

**Válasz Várlaki Péter Professzor Úr,
az MTA doktora által
Tar József:
„Adaptive Control of Smooth Nonlinear
Systems Based on Lucid Geometric
Interpretation” c. doktori értekezéséről
készített opponensi véleményére**

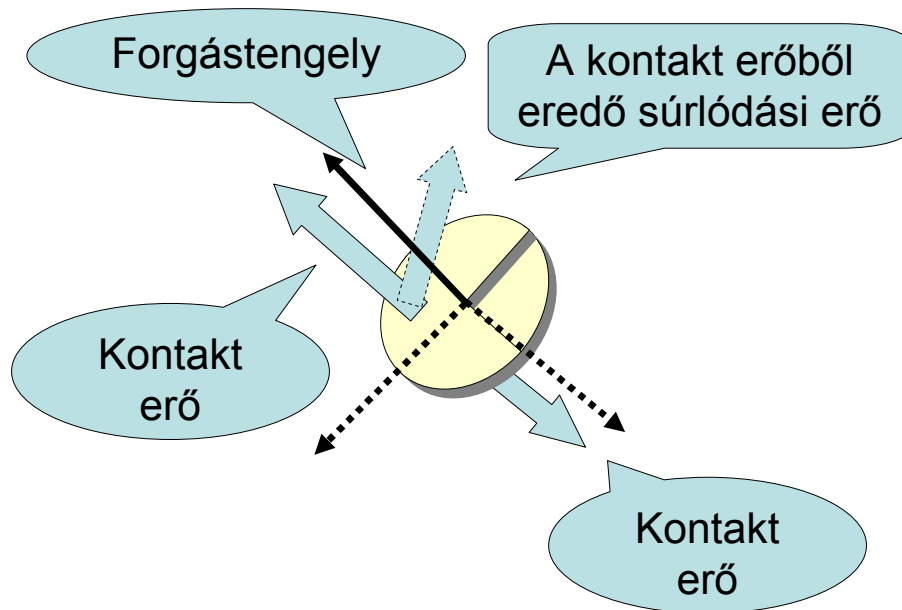
Mindenekelőtt megköszönöm Dr. Várlaki Péter professzor úr, az MTA doktora pozitív bírálatát, értekezésem értékelésére fordított idejét és energiáját. Megjegyzéseivel segítséget nyújtott jövőben végzendő kutatásaim megtervezéséhez is. A következőkben tételesen válaszolok az egyes kérdésekre és észrevételekre.

Az opponensi kérdésekre és megjegyzésekre adott válaszok

„Hogyan hozható összhangba egymással az okság elve és a módosított Slotine-Li robotszabályozó valamint adaptív inverz dinamikai szabályozó aszimptotikus stabilitása?” Külön megköszönöm ezt a kérdést, amely mind filozófiai mélységét tekintve, mind pedig gyakorlati szempontokból nézve is hűsbavágó, ezért elemzést érdemelt volna az értekezésben. A kérdés egyformán érinti az eredeti és a módosított szabályozókat is. Mindegyik tekintett szabályozó a hibakorrektciók szerinti, folyamatos visszacsatolást alkalmaz, így működésüktől az várható, hogy előbb megfigyelést végeznek, majd ennek alapján hajtanak végre korrekciókat, amelyek hatására a hiba csökken. Így az lenne várható, hogy amíg megfigyelésekre s ennek megfelelően pótlólagos korrekciókra van szükség, csak stabilitás remélhető, de aszimptotikus stabilitás nem. *Meggyőződésem, hogy ezek a szabályozók a gyakorlatban nem is lehetnek aszimptotikusan stabilak.* A precízen matematizált forma „aszimptotikus stabilitása” két lényeges, a valóságtól erősen elrugaszkodó feltételezésen alapul:

- Az egyik „valóságtól elrugaszkodott” feltételezés az, hogy *a szabályozónak nem minden információt kell a szabályozott rendszer mozgásából megfigyeléssel kikövetkeztetnie, mert rendelkezik a formáját tekintve teljesen precíz rendszermodell a priori ismeretével.* Az eredeti elképzelés szerint a rendszer ehhez az információhoz nem megfigyeléssel jut hozzá, hanem a szabályozó tervezője jóvoltából. E hipotézis az elvi alapja annak a várakozásnak, hogy ha a szabályozó elegendő ideig figyeli meg a szabályozandó rendszert, előbb-utóbb pontosan behangolja annak modellparamétereit, s a továbbiakban már nincs szüksége megfigyelésekre, vagy másképp fogalmazva, a hibákból származó visszacsatolások a mozgás további szakaszán már azonosan zérus értékek maradnak. Ez a feltételezés nemcsak azért gyakorlati képtelenség, mert az ismert realiztikus súrlódási modellek egyike sem elégíti ki azt az analitikus formát, amelyet a dinamikai modell hangolendő paramétereiben lineáris tömbben való leválaszthatóságát feltételezi, hanem azért sem, mert a módszer az Euler-Lagrange egyenletekből indul ki, ezen egyenletekből viszont eleve „ki van vonva” az az információ, amely a súrlódási erők (bármely súrlódási modell alapján történő)

meghatározásához szükséges lenne. Az Euler-Lagrange egyenletek azon zseniális tulajdonsága, hogy kiesnek belőlük a rendszerben ébredő belső kényszererők és forgatónyomatékok azon komponensei, amelyek nem adnak járulékot a tengelyek menti eltolások illetve tengelyek körüli elforgatások irányában, így ezen erőkomponensek kiszámítása sem szükséges, a súrlódás esetén komoly hátrányt jelent. Az alábbi ábrával próbálom ezt szemléltetni forgócsuklós szerkezetre: míg magának a kontakt erőnek nincs forgatónyomatéka a forgástengelyre, a belőle származó súrlódási erőnek általában lehet.



- A másik valóságtól elrugaszkodott feltételezés a külső zavarok teljes kiküszöbölhetősége.

Röviden azt mondhatom, hogy az okság elve és az aszimptotikus stabilitás csak nagyon speciális formális, a valóságban nem teljesülő feltételek mellett hozható egymással összhangba.

„A „4.3. Globally Linearizing Controllers” c. alfejezet a maga részletességével fölöslegesnek tűnik, hiszen annak részleteire az értekezés a továbbiakban nem épít semmit. Talán elegendő lett volna megjegyezni, hogy e módszer pontos analitikus modellre építve közvetlen, affín leképezésre emlékeztető alakú kapcsolatot származtat a megfigyelhető mennyiség bizonyos időderiváltja és azon fizikai ágens közt, amelynek felhasználásával a rendszer szabályozható.” Bírálóm észrevételével egyetértek. Eredeti terveim között szerepelt volna egy összehasonlítás egy ilyen típusú szabályozóval is, ez azonban később nem valósult meg. A rá vonatkozó részt pedig elfelejtettem törölni az értekezésből.

„Gyanítom, hogy a (6.1.1) egyenletben lévő általános forma –attól függően, hogy miképpen paraméterezzük az ortogonális mátrixokat– a (6.1.6) additív formánál komplikáltabb struktúrákra vezetne. Mi indokolta az egyszerűsített additív forma használatát?” Bírálóm megjegyzése szigorúan érdemi választ kíván. A (6.1.6) forma nem általános érvényű, hanem nagyon speciális és az általánoshoz képest igencsak hiányos, ezért semmilyen mélyebb okkal nem indokolható. Mindössze arról volt szó, hogy a [C24] közleményben igyekeztem megmutatni, hogy még ezzel a nagyon speciális és hiányos formával is „lehet kezdeni

valamit”, s ezt az információt a (6.1.1) egyenlet körüli szöveg valóban nem tartalmazza. Az általános formában a (6.1.3) egyenletben adott speciális rotációs mátrixok szorzatainak kell állnia, s mivel azok nem kommutálnak egymással, az általános forma nem ilyen összegekre bomlik fel. [Összegekre az általános forma is felbontható, ha a középben lévő diagonális mátrixot összegek formájában állítjuk elő, de az eredmény nem lesz olyan egyszerű, mint a (6.1.6) egyenlet alakja.]

„A (6.1.8) egyenletben a felső és az alsó sorban érzésem szerint az M és a H mátrixok ugyanazt a mennyiséget kell, hogy jelöljék. Van valami értelme a megkülönböztetett jelölésnek?” A megkülönböztetésnek nincs értelme, szövegszerkesztési hiányosságról van szó.

„Az (A.11.7) egyenlet felső sora csak az $n=m$ esetben értelmezhető pontosan. Talán célszerű lett volna két egyéb formát is kiírni az $n>m$ és az $n<m$ esetekre is.” Bírálónak igaza van, az (A.11.7) egyenlet az adott formában nem elég precíz. A formálisan is kielégítő változatokat alább adom meg (az egyszerűség kedvéért kisméretű mátrixokra):

$n<m$ eset:

$$\mathbf{b} = \mathbf{VDU}^T \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{(1)} & \mathbf{v}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{(1)T} \\ \mathbf{u}^{(2)T} \\ \mathbf{u}^{(3)T} \end{bmatrix} \mathbf{a} =$$

$$= \begin{bmatrix} D_{11} \mathbf{v}^{(1)} & D_{22} \mathbf{v}^{(2)} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{u}^{(1)T}, \mathbf{a}) \\ (\mathbf{u}^{(2)T}, \mathbf{a}) \\ (\mathbf{u}^{(3)T}, \mathbf{a}) \end{bmatrix} = (\mathbf{u}^{(1)T}, \mathbf{a}) D_{11} \mathbf{v}^{(1)} + (\mathbf{u}^{(2)T}, \mathbf{a}) D_{22} \mathbf{v}^{(2)}$$

$n=m$ eset:

$$\mathbf{b} = \mathbf{VDU}^T \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{(1)} & \mathbf{v}^{(2)} & \mathbf{v}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{(1)T} \\ \mathbf{u}^{(2)T} \\ \mathbf{u}^{(3)T} \end{bmatrix} \mathbf{a} =$$

$$= \begin{bmatrix} D_{11} \mathbf{v}^{(1)} & D_{22} \mathbf{v}^{(2)} & D_{33} \mathbf{v}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{u}^{(1)T}, \mathbf{a}) \\ (\mathbf{u}^{(2)T}, \mathbf{a}) \\ (\mathbf{u}^{(3)T}, \mathbf{a}) \end{bmatrix} = (\mathbf{u}^{(1)T}, \mathbf{a}) D_{11} \mathbf{v}^{(1)} + (\mathbf{u}^{(2)T}, \mathbf{a}) D_{22} \mathbf{v}^{(2)} + (\mathbf{u}^{(3)T}, \mathbf{a}) D_{33} \mathbf{v}^{(3)}$$

$n>m$ eset:

$$\mathbf{b} = \mathbf{VDU}^T \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{(1)} & \mathbf{v}^{(2)} & \mathbf{v}^{(3)} & \mathbf{v}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{(1)T} \\ \mathbf{u}^{(2)T} \\ \mathbf{u}^{(3)T} \end{bmatrix} \mathbf{a} =$$

$$= \begin{bmatrix} D_{11} \mathbf{v}^{(1)} & D_{22} \mathbf{v}^{(2)} & D_{33} \mathbf{v}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{u}^{(1)T}, \mathbf{a}) \\ (\mathbf{u}^{(2)T}, \mathbf{a}) \\ (\mathbf{u}^{(3)T}, \mathbf{a}) \end{bmatrix} = (\mathbf{u}^{(1)T}, \mathbf{a}) D_{11} \mathbf{v}^{(1)} + (\mathbf{u}^{(2)T}, \mathbf{a}) D_{22} \mathbf{v}^{(2)} + (\mathbf{u}^{(3)T}, \mathbf{a}) D_{33} \mathbf{v}^{(3)}$$

„A „7. Tézissel” kapcsolatban kérdezném, hogy pontosan mi indokolta a Caputo által adott forma kiválasztását a numerikus közelítés számára, szemben az egyéb lehetőségekkel?”

Az irodalomban sokféle definíció található törtrendű deriváltakra. Magam részéről az alábbiakat ismerem:

Liouville definíciója:

$$(D_L^\alpha f)(x) := \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \left[\int_{-\infty}^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt \right], \quad -\infty < x < \infty$$

Ez a forma a megfigyelések kezdetének $-\infty$ értékbe tolásával a problémát *matematikai értelemben* kerüli meg, a fizikai valóságban viszont megfigyelést mindig valamilyen konkrét véges időpontban kezdünk végezni, tehát ezt a formát fizikai értelmezhetősége miatt gondoltam kevésbé szerencsésnek.

A Riemann- Liouville definíció:

$$(D_{a^+}^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \left[\int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt \right], \quad a < x$$

Ez a definíció *fizikai értelemben* ugyan „rendbe teszi” Liouville definíciójának hiányosságát, azonban fizikailag nehezen értelmezhető. *Fizikai értelemben egy deriválttól azt várjuk, hogy az az adott fizikai mennyiség valamiféle változását ragadja meg a független változó függvényében. E várakozásnak megfelelően egy konstans mennyiség semmilyen egész rendű deriváltja nem különbözik zérustól, míg a törtrendű deriválttól azt várhatjuk, hogy az valamiképp „interpolál” az egészrendű deriváltak közt. Az $0 < \alpha < 1$ értékekre ez a definíció konstans függvény esetében is jelez valamiféle változást, hiszen ekkor pl. az $f(x) \equiv 1$ esetben*

$$\int_a^x (x-t)^{-\alpha} dt = - \int_{x-a}^0 \xi^{-\alpha} d\xi = - \left[\frac{\xi^{-\alpha+1}}{-\alpha+1} \right]_{x-a}^0 = \frac{(x-a)^{-\alpha+1}}{-\alpha+1},$$

Ennek x szerinti deriváltja pedig nem azonosan zérus, így a fentiek szerinti a fizikai értelmezhetőség kritériumának ez a definíció nem felel meg.

A Grünwald-Letnikov definíció:

$$D^\alpha x(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(\alpha-k+1)} x(t-kh) \right]$$

Ezt a definíciót illetve numerikus közelítéseit véges h felbontásra kiterjedten alkalmazzák a szakirodalomban, ehhez új „hozzáadott értéket” nem tudtam volna adni. A megfigyelések kezdetének $-\infty$ értékbe tolásával a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából ezt a definíciót is problémásnak gondolom.

Hadamard definíciója:

$$(D_{a^+}^\alpha f)(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \frac{f(x)-f(t)}{t [\ln(x/t)]^{1+\alpha}} dt, \quad a < x$$

Ez a definíció konstans $f(t)$ függvényre nullát ad, a megfigyelések kezdete is realisztikus, tehát fizikai értelmezhetőség szerint megfelelő, kezelhetőségét azonban matematikai szempontból komplikálnak látom.

Marchaud definíciója:

$$(D_+^\alpha f)(x) = \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{-\infty}^x \frac{f(x) - f(t)}{(x-t)^{1+\alpha}} dt$$

E formában a megfigyelések kezdete és a matematikai kezelhetőség jelentett gondot számomra.

Caputo definíciója:

$$(D_C^\alpha f)(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau, & m-1 < \alpha < m \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t), & m = \alpha \end{cases}$$

Ez a forma konstans jelre zérus eredményt ad, határesetben visszaadja az egész rendű deriváltat, a „0” értéket azonban „kitüntetett”, ami fizikailag nehezen indokolható. Az általam alkalmazott közelítés a véges memóriahosszal egyszerűen szüntette meg ezt a kitüntetettséget, ezért választottam ezt a kiindulási formát.

„Végül, vajon hogyan látja a Jelölt a bemutatott eljárásokban az „SVD-HOSVD” általánosítási lehetőségeket?”

A bemutatott eljárások, azaz az általam kifejlesztett adaptív szabályozók lényegi eleme, hogy azok valamilyen közelítő rendszermodellből indulnak ki, melynek további analitikus finomításával nem foglalkoznak. Az *SVD-HOSVD* általános és nagyon hatékony, ma már numerikusan is megvalósítható eszköz arra, hogy segítségével tág feladatosztályokra ellenőrzött pontosságú modelleket készítsünk. Ennek megfelelően az általam javasolt eljárások kiválóan kombinálhatók az *SVD-HOSVD* módszerével a kiindulási modell megalkotásának fázisában. E szempontból fontos, hogy a szinguláris érték felbontás nem valós időben végzendő el, hanem előzetesen, akárcsak a *HOSVD* segítségével konvex burkok belsejére tervezett lineáris szabályozók esetében, így annak viszonylag magas műveletigénye ebben az esetben sem lényeges korlát.

Végezetül ismételten szeretném megköszönni dr. Várlaki Péter professzor úr, az MTA doktora kritikai megjegyzéseit, további szakmai munkámat segítő számos észrevételét, az értekezés elbírálására fordított idejét és energiáját, s ezúton kérem válaszaim mérlegelésére.

Budapest, 2011-11-29.

Tar József
a műszaki tudomány kandidátusa