhlin, Y.M. Sinyukov, Z. Phys. **C39**, 69 (1988)

[137] S. Pratt, T. Csörgő, J. Zimányi, Phys.Rev. **C42**, 2646 (1990)

[138] T. Csörgő, Heavy Ion Phys. **15**, 1 (2002), hep-ph/0001233

[139] M.A. Lisa, S. Pratt, R. Soltz, U. Wiedemann, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **55**, 357 (2005), nucl-ex/0505014

[140] U.A. Wiedemann, U.W. Heinz, Phys. Rept. **319**, 145 (1999), `nucl-th/9901094`

[141] V. Khachatryan et al. (CMS), JHEP **05**, 029 (2011), `1101.3518`

[142] R. Astalos, Ph.D. thesis, Radboud University (2015)

[143] J. Adams et al. (STAR Collaboration), Nucl. Phys. **A757**, 102 (2005), `nucl-ex/0501009`

[144] I. Arsene et al. (BRAHMS Collaboration), Nucl.Phys. **A757**, 1 (2005), `nucl-ex/0410020`

[145] B.B. Back et al., Nucl. Phys. **A757**, 28 (2005), `nucl-ex/0410022`

[146] S. Afanasiev et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. **103**, 142301 (2009), `0903.4863`

[147] T. Csörgő, B. Lörstad, Phys. Rev. **C54**, 1390 (1996), `hep-ph/9509213`

[148] S. Chapman, P. Scotto, U.W. Heinz, Phys. Rev. Lett. **74**, 4400 (1995), `hep-ph/9408207`

[149] S. Chapman, P. Scotto, U.W. Heinz, Heavy Ion Phys. **1**, 1 (1995), `hep-ph/9409349`

[150] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörstad, A. Ster, J. Phys. **G30**, S1079 (2004), `nucl-th/0403074`

[151] S. Bekele et al., Braz. J. Phys. **37**, 31 (2007), `0706.0537`

[152] M.A. Lisa, S. Pratt, *Femtoscopically Probing the Freeze-out Configuration in Heavy Ion Collisions*, chap. 21, Vol. 23 of [259] (2010), `arXiv:0811.1352`

[153] S. Pratt, Phys.Rev.Lett. **102**, 232301 (2009), `0811.3363`

[154] U.W. Heinz, *Early collective expansion: Relativistic hydrodynamics and the transport properties of QCD matter*, chap. 9, p. 240, Vol. 23 of [259] (2010), `arXiv:0901.4355`

[155] P. Bożek, Phys. Rev. **C85**, 034901 (2012), `1110.6742`

[156] D.H. Boal, C.K. Gelbke, B.K. Jennings, Rev. Mod. Phys. **62**, 553 (1990)

[157] R.M. Weiner, Phys. Rept. **327**, 249 (2000), `hep-ph/9904389`

[158] M.J. Tannenbaum, Rept. Prog. Phys. **69**, 2005 (2006), `nucl-ex/0603003`

[159] A. Kisiel (ALICE), PoS **WPCF2011**, 003 (2011)

[160] U. Heinz, R. Snellings, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **63**, 123 (2013), `1301.2826`

[161] L. Adamczyk et al. (STAR), Phys. Rev. **C92**, 014904 (2015), `1403.4972`

[162] S. Pratt, Phys. Rev. **D33**, 72 (1986)

[163] G. Bertsch, M. Gong, M. Tohyama, Phys. Rev. **C37**, 1896 (1988)

[164] S. Afanasiev et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. **100**, 232301 (2008), 0712.4372

[165] A. Enokizono, Ph.D. thesis, Hiroshima U. (2004), http://inspirehep.net/record/673843

[166] T. Csörgő, J. Zimányi, Nucl. Phys. **A517**, 588 (1990)

[167] J. Bolz, U. Ornik, M. Plumer, B. Schlei, R. Weiner, Phys.Rev. **D47**, 3860 (1993)

[168] T. Csörgő, B. Lörstad, J. Zimányi, Z. Phys. **C71**, 491 (1996), hep-ph/9411307

[169] J.I. Kapusta, D. Kharzeev, L.D. McLerran, Phys. Rev. **D53**, 5028 (1996), hep-ph/9507343

[170] S. Benić, D. Horvatić, D. Kekez, D. Klabučar, Phys.Lett. **B738**, 113 (2014), 1405.3299

[171] D. Horvatić, D. Kekez, D. Klabučar, Phys. Rev. **D99**, 014007 (2019), 1809.00379

[172] S.E. Vance, T. Csörgő, D. Kharzeev, Phys. Rev. Lett. **81**, 2205 (1998), nucl-th/9802074

[173] T. Csörgő, R. Vértesi, J. Sziklai, Phys.Rev.Lett. **105**, 182301 (2010), 0912.5526

[174] R. Vértesi, T. Csörgő, J. Sziklai, Phys. Rev. **C83**, 054903 (2011), 0912.0258

[175] J. Adam et al. (ALICE), Phys. Rev. **C93**, 054908 (2016), 1512.08902

[176] T. Novák (PHENIX), Universe **4**, 57 (2018), 1801.03544

[177] M. Csanád (PHENIX), J. Phys. Conf. Ser. **1070**, 012026 (2018), 1806.05745

[178] M. Asakawa, T. Csörgő, M. Gyulassy, Phys. Rev. Lett. **83**, 4013 (1999), nucl-th/9810034

[179] G. Baym, Acta Phys. Polon. **B29**, 1839 (1998), nucl-th/9804026

[180] A. Gavrilik, Universe **4**, 33 (2018)

[181] E. Alt, T. Csörgő, B. Lorstad, J. Schmidt-Sorensen, Phys.Lett. **B458**, 407 (1999), hep-ph/9812474

[182] Y. Sinyukov, R. Lednicky, S.V. Akkelin, J. Pluta, B. Erazmus, Phys. Lett. **B432**, 248 (1998)

[183] M.G. Bowler, Phys. Lett. **B270**, 69 (1991)

[184] H. Boggild et al. (NA44), Phys. Lett. **B349**, 386 (1995)

[185] W.A. Zajc, Ph.D. thesis, LBL, Berkeley (1982)

[186] F. James, M. Roos, Comput. Phys. Commun. **10**, 343 (1975)

[187] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **98**, 132301 (2007), `nucl-ex/0605032`

[188] F. Sikler (CMS), Proceedings of WPCF **2014** (2014), `1411.6609`

[189] R. Metzler, E. Barkai, J. Klafter, Phys. Rev. Lett. **82**, 3563 (1999)

[190] T. Csörgő, S. Hegyi, W.A. Zajc, Eur. Phys. J. **C36**, 67 (2004), `nucl-th/0310042`

[191] M. Csanád, T. Csörgő, M. Nagy, Braz. J. Phys. **37**, 1002 (2007), `hep-ph/0702032`

[192] T. Csörgő and S. Hegyi and T. Novák and W. A. Zajc, Acta Phys. Polon. **B36**, 329 (2005), `hep-ph/0412243`

[193] T. Csörgő, S. Hegyi, T. Novák, W.A. Zajc, AIP Conf. Proc. **828**, 525 (2006), `nucl-th/0512060`

[194] T. Csörgő, PoS **HIGH-PTLHC08**, 027 (2008), `0903.0669`

[195] M.A. Halasz, A.D. Jackson, R.E. Shrock, M.A. Stephanov, J.J.M. Verbaarschot, Phys. Rev. **D58**, 096007 (1998), `hep-ph/9804290`

[196] M.A. Stephanov, K. Rajagopal, E.V. Shuryak, Phys. Rev. Lett. **81**, 4816 (1998), `hep-ph/9806219`

[197] S. El-Showk, M.F. Paulos, D. Poland, S. Rychkov, D. Simmons-Duffin, A. Vichi, J. Stat. Phys. **157**, 869 (2014), `1403.4545`

[198] H. Rieger, Phys. Rev. B **52**, 6659 (1995)

[199] M. Csanád (PHENIX), Universe **3**, 85 (2017), `1711.05575`

[200] M. Csanád (PHENIX), Nuovo Cim. **C40**, 195 (2018), `1711.05605`

[201] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. C **88**, 024906 (2013), `1304.3410`

[202] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A499**, 489 (2003)

[203] W. Anderson et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sec. A **646**, 35 (2011), `1103.4277`

[204] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. C **85**, 064914 (2012), 1203.2644

[205] M. Aizawa et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. **A499**, 508 (2003)

[206] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. C **93**, 014904 (2016), 1509.04667

[207] T. Csörgő, PoS **CPOD2009**, 035 (2009), 0911.5015

[208] S.V. Akkelin, Yu.M. Sinyukov, Z. Phys. C **72**, 501 (1996)

[209] S.V. Akkelin, Yu.M. Sinyukov, Phys. Lett. B **356**, 525 (1995)

[210] T. Csörgő, B. Lörstad, J. Zimányi, Phys. Lett. B **338**, 134 (1994), nucl-th/9408022

[211] P. Csizmadia, T. Csörgő, B. Lukács, Phys. Lett. **B443**, 21 (1998), nucl-th/9805006

[212] Y. Akiba et al. (E-802 Collaboration), Phys. Rev. Lett. **70**, 1057 (1993)

[213] W.A. Zajc, NATO Sci. Ser. B **303**, 435 (1993)

[214] M. Csanád (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. **A774**, 611 (2006), nucl-ex/0509042

[215] Yu.M. Sinyukov, Y.Yu. Tolstykh, Z. Phys. **C61**, 593 (1994)

[216] S. Pratt, Phys. Lett. B **301**, 159 (1993)

[217] T. Csörgő, J. Zimányi, Phys. Rev. Lett. **80**, 916 (1998), hep-ph/9705433

[218] M. Kaneta, N. Xu (2004), nucl-th/0405068

[219] M. Riordan, W.A. Zajc, Sci. Am. **294N5**, 24 (2006)

[220] F. Retière, M.A. Lisa, Phys. Rev. **C70**, 044907 (2004), nucl-th/0312024

[221] E. Schnedermann, J. Sollfrank, U.W. Heinz, Phys. Rev. **C48**, 2462 (1993), nucl-th/9307020

[222] T. Csörgő, F. Grassi, Y. Hama, T. Kodama, Phys. Lett. **B565**, 107 (2003), nucl-th/0305059

[223] Y.M. Sinyukov, I.A. Karpenko, Acta Phys. Hung. **A25**, 141 (2006), nucl-th/0506002

[224] W. Broniowski, M. Chojnacki, W. Florkowski, A. Kisiel, Phys. Rev. Lett. **101**, 022301 (2008), 0801.4361

[225] N.S. Amelin et al., Phys. Rev. **C77**, 014903 (2008), 0711.0835

[226] T.J. Humanic, Int. J. Mod. Phys. **E15**, 197 (2006), nucl-th/0510049

[227] B. Tomášik, AIP Conf. Proc. **828**, 464 (2006), nucl-th/0509100

[228] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörstad, A. Ster, Acta Phys. Polon. **B35**, 191 (2004), nucl-th/0311102

[229] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörstad, A. Ster, Nukleonika **49**, S49 (2004), nucl-th/0402037

[230] T. Csörgő, M. Csanád, B. Lörstad, A. Ster, Acta Phys. Hung. **A24**, 139 (2005), hep-ph/0406042

[231] N.M. Agababyan et al. (EHS/NA22), Phys. Lett. **B422**, 359 (1998), hep-ex/9711009

[232] T. Csörgő, Acta Phys. Polon. **B37**, 483 (2006), hep-ph/0111139

[233] T. Csörgő, Central Eur. J. Phys. **2**, 556 (2004), nucl-th/9809011

[234] T. Csörgő, J. Zimányi, Heavy Ion Phys. **17**, 281 (2003), nucl-th/0206051

[235] S.V. Akkelin, T. Csörgő, B. Lukács, Y.M. Sinyukov, M. Weiner, Phys. Lett. **B505**, 64 (2001), hep-ph/0012127

[236] T. Csörgő, B. Lörstad, Nucl. Phys. **A590**, 465c (1995), hep-ph/9503494

[237] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörstad, A. Ster, Nucl. Phys. **A774**, 535 (2006), nucl-th/0509106

[238] M. Csanád, T. Csörgő, R.A. Lacey, B. Lörstad, *Universal scaling of the elliptic flow at RHIC*, in *Proceedings of the 22nd Winter Workshop on Nuclear Dynamics*, edited by W. Bauer, R. Bellwied, J.W. Harris (EP Systema, Budapest, Hungary, 2006), nucl-th/0605044

[239] S. Afanasiev et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **99**, 052301 (2007), nucl-ex/0703024

[240] B. Tomášik, Acta Phys. Polon. **B36**, 2087 (2005), nucl-th/0409074

[241] U.W. Heinz, A. Hummel, M.A. Lisa, U.A. Wiedemann, Phys. Rev. **C66**, 044903 (2002), nucl-th/0207003

[242] B. Tomášik, U.A. Wiedemann, in *Quark Gluon Plasma 3*, edited by R.C. Hwa, X.N. Wang (World Scientific, Singapore, 2004), pp. 715–777, hep-ph/0210250

[243] J. Adams et al. (STAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **93**, 012301 (2004), nucl-ex/0312009

[244] J. Adams et al. (STAR Collaboration), Phys. Rev. **C72**, 014904 (2005), nucl-ex/0409033

[245] A. Ster, M. Csanád, T. Csörgő, B. Lorstad, B. Tomašik, Eur.Phys.J. **A47**, 58 (2011), 1012.5084

[246] L. Adamczyk et al. (STAR), Phys. Rev. **C88**, 034906 (2013), 1302.3168

[247] M. Csanád, T. Csörgő, Acta Phys.Polon.Supp. **1**, 521 (2008), 0801.0800

[248] A. Adare et al. (PHENIX), Phys. Rev. **C92**, 034914 (2015), 1504.05168

[249] M. Csanád, M. Kőfaragó, Eur.Phys.J. **A47**, 76 (2011), 1101.1276

[250] M. Csanád, M. Kőfaragó, Phys.Part.Nucl.Lett. **8**, 944 (2011), 1101.1192

[251] T. Kunihiro, Phys. Lett. **B219**, 363 (1989)

[252] Z. Huang, X.N. Wang, Phys.Rev. **D53**, 5034 (1996), hep-ph/9507395

[253] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), J. Phys. **G37**, 075021 (2010)

[254] R. Vértesi, T. Csörgő, J. Sziklai, Nucl.Phys. **A830**, 631C (2009), 0905.2803

[255] K. Kulka, B. Lorstad, Nucl. Instrum. Meth. **A295**, 443 (1990)

[256] T. Sjostrand, S. Mrenna, P.Z. Skands, Comput.Phys.Commun. **178**, 852 (2008), 0710.3820

[257] M. Gyulassy, X.N. Wang, Comput. Phys. Commun. **83**, 307 (1994), nucl-th/9502021

[258] M. Chojnacki, A. Kisiel, W. Florkowski, W. Broniowski, Comput.Phys.Commun. **183**, 746 (2012), 1102.0273

[259] R. Stock, ed., *Relativistic Heavy Ion Physics*, Vol. 23 of *Landolt-Börnstein - Group I Elementary Particles, Nuclei and Atoms* (Springer, 2010), ISBN 9783642015397