Válaszok Fehér László kérdéseire

Köszönöm Fehér Lászlónak alapos bírálatát és bevilágító kérdéseit.

- *1. A dolgozat elkészítése óta eltelt időben napvilágra kerültek-e a „Bajnok-Janik formula" további bizonyítékai? Hogyan nézhet ki egy általános bizonyítás? A térfogat exponenciálisában magasabb rendű Lüscher korrekciók (esetleg univerzális?) alakjáról léteznek-e eredmények, elképzelések?*

Igen. Balog Jánosnak és Hegedűs Árpádnak sikerült a formulát ellenőrizniük az $O(2)$,$O(3)$, $O(4)$ és $SU(n)$ principális σ-modellekben, valamint bizonyos állapotokra az AdS/CFT keretben [1, 2]. Az AdS/CFT megfeleltetésben önkonzisztens bizonyítékokat talált T. Lukowski, A. Rej, és V.N. Velizhanin [3] és annak β deformált változatában Gleb Arutyunov, Marius de Leeuw és Stijn J. van Tongeren [4].

Az általános bizonyítás, mely a modell integrálhatóságát nem használja ki, Lüscher eredeti korrekciójának számolásához hasonlíthatna. Lüscher eredeti cikkeiben két jelenséget vizsgált. Tanulmányozta egyrészt az egyrészecske állapot tömegének exponenciálisan kicsi végesméret korrekcióit a véges térfogatban definiált propagátor pólusának segítségével. Másrészt, kiszámította többrészecskés szórási állapotok energiájának azon korrekcióit, melyek a térfogat inverzében polinomiálisak. Ezen második számolásban az exponenciális típusú vákuum polarizációs járulékokat Lüscher elhanyagolta. Szisztematikusan megtartva a második számolásában a vezető exponenciális járulékukat, formulánk elvileg levezethető, sőt kiterjeszthető akár tetszőleges téridő dimenzió esetére is.

Magasabb rendű Lüscher-korrekciókra vonatkozó eredményeket csak a vákuum-állapot végesméret korrekcióira ismerek. Az alapállapoti energia kapcsolatba hozható a tükörmodell szabadenergia sűrűségével, melyet a viriál sorfejtésen keresztül meghatároz a végtelen térfogatban definiált szórás mátrix. Ezen összefüggést szokás alapállapoti TBA és NLIE egyenletek ellenőrzésére használni [5]. Ha a gerjesztett állapotok dupla, vagy még magasabb rendű Lüscher korrekcióját szeretnénk megérteni, akkor a létező egzakt integrálegyenleteket (pl. sinh-Gordon) kell magasabb rendekben kifejteni és az egyes tagok fizikai jelentését kell feltárni. Ezzel azonban tudomásom szerint még senki sem foglalkozott.

- *2. Milyen bizonyítékai vannak az AdS-CFT sejtésnek az általános esetben, ha a Yang-Mills oldalon nem korlátozódunk a planáris limeszre?*

A szó szoros értelmében vett bizonyíték az AdS/CFT megfeleltetésre még a planáris limeszben sincs. Ennek oka, hogy a sejtés erős-gyenge dualitási kapcsolatot fogalmaz meg a húr- és a mértékelmélet között. Vannak fizikai mennyiségek, melyeket a dualitás valamelyik oldalán ki tudunk számolni. Szerencsés esetben olyanokat is találunk, melyeket mind a húr, mind pedig a mértékelmélet oldalon kiszámolhatunk. Ilyenkor ezeket összehasonlítva a sejtést megerősíthetjük illetve alátámaszthatjuk. A planáris limesz azért különleges, mert ekkor a kapcsolat egy integrálható modellel írható le, mely lehetőséget teremt nem-perturbatív számolásokra.

Véges N-re, vagyis a planáris limesz előtt, a dualitásra többnyire olyan bizonyítékaink vannak, melyek nem korlátozódnak a csatolási állandó valamely aszimptotikus értékére. Ilyen például a globális $psu(2,2|4)$ szimmetria, amely a húr oldalon a háttérgeometria izometriája, míg a mértékelmélet oldalon a modell szuperkonform szimmetriája. Találhatunk olyan állapotokat is, melyek energiája nem függ a csatolási állandótól. Ezen állapotokat BPS állapotoknak hívjuk és energiájuk csatolás-függetlenségét sértetlen szuperszimmetria garantálja. A BPS állapotok száma, és azok energiái is megegyeznek a dualitás két oldalán. A húr-energiák és anomális dimenziók összehasonlításán túl próbálkozhatunk még más megfigyelhető mennyiségek összehasonlításával is. Ilyenek lehetnek a konform elmélet három-pont csatolásai és az úgynevezett Maldacena-Wilson hurkok vákuum várható értékei. A három-pont csatolásokat nagy (de nem végtelen nagy) N esetén a szupergravitációs hatásból, míg a Maldacena-Wilson hurkok vákuum várható értékeit bizonyos esetekben integrálható mátrixmodellekből számolhatjuk ki [6]. Mindezen, aszimptotikushoz közeli ellenőrzések az AdS/CFT dualitást támasztották alá.

- *3. A peremes modellek perturbatív tárgyalásához a szabad mezőre Neumann határfeltételt választott. Van ennek a választásnak valamilyen mélyebb oka? Hogyan módosulna a tárgyalás Dirichlet, vagy Robin határfeltétel választása esetén?*

A Neumann peremfeltétel $\partial_x\phi|_{x=0} = 0$ választásának nincsen semmilyen mélyebb oka, csak az egyszerű prezentálhatóság vezetett.

Természetesen, ha a peremes modelleket perturbatíven szeretnénk leírni, kiindulásul olyan peremfeltételt kell választanunk, melyet egzaktul meg tudunk oldani. Ilyen szempontból a Dirichlet $\phi|_{x=0} = \phi_0$ és a Robin $\partial_x\phi|_{x=0} = \lambda(\phi - \phi_0)$ peremfeltételek is jók, hiszen reflexiós faktoraik egzaktul meghatározhatóak. A Robin peremfeltétel különben a legáltalánosabb, hiszen interpolál a Neumann és a Dirichlet között. A Neumann peremfeltétel olyan szempontból kitüntetett a Dirichlet-hez képest, hogy a Neumann-féléből a Robin és a Dirichlet perturbatíven megkapható, míg ezt a Dirichlet-ről nem lehet elmondani. A dolgozatomban a korrelációs függvények szingularitás-szerkezetére vonatkozó számolás levezethető lett volna általános Robin peremfeltétel mellett is. Nem kellett volna mást tenni, minthogy a Neumann perem triviális reflexiós faktorát $R_N = 1$ kicseréljük a Robin peremfeltétel $R_R = \frac{k-i\lambda}{k+i\lambda}$ reflexiós faktorára. Ezzel a formulák bonyolultabbak lettek volna, de a fizikai végkövetkeztetések nem változnak [7]. Habár a Robin peremfeltétel bizonyos értelemben még szerencsésebb is mint a Neumann, hiszen a nem fizikai infravörös divergenciákat eltünteti, én mégis a Neumannt választottam az egyszerű és átlátható tárgyalás miatt.

Bajnok Zoltán

Hivatkozások

[1] János Balog, Árpád Hegedűs, *The finite size spectrum of the 2-dimensional O(3) nonlinear sigma-model,* arXiv:0907.1759

[2] János Balog, Árpád Hegedűs, *The Bajnok-Janik formula and wrapping corrections,* JHEP 1009:107,2010.

[3] T. Lukowski, A. Rej, V.N. Velizhanin, *Five-Loop Anomalous Dimension of Twist-Two Operators*, Nucl.Phys.B831:105-132,2010.

[4] Gleb Arutyunov, Marius de Leeuw, Stijn J. van Tongeren, *Twisting the Mirror TBA,* arXiv:1009.4118

[5] Árpád Hegedűs, *Finite size effects in the SS model: Two component nonlinear integral equations*, Nucl.Phys.B679:545-567,2004.

[6] C. Kristjansen, *Review of AdS/CFT Integrability, Chapter IV.1: Aspects of Non-Planarity.* arXiv:1012.3997

[7] Z. Bajnok, G. Böhm, G. Takács, *On perturbative quantum field theory with boundary,* Nucl.Phys.B682:585-617,2004.