

**Bírálati vélemény Bajnok Zoltán**  
**„Integrálható modellek és az AdS/CFT megfeleltetés”**  
**című MTA doktori értekezéséről**

Az integrálható modellek elmélete legalább 1931-ig nyúlik vissza, amikor is Hans Bethe megkonstruálta az egy dimenziós Heisenberg modell egzakt megoldását. Hans Bethe megoldása alapvetően a spin modellbeli kölcsönhatás lokalitásán múlik, illetve a részecskék (Bethe esetében a spin gerjesztések) egymáson való szórásának különleges tulajdonságán: Egyfelől egy dimenzióban a bemenő részecskék száma és impulzusa megegyezik a kimenő részecskék számával és impulzusával. Másfelől több részecske ütközése leírható, mint páronkénti ütközések egymás utáni sorozata, és a végső állapot független a páronkénti ütközések sorrendjétől. Ez az utóbbi tulajdonság az, amely az integrálhatóság sarkalatos pontja, és lehetővé teszi a modell összes sajátállapotjának formális megkonstruálását.

Bethe munkáját követően számos integrálható egydimenziós modellt sikerült azonosítani, melyek fontos szerepet játszanak a mai fizika látszólag egymástól távoli területein. Ezek a modellek, bár sok szempontból kissé speciálisak éppen az integrálhatóság miatt, mégis kiváló terepet biztosítanak a részecskefizikusoknak a kvantum térelméleti struktúrák tanulmányozására, és ugyanakkor számos statisztikus fizikai illetve szilárdtest fizikai rendszer is leírható segítségükkel.

Az integrálhatóság fent említett feltételét az ún. Yang-Baxter egyenletek, illetve a Zamolodchikov-Fateev algebra foglalják össze, melyek lényegében a két-részecske ütközések fenti tulajdonságát rögzítik. Ezek az egyenletek ugyanakkor ki is tágítják a horizontot: egyfelől lehetővé teszik a modellek algebrai úton való megoldását (algebrai Bethe Ansatz), másfelől lehetővé teszik új integrálható modellek előállítását is. Ez utóbbi program az ún. önmegoldó program, mely lelkületében valamelyest hasonlít a konform térelmélet programjához, és lehetővé teszi önkonzisztens módon, pusztán a szórási mátrixok segítségével egy modell elemi gerjesztéseinek, azaz részecskéinek feltérképezését, sőt, az ún. alaktényező kiszámítása által dinamikus korrelációk meghatározását is.

Bajnok Zoltán dolgozata az önmegoldó program izgalmas területére koncentrál. Disszertációjában kiterjeszti az önmegoldó módszert a peremes elméletekre, bemutatja, hogyan alkalmazható az integrálható modellek elmélete véges méretű peremes rendszerekre, és hogy hogyan lehet ezt a módszert alkalmazni az ún. AdS/CFT megfeleltetés alátámasztására. A dolgozatban tárgyalt anyag hatalmas, és a bemutatott eredmények megítélésem szerint igen jelentősek.

A dolgozat kilenc, kimagasló folyóiratokban megjelent publikáció eredményeit foglalja össze, melyeket a szerző öt tézispontban foglalt össze. Ezek közül kiemelném az AdS/CFT megfeleltetésre vonatkozó eredményeket, melyek különleges figyelmet keltettek, és világszerte elismerést hoztak Bajnok Zoltán számára.

A dolgozat 7 fejezetre tagolódik. A szerző klasszikus térelméletekbeli integrálhatóság gyors áttekintése után a második fejezetben részletes bevezetést nyújt az integrálható modellek kvantálásába, és ismerteti az önmegoldó programot néhány alapvető modell esetében. A harmadik fejezet a véges rendszerek tulajdonságait tárgyalja, különös hangsúlyt fektetve az ún. Lüscher korrekcióra. A 4. fejezet tartalmazza az ún. Konishi operátor dimenziójának számítását. Az 5-6. fejezet a peremes modellek klasszikus illetve kvantumelméletét mutatja be, majd a 7. fejezet a véges méretű peremes elméleteket tárgyalja.

Ahogy korábban már megjegyeztem, a dolgozatban ismertetett eredmények igen jelentősek, és véleményem szerint bőven teljesítik a nagydoktori fokozat megszerzéséhez támasztott követelményeket. Ugyanakkor sajnos a dolgozat kiállítása hagy némi kívánnivalót maga után. Számomra rendkívül bosszantó volt a helytelen, illetve elhagyott központosítás. A hosszabb mondatokat emiatt az olvasónak többször végig kell olvasnia, mire végre szét tudja választani a tagmondatokat, és megérti a mondat jelentését. Szinte minden egyes képlet után hiányzik az írásjel. Ettől eltekintve az első három fejezet pedagógikus és tömör, de élvezetes olvasmányt nyújt. Talán a matematikai fizikai iskolák hagyományának köszönhető, de ugyanakkor a többi, főként saját eredményeket bemutató fejezet nagyon formális benyomást kelt a benne főlegesen szereplő rengeteg képlet miatt. A képleteknek ez az elburjánzása elfedi a fizikai tartalmat az olvasó elől, és nagyon kevés relevanciával bír. Ezt még az is fokozza sajnos, hogy sok a képletekben szereplő elütés, a definiálatlan, vagy csak homályosan, vagy oldalakkal később definiált mennyiség. Szerencsésebb lett volna jóval kevesebb formulát bemutatni, és inkább többet tárgyalni a felírt formulák fizikai tartalmát, azt táblázatokkal, vagy ábrákkal illusztrálni.

Különösen vonatkozik ez a 4. fejezetre, mely sok szempontból a legértékesebb eredményeket tartalmazza. Kívülálló szilárdtest fizikusként nagy várakozással kezdtem ennek a fejezetnek az olvasásához, és reméltem, hogy a dolgozat némi betekintést nyújt az AdS/CFT megfeleltetésbe. Sajnos azonban a szerző a részletesebb bevezetés helyett Arutyunov és Frolov egy 2009-es cikkét hivatkozza pusztán, majd igen röviden áttekintve a húrelméleti struktúrát, a Langrange-i kvantálást átugorva rögtön az önmegoldó keret tárgyalására tér át. Ez a fejezet egy kívülálló számára, aki nem járatos a szupercsoportok és algebrák ábrázolás elméletében, csak nagyvonalakban követhető, de az a gyanúm, hogy azok számára is, akik járatosak benne. Nem világos számomra, hogy mi értelme van például egy ilyen disszertációban felsorolni a fő szövegben az  $a^j$  együtthatókat (58. oldal), vagy bemutatni olyan képleteket, mint 4.16. Ugyanakkor azt nem tudjuk meg, hogy mi is az a Konishi operátor, amire ennek a résznek a legfontosabb eredménye vonatkozik, vagy nem derül ki a szövegből, hogy pl. a 62. oldalon szereplő monodrómia mátrixnak az indexei milyen és hány dimenziós reprezentációkon futnak végig, hogy a 4.6 képletben mire is vonatkoznak a  $V$  ábrázolások argumentumai, vagy hogy mi a 4.5-ben szereplő  $W$  ábrázolás?

Sajnos így éppen a dolgozat legizgalmasabb fejezete sikerült a legkevésbé. A szerző mentségére szolgáljon, hogy igen nagy kihívás egy ilyen összetett és bonyolult számítás bemutatása, és nyilván a disszertáció terjedelmi korlátai is komoly nehézséget jelentenek. Ugyanakkor véleményem szerint már az ebben a fejezetben foglaltak is bőven elegendő anyagot jelentettek volna egy MTA doktora disszertációhoz. Talán megfontolandó lett volna elhagyni (függelékbe helyezni) a dolgozatban szereplő képletek tekintélyes részét és a disszertáció következő harmincöt oldalát, és inkább ezt az egy fejezetet kibontani érthető módon.

A dolgozattal kapcsolatban a következő kérdések vetődtek fel bennem:

1. A Lüscher korrekció levezetésekor látszólag fontos szerepet játszik a relativisztikus invariancia. A 4.3.2 fejezetben a szerző a Lüscher korrekció általánosított formáját használja, ugyanakkor a 4.2.1 fejezetben feltüntetett diszperzió nem tűnik relativisztikusan invariánsnak. Mi ennek a fizikai oka, és hogyan oldható fel ez az ellentmondás?
2. Létezik-e (pl. a szolitonhoz hasonlóan) klasszikus térelméletbeli interpretációja a 4.2.2 fejezetben talált elemi gerjesztésnek, illetve a kötött állapotnak? Milyen fizikai jelentést hordoznak a multiplettekhez tartozó kvantumszámok? Minek felelnének ezek

meg ezek a multiplicitások egy "valódi" húrelméletben, tehát egy olyan húrelméletben, mely a létező világot is leírhatja?

3. Miért nem lehet a 6.1. fejezetben pl. kevert határfeltételt kielégítő tereket használni? (Kevert feltételt szoktak például felületi magnonok leírásánál használni.)
4. Általában egy elméletben a kritikus csatolás értéke függ a regularizáció módjától. (Híres példa a Kondo effektus, ahol a Bethe ansatzbeli Kondo hőmérséklet formája, és a beta függvény is különbözik a perturbatív és univerzálisnak gondolt eredménytől.) Melyek a 6.2.3 fejezetben megadott eredmények közül azok, amelyek univerzálisak, és melyek azok, amelyek függenek a levágási sémától? A levágásfüggő eredményeknél milyen regularizációt használt a szerző?
5. Ugyancsak a 6.2.3 fejezetben a  $b$  paraméter bizonyos értékeire eltűnik  $h(b)$ . Mi történik ekkor?
6. Milyen statisztikus fizikai, vagy szilárdtest fizikai alkalmazását tudná a szerző elképzelni az AdS/CFT megfeleltetésnek?

A fenti, az eredmények bemutatását illető kritikától függetlenül a disszertációban bemutatott tudományos munkát kimagaslónak ismerem el, és a kérdéseimre adott válaszoktól függetlenül javaslom a nyilvános vita kitűzését és az MTA doktora cím megadását.

Budapest, 2010. december 30.



Zaránd Gergely  
BME Fizikai Intézet  
1111 Bp. Budafoki út 8.