MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

Tézisfüzet

A benyújtott doktori mű címe

KÖZÚTI JÁRMŰFORGALMI FOLYAMATOK NEMLINEÁRIS MODELLEZÉSE NAGYMÉRETŰ HÁLÓZATOKON

PÉTER TAMÁS
a műszaki tudomány kandidátusa

Budapest, 2019

I. TUDOMÁNYOS ELŐZMÉMYEK, A TÉMAHOZ KAPCSOLÓ KORÁBBI NEMZETKÖZI KUTATÁSI EREDMÉNYEK

Figyelemre méltó komplexitás jellemzi a magyar közlekedéstudomány különböző tudományterületekhez fűződő kapcsolatrendszerét. Magyarországon a járműszerkezetek dinamikus analízisét már a 70-es években, a valós közlekedési folyamatok és utasok hatásainak figyelembe vételével vizsgálta Michelberger et al. (1977). A 80-es években megjelent a rendszerelmélet széles körű alkalmazása Michelberger, Bokor, Keresztes, Várlaki (1986) és a 90-es évektől Bokor (1990) új eredményei alapján a modern irányításelmélet ipari alkalmazása is. A közlekedés minősége kiemelkedő szerepet tölt be a különböző társadalmi célok gazdaságos elérésében, Tánczos (2001) és alapkövetelmény a modern szervezetelemzés és forgalomirányítás hatékony működtetéséhez, Kövesné (2003.1). Fontos feladat a hálózaton jelentkező terhelések pontos ismerete Moning és Berki (2010). A közúti hálózatok fejlesztése döntéstámogatási módszereket és operációkutatási modelleket igényel, Bakó (1980.2). A közúti infrastruktúrával kapcsolatban az útállapot változásából származó hatásokat vizsgálata a közúti baleseteknél Gáspár (2010.2) és a klímaváltozás gazdasági kockázatait elemezte az autópályáknál Timár (2011). A közlekedési kutatásoknál különösen jellemző a véletlenszerűségek figyelembevétele. Sztochasztikus módszereket és modelleket alkalmaztak Michaletzky, Bokor és Várlaki (1998), Michelberger, Szeidl és Várlaki (2001), fuzzy modelleket vizsgáltak Kóczy et al. (2000), Rudas et al. (2013). A közúti közlekedési folyamatmodellek többsége az állapotok eredeti fizikai jelentése alapján megfelel *a pozitív rendszer* követelményeinek. Ezt a területet Magyarországon elsőként Varga (2007) vizsgálta pozitív lineáris és bilineáris rendszerek körében. Az úthálózatok növekedési mintázatának jobb megértéséhez a dinamikus gráfok alkalmazása nyújt hasznos iránymutatást azoknak a tervezőknek, akik a jövőbeni hálózatokat kívánják kialakítani. Ez a terület egyaránt segíti a hálózatok tervezéséhez kapcsolódó építőmérnöki és közlekedésmérnöki munkákat és a jövőbeni döntési idők lerövidülését, Xie and Levinson (2009). A fő cél az optimális hálózati struktúrát fejlesztő növekedés meghatározása Yerra and Levinson (2005), Levinson and Yerra (2006), Xie and Levinson (2009). A közlekedési hálózatok változását érintő leggyakoribb intézkedések közé tartozik a csomópontok számának és a hálózat méretének változása Xie and Levinson (2007), az optimális úthosszat és hatékonyságot érintő változások kérdése Barabási and Albert, (2002), Barabási (2002), Kuby et al., (2005). A hálózatok önszerveződését szimulálták ágens-alapú modellek felhasználásával, és fontosságuk alapján egyes utak megerősítését, míg kevésbé értékesek megszüntetését eszközölték Gastner and Newman, (2004), Barth and Flammini (2006). A tervezési probléma nagyságára jellemző, hogy pl. Portland esetében több mint 125 000 közúti összeköttetést és 6.25 millió úthálózati szakaszt, ill. Chicago esetében mintegy 20 millió útcellát vettek figyelembe az úthálózat fejlesztésnél, Henning, Mortveit (2008).

A kialakított hálózatokon nagy sűrűségű, bonyolult járműáramlat folyamatok jelennek meg. A hálózati modellezések körében elterjedt a makroszkopikus, folyadék-dinamikai elvű modellek alkalmazása. Ugyanakkor megjegyzendő, hogy a valós folyadékhálózatok áramlási folyamatainak dinamikus modellezése eltér a közúti hálózatok makroszkopikus modellezéstől, a két különböző típusú rendszer eltérő fizikai és szerkezeti sajátosságainak pontosabb figyelembevételekor.

A valós folyadékhálózatok esetében csőelemenként két parciális differenciálegyenlet kerül alkalmazásra: (1) az Euler-féle kontinuitási egyenlet és (2) a csővezeték hosszirányában, a súrlódással áramló folyadékokra az impulzus (momentum) megmaradási törvényt kifejező, viszkozitást figyelembe vevő Navier–Stokes-egyenlet. A folyadékhálózatok irányítás-orientált modellezésére álfogó elemzést végeztek Novella-Rodriguez, Witrant and Sename (2014).

A közúti hálózatok makroszkopikus modellezésére az **LWR** alapmodell alkalmazása terjedt el a közlekedés állapotfejlődésének leírására, Michael James **Lighthill**[1] és Gerald B. **Whitham**[2] (1955), továbbá Paul I. **Richards**[3] (1956) kutatásai alapján. Az LWR parciális differenciálegyenlet (LWR PDE) az Euler-féle kontinuitási egyenlet alkalmazása, amely cellánként (útszektoronként) veszi figyelembe a sebesség-sűrűség törvényt. (A közúti hálózatok esetében ezen kívül természetesen még számos speciális szezonalitási, környezeti, forgalomszervezési és humán tulajdonság jelenléte miatt is jelentős eltérések lépnek fel a folyadékhálózatok működéséhez képest.) Az LWR fontos alkalmazási területe a torlódások kialakulásával kapcsolatos hullámok hátrafele terjedésének problémája. A parciális differenciálegyenletek analitikus és numerikus megoldásainál figyelembe kell venni a cellahatár-felületek találkozásainál az eltérő kezdeti értékek következtében fellépő *Riemann-féle problémát* is, ahol a kezdeti állapotok lökéshullámot, vagy ritka

[1] *Alma mater:* **Cambridge University**; [2] *Alma mater:* **University of Manchester**, Doctoral advisor James Lighthill
[3] *Alma mater:* **Harvard University** as a Ph.D

hullámot is előidézhetnek a hálózaton Bretti, Natalini, Piccoli (2007), Herty (2014).

Az alkalmazott irányítási stratégiáknál gyakori megoldás a forgalmi dugó eltűntetése érdekében a belépési folyamat korlátozása Bretti, Natalini, Piccoli (2007), Haut, Bastin and Chitour (2005). Széles kutatási terület az optimálási stratégiák kialakításánál a visszacsatolásos rámpa-adagolás szabályozás az autópálya és a kapcsolódó hálózatok irányításánál. Bastin, Haut, Coron, d'Andréa-Novel (2007) az LWR modellnél kvadratikus Lyapunov-függvényt alkalmaznak. Az a céljuk, hogy a hálózat stabilitását biztosítsák, megakadályozva a forgalmi dugók megjelenését, az esetleges ideiglenes várakozási sorok megjelenése árán is. Speciális adaptív iteratív irányítást tárgyalnak Tar et al., (2012). Muralidharan and Horowitz (2012) által képviselt megközelítés a rámpaadagolás és a változtatható elosztás szabályozásának kombinációjával keresi a megoldást. Ramezani, Haddad, and Geroliminis (2012) nagyméretű hálózati forgalomvezérlési modellje egy autópálya szakaszból és a városi hálózatból áll. Négy pontot kezelnek a városi régiók és az autópálya közötti áramlásnál, kettőt a két régió között, az átmeneti sebességek befolyásolására. Két vezérlő pedig a rámpáknál a forgalomirányítás problémáját visszahúzással oldja meg annak érdekében, hogy adott időtartamban maximalizálják a célállomásokat elérők számát.

Az irányításelmélet területén az 1980-as és 1990-es években terjedtek el a modell-alapú optimálási irányítási (MPC) stratégiák az egyszerűbb közlekedési modelleknél, amelyeket széles körben használnak számos városban: Lowrie (1982), Gartner (1983), Farges, Henry and Tufal (1983), Robertson and Bretherton (1991), Boillot, Blosseville, Lesort, Motyka, Papageorgiou, and S. Sellam (1992), Bielefeldt and Busch (1994), Sen and Head (1997), Bretherton, Bodger, Baber, and Controls (2004), Varga and Bokor (2007). Az MPC módszerek nagyon vonzóak, azonban a valós városi hálózatoknál egy modell-alapú irányítási stratégia megvalósításánál ma is a legnagyobb kihívás az online számítások komplexitása. **A nagy online számítástechnikai követelmény szinte megvalósíthatatlanná teszi a valós idejű irányíthatóságot a valóságban,** Lin, De Schutter, Xi, and Hellendoorn (2011). Az általuk alkalmazott predikciós modell nemlinearitása miatt az optimalizálás nemlineáris nem konvex probléma. Mivel az online számítás komplexitása nagy kihívás az MPC irányításnál, ezért kevert Integer Lineáris Programozási módszert alkalmaztak a városi közlekedési hálózatok irányítási stratégiájához. A szimulációs kísérletek szerint ez egy sikeres módszer lehet az MPC komplexitásának csökkentésére.

Alapvető hozzájárulást adtak az LWR modellezés hatékonyságának növeléséhez C. F. **Daganzo**[4] (1994, 1995) munkái, amelyek a forgalom komplex hálózatokon keresztül történő kialakulását homogén sűrűségű cellák alkalmazásával tárgyalták. Kifejti, hogy az eljárás tetszőleges hosszúságú cellákat is alkalmazhat, viszont az LWR modellezés eredményeinél a valóságot jobban megközelítő értékek érhetők el a rövid, például 100 m cellahosszúságok alkalmazásával. A rendszer állapotát az egyes cellákban jelenlévő $n_i(t)$ járművek számával lehet megadni és minden cellához adott, maximális N_i, járműszám tartozik. A leírás autópálya modelleknél jól alkalmazható, viszont szerző megállapítja, hogy általános gráfokon így már nem lehet sorszámozni a cellákat, meg kell adni, hogy az eredeti gráf melyik ívén hányadik cellát tekintjük. Szerzőnél problémát okozott a hagyományos közlekedési hálózati gráf megtartása, amely általános esetben a celláknál, egy „kettős" számozást eredményezett.

Ezt a klasszikus makroszkopikus modellezési technikát fejlesztette tovább Markos **Papageorgiou**[5] autópályák és körgyűrűk valós idejű modellezésére, forgalom-becslést és irányítást is megvalósítva, pl. Cremer and Papageorgiou (1981), Wang, Papageorgiou et al., (2009). A modelleknél általában Δ_i=500 m szegmenshosszakkal dolgoznak és a szegmenseknél a diszkrét k időpontokban két egyenletet alkalmaznak. Az első a ρ járműsűrűséget írja fel k+1 időpontban, a második a v járműsebesség becslését adja meg a k+1 időpontban. Ez utóbbi a k időpontban mért v(k) sebesség és a ρ járműsűrűség által a szegmensre már korábban regresszió analízissel meghatározott $V(\rho)$ sebesség-sűrűség függvény eltérési hibájának minimalizálására épül. Mérésekkel igazolt, igen jól alkalmazható modellt nyertek.
Légi forgalom áramlásirányítás területén, Arneson and Langbort (2009), a hálózatot szektorokra bontva, lineáris pozitív konzervatív rendszert alkalmazott a hálózatokon keresztül történő anyagáramlás leírására. Az irányítástervezésre a statikus útvonal paramétereket használják a késések minimalizálására. A szektorok közötti kapcsolatokat feltételekkel írták fel és gráffal adták meg. A $0 \leq x_i(t)$ állapotjellemzők, az i-edik szektorban tartózkodó légi járművek számát jelentik. A hálózaton állandó v sebességgel és β_{ij} szétosztási tényezőkkel áramlik az „anyag".

[4] *Alma mater:* **University of California, Berkeley**
[5] *Alma mater:* **Technische Universität München**

II. A TÉMAVÁLASZTÁS INDOKLÁSA, AZ ÚJ MODELLEZÉS MÓDSZERTANA, NÉHÁNY ALKALMAZOTT FOGALOM

A közúti és városi úthálózatokon napi rendszerességgel hatalmas volumenű forgalmi folyamatok alakulnak ki. Ezen folyamatok társadalmi-gazdasági hatása rendkívül fontos kutatási terület, amely igen komplex probléma, mert a különböző közlekedési alágazatokat tekintve a legbonyolultabb a közúti közlekedés. A téma kutatása indokolt, mivel a szakirodalmat áttekintve, hiányzik a nagyméretű közúti közlekedési hálózatok egységes dinamikus működését általánosan leíró matematikai modell, - amely hozzásegíthet bennünket a hálózati elemeken áramló bonyolult közúti közlekedési folyamatok dinamikájának jobb megértéséhez.

A vizsgálatoknál, az alábbi új modellezési módszertant alkalmaztam.

M1. A modellezés általánosított szektorokat alkalmaz. Egy általánosított szektor hosszának megállapításakor figyelembe kell venni a rá vonatkozó közlekedési forgalmi rend sajátosságait is. *Ennek megfelelően vizsgálni kell egy általánosított szektor hosszának fogalmát, a szektornál fellépő és mért térbeli lefedettség-maximumok alapján, amely járműhossz kapacitás alapú fogalom és ez a hossz, egyaránt jellemző a sávszektorokra és a parkolókra is. A modell a járműsűrűség definiálására, a szektorok térbeli lefedettségének arányán alapuló fogalmat használ, amely dimenzió nélküli szám. Bármilyen hosszúságú szektor esetében az értéke a* [0,1] *intervallumban helyezkedik el és ez a definíció kiterjeszthető bármilyen alakú parkolóra is.*
Mivel ez alapján a parkolók ugyanolyan állapotjellemzővel és ugyanolyan anyagátadás kooperációval bíró dinamikus elemek, mint a hagyományos forgalmi szektorok, a megközelítés fontos következménye, hogy *a rendkívül bonyolult, nagyméretű közúti hálózatok egységes járműforgalmi modellje egyetlen általános szektorelem típus sokaságából épül fel.*

M2. A közúti járműforgalmi folyamatok egységes dinamikus modelljét egy pulzáló irányított gráf határozza meg. A szektorelemek (hálózati alapelemek) – röviden szektorok – azonos típusú állapotjellemzővel és azonos átadási kooperációs képességgel rendelkező szereplők a közúti hálózat egy beosztásánál. Az úthálózaton kialakuló közlekedési folyamat a szektorok sokasága között fellépő dinamikus kooperáció eredménye. Az új gráf csúcsai a kooperáló szektorok. Ezek a csúcsok egyúttal állapotjellemzőkkel – dinamikus járműsűrűségekkel – rendelkeznek. A csúcsok közötti élek fluxusok, amelyek a forgalom-áramlások és ezek szintén dinamikusak. A csúcsok közötti kooperációban egyszerre szabályozott az anyagátadás (járműátadás) mennyisége és a sebessége is. A disztribúció és az anyagáram-sebessége egyaránt függ a kooperáló csúcsok állapotjellemzőitől, az őket körülvevő (segítő/akadályozó) környezettől, valamint az időponttól is.

M3. A vizsgált tartományban elhelyezkedő valós közlekedési hálózati rendszert virtuális zárt görbével határoljuk körül. (A vizsgált tartomány nem feltétlenül egyszeresen összefüggő). A virtuális zárt görbe megnevezés a modellezés igen fontos tulajdonságát emeli ki. Ily módon, a körülhatárolás következtében, nem szűnik meg az a dinamikus kapcsolatrendszer, amely a belső és a külsőnek nevezett komplementer hálózat között, a vizsgálatunktól függetlenül létezik. A modellben ez azt jelenti, hogy az input szektorok és belső szektorok között, valamint a belső és az output szektorok között ugyanazon típusú dinamikus átadási kapcsolatok valósulnak meg, mint a belső-belső, vagy a külső hálózat szektorai között. Tehát az új modellezés esetén az ú.n. „kapuknál" nem forgalom megadása történik, mint a hagyományos modelleknél.

M4. A belső és a külső hálózat szektorait tekintve négyféle dinamikus átadási kapcsolat létezik. A teljes hálózat esetében alapvető fontossággal bír a hálózati kapcsolatrendszert definiáló kapcsolati hipermátrix. A teljes belső és teljes külső hálózat dinamikus működését ez a kapcsolati hipermátrix foglalja egy rendszerbe. A kapcsolati hipermátrix megadja bármely szektor esetében, hogy milyen más szektorokkal áll és milyen dinamikus átadási kapcsolatban. A kapcsolati hipermátrixot tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer írja le a hálózat minden szektorának a dinamikus működését, azaz a teljes hálózat dinamikus működését.

M5. A fentieket figyelembe véve a belső és külső hálózat járműforgalmi folyamatait egyszerre leíró univerzális hálózati modell építhető fel. A módszer lényege, hogy egyszerre vizsgáljuk egy tetszőleges belső hálózati szektor összes dinamikus átadási kapcsolatát és egy tetszőleges külső hálózati szektor összes dinamikus átadási kapcsolatát *1.a. ábra* és *1.b. ábra*. Az univerzális hálózat egységes matematikai modellje egy nemlineáris pozitív differenciálegyenlet-rendszer.

M6. Globális hálózati modellhez jutunk el oly módon, hogy az univerzális hálózati modell belső hálózatát tartalmazó tartományt addig növeljük, amíg a külső tartomány üres halmazzá nem válik. Ekkor az történik, hogy a korábbi n db belső szektoron a sűrűségek jelölései megmaradnak: x_1, x_2, … , x_n, a korábbi m db külső hálózati szektornál viszont átjelölés történik és ők lesznek az x_{n+1}, x_{n+2}, … ,x_{n+m} sűrűségű szektorok. Eközben az átjelölés érintetlenül hagyja minden szektor korábbi kapcsolatait, mert a teljes hálózat és a kapcsolatrendszer nem változott meg az átszámozással. (Fentiekkel ekvivalens, ha a külső hálózatot tartalmazó tartományt addig növeljük, amíg a belső tartomány üres halmazzá nem válik.)

Kapcsolódva a fenti pontokhoz, az adott részhálózat esetén a modellezés az ún. szűkített hálózati modellt alkalmazza. *A szűkített hálózati modell esetében, a belső hálózati tartományban n db x_1, x_2, ... ,x_n, sűrűségű állapotjellemzővel rendelkező szektor van. A külső tartomány azt az m db s_1, s_2, ... , s_m, mért sűrűséggel rendelkező szektort foglalja magában, amelyeknek közvetlen input vagy output átadási kapcsolata van valamely belső szektorral.* Ez utóbbi modellt alkalmazhatjuk valós idejű modellezésre és irányításra. Az univerzális és globális modellek viszont az általánosabb működést, rendszerelméleti tulajdonságokat, gazdasági és környezeti jelenségek vizsgálatát és megismerését szolgálhatják.

A hálózati modellezésnél vizsgálandók az egymáshoz csatlakozó szektorok esetén (- amely szakaszokat, vagy görbe darabokat a kiválasztásukat követően bázis szektoroknak nevezzük) a köztük fellépő átadási sebességek is. Ezzel kapcsolatban szükséges a modellezésre vonatkozó általános elvet kimondani: *Az egyes kijelölt bázis szektorokon a mérések alapján meghatározott bázis sebesség-sűrűség törvényeknek érvényesnek kell maradniuk az ott jelen lévő környezeti paraméterek és adott időpont figyelembevételével, viszont minden egymáshoz csatlakozó kettő vagy több szektor esetében is összefüggő, összetartozó, koherens egységet kell alkotniuk a sebesség-sűrűség törvényeknek.*

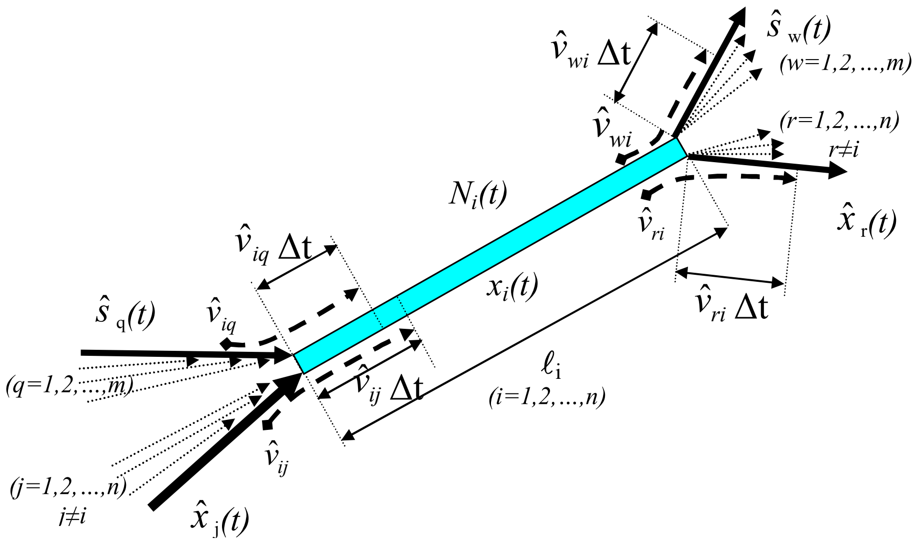
Az alkalmazott fogalmak és jelölések rövid összefoglalása és néhány további kiegészítő megjegyzés:

- $0 \le x_i(t) \le 1$, „G” zárt görbével körülkerített, nem feltétlenül egyszeresen összefüggő belső tartomány i-ik szektorának járműsűrűség állapotjellemzője (i=1,…,n). $0 \le s_i(t) \le 1$, a komplementer, „külső” tartomány i-ik szektorának járműsűrűség állapotjellemzője (i=1,…,m).
- Az x_i és s_i sűrűség állapotjellemzők [m/m], dimenzió nélküli változók, a v_i sebességek dimenziója [m/s], $q_i = x_i\, v_i$. fluxus a forgalom, dimenziója [m/s], jelentése: a keresztmetszeten időegység (1[s]) alatt átáramló járműhossz, (1 sűrűségű „anyag”) méterben mérve.
- $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(\underline{\mathbf{x}}(t),t) \ge 0$, állapottól és időtől függő disztribúció j szektorról i szektorra történő áramlásnál.

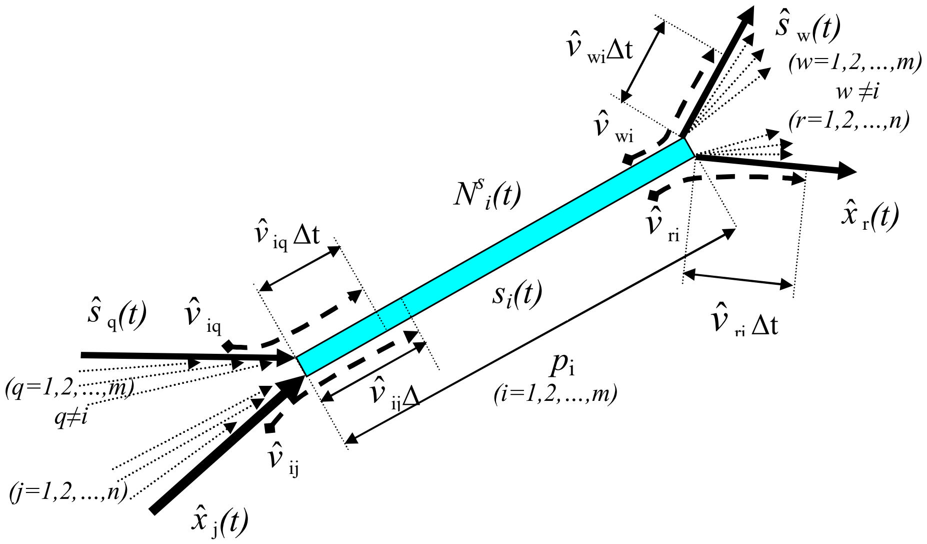
- $\beta_{ij}= \beta_{ij}(\underline{\mathbf{x}}(t),t)$, a j szektorról i szektorra történő átadási folyamatnál, az átadásánál fellépő akadályozást $0\leq\beta_{ij}<1$, vagy rásegítést $1<\beta_{ij}$ figyelembe vevő, állapottól és időtől függő tényező.
- $\gamma_{ij}=\gamma_{ij}(\underline{\mathbf{x}}(t),t)\geq 0$, állapottól és időtől függő speciális disztribúció két szektor kapcsolatánál. Ekkor a j $\rightarrow$ i relációnál, az i-re osztott anyagnak csak egy része áramlik az i szektorokra és az ide osztott, de megmaradó részt a j szektor „magára osztja”, azaz nem osztja ki. Ilyen esetek: j parkolóról i szektorra, zsákutcából szektorra és felléphet az α_{ij} típusú disztribúció helyett is, ha valamely irányokban a torlódás, vagy lámpa miatt az adott időpontban éppen nem lehetséges az átadás.
- $0\leq\ u_{ij}(t)\ \leq 1$ függvény, a j szektorról i szektorra történő átadásánál működő forgalomirányító lámpa irányítás jele j - i relációnál.
- Belső tiltó automatizmusok: j-ből nem adhatunk át i-re, ha i tele van. Engedélyezett átadás: $S(x_i(t))=1$, ha $x_i(t)<1$, egyébként $S(x_i(t))=0$. Hasonlóan j-ről nem adhatunk át i-re, ha j üres. Engedélyezett átadás: $E(x_j(t))=1$, ha $0<x_j(t)$, egyébként $E(x_j(t))=0$. A bevezetett normált állapotjellemzők alkalmazásával a belső tiltó automatizmusok matematikai feltételei egyszerűen teljesíthetők.
- Ugyanakkor az u, E, S függvényeknél figyelembe kell venni a valóságos humán, vezetői reakció folyamatokat, amelyek folytonosak és folytonosan változók. Ennek megfelelően az általam felírt modellben alkalmazott forgalomirányító lámpafüggvények t - idő szerint és a belső tiltó-automatizmus függvények az állapotjellemzők szerint folytonosan differenciálható függvények.
- Egy szektoron a sebesség a járműsűrűségtől függ. A sebesség maximuma szakaszonként limitálva van. A sebesség függvényt befolyásolja még az $\underline{e}=[e_1,\ e_2,..,e_n]$ környezeti paramétervektor. A legfontosabb ilyen jellemzők: az időjárás, látási viszonyok, domborzat, az út geometriája, útminőség és szélesség.
- l_i jelöli a belső szektorok hosszát és p_i a külső szektorok hosszát az *1.a.* és *1.b. ábra* esetében.

III. A MODELL FELÍRÁSA ÉS FONTOSABB SAJÁTOSSÁGAI

Az univerzális hálózati modell felírásánál egyszerre vizsgálom egy tetszőleges belső és egy tetszőleges külső hálózati szektor összes dinamikus átadási kapcsolatát:



1.a. ábra: i-edik belső szektor dinamikus kapcsolatai



1.b. ábra: i-edik külső szektor dinamikus kapcsolatai

Az *1.a. ábrán* $\hat{v}_{ij}$, a tényleges átadási sebesség a j $\rightarrow$ i relációnál, amely egy szabályozott sebesség. Ezt a szabályozást végzik az $S(x_i)$ és $E(x_j)$ belő automatizmusok és az $u_{ij}(t)$ lámpajel. V az egymáshoz csatlakozó két szektornál koherens egységet alkotó együttes *sebesség-sűrűség függvény*, amely felírásánál figyelembe vesszük a csatlakozó szektorok kapacitásalapú hosszait, függ ezek járműsűrűségeitől, az $\underline{e}_i$, $\underline{e}_j$ környezeti paramétervektoroktól és a t időponttól. A β_{ij} akadályozási-rásegítési tényező:

$$\hat{v}_{ij} = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t), \underline{e}_i, \underline{e}_j, t) \cdot E(x_j(t)) \cdot u_{ij}(t) \cdot \beta_{ij}(x(t), t) \qquad (1)$$

A *j* szektorról nemcsak *i*-re, hanem más szektorra is áramolhat az anyag a *t* időpontban, ezért várhatóan a teljes mennyiségnek csak egy része áramlik *i*

szektorra. Ezt az anyagszabályozást végzi az $\alpha_{ij}(x,t)$ disztribúciós függvény, vagy a $\gamma_{ij}(x,t)$ speciális disztribúciós függvény.
A képletekben mindkettő szerepel azzal a megkötéssel, hogy amelyik eset nem áll fenn, annál a disztribúciós függvény értéke 1. Tehát az x_j sűrűségű anyagnál, az *1.a. ábrán* szemléltetve a j $\rightarrow$ i relációnál $\hat{x}_j$ tényleges sűrűségű anyag kerül átadásra, az alábbi módon:

$$\hat{x}_j = \alpha_{ij}(x(t),t) \cdot \gamma_{ij}(x(t),t) \cdot x_j \tag{2}$$

A $v_{ij} \cdot x_j$ fluxus számításánál a tényleges sebességeket és sűrűségeket kell figyelembe venni:

$$\hat{v}_{ij}\hat{x}_j = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t), \underline{e}_i, \underline{e}_j) \cdot E(x_j(t)) \cdot u_{ij}(t) \cdot \beta_{ij}(x(t),t)\alpha_{ij}(x(t),t) \cdot \gamma_{ij}(x(t),t) \cdot x_j \tag{3}$$

Így adódik, hogy a kapcsolati mátrix j-ik oszlopában, amelyhez az eredeti x_j sűrűség tartozik, az alábbi kapcsolati sebesség lép fel az i-ik szektorra:

$$v_{ij} = S(x_i(t)) \cdot V(x_i(t), x_j(t), \underline{e}_i, \underline{e}_j) \cdot E(x_j(t)) \cdot u_{ij}(t) \cdot \beta_{ij}(x(t),t) \cdot \alpha_{ij}(x(t),t) \cdot \gamma_{ij}(x(t),t) \tag{4}$$

A járműsűrűség fogalom közvetlen felhasználásával egyszerre felírható az *i*-edik belső (ennél: *i*=1,2,...,n) és *i*-edik külső (ennél: *i*=1,2,...,m) szektorokon a Δt idő alatt a járműhosszak megváltozása (felhasználva az *1.a.*és *1.b. ábrák* jelöléseit).

$$x_i(t+\Delta t) \cdot l_i = x_i(t) \cdot l_i + \Delta t \cdot \left[\sum_{j=1;(j\neq i)}^{n} v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^{m} v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1;(r\neq i)}^{n} v_{ri} \cdot x_i(t) + \sum_{w=1}^{m} v_{wi} \cdot x_i(t) \right) \right]$$

$$\mathrm{s_i(t+\Delta t) \cdot p_i = s_i(t) \cdot p_i + \Delta t \cdot \left[\sum_{j=1}^{n} v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1;(q\neq i)}^{m} v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1}^{n} v_{ri} \cdot s_i(t) + \sum_{w=1;(w\neq i)}^{m} v_{wi} \cdot s_i(t) \right) \right]}$$

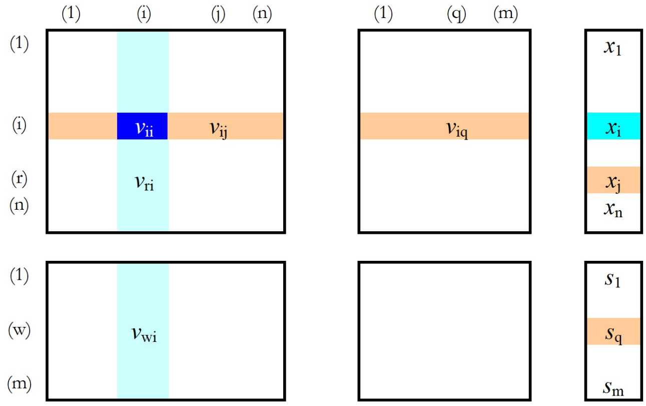
Ez alapján Δt→0 határátmentet képezve felírható a mindkét tetszőleges i-edik szektorra vonatkozó differenciálegyenlet is:

$$\dot{x}_i(t) = \frac{1}{l_i} \cdot \left[\sum_{j=1;(j\neq i)}^{n} v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1}^{m} v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1;(r\neq i)}^{n} v_{ri} \cdot x_i(t) + \sum_{w=1}^{m} v_{wi} \cdot x_i(t) \right) \right] \tag{5}$$

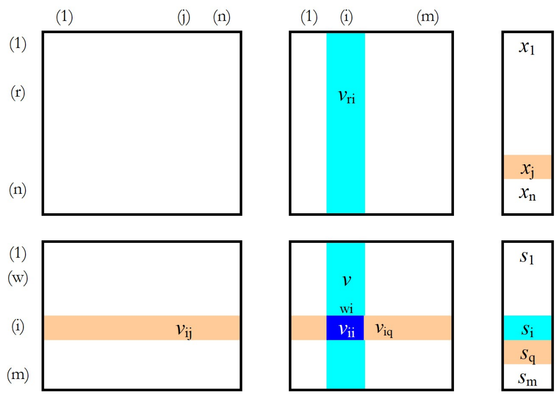
$$\mathrm{\dot{s}_i(t) = \frac{1}{p_i} \cdot \left[\sum_{j=1}^{n} v_{ij} \cdot x_j(t) + \sum_{q=1;(q\neq i)}^{m} v_{iq} \cdot s_q(t) - \left(\sum_{r=1}^{n} v_{ri} \cdot s_i(t) + \sum_{w=1;(w\neq i)}^{m} v_{wi} \cdot s_i(t) \right) \right]} \tag{6}$$

A mátrix alak esetében a differenciálegyenlet-rendszernél a főátlóbeli *i*-edik elemek az alábbiak szerint írhatók fel a belső szektoroknál:

$$v_{ii}=-\left[\left(\sum_{r=1;(r\neq i)}^{n}v_{ri}+\sum_{w=1}^{m}v_{wi}\right)\right]$$ és a külső szektoroknál: $$v_{ii}=-\left[\left(\sum_{r=1}^{n}v_{ri}+\sum_{w=1;(w\neq i)}^{m}v_{wi}\right)\right]$$



2.a. ábra: $\boldsymbol{K}_B$ belső kapcsolatok



2.b. ábra: $\boldsymbol{K}_K$ külső kapcsolatok

A $\boldsymbol{K}_B$ belső kapcsolatokat leíró hipermátrixnál minden típusú kapcsolat fellép, kivéve a külső-külső kapcsolatokat. Ez a kapcsolati halmaz üres. A $\boldsymbol{K}_K$ külső kapcsolatokat leíró hipermátrixnál pedig minden típusú kapcsolat fellép, kivéve a belső-belső kapcsolatokat. Itt ez a kapcsolati halmaz üres. Ugyanakkor a teljes hálózaton fellépő ugyanazokat a külső-belső ill., belső-külső kapcsolatokat a $\boldsymbol{K}_B$ és $\boldsymbol{K}_K$ egyaránt tartalmazza. Ez alapján a két hipermátrix halmazelméleti uniója határozza meg – a kapcsolatokat tekintve általános érvényű – univerzális hálózati forgalmi modell teljes kapcsolatrendszerét leíró kapcsolati hipermátrixot:

$$K=K_K\bigcup K_B=\begin{bmatrix}K_{11}(x,s) & K_{12}(x,s)\\ K_{21}(x,s) & K_{22}(x,s)\end{bmatrix}$$

Ahol: $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{K}_K$ $\boldsymbol{K}_B\in\Re^{(n+m)x(n+m)}$, $\mathbf{K}_{11}\in\Re^{nxn}$, $\mathbf{K}_{12}\in\Re^{nxm}$, $\mathbf{K}_{21}\in\Re^{mxn}$, $\mathbf{K}_{22}\in\Re^{mxm}$ és $x\in\Re^{n}$, $s\in\Re^{m}$.

A belső és külső hálózat működését egyszerre leíró általános hálózati modell a fentiek alapján a következő:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{s}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\langle L\rangle^{-1} & \\ & \langle P\rangle^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K_{11}(x,s) & K_{12}(x,s)\\ K_{21}(x,s) & K_{22}(x,s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ s\end{bmatrix} \qquad (7)$$

Ahol: $\langle L\rangle$ a belső szektorok és $\langle P\rangle$ a külső szektorok kapacitás alapú hosszúságait tartalmazó diagonális mátrixok:

$$\langle L\rangle=\langle l_1,l_2,...,l_n\rangle,\ \langle P\rangle=\langle p_1,p_2,...,p_m\rangle$$

A K_{11} és K_{22} fő diagonálisában 0 vagy negatív értékek lépnek fel, minden más elemük nemnegatív értéket vesz fel. A K_{12} és K_{21} minden eleme nemnegatív értéket vesz fel. Tehát ezek a mátrixok Metzler mátrixok, következésképpen az általuk meghatározott teljes kapcsolati rendszert leíró K kapcsolati hipermátrix is Metzler mátrix.

A szűkített hálózati modell egy tetszőleges n szektorból álló belső hálózatból és m db külső $s_1, s_2, \ldots, s_m$, sűrűségű szektorból áll, amelyek közvetlen kapcsolatokkal rendelkeznek valamely belső szektorral és ez utóbbiak állapotát mérés alapján ismertnek tekintjük. Ennél a modellnél a kapcsolati hipermátrixot alkotó mátrixok közül csak a $\boldsymbol{K}_{11}$ és $\boldsymbol{K}_{12}$ mátrixok játszanak szerepet, mert általuk képviselve van minden átadás, amely a belső szektorokkal kapcsolatos. A szűkített modell differenciálegyenlet-rendszere:

$$\dot{x} = <\boldsymbol{L}>^{-1} [\boldsymbol{K}_{\underline{\underline{11}}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{s})\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{K}_{12}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{s})\,\boldsymbol{s}] \qquad (8)$$

Ahol: $x \in \Re^n$, $\dot{x} \in \Re^n$, $s \in \Re^m$, $<\boldsymbol{L}> = \mathrm{diag}\{l_1, \ldots, l_n\}$, l_i a főátlóban a belső szakaszok kapacitás alapú hossza ($\forall l_i > 0$, $i=1,2,\ldots,n$), $K_{11} \in \Re^{nxn}$, $K_{12} \in \Re^{nxm}$.

Luenberger (1979), mutatott rá arra, hogy pozitív rendszerek esetében alkalmazható a lineáris Lyapunov-függvény.

A járműforgalmi folyamatok irányításával kapcsolatban nem ismert a szakirodalomban a lineáris Lyapunov-függvény alkalmazása. Az általam kidolgozott modellezési módszer természetes következménye volt a hálózati modell stabilitásának vizsgálatánál a lineáris Lyapunov-függvény alkalmazása, Péter (2008). Tekintsük egy zárt görbe által körülhatárolt tartomány belsejében a $0 < l_i$, kapacitás alapú szektor hosszakat és a hozzájuk tartozó $0 \le x_i(t) \le 1$ állapotjellemzőket ($i=1,2,\ldots,n$).

A definíciónk szerint: $\forall\, l_i\, x_i$ *(i=1,2,...,n) szorzat az i-edik szektoron t időpontban tartózkodó járművek hosszával egyenlő, így az általam definiált Lyapunov-függvény fizikai jelentése a zárt görbe által körülhatárolt tartomány belsejében, t időpontban tartózkodó járművek együttes hossza*

$$V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \ldots + l_n \cdot x_n \qquad (9)$$

Röviden az $\boldsymbol{L} = [\, l_1, l_2, \ \ldots \ l_n]$ és $\boldsymbol{x}$ skaláris szorzata: $V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \boldsymbol{L}^*\boldsymbol{x}$

A $V(\boldsymbol{x})$ skalár-vektor függvény pozitív definit,

$V(\boldsymbol{x})=0$, csak ha $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$
$V(\boldsymbol{x})>0$, értelmezési tartományában minden nem zérus $\boldsymbol{x}$-re.

A V t-szerinti deriváltja:

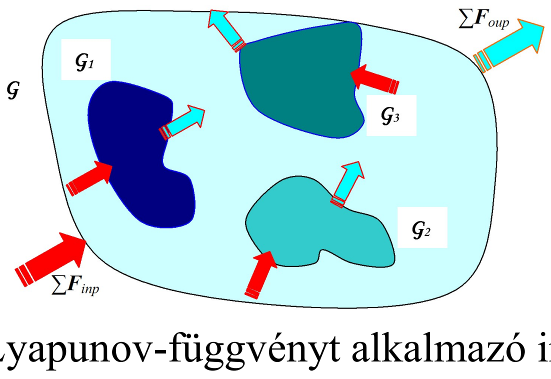
$$\dot{V}(x_1,x_2,...,x_n)=\frac{\partial V}{\partial x_1}\cdot\frac{dx_1}{dt}+\frac{\partial V}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{dt}+...+\frac{\partial V}{\partial x_n}\cdot\frac{dx_n}{dt}=l_1\cdot\dot{x}_1+l_2\cdot\dot{x}_2+...+l_n\cdot\dot{x}_n=L\cdot\dot{x}$$

A $V(t)$, t-szerinti deriváltjánál a negatív érték biztosítása a tartomány járműforgalmi stabilitását növeli, mert a járművek által elfoglalt összes úthossz csökkenését idézi elő a belső úthálózaton. **A V t-szerinti deriváltjának vizsgálatát a szűkített hálózati rendszermodell felhasználásával végeztem el:**

$$\frac{\partial V}{\partial t}=-\left(\sum_{w=1}^{m}v_{w1}\cdot x_1+\sum_{w=1}^{m}v_{w2}\cdot x_2+...+\sum_{w=1}^{m}v_{wn}\cdot x_n\right)+$$
$$\sum_{i=1}^{n}v_{i1}\cdot s_1+\sum_{i=1}^{n}v_{i2}\cdot s_2+\cdots+\sum_{i=1}^{n}v_{im}\cdot s_m=-\sum F_{Output}+\sum F_{Input}\leq 0; \qquad (10)$$

A szűkített hálózati rendszermodellre alkalmazott lineáris Lyapunov-függvény (10) szerinti deriváltja összegzi a zárt tartomány összes inputján és outputján fellépő fluxus függvényeket és a $\sum F_{Input}\leq\sum F_{Output}$ kritériumra vonatkozó irányítási törvényt szab meg, amely elégséges feltételt ad a rendszer aszimptotikus stabilitására és dinamikusan alkalmazható a teljes belső tartományra, valamint azokra a szubtartományokra is, ahol kritikus helyzet lép fel, *3. ábra*.

$$Kritérium:\sum F_{Input}\leq\sum F_{Output}$$



3. ábra: Lineáris Lyapunov-függvényt alkalmazó irányítási törvény a tartományon, illetve szubtartományokon

IV. MODELL VALIDÁLÁSOK

A modell első validálása Budapesten történt a Petőfi híd pesti hídfőjétől a körúton északi irányba elindulva a Nyugati térig terjedő szakasz vizsgálatával. A vizsgált trajektórián a lámpás kereszteződések beállításához a FKF ZRt. Forgalomtechnikai Igazgatóság által a *BME* rendelkezésre bocsátott, a területen működő forgalomirányító lámpák aktuális beállítási adatait használtuk. Mivel vizsgálatunk a hétköznapi reggeli csúcs- és a délelőtti forgalomra irányult, így az egyes csomópontoknál az erre vonatkozó „FKF ZRt. 2. számú" programot vettük figyelembe. A helyszínen az inputok és outputoknál forgalomszámlálást is végeztünk az útvonalat érintő három legnagyobb csomópontban, a Ferenc körút – Üllői út csomópontban (Csomópont száma: 23/A), a Blaha Lujza téren (Cs. sz.: 111) és az Oktogonon (Cs. sz.: 203) a mérések időszakában. Tehát megállapítható, hogy a modellben használt forgalmi adatok a valóságnak megfeleltek. A vizsgált útvonal az egyes szimulációs időszakokban bejárásra került GPS készülékkel felszerelt gépjárművekkel is. A járműves mérés során rögzítésre kerültek a valós sebességprofilok. Ez a körúti modell egy tipikus vonal-modell, amelynél a jellegzetes sebességfolyamatot a forgalomirányító lámpaprogramok határozzák meg. A validálásoknál az értekezésben bemutatott matematikai modellt felhasználó PannonTraffic programot alkalmaztuk. (*Rövid leírása az értekezés a 6.sz. Mellékletben található*). Az alkalmazott sebesség-sűrűség törvény minden esetben a Greenshields (lineáris) függvény volt. A szimuláció a valós lámpaprogramokat vette figyelembe, ezért a mért sebességfolyamatok időbeni alakulását rögtön jól követte a szimuláció.

A validálásnál a mért sebességértékek legjobb megközelítését a mért input-output járműsűrűségek finomításával, valamint az $\alpha_{i,j}$ disztribúciós és a $\beta_{i,j}$ akadályozási-rásegítési tényezők beállításával végezte el a program a körút egyes szektorainál. A vizsgálat 9 összetartozó, GPS-el mért és szimulált sebesség realizáció meghatározását és kiértékelését foglalta magában, Péter T. és Bede Zs.(2009), Bede Zs. and Péter T. (2010. A szimuláció és a járműves mérés során kinyert sebességprofilok összehasonlítása természetesen megmutatta, hogy a sebesség-idő függvényeket egy sztochasztikus folyamat egy-egy realizációjának kell tekinteni és ezeket ennek megfelelően, valószínűségelméleti, ill. statisztikai analízis útján kell vizsgálni. A vizsgálat a fentiekben leírt módon tehát nagyvárosban történt, nagy forgalom és valóságos forgalomirányító lámpás kereszteződéseken történő áthaladások mellett. A sebességprofilokra és motorteljesítményekre vonatkozó nemparaméteres statisztikai próba homogenitás vizsgálatra irányult. Az volt a vizsgálat tárgya, hogy a kétféle független valószínűségi változókból álló mintahalmaz (a GPS készülékkel mért és a forgalmi modell által szimulált értékek) azonos eloszlású sokaságból származnak-e, pontosabban a gyakorlatban tekinthető-e a két minta azonos eloszlásúnak, Prékopa (1972), Vincze, Varbanova (1993). A vizsgálatoknál 95%-os szintet választva megállapítást nyert, hogy mindkét esetben a két-két minta 95%-os szinten homogénnek tekinthető. A vizsgálataink eredményei tehát megnyugtatóan igazolták, hogy a modell lehetővé teszi olyan egyedi sebességfolyamatok és származtatott motorteljesítmény folyamatok kinyerését, amelyek a valóságnak megfelelnek Bede and Péter (2010), Bede, Péter (2013.1), Peter, Fülep and Bede (2011).

A modell validálása Győr városközpont esetében, ahol a modell, a városmagban az egyik legnagyobb forgalmat lebonyolító út, a Szent István út (1. sz. főút) és környéke területét foglalta magában. A validálás a város által 2012. évben mért keresztmetszeti forgalmi adatok felhasználásával történt. A szimulációra a nagyméretű hálózati modellt és ugyancsak a matematikai modellre kifejlesztett PannonTraffic programot használtuk. A hálózatot jellemző fő adatok: 228 db. útszektor szakasz, 9 jelzőlámpával irányított csomópont, 38 egyéb csomópont, 18 input útszektor és 15 output útszektor. A forgalmat irányító jelzőlámpák fázisterveit a Magyar Közút Zrt. Győri Igazgatósága és Győr város Önkormányzata bocsátotta a rendelkezésünkre. A modell-adatoknál támaszkodtunk a város által elvégzett keresztmetszeti forgalommérések eredményeire. Ebből az adathalmazból a modellünk esetében 63 keresztmetszetre vonatkozó mérési eredményt vettünk figyelembe a vizsgálatoknál és a validálásnál. A szimuláció 24 órás valós időtartamra vonatkozott, melynek számítógépes futtatási ideje mindössze 2 perc 14 másodperc volt. A program bármely időpontból újra indítható az adott időpontban érvényes állapotjellemzők, mint kezdeti értékek figyelembevételével. A validálás során a program negyedóránként felülvizsgálta az aktuális disztribúciókat és az átadásokat befolyásoló tényezőket a mért keresztmetszeti forgalmi adatok legjobb megközelítéséhez. Az ily módon történő előrehaladás során, a korrelációanalízist óránként hajtotta végre a 63 mérési keresztmetszet figyelembevételével. A vizsgált 63 keresztmetszetnél a mért és modell alapján számított óránkénti keresztmetszeti forgalmi adatok között a korrelációs együttható értéke minden esetben nagyon jól közelítette az 1 értéket, pl. a reggeli 7h-8h közötti csúcsforgalomnál $r_{xy}=0.993$ volt, amely a gyakorlatban már 100%-os korrelációnak tekinthető, Péter, Fazekas (2014).

V. PONTOKBA FOGLALT ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

T_1: A nagyméretű közúti közlekedési hálózat forgalmi működésének átfogó szerkezeti vizsgálatára és a hálózati elemeken áramló bonyolult közlekedési folyamatok dinamikájának leírására hat pontba foglalt új makroszkopikus modellezési paradigmát alkalmaztam és a kutatásaimat erre alapoztam.

1. A matematikai modellben általánosított szektorok kooperálnak egymással, amelyek a valós hálózatban egyaránt lehetnek útszakaszok és parkolók is. Egy általánosított szektor hosszának megállapításánál, a közlekedési forgalmi rend sajátosságai közepette a szektoron fellépő valóságos térbeli lefedettségeket veszi figyelembe a modell. Az általánosított szektor definiált hossza, a szektoron a különböző forgalmi körülmények közepette mért együttes járműhossz-maximumok szuprémumuma, amelyet egyben az általánosított szektor hosszkapacitásának is nevezünk. A modell a járműsűrűség definiálására dimenzió nélküli fogalmat alkalmaz, amely egy időpontban az általánosított szektoron tartózkodó járművek együttes hosszának és az általánosított szektor hosszának a hányadosa. Ennek megfelelően, bármilyen hosszúságú általánosított szektor esetében a járműsűrűség értéke a [0,1] *intervallumban helyezkedik el és ez érvényes bármilyen alakú parkolóra is.*

2. A közúti járműforgalmi folyamatok egységes dinamikus modelljét egy pulzáló irányított gráf határozza meg. A gráf csúcsai az állapotjellemzővel rendelkező kooperáló általánosított szektorok. Az úthálózaton kialakuló közlekedési folyamat a gráf csúcsai között fellépő dinamikus kooperációk eredménye. A csúcsok közötti élek a fluxusok, azaz a forgalomáramlások szintén dinamikusak. A kooperációban egyaránt szabályozott az anyagátadás (járműátadás) mennyisége és a sebessége is. A disztribúció és az anyagáram-sebessége egyaránt függ a kooperáló csúcsok állapotjellemzőitől, az őket körülvevő (segítő/akadályozó) környezettől, valamint az időponttól is.

3. A modellezés fontos feltétele az, hogy a vizsgált, nem feltétlenül egyszeresen összefüggő tartományában elhelyezkedő, valós közúti közlekedési hálózati rendszert csupán „virtuális” zárt görbével határoljuk körül. Ennek jelentősége az, hogy a körülhatárolt „belső” hálózat és a komplementer „külső” hálózat között nem szűnik meg az a teljes dinamikus kapcsolatrendszer, amely a vizsgálatunktól függetlenül, létezik. Tehát, az új modellezés esetén, az ún. „kapuknál”

nem forgalom megadása történik, mint a hagyományos modelleknél.
4. A belső és külső hálózat szektorait tekintve négyféle dinamikus átadási kapcsolat létezik. A teljes hálózat esetében alapvető fontossággal bír a hálózati kapcsolatrendszert definiáló kapcsolati hipermátrix meghatározása.

5. A belső és külső hálózat járműforgalmi folyamatait egyszerre leíró univerzális hálózati modell építhető fel a kapcsolati hipermátrixot tartalmazó differenciálegyenlet-rendszer felírásával.

6. A közúti univerzális hálózati modell működésének átfogó vizsgálata szükségszerűen elvezet a forgalmi inputok és outputok nélküli, teljes felszíni hálózati modell felírásához, a globális hálózati modellhez.

Péter (2007.1), Péter, T. and Szabó, K. (2012.2), Péter, T. (2012.1), Péter, T. (2012.3), Péter, Fazekas (2014), Péter T. (2014.1).

T_2: A koherencia elve a sebesség-sűrűség törvénnyel kapcsolatban. *Az egyes kijelölt bázis szektorokon a mérések alapján meghatározott bázis sebesség-sűrűség törvényeknek érvényesnek kell maradniuk az ott jelen lévő környezeti paraméterek figyelembevételével, viszont minden egymáshoz csatlakozó kettő vagy több szektor esetében is összefüggő, koherens egységet kell alkotniuk a sebesség-sűrűség törvényeknek. Ennek a követelménynek megfelelő, a közúti hálózati trajektórián történő mozgás leírására n változós sebesség-sűrűség törvényt adtam meg. Kimutattam, hogy a hálózat bármely $n\geq 1$ szektorából álló trajektóriáján a szabadáramlás feltétele esetén az alábbi n változós sebesség-sűrűség törvény érvényes:*

$$v(x_1, x_2, \dots, x_n; \mathrm{e}_1, \mathrm{e}_2, \dots, \mathrm{e}_n,) = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{V_i}[1 + f_i(x_i, e_i)]}$$

<u>Ahol:</u>

$V_i > 0$ az i-edik szektoron megengedett maximális sebesség értéke, $(i=1,2,\dots,n)$
$l_i > 0$ az i-edik szektor hossza
$x_i = x_i(t)$ az i-edik szektoron t időpillanatban fellépő járműsűrűség értéke
$f_i(x_i,e_i)$ az i-edik szektorra jellemző valós magfüggvény, amelyre: $f_i(x_i,e_i) \geq 0$, $f_i(0,e_i)=0$ és $f_i(x_i,e_i)$ a $0 \leq x_i, \leq 1$ intervallumon szigorúan monoton növekvő, x_i szerint folytonosan differenciálható függvény
$e_i \in \Re^p$ az i-edik szektorra jellemző p - dimenziós környezeti

paraméter vektor
A fentiek alapján a trajektória teljes befutásánál elérhető maximális sebesség az alábbi:

$$V(x_1, x_2, ..., x_n, \mathrm{e}_1, \mathrm{e}_2, ..., \mathrm{e}_n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{V_i}}$$

Péter, T. (2012.2), Péter, T. (2012.3), Péter, T. (2012.4), Peter, Bokor and Strobl (2013).

T_3: A járműforgalmi modellek körében meghatároztam az univerzális hálózati modell szerkezetét. Ez két diszjunkt hálózatból áll, a belső és a teljes külső komplementer hálózatból és a modell ezek dinamikus kapcsolatrendszerét írja le. Levezettem az univerzális hálózati modell forgalmi folyamatait leíró pozitív nemlineáris dinamikus rendszer differenciálegyenlet-rendszerét. A két részhálózat külön-külön a gyakorlati vizsgálatokban szokásos forgalmi hálózatokra vezethető vissza, ezért ezeket szűkített hálózatoknak nevezzük. Bemutattam, hogy a modell alkalmazásával új, tartományszintű irányítási módszer valósítható meg lineáris Lyapunov függvény alkalmazásával, amely a tartományban elhelyezkedő közúti hálózaton, vagy annak tetszőleges részhálózatán ideális járműsűrűség állapot fenntartását biztosítja. Péter (2007.1), Péter (2008), Péter T. (2009), Péter T. and Bokor J. (2010.1), Péter and Bokor (2011), Péter T. (2011.3), Péter, T. (2012.1), Péter, T. (2012.2), Péter, T. and Szabó, K. (2012.2), Peter, Bokor and Strobl (2013), Péter, Fazekas (2014).

T_4. Az univerzális hálózati modell kiterjesztésével meghatároztam a globális hálózati modellt. Bemutattam, hogy ennek a modellnek a használata a forgalmi folyamatok modellezésén kívül alkalmas a hálózatot érintő gazdasági folyamatokból eredő hatások vizsgálatára is. A modellvizsgálatok körébe, különösebb nehézségek nélkül bevonhatók a járműtermelési és amortizációs folyamatok közúti forgalmi folyamatokra gyakorolt hatásai is. Péter T. (2011.3), Péter, T. and Szabó, K. (2012.2).

VI. ALKALMAZÁSOK, KITERJESZTÉSEK ÉS LEHETSÉGES HASZNOSÍTÁSOK

A kutatások alkalmazhatók és kiterjeszthetők a párhuzamosan működő valós forgalmi hálózatok komplex analízisére is. Ez azért fontos terület, mert az utazások és szállítások gyakran komplex trajektóriákon történnek, amikor a teljes útvonalat többféle forgalmi hálózat rész-trajektóriái alkotják. A különböző dinamikus hálózati forgalmi rendszerek egymással párhuzamosan működnek a saját törvényszerűségeiket és irányításukat követve. Mindegyik működésére hatást gyakorolnak a különböző külső környezeti folyamatok, továbbá egymás állapotjellemzői. Ezek a bonyolult kapcsolatok befolyásolják az optimális működéseket és indokolják a különböző dinamikus hálózati forgalmi rendszerek uniójának vizsgálatát és a téma időszerűségét Péter, T. and Szabó, K. (2012.2), Péter, Szabó (2017).

A tárgyalt Lyapunov-függvény módszer lehetséges hasznosítása egy modern, valós idejű mérésen alapuló, tartomány szintű on-line irányítás megvalósítása lehet. Ez egy intelligens rendszer, amely a nagyméretű közúti közlekedési hálózatok optimális járműsűrűségének fenntartására hazánkban is megvalósítható.

A csomópontok működésénél, az ideális, akadályoztatás nélkül enged át bármely rajta átáramló forgalmat. (Az ideális eset csak minden keresztező forgalom szintben történő eltolásával valósul meg). Ez alapján, az irányítás reális célja lehet a csomóponton átáramló forgalom minimális akadályozása. Ez a cél – a csomópontot magában foglaló tartomány szemléletet alkalmazva – úgy valósítható meg, hogy olyan **MPC irányítást** szabunk meg, amelynél, időintervallumonként a tartományban lévő összes szektorelem között és a hozzájuk közvetlenül csatlakozó külső szektorelemek között is együttesen, maximális számú járműátadás valósuljon meg, ezzel figyelembe véve az egyes áthaladási irányok esetén a csomópont mögött kialakuló torlódások hatását is, Péter and Bokor (2010.1,2010.2), Péter and Bokor (2011), Péter T. (2011.1, 2011.2).

Együtt alkalmazva a csomóponti irányításokat és a tárgyalt *Lyapunov-függvényt alkalmazó irányítási törvényt* a *teljes tartományon, illetve azokon a szubtartományokon, ahol kritikus helyzet lép fel,* ez a módszer egy **új elvű, kettős szintű hibrid fogalomirányítás** bevezetéséhez vezet. Ez egyszerre valósítja meg a csomópontok optimális átbocsátását és a tartományszinten az optimális járműsűrűséget is.

A sebességfolyamatokat figyelembe véve a Lyapunov-függvény módszer kiterjeszthető a környezeti terhelések tartományszintű optimálására is Péter (2015.1), Péter, Lakatos, Szauter (2015), ASME/IEEE, Boston[6]

[6]. **The American Society of Mechanical Engineers**, IEEE, **INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEMS SOCIETY** *gave this Award*: **"Best Paper in Computational Methods and Software"** at the 2015 ASME/IEEE International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications (MESA), *Shane Xie, General Chair*, August 4, 2015 in Boston.

A nagyméretű hálózati modellből validálásokra kinyert sebességprofilok hasznosíthatók laboratóriumi diagnosztikai célokra is. Ezek a sebességfolyamatok a valóságnak megfelelően bonyolultak, összetettek, gyorsulások, lassulások és gyakori megállások sorozatából állnak, T. Peter, and M. Basset (2009).

A valóságos folyamatok ilyenek és ezek eltérnek a laboratóriumban a görgős fékpadon alkalmazottaktól. Az európai menetciklus (NEDC) az EU-ban jóváhagyott laboratóriumi teszteket alkalmaz, amelyeknek kiindulópontjai két európai főváros (Párizs és Róma) forgalmi adatai voltak. A valóságban azonban a járművek károsanyag-kibocsátása, ill. energiafogyasztása nagymértékben függ a vezetési stílustól, továbbá nagy hatással van rá az adott forgalom alakulása is. Jelentős eltérések léphetnek fel a különböző régiókban és országokban is. A trajektória geometriák és sebességfolyamatok tárolása térbeli jármű dinamikai folyamatok analízisét teszi lehetővé a hálózati forgalmi folyamatok közepette. Egy ilyen irányú laborfejlesztés nagy volumenű, gyorsított vizsgálatok elvégzését teszi lehetővé nagy mennyiségű adat kiértékelésénél a különböző hálózati folyamatok és események generálásával, Péter, Szauter, Bokor (2014), Péter, Szauter, Bokor (2015), ASME/IEEE, Boston, Péter, Lakatos, Szauter, Pup (2016.1), Péter, Lakatos (2017). Intelligens vezetői modellek (IDM) vizsgálhatók a nagy tömegáramlatok közepette, a makroszkopikus hálózati modell biztosította környezetben, Derbel, Péter, Mourllion, Basset (2017).

Végül, a kifejlesztett modell érdekes és lehetséges hasznosítása lehet egy modell-bázisú folyamat-kutatás, amely a globális közúti közlekedési folyamatok fejlődésének és ciklikusságának komplex környezeti, társadalmi-gazdasági kapcsolatait vizsgálja. A globális modell egy nemlineáris autonóm dinamikus rendszer, amelynél a közúti közlekedési áramlatok rövid ciklusú periodicitásait a szektorok között fennálló disztribúciók változásai okozzák, amelyek az egyes hálózati tartományokban függvényei a társadalmi és gazdasági állapotoknak és igényeknek, a meteorológiai és a napszaki állapotoknak. A hosszabb ciklusú, általános környezeti és gazdasági folyamatok fejlődésénél viszont közvetlenül a járműgyártásból eredő ráterhelések és az amortizációk a meghatározók. Ez esetben az egyes hálózati tartományokban a társadalmi-gazdasági, népesedési folyamatokon kívül az itt és egyéb területeken végbemenő innováció hatásai és a végrehajtott, vagy elmaradt hálózatfejlesztések töltenek be fontos szerepet a közúti közlekedés fejlődésében és a globális hullámtulajdonságok alakulásában.

A TÉZISEK TÉMÁJÁBAN MEGJELENT SAJÁT PUBLKÁCIÓK

Péter (2005): Péter T. Intelligens közlekedési rendszerek és járműkontroll. Előírások a közlekedés biztonságának növelésére. Bp.2005. pp.1-465. Magyar Mérnökakadémia Symposium.

Péter és Bokor (2006): Dr. Péter Tamás- Dr. Bokor József : „Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányításának kutatása" A jövő járműve,1-2. Bp. 2006. pp19-23.

Péter és Bokor (2007): Dr. Péter Tamás- Dr. Bokor József, „Nagyméretű közúti közlekedési hálózatok nemlineáris modelljének kapcsolati hipermátrixa" A jövő járműve,1-2. Bp. 2007. pp 16-21.

Péter (2007.1): Dr. Péter Tamás, Nagyméretû nemlineáris közlekedési hálózatok modellezése, *Közlekedéstudományi szemle*, 9. 2007. Szept. LVII. Évf. pp. 322- 331.

Péter (2007.2): Dr. Péter Tamás, Nagyméretű közúti közlekedési hálózatok analízise. MMA „Innováció és fenntartható felszíni közlekedés" - Konferencia, 2007. szeptember 4-5-6 Budapest, BMF http://www.kitt.bmf.hu/mmaws/index.html

Péter (2008): Péter T., Tetszőleges méretű nemlineáris közúti közlekedési hálózatok modellezése speciális hálózati gráffal, amelyben a gráf csúcsai általánosított szakaszok, a gráf élei a csúcsok közötti kooperálót leíró dinamikus relációk. A jövő járműve, III:(3-4) 26-29 (2008), HU ISSN 1788-2699

Péter T. és Bede Zs. (2009): Dr. Péter T., Bede Zs., Egyedi sebességfolyamatok kinyerése, nagyméretű városi úthálózatok modellezése során. 2009. Magyar Mérnökakadémia: Innováció és Fenntarható Felszíni Közlekedés Konferencia IFFK 2009. 1. szekció http://kitt.bmf.hu/mmaws/

Péter T. (2009): Péter T., Járműforgalmi rendszerek modellezése és irányítása, célok, kutatási területek és eredmények. A jövő járműve, IV:(1-2) 59-78 (2009)

T. Peter, and M. Basset (2009): Tamas PETER, Michel BASSET, Application of new traffic models for determine optimal trajectories, pp. 89-94. Sessions 1 Automation and Mechatronics. (1-C-1 Sistem Modelling and Control). Oct.21-Oct.23, INTERNATIONAL FORUM ON STRATEGIC TECHNOLOGIES (IFOST 2009) HoChiMinh City University of Technology, Vietnam.

Péter T. and Bokor J. (2010.1): Péter T. and Bokor J., Research for the modelling and control of traffic, FISITA World Automotive Congress, Budapest, 30 May - 4 June 2010. Book of abstracts, pp. 66-73. In: Scientific Society for Mechanical Engineering, (ISBN:978-963-9058-28-6).

Péter and Bokor (2010.2): Péter, T., and Bokor, J., Modeling road traffic networks for control. Annual international conference on network technologies & communications: NTC 2010. Thaiföld, 2010.11.30-2010.11.30. *pp. 18-22. Paper 21.* (ISBN:978-981-08-7654-8)

Péter and Bokor (2011): T. Peter, J. and Bokor, New road traffic networks models for control, *GSTF International Journal on Computing*, vol. 1, Number 2. pp. 227 -232. DOI: 10.5176_2010-2283_1.2.65 February 2011

Péter T. (2011.1): Dr Péter Tamás, Csomópontok optimális működtetése közúti közlekedési hálózatban, a matematikai modell tárgyalása. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE* LX. évfolyam:(1.) *pp. 27-33. Paper Közúti közlekedés.* (2011)

Péter T. (2011.2): Dr Péter Tamás, Csomópontok optimális működtetése közúti közlekedési hálózatban, a számítási eredmények vizsgálata. *KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE* LX. évfolyam:(2) *pp. 4-14. Paper 1.* (2011)

Péter T. (2011.3): Dr. Péter Tamás A globális közúti hálózati modell és alkalmazása az intelligens hálózatok létrehozásánál, a BME kutatóegyetemi programjában Budapest, IFFK 2011. aug.29-31. Paper 03, pp.8-19.

Peter, Fülep and Bede (2011): Peter T., Fülep T. and Bede Zs.: The application of a new principled optimal control for the dynamic change of the road network graph structure and the analysis of risk factors, 13th EAEC European Automotive Congress 13th-16th June 2011. Valencia – SPAIN

Péter, T. (2012.1): Peter, T, Modeling nonlinear road traffic networks for junction control, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (AMCS), 2012, Vol. 22, No. 3. pp. 723-732. DOI: 10.2478/v1006-012-0054-1

Péter, T. (2012.2): Péter Tamás, A nagyméretű közúti hálózaton történő áthaladás analízise egyedi járművek környezeti terhelése, illetve dinamikai méretezése szempontjából. Közlekedéstudományi Szemle, LXII.évf.6.sz. 2012. december, pp 32-37.

Péter, T. and Szabó, K. (2012.2): Tamás PÉTER and Krisztián SZABÓ, A new network model for the analysis of air traffic networks. Periodica Polytechnica - Transportation Engineering 40:(1), pp 1-9, (2012)

Péter, T. (2012.3): Péter Tamás, Paradigmaváltás, amely elvezetett a globális közúti hálózat működésének leírásához és a dinamikus modell létrehozásához. Innováció és fenntartható felszíni közlekedés 2012" (IFFK

2012) konferencia, Budapest, 2012. augusztus 29-31. Paper 03. pp 3-19. Online: ISBN 978-963-88875-3-5, CD: ISBN 978-963-88875-2-8.

Péter, T. (2012.4): Péter Tamás, Infokommunikációs technológiák fejlesztése a nagyméretű közúti hálózatok közlekedési folyamatainak komplex modellezéséhez, a valós közlekedési folyamatok vizsgálatára és az optimális irányítására. Győri Baross Klub Közhasznú Egyesület, a Győr-Moson-Sopron Megyei Mérnök Kamara Közlekedési Szakcsoportjával és a KTE Győri Területi Szervezete szakmai nap. Győr, Széchenyi István Egyetem Járműipari Kutató Központ, 2012. november 27.

Peter, Bokor and Strobl (2013): Tamas Peter, Jozsef Bokor and Andras Strobl, Model for the analysis of traffic networks and traffic modelling of Győr, pp 167-172. Doi: 0023, IFAC Workshop on Advances in Control and Automation Theory for Transportation Applications (ACATTA 2013) which is to be held in Istanbul, Turkey, 16-17 September 2013. http://www.acatta13.itu.edu.tr/

Péter T. (2014.1): Péter Tamás, Analysis of intelligent road network, paradigm shift and new applications, MTA előadás 2014-01-31, In: Bokor József. Konferencia a járműipari képzés, kutatás-fejlesztés helyzetéről és jövőjéről: Smarter Transport" Kooperatív közlekedési rendszerek infokommunikációs támogatása. Budapest, Magyar Tudományos Akadémia, 2014.01.31 MTA, pp. 1-36.

Péter, Szauter, Bokor (2014): Péter T., Szauter F., Bokor J., A közúti közlekedés forgalmi folyamatainak komplex analízise. Közlekedéstudományi Szemle LXIV. Évf. 5. sz. 2014. okt. pp. 18-28.

Péter, Fazekas (2014): Tamás Péter, Sándor Fazekas, Determination of vehicle density of inputs and outputs and model validation for the analysis of network traffic processes, Periodica Polytechnica, Transportation Engineering Vol. 42.. No 1. 2014. pp. 53-61.

Péter (2015.1): Péter T., GreenNet hibrid irányítás analízise a városi közlekedés légszennyezésének minimálására, Innováció és fenntartható felszíni közlekedés: IFFK 2015. Konferencia helye, ideje: Budapest, Magyarország, 2015.10.15-2015.10.16. Budapest: Magyar Mérnökakadémia (MMA), 2015. pp. 4-13. (ISBN:978-963-88875-2-8)

Péter, Szauter, Bokor (2015): Péter, T., Szauter, F., Bokor, J., Complex analysis of the dynamic effects of car population along the trajectories, ASME/IEEE, International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference: Mechatronics for Electrical Vehicular Systems. August 2-5, 2015, Boston, USA. American Socety of Mechanical Engineers (ASME), Paper DETC2015-47075; V009T07A070. pp. 1-6.. (ISBN:978-0-7918-5719-9), doi:10.1115/DETC2015-47075

Péter, Lakatos, Szauter (2015): Péter, T., Lakatos, I., Szauter F., Analysis of the Complex Environmental Impact on Urban Trajectories ASME/IEEE, International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference: Mechatronics for Electrical Vehicular Systems. August 2-5, 2015, Boston, USA. American Socety of Mechanical Engineers (ASME), Paper DETC2015-47077; V009T07A071. 7 pp.1- 7. (ISBN:978-0-7918-5719-9), doi:10.1115/DETC2015-47077

Péter, Lakatos, Szauter, Pup (2016.1): Péter T, Lakatos I, Szauter F, Pup D, Complex analysis of vehicle and environment dynamics 12th IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications. Auckland, New Zealand, 2016.08.29-2016.08.31. New York: IEEE, 2016. Paper 34. http://www.mesa2016.org/ DOI: 10.1109/MESA.2016.7587112

Péter, Lakatos (2017): T. Péter, I Lakatos, Hybrid model of vehicle and traffic for combined dynamic analysis International journal of heavy vehicle systems Vol. 24, No. 2, 2017 pp. 97-112

Péter, Szabó (2017): T. Péter, K Szabó, Combined Mathematical Modeling of Different Transport Networks, Considerations and Complex Analysis Acta Polytechnica Hungarica 14 (2), 7-26 (2017)

HIVATKOZÁSOK A KAPCSOLÓDÓ SZAKIRODALOM LEGFONTOSABB KÖZLEMÉNYEIRE

Arneson and Langbort (2009): Heather Arneson, Cédric Langbort, Linear Programming Based Routing Design for a Class of Positive Systems with integral and Capacity Constraints. Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Estimation and Control ofNetworked Systems, Venice, Italy, September 24-26, 2009

Bakó A. (1980.2): Bakó A., Forgalom szétosztás és elosztás tervezési modelljeinek matematikai és számítástechnikai értékelése és fejlesztése, Kandidátusi értekezés; 1980, 220.o.

Barabási and Albert (2002): A.L. Barabási and R. Albert, Statistical mechanics of complex networks. Review of Modern Physics, 74:47/97, 2002.

Barabási (2002): A. Barabási, The New Science of Networks. Perseus Publication, Cambridge, MA, 2002.

Barth and Flammini (2006): M. Barth and A. Flammini, Optimal trafic networks. Journal of Statistical Mechanics, L07002, 2006.

Bastin, Haut, Coron, d'Andréa-Novel (2007): G. Bastin, B. Haut, J-M. Coron, B. d'Andréa-Novel, Lyapunov stability analysis of networks of scalar conservation laws. Networks and Heterogeneous Media (NHM), American Institute of Mathematical Sciences Volume 2, Number 4, December 2007 pp. 749–757

Bede and Péter (2010): Zs. BEDE, T. PETER, The Extraction of Unique Velocity Processes from a Macro Model. PERIODICA POLYTECH TRANSPORT EN . *(2) (2010)*

Bede, Péter (2013.1): Bede Zsuzsanna, Péter Tamás, Analyzing the impact of environmental load with traffic modeling of Győr, Third Scientific Workshop of Faculty Doctoral Schools, Budapest, Budapest, May 28, 2013 pp. 1-6. ISBN 978-963-313-080-3 Doi: KJK2013-1-K1, Kiadó: BME KSK

Bielefeldt and Busch (1994): C. Bielefeldt and F. Busch, "MOTION-a new on-line traffic signal network control system," in *Proc. the 7th International Conference on Road Traffic Monitoring and Control*, London, England, Apr. 1994, pp. 55–59.

Boillot, Blosseville, Lesort, Motyka, Papageorgiou, and S. Sellam (1992): F. Boillot, J. Blosseville, J. Lesort, V. Motyka, M. Papageorgiou, and S. Sellam, Optimal signal control of urban traffic networks, in *Proc. of Conference on Road Traffic Monitoring and Control*, Apr. 1992, pp. 75–79.

Bokor (1990): Bokor J., Dinamikus rendszerek modellezése és megváltozásuk detektálása 1990. Akadémiai Doktori értekezés.

Bretherton, Bodger, Baber, and Controls (2004): D. Bretherton, M. Bodger, N. Baber, and S. Controls, "SCOOT-the future [urban traffic control]," in *Proc. 12th IEEE International Conference on Road Transport Information and Control*, Apr. 2004, pp. 301–306.

Bretti, Natalini, Piccoli (2007): Gabriella Bretti · Roberto Natalini · Benedetto Piccoli, A Fluid-Dynamic Traffic Model on Road Networks, Arch Comput Methods Eng, 13 March 2007, pp. 1-34. DOI 10.1007/s11831-007-9004-8

Cremer and Papageorgiou (1981): Cremer, M., and Papageorgiou, M., Parameter identification for a traffic flow model. Automatica, 17, 837-843. (1981).

Daganzo (1994): Daganzo C.F., The cell transmission model: a simple dynamic representation of highway traffic. Trans. Res. B. 28, 269–287. (1994) doi:10.1016/0191-2615(94)90002-7,

Daganzo (1995): Daganzo C.F., The cell transmission model. Part II: Network Traffic. Transportation Research B, 29(2):79-93, 1995.

Derbel, Péter, Mourllion, Basset (2017): O Derbel, T Péter, B Mourllion, M Basset, Generalized Velocity–Density Model based on microscopic traffic simulation Transport, 1-13 (2017)

Farges, Henry, and Tufal (1983): J. Farges, J. Henry, and J. Tufal, "The PRODYN real-time traffic algorithm," in *Proc. 4th IFAC Symposium of Transportation Systems*, Baden Baden, Germany, Jun. 1983, pp. 307–312.

Gáspár L. (2010.2): Gáspár L., A közúti balesetek és az útburkolatok állapota. (Szakirodalmi áttekintés). KÖZLEKEDÉSÉPITÉSI SZEMLE 70:(7) pp. 21-30. (2010)

Gastner and Newman (2004): M.T. Gastner and M.E.J. Newman, The spatial structure of networks. The European Physical Journal B, 49:247-252, 2004.

Gartner (1983): N. Gartner, "Simulation study of OPAC: A demand-responsive strategy for traffic signal control," *Transportation and Traffic Theory*, pp. 233–250, 1983.

Haut, Bastin and Chitour (2005): B. Haut, G. Bastin and Y. Chitour, A macroscopic traffic model for road networks with a representation of the capacity drop phenomenon at the junctions. Digital Object Identifier (DOI) 10.3182/20050703-6-CZ-1902.02042. Page Numbers: 2041-2041.Proceedings of the 16th IFAC World Congress, 2005.

Henning, Mortveit (2008): Henning S. Mortveit, Graph Dynamical Systems - A Mathematical Framework for Interaction- Based Systems, Their Analysis and Simulations, Discrete Models in Systems Biology Workshop, SAMSI, 5 December, 2008. Department of Mathematics & NDSSL, Virginia Bioinformatics Institute, Virginia Polytechnic Institute and State University pp. 1-58.

Herty (2014): Michael Herty, Control concepts for tracffic flow and supply chain networks governed by hyperbolic partial differential equations, pp. 1-31., IGPM, RWTH Aachen, www.sites.google.com/michaelherty 28.01.2014. Paris

Michelberger et al. (1977): Michelberger Pál, Bosznay Á, Ferenczi M., Az utas, mint csillapítóval rendelkező rugózott tömeg befolyása a karosszéria mozgásegyenletére, Járművek Mezőgazdasági Gépek 24:(9) pp. 327-330. (1977)

Michelberger, Bokor, Keresztes, Várlaki (1986): Michelberger P, Bokor J, Keresztes A, Várlaki P., Simulation of nonlinear dynamics of commercial vehicle structures In: L Seegel at al (szerk.) Proc. of ASME Symposium on Simulation and Control of Ground Vehicles and Transportation Systems,

I. Anaheim,USA, 1986 New York. American Society of Mechanical Engineers (ASME), pp. 287-301. (AMD; 80.)

Kóczy et al. (2000): Kóczy, T.L., and Tikk, D., "Fuzzy rendszerek", Typotex, 2000

Kövesné (2003.1): Kövesné dr. Gilicze Éva, A globalizáció hatása a városi közlekedési rendszer fejlesztésére Városi Közlekedés XLII. évf. 2.sz. 2003. április p. 61-66

Kuby et al. (2005): M. Kuby, S. Tierney, T. Roberts, and C. Upchurch, A comparison of geographic information systems, complex networks, and other models for analyzing transportation network topologies. NASA Center for AeroSpace Information (CASI), 2005. Contractor Report No. 2005-213522.

Levinson and Yerra (2006): D. Levinson and B. Yerra, Self-organization of surface transportation networks. Transportation Science, 40(2):179-188, 2006

Lighthill M. J.; Whitham G. B., (1955): Lighthill, M. J. and Whitham, G. B., „On kinetic waves. I: Flood movement in long rivers. II. A theory of traffic flow on long crowded roads", *The Royal Society: Proceedings,* London, *A*, vol. 229, iss. 1178, pp. 281-345, May 1955.

Lin, De Schutter, Xi, and Hellendoorn (2011): S. Lin, B. De Schutter, Y. Xi, and H. Hellendoorn, "Fast model predictive control for urban road networks via MILP," IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 12, no. 3, pp. 846–856, Sept. 2011.

Lowrie (1982): P. Lowrie, "The Sydney coordinated adaptive traffic system: principles, methodology, algorithms," in *Proc. the International Conference on Road Traffic Signalling*, Mar. 1982, pp. 67–70.

Luenberger (1979): Luenberger, D.: Introduction to Dynamics Systems, Wiley, New York, 1979

Mason and Shorten (2007): O. Mason and R. Shorten, On Linear Copositive Lyapunov Functions and the Stability of Switched Positive Linear Systems, IEEE Transactions on Automatic Control,Volume: 52, Issue: 7, July 2007. Page(s): 1346 – 1349. DOI: 10.1109/TAC.2007.900857

Michaletzky, Bokor és Várlaki (1998): Michaletzky-Bokor-Várlaki, Represenlability of Stochastic Systems, Akadémia Kiadó. Budapest 1998

Michelberger, Szeidl és Várlaki (2001): Michelberger-Szeidl-Várlaki, Alkalmazott folyamatstatisztika és idősor-analízis Typotex kiadó, Budapest 2001

Moning és Berki (2010): MONIGL J., Berki Zsolt TRANSMAN: Korszerű közlekedéstervezési módszerek a városi térségi lét fenntarthatóságának érdekében, IFFK 2010. Budapest

Muralidharan and Horowitz (2012): Ajith Muralidharan and Roberto Horowitz, Optimal control of freeway networks based on the Link Node Cell Transmission model, American Control Conference,Fairmont Queen Elizabeth, Montréal, Canada, June 27-June 29, 2012.

Novella-Rodriguez, Witrant and Sename (2014): David F. Novella-Rodriguez, Emmanuel Witrant and Olivier Sename, Control-Oriented Modeling of Fluid Networks: A Time-Delay Approach; pp 1-6. 3rd Workshop DELSyS, Observing and controlling complex dynamical systems emphasizing Infinite Dimensional Systems Grenoble (France), GIPSA-Lab November, 12th-14th, 2014

Prékopa (1972): Prékopa András, Valószínűségelmélet, Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1972

Richards (1956) Richards, Paul I., Shock waves on the highway, *Operations Research*, vol. 4, iss. 1, pp. 42-51, 1 February 1956.

Ramezani, Haddad, and Geroliminis (2012): Mohsen Ramezani, Jack Haddad, and Nikolas Geroliminis, Macroscopic Traffic Control of a Mixed Urban and Freeway Network, Swiss Transport Research Conference, pp. 1-6, 2012.

Robertson and Bretherton (1991): D. Robertson and R. Bretherton, “Optimizing networks of traffic signals in real time - The SCOOT method,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 40, no. 1, pp. 11–15, 1991.

Rudas et al. (2013): Rudas, IJ; Fodor, J ; Pap, E., Special issue on "Advances in fuzzy knowledge systems: Theory and application" KNOWLEDGE-BASED SYSTEMS 38 pp. 1-2. , 2 p. (2013)

Sen and Head (1997): S. Sen and K. Head, “Controlled optimization of phases at an intersection,”*Transportation Science*, vol. 31, no. 1, pp. 5–17, 1997.

Tar et al., (2012): Tar JK, Rudas IJ, Nádai L, Várkonyi TA., A közúti közlekedés kvázistacionárius adaptív, iteratív szabályozása két ellentmondó kritérium szerint, KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI SZEMLE 52: (3) pp. 42-48. (2012)

Tánczos (2001): Tánczos Lászlóné, A közlekedés hálózatfejlesztési, fenntartási és üzemeltetési források hatékony allokációját megalapozó vizsgálati módszerek, különös tekintettel az externáliák hatásainak figyelembevételére, Közlekedéstudományi Szemle, 2001, 9. szám p. 321-326.

Timár (2011): Timár A., Analysis of climate change risks related to motorways and assessment of their economic consequences. In: Risk Analysis and Management Across Industries. Bordeaux, Fr. (2011) pp. 1-13. Paper: 3/1 , 13 p.

Varga and Bokor (2007): István Varga, József Bokor, New Approach in Urban Traffic Control Systems, Periodica Polytechnica ser. Transp. Eng., Budapest, Hungary, 2007, Vol. 35. No 1-2. pp. 3-13

Varga I., (2007): Varga I., "Közúti folyamatok paramétereinek modell alapú becslése és forgalomfüggő irányítása", PhD Értekezés, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2007

Vincze, Varbanova (1993): Vincze István, Varbanova Mária, Nemparaméteres matematikai statisztika *Akadémiai Kiadó (Budapest),* 1993

Xie and Levinson (2007): F. Xie and D. Levinson, Measuring the structure of road networks. Geographical Analysis, (39):291-307, 2007.

Xie and Levinson (2009): Xie, F. and Levinson, D., The Growth of Transportation Networks: A Comprehensive Review, September 2009, Volume 9, Issue 3, pp 291–307. doi:10.1007/s11067-007-9037-4

Yerra and Levinson (2005): B. Yerra and D. Levinson, The emergence of hierarchy in transportation networks. Annals of Regional Science, 39(3):541-553, 2005.

Wang, Papageorgiou et al., (2009): Wang Y., Papageorgiou M., Messmer A., Coppola P., Tzimitsi A. and Nuzzolo A. An adaptive freeway traffic state estimator Automatica 45 (2009) 10-