

A bírálóbizottság értékelése

Szabó Endre disszertációjában kombinatorikai és csoportelméleti indíttatású kérdéseket vizsgál. Olyan kérdések ezek, melyekkel napjaink számos vezető matematikusa is szívesen foglalkozik. A dolgozat fő eredményei társszerzős eredmények. A bizonyításokban, különösen az algebrai geometriai eszközök használatánál tetten érhetők a Szabó Endre által hozzáadott gondolatok. Ezek világossá teszik, hogy a disszertáció eredményeinek elérésében Szabó Endre meghatározó szerepet játszott.

A disszertáció főbb kombinatorikai jellegű eredményei a következők.

- Általánosított illeszkedési tételek igazolása: Szemerédi-Trotter tétel és a Pach-Sharir tétel magasabb dimenziós változatai;
- Az Elekes-Rónyai tétel általánosítása valós függvényekről komplex függvényekre, többértékű függvényekre, valamint magasabb dimenziós felületekre.

A fenti tételeknek a következő szép alkalmazásai szerepelnek a disszertációban:

- A korábbinál élesebb felső becslés n kúpszelet érintési pontjainak számára (ld. Hirzebruch kérdése);
- Válasz Erdős, Lovász és Vesztergombi kérdésére: mely középpont-hármasok és körjük írt n darab kör esetén lehet végtelen sok n -re úgy választani a köröket, hogy legalább cn^2 darab háromszoros pont legyen?
- A burkológörbék segítségével általános kritérium arra, hogy mikor van szub-kvadratikus becslés egy görbe-család háromszoros pontjainak számára;
- Székely sejtésének bizonyítása: három ponton keresztül nem lehet pontonként n darab egységkört rajzolni úgy, hogy legalább cn^2 darab háromszoros pontot kapjunk;
- A "Gyümölcsöskert probléma" egy változatának megoldása.

A disszertációban a következő csoportelméleti jellegű eredmények születtek.

- Szorzattétel csoportokban, lineáris csoportok nem-növő részhalmazai struktúrájának leírása.
- Helfgott tételeinek általánosítása korlátos rangú véges egyszerű csoportokra;

Megjegyezzük, hogy hasonló eredményeket ért el Breuillard, Green és Tao függetlenül Szabó Endrétől és szerzőtársától. A szorzattételnek sok alkalmazása van a csoportelméletben és a számelméletben, ezek közül a disszertáció a szerző következő eredményeit tartalmazza:

- Babai sejtésének és a Liebeck–Nikolov–Shalev sejtésnek az igazolása korlátos rangú egyszerű csoportokra;
- Weiss sejtésének igazolása egy fontos csoport-osztályban, a Babai, Cameron és Pálffy által bevezetett BCP(r)-csoportok osztályában.

A disszertáció számos érdekes, mély kombinatorikai és csoportelméleti jellegű eredményt tartalmaz. A dolgozat fő eredményei, különösen a csoportelméleti szorzattétel, nemzetközileg nagy elismerést váltottak ki. Ezeknek az eredményeknek, már jelenleg is, a matematika több részterületén vannak fontos alkalmazásai, és a jövőben további alkalmazások is várhatók. Szabó Endre kreatívan alkalmazza az algebrai geometria módszereit új, a korábbiaknál általánosabb tételek bizonyítására és számos nyitott kérdés megválaszolására. A bizottság elfogadja a jelölt a vitában és a bírálatokban megfogalmazott kérdésekre adott válaszait és valamennyi a disszertációban szereplő tételét.