



## Bírálóí vélemény

Szolnoki Attila

„Együttműködés térbeli koevolúciós modellekben”

c. MTA doktori értekezéséről

Az elmúlt évtizedben a játékelméleti problémáknak a rohamosan fejlődő hálózatalméleti kutatásokkal való ötvözése új távlatokat nyitott az egyedszintű kölcsönhatásoknak a közösség szintjén, sokszor paradox módon megnyilvánuló hatásainak vizsgálatában és megértésében. Szolnoki Attila, a rácsgazok tanulmányozása során szerzett tapasztalatait kamatoztatva, 2004-től kapcsolódott be és végzett úttörő jelentőségű kutatómunkát ezen az új játékelméleti tudományterületen. Doktori értekezése elsősorban a 2008. és 2009. években publikált kutatási eredményeire épül, amelyekben azt az alapvető kérdést boncolgatja, hogy milyen körülmények között tud kialakulni és fennmaradni az együttműködés olyan egyedek között, amelyek számára egyénileg az elősködés a kifizetődőbb stratégia.

A nagyjából 100 oldal terjedelmű értekezés logikus felépítésű, példaértékű nyelvi gondossággal íródott, és annak ellenére is jól követhető, hogy a számos részeredmény szinte mindegyike összefüggésben áll a többivel, és csak a többiek fényében kap igazán értelmet. Az értekezés és a 11 tézispont alapját 15 publikáció alkotja, amelyek jelentős része a *Phys. Rev. E* folyóiratban jelent meg. A bíráló fő feladata az értekezésben és a tézisekben megfogalmazott tudományos eredmények értékelése. Jelen esetben azonban már a nemzetközi szakmai közösség kimondta az egyértelmű értékelését azáltal, hogy a mindössze 2-3 éve megjelent 15 darab publikációt már most 500 feletti független hivatkozásban részesítette, méghozzá meglehetősen egyenletes megoszlásban. A jelölt lendületességét és, ezzel összefüggésben, a kutatómunka eredményességét mutatja az értekezés elkészítése után megjelent további 10 publikáció, köztük egy összefoglaló cikkel.

Ezzel összhangban a tézisekben felsorolt eredményeket kivétel nélkül a jelölt új tudományos eredményeinek fogadom el. Röviden összefoglalva:

- A jelölt megmutatta, hogy az egyedek közötti különbségek hatékonyan képesek növelni a rendszerben az együttműködés szintjét. Az egyik legalapvetőbb tulajdonság, amelynek inhomogenitása jelentős mértékben képes növelni az együttműködést, az az egyedek stratégiaátadási képessége. Számos más tulajdonság (pl. egyenetlen fokszámoszlás) is erre vezethető vissza. A jelölt arra is rávilágított, hogy a vezetők közötti információcsere van egy optimuma az együttműködés növekedése szempontjából.

- A jelölt megmutatta továbbá, hogy ha az egyedek a sikerességük alapján támogatásban részesülnek, akár a stratégiaátadási képességük növelésén, akár a kapcsolati rendszerük bővítésén keresztül, akkor szintén az együttműködést elősegítő irányba változnak meg a rendszer tulajdonságai. Hasonló jelenség figyelhető meg akkor is, ha a stratégiaátadási képesség növekedése, ill. a kapcsolati rendszer bővülése egyenletes, viszont a stratégiaváltók büntetésben részesülnek.
- Monte Carlo szimulációk és dinamikus átlagtér-közelítés segítségével a jelölt azt találta, hogy az együttműködés elterjedésére a stratégiaátadás zajparaméterének nemtriviális és a lokális kapcsolati topológiától függő hatása van. Amennyiben a zajparaméter is a stratégiával hasonló módon átvehető tulajdonság, akkor spontán módon olyan zajparaméter fog elterjedni, amely közel optimális az együttműködés szempontjából.

A disszertációval kapcsolatban a következő kritikai észrevételeket kívánom tenni. Felhívnom a figyelmet arra, hogy ezek a kutatómunka érdemi részét nem érintik alapvetően:

- Számomra a dolgozat legzavaróbb pontja az (1.3) és (1.4) képletekben megadott két-féle stratégiaátadási függvény vegyes használata. Ennek persze lehet, hogy történelmi okai vannak, ugyanakkor meg kell, hogy jegyezzem, hogy akár a nyeremények megfelelő normálásával, akár az (1.4)-es képletnek egy Fermi típusú függvénybe illesztésével egységes módon tárgyalható lenne mind a homogén, mind pedig az inhomogén kapcsolati számmal rendelkező egyedekből álló rendszer. Ily módon a később oly fontosnak talált zajparaméter is megőrizhető volna az inhomogén esetben.
- Bizonyos számszerűsíthető tulajdonságoknak (pl. a stratégiaátadás képességének) a heterogén eloszlása esetén a jelölt előszeretettel beszél az egyedek hierarchiájáról. Habár tág értelemben a „hierarchia” szó a „rangsor” szinonimájaként is felfogható, e szó eredetét és hétköznapi értelmét tekintve ennél sokkal speciálisabb jelentéssel bír, és a hierarchiában résztvevő elemeknek egy fa (precízebben egy irányított aciklikus gráf) topológiájú viszonyára utal. Emiatt úgy érzem, hogy a „hierarchia” szó használata a dolgozatban félrevezető, mert többre utal, mint ami valójában.
- Hasonlóan, a „Darwini” jelzőt is túlzónak találom a 4.2. fejezetben. Igaz, hogy a jelző csak a tanulási mód kiválasztódására utal, én implicit módon a tanulási mód mutációját is várnám. Ez a megjegyzésem akár javaslatként is felfogható a jövőbeni kutatások tekintetében.
- A 61. oldalon nincs kifejtve, hogy  $\alpha \geq 2$  esetén a stratégiaeloszlás miért hatványfüggvénnyel írható le, és miért csak akkor.
- A 90. oldalon az áll, hogy „a korábban sikeresebb, racionálisabb tanulási mód a legkisebb  $K_i$  értéknek olyan számbeli előnyt eredményezett, ami miatt az említett paraméter-érték idővel kizárólagossá fog válni”. Úgy látom azonban a 4.6. ábrán, hogy az élősködő stratégia kizárólagossá válása pillanatában a legsikeresebb tanulási mód  $K_i$  értéke még csak 75% körül van, amely így csak 75% eséllyel tudja biztosítani ezen tanulási mód kizárólagossá válását a későbbiekben.

Végezetül a következő kérdéseket szeretném feltenni:

1. A koevolúciós modellek vizsgálata során az a paradox helyzet is előállt, hogy kizárólag az élősködők támogatása mellett a stratégiaátadásnak egy olyan eloszlása alakult ki, amely végső soron nagyobb együttműködési szintet eredményezett. Ez felveti azt a kérdést, hogy mennyiben van értelme koevolúcióról beszélni, és nem egyszerűen arról van-e szó, hogy szinte bármilyen, akár a játéktól teljesen független mechanizmus, amely a stratégiaátadás inhomogén eloszlásához vezet, végül az együttműködést erősíti.
2. A 3.23. ábrán szereplő két mennyiség ellentétes fázisban, illetve egy előjelváltás után azonos fázisban oszcillál. Az oszcillációk fennmaradásához azonban nagyon gyakran két olyan kölcsönható mennyiség nemtriviális fázistolásához van szükség, amelyek egymás dinamikáját befolyásolják (pl. egy tömegpont helye és sebessége harmonikus potenciálban, vagy az elektromos és mágneses térerősség az elektromágneses sugárzások esetén). Található-e itt is egy ilyen mennyiség pár?
3. A stratégiák a vizsgált modellekben mindig a játékosokra jellemzőek. Elképzelhető azonban, hogy egy játékos a partnerétől függően más-más stratégiát alkalmaz. Ez esetben a stratégia már nem a játékosokra, hanem a kapcsolatokra jellemző. Milyen hatása várható a modellek ilyen irányú kiterjesztésének?
4. A modellrendszerek vizsgálatának megvan az a veszélye, hogy elvesztik a kapcsolatot a valósággal, és öncélúvá válnak. Ezért végezetül arra lennék kíváncsi, hogy találhatók-e olyan valódi rendszerek, amelyek viselkedésének lényegét helyesen adják vissza a modellek, ill. amelyek működésének befolyásolásában felhasználhatók a modellekből kapott eredmények?

Összefoglalva, a doktori értekezés magas színvonalú és nagyívű tudományos munkásságot tükröz. A tézisekben foglalt eredményeket a szerző önálló kutatási eredményeinek ismerem el. A kérdésekre adott válaszoktól függetlenül a doktori munka tudományos eredményeit messzemenően elegendőnek tartom az MTA doktora cím megszerzéséhez és a nyilvános vita kitűzését javaslom.

Budapest, 2011. április 8.

.....  
Derényi Imre