

## A bírálóbizottság értékelése

Jenei Sándor fő kutatási területe az algebra, az algebrai logika és a nem-klasszikus logikák elmélete, amit erős geometriai szemlélet hat át. Érdeklődésének középpontjában a reziduált félcsoportok vizsgálata, és azok szubstrukturális logikák területére való alkalmazása áll. MTA doktori értekezésében bemutatja az asszociativitás geometriájára, az MTL logika teljességére, valamint reziduált monoidok konstrukcióira és strukturális leírására vonatkozó eredményeit.

Az értekezés három részre tagozódik. Az első, Geometria című részben az asszociativitás geometriai jellemzésének lehetőségeit vizsgálja a jelölt, a Beágyazás című második részben fontos algebrai logikai eredményeket bizonyít és sejtéseket igazol, míg a harmadik részben az involutív hálókön kap olyan forgatás invariáns félcsoportokat, amelyeket használva például reziduált félcsoportokból involutív reziduált félcsoportokat kaphatunk.

A bizottság a tézisfüzetben megfogalmazott valamennyi tételt elfogadja új eredményként. A disszertációban foglalt eredmények összességükben fontos lépésnek tekinthetők a balról-folytonos t-normák strukturájának a leírása, egy struktúratétel felé.

Legfontosabb eredményei a következők:

A jelölt kommutatív, reziduált műveletek asszociativitásának szimmetriacsaládokkal való jellemzését adja meg. Az így kifejlesztett geometriai jellemezés teszi lehetővé algebrai összefüggések geometriai leírását.

Módszere erejét egy fontos probléma megoldásával illusztrálja. C. Alsina, M. J. Frank és B. Schweizer 2003-ban azt a sejtést fogalmazták meg, hogy két különböző t-norma nem triviális konvex kombinációja nem lehet t-norma. A jelölt megmutatta, hogy egy természetes feltevés mellett a sejtés igaz. Ennek a feltevésnek a megtalálása is a jelölt érdeme.

A jelölt Franco Montagna-val írt közös munkában igazolta Esteva és Godo egy sejtését. Ez az eredmény a *Studia Logica*-ban jelent meg 2002-ben. Az említett folyóirat magas elvárásait szükségtelen ismertetni, a cikk itteni megjelenése önmagában biztosítéka az eredmény szakmai elismerésének. Esteva és Godo bebizonyította, hogy az MTL logika helyes és teljes a rendezett MTL-algebrák osztályára nézve. Eredményük alapján fogalmazták meg azt sejtést, amely szerint az MTL logika helyes és teljes a sztenderd MTL algebrákra nézve. Az MTL logika sztenderd MTL algebrákra való teljességének a bizonyítása az itt alkalmazott beágyazási módszer a dolgozat egyik legfontosabb algebrai logikai eredménye. Az eredmény jelentőségét tovább növeli, hogy így világossá válik az a fontos tény, hogy az MTL logika a legáltalánosabb t-norma alapú logika.

A nemzetközi szakirodalomban Jenei–Montagna-beágyazás néven ismert módszer nemcsak az MTL logika esetén alkalmazható, hanem számos más logikai rendszernél is. Egy módszer hatékonyságának pedig az az egyik legjobb bizonyítéka, ha különböző területeken alkalmazásra kerül.

A Jenei—Montagna-beágyazás segítségével a balról-folytonos t-normák fontos tulajdonságait megfogalmazó tételeket mond ki és bizonyít. Sikerül eddig nem ismert balról-folytonos t-normákat előállítania, bizonyítja, hogy a balról-folytonos t-normák folytonossági pontjainak halmaza mindig

sűrű. Megmutatja, hogy bármely megszámlálható rendezett kommutatív integrál monoid beágyazható egy balról-folytonos t-normába. Ezen eredmények jelentősen hozzájárulnak a t-normák természetének pontosabb megértéséhez.

Involutív uninormák érdekes speciális családaira ad leírást. Itt először a Girard-monoidok osztályát vizsgálja. Elsődleges motivációi a szubstrukturális logikák valamint a t-norma alapú logikák területéről erednek. A forgatás invariáns félcsoportok fogalmának bevezetése után a forgatás és a forgatás-annihilálás konstrukciók segítségével mód nyílik arra, hogy bizonyos reziduált félcsoportokból involutív reziduált félcsoportokat állítson elő. Megmutatja, hogy a reziduált és a ko-reziduált műveletek dualitása nem jelenti azt, hogy elegendő az egyiket vizsgálni, mert bizonyos esetekben önálló szerephez jutnak.

Ezen eredmények alapján a bírálóbizottság az MTA doktora cím odaítélését javasolja.