

Válasz Kersner Róbert kérdéseire

Köszönöm a bíráló észrevételeit, javaslatait, valamint értékes megjegyzéseit. Külön köszönöm a természeti folyamatok matematikai modellezéséről szóló filozófiai mélységű gondolatokat. A hálózati folyamatokkal kapcsolatos kutatásaim iránya és koncepciója szempontjából ezek a gondolatok minden bizonnyal meghatározóak lesznek számomra az elkövetkező években. Alább ismertetem a kérdésekre adott válaszaimat.

1. Kérdés

Az utazó hullámok stabilitása és lineáris stabilitása közötti kapcsolat hogyan jellemezhető?

Az utazó hullámok stabilitását pályastabilitásként értelmezik a dolgozatban is bemutatott 3.1 definíció szerint. A parabolikus egyenletet linearizálva az utazó hullám megoldás körül egy lineáris operátorhoz jutunk, melynek spektruma jellemzi a stabilitást. A megoldást lineárisan stabilnak nevezhetjük, ha az operátor spektruma az origón kívül csak bal félsíkbeli pontokat tartalmaz. Ez önmagában nem elegendő a stabilitáshoz, ugyanis az operátor lényeges spektruma megközelítheti az imaginárius tengelyt a komplex síkon. A dolgozatban szereplő 3.3 Tétel elégséges feltételt ad az operátor lényeges és pontspektrumára az utazó hullám stabilitásához. Ez a Tétel természetesen nem zárja le a kérdéskört. Az alábbi, frissen megjelent dolgozatunkban érintjük a kétféle stabilitás kapcsolatát. Ebben a dolgozatban a lángterjedést leíró utazó hullám létezését és stabilitását vizsgáljuk egy olyan modellben, amelyben egy reagens van, és a láng terjedését a rendszerben fellépő hőveszteség akadályozza. Ebben a dolgozatban két irányból vetődik fel probléma a fent említett tétel hagyományos alkalmazása szempontjából. Egyrészt a linearizálással kapott operátor spektruma megérinti a képzetes tengelyt, másrészt szilárd reagens esetén (azaz, amikor a diffúziós együttható zérus), az operátor spektruma tartalmaz egy függőleges egyenest, ezért az operátor nem szektorális. Az első problémát súlyozott terek alkalmazásával lehet elkerülni, amely információt ad arról, hogy milyen perturbációkkal szemben stabilis az utazó hullám. A második probléma esetében egy a társszerzők által régebben kifejlesztett technikát alkalmaztunk a stabilitás vizsgálatára.

Anna Ghazaryan, Stephen Schecter, Peter L. Simon, Gasless combustion fronts with heat loss. *SIAM J. Appl. Math.* **73** (2013), 1303-1326.

2. Kérdés

Milyen lehetőségek látszanak arra, hogy a hagyományos numerikus módszerekkel (azaz Monte-Carlo szimuláció nélkül) is vizsgálhatók legyenek a dolgozatban tárgyalt hálózati folyamatok?

Mivel a jelenséget leíró Markov-folyamat állapottere rendkívül nagy, a dolgozatban em-

lített példák esetében 2^N méretű, azért az alapegyenletként kapott differenciálegyenlet-rendszer numerikus megoldása csak akkor remélhető, ha valamilyen egyszerűsítéseket, vagy közelítéseket tudunk alkalmazni. Az alábbi, most megjelenés alatt levő dolgozatunkban kezdeti eredményeket mutatunk arra vonatkozóan, hogy különböző típusú véletlen gráfok (pl. reguláris, Erdős-Rényi, Barabási-Albert) esetében hogyan írható fel egy N nagyságrendű differenciálegyenlet-rendszer, amely valamilyen módon magában hordozza a gráfstruktúra jellemzőit. A dolgozatban numerikus példákon megmutatjuk, hogy van remény arra, hogy egy ilyen jóval kisebb állapotterű folyamattal is meglehetősen pontossággal leírható legyen a folyamat. Ebben az esetben az alapegyenlet-rendszert meghatározó mátrix, a differenciálegyenlet jobboldalán, tridiagonális. Az alábbi második dolgozatban azt vizsgáltuk, hogy ezen közönséges differenciálegyenlet-rendszer mennyiben tekinthető egy parciális differenciálegyenlet diszkretizációjának, illetve nemcsak numerikus, hanem elméleti becslést is adtunk a kettő megoldásainak eltérésére. Ezzel lehetőség nyílik bizonyos esetekben arra, hogy egy eddig csak Monte-Carlo szimulációval vizsgált rendszert egy parciális differenciálegyenlet hagyományos numerikus megoldásával, sőt esetleg a parciális differenciálegyenlet kvalitatív vizsgálatával tanulmányozzunk.

Nagy, N., Kiss, I.Z., Simon, P.L., Approximate master equations for dynamical processes on graphs. *Math. Model. Nat. Phenom.* (megjelenés alatt).

Bátkai, A., Havasi, Á., Horváth R., Kunszenti-Kovács, D., Simon, P.L., PDE approximation of large systems of differential equations. (benyújtva)