

Válasz Dr. Fodor Gyula opponensi kérdéseire

Köszönöm Dr. Fodor Gyulának az értekezésem gondos átolvasását, a véleményt, valamint a megjegyzéseket és kérdéseket, melyeket az alábbiakban válaszolok meg:

A) *„Az égi mechanikában nem járatos olvasó számára hasznos lett volna olyan elnevezések magyarázata, mint a valódi anomália és a felszálló csomó, ide értve azt is, hogy egy szög jellegű mennyiséget miért hívunk hosszúnak.”*

Amikor évekkel ezelőtt az égi mechanikát oktatni kezdtem, én is furcsának találtam, hogy a szög jellegű mennyiségeket rendszeresen anomáliának, argumentumnak, illetve hosszúságnak nevezik. Tudomásom szerint az elnevezések a csillagászati referenciákat használó helyzet meghatározás pontosságának fejlődése során alakultak ki, a tudománytörténeti részletek feltárása azonban igen messze állt az értekezés célkitűzéseitől. Egyetemi előadásaimban hangsúlyozni szoktam e mennyiségek szög jellegét, és az értekezésben is egyértelműen értelmeztem a kérdéses szöveket, a szárakat meghatározó vektorok megadásával.

B) *„mit lehet tudni a poszt-newtoni kifejtés konvergenciájáról? A bevezetőben említi a szerző, hogy bizonyos esetekben a rend növelése nem vezet pontosabb hullámformához. Ezt mi okozhatja?”*

A poszt-newtoni sorfejtés egymást követő rendű járulékaival a legtöbb esetben sok nagyságrenddel csökkennek a rend növelésével. Ezért lehetséges, hogy az általános relativitáselmélet jóslatainak a naprendszerben történt összes ellenőrzése kizárólag elsőrendű járulékok segítségével történik. Magasabb rendű járulékok csak igen erős gravitáció esetén válnak jelentőssé, mint amilyen a fekete lyuk kettősök összeolvadását jellemzi.

A sorfejtés megbízhatóságát az egzakt egyenletek partikuláris esetekben történő numerikus fejlesztésével ellenőrzik, a hullámformák értekezésben említett pontosságának mértéke éppen a numerikus eredményekhez való közelség.

A konvergenciával kapcsolatos eddigi eredményeket az értekezés 6. oldalán foglaltam össze, ez tartalmazza a bíráló által is kiemelt állítást. Tudomásom szerint az értekezés benyújtása óta sem

született új eredmény ebben a kérdéskörben, ezért ezt itt változatlan formában idézem:

„Az Einstein egyenletek (harmonikus mértékválasztás mellett) sík téridőben érvényes hullámegyenlethez vezetnek, mely a kiválasztott pont múltirányú kúpján vett retardált integrálként véges, az eljárásból következően konvergens megoldást ad a gravitációs sugárzás tetszőleges PN rendben való meghatározására [50]. A PN hullámformák Cauchy konvergenciájának tanulmányozása oszcilláló viselkedést mutat: a PN rend növelése nem szükségszerűen vezet pontosabb hullámformához [51]. Érdekes módon például a 2PN hullámformák jobb egyezést adnak a numerikus eredményekkel, mind a 2,5 PN pontosságú hullámformák. A különböző PN közelítések (adiabatikus Taylor, Padé modellek, nem adiabatikus effektív egytest modellek) numerikus eredményekhez való konvergenciájában nincs számottevő különbség [52]. Ismert az is, hogy az eltolt Chebyshev polinombázison vett hullámformák valamivel gyorsabb Cauchy konvergenciát mutatnak, mint a hagyományos PN hullámformák [53]. A konvergenciával kapcsolatos elméleti vizsgálódásokon túl az általános relativisztikus numerikus futtatások eredményei megerősítik, hogy a harmadik PN rendű pontosság a gyakorlati kérdések megválaszolásához elégséges.”

A kérdés második feléhez (*„bizonyos esetekben a rend növelése nem vezet pontosabb hullámformához. Ezt mi okozhatja?”*), még a következőt tudom hozzáfűzni:

Erős gravitáció esetén a poszt-newtoni paraméter értéke megnő. Tipikusan akkor romlik el a sorfejtés, amikor a paraméter 0,1 érték közelében van. Ekkor a rendek növelésekor a nem túl kicsi paraméter növekvő hatványaiból származó csökkenésnél fontosabbá válhat a sorfejtés tagjaiban szereplő együtthatók relatív nagysága, mely meglehetősen nagy numerikus szórást mutat. Ennek tulajdonítható, hogy magasabb rendű járulék hozzáadása a sorfejtéssel közelített korábbi értékhez esetleg távolabb visz az egzakt értéktől.

Hozzáfűzném, hogy éppen a fenti okok miatt a 0,1-nél nagyobb PN paraméter esetén már nem tekintjük megbízhatónak a PN sorfejtésből származó eredményeket. Ezt a paraméter-tartományt szerencsésebb az összeolvadás szakaszának tekinteni, melyet vagy teljesen numerikusan, vagy pedig numerikus futtatások segítségével illesztett együtthatójú analitikus képletekkel lehet vizsgálni.

C) *„A brán világokról szóló rész bevezetőjében a standard anyagmezőket a bránra kényszerítő mechanizmusról olvashatunk. Vannak erre konkrét javaslatok az irodalomban? Vékony, de nem*

infinitezimálisan vékony brán esetén, a fejlődést 4+1 dimenziós kezdőérték problémának tekintve, ha az anyag kezdetben egy 3 dimenziós felület közelében helyezkedik el, akkor mi biztosíthatja, hogy az anyag hosszabb idő elteltével se folyjon szét egy jóval szélesebb tartományra?"

A brán világokról szóló rész bevezetőjében e mechanizmusok alatt azt értettem, hogy milyen módon lehet disztribúcionális 3+1 dimenziós anyageloszlásokat magasabb dimenzióba ágyazni. Ezt a 6 és az 5 dimenziós esetekben részleteztem.

A bíráló által megfogalmazott kérdés azonban arra irányul, hogy ismert-e olyan mechanizmus, mely a bránon vagy vékony brán esetén egy hiperfelület közelében tartja az anyagot. Erre vonatkozóan az árapályerők szerepét kell kiemelni, melyek 5 dimenzióban is hasonlóan értelmezhetők, mint 4 dimenzióban. Az árapályerők előjelétől függ, hogy a hiperfelülethez igen közeli, vele párhuzamosan indított geodetikus görbe közeledik-e vagy távolodik a brántól. Az árapályerő konkrét kifejezését természetesen az 5-dimenziós téridő határozza meg így a kérdést esetről esetre kell vizsgálni.

A Schwarzschild téridőt brán-világokra általánosító árapálytöltésű brán fekete lyuk [161] például formálisan megegyezik az általános relativitáselmélet Reissner-Nordström elektrovákuum megoldásával, azzal a különbséggel, hogy az elektromos töltés négyzetének helyét az árapálytöltés veszi át. A pozitív árapálytöltés így ugyanolyan hatást okoz, mint az elektromos töltés: csökkenti a horizont méretét, gyengíti a gravitációt. Ezzel szemben a negatív árapálytöltés erősíti a gravitációt, hozzájárulva az anyag hiperfelületen tartásához. Ugyanez igaz az árapálytöltésű brán fekete lyuk forgó általánosítására [163] is.

A vastag bránoknak jelentős irodalma van, ezek közül néhány mű az anyag bránon lokalizáltságával is foglalkozik. Nemrég vizsgálták például két, $O(2)$ szimmetrikus önkölcsönhatással rendelkező skalármező kvázi-lokalizációjának feltételeit vastag bránon:

AA Andrianov, VA Andrianov, OO Novikov: Localization of scalar fields on self-gravitating thick branes, e-print: arXiv1210.3698.

A vékony brán modell Cauchy-problémáját a [32], [33] munkáinkban tárgyaltuk, ezeket nem ismertettem az értekezésben. A levezetett egyenletek az 5-dimenziós egyenletek 3+1+1 felbontásából származnak, ahol tehát mind az idő, mind a bránra merőleges (extra) térbeli dimenzió kitüntetett. Konkrét 5-dimenziós

brán-megoldás esetén a geodetikusok bránhoz közeledő vagy éppen távolodó jellege az egyenletekből (nem kis munka árán) levezethető.

Végezetül megjegyzem, hogy az értekezésben tárgyalt esetekben mindig vékony bránról volt szó, ahol a standard modell alkotóelemei definíció szerint a hiperfelület disztribúcióiként értelmezettek. Erről a hiperfelületről a disztribúcionális anyag lejönni nem tud, magát a hiperfelületet pedig a standard modellben szereplő energiasűrűségeknel sok nagyságrenddel nagyobb brán-feszültség tartja össze.

E) *„A bránra korlátozott anyagmezők λ brán feszültségre és normál anyagra való felbontása egyértelmű-e, különösen nem vákuum és változó brán feszültség esetén?”*

A felbontással kapcsolatosan ugyanaz a helyzet, mint amikor a 4-dimenziós általános relativitáselméletben ideális folyadékokra és kozmológiai állandóra bontjuk az egyenletek forrását. Ismert, hogy a kozmológiai állandó eltüntethető a folyadék nyomásának és energiasűrűségének átértelmezésével. Az ily módon nyert új folyadék azonban gyakran sérti az úgynevezett energiafeltételeket.

Tehát amennyiben elképzelésünk van arról, hogy a normál anyag milyen energiafeltételeknek tesz eleget ahhoz, hogy „fizikainak” tekinthessük, az nagymértékben korlátozza a lehetséges átértelmezést, de nem zárja ki.

Továbbmenve, ha pontosan értelmezzük, hogy mit értünk „normál” anyagon, a felbontás egyértelművé válik. Kozmológiai bránon például jelenleg a normál anyag porként viselkedik, így nincs lehetőség a felbontás megváltoztatására.

Az időben változó brán feszültség esetén hasonló a válasz. Ismét csak általános relativisztikus analógiával élve, ebben az esetben a Λ CDM modellre jellemző barionikus+sötét anyag és kozmológiai állandóra való felbontás helyett barionikus+sötét anyagra és időben változó sötét energiára bontjuk a forrásokat.

Gergely Á. László

Szeged, 2013-05-10

Gergely Árpád László