

Válaszok Zaránd Gergely kérdéseire

Köszönöm Zaránd Gergelynek kritikus bírálatát és részletekbe menő kérdéseit.

Elismerem, hogy az AdS/CFT-t bemutató rész kicsit technikaira sikerült. Mentségemre szolgáljon, hogy ezen rész tartalmazta legfrissebb eredményeimet, és túlságosan is fontosnak ítélt meg egyes technikai részleteket.

Külön sajnálom, hogy nem tudtam kielégíteni a bíráló érdeklődését az AdS/CFT megfeleltetéssel kapcsolatban. Mivel azonban munkáimnak csak kisebb része foglalkozott az AdS/CFT megfeleltetéssel (csak egy a tézispontok között), nem lett volna szerencsés, ha a dolgozatban ez aránytalanul nagyobb szerepet kapott volna. Az AdS/CFT megfeleltetés követhető, mind hűrelméleti, mind pedig mértékelméleti kifejtése olyan jelentős terjedelemben tárgyalta volna mások munkásságát, mely felborította volna az általam elképzelt egyensúlyt. Ehelyett az AdS/CFT olyan egyedi és újszerű megközelítést adtam, mely azt, más eredményeimmel együtt, koherens keretben mutatta be. A hangsúlyt az általam kifejlesztett általános módszerek és azok alkalmazása kapta, és az AdS/CFT megfeleltetés csak egy volt a sok lehetséges alkalmazás között. Elismerem, hogy a kapott eredmények húr- és mértékelméleti interpretációja (a korábban nem részletezett háttér miatt) elmaradt, de ezt az előadásomban megpróbálom pótolni.

Konkrétan reagálva a kritikai megjegyzésekre:

- Az a_i^j együtthatókat azért mutattam be, hogy szemléltessem a megoldás explicit voltát és viszonylagos egyszerűségét.
- A (4.16) képlet tényleg túlságosan technikai, és kihagyható lett volna.
- Mivel az AdS/CFT dualitás mértékelméleti tárgyalását hely hiányában mellőztem, így valóban nem volt helyes a Konishi operátor elnevezést használnom a kétrészecske állapot megjelöléseként. Különben a Konishi operátor (4.18) alatt szereplő képletében Φ a maximálisan szuperszimmetrikus mértékelmélet bármelyik skalár terét jelöli.
- A 62. oldalon szereplő transzfer (monodrómia) mátrix indexei a fundamentális ábrázolásban vannak.
- A $\mathcal{V}$ ábrázolás argumentumai helyesen definiálva (4.1) alatt: $\mathcal{V}(p, e^{i\xi})$ és nem $\mathcal{V}(p, \xi)$.
- A $\mathcal{W}$ ábrázolás a dolgozatban mindenhol tipikus irreducibilis ábrázolást jelöl, szemben $\mathcal{V}$ -vel, mely atipikus irreducibilis ábrázolást.

Válaszaim a bíráló kérdéseire:

- 1. *A Lüscher korrekció levezetésekor látszólag fontos szerepet játszik a relativisztikus invariancia. A 4.3.2 fejezetben a szerző a Lüscher korrekció általánosított formáját használja, ugyanakkor a 4.2.1. fejezetben a feltüntetett diszperzió nem tűnik relativisztikusan invariánsnak. Mi ennek a fizikai oka, és hogyan oldható fel ez az ellentmondás?*

A vákuum Lüscher korrekciójának levezetésénél az alapállapot energiát az Euklideszi partíciós függvényből számoljuk annak aszimptotikusan nagy időkre vett határesetéből. A relativisztikus invariancia miatt a partíciós függvényt, alternatív módon, az Euklideszi idő és tér szerepének megcserélésével aszimptotikusan nagy térfogatokra értékeljük ki. Ez a módszer akkor is alkalmazható ha az elmélet nem relativisztikusan invariáns, mindössze arra kell vigyáznunk, hogy az idő és tér felcserélésével kapott, úgynevezett „tükör” rendszer nem azonos az eredetivel. Vagyis a partíciós függvényben szereplő energia formulákban a tükörmodell diszperziós relációját kell használnunk.

A gerjesztett állapotok Lüscher korrekcióját egyszerű esetekben egzaktul is meghatározhatjuk. Diagonális szórású integrálható elméletben ugyanis az alapállapot energiát egzaktul kiszámíthatjuk a termodinamikai Bethe Ansatz (TBA) segítségével. Ehhez az Euklideszi partíciós függvényt kell a nyeregponthoz közelítésben kiértékelni, a nagy térfogatú Bethe-Yang (BY) spektrum ismeretét felhasználva. Az alapállapot egzakt TBA egyenleteket analitikusan elfolytatva integrálegyenleteket származtathatunk a gerjesztett állapotokra, melyek szisztematikusan kifejtése adja a keresett Lüscher korrekciót. Ezen levezetés is alkalmazható a nem relativisztikus esetre, a különbség csak az, hogy a tükör-rendszer nagy térfogatú spektrumát meghatározó tükör BY-spektrumot kell használnunk. Ezen formulák tartalmazzák a tükörmodell diszperziós relációját és annak szórás mátrixát. Mivel azonban a szórás mátrix az eredeti és a tükörmodellben egymás elfolytatottjai, így a Lüscher-korrekcióban a relativisztikusan invariáns és nem invariáns rendszerek között csak a diszperziós relációban van különbség [1].

- 2. *Létezik-e (pl. a szolitonhoz hasonlóan) klasszikus térelméleti interpretációja a 4.2.2 fejezetben talált elemi gerjesztésnek, illetve kötött állapotnak? Milyen fizikai jelentést hordoznak a multiplettekhez tartozó kvantumszámok? Minek felelnének meg ezek a multipllicitások egy "valódi" hűrelméletben, tehát egy olyan hűrelméletben, mely a létező világot is leírhatja?*

A klasszikus hűrelméletet az $AdS_5 \times S^5$ háttéren teljes általánosságban még nem sikerült megoldani. A klasszikus megoldások meghatározására a Pohlmeyer-redukciót szoktuk használni. Ebben a hűrelméleti szigma modell diffeomorfizmus szabadságát konform mértékrögzítéssel csökkentjük. Majd az áramok nyelvén felírt mozgásegyenletekben a maradék mérték- és kappa-szimmetriát kihasználva olyan változókat vezetünk be, melyekre automatikusan teljesüljenek a Virasoro kényszerek. A maradék mozgásegyenletek általánosított sine-Gordon egyenleteknek adódnak. Így például az $\mathbb{R} \times S^2$ altéren mozgó hűrt a sine-Gordon, míg az $\mathbb{R} \times S^3$ -on mozgó hűrt a komplex sine-Gordon modellre képezhetjük. A dolgozatban szereplő elemi $su(2)$ gerjesztések a leképezés során a

sine-Gordon modell szolitonjaiba mennek át. Sajnos tetszőleges elemi gerjesztés hűrmegoldása nem ilyen szemléletes. A kötött állapotokat is nehéz azonosítani a klasszikus határesetben, ugyanis energiájuk az elemi gerjesztés energiájával degenerálttá válik.

A multiplettekhez tartozó kvantumszámok viszont világos jelentéssel bírnak. A húrelméleti $AdS_5 \times S^5$ háttér minden izometriájához tartozik egy megmaradó mennyiség. Ezen megmaradó töltések különböztetik meg a multipletteket, és azok tagjait. Az $su(2)$ gerjesztések töltése például az $S^2 \subset S^5$ -höz tartozó impulzus momentum, mely azt mutatja meg, hogy az S^2 főkörén milyen gyorsan forog körbe a húr.

Sajnos olyan húrelméletet, mely a kvantumszindinamikát (standard modellt) leírja még nem sikerült konstruálni (lásd Vecsernyés Péter kérdése). Ha viszont sikerülne, akkor a részecskék töltéseikhez tartozó kvantumszámoknak (pl. elektromos, hipertöltés) a húrelmélet oldalán geometriai eredetű szimmetriához kellene tartozniuk.

- 3. *Miért nem lehet a 6.1 fejezetben pl. kevert határfeltételt kielégítő tereket használni? (Kevert feltételt szoktak például felületi magnonok leírásánál használni.)*

Lehet, lásd Fehér László tartalmilag azonos kérdését!

- 4. *Általában egy elméletben a kritikus csatolás értéke függ a regularizáció módjától. (Híres példa a Kondo effektus, ahol a Bethe ansatzbeli Kondo hőmérséklet formája, és a beta függvény is különbözik a perturbatív és univerzálisnak gondolt eredménytől.) Melyek a 6.2.3 fejezetben megadott eredmények közül azok, amelyek univerzálisak, és melyek azok, amelyek függenek a levágási sémától? A levágásfüggő eredményeknél milyen regularizációt használt a szerző?*

A fejezet eredményei közül csak M_{crit} és h_{crit} függ a sémától.

A kvantum sinh-Gordon modell definíciója során kétféleképpen is eljárhatunk. Kvantálhatjuk az elméletet a szabad tömeges és a tömegtelen bozon perturbációjaként is. Mindkét megközelítésben a perturbáló operátort normalizálni kell, ezzel regularizálva az elméletet. Viszont ezen regularizálások nem azonosak és különböző M_{crit} értékekre vezetnek a (6.7) egyenletben. Az alapállapot energiája termodinamikai Bethe ansatzon alapuló megoldását a konform (tömegtelen) térelméleten alapuló kvantálással természetes összehasonlítani, így a dolgozatomban én is ezt használtam. Hasonló okokból kifolyólag a Lee-Yang modell esetében is a perturbált konform térelméleti keretet használtam.

- 5. *Ugyancsak a 6.2.3 fejezetben a b paraméter bizonyos értékeire eltűnik $h(b)$. Mi történik ekkor?*

Az elmélet szimmetriáját használva feltérképezhetjük a b paraméter fundamentális tartományát. Az derül ki, hogy fizikailag csak egy olyan paraméter van, amelynél a $h(b)$ csatolás eltűnik ($b = -\frac{1}{2}$). Mivel a h csatolás adja meg a perturbált konform térelméleti keretben a peremen alkalmazott perturbáció erősségét, annak eltűnése azt mutatja, hogy a peremes konform Lee-Yang modell

csak tömbi perturbáció alkalmazása esetén is integrálható marad. Ez például nem teljesül a modell defektes általánosítására, ahol a tömbben és a defekten összehangoltan kell perturbálnunk.

- 6. *Milyen statisztikus fizikai, vagy szilárdtest fizikai alkalmazását tudná a szerző elképzelni az AdS/CFT megfeleltetésnek?*

Az AdS/CFT megfeleltetés egyik tanulsága, hogy az erősen kölcsönható mértékelméletek bizonyos értelemben ekvivalensek egy eggyel magasabb dimenzióban definiált pusztán (szuper)gravitációs- vagy húrelmélettel. Ezen analógiát követve megkereshetjük erősen kölcsönható statisztikus vagy szilárdtest-fizikai rendszerek gravitációs dualitását. Kihasználva a duális modell könnyű (klasszikus) megoldhatóságát nemperturbatív, releváns eredményeket származtathatunk ezidáig technikailag elérhetetlen területeken is. Ez a kézenfekvő elképzelés már vagy négy éve fogalmazódott meg a dualitást ismerők körében és azóta a terület igen aktívan kutatottá vált [2]. Használták többek között véges hőmérsékletű, valós idejű folyamatok leírására, vagy egyensúlytól távoli jelenségek vizsgálatára kvantumosan kritikus rendszerekben.

Bajnok Zoltán

Hivatkozások

- [1] Zoltán Bajnok, Árpád Hegedűs, Romuald A. Janik, Tomasz Lukowski, *Five loop Konishi from AdS/CFT*, Nucl.Phys.B827:426-456,2010.
- [2] A S T Pires, *Ads/CFT correspondence in condensed matter*, arXiv:1006.5838