Válaszok E. Szabó László opponens

Rácz István
MTA KFKI RMKI

FEKETELYUKAK A GRAVITÁCIÓ GEOMETRIZÁLT ELMÉLETEIBEN

című doktori értekezése kapcsán megfogalmazott kérdéseire

1. Az első kérdés:

„A 25. oldalon az 2.2. fejezet elején magyarázatot kapunk a csapdázott felületek fizikai jelentésére vonatkozóan. Ez a magyarázat csak a $q(l) < 0$ és $q(n) > 0$ esetre tűnik értelmesnek, míg a fogalom definíciója (2.1.6. Definíció) a fordított esetet is megengedi. (A későbbiekből kiderül, hogy a fizikai magyarázat nyilván csak a „jövő értelemben csapdázott" felületre vonatkozik. Ezt a kifejezést a szerző mindvégig használja, de úgy látom, ez külön nem lett definiálva. Ezzel összefüggésben felmerül a kérdés, hogy a mi lenne a múlt értelemben csapdázott felület fizikai jelentése?)"

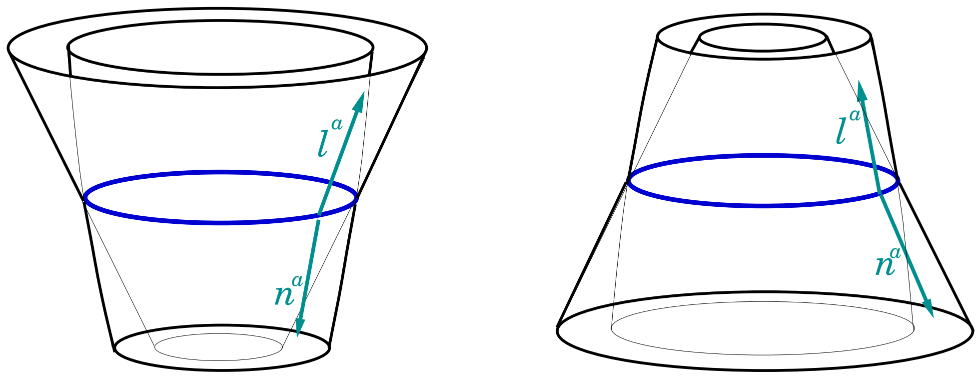
1.1. Válasz az első kérdésre:

A dolgozat 2.1.6 definíciója előtti rövid bekezdésben írom:

„*Penrose eredeti definícióját [1] követve, egy négydimenziós téridő valamely kétdimenziós $\mathscr{S}$ felületét akkor nevezzük jövő-, illetve múlt-csapdázottnak, ha mindkét, rá merőlegesen jövő, illetve múlt irányban indított fényszerű geodetikus család konvergál $\mathscr{S}$-en. Ennek megfelelően a csapdázott, nemcsapdázott, illetve marginális felületeket az alábbiak szerint definiáljuk.*"

Ennek felel meg a 2.1.6 definíció, ahol egyszerre definiálom a jövő-, illetve múlt-csapdázott felületeket. Az ott alkalmazott feltételeknek és az 1. ábra paneljeinek megfelelően, az $\mathscr{S}$ felületet múlt-csapdázottnak, ha $\theta^{(\ell)} > 0$ és $\theta^{(n)} < 0$, ugyanakkor jövő-csapdázottnak nevezzük, ha $\theta^{(\ell)} < 0$ és $\theta^{(n)} > 0$. Bár a definícióban valóban nem fogalmaztam meg külön-külön a jövő-, illetve múlt-csapdázott felületek meghatározását, mégsem értek egyet azzal, hogy csak „a későbbiekből derül ki, hogy a fizikai magyarázat nyilván csak a „jövő értelemben csapdázott" felületre vonatkozik". Ennek alátámasztásaként érdemes felidézni az alábbi, 25. oldalon található mondatokat:

„*Ahogy az az előző részben megfogalmazott definícióból is kiderül, a Penrose által bevezetett [1] csapdázott felület fogalma éppen annak a fizikai elrendezésnek a geomet-*



1. ábra. A baloldalon egy múlt-csapdázott, a jobb oldalon pedig egy jövő-csapdázott felület, valamint a felületekre merőlegesen kifelé, illetve befelé indított fényszerű geodetikusok által kifeszített hiperfelületek láthatók.

rizált megfogalmazása, amely akkor valósul meg, amikor a tér valamely véges kiterjedésű, lokalizált részében a gravitáció már olyannyira erős, hogy onnan még a fény sem tud kiszökni, azaz a kifelé indított fénysugarak által kirajzolt hullámfrontok felszíne sem növekszik az időben előrehaladva."

„*[...] a feketelyuk-tartományon olyan események összességét értjük, amelyek különkülön egy-egy jövő értelemben csapdázott felülethez tartoznak.*"

Minden olyan esetben, ahol előkerül a feketelyuk és a csapdázott felület fogalma, a jövő szócska következetesen kapcsolódik – lásd például a 2.2 alfejezet utolsó bekezdését – a csapdázott felülethez.

Végül arra a kérdésre, hogy mi a múlt értelemben csapdázott felület fizikai jelentése, elegendő a definícióban szereplő, fizikailag érdektelennek tűnő $\theta^{(\ell)} > 0$ és $\theta^{(n)} < 0$ feltételek geometriai jelentését tekinteni. Lényegében az látszik, hogy a múlt irányból a felületre merőlegesen érkező fényjelek által kifeszített hiperfelületek generátorai jövőirányban expandálnak. Ez valósul meg például az ősrobbanásból induló Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker-téridők kezdeti, expandáló szakaszában, így az ebben a téridőtartományban található kétdimenziós metrikus gömbök mindegyike múlt-csapdázott felület. Érdemes megemlíteni, hogy a sztatikus, illetve a stacionárius tengelyszimmetrikus feketelyuk téridők maximális analitikus kiterjesztéseiben, a feketelyuk tartományok mellett úgynevezett *fehérlyuk*-tartományok is megjelennek. Az utóbbiakban található metrikus gömbök, illetve ellipszoidok szintén mind múlt-csapdázott felületek.

2. A második kérdés:

„Van egy feltételezhetően LATEX-hiba, amely a 103.–106. oldalon okozott számomra teljes konfúziót. Mint kiderült, a hiba egyszerű: a 6.5.2. fejezetben az egyenletek számozása újra kezdődik, ezáltal bizonyos egyenletek száma megegyezik a 6.5.1 fejezetbeli számokkal, miközben vegyesen, hol az egyikre, hol a másikra vonatkoznak a hivatkozások. Utólag megnézve, ilyen probléma több helyen is van, pl. 40. és 41. oldal: (3.1.1) számú formulából is kettő van.”

2.1. Válasz a második kérdésre:

Köszönöm a LaTeX hibára vonatkozó észrevételt, melyet figyelembe veszek majd az értekezés védés után szabadon letölthető változatának elkészítése során.

3. A harmadik kérdés:

„A „stacionárius feketelyuk téridő” fogalma több helyen is szerepel az állítások a premisszáiban. Tekintve, hogy a szerző minden más alapvető fogalmat nagyon világosan megmagyaráz, és fizikai példákkal alátámaszt, hiányolom, hogy az meglehetősen komplex 2.3.1 Definíció mellé semmiféle magyarázat nem társul, és nincs arról említés, hogy végül is mi teszi fizikailag plauzibilissé a stacionaritás feltételezését.”

3.1. Válasz a harmadik kérdésre:

A stacionárius feketelyuk-téridők kitüntetett szerepéről a dolgozat bevetető részében, az 1.3 alfejezetben fogalmazom meg a legfontosabb állításokat. Röviden: Az Einstein-egyenletek nemlineáris voltából fakadóan az egyenletek általános megoldásait nem ismerjük. Hosszú évtizedeken keresztül csak különféle egyszerűsítő feltételek alkalmazása révén sikerült, általában fizikailag nem teljesen adekvát, *egzakt megoldásokat* származtatni. Ez magyarázza azt is, hogy a stacionáriusan forgó vákuum-feketelyuk megoldást öt évtizeddel az elmélet megalkotása után sikerült megtalálni.

Miután sikerült teljes precizitással bizonyítani, hogy a kérdéses megoldás valóban stacionáriusan forgó vákuum-feketelyuk, a vonatkozó vizsgálatok lényegesen felgyorsultak, és például a 70’-es és 80’-as évek során elvégzett dinamikai vizsgálatok – ezeket az utóbbi években végzett általánosabb, nemlineáris dinamikai vizsgálatok is megerősítették – azt mutatták, hogy amikor a feketelyukba hulló anyagnak „nincs számottevő utánpótlása”, akkor a gravitációs összeomlás során kialakuló feketelyuk nagyon gyorsan a stacionárius végállapotra jellemző tulajdonságokat mutat. Ennek megfelelően a stacionárius feketelyukakra vonatkozó vizsgálatok eredményei nemcsak a feketelyukak végállapotának meghatározása, hanem a nem túlságosan extrém dinamikai esetek leírása szempontjából is fontosak.

4. A negyedik kérdés:

„A disszertáció szövegében is és a tézisfüzetben is gyakran használja a szerző azt a fordulatot, hogy „ábrázol” vagy „megjelenít” („reprezentál” értelemben). Néhány példa: a tézisfüzet 5. oldalán az első tézisben,

(A) *„Megvizsgáltuk azon stacionárius feketelyuk-téridők lokális kiterjeszthetőségét, amelyekben a feketelyuk jövő eseményhorizontját egy olyan N Killing-horizont jeleníti meg, melyhez található [. . .]”*

a disszertáció 100. oldalán a 6.5.1 fejezet második mondatában,

(B) *„Az anyagmezőket [. . .] sima $(0, l_i)$ típusú $T_{(i)a\dots b}$ tenzormezőkkel ábrázoljuk.”*

vagy a tézisfüzet 4. oldalának első bekezdésében,

(C) *„[. . .] a téridőnek – az összes elvileg megfigyelhető klasszikus fizikai események összességének – az elméleten belüli megjelenítése is a differenciálható sokaságok és azokon értelmezett Lorentz-szignatúrájú metrikák fogalmára, valamint ilyen párok izometria-transzformációk által indukált ekvivalencia-osztályaira épül.”*

Fel szeretném hívni a figyelmet ennek a megfogalmazásnak a többértelműségére. Elhomályosítja ugyanis az állítások pontos episztemológiai státuszát. A következő három esetre gondolok:

Analitikus állítás: Az (A) idézetben nyilván erről van szó. ‘Ha az eseményhorizont olyan Killing-horizont, melyhez található . . ., akkor (kiterjeszthető).’

Szintetikus állítás: A világ empirikus ténye, hogy az általunk ismert fizikai mezők azzal a tulajdonsággal bírnak, hogy egy megfelelő tenzormezővel írhatók le – (B) eset.

Konvenció, választás: A fizikai világ valamely entitásának vagy objektív tulajdonságának a reprezentálása empirikusan aluldeterminált, és választás kérdése, hogy mivel reprezentáljuk. A (C) esetben a téridőt az izometrikus (M, g)-k valamelyikével reprezentáljuk. (Maga a tény, hogy ilyenekkel, illetve ezek egy ekvivalencia-osztályával lehet a fizikai téridőt reprezentálni, a fizikai világ egy tulajdonságát kifejező szintetikus – tehát a (B) esettel azonos típusú – állítás.)

Érdemes lenne tehát mindenütt pontosítani, mikor miről van szó.”

4.1. Válasz a negyedik kérdésre:

Az opponens által megfogalmazott észrevétel kapcsán szeretném hangsúlyozni, hogy az „ábrázol”, vagy „megjelenít” (reprezentál értelemben) vett használatával egyedül a valóságosnak gondolt empirikus tapasztalatok és az azok magyarázata során felhasznált matematikai modellek közötti határozott különbségtétel szükségére igyekszem emlékeztetni a tisztelt olvasót. Teszem ezt – véleményem szerint jogosan – függetlenül attól, hogy éppen analitikus, vagy szintetikus állításról esetleg konvencióválasztásról van szó. Végül azt is szeretném megemlíteni, hogy egy rövid tézisfüzetben megfogalmazott, egyszerűen „analitikusnak tűnő állítások" általában lényegesen többre vállalkoznak, mint egy tisztán analitikus állítás kimondása, így szükségképpen különböznek a dolgozatban részletesebben kifejtett megfogalmazásoktól. Ebben a tekintetben érdemes összevetni például az (A) idézetben említett mondatot, valamint a dolgozatban neki megfelelő 3.1.1 tétel kimondása során alkalmazott megfogalmazást.

5. A ötödik kérdés:

„A fenti (C) idézetben is megfogalmazódik az a széles körben elfogadott idea, mely szerint ha (M, g, T) egy univerzum (téridő+anyagmező) modellje, akkor tetszőleges (M, g', T') is modellje ugyanannak a fizikai univerzumnak, ha létezik olyan $\varphi : M \to M$ diffeomorfizmus, hogy $g' = \varphi^* g$ és $T' = \varphi^* T$ – abban a triviális értelemben, hogy például azt a fizikai eseményt (a fizikai univerzum azon lokális epizódját), melyet az egyik modellben az $x \in M$ pont reprezentált, azt a másik modellben a $\varphi(x) \in M$ pont reprezentálja. Ez tehát a diffeomorfizmusokkal szembeni „ekvivalenciának" a triviális értelme. A 101. oldalon alulról a második bekezdésben ezt olvashatjuk: „[. . .] a (6.5.1) és (6.5.2) egyenleteket felírhatjuk kvázi-lineáris elsőrendű hullámegyenletként, így azok a sima esetben – diffeomorfizmusok erejéig – egyértelmű maximális Cauchy-fejlődéssel rendelkeznek, minden alkalmas kezdőértékprobléma esetén." Ez a gondolatjelek közé szúrt, minden további magyarázat nélküli „diffeomorfizmusok erejéig" azt sugallja, hogy itt is a fenti értelemben vett triviális „téridő-modell" ekvivalenciáról van szó. Felfogásom szerint azonban ez a triviális ekvivalencia koncepcionálisan különbözik attól az egyáltalán nem triviális, a fóliázást rögzítő lapse és shift mezők szabadságából származó gauge-ekvivalenciától, amely a dinamikai egyenletek tulajdonsága. Az előző ugyanis minden esetben – a téregyenletektől függetlenül – triviálisan fennáll, míg a második csak akkor, ha a téregyenletek, azaz a csatolt Einstein- és anyagmező-egyenletek rendelkeznek ezzel a tulajdonsággal. Az idézett esetben nyilván az utóbbiról van szó."

5.1. Válasz a ötödik kérdésre:

A rövid válasz az, hogy nem, nem az opponens által javasolt egyszerű esetről van szó.

Először is szeretném leszögezni, hogy az univerzum egy általános (M, g, T) modellje és mondjuk az Einstein-elmélet egy térideje között csak annyi különbség van, hogy az utóbbi esetben a g metrika és a T anyagmezők meghatározott téregyenleteket elégítenek ki. Ha még azt is megköveteljük, hogy az (M, g, T) hármas az Einstein-elméletben egy globálisan hiperbolikus téridőt határozzon meg – ez a feltétel azzal egyenértékű, hogy a téridő teljes egésze valamely alkalmasan választott kezdőfelületen megadott kezdőadatok Cauchy-fejlődéseként áll elő [2, 3] – az csak tovább szűkíti a feltételeinket kielégítő téridők halmazát, de ez nem érinti az általános diffeomorfizmus-invariancia fogalmának relevanciáját a kérdéses részhalmaz elemei tekintetében.

Mindezen észrevételek után tekintsük az Einstein-elméletben a kezdőértékproblémák egyértelműségére vonatkozó eredményeket. Egy háromdimenziós hiperfelületen adott reguláris metrikából és külsőgörbületből álló kezdőadatokra vonatkozó Cauchy-probléma megoldásának létezése és a megoldás egyértelműsége azt jelenti, hogy

- a kezdőadatokra vonatkozó kényszeregyenletek teljesülése a szükséges és elegendő feltétele annak, hogy a kezdőfelület beágyazható legyen valamely négydimenziós téridőbe továbbá azt, hogy
- az egyenleteknek – reguláris, de különben tetszőleges „laps" és „shift" változóválasztások esetén – a kezdőfelület valamely elegendően kicsiny nyílt környezetben mindig van megoldása és a különféle laps és shift választásokhoz tartozó megoldások a nyílt környezetek valamely nem üres közös részén gauge-ekvivalensek, azaz izometrikusak egymással.

Mindezeken túlmenően a *maximális* Cauchy-fejlődés létezése és „ egyértelműsége" lényegében az összes lehetséges lokális megoldás halmazán a téridőbeágyazhatóság által indukált parciális rendezés, valamint a Zorn-lemma felhasználásával valósul meg [4]. Mivel már a téridőbeágyazások is csak a diffeomorfizmus-invariancia általános fogalmának felhasználásával adható meg, a maximális Cauchy-fejlődések sima (C^∞) esetben vett diffeomorfizmusok erejéig érvényes egyértelműsége a lokálisan megoldások egyértelműségénél jóval mélyebb állítás.

6. A hatodik kérdés:

„ Végül egy apró tűnődés. A tézisfüzet 4. oldalán, két helyen, összesen három dolgot tanulhatunk arról, hogy mi is az a téridő: Az 1) elvileg megfigyelhet ő 2) klasszikus 3) lehetséges események összessége. Az elvileg megfigyelhet ő azonos-e a lehetségessel? Ha a téridő csak a klasszikus események összessége, hol vannak a nem klasszikus (kvantum?) események, és mik azok? Ha a téridő a lehetséges események összessége – ha tehát van „lehetséges" és, ezzel szemben, „aktuális" –, akkor az aktuális világ aktuális eseményei ennek egy valódi részsokaságát képezik? És hogyan helyezkednek el az aktuális események a lehetséges események között? Állhat-e kauzális kapcsolatban két olyan lehetséges esemény, amelyek nincsenek ugyanabban az aktuális világban? (Egyes

szerzők amellett érvelnek, hogy a világ modális szerkezetének matematikai leírása nem fedhető le egyetlen téridő/kauzális struktúrával.)"

6.1. Válasz a hatodik kérdésre:

Az *egy apró tűnődés*ben megfogalmazott kérdésözönben szemezgetve, csak a legfontosabbakra igyekszem röviden reagálni.

A klasszikus fizikában esemény például két próbatest ütközése, vagy ahogy Dede Miklós tanárom fogalmazott „[. . .] az amikor egy csillag pontszerű képe éppen áthalad a távcső vonalkeresztjén [. . .]". Ennek megfelelően hallgatólagosan mindig feltételezzük, hogy egy klasszikus esemény belső struktúra nélküli, mind térben, mind pedig időben pontszerű, mely a geometriai pont fogalmának kialakulásához teljesen hasonló absztrakció eredményeként jött létre.

Fontos rögzíteni azt is, hogy az Einstein-elméletben – mely a klasszikus (azaz a kvantumhipotézist nem alkalmazó) fizika utolsó nagy teljesítménye – valamely téridő, még ha csak modellszinten is, tartalmazza a vizsgált fizikai elrendezéshez tartozó összes lehetséges múlt-, jelen- és jövőbeli eseményt. Ugyanakkor az események összességét megjelenítő téridősokaság tetszőleges pontjából indítható a téridőben mindenütt kauzális érintővektorral rendelkező görbe. Ezek a görbék az elvileg lehetséges megfigyelők világvonalai. Mivel egy megfigyelő által megfigyelhető események összessége a megfigyelő történetét ábrázoló világvonal kauzális múltjával esik egybe, az *elvileg megfigyelhető* és *a lehetséges* események halmaza bármely téridőmodellen belül szükségképpen egybeesik.

Kvantumos esemény: Ha az elmélet eredeti kereteit átlépve valaki a kvantumos viselkedésről is számot kíván adni, akkor első körben azt kell megmondania, hogy milyen értelemben használja a kvantáltság fogalmát. Mivel jelenleg olyan elmélet nincs, amelyet kvantumgravitációnak tekinthetnénk, egyedül a kvantumosan viselkedő részecskék kapcsán vizsgálható az a kérdés is, hogyan változna meg a fentebb említett idealizáció folytán kialakult klasszikus eseményfogalom. Amint arra Wigner már [5]-ben rámutatott, a kvantummechanika korlátokat szab a klasszikus eseményfogalmunkon alapuló téridőkoncepciónak is. Konkrétabban, Wigner úgy érvelt, hogy két tömeges elemi részecske ütközése – bár sokkal adekvátabb azok egymáson történő szóródásáról beszélni – szükségszerűen nem pontszerű, hiszen ezen kvantumos esemény azzal a kiterjedt téridőtartománnyal kapcsolható össze, amelyben a résztvevő részecskék megtalálási valószínűségének szorzata lényegesen nagyobb nullánál.

Aktuális esemény: Hangsúlyozni szeretném, hogy az aktuális esemény fogalmát sehol nem használtam, az egyedül az opponens hatodik kérdésében merült fel. Véleményem szerint amikor az Einstein-elméletben egy téridőt tekintünk, mely egy vizsgált fizikai rendszer történetéhez tartozó összes lehetséges múlt-, jelen- és jövőbeli eseményt tartalmazza, nincs értelme aktuális eseményekről beszélni. Az aktualitás mindig csak egy, esetleg több, rövid ideig a téridőben együtt utazó megfigyelő számára, az *itt és most* egyediségének illúziója alapján nyerhet csak értelmet, és mindenképpen csak valamely lokális téridőtartományhoz kapcsolható.

Gödöllő, 2011 május 12.

....
Rácz István

Hivatkozások

[1] R. Penrose: *Gravitational collapse and space-time singularities*, Phys. Rev. Lett. **14** 54-59 (1965)

[2] R. Geroch: *Topology in General Relativity*, J. Math. Phys. **8**, 782-786 (1967)

[3] R. Geroch: *Domain of dependence*, J. Math. Phys. **11**, 437-449 (1970)

[4] Y. Choquet-Bruhat, R. Geroch: *Global aspects of the Cauchy problem in general relativity*, Commun. Math. Phys. **14**, 329-335, (1969)

[5] E.P. Wigner : *Relativistic Invariance and Quantum Phenomena*, Rev. Mod. Phys. **29**, 255–268 (1957)