

A bíráló bizottság értékelése

A disszertáció három jól elkülönülő fejezetből áll.

Az első fejezet Turán-Erőd típusú fordított Markov egyenlőtlenségeket vizsgál.

Megmutatja, hogy Turán Pál egy az egységkörre vonatkozó tétele bármely konvex halmazban teljesül. Mivel a polinom-egyenlőtlenségek a matematika nagyon sok területén jelentős szerepet játszanak, ez az eredmény igen figyelemre méltó, és tulajdonképpen lezárja az adott témakört.

A második rész pozitív definit függvényekre vonatkozó, a jelölt által Turán típusúnak nevezett extrémális problémákat kutat. Ez a fejezet kicsit talán túlságosan szerteágazó, de két kiemelkedően erős tételt is tartalmaz.

Itt az előrelépést éppen az jelenti, hogy a korábbi speciális eredmények után a jelöltnek sikerült az addigiaknál lényegesen általánosabb eseteket is leírni. E fejezetben azt vizsgálja, hogy egy tartományon kívül azonosan nulla pozitív definit függvények esetén mekkora lehet a függvény integrálja (megfelelő normalizálással). Áttekinti és összehasonlítja a rokon kérdésekre, különböző függvénycsaládok eseteire adott korábbi válaszokat.

A kérdéseket és a korábbi eredményeket kiterjeszti lokálisan kompakt Abel-csoportokra is. Ehhez egy újabb, a korábbiaknál kevésbé speciális felső sűrűség-fogalmat vezet be. Bemutatja a sűrűség, és a vizsgált tartomány eltoltjaival történő parkettázások, pakolások és a spektralitás közötti kapcsolatot, és az új sűrűség fogalom felhasználásával kiterjeszti Erdős, Sárközi, Hegyvári, Furstenberg eredményét lokálisan kompakt Abel csoportokra is.

A harmadik rész hézagos, idempotens trigonometrikus polinomok integrálkoncentrációjával foglalkozik, és kétségtávol a legkoherensebb és legfontosabb fejezet. Azt a problémát tárgyalja, hogy hogyan lehet olyan $0 - 1$ együtthatós trigonometrikus polinomokat (idempotenseket) konstruálni, amelyek L_p -normája vagy annak egy fix része egy előírt pont tetszőlegesen kicsi környezetére koncentrálódik. A disszertáció messzemenően pontosítja az idevágó korábbi tételeket.

Egyrészt megmutatja, hogy koncentráció minden p -re van, másrészt pontosan leírja, hogy milyen p -kre van teljes koncentráció. Ugyanezt kitérít a teljes környezet helyett halmazok sűrűségi pontjaira is. Végül azt a problémát is megoldja, amikor a fellépő idempotensekben az egymást követő kitevők közötti hézagok tetszőlegesen nagyok lehetnek. Egy speciális esetként a Fourier analízis egy Zygmund által felvetett klasszikus problémáját is megválaszolja. Az értekezés eredményei pontosítják Wiener egy problémájának korábbi megoldásait is pozitív Fourier-együtthatójú függvényekre vonatkozó beágyazási tételekről. Érdekesebb továbbá a disszertáció legvégén szereplő Hardy terekre vonatkozó alkalmazások is. Kiemelkedőnek tartjuk, hogy az értekezés harmadik részének tételei az eddigi idevágó szakirodalom várákozásaival ellentétesek, és korábbi, hosszú időre visszanyúló sejtéseket cáfolnak meg.

Összefoglalva, a disszertáció igen tartalmas munka, amely három területen lényegesen továbblép a korábbi elméleteken, és legalább két esetben lényegileg le is zárja az adott problémakört. A doktori cím odaítélését messzemenően támogatjuk.