Válasz az opponenseknek

Köszönöm az opponensek elismerő szavait és a játékelmélet szerepének az értekezésen túlmutató pozitív értékelését. A bírálatra válaszaimat a bírálóknak külön-külön tételesen, az opponensi véleményben szereplő sorrendben adom meg. Dőlt betűvel az opponens megjegyzései szerepelnek.

Válasz Páles Zsolt opponensi véleményére

Az általános elismerő vélemény mellett külön örömömre szolgál, hogy oppnensem az értekezést „olvasmányosnak" is találta. Minthogy tételesen megválaszolandó kérdése és kritikája nincs, így természetesen nem is kell válaszolnom.

Válasz Simonovits András opponensi véleményére

A szerző a bevezetésben jelzi, hogy folyamatosan számozza a tételeket és a definíció-kat. Bár ez megkönnyíti a keresést, arra kényszeríti a szerzőt, hogy ne csak a tételeket, hanem a definíciókat is kurziválja. Emiatt a szövegben a kívánatosnál sokkal nagyobb arányban szerepel dőlt betű. Érdemes lenne lemondani a definíciók számozásáról.

Valóban esztétikusabb, ha a dőlt, vastag és normál betűk arányosan szerepelnek. A jövőben erre jobban figyelek.

A kiemelt képletek előtt és után felesleges üres sorok szerepelnek; emiatt a kívánatosnál szellősebbek az oldalak. Bár nagy híve vagyok a rövidítéseknek, túlzott mértékűnek tartom itteni alkalmazásukat. Például a NEP-féle alapfogalom helyett mindig kiírnám a Nash-egyensúlyt, de a „pont"-ot elhagynám.

Két dolgot kellett „kiegyensúlyoznom". A szellős írás jobban áttekinthetővé teszi a szöveget és jobban el lehet helyezni a képleteket. Hogy fel se merülhessen a vád, hogy ezzel az értekezést hosszabbá teszem és ezáltal a több tartalom látszatát keltem, ezért választottam a rövidítéseket, amelyekből csakugyan elég sok van, de a terjedelem növekedése ellen hatnak. Ennek a két törekvésnek lett az eredője a használt formai megoldás, ami biztosan lehetne esztétikusabb.

De legalább ne lenne döntve: NEP.

A kéziratot Scientific word-ben írtam. Ami rövidítés a nyomtatásban dőltnek látszik, az a kéziratban nem az, csak matematikai módban van írva, és minden ilyen pirosnak látszik. Ez megkönnyítette az írás során a visszakeresést. Hiba volt.

Vagy miért kellene tudnunk, hogy az L-Nash jelzőben az L a limitet (határ) rövidíti. A rövidítésjegyzéknek pedig az ábécét kellene követnie, nem az előfordulási sorrendet.

Nem kellene. Elfogadom a kritikát.

A szövegben viszonylag sok elütés található, és zavaróan sok összetett szó van különírva. Például egzisztenciatétel, referenciapont.

Jogos. A word helyesírás ellenőre nem szereti a hosszú összetett szavakat. Egyébként ez a legnehezebb a magyar helyesírásban, amit sajnos nem sikerült tökéletesen elsajátítanom. Igyekszem javulni.

Válasz Tasnádi Attila opponensi véleményére

1. fejezet

Megjegyzendő, hogy Novshek (1985,RES) egzisztencia tétele sem igényelte már a költségfüggvények konvexitását, hanem csak azok monoton növekedését és alulról félig folytonosságát, és a legáltalánosabb Cournot-egyensúly létezését garantáló tételt pedig Ewerhart (2014, GEB) közölte az értekezés beadásának évében.

Ewerhart eredménye természetesen nem volt még publikálva az értekezés írásakor, sőt még a beadáskor sem. Más a helyzet Novshek eredményével. Noha teljes mértékben igaz, hogy egy nagyon általános egzisztencia tétel, amely akár le is nullázhatná a disszertációban ismertetett eredmények egy részét. Vannak azonban érvek amellett, hogy a két munka párhuzamosan létezzék.

1. Novshek bizonyítása nagyon hosszú és bonyolult, ellentétben az akár tankönyvben is szerepeltethető, jól interpretálható, egyszerűen bizonyítható állításokkal (1.15-1.21 tételek).

2. A feltételezett előbb konkáv, majd konvex költségfüggvény kiemelten fontos, a legtöbb mikroökonómia könyvben központi szerepet játszik. Így az erre az esetre kihegyezett egzisztencia tételek (pl. az inflexiós pont elhelyezkedésére vonatkozó 1.20 tétel) közvetlen közgazdasági beágyazottsága jól látható.

3. Az minden olvasó számára nyilvánvaló, hogy a két munka független. A feltételeket végignézve szembetűnő, hogy direktben Novshek sem a stratégiahalmazok korlátosságát, sem az árfüggvény pozitívságát nem teszi fel és így két különböző modellről beszélhetünk. Novshek eredménye az egzisztencia bizonyítás szempontjából általánosabb. Annak a bizonyítása, hogy ez valóban így van, egyáltalán nem triviális. Opponensem, Tasnádi Attila szellemes bizonyítást adott arra, hogy Novshek modellje általánosabb (személyes kommunikáció). Az én bizonyításaimat átnézve, láthatjuk, hogy a költségfüggvény nemnegatívitása nincs sehol kihasználva, így akár pozitív externáliákat is megengedhetnénk, az adott többi feltétel mellett a Nash egyensúly létezik.

4. Az 1.22 tétel új eredmény, magához a kérdésfeltevéshez és a tétel "fordított állításához" még csak hasonlót sem találtam az irodalomban.

Az opponens hiányolja, hogy az előszóban sugalltakkal ellentétben, a szerző saját egzisztencia tétele (1.10. tétel) a fejezet hátralevő részében nem került alkalmazásra. A hiányérzetet pótolja, hogy a kérdéses tételt tartalmazó 1.1. alfejezetben a CF konkavitást felhasználó szakirodalomra vonatkozó utalások megtalálhatóak.

A felvetés jogos. Inkább úgy pontosítanám, hogy a disszertációban nem szerepel kellő súllyal. A disszertációban nem szerepel a Forgó, F. and Joó, I. (1999b) Fixed point and equilibrium theorems in pseudoconvex spaces, Journal of Global Optimization 14: 27-54 cikkben bizonyított 13 fixpont és fixpont-jellegű tétel, amelyek mindegyikében valamilyen módon fel van használva az 1.10 egzisztencia tétel. Való igaz, hogy a Cournot egyensúly létezésére is lehetett volna használni. Ott azonban inkább a közgazdaságilag közvetlenül interpretálható, a közismert Brouwer tételből levezethető egzisztencia tételeket választottam. Azért elbújtatva van az értekezésben ilyen jellegű példa. Az 1.11-es példát lehet ugyanis úgy tekinteni, mint az 1.10 tétel alkalmazását egy duopolium szituációra. Idézzük fel a példát a disszertációból.

1.1. Példa Legyen $G = \{X, Y, f, g\}, X = Y = [-1, 1], f(x, y) = x^2y + x, g(x, y) = -x^2y^2 + y$. Tegyük fel, hogy egy piacon két cég van, amelyek ugyanazt a terméket gyártják, de a cégek reputációja különböző. Jó példa két borász, akik ugyanolyan minőségű bort termelnek, de az egyik reputációja magas, a másik pedig új a piacon. Mindkettő döntési változója az ár, ami a jelenlegi ártól való pozitív és negatív elmozdulás lehet a $[-1, 1]$ intervallumban. A kifizetőfüggvények a profitfüggvények, amelyekből látszik, hogy a profit nem csak a saját ártól, hanem a másik ártól is függ. Látható, hogy $f(., 1)$ nem kvázikonkáv és ezért az 1.3.Tételt nem tudjuk használni. Az $A : (X \times Y) \times (X \times Y)$ aggregátor függvény ebben az esetben

$$A(x, y, u, v) = f(x, v) + g(u, y) = x^2v + x - u^2y^2 + y.$$

Legyen a ψ függvény a következő:

$$\psi(x_1, x_2, y_1, y_2, \lambda) = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda x_1^2 + (1-\lambda)x_2^2} \\ \sqrt{\lambda y_1^2 + (1-\lambda)y_2^2} \end{bmatrix}.$$

Elemi (de kicsit hosszadalmas) számolással igazolható, hogy az A aggregátor függvény CF-konkáv az $X \times Y$ halmazon az $X \times Y$-ra vonatkozóan, így G-nek van NEP-je. Valóban, az $x = -\frac{1}{2}, y = 1$ egy NEP. Ezek szerint az első borásznak árat kell csökkenteni, a másodiknak árat emelni, eltérő mértékben.

Az oligopol játékok körében (is), nem csak példa szintjén, látok lehetőséget az 1.10 tétel alkalmazására az egzisztencia bizonyítására, elsősorban általánosított árbevétel függvények illetve a profitfüggvényekre megadott, közgazdaságilag is interpretálható feltételek mellett.

2. fejezet

Az olvasóban felvetődik annak a lehetősége, hogy ily módon véges, de tetszőlegesen sok játékvezetővel is lehet operálni. Az ezzel kapcsolatos kérdés, hogy milyen eredmények lennének várhatóak egy ilyen jellegű kiterjesztéstől?

Teljesen igaz, hogy akárhány játékvezetővel is lehetne operálni, de ennek a gyakorlati megvalósítása nehéz és talán nem is éri meg. Ez a dolog majdnem, hogy csak ötlet szintjén van, a későbbiekben fog kiderülni, hogy mennyire életképes. Az minden esetre elmondható, hogy a gyáva nyúl játékban van olyan társadalmi hasznossági függvény, amely szerint nagyobb társadalmi hasznosság érhető el, mint az egy játékvezetős esetben.

Egy apró megjegyzésem, hogy a 40.-től 45. oldalig terjedő rész olvasását megkönnyítené, ha a játékosokat más betűvel jelölnék (i játékos, míg j és k akciók).

Igaz.

Az axiómák felsorolásánál megjegyezném, hogy a szimmetria tulajdonság definíciója (90. oldal eleje és 91. oldal közepe) nehezen olvasható, jobban tagolható lett volna.

Igaz.

3.fejezet

Van-e valamilyen jól megfogható olyan intuitív érvelés, ami miatt a magasabb fokú tagokra nincsen szükség a határérték meghatározásához?

Egyszerű oka van. Míg az első fokú tag lineáris és így előfordulhat, hogy nem egyértelmű a megoldás, addig a másodfokú tag kvadratikus és mindig egyértelmű megoldást szolgáltat. A többi tagra nincs szükség. A többkritériumú döntések kontextusában ez az érvelés inkább intuitív, mint általában, de így is inkább "matematikai jellegű" marad.

Egy más jellegű kérdés, hogy skálafüggetlenség (illetve az EWM karakterizációban a homogenitás) mellett az egyet nem értési pontot origónak véve, viszont az F halmazt megfeleleoen transzformálva ($F^*(\alpha) = \alpha(F + r)$) egy (az elhúzódó alkudozás esetén a „ jövőbeli értékekhez" tartozó) ekvivalens problémasereg nyerhető, amely megoldásainak egy „határiránya" vajon kölcsönösen egyértelműen megfeleltethető-e az eredeti megfogalmazás szerinti b^0 L-Nash megoldásnak? A határirány esetleg a szereplők „súlyának" is felfogható.

Legyen F a lehetséges kimenetelek halmaza, 0 az egyet nem értési pont és $r > 0$ az egyet nem értési irány. Parametrizáljuk ezt a következőképpen: $F^*(\alpha) = \alpha(F + r)$. Másképpen: $F^*(\alpha) = \{y : y = \alpha(x + r), x \in F\}$. Az ehhez tartozó Nash-feladat: $\max \Pi_{i=1}^n y_i$, $y \in F^*(\alpha)$, másképpen $\max \alpha^n \Pi_{i=1}^n (x_i + r_i)$,

$x \in F$. Ennek a megoldása nem függ α-tól és általában nem egyenlő az $(F, -r)^L$ probléma L-Nash megoldásával. Az viszont igaz, hogy az egyet nem értési pont fixen hagyása mellett az F halmaz "tágitásával" $F^{**}(\alpha) = F + \alpha r$ a (3.1) feladatot kapjuk meg és így ugyanahhoz a problémához jutunk. Skálafüggetlenség mellett intuitíven világos, hogy mindegy, hogy az egyet nem értési pontot toljuk negatív irányban, vagy a lehetséges kimenetelek halmazát pozitív irányban. Az interpretáció azonban különböző. Az eredeti értelmezésben a tárgyalások elhúzódásával a negatív következmények súlyosbodnak, míg ebben az értelmezésben a lehetőségek tágulnak. Mindkettő elképzelhető, de inkább az eredeti interpretáció passzol a legtöbb gyakorlati problémára. Az egyet nem értési irány mindkét esetben (illetve a komponensek reciproka az első esetben) felfogható a szereplők súlyának.

Forgó Ferenc