Válasz
Márki László, az MTA doktora bírálatára

Nagyon szépen köszönöm Dr. Márki Lászlónak dolgozatom értékelésére fordított idejét és fáradságát, gondos bírálatát, elismerő véleményét. Kérdéseire az alábbiakban válaszolok.

1. Kérdés: Lehet-e már tudni, hogy a Schauenburg-féle Hopf-algebroid fogalma ténylegesen általánosabb-e az itt bevezetettnél?

Válasz: Ahogy a kérdés is sugallja, a várakozás az, hogy a Schauenburg-féle Hopf-algebroid fogalomnak általánosabbnak kell lennie. Ennek ellenére tudtommal eddig senkinek sem sikerült olyan példát konstruálnia, amely különbséget tenne a két – Schauenburg, illetve Szlachányi és általam javasolt – definíció között. Úgy tudom, hogy Glasgowban egy diák Ulrich Krähmer vezetésével Lie-Rinehart algebrák körében keres ilyen példát. Eredményéről azonban még nem hallottam.

2. Kérdés: Lack és Street megmutatta, hogy egy $\mathcal{K}$ 2-kategóriára az $\mathsf{EM}(\mathcal{K})$ Eilenberg-Moore-2-kategória a $\mathcal{K}$-nak egy alkalmas lezárása. Milyen kapcsolatban van az $\mathsf{EM}^w(\mathcal{K})$ gyenge Eilenberg-Moore-2-kategória a $\mathcal{K}$-val, megkapható-e $\mathcal{K}$-ból valamilyen lezárási konstrukcióval?

Válasz: A disszertáció elkészülte óta erre a – valóban alapvető – kérdésre sikerült válaszolni idén megjelent [G. Böhm, S. Lack and R. Street, *Idempotent splittings, colimit completion, and weak aspects of the theory of monads.* J. Pure Appl. Algebra 216 (2012), no. 2, 385-403.] dolgozatunkban.

Ebben a munkában bármely $\mathcal{K}$ bikategóriának vettük először is azt a szabad kiterjesztését (ún. lokális Cauchy-teljessé tételét) amelyben minden idempotens 2-cella széthasad. Erre tekinthetünk úgy, mint a Cauchy-teljes kategóriák Descartes-monoidális kategóriájában gazdagított kategóriára (röviden Cat_{cc}-kategóriára). Így teljessé tehetjük *mint* Cat_{cc}-*kategóriát* a *bikategóriai* Eilenberg–Moore-objektumokra (amihez persze ki kellett dolgozni a bikategóriai limesz és a gazdagított értelemben vett teljessé tétel fogalmát).

A hivatkozott [JPAA 2012] cikk 5.5 Tétele szerint az így adódó $\mathsf{EM}_{dm}(\mathcal{K})$ bikategória (sőt Cat_{cc}-kategória) hű és teli rész bikategóriaként tartalmazza $\mathsf{EM}^w(\mathcal{K})$-t. Azaz a különbség $\mathsf{EM}_{dm}(\mathcal{K})$ és $\mathsf{EM}^w(\mathcal{K})$ között csak a 0-cellákban van: előbbi 0-cellái $\mathcal{K}$ pre-monádjai míg az utóbbié csak a valódi monádok. (Így $\mathsf{EM}_{dm}(\mathcal{K})$ és $\mathsf{EM}^w(\mathcal{K})$ ekvivalens ha $\mathcal{K}$ idempotens 2-cellái széthasadnak, l. a cikk 5.3 Következményét.)

Ez általánosítja Lack és Street észrevételét, mely szerint $\mathsf{EM}(\mathcal{K})$ a $\mathcal{K}$ fölött (2-kategóriai) Eilenberg–Moore-objektumokkal rendelkező szabad 2-kategória.

Budapest, 2012. február 8.

Böhm Gabriella