

Válasz Csirmaz László bírálatára

Nagyon köszönöm azt a munkát és időt, amit Csirmaz László a dolgozat gondos áttanulmányozására fordított, s külön köszönöm a dícsérő szavakat.

A bíráló két kérdést fogalmaz meg.

Az első kérdése az, hogy a 1.10 és a 1.11 fejezetek bizonyításaiiban használt kombinatorikus megfontolásból vajon lehetséges-e létrehozni egy olyan kombinatorikus elvet, amelyet aztán “black box” tételként alkalmazhatnánk.

Véleményem szerint egy ilyen vállalkozás reménytelen. Egyszerűen túl bonyolultak a két fejezetben leírt módszer feltevései ahhoz, hogy azokat ésszerű módon egyetlen állításba lehessen összefoglalni. A két fejezet eljárását inkább egy módszernek kell elképzelni, amely lehetővé teszi kényszerképzetek elemeinek finomhangolását.

Csirmaz László második kérdése arra vonatkozik, hogy a $\neg CH + \text{Cohen}$ modellekben érvényes kombinatorikus elvek vajon függetlenek-e egymástól, illetve milyen implikációk állnak fel köztük.

A disszertációban ismertetett elvek mellett Jörg Brendle és Sakaé Fuchino vezetett be további axiómákat és a kombinatorikus elvek közötti kapcsolatokról szóló ismert eredményeket az ő alábbi cikkük tekinti át:

Jörg Brendle and Sakaé Fuchino, Coloring ordinals by reals, Fundamenta Mathematicae, 196, No.2 (2007), 151-195.

Csak néhány eredmény említenék:

- $F^s(\kappa)$ -ból következik $\hat{C}^s(\kappa)$.
- WFN -ből következik $\hat{C}^s(\kappa)$ és $\hat{C}^s(\kappa)$.
- $\hat{C}^s(\kappa)$ -ból nem következik WFN .

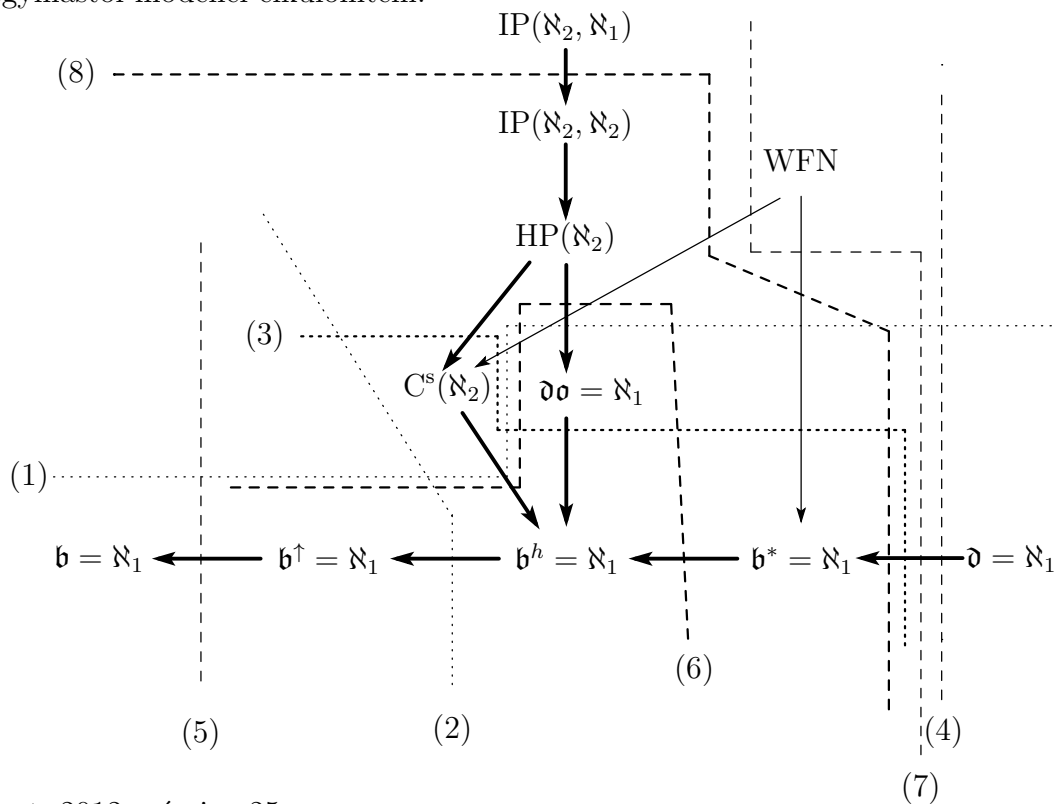
A bíráló konkrét kérdésére válaszolva: tudjuk, hogy a WFN tulajdonság nem következik $C(\kappa)$ -ból vagy $\hat{C}(\kappa)$ -ból. A $C(\kappa)$, $C^s(\kappa)$, $\hat{C}(\kappa)$ és $F(\kappa)$ tulajdonságok szétválasztása jelenleg egyrészt reménytelen, másrészt a HP elv, amit Brendle és Fuchino vezetett be, a fenti 4 axióma közös erősítése, így immár az axiómák napi alkalmazás során sem kényszerülünk arra, hogy a 4 elv közül válogassunk.

Megragadnám az alkalmat, hogy a Cohen modellekkel kapcsolatban a számomra legérdekesebb nyitott szétválasztási problémát megemlítsem. Nem tudjuk, hogy ekvivalens-e az alábbi két állítás:

- Egy LCS tér nem tartalmazhat ω_2 megszámlálható Cantor-Bendixson szintet.
- Egy LCS tér első ω_2 Cantor-Bendixson szintje között van megszámlálható.

Az első, nyilvánvalóan erősebb állítást nem is tudjuk semmilyen kombinatorikus elvből levezetni, csak direkt, a forszolás tulajdonságait használó bizonyítás mutatja, hogy igaz a Cohen modellben.

Végül megjegyzem, hogy a fenti idézett cikk tartalmazza az alábbi ábrát, amelyen a 8 szaggatott vonal mutatja, hogy mely tulajdonságokat tudunk egymástól modellel elkülöníteni.



Budapest, 2012 március 25

Soukup Lajos
Magyar Tudományos Akadémia
Rényi Alfréd Matematikai Kutató Intézet