

dc_223_11

Gravitációsan sugárzó kompakt kettősök és brán-elméleti kutatások

MTA doktori értekezés tézisei

Gergely Árpád László

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM

Kísérleti Fizikai Tanszék

Elméleti Fizikai Tanszék

Szeged, 2011. szeptember

1. Motiváció

Az általános relativitáselmélet (ÁRE) a gravitációt a téridő görbületeként értelmezi. Míg a Naprendszerben az ÁRE csak kis, de mérhető perturbációkat okoz a Kepler-mozgáshoz képest, kompakt égitestek (neutron-csillagok, fekete lyukak) kettős rendszereiben alapvetően módosítja a dinamikát és a rendszer által kibocsátott gravitációs hullámok okozta disszipatív jelleg megfigyelhetővé válik. 1974-es felfedezése óta a Hulse-Taylor pulzár (PSR 1913+16) pályaperiódusa pontosan olyan ütemben csökkent, ahogy az a rendszer által keltett gravitációs hullámok számolásából várható (Nobel díj, 1993). Később ugyanezt a disszipatív viselkedést más kettős rendszerekben található pulzárokra is igazolták. Mivel a kompakt kettős rendszerek az ÁRE nagy pontosságú igazolására képesek, tanulmányozásuk mind megfigyelési, mind elméleti oldalról igen fontos. A már eddig is ellenőrzött vezető rendű dinamikán túl, melyet lényegében a tömegek határoznak meg, a dinamika pontosabb feltérképezése az egyéb fizikai jellemzők, mind a spin és tömeg kvadrupól momentum hatásainak figyelembevételével történik.

Az ÁRE a kölcsönhatások geometrizálására tett első sikeres kísérlet. Bár szimmetria elvekhez kapcsolható elegáns matematikai leírással rendelkezik, az elektro(mágneses)-gyenge és erős kölcsönhatások lényegesen különböznek. Ezekben a kölcsönhatásokban kiemelt szerepet játszanak a kvantum jelenségek, míg az ÁRE klasszikus elmélet. Az ÁRE a newtoninál erősebb gravitációt jósol, ami tetten érhető például a csillagok nyomásviszonyait megadó Oppenheimer-Volkoff egyenletben is. Az erősebb gravitáció szingularitásokhoz vezet mind az Univerzum múltjában, mind a gravitációs kollapszusban. A szingularitások környékén, az Ősrobbanást követő időszakban, valamint a fekete lyukak belsejében összeomló anyagban a kvantum hatásokat is figyelembe kell venni, ezek leírására egy új, kvantumgravitációs elmélet megalkotására lesz szükség. Egy ilyen elméletben megállapítást nyerhet, hogy valóban keletkeznek-e görbületi szingularitások erős gravitáció jelenlétében, valamint, hogy hátramarad-e bármi a fekete lyukak Hawking szétsugárzása nyomán.

A próbálkozások között meg kell említeni a twistor-elméletet (azonban ez a sík téridő tárgyalásán lényegében nem jut túl); a kvantumtérelméletek görbült téridőn való tárgyalását (a kvantumtérelméletek olyan általánosítása, mely a gravitációt továbbra is klasszikus háttérként, görbületeként kezeli), a geometrodinamikát (a geometria hamiltoni leírásának kanonikus kvantálását), a loop-quantumgravitációt (megnövelt fázistérbe átvitt, a Yang-Mills elméletekkel bizonyos formális rokonságot felmutató gravitációelmélet kvantálási kísérlete) és a húrelmélet / M-elméletet. Utóbbi szerint világunk 10 / 11 dimenziós, a 3 kiterjedt térszerű és az idő-dimenzió kivételével a többi dimenzió Calabi-Yau kompakt sokaságként váltja fel a klasszikus téridő-pont fogalmát.

A húrelméletnek létezik egy olyan módosulása, mely a szokásos 3+1 dimenzió mellett megenged egy ötödik nem-kompakt dimenziót is. Ezen brán-világokként ismert elmé-

let különböző változataiban a szuperszimmetria nem követelmény és megfigyelhető jós-
latok származtathatók, ezek összevetése a megfigyelésekkel mindenképpen tanulságos. A
brán-elméletek az ÁRE-hez hasonlóan klasszikus (nem kvantált) elméletek, melyekben a
3+1 dimenziós világunk (a brán) membránhoz hasonlóan helyezkedik el az 5-dimenziós
(5D) sokaságban. A bránt köznapi fogalmainkhoz mérten elképesztő nagyságú feszültség
tartja össze, és a standard modell mezői (így a fény is) kizárólag a bránon terjednek.
Egyedül a gravitáció terjedhet az ötödik dimenzióban. Ennek következményeként a tö-
meg nélküli gravitonok mellett tömeges Kaluza-Klein módusok is jelen lesznek a bránon.
A brán-elméleteknek több változata ismert, kozmológiai és asztrofizikai jósataik ezidáig
ugyanolyan jól illeszthetők a megfigyelésekhez, mint az ÁRE jósatai.

Míg a Naprendszer léptékén az ÁRE kiválónak bizonyul, galaktikus léptéken csak meg-
lehetősen sok, a barionikus anyagnak mintegy tízszeresét kitevő azonosítatlan sötét anyag
bevezetése mellett érvényes, mint ahogy azt a galaktikus forgásgörbék, a galaxisok gra-
vitációs lencsézése és a galaxishalmazok dinamikája mutatja. Még nagyobb, Univerzum-
léptékű dinamika megfigyelésekkel való összevetése azt sugallja, hogy az ÁRE érvényben
tartásához a sötét anyag hozzávetőleg kétszeresét kitevő sötét energiára is szükség van.
Jogos a kérdés, hogy a sötét anyag / energia nem váltható-e ki az ÁRE nagy léptéken ér-
vényes megváltoztatásával? Több ilyen javaslat is felmerült, közös jellegzetességük, hogy
legalább egy új távolságskálát tartalmaznak. Ilyen a brán-elmélet is. Bár továbbra is
szükségessé teszi az univerzum gyorsuló tágulását magyarázó sötét energia bevezetését,
a kutatások eddigi állása szerint a sötét anyag alternatív magyarázataként jól megállja a
helyét.

Az értekezés az ÁRE igen pontos ellenőrzésére alkalmas kompakt kettős rendszerek
fejlődésének, valamint a brán-elméleteknek a tanulmányozását tűzte ki célul. Utóbbinál
az általános dinamika kidolgozása mellett kozmológiai és asztrofizikai következményeket
tárgyal.

2. A kutatások előzménye

2.1. Gravitációsan sugárzó kompakt kettősök

Az m_i tömegű kompakt égitest R_i sugara definíció szerint összemérhető Gm_i/c^2 gravitációs
sugarával. (Ezzel szemben a közönséges égitestek esetén $R_i \gg Gm_i/c^2$.) Ilyen kompakt
égitestek a néhány naptömegű ($M_\odot$) neutroncsillagok ($\approx 1.4 M_\odot$) vagy fekete lyukak
(nagyságrendileg $10 M_\odot$), melyek a csillagfejlődés végállapotaként keletkeznek, míg az
ennél jóval nagyobb tömegű szupernehéz fekete lyukakat az akkréciós és összeolvadási
fázisok egymást váltó sorozata alakítja ki a kozmológiai fejlődés során.

A szupernehéz fekete lyukak a galaxisok központi részében találhatók, tömegük $3 \times 10^6 \div 3 \times 10^9 M_\odot$ tartományba esik. A megfigyelések azt mutatják, hogy a közeli szuper-

nehéz fekete lyukak jelentős része a $10^7 \div 10^8 M_\odot$ és a $10^8 \div 10^9 M_\odot$ tartományokban található, így a mi galaxisunk központjában található $3 \times 10^6 M_\odot$ fekete lyuk kicsinek számít.

Nyitott kérdés, hogy közepes tömegű fekete lyukak léteznek-e. A rendkívül kevés erre utaló megfigyelések egyike az az $500 M_\odot$ -nél nagyobb tömegű Röntgen-sugárzás forrás az ESO 243-49 galaxisban, melyet közepes tömegű fekete lyukként értelmeztek. Az ultrafényes Röntgen-források rádió tartománybeli megfelelői után kutatva az Európai Nagyon Hosszú Alapvonalú Interferometria (VLBI) Hálózat megfigyeléseinek felhasználásával, 3 darab millisec nagyságú struktúrát találtak, melyek közül az ULX N4088-X1 és az ULX N4861-X2 kompakt rádió emissziójuk miatt közepes tömegű fekete lyuk jelölt, mindkettő $10^5 M_\odot$.

A szupernehéz fekete lyukak tömege és spinje több közvetett módszerrel is meghatározható.

i) A galaxisunk központjában található fekete lyuk spin és kvadrupól-momentuma származtatható a milliparszek távolságban keringő csillagok asztrometriai megfigyeléséből.

ii) Az optikai / Röntgen-spektrumban megfigyelt vonalakból (erősen gerjesztett Mg, O, C) az ún. reverberációs leképezéssel meghatározható a Széles Vonal Tartomány sugara és sebességmintázata, mindkettő a geometria függvénye. Ezzel a módszerrel megbecsülhető a fekete lyuk tömege, spinje, valamint ennek iránya is.

iii) A milliméteres VLBI segítségével elvben meghatározható a SgrA* (a galaxisunk központi fekete lyukának megfelelő rádióforrás) és az M87 (más néven Virgo A, NGC 4486) központi fekete lyukait jellemző horizontok alakja, mely szintén a spin függvénye.

iv) Az aktív galaxismagok által kilövellt nyalábok alapjának szélességét a Blandford-Znajek effektus határozza meg, mely szintén összefügg a spinnel. Az M87 megfigyelései pl. kis nyaláb-alap átmérőt adtak, ezt a fekete lyuk gyors forgásával magyarázzák.

v) A nyalábok energikus elektron-spektrumának kisenergiás levágása, melyre a rádió-spektrumból következtetnek, megfelelően magyarázható a proton-proton ütközések nyomán keletkező pion-bomlással. Ez a mechanizmus relativisztikus hőmérsékletet feltételez a nyaláb alapjának szomszédságában, az akkréciós korongban, mely a fekete lyuk igen gyors forgásával áll kapcsolatban.

Összefoglalásképp, a megfigyelések alátámasztják azt a lehetőséget, hogy a természetben előforduló fekete lyukak igen gyorsan forognak, vagyis spinjük, és következésképp a forgás miatt bekövetkező centrifugális ellaposodásuk, melyet a tömeg kvadrupól-momentum fejez ki, egyaránt jelentős.

Akár a csillagok, a kompakt objektumok is várhatóan nagy számban fordulnak elő kettős rendszerekben, melyek kettős csillagrendszerek fejlődése során, befogási események, vagy galaxisok összeolvadása során keletkeznek. Az ÁRE szerint (a rendszer időben nem-lineárisan változó kvadrupól-momentuma miatt) a kompakt kettősök gravitációs sugárzást

bocsátanak ki. Fejlődésük így disszipatívva válik, ami végül összeolvadásukhoz vezet.

A csillagtömegű kompakt kettősök a Föld felszínén megépített, interferometrikus alapon működő Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (LIGO) és Virgo gravitációs sugárzás detektorok legjelentősebb forrásai közé sorolhatók, míg a szupernehéz fekete lyuk-kettősök által keltett gravitációs hullámok kimutatására a sokszor áttervezett Laser Interferometer Space Antenna (LISA) űrteleszkóp lesz alkalmas (legalábbis a szupernehéz fekete lyukak alsó tömegtartományában). A közepes tömegű fekete lyuk kettősök asztrofizikus közösségben megkérdőjelezett létezésének kérdésére a tervezett harmadik generációs Einstein Teleszkóp adhat végső választ.

A gravitációs hullámok földi körülmények között történő mérése igen nehéz feladat. Az első generációs detektorok közül az egyenként 4km karhosszúságú két LIGO berendezés egyértelműen érzékenyebb a 3km karhosszúságú VIRGO-nál. A LIGO detektorok neutron csillag kettős forrásokra számolt hatótávolsága (2009-es, átépítés megkezdése előtti állapot) kétszer akkora, mint a VIRGO-é, azaz nyolcszor nagyobb térfogatból gyűjtik a jeleket. A detektorok érzékenysége a 10^{-22} értéket is meghaladja, ezért nem meglepő, hogy a természeti és mesterséges zavarokkal (távoli földrengések, a tenger hullámozása a Mexikói-öbölben, vihar Alaszkában, néhány km-re elhaladó vonat stb.) szemben fennálló kiszolgáltatottságuk jelentős. A 2010 őszen elkezdődött Advanced LIGO és VIRGO átépítések többek között éppen a szeizmikus izolációt javítják majd jelentősen, ezzel mintegy nagyságrenddel növelve meg a detektorok érzékenységét. A várakozások szerint az átépített detektorok napi szinten észlelnék majd gravitációs hullámokat, így már nem a gravitációs hullámok kimutatása, hanem a források helyzetének és asztrofizikai jellemzőinek (tömeg, spin, kvadrupól-momentum) az észlelésekből való kikövetkeztetése jelent majd tudományos kihívást. A gravitációs hullámok és az elektromágneses tartományban végzett megfigyelések együttes elemzése várhatóan jelentősen növeli majd az univerzumról alkotott tudásunkat.

A kompakt kettős rendszerben az összeolvadási folyamat három egymást követő szakaszra bontható. A bespirálozás definíció szerint az a dinamikai tartomány, melyet a poszt-newtoni (PN) sorfejtés segítségével jellemezhetünk, és melyben a vezető rendű disszipatív folyamat a gravitációs sugárzás. Az $\varepsilon = Gm/c^2r \approx (v/c)^2$ PN paraméter mind a gravitáció gyenge jellegének, mind a mozgás nem speciális-relativisztikus jellegének mértéke. Itt $m \equiv m_1 + m_2$ a teljes tömeg, r és v a kettős rendszer szeparációja és relatív sebessége. Definíciójából látható, hogy a PN paraméter a bespirálozás során növekszik, a távolsággal fordítottan, a sebességgel négyzetesen.

Az Einstein egyenletek (harmonikus mértékválasztás mellett) sík téridőben érvényes hullámegyenlethez vezetnek, mely a kiválasztott pont múltirányú kúpján vett retardált integrálként véges, az eljárásból következően konvergens megoldást ad a gravitációs sugárzás tetszőleges PN rendben való meghatározására. A PN hullámformák Cauchy kon-

vergenciájának tanulmányozása oszcilláló viselkedést mutat: a PN rend növelése nem szükségszerűen vezet pontosabb hullámformához. Érdekes módon például a 2PN hullámformák jobb egyezést adnak a numerikus eredményekkel, mind a 2,5 PN pontosságú hullámformák. A különböző PN közelítések (adiabatikus Taylor, Padé modellek, nem adiabatus effektív egytest modellek) numerikus eredményekhez való konvergenciájában nincs számottevő különbség. Ismert az is, hogy az eltolt Chebyshev polinom-bázison vett hullámformák valamivel gyorsabb Cauchy konvergenciát mutatnak, mint a hagyományos PN hullámformák. A konvergenciával kapcsolatos elméleti vizsgálódásokon túl az általános relativisztikus numerikus futtatások eredményei megerősítik, hogy a harmadik PN rendű pontosság a gyakorlati kérdések megválaszolásához elégséges.

A szupernehéz fekete lyukak kettős rendszerének tagjaira a galaxisok összeolvadása során a másik galaxis csillagpopulációjával való kölcsönhatásból származóan ún. dinamikai sűrűlódás hat, nagy szeparációnál ez jelenti a vezető rendű disszipatív hatást. A gravitációs sugárzás a dinamikai sűrűlódást mintegy $\varepsilon_{in} = 10^{-3}$ értéknél haladja meg és a PN sorfejtésnek addig van értelme, míg a paraméter kicsi, vagyis a bespirálozás vége $\varepsilon_{fin} = 10^{-1}$ környékén található (a pontos érték valamivel nagyobb, a spintől függ). ε_{fin} fölött a PN leírás egyre pontatlanabbá válik.

A bespirálozást követő bezuhanás szakaszában a dinamika csupán általános relativisztikus numerikus fejlesztéssel követhető nyomon. Alternatívát jelent a PN vagy az effektív egytest képletek olyan használata, melyben az együtthatókat numerikus futtatások segítségével kalibrálják; vagy egyszerűbb, fenomenologikus képletek használata, melyben az együtthatókat ismét csak numerikus eredmények segítségével állítják be. A bezuhanás hossza egyetlen körfordulás törtrésze és néhány körfordulás között változhat, a konfigurációs és fizikai paraméterek függvényében.

Végül következik a lecsengés szakasza, melynek során az egyesülésből képződött új fekete lyuk összes fizikai jellemzőjét a fekete lyuk unicitás-tételek által megengedett tömeg, impulzusmomentum, és esetleges elektromos töltés kivételével szétsugározza. Ezt a fekete lyukak kvázinormál módusainak segítségével vizsgálják.

A bespirálozás korszakában. a kompakt spines kettős rendszerek fejlődése 2PN pontosságig konzervatív jellegű. Az ÁRE hatások mellett, melyek a PN és a 2PN járulékokban jelennek meg, ebben a pontosságban a vezető rendű spin-pálya, spin-spin és tömeg kvadrupól - tömeg monopól korrekciókat is figyelembe kell venni. Az így előálló mozgás általában nem kör, illetve nem gömbön futó pályákat eredményez. A spinek és kvadrupól-momentumok miatt a konfigurációs tér igencsak megnövekszik.

A dinamika 2,5 PN rendben disszipatív válik, a vezető rendű gravitációs sugárzás megjelenésével. A radiális mozgás megoldható a Newton-Wigner-Pryce spinfeltétel mellett, az összes említett korrekció figyelembevételével. Számos eredményt értek el a spines kettősök hamiltoni tárgyalásában is. Vizsgálták a gravitációs hullámok által a rendszerből

aszimmetrikusan elvitt impulzus miatt bekövetkező kilökődés lehetőségét, mind analitikusan, mind numerikusan, különböző spin konfigurációk esetén.

A végső spin meghatározására PN ihletésű empirikus képleteket írtak fel, melyben az együttthatókat numerikus futtatások eredményeiből állították be. Egzotikus, lóhere alakú zoom-whirl pályákat (Kerr fekete lyukak esetén ilyenek korábban is ismertek voltak) találtak a PN formalizmuson belül. Ezeken a pályákon egy megnyúlt ellipszis jellegű pálya-szakaszt (zoom) egy vagy több (akár nagyon sok), az ellipszis periasztronával összemérhető sugarú körfordulás követ (whirl), majd újabb ellipszis jellegű pályaszakaszon való eltávolodás következik. Kimutatták, hogy a spinek növekedésével a zoom-whirl típusú pályák egyre valószínűbbé válnak.

A gravitációs sugárzást kapcsolatba hozták az ún. spin-átfordulás jelenséggel is. A jelenség során a spin iránya drasztikusan megváltozik, kvalitatív magyarázatot adva az X-alakú rádiógalaxisok kialakulására.

2.2. Brán-világok

Klasszikus fizikai ismereteink szerint sztatikus, pontszerű forrás esetén mind az elektromos mező, mind a gravitáció $1/r^2$ -es távolságfüggést mutat. (Esetleges mágneses monopólus által keltett mágneses mező sztatikus esetben hasonló függést mutatna.) A nevező kettes hatványa a Gauss törvénnyel áll kapcsolatban, nevezetesen azzal, hogy adott tértartomány fölött integrálva, a tartományt magábazáró felszín két dimenziós. Az adott kölcsönhatásokat tartalmazó tér dimenziószámát tehát az $1/r^2$ -es törvény pontos mérésével igazolhatjuk. Míg a Coulomb-törvény esetén ezt 10^{-16} m-es pontossággal már évtizedekkel ezelőtt megtörtént, addig a gravitáció esetén az inverz négyzetes törvényt napjainkra is csupán 10^{-4} m pontosságig sikerült kimérni az eredeti Eötvös kísérletnek az EötWash csoport által végzett különböző pontosításaival. Az eltérés a gravitáció elektromágnesességhez viszonyított igen gyenge erősségéből fakad.

A gravitáció tehát nem biztos, hogy három dimenziós kölcsönhatás, lehetséges, hogy van olyan, az említett pontosságú méréssel nem ellentmondó korrekciója, ami magasabb dimenziós térben hat. Mivel ezek a mérések földi körülmények között, kis energiákon történnek, elképzelhető, hogy a magasabb dimenzós térbe hatoló gravitációs mező nagy energiákon még hangsúlyosabb. (A gravitáció nagy-energiás viselkedésének leírásához mindenképpen új elméletre, kvantumgravitációra lesz szükség.) Az elképzelés, hogy a megszokott három térbeli dimenzión kívül a gravitáció legalább még egy másik, Planck-hossznál kiterjedtebb dimenzióban is jelen van, tetszetős feloldása lehet a hierarchia-problémának, mely szerint a gravitáció igen gyenge jellege akadályt jelent a 4 alapvető kölcsönhatás nagyenergiás egyesítésében.

A magasabb dimenziós gravitációelméletek keret-elmélete a $10+1$ dimenziós M-elmélet, melynek egyes szuperhúr- és szupergravitáció-elméletek $9+1$ dimenziós határesetei. A

kompakt térbeli dimenziók fölött integrálva, alacsonyabb dimenziós effektív elméletekhez jutunk. A Kaluza-Klein típusú kompakt extra dimenziós esettől akkor lehet eltérni, azaz nem-kompakt extra dimenziók akkor lehetségesek, ha alacsony energiákon a standard modell mezőit valamilyen mechanizmus a 3+1 dimenziós téridőbe kényszeríti.

Ismert olyan mechanizmus, ahol a gravitáció a standard modell mezőinél kettővel több kiterjedt dimenzióban jelenik meg. Ennek a 2 kodimenziós esetnek jó analógiája egy kúp, melynek csúcsa a 3+1 dimenziós téridő, palástja pedig egy kettővel nagyobb dimenziójú sokaság. A kúp nyílásszögével kapcsolatos deficit-szög egy kozmológiai állandóhoz hasonló feszültséget eredményez a 3+1 dimenziós téridőben. Ha ezen felül reguláris anyagot is szeretnénk a 3+1 dimenziós téridőben látni, mind a feszültségnek, mind az anyag energia-impulzusának fejlődnie kell, ez azonban kozmológiai alkalmazásokban a „kúp” környezetben metrikus szingularitásokhoz vezet, azaz modell-függő levágásokat tesz szükségessé. A problémákat a gravitációs hatáshoz hozzávett ún. Gauss-Bonnet (görbületben négyzetes) taggal orvosolják, mely négynél nagyobb dimenziószám esetén már nem topológiai invariáns, ugyanakkor a belőle származó mozgásegyenletek a metrikában másodrendű differenciálegyenletek maradnak.

Ennél egyszerűbb természetesen, ha a kodimenzió mindössze egy, az értekezésben erre az esetre szorítkozok. A standard modell mezőit 3+1 dimenzióba kényszerítő mechanizmus ilyenkor hasonló ahhoz az elektrodinamikából jól ismert szituációhoz, miszerint felületi töltéssűrűség, illetve felületi áramok ugrást (diszkontinuitást) okoznak a felületre merőleges elektromos, illetve felülethez érintő mágneses mező komponensekben. Míg a Maxwell egyenletek értelmében az elektromágneses mező forrásai a töltések és áramok, addig az Einstein egyenlet szerint a gravitáció / görbület forrása az energia-impulzus. Azaz a 3+1 dimenziós hiperfelületre kényszerített standard modell mezők energia-impulzusa ugrást eredményez a gravitáció / görbület bizonyos „komponenseiben”.

Lanczos, Sen és Darmois speciális koordinátarendszerben megfogalmazott ezzel kapcsolatos korai eredményeit Israel írta fel máig használatos, koordinátarendszer-független alakban. A két Israel-feltétel megértéséhez azonban szükséges jóval korábbra visszamennünk. Már Gauss kapcsolatot teremtett az euklideszi térbe ágyazott felületek belső és külső görbülete között (első és második fundamentális formák), hires *Theorema Egregium* eredményével. A belső görbület (indukált metrika) a felület saját görbületét méri, míg a külső görbület a beágyazás függvénye. A tétel szerint, ha az egyik megváltozik, a másikon is meg kell változnia, mégpedig úgy, hogy az első kompenzálja. Ha az euklideszi teret görbült téridőre cseréljük, a Theorema Egregium általánosítása a kétszer kontrahált Gauss egyenletként ismert összefüggés lesz, mely a teljes görbületet a (hiper)felület belső és külső görbületének kifejezéseként adja meg.

A Lanczos-Darmois-Israel eredmények szerint a hiperfelületen megjelenő disztribúciós energia-impulzus tenzor az indukált metrikát folytonosan hagyja (első Israel feltétel),

azonban a külső görbületben ugrást okoz (második Israel feltétel, Lanczos egyenlet). Az „illesztési feltételek” néven is ismert eredmény mind térszerű, mind időszerű hiperfelületekre érvényes, fényszerű felületekre pedig Barrabès és Israel dolgozták ki általánosítását. Az eredmény belső csillagmegoldások és külső, vákuum téridő-tartományok illesztésekor használatos, olyankor mind az indukált metrika, mind a külső görbület folytonosságát megköveteljük, hiszen nem indokolt disztribúcionális anyagot feltételezni a (térszerű) csillagfelületen. A magasabb dimenziós gravitációelmélet szempontjából azonban pontosan a 3+1 dimenziós (időszerű) hiperfelületen létező disztribúcionális energia-impulzus a fontos, létezését a hiperfelület külső görbületének ugrása biztosítja.

A 3+1 dimenziós hiperfelületet (részecskefizikus körökben ennek a 3 dimenziós térszerű részét) bránnak nevezik, a 3+1+1 dimenziós gravitációelméletet, melyben a standard mező forrásai csupán a bránon léteznek, brán-elméletnek. A disztribúcionális energia-impulzus része az ún. brán-feszültség is. Ennek az elméletnek az ősi változata az ún. Randall-Sundrum II-es modell, melyben a brán Minkowski (azaz anyagmentes) az eggyel magasabb dimenziós sokaság pedig Anti de Sitter (AdS5), azaz görbülete egyetlen negatív kozmológiai állandóval jellemezhető. Természetesen, a Randall-Sundrum II-es modell ezért csak a sík (anyag és energiamentes) brán perturbációinak nyomonkövetésére volt alkalmas, valódi gravitációs jelenségek vizsgálatára aligha. Ezenkívül a brán-feszültség és az 5-dimenziós kozmológiai állandó finomhangolását feltételezi.

A brán-elmélet görbült bránokat is megengedő változatának dinamikáját Shiromizu, Maeda és Sasaki dolgozták ki, a bránon érvényes al-egyenletrendszer 3+1 felbontását pedig Maartens. Kényelmes és közkedvelt választás a brán ún. Z_2 -szimmetrikus beágyazása, az említett szerzők is ezt alkalmazták. Ilyenkor a brán két oldalán található téridőtartományok tükör-szimmetrikusak, ez matematikai szempontból igen leegyszerűsíti a tárgyalást, a brán a fél-téridő hataraként is tekinthető. A gravitáció geometriai felfogásában azonban ez a megkötés értelmetlen, a bránok mozgását és dinamikáját inkább a teljes 3+1+1 dimenziós téridőben szeretnénk látni. Ez teszi szükségessé az aszimmetrikus beágyazás bevezetését. Az aszimmetrikus beágyazásokkal kapcsolatos korai eredmények többnyire kozmológiai alkalmazások, az aszimmetria Friedmann egyenletre gyakorolt hatásait tekintik. Vizsgálták a brán két oldalán vett különböző kozmológiai konstansok, a különböző tömegű 5D fekete lyukak vagy mindkettő együttes hatását. Az általános, aszimmetrikus beágyazást megengedő formalizmus azonban nem volt ismert.

A brán-elmélet legegyszerűbb alkalmazása kétségkívül a gömbszimmetrikus brán megtalálása volt. Mivel formálisan az 5-dimenziós Weyl görbület elektromos része rendelkezik az elektromágneses energia-impulzus tenzor algebrai tulajdonságaival, ez nem más, mint at ÁRE-ből jól ismert Reissner-Nordström fekete lyuk megoldás, azzal a lényeges változtatással, hogy az elektromos töltés négyzetének szerepét az ún. árapály-töltés veszi át, melynek előjele mind pozitív, mind negatív lehet. Értéke a Naprendszerben elvégzett

megfigyelésekkel korlátozható. Az árapálytöltésű fekete lyuk forgó általánosítását is kidolgozták. A gravitációs kollapszus bránon bekövetkező változatát és csillagmegoldásokat szintén vizsgálták.

A brán-elmélet kozmológiai aspektusait kiterjedt vizsgálatoknak vetették alá. A korai univerzumban a módosulások jelentősek. Az eredetileg igen forró brán termikus sugárzásából az 5-dimenziós térben akár fekete lyuk is kialakulhat. Ez a fekete lyuk módosítja az 5-dimenziós Weyl-görbületet, így visszahat a brán mozgására és görbületére (a rajta megnyilvánuló 4-dimenziós gravitációra). A struktúra-képződés egyes aspektusait szintén elemezték. Mivel az egyenletek nem zárulnak a bránon, a perturbatív tárgyalásban elért haladás ellenére a bránon érvényes teljes perturbációelmélet nem ismert. Következésképpen a kozmikus háttérsugárzást és struktúra-képződést teljes általánosságban eddig még nem tárgyalták. A nukleoszintézis és Ia típusú szupernóva-adatokkal való összevetés megtörtént, az elmélet ezekkel kompatibilisnek bizonyult.

Végül vizsgálták a brán-feszültség lehetséges értékét, ez egy nagy pozitív szám. A negatív 5-dimenziós kozmológiai állandóval majdnem pontosan finomhangolt, úgy, hogy a 4-dimenziós kozmológiai állandó értéke a megfigyelésekkel összhangban kicsi lehet. A brán-feszültségre különböző alsó korlátokat vezettek be, ezek a gravitációs állandó méréséből, a brán-elméleti hatások nukleoszintéziskor már elhanyagolható jellegének követelményéből vagy éppen asztrofizikai megfontolásokból következnek.

3. Célkitűzések

Az akkréciós folyamatok a fekete lyukakat felpörgetik, ezért a fekete lyuk kettősök tagjainak spinje, valamint az ebből származó kvadrupól-momentum nem hanyagolható el. Két darab spinvektor 6 új szabadsági fokot jelent, a pályafejlődés pedig sík jellegűből térbelivé válik (a pályasík is precesszál, szemben az ÁRE korrekciókkal, melyek csupán pályasíkbeli precessziókat okoznak). Fontos célkitűzésem volt a nagyszámú változó közül olyan független halmaz azonosítása, mellyel kifejezve a dinamika a lehető legegyszerűbb. Éveken át huzódó kutatást jelentett a teljes változókészlet fejlődésegyenleteinek levezetése (beleértve a szögváltozókat is), a konzervatív dinamika keretén belül, azaz 2PN pontossággig. A spin-vektorok irányának fejlődése rádiócsillagászati szempontból is fontos, mert a forgástengely mentén alakulnak ki a nagyenergiás nyalábok. Magyarozatot kerestem az X-alakú rádiógalaxisok létezésére, ehhez tipikusnak mondható összeolvadásokat vizsgáltam és elemeztem a gravitációs sugárzás hatását a rendszerre. Mivel a gravitációs hullámok fázisában a magasabb rendű sugárzási veszteségek is jelentősek, a 2PN rendben megjelenő spin-spin, önspin és kvadrupól-monopól járulékok számolását is kitűztem célul.

Amennyiben a 3+1 dimenziós világunk bránként jelenik meg egy ötdimenziós téridőben, szükségünk van a teljes gravitációs dinamika ismeretére, bránra vetített formájában.

Ez a bránon egy tenzori, egy vektori és egy skalár egyenlet formájában adható meg. Céлом volt meghatározni ezen egyenleteket a legáltalánosabb alakjukban, későbbi alkalmazások céljából. Az általánosítás a beágyazás aszimmetrikus jellegéből és a brán-feszültség lehetséges időfüggéséből származott. A formalizmust különböző kozmológiai és asztrofizikai szituációk vizsgálatára alkalmaztam. A brán-feszültség változására a folyadék membránok feszültségének hőmérséklet-függését jellemző Eötvös törvényt alkalmaztam, és vizsgáltam, hogy létezik-e a megfigyelésekkel összeegyeztethető egyszerű kozmológiai modell. Megvizsgáltam az aszimmetrikus beágyazás hatását az energiát sugárzó brán esetében. Sztatikus, ún. Einstein-bránt kerestem (valamint ennek homogén párját). Vizsgáltam a gravitációs kollapszust a bránon; gömbszimmetrikus belső és külső csillagmegoldások illeszthetőségét; valamint az árapálytöltésű brán fekete lyuk által okozott fényelhajlást, és termodinamikai jellegzetességeit.

4. Új tudományos eredmények

A kompakt kettős rendszerekkel kapcsolatos és a brán-elméleti kutatások során elért eredményeket az értekezés két egymástól független része tartalmazza. Terjedelmi és konzisztencia okokból az értekezés nem tér ki az egyéb, gravitációelmélettel kapcsolatos munkáimra: az Einstein egyenlet új kozmológiai, csupasz szingularitást, valamint féreglyukat megadó, 2 sugárzási komponenst tartalmazó megoldásaira; téridők perturbatív szerkezetének vizsgálatára; téridő-tartományok illesztésére; a sötét energia modelleket tárgyaló; illetve a kényszeres dinamikai rendszerekkel kapcsolatos; valamint geometrodinamikai kutatásaimra. Ugyancsak nem részletezem az (első kvantumos korrekcióként értelmezett) ún. indukált gravitációt vizsgáló brán-elméleti munkámat, valamint az összes olyan, az értekezésben ismertetett kutatási területeken végzett munkát sem, melyet tanítványaim, munkatársaim PhD értekezésük megszerzéséhez felhasználtak vagy a jövőben várhatóan felhasználnak. Az értekezés a kandidátusi fokozat megszerzését követően, 1998-2011 között publikált 58 angol nyelvű referált cikkem eredményeire épít (össz-impakt faktoruk 257). Ezek közül 18 angol nyelvű referált cikk (11 egyszerűs; 5 nemzetközi kollaborációban született; kettőt tanítványaimmal együttműködésben írtam) tartalmazza a tézispon-
tokban felsorolt eredményeket:

1. Kompakt kettős rendszerek konzervatív dinamikájában

(a) Meghatároztam a spines kompakt kettős rendszerek dinamikai leírásához szükséges minimális számú változót. Ezek a következők: az oszkuláló ellipszis öt pálya-eleme (félnagy tengely, excentricitás, inklináció, felszálló csomó hossza, periasztron argumentuma), valamint a két spin-vektor polár és azimutális szögei. Ezen belül a teljes-, newtoni pálya-, és két spin-impulzusmomentum geometriája 5 szögváltozóval jellemezhető (inklináció, spin polár és azimutális szögek), melyekhez a teljes-

ség kedvéért hozzá kell venni egy skálázó mennyiséget, a teljes impulzusmomentum nagyságát (mely a konzervatív dinamika megmaradó mennyisége). További (konzervatív dinamikában megmaradó) fizikai paraméterek a tömegek, az állapotegyenlet-paraméterek és a dimenziótlan spin-nagyságok. Utóbbiakat két kényszer kapcsolja össze a többi változóval. [1].

(b) A 2PN pontosságban, a vezető rendű spin-pálya, spin-spin és kvadrupól-monopól járulékok figyelembe vételével felírtam egy elsőrendű közönséges differenciálegyenletekből álló zárt rendszert az említett változókra. A differenciálegyenlet-rendszer független változója az oszkuláló ellipszis valódi anomália paramétere [2].

(c) Egyenlő tömegű fekete lyukakból álló kompakt kettősökre bebizonyítottam, hogy a vezető rendű spin-pálya, spin-spin és kvadrupól-monopól járulékokkal kiegészített konzervatív PN dinamika értelmében: (i) a spinek közti szög állandó, (ii) a párhuzamos (azonos vagy ellentétes irányítottágú) spinek esetén létezik olyan (időben változó, nem egyértelműen meghatározott) tengely, mely körül a két spin mereven forog, és (iii) ellenirányított, azonos nagyságú spinek mozgás síkjában vett konfigurációját a dinamika megőrzi (a spinek azonos szögsebességű 1PN precessziót végeznek a mozgás síkjában) [2]. Utóbbi eredmény jelentősége az, hogy amennyiben a fenti konfiguráció bármely oknál fogva előáll, a bespirálozás során a dinamika ezt megőrzi és a fekete lyuk kettős a (numerikus futtatások eredményei szerinti) maximális kilökődést biztosító konfigurációban érkezik a bezuhanás szakaszába.

2. Kompakt kettős rendszerek disszipatív dinamikájában meghatároztam a

(a) spin-spin,

(b) önspin és

(c) tömeg kvadrupól - tömeg monopól kölcsönhatási járulékokat a kompakt kettős rendszer energia- és impulzusmomentum veszteségeiben, tetszőlegesen excentrikus pályák esetén. Mindhárom esetben kiszámoltam a pillanatnyi kifejezések radiális periódusra vett átlagát, szekuláris energia- és impulzusmomentum veszteségek formájában [3], [4], [5]. Az önspin kölcsönhatási járuléknak munkám előtt a körpálya határesetek sem volt ismert.

(d) Bebizonyítottam, hogy a spin szekuláris sugárzási megváltozása nulla.

3. Bebizonyítottam, hogy a szupernehéz fekete lyukak összeolvadásakor a spin-pálya csatolás és a gravitációs sugárzás kombinált hatására a domináns spin, és vele együtt a nagyenergiájú részecskékből álló, rádió-tartományban észlelhető nyalábok új irányba fordulnak. Megmutattam, hogy a leggyakrabban előforduló tömegarány $1/30 \div 1/3$ között van. Bizonyítottam, hogy ebben a tömegarány-tartományban a spin átfordulása a bespirálozás során következik be és analitikusan tárgyalható

(hasonló jelenséget korábban csak numerikus módszerekkel, összemérhető tömegű esetben, az összeolvadás második, bezuhanási szakaszában mutattak ki) [6]. Összefüggést adtam meg a kezdeti és végső spin-irányok kapcsolatára, a tömegarány, a domináns spin nagysága és a spin pályasíkkal bezárt szögének függvényében [7]. A jelenség megmagyarázza az X-alakú rádiógalaxisok jelentős részének kialakulását.

4. Megadtam a brán-elméletben érvényes gravitációs dinamikát általános alakban, a 3+1 dimenziós hiperfelületen (a bránon) élő megfigyelő szemszögéből, brán-kovariáns tenzori, vektori és skalár egyenletek formájában. Ezt a 4+1 dimenziós gravitáció Einstein egyenleteinek bránra történő vetítésével értem el, figyelembe véve, hogy a 3+1 dimenziós bránon fejlődő standard modell anyagi mezők a Lanczos egyenlet értelmében ugrást okoznak a brán külső görbületében. Levezettem a gravitációs dinamika tenzori szabadsági fokainak bránon történő fejlődését meghatározó effektív Einstein egyenletet az irodalomban korábban létező alakjánál jóval általánosabb formában, megengedve

(a) a brán beágyazásának tetszőleges, aszimmetrikus jellegét [8], és

(b) a brán feszültségének változását [9].

Megmutattam, hogy a gravitációs dinamika a Codazzi és a kétszer kontrahált Gauss egyenletekkel válik teljessé.

5. Brán-kozmológiai kutatásaim során

(a) Levezettem az 5-dimenziós elektromosan töltött Vaidya-Anti de Sitter (VAdS5) téridőbe ágyazott Friedmann brán gravitációs dinamikáját általánosított Friedmann és általánosított Raychaudhuri, valamint kiegészítő egyenletek formájában, az irodalomban ismert legáltalánosabb esetben [9]. A formalizmus lehetővé teszi a brán két oldalán különböző töltés- és tömegfüggvényeknek, kozmológiai állandóknak és sugárzásnak a figyelembe vételét; belső vagy külső VAdS5 téridőtartományoknak a brán két oldalához való illesztését; valamint változó brán-feszültség hatásainak tanulmányozását.

(b) A gravitonokat kisugárzó bránra alkalmazva a formalizmust, legfontosabb következményként azt kaptam, hogy mind az 5-dimenziós kozmológiai állandóknak, mind az 5-dimenziós tömegfüggvényeknek a brán két oldalán vett aszimmetriája csökkenti a sötét sugárzás késői korszakbeli értékét, így a kozmológiai fejlődés nukleoszintézisből származtatott kényszerei könnyebben teljesíthetők, mint a szimmetrikus esetben [11].

(c) Bebizonyítottam, hogy a véges $a_{\min}$ skálafaktornál keletkező, majd az Eötvös-törvény szerint fejlődő brán-feszültség kompatibilis az univerzum késő korszakbeli ismert fejlődésével: a lassuló tágulást gyorsuló szakasz követi [10].

(d) A sztatikus Friedmann brán (Einstein brán)-ról megmutattam, hogy az őt magába foglaló 5-dimenziós téridő az irodalomban létező korábbi bizonyítással ellentétben nem a Schwarzschild-Anti de Sitter (SAdS5), hanem egy másik, a SAdS5 téridő horizontjával rokonságot mutató 5-dimenziós téridő [12]. Levezettem az Einstein brán homogén párját [13]. A két új megoldás az Einstein egyenletek G_7 szimmetriacsoporttal rendelkező igen kevés megoldásának családját bővíti, melyben korábban egyedül bizonyos síkhullámok megoldásokat ismertek.

6. Brán-asztrofizikai kutatásaim során

(a) Bebizonyítottam, hogy ideális folyadékból álló, gömbszimmetrikus csillagot akkor lehetséges külső Schwarzschild-téridővel illeszteni, ha a folyadéknak nyomása is van [14]. A negatív nyomás nagysága (a folyadék feszültsége) a gravitációs kollapszus során korlátlanul növekszik, és végül sötét energiává változtatja a brán csillagot [15], azonban ez mind a 6 naptömegnél nehezebb asztrofizikai, mind a szupernehéz fekete lyukak esetén jóval a horizont alatt következik be. A negatív nyomás elérére a szingularitás azért alakul ki, mert nagy sűrűségeken az energia-impulzusban négyzetes forrástagok dominánssá válnak, és ezek vonzó hatást képviselnek.

(b) Megvizsgáltam az ötödik dimenzióba fekete húrként kiterjeszthető brán Schwarzschild fekete lyuk kozmológiai bránba való illeszthetőségét és kidolgoztam a Swiss-cheese brán modellt [16]. Ezzel kapcsolatosan új típusú kozmológiai szingularitást találtam (nyomás-szingularitás), melyben a skálafaktor és összes időderiváltja reguláris. Nagy energiákon a Swiss-cheese modell forrása sötét energiaként viselkedik, de a négyzetes forrástagok dominanciája miatt az effektív forrás ilyenkor is por.

(c) Tárgyaltam az árapálytöltésű brán fekete lyuk környezetében mozgó fotonok pályáit gyenge tér közelítésben, a kis paraméterekben másodrendben [17]. Kijavítottam az irodalomban korábban fellelhető hibás eredményeket.

(d) Vizsgáltam az árapálytöltésű fekete lyuk termodinamikai jellegzetességeit. A gravitációs hullámok sugárzási hatékonyságára vonatkozó termodinamikai korlát segítségével korlátoztam az árapálytöltés értéktartományát [18].

Tézispontokhoz kapcsolódó tudományos közlemények

- [1] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **81**, 084025 (2010).
- [2] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **82**, 104031 (2010).
- [3] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **61**, 024035 (1999).
- [4] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **62**, 024007 (2000).
- [5] L. Á. Gergely, Z. Keresztes, *Phys. Rev. D* **67**, 024020 (2003).
- [6] L. Á. Gergely, P. L. Biermann, *Astrophys. J.* **697**, 1621 (2009).
- [7] L. Á. Gergely, P. L. Biermann, L. I. Caramete, *Class. Quantum Grav.* **27**, 194009 (2010).
- [8] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **68**, 124011 (2003).
- [9] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **78**, 084006 (2008).
- [10] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **79**, 086007 (2009).
- [11] L. Á. Gergely, E. Leeper, R. Maartens, *Phys. Rev. D* **70**, 104025 (2004).
- [12] L. Á. Gergely, R. Maartens, *Class. Quantum Grav.* **19**, 213 (2002).
- [13] L. Á. Gergely, *Class. Quantum Grav.* **21**, 935 (2004).
- [14] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **71**, 084017 (2005). Erratum: **72**, 069902-1 (2005).
- [15] L. Á. Gergely, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* JCAP **07** (02), 027 (2007).
- [16] L. Á. Gergely, *Phys. Rev. D* **74**, 024002 (2006).
- [17] L. Á. Gergely, Z. Keresztes, M. Dwornik, *Class. Quantum Grav.* **26**, 145002 (2009).
- [18] L. Á. Gergely, N. Pidokrajt, S. Winitzki, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1569 (2011).