

OPPONENSI VÉLEMÉNY

Kéri Gerzson

Optimális térlefedő kódok kutatása

című akadémiai doktori értekezéséről

Kéri Gerzson doktori értekezésének témája a diszkrét matematika klasszikus kutatási területéhez, a kódelmélethez tartozik. Az értekezés legfontosabb vizsgált fogalma a térlefedő kód. Az alapprobléma, hogy egy adott elemszámú ábécé adott hosszúságú sorozatainak terében szeretnénk a lehető legkevesebb elemű térlefedő kódot találni egy szintén előre adott sugárhoz. A tér pontjai között a távolságot szokás szerint a Hamming távolsággal definiáljuk, és azt szeretnénk a lehető legkevesebb kóddal elérni, hogy azok valamelyikéből a tér minden pontja legfeljebb az előre adott sugáron belül elérhető legyen. Mindazonáltal, a szerző többnyire fordítva teszi fel a kérdést, nevezetesen, hogy adott számú kóddal mekkora térben, mekkora sugárral lehet a problémát megoldani. Ez kicsit szokatlan volt, az eredmények gyakran átfogalmazandók voltak az értékelő számára, de tiszteletben tartva a jelölt szabadságát, az értékelésben is a jelölt által preferált formában igyekszem az állításokat megszövegezni.

A definíciókat és az előzményeket tartalmazó első két fejezet után a harmadik fejezet az első, ami a jelölt új eredményeit tartalmazza. Ez a legfontosabb és legterjedelmesebb fejezete a disszertációnak, bináris térlefedő kódokról szól. A legjelentősebbnek tűnő eredmény a 3.7.Tétel, amiben Östergard-dal megmutatják, hogy ha a dimenzió $2R+4$ (R a sugár), akkor nem létezik 7 vagy 8 elemű optimális térlefedő kód. A 3.15.Tételben nem csak azt bizonyítják, hogy 10 dimenzióban 3 sugár esetén 12 elemű az optimális térlefedő kód, azokat klasszifikálni is tudják, a különböző osztályokban a számukat is meg tudják határozni – szintén Östergard-dal közösen. A 3.21.Tételben a jelölt meghatározza az egyértelmű M elemű 2-szűrjektív kód sugarát amikor a dimenzió egy speciális binomiális együttható.

A negyedik fejezet ternáris kódokról szól. A 4.6-8.Tételek kis elemszám esetén meghatározzák, hogy mikor lehet annyi elemű térlefedő kód. A 4.10.Tétel meghatározza a 3 elemű optimális kódok számát, mint egy polinom alkalmas tagjának együtthatóját.

Az ötödik fejezet szűrjektív kódokról, illetve magasabb alapszámú terek térlefedő kódjairól szól. Bár még a negyedik fejezetben kerül ismertetésre, valójában idetartozik a 4.3.Következmény, ami alsó becslést ad optimális térlefedő kódok méretére kisebb dimenziós optimális térlefedő kódok mérete illetve szűrjektív kódok minimális mérete segítségével. Az értekezés egyik legfontosabb eredménye az 5.3.Tétel, ami optimális szűrjektív kódok méretére ad becslést, de segítségével optimális térlefedő kódok méretére is felső becslést kaphatunk, ami sok esetben a legjobb ismert korlát, sőt 18 esetben ez teljesen éles. Az 5.5-6.Tételek 3 illetve 4 dimenziós térben, 1 illetve 2 sugár esetén meghatározzák az optimális térlefedő kód méretét bizonyos alapszámok esetében.

A hatodik fejezet vegyes ternáris/bináris térlefedő kódokról szól és nagyon sok eredményt tartalmaz. Ezekben az esetekben bizonyos koordinátákban kettő, a többiben három betűt használhatunk. A 6.12.Tétel meghatározza, hogy milyen sugár eseten elegendő három kódszó a tér lefedésére. A 6.15, 18, 23, 24 és 25.Tételek ugyanezt oldják meg 4, 5, 6, 7, 8 illetve 9 kódszó esetében, bár a legnagyobb esetekben csak bizonyos dimenziókban sikerül bizonyítani az élességet. A későbbi tételek arról szólnak, hogy bizonyos esetekben az összes optimális kódot sikerült megtalálni.

A hetedik fejezet az úgynevezett „különösen vegyes” optimális térlefedő kódokról szól, ami azt jelenti, hogy az előre megadott számú koordinátában az ábécé 2, 3 illetve 4 elemű. Hát az elnevezés különösen érdekes, különösen ha belegondolunk, hogyan hívjuk majd a kódokat, ha még többféle ábécét használunk. Az eredmények érdekesek, hasonlóak az előző fejezetekéhez, de a részletek ismertetésétől eltekintenék. Viszont megkérdezném a jelöltet, hogy milyen gyakorlati alkalmazás, vagy egyéb érv indokolja vegyes kódok vizsgálatát, vagy azok egyszerűen csak érdekesek.

A legrövidebb nyolcadik fejezet normális kódokról szól (definíciót illetően lásd a disszertációt), amik jelentősége nem teljesen világos. Örölnék, ha a szerző meg tudná indokolni ezek vizsgálatát.

A kilencedik fejezet a használt algoritmust írja le, aminek segítségével a konkrét numerikus eredményeket, a klasszifikációs tételeket kapta a szerző.

Összefoglalva, a disszertáció nagyon sok eredményt tartalmaz, de a bíráló bajban van, ha ezek közül ki kell emelni a legfontosabbakat. A disszertáció legfőbb erénye, hogy egy alapos, részletekbe menő tárgyalását adja az optimális térlefedő kódoknak azokban az esetekben, mikor ezek mérete kicsi, többnyire egyszámjegyű. Az általános eset természetesen sokkal nehezebb, de ezzel együtt jó lenne több eredményt látni, még ha csak (nem triviális) becslések erejéig is. Ez azonban nem von le a disszertáció alapértékeiből, a konkrét esetek szisztematikus tárgyalásából, az azokban kapott, többnyire pontos eredményekből. Ez a gondosság és alaposság megmutatkozik a disszertáción formai szempontból is, igen precíz munka, még elírásokat, sajtóhibákat sem találtam benne.

Mindezek alapján az akadémiai doktori disszertáció nyilvános vitára bocsátását illetve az akadémiai doktori cím odaítélését javasolom.

Budapest, 2011. október 19.

Győri Ervin
a matematikai tudomány doktora