

Válasz Krámlí András opponensi véleményére

Nagyon szépen köszönöm a disszertáció alapos és értő átolvasását, a részletes bírálat elkészítését és a kedves szavakat.

Az egyetlen feltett kérdésre sajnos nem tudok választ adni, csak arról tudok beszámolni, hogy miért is nem. A kérdés az alábbi két tételhez kapcsolódik:

3.5 Tétel. Legyen $K \subset \mathbb{R}^d$ diszjunkt részekből álló önaffin halmaz, μ pedig önaffin mérték K -n. Ekkor van olyan $c < 1$ konstans, amelyre bármely g egybevágóság esetén $\mu(K \cap g(K)) < c$ vagy $g(K) = K$.

4.1 Tétel. Legyen $K \subset \mathbb{R}^d$ diszjunkt részekből álló önhasznos halmaz, μ pedig önhasznos mérték K -n. Ekkor van olyan $c < 1$ konstans, amelyre bármely g hasonlósági transzformáció esetén $\mu(K \cap g(K)) < c$ vagy $K \subset g(K)$.

A kérdés az volt, hogy a 4.1 Tétel igaz-e az r hasonlósági aránytól függő c -vel akkor is, ha K önaffin. A hasonlósági arány rögzítése valóban segít abból a szempontból, hogy így elég transzformációk egy kompakt családjával foglalkozni, ami a 4.1 Tétel bizonyításának első lépése, és ami az önaffin esetben a hasonlósági arányok rögzítése nélkül nem menne. De sajnos ez csak az egyik probléma, amely miatt nem tudjuk az önaffin esetet megoldani.

A másik az, hogy a bizonyításban szükségünk volt a megfelelő dimenziós Hausdorff mértékre, amelynek megszorítása a halmazra önhasznos mértéket ad. Ez sajnos az önaffin esetben nem igaz. A Hausdorff mérték skálázási tulajdonságát használjuk, tehát a cikkben használt módszer használatához olyan önaffin mértékre lenne szükség, amelynek van ilyen tulajdonságú kiterjesztése. Ez elég reménytelennek tűnik.

Egy másik lehetséges út lenne pozitív választ adni az eredeti cikkben szereplő alábbi kérdésre:

9.2 Kérdés. Legyen $K \subset \mathbb{R}^d$ diszjunkt részekből álló önaffin halmaz és legyen f olyan nem elfajuló affin leképezés, amelyre $f(K) \subset K$. Következik ebből, hogy $f(K)$ relatív nyílt K -ban?

A kérdés előtt a cikkben megjegyezzük, hogy pozitív válaszból viszonylag egyszerűen adódna a 4.1 Tétel önaffin halmazokra, ha csak affin leképezések egy kompakt családját engedjük meg. Vagyis speciálisan az opponens által feltett kérdésre is pozitív választ kapnánk.

Tehát minden olyan halmazra, amelyre teljesül a 9.2 Kérdésben szereplő következtetés legalább hasonlóságokra, pozitív a válasz. De sajnos szinte semmit nem tudunk a 9.2 Kérdésről. Mindesetre tehát ellenpélda az opponens kérdésére a 9.2 Kérdésre is ellenpélda lenne.

Budapest, 2010. november 11.

Keleti Tamás