Válasz

Eleőd András, az MTA doktora bírálatára

Vadászné Bognár Gabriella:
Analysis of tribological phenomena in viscous fluid flows over solid surfaces
című MTA doktori értekezésére vonatkozóan

Köszönöm a tisztelt Bíráló értékes munkáját, értekezésem gondos átnézését és véleményezését.
Részletes válaszomban a bírálatban követett tagolás alapján válaszolok a feltett kérdésekre és reagálok az észrevételekre.

Köszönöm a Bírálónak az értekezés témaválasztására és annak időszerűségére tett megjegyzéseit.

Köszönettel vettem a Bírálónak az értekezés formájára és nyelvezetére vonatkozó dicséretét. A kéziratban csak azokat az egyenleteket kívántam számozni, amelyekre a későbbi számításokban szükség volt. Így az értekezés és a levezetések során tett számítási lépések talán jobban áttekinthetőek és követhetőek. A kéziratot egy LATEX programmal készítettem; az általam használt stílusfájl az egyenletek számozását az összefüggések elé, a lap bal oldalára állította be. Természetesen olyan stílust is lehet alkalmazni, amely az egyenletek számozását a lap jobb oldalára helyezi.

Köszönöm a Bírálónak a téma szakirodalmára vonatkozó megjegyzéseit. A hivatkozott kb. 200 folyóirat cikk, ill. könyv a vonatkozó szakirodalomnak biztos, hogy csak egy töredéke. A múlt század elejétől kezdődően a probléma érdekessége miatt igen sok szerző dolgozott a témához szorosabban, vagy kevésbé szorosan kapcsolódó szakterületen. A kézirat készítése során a megadott hivatkozásoknak többszörösét tekintettem át. Sajnos nagyon sok könyvhöz és cikkhez nem tudtam hozzáférni. Igyekeztem a vonatkozó szakirodalmat a leggondosabban áttanulmányozni, amely a nem-newtoni hatványtörvényt követő reológiai modellel jellemezhető folyadék sebesség és hőmérséklet eloszlásához kapcsolható.

Elfogadom tisztelt Bírálónak azt a kifogását, hogy az értekezés csak a 4. fejezetben tartalmaz olyan vizsgált esetet, amelyben a folyadéknak a szilárd felületen való adszorpciója és deszorpciója is figyelembe van véve. A kenőanyag fejlesztés és a tribológus szakemberek számára ez jelentős kérdésként merül fel. Az értekezésben vizsgált módszerrel az ilyen irányú elemzések sok esetben kivitelezhetőek, a későbbiekben szándékomban áll ezeket részletesen megvizsgálni. Az értekezésben kizárólag vízszintes felületekre végzett számítási eredményeket mutattam be, a számítások hasonló módszerrel függőleges, vagy ferde helyzetű síkfelület, ill. körhenger, kúp- és gömbfelület körül áramló folyadék esetén is elvégezhetők. További vizsgálat tárgya lehet porózus közegben az áramló folyadékban kialakuló folyadék határréteg tulajdonságainak vizsgálata. (Az értekezés beadását követően jelentek meg ehhez kapcsolódóan dolgozataink:

K. Hriczó, G. Bognár: Numerical analysis of the free convection from a vertical surface embedded in a porous medium, In Topics in Intelligent Engineering and Informatics: Applied Information Science, Engineering and Technology, Springer 2014. 81-102. ISSN 2193-9411 DOI 10.1007/978-3-319-01919-2

G. Bognár, K. Hriczó: Forced convection flow of a non-Newtonian fluid over a flat surface in porous medium, In: O. Owolabi, C. Carranca, A.N. Pisarchik: Mathematics and Computers in Biology and Biomedical Informatics, ISBN:978-960-474-333-9, pp. 86-91)

A 4. fejezetben áramló folyadékban mozgó vízszintes síkfelület sebesség eloszlását vizsgáltam. Köszönöm, hogy a Bíráló rámutat arra, hogy a kenőanyagok alkalmazhatósága szempontjából fontosnak számít a határréteg leválás jelenségének vizsgálata, amelyet a paraméter analízis során az értekezésben nem említettem. Az általam végzett számítások azt mutatják, hogy a felület sebességének és az áramló folyadék sebességének aránya a határréteg leválása nélkül akkor emelhető, ha a hatványtörvényben szereplő n kitevőt növeljük. Tehát a sebességek hányadosának növelésekor olyan kenőanyagot célszerű megválasztani, amelyre az n paraméter értéke elég nagy.

Az 5. fejezettel kapcsolatban a Bíráló által feltett kérdés: **Hogyan vette a Jelölt figyelembe a határrétegnek a fejezet címében szereplő hidrodinamikai tulajdonságát?**

Az 5. fejezetben a kontinuitási és mozgásegyenlethez az energiaegyenlet járul. A fejezetben két kérdést vizsgáltam. Az 5.1. alfejezetben az ún. Marangoni-hatást vizsgáltam newtoni folyadék esetén (n=1), amikor a felületi feszültség változását a folyadék hőmérséklet változása idézi elő. Ennek hatására az alacsony felületi feszültségű helyről a magas felületi feszültségű hely felé áramló folyadékmozgás jön létre. A felületi feszültség hatását a szilárd felületre felírt (5.4) peremfeltétellel lehet kifejezni egy a sebesség-gradiens és a hőmérséklet-gradiens közötti összefüggéssel. A hőmérséklet változását hatványfüggvénnyel adtam meg, az ebben szereplő m hatványkitevővel mind a sebesség -, mind a hőmérséklet-eloszlások elemzésekor. (A hőmérséklet-eloszlásokban a Prandtl-szám szerepét is vizsgáltam.) Az 5.2 alfejezetben nem-newtoni, hatványtörvénnyel jellemezhető viszkozitású folyadékban, a határrétegben a sebesség - és a hőmérséklet-eloszlását vizsgáltam hőátadó, mozgó, áteresztő síkfelületen. A hidrodinamikai határrétegben a sebesség viselkedését a nem-newtoni viszkozitás egyik paramétere az n kitevő, a sebességek hányadosa és a felület áteresztő képességét jellemző f_w tényező befolyásolják. Ezeknek a hatását külön-külön elemeztem a határrétegben.

Elfogadom a Bíráló azon megjegyzését, hogy az angol nyelvű értekezésben megfogalmazott tézisek nem pontosan szó szerinti fordításban egyeznek meg a magyar nyelvű tézisfüzetbeliekkel. A tézisek új, magyar nyelvű megfogalmazását az alábbiakban írom le. Mivel az értekezésben és a tézisekben szereplő egyenletszámozás nem egyezik meg, ezért a megkülönböztetés végett a tézisbeli egyenletek száma elé ’T’ jelölést alkalmaztam.

Az értekezés tézisei

1. Tézis *Az összenyomhatatlan, nem-newtoni, hatványtörvényt követő reológiai modellel jellemzett folyadék kétdimenziós, állandósult áramlását nyugvó, vízszintes síklap feletti állandó* U_∞ *sebességű áramlásban meghatározó (T1.1) és (T1.2) határréteg egyenletek a hasonlósági transzformáció alkalmazásával a (T2.5) közönséges differenciálegyenletre egyszerűsíthetők, az ún. általánosított Blasius-egyenletre. Nem-newtoni folyadékáramlásra alkalmazva a módosított Töpfer módszert a (T2.5) és (T2.6) peremérték-feladat helyett a (T2.8) kezdetiérték feladatot lehet megoldani az* $f''(\eta)$ *dimenziómentes sebesség gradiens meghatározására. Az* n *hatványkitevőnek a sebességkomponensekre gyakorolt hatását vizsgáltam. Az* $f'(\eta) = u(x,y)/U_\infty$, $v(x,y)/v^*(x) = \eta f'(\eta) - f(\eta)$ *sebesség-profilokból megállapítottam, hogy a határréteg vastagsága csökken, ha* n *növekszik (2.2-2.3 ábrák). A dimenziómentes* $f''(\eta)$ *sebességgradiens a fal melletti* $f''(0) = \gamma$ *pozitív értéktől monoton csökken 0-ig. Látható, hogy* n *értékének növelésével a csökkenés mértéke nagyobb (2.4. ábra). Azt találtam, hogy az* n *folyási kitevő az* $f''(0)$ *értékre jelentős hatást gyakorol; kb.* $n = 0.7$*-ig csökken, ezt követően pedig monoton nő (2.5. ábra) [T16], [T26], [T23].*

2. Tézis *Megmutattam, hogy a (T2.5), (T2.6) általánosított Blasius-feladatra létezik* $f(\eta) = \eta^2 \sum_{k=0}^{\infty} a_k \eta^{3k}$ *sor alakú megoldás, ahol az első három együttható:*

$$a_0 = \frac{\gamma}{2}, \qquad a_1 = -\frac{\gamma^{3-n}}{5!n(n+1)}, \qquad a_2 = \frac{\gamma^{5-2n}(21-10n)}{8!n^2(n+1)^2},$$

a további együtthatók meghatározására rekurzív formulát adtam. Kiszámítottam a hatványsor konvergencia sugarát. A numerikus eredmények azt mutatják, hogy a konvergencia sugár jelentősen nő az n *kitevő növelésével [T16].*

3. Tézis *Nem-newtoni hatványtörvénnyel jellemzett folyadékra a (T1.1) folytonossági - és (T1.2) mozgásegyenletekből* $U_\infty = \tilde{B}y^\sigma$ *sebességre a hasonlósági transzformáció módszerével egy peremérték feladat származtatható. Az alapegyenletekhez az*

$$u(x,0) = 0, \;\; v(x,0) = 0 \;\; \textit{és} \;\; \lim_{y\to\infty} u(x,y) = \tilde{B}y^\sigma$$

peremfeltételek járulnak, amelyekből a transzformált peremérték feladat:

$$\begin{aligned}\left(|f''|^{n-1} f''\right)' - \alpha f f'' + M f'^2 &= 0, \;\; M = -\frac{\sigma}{(2-n)\sigma + (n+1)}, \\ f(0) = 0, \;\; f'(0) &= 0, \;\; \lim_{\eta\to\infty} f'(\eta) = \tilde{A}\eta^\sigma.\end{aligned}$$

A sebességkomponensek, ha $n \neq 2$ *a hasonlósági változókkal kifejezhetők:*

$$u(x,y) = (K/\rho)^{1/(2-n)} x^{-M} f'(\eta), \quad v(x,y) = x^{-(\alpha+1)}\left[\alpha f(\eta) + \beta\eta f'(\eta)\right].$$

A hasonlósági megoldást az $f(\eta) = \eta^2 \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k \eta^{3k}$ *hatványsor alakban adtam meg, ahol a sor együtthatóira vonatkozóan rekurzív képletet állítottam elő. Numerikus számításokat végeztem különböző* n $(0.5;\ 1;\ 1.5)$ *és különböző* σ $(-1/2;\ -1/3;\ 0)$ *értékekre (2.7-2.12 ábrák). A számítások alapján megállapítottam, hogy a fal melletti nyírófeszültségben szereplő* $[f''(0)]^n$ *és a határréteg vastagsága mind* $\sigma = 0$, *mind* $\sigma = -1/2$ *esetén csökken, ha az* n *paraméter értéke nő. Eredményeim Cossali [T32] által a newtoni esetre megadott eredményeknek az általánosítása nem-newtoni hatványközegre, ha* $n \neq 2$ *[T18], [T22].*

4. Tézis *Nyugvó közegben* $U_w(x) = Ax^\kappa$ *sebességgel mozgó át nem eresztő és áteresztő felületnél általánosítottam Crane, ill. Gupta és Gupta megoldását* $f(\eta) = \alpha\left(A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i\ a^i\ e^{-\alpha i \eta}\right)$ *exponenciális sor alakban, ahol* $\alpha > 0$, $A_0 = 1$, *és* A_i $(i = 1, 2, ...)$ *az együtthatókat jelöli. Az együtthatók meghatározására módszert adtam, amikor a felület át nem eresztő, ill. áteresztő . A fal melletti*

$$\tau_w = \left[\rho\mu A^3 \frac{\kappa + 1}{2}\right]^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3\kappa - 1}{2}} f''(0),$$

nyírófeszültségben szereplő $f''(0)$ *értékeket mindkét esetben kiszámítottam (3.1-2 táblázatok) [T19].*

5. Tézis *Nyugvó hatványközegben* U_w *állandó sebességgel mozgó, át nem eresztő lap mellett kialakuló folyadék áramlási tuladonságait vizsgáltam. Az (T1.1) és (T1.2) határréteg egyenleteket az*

$$u(x, 0) = U_w(x), \quad v(x, 0) = 0, \quad \lim_{y \to \infty} u(x, y) = 0$$

peremfeltételekkel tekintettem. A hasonlósági megoldások a (T2.5) egyenletet elégítik ki az

$$f(0) = 0, \qquad f'(0) = 1, \qquad \lim_{\eta \to \infty} f'(\eta) = 0$$

feltételekkel. Pszeudo-plasztikus közegre végeztem számításokat. Megállapítottam, hogy n *növelésével a felületi súrlódási paraméter, a* $[-f''(0)]^n$ *értéke és a határréteg vastagsága is csökken [T17].*

6. Tézis *Egyenletes* U_∞ *sebességű főáramlásban az áramlással ellentétes irányú* U_w *sebességgel mozgó síkfelületen a számításaim alapján hasonlósági megoldás akkor létezik, ha a sebességek hányadosára* $\lambda < \lambda_c$. *A (T2.5), (T2.14) peremértékfeladat megoldására iteratív eljárást adtam meg, mellyel meghatároztam az* $f''(0)$ *felületi súrlódási paraméter értékeket különböző* n *és* λ *paraméterekhez. Megmutattam, hogy a* λ_c *felső korlát értéke nő, ha* n *növekszik (4.3. ábra). Numerikus számítások alapján bemutattam, hogy* $[f''(0)]^n$ *hogyan változik* λ*-val különböző* n*-ekre (4.2. ábra) [T27]. A nyírófeszültségben szereplő* $f''(\eta)$ *grafikonjainak változását különböző* λ *értékekre ábrázolva megállapítottam, hogy* f'' *negatív* λ *esetén szigorúan monoton csökken, míg* *pozitív λ esetén maximumát a határrétegben veszi fel. A λ_c értékekre felső becslést adtam általánosítva Hussaini, Lakin és Nachman [T42] eredményét [T20].*

7. Tézis *A hasonlósági megoldásokat összehasonlítottam az ANSYS FLUENT kereskedelmi szoftverrel kapott numerikus megoldásokkal mozgó felülettel párhuzamos zavartalan áramlásban, hatványtörvénnyel jellemzett nem-newtoni közegben. Az (T1.1) és (T1.2) határréteg egyenletek helyett a numerikus szimulációk során a teljes (T1.1), (T2.15), (T2.16) és (T2.17) egyenletrendszert vettem figyelembe. A számításokban a nem-newtoni hatványközegben a nyomásra és a sebesség komponensekre kapcsolt egyenletrendszert oldottam meg. Az elméleti (hasonlósági) és a numerikus u/U_∞ sebességmegoldások összehasonlításakor kielégítő egyezést találtam. Így a hasonlósági megoldások verifikálják az ANSYS FlUENT-tel előállított megoldásokat. Továbbá a nyomás és a sebesség eloszlásokra kapott numerikus eredmények a Prandtl-féle határréteg elméletben tett feltételezéseket igazolják.*

8. Tézis *A Marangoni-hatást vizsgáltam newtoni folyadékáramlásban feltételezve, hogy a szilárd felület át nem eresztő, a felületi hőmérsékletváltozás a hely-koordinátának hatványfüggvénye és a felületi feszültség a hőmérséklettel lineárisan változik. A hőmérséklet gradiensben szereplő kitevőt m-mel jelöltem, amely -1 minimum értéke annak felel meg, ha a felületen nincs hőmérséklet változás, azaz nincs Marangoni indukált áramlás. A hasonlósági megoldást exponenciális sor alakban határoztam meg. Ez $m = 1$ kitevő esetén a Crane-féle megoldással egyezik meg [T33]. Az f-re kapott megoldás ismeretében előállítottam a hőmérséklet-eloszlást sor alakjában és megvizsgáltam az m kitevő és a Prandtl-szám változásának hatását. Megállapítottam, hogy f' csökken, ha m nő. A termikus határréteg vastagsága mind m, mind Pr növekedésével nő. A hőmérséklet-eloszlásokból látható, hogy kis Prandtl-számok esetén a Θ hőmérséklet csökken Pr növelésével, míg nagy Pr-számok esetén Pr hatása ellentétes [T24].*

9. Tézis *A határréteg áramlást vízszintes felület mentén belső hőtermelés mellett vizsgáltam. A hasonlósági módszer alkalmazásával a hőátadási jellemzőket viszkózus, összenyomhatatlan, nem-newtoni, hatványtörvénnyel jellemzett folyadékáramlásban mozgó áteresztő síklapon elemeztem konvektív felületi peremfeltétel mellett [T21], [T25]. Mind a hidrodinamikai, mind a termikus határréteg vastagsága nő, ha λ nő, vagy Pr csökken, vagy n csökken. Számításaink azt mutatják, hogy a fal melletti nyírófeszültségben és az ellenállástényezőben szereplő felületi sebesség gradiens növekszik, ha az n hatványkitevő, vagy a felületen a párologtatás sebességét jellemző f_w nő. Az elszívás vékonyítja a termikus határréteget és növeli a fal melletti hőmérséklet meredekségét. A betáplálás vastagítja a határréteget és a profilt S-alakúra módosítja. A hőátadás sebessége a felületen nagyobb az elszívásnál és kisebb a betáplálásnál. Továbbá a hőátadás sebessége a felületen nagyobb dilatáló közegre, mint pszeudo-plasztikusra. Newtoni közegben a numerikus eredményeim jó egyezést mutattak az Aziz [T6] és az Ishak [T43] által megadottakkal.*

A tézisfüzetre vonatkozó további kritika volt, hogy az irodalmi hivatkozások nem egyeznek meg az értekezésbeliekkel. Ennek oka, hogy a tézisfüzetben csak azon irodalmak listáját szerepeltettem, amelyekre ott hivatkozás történt. A hivatkozások száma ugyan más, de a hivatkozott tételek az értekezésben és a tézisfüzetben pontosan megegyeznek. A hivatkozások megkülönböztetésére a tézisfüzetbeli téziseknél ugyancsak a 'T' jelölést alkalmaztam. Néhány esetben az egyenletekre vonatkozó hivatkozás elkerülése miatt a képleteket a tézis szövegébe illesztettem be. A fenti javításban ezt ott, ahol nem okozott a mondatban értelemzavart elkerültem.

Az értekezés 1., 2., 3. 4., 5., 6., 8. és 9. téziseinek elfogadását tisztelettel megköszönöm. A Bíráló a 7. tézist nem tartja új eredménynek. Ebben a tézisben az értekezés többi tézisétől eltérő jellegű eredményt kívántam leírni. Itt pontosan arra akartam rámutatni, hogy a numerikus szimulációk eredményeit a hasonlósági megoldásokkal tudjuk verifikálni annak ellenére, hogy a hasonlósági eljárás során a Prandtl-elv szerinti egyszerűsített parciális differenciálegyenlet-rendszer megoldásait állítjuk elő és ezt a numerikus szimulációval kapott megoldással vetjük össze. Ez az összehasonlítás arra is alkalmas, hogy megmutassuk a Prandtl szerinti elhanyagolások valóban megtehetők.

Miskolc, 2014. április 12.

Vadászné Bognár Gabriella