

Válasz Pethő Attila bírálataira

Köszönöm Pethő Attilának, hogy időt áldozott az értekezés bírálataira, és véleményét határidőre elkészítette. Először röviden válaszolok konkrét kérdéseire, majd hosszabban reagálok általános minősítéseire.

Az első kérdés az, hogy az általánosított Roitman-tétel kiterjeszthető-e pozitív karakterisztikában a p -torzióra. Válaszom az, hogy minden bizonnyal igen, és véges testek algebrai lezártja felett ezt bizonyítottuk is. Általánosabb testek felett cikkünk módszerének Milne technikáival való kombinációja várhatóan sikerre vezet. Ez megfelelő kérdés lehet egy, a téma iránt érdeklődő PhD diák számára.

A Manin-obstrukcióval kapcsolatban: Skorobogatov 1998-ban mutatott példát olyan felületre, amelyen a Hasse-elv sérül, de ez a Manin-obstrukcióval nem, csupán annak iterált változatával magyarázható. Nemrég Poonen talált olyan 3-sokaságokat, amelyeken a Hasse-elv sérülését a Manin-obstrukció jelenleg ismert finomításai nem magyarázzák. Ami a görbéket illeti, Pethő Attila helyesen jegyzi meg, hogy 1 nemű görbéken Manin tétele szerint a Tate-Safarevics csoport végessége implikálja, hogy a Manin-obstrukció az egyetlen obstrukció. Mivel magasabb nemű görbék nem homogén terei algebrai csoportoknak, rájuk a Manin-tétel és annak általánosításai nem alkalmazhatók. A sejtés itt az, hogy a Jacobi-varietás Tate-Safarevics-csoportjának végességéből következik a Manin-obstrukció egyedülisége. Ennek azonban csak korlátozott érdekessége van, hiszen Faltings tételéből úgyszintén tudjuk, hogy ilyen görbéknek csak véges sok pontja van, a Manin-féle módszertől pedig effektív eredmények nem várhatók. A módszer vizsgálatának igazi terepét olyan magasabb dimenziós varietások adják, amelyeknek ha van pontja, akkor általában sok van. Ilyenek a racionális varietások vagy az értekezésben is vizsgált homogén terek.

Áttérek Pethő Attila általános kifogásaira. Nehezményezi, hogy az értekezés alapjául szolgáló három dolgozat társszerzős. Mivel az érvényes doktori szabályzat tudomásom szerint erre vonatkozó tiltásokat vagy előírásokat nem tartalmaz, ez a kifogás számomra nem értelmezhető. Problematikusabb viszont, hogy Pethő akadémikus a dolgozatok társszerzős voltából azt a következtetést szűri le, hogy az eredmények nagyjából fele tulajdonítható nekem. Mivel ő maga is gyakran dolgozik társszerzőkkel, tudnia kell, hogy a sikeres együttműködés lényege az, hogy az eltérő kompetenciák és észjárások egyesítéséből új, más minőség születik, amelyet nem lehet az egyes szerzőkre visszaosztani. Az eredményeknek csupán a felét elismerni ugyanolyan furcsa, mint egy apáról azt állítani, hogy csak egy fél gyereke van. Természetesen az értekezés valamennyi fő eredményét büszkén vállalom édesgyermekemnek. A mellékes észrevételek és segédtetelek között vannak, amelyek egyik vagy másik szerzőtől származnak, de hát a kutatás már csak így működik.

Pethő Attila következő állítása szerint az eredmények nem kiemelkedőek, és nemzetközileg nem keltettek nagy feltűnést. Nézzük ezzel szemben a tényeket. Az értekezés alapjául szolgáló három cikk a *Mathematische Annalen*, a *Journal für die reine und angewandte Mathematik* és a *Duke Mathematical Journal* hasábjain jelent meg. Pethő akadémikus, bár nem említi, minden bizonnyal jól tudja, hogy élvonalbeli általános nemzetközi folyóiratokról van szó, amelyek rendkívül igényes bírálói rendszerrel és magas elutasítási rátával dolgoznak. Egy cikk pusztá elfogadása a mondott lapokban tehát már önmagában jelzi, hogy az eredményeket az adott terület szaktekintélyei kiemelkedőnek tartják. Bár a bírálók a dolog természeténél fogva anonimak, a lapok presztízséből kiindulva nagy biztonsággal állítható, hogy nagyobb súlyú személyiségekről van szó, mint a Pethő Attila által autoritásként citált referátumok szerzői (akik amúgy korrekt és tömör összefoglalókat adtak). Természetesen mindig akadnak kivételek, így az sem zárható ki, hogy e három cikk, illetve más, hasonlóan rangos fórumokon megjelent publikációim esetében fatális tévedés-sorozat tanúi vagyunk.

Ami a visszhangtalanságot illeti, nem sorolnám azokat a nagy presztízsű nemzetközi konferenciákon és rangos külföldi egyetemeken tartott meghívott előadásaimat, amelyekben az eredményeket ismertettem, ezek úgyis megtalálhatók önéletrajzomban. Nézzük inkább a hivatkozásokat. Az első cikk megjelenésekor valóban kisebb figyelmet kapott, mint azt vártuk. Érdekes módon mostanában, a publikálás után tíz évvel kezd az idézettség megugrani. Az idézők közül kiemelendő egy, az *Annals of Mathematics Studies* sorozatban megjelenés alatt álló monográfia, amelynek külön fejezete foglalkozik a cikk módszerének újraértelmezésével és továbbfejlesztésével. A második cikknek jelenleg több mint 20 független idézője van. Köztük van a szakterület mindkét összefoglaló monográfiája, Milne *Arithmetic Duality Theorems*, illetve Neukirch–Schmidt–Wingberg *Cohomology of Number Fields* c. könyvei, amelyek második kiadásukban kiemelten idézik cikkünket. A harmadik cikk, amely 3 éve jelent meg, jelenleg 12 független idézőnél tart. Közülük háromnak a fő eredménye alapvetően támaszkodik a mi tételünkre, ezek a *Mathematische Annalen*, a *Duke Mathematical Journal* és a *Journal of the American Mathematical Society* hasábjain jelentek meg vezető szaktekintélyek tollából.

Pethő akadémikus úgy értékeli továbbá, hogy Abel-varietásokra vonatkozó tételek szemi-Abel varietásokra és 1-motívumokra vonatkozó kiterjesztései nem jelentenek komoly áttörést. Hogy ki mit tekint komoly előrelépésnek, természetesen szubjektív megítélés kérdése, ám a fenti vélekedést a matematikai tények komolyan megkérdőjelezzik. Nézzünk közülük néhányat. Geometriai szempontból az Abel-varietások a tiszta, a szemi-Abel-varietások és általánosításaik pedig a kevert motívumok közé tartoznak. Ez azt jelenti, hogy utóbbiak kohomológiája jóval bonyolultabb, és olyan új jellegzetességeket mutat, amelyek a tiszta esetben nem lépnek fel.

A kevert motívumok elméletének nézőpontja tette lehetővé, hogy koncepciózus bizonyítást adjunk Roitman tételére, ami a klasszikus keretek közt nem volt lehetséges. Hararival írt dualitáselméleti cikkünkben mutattuk ki először, hogy az 1-motívumok mint kevert motívumok aritmetikai kohomológiája is merőben új viselkedést mutat. Ennek illusztrálásaként csak egy frappáns példát idéznék: míg az Abel-varietások második Tate-Safarevics-csoportja triviális, a tóruszoké pedig véges, szemi-Abel-varietásoké végtelen is lehet. Ezt tanítványom, Peter Jossen mutatta ki, amikor az egyik, a cikkünkben felvetett problémán gondolkozott. Ugyanő vette észre nemrég, hogy bizonyos 1-motívumok esetében a mondott csoport végessége implikálja a Leopoldt-sejtést, ami az algebrai számelmélet egyik legmélyebb nyitott problémája. Mindezek a jelenségek nem merülnek fel, ha csupán Abel-varietásokra szorítkozunk. Ami a Manin-obstrukciót illeti, az 1990-es évek közepére kifejlesztették azokat a technikákat, amelyekkel az obstrukció vizsgálatát tetszőleges algebrai csoportok homogén terein vissza lehet vezetni a szemi-Abel-varietások esetére. Ez az eset azonban ellenállt, éppen a motívum kevert volta miatt. A problémát úgy tudtuk megoldani, hogy előbb kifejlesztettük a második cikk dualitáselméletét, majd pedig a Manin-obstrukció új kohomologikus interpretációját adtuk. Ezzel a fő technikai akadály elhárult az elől, hogy a Manin-obstrukció kérdését tisztázzák tetszőleges algebrai csoportok homogén terein, ami a fent már említett cikkekben történt meg. Ily módon tehát a témakör kb. 30 éven át nyitott fejezete került végleges megoldásra, amit az opponensnek természetesen nem kötelessége áttörésként értékelni.

Végezetül megjegyezném, hogy a fent leírt tények gyakorlatilag mind megtalálhatók az értekezésben, illetve annak téziseiben. Pethő akadémikus azonban, mint az bírálataból kitűnik, minden bizonnyal nem vette őket figyelembe véleményének kialakításakor.

Párizs, 2011. október 29.

Szamuely Tamás
MTA Rényi Intézet