

Integrálható modellek és az AdS/CFT megfeleltetés

Bajnok Zoltán
tudományos főmunkatárs

Magyar Tudományos Akadémia Elméleti Fizikai Kutatócsoport

MTA doktori értekezés tézisei

Budapest, 2009

Motiváció

A kétdimenziós kvantumtérelméletek a fizika számos területén fontos szerepet játszanak. „Játékmodellnek” használhatjuk őket elvi kérdések megértésére és megválaszolására. Segítségükkel új módszereket fejleszthetünk ki, vagy szokásos eljárások alkalmazhatósági körét vizsgálhatjuk egyszerűsített körülmények között. Mindezen elméleti jelentőségek mellett még közvetlen fizikai relevanciájuk is van:

- Bizonyos, erősen anizotrop szilárd testekben a rendszer tényleges dimenziója lecsökken és a két, vagy esetleg egy dimenziós leírás jó közelítésnek bizonyul. Az is előfordulhat, hogy a releváns fizikai jelenségek csak egy koordinátától függenek, mert a rendszer eltolás invariáns a többi irányban. Ilyen például a Casimir effektus két végtelen lap között [BPT06].
- Kritikus rendszerek univerzális viselkedést mutatnak. Az egyes univerzalizációs osztályok sokszor tartalmaznak két dimenziós modelleket, így az olyan univerzális tulajdonságok, mint a kritikus exponensek, vizsgálhatók kétdimenziós konform invariáns kvantumtérelméletekben [BPZ]. Sőt, ennél többet is mondhatunk: a kritikus pont környékén a rendszereket sok esetben a konform modell integrálható perturbációja írja le.
- Integrálható két dimenziós modellek gyümölcsöző alkalmazási területe manapság az AdS/CFT megfeleltetés [M98]. A megfeleltetés egy sejtés, mely az Anti de Sitter görbült téren mozgó szuper-húr elméletét (beleértve a kvantumgravitációt is) kapcsolja össze a négy dimenziós maximálisan szuperszimmetrikus (konform) mértékelmélettel. A megfeleltetés jelentősége abban áll, hogy a húrelmélet egy kétdimenziós integrálható modellel írható le, így annak megoldása lehetőséget teremt egyrésről a kvantumgravitáció vizsgálatára, másrésről megérthetjük segítségével az erősen kölcsönható négy dimenziós mértékelméleteket is. Ez azért is fontos, mivel az elemi részecskék erős kölcsönhatását leíró kvantumszíndinamika is ilyen elmélet, melynek kielégítő megoldása a mai napig várat magára.

Célunk tehát egyrésről kétdimenziós integrálható modellek segítségével új módszereket kifejleszteni és azokat magasabb dimenzióban alkalmazni. Másrésről szeretnénk a valós fizikai szituációkban felmerülő modelleket egzaktul megoldani, és azokat alkalmazni többek között az AdS/CFT megfeleltetés alátámasztására.

Előzmények

Kétdimenziós integrálható modellek megoldásának mára kikristályosult módszere a következő.

Először a modell szórásmátrixát határozzuk meg [ZZ79]. A szórásmátrix az aszimptotikus kezdeti és végső sok részecskés állapotokat kapcsolja össze és mátrixelemi határozzák meg az adott szórási folyamat valószínűségi amplitúdóit. A

kvantumtérelméleti leírásból a szórásmátrix unitaritása és keresztezési szimmetriája következik. A modell integrálhatósága végtelen sok megmaradó mennyiség létezését jelenti, melynek következtében a sokrészecskés szórési folyamatok páronkénti kétrészecskés szórások szorzatára faktorizálódnak. A szórásmátrix összes fizikai tartományba eső szingularitásához fizikai folyamatok kapcsolhatók (maximális analitikusság). Pl. a szórásmátrix pólusa vagy kötött állapot ír le, vagy pedig egy anomális küszöbhez tartozik. A kötött állapotok szórásmátrixai az összetevők szórásmátrixaiból kiszámíthatóak, viszont nekik is eleget kell tenniük a maximális analitikusságnak. A szórásmátrix ezen tulajdonságai olyan-nyira megszorítóak, hogy segítségükkel számos integrálható modell megoldható. Azt az eljárást, melynek során külső információ nélkül a szórásmátrixot csak annak tulajdonságaiból és konzisztenciájából határozzuk meg, szórásmátrix önmegoldó (*bootstrap*) eljárásnak is szokás nevezni.

A következő lépésben (az alaktényező önmegoldó eljárásban) lokális operátorok aszimptotikus állapotok közötti mátrixelemét (alaktényezőjét) határozzuk meg azok konzisztencia tulajdonságaiból [S]. A lokális operátorok mátrixelemeinek analitikus szerkezetét a szórásmátrix határozza meg, így annak ismerete lehetővé teszi az alaktényező egyértelmű rögzítését. Végül, harmadik lépésként az alaktényezőket használjuk fel a korrelációs függvények megalkotásához a spektrális reprezentáció segítségével. Ezen adatok, a szórásmátrix, az alaktényezők és a korrelációs függvények az elméletet végtelen térfogatban teljes egészében leírják.

A véges térfogatú modellek megoldása ennél lényegesen bonyolultabb és máig sem megoldott feladat. Még az energiaszintek térfogatfüggésének meghatározása sem sorolható az egyszerű problémák közé. Az energiaspektrum egy közelítő kiszámítását a részecskék közötti szórás szisztematikus figyelembevételével valósíthatjuk meg. A sok részecskét tartalmazó állapotok energiájának vezető végesméret-korrekciója az impulzusok kvantálódásából fakad, melyet a Bethe Yang egyenleteken keresztül a szórásmátrix határoz meg [Lu1]. Ez a térfogat inverzében az összes polinomiális korrekciót tartalmazza. Ehhez járulnak még a térfogatban exponenciálisan kicsi korrekciók is, melyek a vákuum polarizációjából erednek és egy álló részecske esetén annak tömeget is módosítják [Lu2]. Kis térfogat esetén a polarizációs folyamatok dominánssá válnak és az egzakt leíráshoz fel kell összegeznünk őket. Erre az alapállapot esetén lehetőségünk is van egy nemlineáris integrálegyenlet formájában [Z90].

Célkitűzéseim

Célkitűzéseimet két csoportba lehet osztani, úgymint periódikus integrálható rendszerek vizsgálatára és peremmel rendelkező nem feltétlenül integrálható modellek analízisére.

A periódikus esetben szeretném kiterjeszteni Lüscher, a térfogatban exponenciálisan kicsi egy részecskére vonatkozó végesmére-korrekcióit tetszőleges multi-részecske állapotra és a kapott eredményeket használni az AdS/CFT megfeleltetés alátámasztására. Az integrálható hűrelmélet sokrészecske állapotainak energiaszintjei ugyanis a mértékelméleti oldalon mértékinvariáns operátorok anomá-

lis dimenzióinak felelnek meg, melyek a Feynman féle perturbációs számításban közvetlenül számolhatóak.

Mivel a gyakorlati alkalmazásokban a fizikai rendszerek peremmel rendelkeznek, így szeretném a fent, az integrálható rendszerek megoldására vázolt önmegoldó programot perem jelenlétére kiterjeszteni. Ehhez először a peremes modellek kvantumtérelméleti leírását kell megalapozni. A perturbatív keretet felhasználva szeretném tetszőleges térdimenzió esetén feltárni a kapcsolatot a reflexiós mátrix, a peremállapot és a korrelációs függvények között. A reflexiós mátrix a szórás mátrix peremes megfelelője, míg a peremet az Euklideszi leírásban a peremállapot jellemzi. A korrelációs függvények szingularitás-szerkezete kapcsolatba hozható a reflexiós mátrix szingularitásaival, ezen kapcsolat lehetővé teszi annak önmegoldó programmal történő meghatározását. Ezen eredményeket aztán felhasználom a reflexiós mátrix és a peremre lokalizált kötött állapotok spektrumának meghatározása a legáltalánosabb integrálható peremfeltételű sine-Gordon modellre. Szeretném továbbá a peremes alaktényező önmegoldó programot megalapozni és egyszerűbb modellekre véghezvinni. Végül célom a peremes integrálható modellek véges térfogatú spektrumának vizsgálata különös tekintettel olyan peremek vizsgálatára, melyek virtuális részecskéket kelthetnek vagy nyelhetnek el.

Eredményeim

A dolgozat legfőbb eredményei

1. Sikerült multirészecske állapotok Lüscher korrekciójára egy általános formulát felírni, és azt alkalmazni véges méret effektusok analízisére az AdS / CFT integrálható modellben [7]. Konkrétan kiszámítottam a Konishi operátor (egy sl_2 szektor beli két részecske állapot) anomális dimenzióját négy [7], és öt hurok [9] rendben, valamint a vezető négy hurok véges méret-korrekciót kiterjesztettem tetszőleges kettes csavarodású operátor esetére [8]. Ez az sl_2 szektor egy sokrészecske állapotának felelt meg.
2. Kifejlesztettem peremes kvantumtérelméletek Lagrange-i leírását tetszőleges dimenzióban. Kifejeztem a reflexiós mátrixot a korrelációs függvényekkel egy, a peremes rendszerre általánosított redukciós formula segítségével [2]. A korrelációs függvények és reflexiós mátrixok szingularitás-szerkezetét leíró Landau egyenletek származtatása után azok Coleman-Norton típusú interpretációját is megalkottam [3].
3. A reflexiós mátrix önmegoldó programot végrehajtottam a peremes sine-Gordon modell esetére a legáltalánosabb integrálható peremfeltétel esetén. Meghatároztam a peremes kötött állapotok spektrumát. Kiszámítottam a rajtuk történő reflexiók mátrixát, melyek szingularitásait vagy Coleman-Thun diagrammokkal vagy pedig peremes kötött állapotok keltésével magyaráztam [1].
4. Kifejlesztettem a peremes alaktényező önmegoldó programot [4]. Axióma rendszert alkottam meg peremes operátorok mátrixelemeinek meghatárá-

rozására. Ezek segítségével kiszámítottam a sinh-Gordon és Lee-Yang modell alacsonyan fekvő peremes alaktényezőit és ellenőriztem őket a belőlük felépített korrelációs függvény rövidtávú kifejtésén keresztül.

5. A peremállapot kifejtési együtthatóit kapcsolatba hoztam a reflexiós faktorkkal [5] és integrálegyenletet származtattam az ellentétes egyrészecske csatolással rendelkező peremes rendszerek véges térfogatú alapállapotára. Ezt a sinh-Gordon modellben ellenőriztem a kis térfogatokon előálló konform elmélettel való összehasonlítással [6].

Az eredmények hatása

A tézispontokban szereplő eredményeimnek számos alkalmazása valósult meg.

A sokrészecske állapotok Lüscher korrekcióját felhasználták gerjesztett állapoti integrálegyenletek ellenőrzésére [BH]. A Konishi operátor anomális dimenziójának szórásátrixon alapuló kiszámítása lelkes fogadtatásra talált mind az integrálható modelleken, mind pedig az AdS/CFT megfeleltetésen munkálkodó közösségek körében. Az eredmény ugyanis teljes egyezést mutatott a mértékelméleteken alapuló perturbatív számolással [FSSZ], mely egyrészt az AdS/CFT megfeleltetést, másrészt annak integrálhatóságát támasztotta alá. Az általam kifejlesztett végesméret-technikákat aztán sikerrel alkalmazták más modellek véges térfogatú spektrumának meghatározására is [LuSa]. A kettes csavarodású állapotok anomális dimenziójának vizsgálatával a hadronszórásokat a Regge kinematikában leíró Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov elméletet lehetett ellenőrizni [8].

A peremes modellekben levezetett Coleman-Thun diagrammokat azóta is használják a reflexiós bootstrap program végrehajtása során [TGZS]. Az általam kezdeményezett peremes önmegoldó programot sikeresen alkalmazták számos más modellben a peremen lokalizált operátorok mátrixelemeinek kiszámítására, és peremes korrelációs függvények meghatározására [OCA]. Ezeknek a peremen gerjesztett szilárd testek mérhető válaszainál van jelentősége. A peremállapot és a reflexiós mátrix kapcsolata lehetővé tette a peremes végesméret-korrekciók vizsgálatát, melynek következményeként sikerült a planáris Casimir effektust a vákuumállapot Lüscher korrekciójaként leírunk tetszőleges téridő dimenzió esetén [BPT06].

Hivatkozások

- [BPT06] Z. Bajnok, L. Palla, G. Takacs, *Casimir force between planes as a boundary finite size effect*, Phys.Rev. **D73** (2006) 065001.
- [BPZ] A.A. Belavin, A. M. Polyakov, A.B. Zamolodchikov, *Infinite Conformal Symmetry in Two-Dimensional Quantum Field Theory*, Nucl.Phys. **B241** (1984) 333-380,
- [M98] J. M. Maldacena, „*The large N limit of superconformal field theories and supergravity*,” Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231 [Int. J. Theor. Phys. **38** (1999) 1113], [hep-th/9711200]
- [ZZ79] A. B. Zamolodchikov and A. B. Zamolodchikov, „*Factorized S -matrices in two dimensions as the exact solutions of certain relativistic quantum field models*,” Annals Phys. **120**, 253 (1979).
- [S] F.A. Smirnov, *Form factors in completely integrable models of quantum field theory*, Advanced Series in Mathematical Physics Vol. 14 World Scientific, Singapore.
- [Lu1] M. Luscher, „*Volume Dependence of the Energy Spectrum in Massive Quantum Field Theories. 2. Scattering States*,” Commun. Math. Phys. **105**, 153 (1986).
- [Lu2] M. Luscher, „*Volume Dependence Of The Energy Spectrum In Massive Quantum Field Theories. 1. Stable Particle States*,” Commun. Math. Phys. **104**, 177 (1986).
- [Z90] A. B. Zamolodchikov, „*Thermodynamic bethe ansatz in relativistic models. Scaling three state Potts and Lee-Yang models*,” Nucl. Phys. B **342**, 695 (1990).
- [BH] Janos Balog, Arpad Hegedus, *The finite size spectrum of the 2-dimensional $O(3)$ nonlinear sigma-model*, arXiv:0907.1759 [hep-th]
- [FSSZ] F. Fiamberti, A. Santambrogio, C. Sieg, , D. Zanon, *Anomalous dimension with wrapping at four loops in $N=4$ SYM*. Nucl.Phys. B **805**, 231-266, (2008)
- [LuSa] Tomasz Lukowski, Olof Ohlsson Sax, *Finite size giant magnons in the $SU(2) \times SU(2)$ sector of $AdS_4 \times CP^3$* , JHEP **073** 0812 (2008)
- [TGZS] Gabor Zsolt Toth, *$N=1$ supersymmetric boundary bootstrap*, Nucl. Phys. B **676**, 497-536, (2004).
- [OCA] Olalla A. Castro-Alvaredo, *Form factors of boundary fields for $A(2)$ -affine Toda field theory*, J. Phys. A **41**, 194005 (2008).

Saját hivatkozások

A dolgozat az alábbi cikkeimre támaszkodik.

- [1] Z. Bajnok, L. Palla, G. Takács, G.Zs. Tóth: *The spectrum of boundary states in sine-Gordon model with integrable boundary conditions* Nucl.Phys. **B622** (2002) 548-564.
- [2] Z. Bajnok, G. Böhm, G. Takács: *Boundary reduction formula*, J. Phys. A: Math. Gen. **35** (2002) 9333-9342.
- [3] Z. Bajnok, G. Böhm, G. Takács, *On perturbative quantum field theory with boundary*, Nucl. Phys. **B682** (2004) 585-617.
- [4] Z. Bajnok, L. Palla, G. Takács, *On the boundary form factor program*, Nucl.Phys. **B750** (2006) 179-212.
- [5] Z. Bajnok, L. Palla, G. Takács, *Boundary one-point function, Casimir energy and boundary state formalism in $D+1$ dimensional QFT*, Nucl. Phys. **B772** (2007) 290-322
- [6] Z. Bajnok, Chaiho Rim, Al. B. Zamolodchikov, *Sinh-Gordon Boundary TBA and Boundary Liouville Reflection Amplitude*, Nucl. Phys. **B796** (2008) 622-650
- [7] Z. Bajnok, R.A. Janik, *Four-loop perturbative Konishi from strings and finite size effects for multiparticle states*, Nucl. Phys. **B807** (2009) 625-650
- [8] Zoltan Bajnok, Romuald A. Janik, Tomasz Lukowski, *Four loop twist two, BFKL, wrapping and strings*, Nucl. Phys. **B816** (2009) 376-398
- [9] Zoltán Bajnok, Árpád Hegedűs, Romuald A. Janik, Tomasz Lukowski, *Five loop Konishi from AdS/CFT*, Nucl. Phys. **B827** (2010) 426-456

Ezekre mostanáig 155 független hivatkozás érkezett.