

Válasz Dr. Szentpáli Béla professzor úr bírálataira

Köszönöm szépen, hogy professzor úr vállalta és elkészítette a disszertációmban foglalt tudományos munkám alapos vizsgálatát, bírálatait!

Először a bíráló egy általános megjegyzésére szeretnék reagálni, mely szerint az értekezés szövege túl tömör, „*az a benyomás alakul ki az olvasóban, hogy a megjelent cikkekből összevágott szövegeket és ábrákat lát, és nem egy erre a célra fogalmazott anyagot.*”

A dolgozat tartalmi részében betartottam a megadott terjedelmi limitet, ami a több alfejezet miatt eléggé korlátozta a lehetőségeimet. Még a kutatási eredményeimből is kihagytam részeket, amik pedig a témába illettek volna (pl. RTS zaj modellezése, szívritmus- és vérnyomás-fluktuációk, zaj alapú logika), mert nem tudtam volna érdemben beszámolni róluk. Ettől függetlenül elfogadom, hogy nem mindegyik fejezetet sikerült egyformán jó színvonalon megírnom.

A disszertációt az alapul szolgáló cikkek tartalmának tömör, de érthető összefoglalásaként igyekeztem elkészíteni, ennek megfelelően fogalmaztam át a cikkek szövegét is. Az adatokat tartalmazó ábrákból többet felhasználtam, nehezen tudtam volna sok esetben az eredményeket jobban bemutatni. Ugyanakkor a forrásábrákat használtam, igyekeztem őket a lehető legigényesebben, vektorgrafikus formában átszerkeszteni és a dolgozatba beilleszteni. A többi ábrát (további grafikonok, blokkdiagramok, kapcsolások) új ábraként, egységes formában rajzoltam meg.

1. tézispont

A bíráló kérdése ennél a tézispontnál a következő: „*Tud-e a jelölt példát adni olyan fizikai rendszerre, melynél a zajspektrum $1/f^\alpha$ jellegű, de az amplitúdó korlátozott?*”

Az amplitúdószaturáció egy lehetséges alkalmazása 2002-ben merült fel egy konferencián [1.1], biológiai rendszerekkel foglalkozó kutatókkal beszélgettem erről. Az ioncsatornák véletlenszerűen kapcsolt áramában figyelhető meg lényegében kétállapotú $1/f^\alpha$ jellegű zaj [1.2,1.3]. Ennek leírására inkább a kapcsolási idők statisztikáját használják, tudtommal azóta sem derült ki, hogy az invarianciának lehet-e szerepe itt, azaz a háttérben lehet-e egy másik mechanizmus hasonló spektrummal. Érdekes módon szintén biológiai vonatkozású egy másik jelenség is, amiben EEG jelek szerepelnek [1.4,1.5]. Az is különös, hogy a szívritmus fluktuációk is $1/f$ spektrummal rendelkeznek alacsony frekvenciákon. Itt annyi a hasonlóság az előzőekhez, hogy diszkrét időpillanatokban változik a jel és persze az is igaz, hogy az amplitúdó – a szívritmus értéke – korlátos. A diffúziónál is előfordulhat hasonló elemi folyamat, amikor a Brown-mozgást végző részecskék $1/f^2$ spektrumú zajt jelentenek, de a vezetést befolyásoló hatásuk kétállapotú lehet. Ez a disszertációban szereplő eredményemnek megfelelően $1/f^{3/2}$ spektrumú zajt ad [1.7].

A disszertációban is szereplő feltételezéseken kívül több esetet nem tudok említeni. Ennek tudom egyébként be a hivatkozások alacsony számát is, mert úgy gondolom, hogy a sokak által kutatott $1/f$ zajnak egy igen jelentős tulajdonságát sikerült megtalálni, mégsem kapott eddig kellően nagy visszhangot ez eredmény.

[1.1] *Unsolved Problems Of Noise And Fluctuations*, Washington, USA,
<http://scitation.aip.org/content/aip/proceeding/aipcp/665>

- [1.2] A. Fulinski, Z. Grzywna, I. Mellor, Z. Siwy and P. N. R. Usherwood, *Non-Markovian character of ionic current fluctuations in membrane channels*, *Phys. Rev. E* 58, 919–924 (1998), <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.58.919>
- [1.3] Z. Siwy and A. Fulinski, *Origin of $1/f^\alpha$ Noise in Membrane Channel Currents*, *Phys. Rev. Lett.* 89, 158101 (2002) <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.158101>
- [1.4] P. Grigolini, G. Aquino, M. Bologna, M. Luković, B. J. West, *A theory of noise in human cognition*, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Volume 388, Issue 19, 1 October 2009, Pages 4192-4204
<http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2009.06.024>
- [1.5] P. Allegrini, D. Menicucci, R. Bedini, L. Fronzoni, A. Gemignani, P. Grigolini, B. J. West and P. Paradisi, *Spontaneous brain activity as a source of ideal $1/f$ noise*, *Phys. Rev. E* 80, 061914 (2009) <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.80.061914>
- [1.6] Pilgram, Berndt, and Daniel T. Kaplan, *Nonstationarity and $1/f$ noise characteristics in heart rate*, *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology* 276, no. 1 (1999): R1-R9. <http://ajpregu.physiology.org/content/276/1/R1>
- [1.7] Rocha, P.R.F.; Gomes, H.L.; Vandamme, L.K.J.; Chen, Q.; Kiazadeh, A.; De Leeuw, Dago M.; Meskers, Stefan C J, *Low-Frequency Diffusion Noise in Resistive-Switching Memories Based on Metal–Oxide Polymer Structure*, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol.59, no.9, pp.2483,2487, Sept. 2012,
<http://dx.doi.org/10.1109/TED.2012.2204059>

2. tézispont

Professzor úr említi, hogy a fejezetben kísérlet bemutatása nem szerepel. Ennek oka az, hogy mi nem végeztünk ilyen vizsgálatokat, hivatkozunk mások munkáira, amik a modellezéshez hasonló kísérleti eredményekről számolnak be.

„*A termikus zaj növekedésénél a szimuláció figyelembe vette-e a hőmérséklet növekedését is, vagy csupán az ellenállás növekedését? (Nem találtam meg az értekezésben a zaj számításának leírását.)*”

A modellezésekben az elemi ellenállások relatív fluktuációja szerepel, ami ebben a közelítésben nem hőmérsékletfüggő. A számítás a 2.2.2 fejezet 2.6 képlete alapján történt. A termikus zaj ettől függetlenül, feszültségzajként jelenik meg, ennek a modellezésére később került sor [2.1], a terjedelmi korlátok és jóval kisebb hozzájárulásom miatt ez már nem került a dolgozatomba.

„*Tud-e a jelölt példát adni olyan fizikai rendszerre, melynél az elemi ellenállások zajspektruma a (2.9.) képlet szerinti?*”

Talán az egyik legtipikusabb eset a generációs-rekombinációs zaj (gr-noise), ahol a töltéshordozók véletlenszerűen csapdázódnak és kiszabadulnak adott átlagos időállandóval. Az elemi folyamat autokorreláció-függvénye exponenciális, spektruma így a 2.9 képlet szerinti Lorentz-függvény. Az időállandók megfelelő súlyozásával $1/f$ eredő zaj kapható – a modellezésben ezt követtem.

- [2.1] Pennetta C, Kiss LB, Gingl Z, Reggiani L, *Excess thermal-noise in the electrical breakdown of random resistor networks*, *European Physical Journal B* 12:(1) pp. 61-65. (1999), <http://dx.doi.org/10.1007/s100510050977>

3. tézispont

Egyetértek vele, hogy vitatható a tézispontként szerepeltetés, hasonló indokok alapján került ide, amiket bírálóm is említett. Egyúttal köszönöm, hogy professzor úr elfogadja a tézispontot és a benne megadott eredményeket.

4. tézispont

A professzor úr kérésének megfelelően tisztázandó alpontok közös kutatást jelentenek. Az alábbiakban pontosítást adok a kérdéses alpontokhoz.

4.1. Az elsőként elért jel/zaj viszony erősítés [4.1] esetén nem a sztochasztikus rezonancia területén szokásos definíciót használta a szerző (hiszen a jel nem is volt periodikus), hanem egy keresetspektrumokra épülő definíciót. Sokan ennek tulajdonították, hogy 1-nél nagyobb erősítés kihozható, szkeptikusok voltak, hogy a szokásos definícióval is kapható lenne jelentős erősítés. Az volt az ötletem ezért, hogy használjunk periodikus impulzussorozatot és a szokásos jel/zaj viszony definíciót. A numerikus szimulációs vizsgálatokat végezte el a PhD hallgató az útmutatásaimnak megfelelően. Sajnos a munkát később nem folytatta, disszertációját sem készítette el, külföldre távozott.

4.5 A disszertáció 4.6.1 fejezetében indokoltam meg, miért merült fel a színes zajok vizsgálta a sztochasztikus rezonancia területén. A dolgozat 4. fejezetéhez tartozó három publikációt olvastam [4.2,4.3,4.4], melyekben az $1/f$ zajnak kitüntetett szerepét vetik fel a Fitzhugh-Nagumo neuronmodell esetén. Ez motivált arra, hogy megvizsgáltsam ennél a modellnél jóval alaposabban a zajkitevő szerepét, és kiterjesszem a vizsgálatok körét a más fontos sztochasztikus rezonanciát mutató rendszerekre is (szintmetszés-detektor és Schmitt-trigger). Az ezzel kapcsolatos numerikus szimulációs munkákat végezte el PhD hallgatóm. Tézisfüzete megtalálható itt: <http://doktori.bibl.u-szeged.hu/495/>, a releváns tézispont a 4.

4.6 Javasoltam, hogy nem-periodikus és véletlenszerű bemenő jelek esetére is vizsgáljuk meg a kettős potenciálvölgy alapú dinamikai rendszer esetén a jel/zaj viszony növelési lehetőségeket, mert úgy gondoltam, hogy eséllyel kapható erősítés. Az általam felépített kísérletező és mérőrendszer azonos azzal, amit 4.3 tézispontban is említettem. Mingesz Róbert akkori PhD hallgatóm végezte el a szisztematikus méréseket és vizsgálatokat, emellett numerikus szimulációkat is végzett. Tézisfüzete megtalálható a doktori.hu oldalon: <http://doktori.bibl.u-szeged.hu/1552/2/MingeszRobert-Tezispontok.pdf>, a releváns tézispont az 5.

- [4.1] L.B. Kiss, “Possible Breakthrough: Significant Improvement of Signal to Noise Ratio by Stochastic Resonance”, 3rd International Conference on Chaotic, Fractal, and Nonlinear Signal Processing Mystic, Connecticut, USA, July 1995, http://www.ece.tamu.edu/~noise/research_files/mystic.pdf
- [4.2] Nozaki D, Yamamoto Y, Enhancement of stochastic resonance in a FitzHugh-Nagumo neuronal model driven by colored noise. Physics Letters, Section A: General, Atomic And Solid State Physics 243:(5-6), pp.281-287. (1998), [http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9601\(98\)00247-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9601(98)00247-3)
- [4.3] Nozaki D, Mar DJ, Grigg P and Collins JJ, Effects of Colored Noise on Stochastic Resonance in Sensory Neurons. Physical Review Letters 82 p. 2402 (1999), <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.2402>
- [4.4] Nozaki D, Collins JJ and Yamamoto Y, Mechanism of stochastic resonance enhancement in neuronal models driven by $1/f$ noise, Physical Review E 60 p.4637 (1999), <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.60.4637>

5. tézispont

Bírálóm megjegyzi, hogy „Ez a fejezet kevésbé logikusan felépítet, kissé kapkodóan szerkesztett, több a sajtóhiba is benne. Mechanizmusáról, fizikájáról nincs szó, a 77. és 78. oldalon három bekezdés szól az eszközről, de sok minden tisztázatlan marad.”.

A fejezetben előforduló hibákért elnézést kérek. A terjedelmi korlát miatt kompromisszumot kellett kötnöm abban, milyen részletességgel számolhatok be az egyes részokról.

Professzor úr két kérdést tesz fel. „Mit jelent az, hogy a nanocső „funkcionalizált”? ”

A nanocső funkcionálizálása általános esetben valamilyen funkciós csoport, molekula vagy ion szándékos hozzákapcsolása a nanocsőhöz, például a szénatom hibahelyekhez kapcsolódó kovalens kötással, ahogy esetünkben történt. De megtehető a nanocső külső felületéhez kapcsolódó másodlagos kötással vagy a nanocsövek közötti térrész elektrondonorokkal vagy elektronakceptorokkal történő megtöltésével.

Szenzorikai szempontból a funkcionálizálás tulajdonképpen felületi kezelés, amivel a szenzor érzékenysége optimalizálható különféle gázok detektálásához. Egyfajta szűrőként működik: kiemeli bizonyos gázok hatását, erősíti a funkciós csoportokhoz nagy affinitást mutató molekulák megkötését, melyek így nagyobb változást okoznak a vezetőképességben.

„Fémes, vagy félvezető volt a vizsgált nanocsövek vezetése?”

A szén nanocső minták nem voltak szétválogatva vezetőképesség szempontjából. Ennek megfelelően a vizsgált minták tartalmaztak vezető és félvezető tulajdonságú egyedi nanocsöveket is. Az érzékelő chipre felvitt, makroszkopikus méretű szén nanocső alapvetően félvezető jellegű volt.

6. tézispont

Professzor úr megállapítja, hogy „Sajnos ez a fejezet még az előzőnél is kapkodóbban szerkesztett, sok helyen túl tömör, nehezen követhető.”

Ezzel egyet kell értenem, sajnos nem sikerült kellően összeszedetten, logikusan megfogalmaznom ezt a részt. Ennél a fejezetnél szorított leginkább a terjedelmi korlát is, bár ez nyilván nem indokol meg minden hibát, valóban lehetett volna kicsit részletesebben bemutatni a munka lényeges elemeit.

„Megfelel-e más elektronikus zaj is erre a célra, ha 6.1. ábra szerinti kapcsolásban az zajfeszültség forrásokkal sorosan alkalmazzák? Lehet-e ez a más zaj mesterségesen előállított véletlenszerű jel?”

Az alapul szolgáló tisztán passzív rendszer közvetlenül nem használható, mert nagyon kicsi a zajfeszültség. Ezért is kellett egy kísérleti rendszert felépíteni, ahol a zajt numerikusan és D/A konverter használatával lehet előállítani Voltos nagyságrendben. Ez tulajdonképp olyan, mintha a hőmérsékletet emelnénk fel igen nagy értékre, másrészt teljesen mesterségesé és jól kontrollálhatóvá válik a zajgenerálás. Épp ezért teljesen jogos a kérdés, kell-e a ragaszkodnunk az ellenállsajaj szimulálásához, megfelelő-e más zajtípus?

Kish professzor cikkeiben azzal bizonyítja a biztonságot termikus zaj használata esetén, hogy a termikus egyensúly miatt nem lehet energiaáramlás a két oldal között adatátvitel esetén [6.1]. A bírálói kérdés motivált arra, hogy keressek egy tisztán statisztikai számításokon alapuló megközelítést, ami tisztázza, milyen követelményeknek kell megfelelni. A részletes elemzést egy folyóiratcikkben szeretném megjelentetni, az előzetes számításokat a bírálatra adott válaszom végén található függelékbe tettem. Ennek eredménye az, hogy

biztonságos kommunikációhoz a zajamplitúdónak az ellenállás gyökével arányosnak kell lennie. Másrészt könnyen és gyorsan feltörhető a kommunikáció például egyenletes eloszlású zaj használata esetén, normális eloszlás szükséges a biztonságos kommunikációhoz.

Egy numerikus szimulációt végző LabVIEW programot is írtam, mellyel ellenőrizhetők a fentebbiek: <http://www.inf.u-szeged.hu/~gingl/mtadoc/kljn.vi>

A második kérdés ezzel a tézisponttal kapcsolatban: „Nyilvánvaló, hogy, ha az alkalmazott zajspektrum olyan magas frekvenciákig kerül felhasználásra, hogy a periódusidő már összemérhető a jelnek az összekötő vonalon való futásidejével, akkor van esély a passzív lehallgatásra. Ezért a jel szűrésének függenie kell az összekötő vezeték hosszától. Ezt modellezte is. Kérem, hogy mutasson be numerikus összefüggést ezzel kapcsolatban.”

Valóban, a jel terjedési ideje számíthat gyakorlati esetekben. Ezzel kapcsolatban numerikus helyett elméleti összefüggés is megadható, ami Kish László professzor eredeti cikkében szerepel [6.1]:

$$f_{\max} \cdot L \ll c$$

ahol L a vezeték hossza, c a jel terjedési sebessége, $f_{\max}$ a jelben előforduló legnagyobb frekvencia.

Scheuer és Yariv is felvetette ezt a problémát és részletesebben elemezte a terjedési sebesség és a vezetékellenállás hatását [6.2]. Kish professzor válaszában [6.3] újra kiemeli a határfrekvencia-feltétel jelentőségét és azt is, hogy ez még az ellenállások kapcsolásának módját is befolyásolja. Hirtelen kapcsoláskor ugyanis nagyfrekvenciás tranziensek keletkeznek, melyek a feltételt megsértik, így lehallgathatóvá tehetik a kommunikációt. Ez a kapcsolások környékén a jelek rámpázásával kerülhető el, ahogy a disszertáció 6.4 alfejezetének elején említettem is.

[6.1] L. B. Kish, *Totally secure classical communication utilizing Johnson (-like) noise and Kirchoff's law*, *Physics Letters A*, Volume 352, Issue 3, 27 March 2006, Pages 178-182, <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2005.11.062>

[6.2] J. Scheuer, A. Yariv, *A classical key-distribution system based on Johnson (like) noise – How secure?*, *Physics Letters A*, Volume 359, Issue 6, 11 December 2006, Pages 737-740, <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2006.07.013>

[6.3] L.B. Kish, *Response to Scheuer–Yariv: “A classical key-distribution system based on Johnson (like) noise—how secure?”*, *Physics Letters A*, Volume 359, Issue 6, 11 December 2006, Pages 741-744, <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2006.07.037>

Összefoglalva válaszomat újból nagyon köszönöm a disszertáció és kapcsolódó tudományos munkám gondos átnézését, a konstruktív kérdéseket is, melyek még újabb publikáció készítését is motiválták. Remélem sikerült minden kérdésre kielégítő választ adnom.

Köszönöm, hogy professzor úr javasolja a nyilvános vitát és a MTA doktori cím odaítélését!

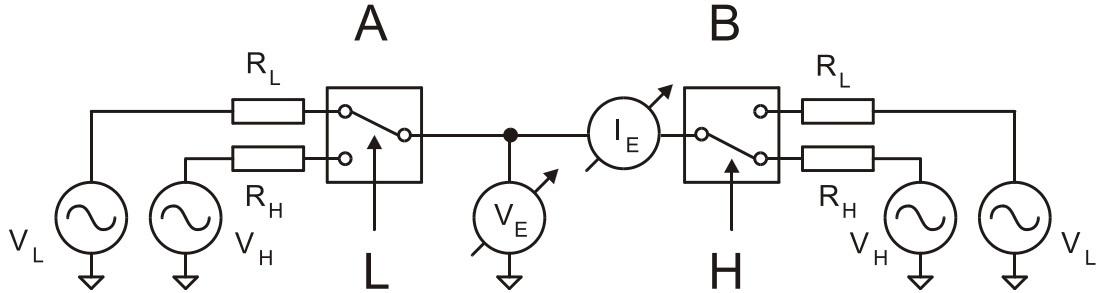
Szeged, 2014. január 13.

Gingl Zoltán

Függelék:

A KLJN rendszerben alkalmazott zajra vonatkozó követelmények meghatározása.

Tegyük fel, hogy az A oldalon a kisebb értékű ellenállás (R_L), a B oldalon pedig a nagyobb értékű ellenállás (R_H) van bekapcsolva, ahogy az alábbi ábra mutatja.



Ekkor a hallgatózó a következő feszültséget és áramot méri:

$$V_E = \frac{V_L \cdot R_H + V_H \cdot R_L}{R_L + R_H} \quad (1)$$

és

$$I_E = \frac{V_H - V_L}{R_L + R_H} \quad (2)$$

ahol feltételezzük, hogy az áram a B oldal felől folyik az A oldal felé.

Két feltevése lehet arról, hogy melyik oldalon van a kisebb ellenállás: a helyes és a helytelen. Mindkét esetre kiszámíthatja az A oldalon levő zajfeszültség statisztikáját a mért feszültség és áram felhasználásával. Mivel ez ellenállások értéke és a zajfeszültségek statisztikai paraméterei ismertek, észreveszi, hogy rossz feltevést tett, ha nem ezeket az értékeket adja a számítása. A helyes feltevés esetén természetesen jó értékeket kell kapnia, vizsgáljuk meg tehát a helytelen feltevés esetét, azaz amikor a hallgatózó az A oldalon feltételezi a nagyobb, a B oldalon a kisebb ellenállást. Ekkor az A oldali feszültséget így számítja ki:

$$V_A = V_E - I_E \cdot R_H \quad (3)$$

Ez kifejezhető az (1) és (2) egyenletekkel:

$$V_A = \frac{V_L \cdot R_H + V_H \cdot R_L}{R_L + R_H} + \frac{V_H - V_L}{R_L + R_H} R_H = \frac{V_L \cdot 2 \cdot R_H + V_H \cdot (R_H - R_L)}{R_L + R_H} \quad (4)$$

egyszerűsítve:

$$V_A = V_L \frac{2 \cdot R_H}{R_L + R_H} + V_H \frac{R_H - R_L}{R_L + R_H} \quad (5)$$

Ismerve a $V_L(t)$ és $V_H(t)$ zajfeszültségek σ_L és σ_H szórását, $V_A(t)$ szórására ezt kapja:

$$\sigma_A^2 = \sigma_L^2 \left(\frac{2 \cdot R_H}{R_L + R_H} \right)^2 + \sigma_H^2 \left(\frac{R_H - R_L}{R_L + R_H} \right)^2 \quad (6)$$

A kommunikáció csak akkor lehet biztonságos (azaz csak akkor nem tudja meg a hallgatózó, hogy feltevése helytelen), ha ez megegyezik a nagyobb ellenálláshoz tartozó zajfeszültség szórásával, azaz $\sigma_A = \sigma_H$, hiszen a feltevéséhez ez tartozik. Ezt behelyettesítve (6) képletbe a következőre jutunk:

$$\frac{\sigma_H^2}{\sigma_L^2} \left(1 - \left(\frac{R_H - R_L}{R_L + R_H} \right)^2 \right) = \left(\frac{2 \cdot R_H}{R_L + R_H} \right)^2 \quad (7)$$

$$\frac{\sigma_H^2}{\sigma_L^2} = \frac{(2 \cdot R_H)^2}{(R_L + R_H)^2 - (R_H - R_L)^2} = \frac{4 \cdot R_H^2}{R_L^2 + 2 \cdot R_L \cdot R_H + R_H^2 - (R_H^2 - 2 \cdot R_L \cdot R_H + R_L^2)} \quad (8)$$

$$\frac{\sigma_H^2}{\sigma_L^2} = \frac{R_H}{R_L} \quad (9)$$

vagyis

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_L} = \sqrt{\frac{R_H}{R_L}} \quad (10)$$

Levonhatjuk tehát a következtetést, hogy a feszültség szórásának az ellenállás gyökével kell arányosnak lennie, pont úgy, mint a termikus zaj esetén. Ellenkező esetben a kommunikáció feltörhető, a helytelen hipotézishez tartozó szórás nem lesz megegyező azzal, aminek adódnia kellene.

Vizsgáljuk meg azt is, hogy milyennek kell lennie a zaj eloszlásának. Itt is azt kell megnéznünk, mi történik a helytelen feltevés esetén, kimutatható-e ennek érvénytelensége. Ekkor tehát a hallgatózó feltételezi, hogy az A oldali feszültség így adható meg:

$$V_A = V_L \frac{2 \cdot R_H}{R_L + R_H} + V_H \frac{R_H - R_L}{R_L + R_H} \quad (11)$$

Az előzőkhöz hasonlóan a kommunikáció csak akkor lehet biztonságos, ha ennek a valószínűségi sűrűségfüggvénye megegyezik a nagyobb ellenálláshoz tartozó feszültségzaj sűrűségfüggvényével. Ha feltesszük, hogy a (10) egyenlet teljesül, akkor a szórásuk azonos, már csak az alakjuknak kell azonosnak lenni. Mivel a (11) összefüggésben két egymástól független zaj súlyozott összege van, az összeg sűrűségfüggvényét az egyes tagok sűrűségfüggvényének konvolúciójával adhatjuk meg. Normális eloszlás esetén teljesül, hogy a két Gauss-függvény konvolúciója is Gauss-függvény. A Cauchy-eloszlás $1/(1+x^2)$ alakú sűrűségfüggvényére és még más esetekre is igaz ez az invariancia, de a szórás nem véges. Tehát elméletileg csak a termikus zajnak megfelelő mesterséges zaj alkalmas biztonságos kommunikációhoz.

Egyszerűen látható, hogy nem megfelelő például az egyenletes eloszlás, mert a konvolúció jelentősen megváltoztatja a sűrűségfüggvény alakját (trapéz alakúra), így a kommunikáció könnyen és gyorsan feltörhető. Az alábbi ábra mutatja, hogy a (11) formula alapján kapott sűrűségfüggvény (folytonos vonal) mennyire tér el $V_H(t)$ sűrűségfüggvényétől (szaggatott vonal), amit kapni kellene. Az ellenállások aránya 10:1, a kisebbhez tartozó szórás egységnyi.

