

Válasz Dr. Győri István egyetemi tanár

Szabó Zoltán "Kapcsolt és LPV rendszerek irányítása geometriai megközelítésben"

című dolgozatához készített opponensi véleményére

Elöljáróban szeretném köszönetemet kifejezni Dr. Győri István egyetemi tanárnak azért az alapos munkáért, amivel dolgozatomat átnézte és azt fontos megjegyzésekkel látta el.

Az opponensi véleményben megfogalmazott kérdésekre és megjegyzésekre adott válasz a következőképp tagozódik: először a feltett kérdésekre kísérek meg választ adni, majd ezt követően válaszolok az egyes megjegyzésekre.

I. VÁLASZOK A BÍRÁLÓI KÉRDÉSEKRE

1. *Általában az elméleti eredmények, eljárások a valóságban csak numerikus közelítéseken, illetve számítógépes programok futtatásával realizálódnak. Ennek következtében az iterációk során numerikus és számbábrázolási hibák lépnek fel.*

- Mennyire robusztusak az elméleti módszerek az implementációk során fellépő hibákra nézve?

- Vannak-e a szerzőnek ilyen jellegű szisztematikus vizsgálatai?

A dolgozatban megfogalmazott algoritmusok (az előjeles irányíthatóság eldöntését kivéve) nem tartalmazznak iterációt, az eljárások minden esetben véges lépésben terminálnak, ahol a lépés szám az állapottér dimenziójának és az affin kifejezésben szereplő mátrixok számának függvénye. Ezért az implementáció során két kritikus elem okozhat gondot:

- az algoritmus egyes lépesei látszólag mátrix hatványozással járnak: ennek potenciálisan negatív hatásai gondos implementációval elkerülhetők. Ténylegesen minden lépésben egy altér határozódik meg, az implementáció során pedig ennek az altérnek lehetőleg minél alkalmasabb bázisát választjuk.

Például: tekintsünk egy irányíthatósági altér számítását. Ekkor elvileg a k -ik lépésben a

$$\begin{bmatrix} A^k B & \cdots & AB & B \end{bmatrix}$$

mátrixot kellene előállítani.

Ha az A mátrix nagy, rosszul kondicionált, stb. akkor nem lenne szerencsés az eredeti formulával számolni a mátrix hatványok miatt. Feltéve, hogy a $k - 1$ -ik lépésben egy V_{k-1} alteret kaptunk amit a V_{k-1} mátrix oszlopai generálnak, a k -ik lépés során

$$V_k = \text{Im} [AV_{k-1} \ V_{k-1}] := \text{Im} W_k$$

adódik.

Az adott altérnek kiszámíthatjuk egy ortonormált bázisát, például W_k numerikusan jó tulajdonságú szinguláris felbontásával (SVD), eredményül egy V_k mátrixot kapva.

- az egyes lépésekben általában egy mátrix oszlop/sor vektorai által generált altér dimenzióját – azaz a mátrix rangját – kell meghatározni, ami nem egy numerikusan robusztus művelet. Itt okozhatják a legnagyobb gondot a felgyülemelő számítási (kerekítési) hibák.

Ebben az esetben is az SVD felbontás van segítségünkre.

Mivel a szerző gyakorlatában előforduló feladatok méretei ezt nem indokolták a fentiekén túlmenően nem volt szükséges a kérdést mélyebben, szisztematikusan vizsgálni.

Természetesen igen nagy, vagy speciális struktúrájú feladatok esetén érdemes feladatspecifikus implementációs eljárásokat kifejleszteni. A MATLAB keretein belül végzett számítások megfelelőek voltak, bár az alkalmazások során az is látszott, hogy egy általános célú (MATLAB) toolbox egy gondosabban megírt SVD rutint tenne szükségessé.

2. Tekintsük az $\dot{x}(t) = Ax(t) + u(t)$, $t \geq 0$ egyenlettel leírt irányított dinamikai rendszert, ahol A a dinamikai rendszerre jellemző állandó mátrix és $u(t)$ a megválasztandó kontrollfüggvény. Feladat: Határozzuk meg az $u(t)$ kontrollfüggvényt úgy, hogy az x_0 kezdeti pontból induló megoldás véges idő alatt az y pontba jusson, és utána ott is maradjon.

- Megoldható-e a feladat valamelyik, az értekezésben adott módszerrel, és ha igen, milyen típusú kontrollfüggvényt kell választani?

A feladat a rendszer invertálhatóságával van összefüggésben (a dolgozat 9. fejezete) és a 9.3 szakaszban leírt eljárással oldható meg (a megoldhatósági feltételek teljesülése esetén).

A kitűzött feladat csak akkor oldható meg, ha $u \in \mathbb{R}^n$ és mérjük az összes állapotot. A feladat ilyenformán egy tipikus SISO (egy bemenet-egy kimenet) set-point beállítási problémával analóg. Ilyen feladat gyakran előfordul járműirányítási alkalmazásokban.

Első lépésként alkalmazzuk az $u = -Ax + v$ visszacsatolást, amivel az új $\dot{x} = v$ rendszert kapjuk.

Második lépésben választunk egy $\varphi(t)$ trajektóriát, ami kielégíti a követelményeket, azaz egy olyan trajektóriát ami a $\varphi(0) = x_0$ pontból indul és egy T (véges) idő múlva $\varphi(t) = y$, $t \geq T$ pontba jut, és utána ott is marad. Erre a célra egy elég sima spline függvény megfelelő, például:

$$\varphi(t) = \begin{cases} x_0 + 2\alpha t - \frac{\alpha}{T}t^2 & \text{if } 0 \leq t < T, \\ y & \text{if } t \geq T. \end{cases}$$

ahol $\alpha = \frac{y-x_0}{T}$.

A keresett bemenet tehát $u(t) = -Ax(t) + \dot{\varphi}(t)$ módon kapható.

Megjegyzések:

- mivel a teljes állapot mért, tehát a kezdeti érték ismert, elvileg nincs szükség a szabályozási hiba visszacsatolására, mint az általános, 9.3-as szakaszban ismertetett irányítási algoritmusban. Gyakorlatban célszerű ezt megtenni, például a mérési hibák (w) hatásának csökkentése végett: $\hat{u}(t) = -A\hat{x}(t) + \dot{\varphi}(t) + K(\varphi(t) - \hat{x}) - Aw$. Ekkor a szabályozási hiba egyenlete

$$\dot{e} = (A - K)e + Aw,$$

ahol $e = x - \hat{x} = \varphi(t) - \hat{x}$. Például $K = A + \lambda I$ választással a λ tuningolásával lehet a mérési zaj hatását csökkenteni.

- ha nem akarunk sima bemenetet, akkor a rendszert először y -ba visszük T idő alatt egy $u_y = \frac{y-x_0}{\int_0^T e^{-A\tau} d\tau}$ bemenettel majd egy $u_s = -Ay$ bemenettel kinullázzuk az állapot deriváltját. Ez a megoldás is problematikus lehet egy mintavételes implementációval, ezért a tényleges szabályozásban vissza kell vezetni a szabályozási hibát $u_c = -Ay + K(y - \hat{x})$, ahol $\hat{x}$ a mért állapot és K állítja be a hiba lecsengésének sebességét.
- általában az $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $t \geq 0$ rendszer irányíthatósága csak azt biztosítja, hogy x_0 pontból z -be jussunk véges idő alatt. Az már általában nem teljesül, hogy ott is tudjunk maradni (nem tudunk minden állapot deriváltat kinullázni).

A (jobb) invertálhatóság kérdése épp azt vizsgálja, hogy adott $\dot{y}(t) = Cx(t)$ jelekre előírható-e trajektória, annak legalább milyen simának kell lenni és igenlő válasz esetén hogyan kapunk meg egy (nem feltétlenül egyértelmű) bemenetet ami az adott pályát generálja.

2. VÁLASZOK AZ EGYES BÍRÁLÓI MEGJEGYZÉSEKRE

A dolgozat megírásakor igyekeztem lehetőleg minden elírást és jelölésbeli következetlenséget kiküszöbölni, azonban minden igyekezetem ellenére maradtak a dolgozatban bosszantó, zavaró pontatlanságok amelyeknek felderítését külön is köszönöm, így a Caratheodory-féle megoldás illetve a gyenge stabilitás pontatlan definíciójára vonatkozó észrevételt. A kérdéses definíciók függelékben történő formális kimondása lett volna célravezető.

Budapest, 2011. március 25.

Szabó Zoltán