

Válasz Galántai Aurél kérdéseire

Köszönöm a bíráló észrevételeit, javaslatait, valamint értékes megjegyzéseit. Külön köszönöm a feltett kérdést, amely lehetőséget teremt egy a dolgozatban nem érintett érdekes probléma bemutatására. Alább ismertetem a kérdésre adott válaszomat.

Kérdés

Az értekezés első részében két megoldás létezése hogyan befolyásolhat egy numerikus algoritmust?

A kérdés egy alapvető numerikus problémát vet fel, amely sok nehézség forrása. A feladatot az utazó hullámok numerikus meghatározásán mutatom be. Tekintsük az utazó hullámot meghatározó

$$DU''(y) + cU'(y) + f(U(y)) = 0, \quad (y = x - ct). \quad (1)$$

differentiálegyenlet-rendszert a

$$\lim_{-\infty} U = U_-, \quad \lim_{+\infty} U = U_+$$

peremfeltétellel, ahol $U_-, U_+ \in \mathbb{R}^m$ vektorok, D pozitív elemű diagonális mátrix, az $U : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ függvény pedig a c sebességgel haladó utazó hullám megoldás profilja. Az utazó hullám numerikus meghatározásának legkézenfekvőbb módja a megfelelő időfüggő egyenlet szemidiszkretizációval történő megoldása kellően hosszú időintervallumon, amelyen a megoldás közel kerül a stacionárius megoldáshoz. Azonban ekkor nyilvánvalóan csak egy stabil utazó hullám megoldást kapunk meg (a kezdeti feltételtől függhet, hogy melyiket, amennyiben több is van). Ezért alapvető feladat olyan numerikus módszer kifejlesztése, amely az összes utazó hullám megoldás előállítására alkalmas. Ennek különös jelentősége van a lángterjedést leíró reakció-diffúzió rendszerek esetében, amikor a reakció komplexitásától függően, akár három utazó hullám megoldás is lehet. A Leeds-i Egyetem Stephen Scott és John Merkin által vezetett kutatócsoportjában dolgozó ösztöndíjas kutatóként egyik fontos feladatom egy ilyen numerikus módszer kifejlesztése volt. Példaként tekinthetjük az

$$L_A^{-1}a'' - ca' - af_1(b) = 0 \quad (2)$$

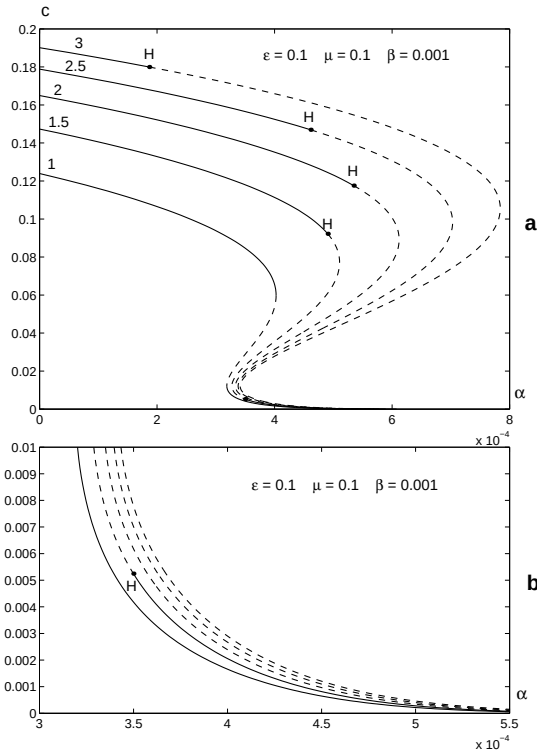
$$L_W^{-1}w'' - cw' - \beta wf_2(b) = 0 \quad (3)$$

$$b'' - cb' + af_1(b) - \alpha wf_2(b) = 0 \quad (4)$$

rendszert, melyben a az égést tápláló, w az égést akadályozó reagens, b a hőmérséklet, a nemlinearitások pedig az

$$f_1(b) = e^{(b-1)/\varepsilon b}, \quad f_2(b) = e^{\mu(b-1)/\varepsilon b}$$

képletekkel megadott függvények. A különböző utazó hullám megoldások sebességének az α paramétertől való függését az ábrán láthatjuk.



1. ábra.

Bizonyos paraméterek esetén tehát két stabil (folytonos vonallal jelölve) és egy instabil (szaggatott vonallal jelölve) utazó hullám megoldás is lehet. Az utazó hullámok meghatározásához a peremérték problémát először korlátos intervallumra redukáltuk. Ezután az $\alpha = 0$ paraméterértékhez tartozó egyetlen megoldást határoztuk meg, a diszkretizált rendszert Newton-Raphson módszerrel megoldva, melynek során a kiinduló profilt az időfüggő egyenlet stabil stacionárius megoldásaként kaptuk. Az ábrán látható görbék ezután az úgynevezett "arc length continuation" algoritmussal állítottuk elő, melynek során a görbe egy pontját ismét a diszkretizált rendszer Newton-Raphson módszerrel történő megoldásával kaptuk, kiinduló profilként viszont most minden esetben a görbe előző pontjához tartozó megoldást használtuk. Ezzel a módszerrel sikeresen előállítottuk különböző reakciók esetében az utazó hullámokat, melyeket azelőtt az irodalomban nem tudtak meghatározni. A fenti rendszert az alábbi dolgozatban vizsgáltuk.

Simon, P.L., Kalliadasis, S., Merkin, J.H., Scott, S.K., Stability of flames in an exothermic-endothermic system. *IMA J. Appl. Math.* **69** (2004), 175-203.