

Opponensi vélemény
Kéri Gerzson
Optimális térlefedő kódok kutatása c.
MTA doktori értekezéséről

A dolgozat térlefedő és szűrjektív kódokkal kapcsolatos kérdéseket vizsgál. Az irodalomjegyzék az elmúlt 30 évből több, mint száz dolgozatot tartalmaz, így a téma sokak által vizsgált aktuális téma. Az értekezés a szerzőnek 5 társszerzős, két egyszerzős cikkére, és számos még nem publikált eredményre épül. A Kéri Gerzson (gyakran társszerzőkkel) számos előrelépést ért el ezekben az aktuális témákban. Mindezek kellő alapot adnak egy sikeres értekezéshez.

A dolgozat egy hosszabb bevezetés után a definíciókat és az eddigi eredmények imponálóan részletes áttekintését adja, majd rátér a térlefedő kódok vizsgálatára (egy-egy fejezetben a bináris, ternáris, nagyobb ábécé feletti, a vegyes és különösen vegyes kódokéra), majd az optimalitás és a normalitás kapcsolatát tárgyalja egy fejezet. Végül a számítógépes klasszifikációban használt algoritmusok, majd egy függelékben a szűrjektív kódokról szóló eredményeket találhatjuk meg. Ez a rész tartalmazza a jelölt honlapján fellelhető táblázatokra való utalásokat is.

Mivel a dolgozatok nagyobbik része már régebben megjelent, csak az eredmények egy részét emelném ki. A harmadik fejezet a bináris térlefedő kódokkal foglalkozik. $K(n, R)$ jelöli a n hosszú, R elérési sugarú kód minimális méretét. Az elérési sugár az a minimális R , amelyre a kódszavak köré írt R sugarú gömbök a teljes teret lefedik. A fejezet bevezető része elemi konstrukciókat tartalmaz (3.2 szakasz), majd a dimenzió és az elérési sugár kis változtatására kapható rekurzív konstrukciók (és becslések) következnek (3.3 szakasz), majd a direkt összeg különböző változatait (DS, ADS, BDS) tárgyalja a dolgozat (3.4 szakasz). Ezek még nem a szerző eredményei, csak a korábbi ismeretek összefoglalása. A 3.9 Tétel meghatározza, hogy $K(n, R)$ milyen n -re lesz 7 illetve 8 (a kisebb esetek egyszerűek). Például $K(n, R) = 7$ pontosan akkor, ha $n = 2R + 3$ és $R > 0$. A következő szakasz az egyenlőség esetét vizsgálja. Ehhez egy $C(n_1, \dots, n_6)$ kódcsaládot vezet be és a 3.12 Tételben megmutatja, hogy ezen kódok akkor és csak akkor optimális térlefedő kódok, ha az n_i paraméterek közül pontosan egy páros. Ennél érdekesebb, hogy megfordítva, tetszőleges optimális $(2R + 3, 7)R$ -kód ekvivalens egy $C(n_1, \dots, n_6)$ típusúval. Ezt felhasználva a 3.13 Tétel megadja az inekvivalens $(2R + 3, 7)R$ -kódok számának generátorfüggvényét. A 3.16, 3.17 és 3.18 Tételek a $C(n_1, \dots, n_k)$, $k = 7, 8$ ill. 9 kódok esetében megadják az elérési sugarat. Ezek mind értékes eredmények és a bizonyítások is határozottan nem-triviálisak. A fejezet 3.7 szakasza Baranyai tételének felhasználásával a 3.21 Tételben megadja bizonyos extrém szűrjektív kódok elérési sugarát. Végül a fejezet a bináris térlefedő kódok áttekintésével zárul.

A későbbi fejezetek (egyre kevésbé részletesen) nagyjából a 3. fejezet programját valósítják meg a ternáris (4. fejezet), illetve a nagyobb alapszámú ábécé feletti térlefedő kódokra. A 4. fejezetben a fenti eredmények megfelelői a 4.6, 4.7., 4.8 és 4.10 Tételek, ahol ez utóbbi az inekvivalens optimális térlefedő kódok számának generátorfüggvényét adja meg, ha $R < n < (3R + 3)/2$. (Ezek tehát az előző fejezet 3.13 tételig terjedő fent említett részének megfelelői.) Ugyanez a forgatókönyv az 5. fejezetben, a 3-nál nagyobb elemszámú ábécé feletti kódok esetén. Újdonságként a szürjektív kódok egyesítésére vonatkozó 5.3 Tételt és 5.4 Következményt említeném meg. Ezek a fejezetek egyben megadják a ternáris Golay-kódok, valamint a Hamming-kódok leírását egyre kisebb részletességgel (annyira, hogy a Hamming-kód leírása $q > 3$ -ra csak akkor érthető, ha valaki ismeri a konstrukciót). Talán a bináris Golay-kódok, valamint az 1-hibajavító perfekt nem-lineáris kódok konstrukcióját is érdemes lett volna a teljesség kedvéért tárgyalni (nem is annyira a jelen disszertáció, mint az anyagból tervezett monográfia miatt).

A 6. fejezetben vegyes térlefedő kódokkal foglalkozik a szerző, elsősorban abban az esetben, amikor b bináris és t ternáris koordináta van. Ez az eset nagyban kapcsolódik a TOTÓ-kulcsokhoz, amelyekről elég keveset lehet tudni. Általában is ez az a fejezet, ahol – a konkrét esetekre vonatkozó korlátokon kívül – korábban alig-alig voltak eredmények, így a jelenlegi legjobb eredmények nagy része a szerző nevéhez köthető. A speciális esetekre vonatkozó korlátok, a TOTÓ-val való kapcsolat miatt sok műkedvelő matematikust is vonzottak. A fejezet felépítése a korábbiakhoz hasonló, de már az elemi konstrukciók között is vannak újak (pl. a 6.2.6 szakaszban található egy ternáris koordinátát 3 bináris helyettesítő). A 6.12, 6.15, 6.18, 6.23 Tételek megadják, hogy $K(t, b, R)$ mikor 3, 4, 5, illetve 6, 7. A későbbi tételek 8 ill. 9 kódszó esetére az optimalitást csak bizonyos esetekben adják meg. A bizonyítások a fontos speciális eseteket megfogalmazó lemmákon keresztül történnek, és a korábbi fejezetek kombinatorikus ötleteit a korábbiaknál is még finomabban illesztik egymáshoz. Ha egyetlen fejezetet kellene kiemelni, akkor az talán ez lenne, mert itt lehet a technikákat legjobban látni. Végül a 7. fejezetben különösen vegyes kódokról találhatunk eredményeket, amikor néhány olyan koordináta is lehet, ahol 4 lehetséges érték van. Nyilván erre az esetre még kevesebb esetben lehet pontosan tudni $K(q, t, b, R)$ értékét és a bizonyítások a korábbi ötleteket használják.

A két utolsó fejezet részletes ismertetésétől eltekintenek, a 9. fejezet a számítógépes klasszifikációkban használt programok alapelveit fejti ki.

A dolgozat értékelését nehezíti, hogy az általam korábban látott MTA doktori értekezésekhez képest némileg más. Nem tudok egy konkrét olyan módszert kiemelni, amellyel mindenkinek világos módon láthatóan áttörést ért volna el a szerző. Ez azonban leginkább a téma jellemzője, nem a szerző kritikája. Ezen a területen nincsenek átütő általános módszerek, a dolgozatok sok kisebb, gyakran szellemes, ad hoc ötletre épülnek. A disszertációbeli bizonyításokra az jellemző, hogy aprólékos, de szép kombinatorikai ötleteket kell szívósan, ugyanakkor finoman összekapcsolva használni. Ezeket a nem szorosan a témában dolgozó kutatónak sokkal nehezebb megítélnie. Kiemelném a 3.7 szakasz eredményeit, amelyben hipergráfokkal kapcsolatos eredményeket használ a szerző, ami nem tartozik a standard eszköztárba. Az itt közölt bizonyítás Baranyai tételét használja bizonyos bináris 2-szürjektív kódok elérési sugarának meghatározására. A szerző [154] dolgozata adott foksám-sorozattal rendelkező k -reguláris gráfok rekurzív kezelését lehetővé tevő,

Billingtontól származó eredményt használ ugyanerre a problémára.

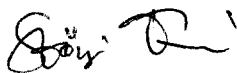
A dolgozat számos ponton hivatkozik számítógépes klasszifikációra, melyek Kéri Gerzson honlapján megtalálhatóak. Ugyancsak a témakör sajátossága, hogy ezek a módszerek egyre nagyobb hangsúlyt kapnak a klasszifikációs kérdésekben. Igaz ez abban a tágabb értelemben is, hogy a számítógép sokszor már az eredmények megsejtéséhez is nélkülözhetetlen. Ezek közül az n -ívek esetén ismerem az előzményeket, melyeket olasz kutatók értek el. Megállapítható, hogy Kéri Gerzson (szerény infrastrukturális keretek közt), a korábban ismert eredményeknél lényegesen többet tudott belátni. Ez nem a gyorsabb hardware-nek, hanem a felhasznált algoritmusoknak köszönhető. Így ezen programok, vagy a klasszifikációk esetén inkább programrendszerek biztosan sok szép ötletet tartalmaznak. Azóta belga kutatók továbbfejlesztették az eredményeket, ami Kéri Gerzson kutatásainak aktualitását (is) mutatja. Ezeket a számítógépes programokat alapvetően fontosnak tartom a dolgozat értékei kapcsán. Kiemelném azt is, hogy a szerző megad egy konstrukciós sémát, amellyel sok esetben meg lehet adni az optimális térlefedő kódokat. Maga a konstrukció korábban is ismert volt, de szerepét azt hiszem Kéri Gerzson ismerte fel.

A másik ok, amiért nem szokásos a dolgozat, hogy igazából monográfiának készült, tehát a korábbi eredmények, a konkrét esetekre vonatkozó táblázatok, illetve szöveges ismertetések nagy hangsúlyt kaptak. Én ezt is a dolgozat erényei közé sorolom, valamint a precíz, de jól olvasható stílust is.

Összefoglalva, az értekezés jó áttekintést ad a jelölt tudományos tevékenységéről kód-elméleti témákban. A témák szorosan összefüggnek, a módszerek is végigvonulnak az egész értekezésen. A dolgozat számos értékes eredményt mutat be, aktuális témában. Az értekezésben összefoglalt eredmények színvonalas nemzetközi folyóiratokban jelentek meg (pl. *Journal of Combinatorial Designs, Designs, Codes and Cryptography, Discrete Mathematics, Discrete Applied Mathematics*). Ezeket a jelölt az utóbbi kb. tíz évben érte el.

A fenti összefoglaló értékelés alapján úgy gondolom, hogy az eredmények elérik az MTA doktori cím követelményeit. A nyilvános védés kitűzését és az MTA doktora fokozat odaítélését javaslom.

Budapest, 2011. október 10.



Szőnyi Tamás
az MTA doktora