

A bírálóbizottság értékelése

Szalay László az MTA doktora fokozat elnyerése érdekében „Polinomiális-exponenciális diofantikus egyenletek és egyenletrendszerek” címmel nyújtotta be értekezését. A disszertáció MTA rövid disszertáció formájában készült, melyben az eredeti cikkek angol nyelven íródtak, míg az eredmények ismertetése magyar nyelven íródott. A rövid disszertáció a szerző részben társszerzőkkel közös 10 dolgozatát tartalmazza. A disszertációban ismertetett dolgozatok a diofantikus számelmélet különböző problémáival foglalkoznak, melyeket az foglal egységbe, hogy a problémák megoldása úgynevezett polinomiális-exponenciális diofantikus egyenletekre, illetve egyenletrendszerekre vezet.

A doktori mű első fejezete azon cikkek eredményeit ismerteti, melyek polinomiális-exponenciális egyenletekkel kapcsolatosak. Az első fejezet legérdekesebb eredménye a szerző 2002-ben publikált önálló eredménye a $2^N \pm 2^M \pm 2^L = z^2$ egyenlettel kapcsolatban. Az eredmény igazolása egy szellemes ötlet mellett a diofantikus approximációs módszerek újszerű, innovatív kombinálását igényelte, másrészt jelentős hatással volt a további kutatásokra. Az itt megkezdett munkát olyan kiemelkedő matematikusok vitték tovább, mint Bennett, Bugeaud, Luca, Mignotte és mások. Az első fejezet második alfejezete a jelölt $(a^n - 1)(b^n - 1) = x^2$ típusú egyenletekkel kapcsolatos (részben társszerzős) eredményeit ismerteti. Nevezetesen a jelölt a fenti egyenletet az $(a, b) = (2, 3); (2, 5); (2, 6); (a, a^k)$ esetekben teljesen megoldotta, illetve olyan eseteket is kezelt, ahol az (a, b) nem rögzített, hanem valamilyen kongruenciának tesz eleget. A harmadik alfejezet a jelölt rekurzív sorozatokban található polinom értékek vizsgálata során elért eredményeit összegzi.

A második fejezet a jelölt 5 diofantikus halmazokkal kapcsolatos cikkét ismerteti. A tekintett esetekben a diofantikus halmazokra vonatkozó feltételrendszer alapvetően egy polinomiális-exponenciális diofantikus egyenletrendszer, így a dolgozat két fejezete jól kapcsolódik egymáshoz. Az első három ismertetett dolgozatban azon diofantikus jellegű A halmazokat vizsgálja a jelölt, melyeknél az A különböző elemei szorzatának 1-gyel megnövelt értékei egy adott másodrendű lineáris rekurzív sorozat tagjai. Szalay (és társszerzői) munkája nyomán kiderül, hogy ebben az esetben a háromelemű halmazok jelentik az érdekes objektumokat. Két kérdés adódik természetesen módon: melyek a végtelen sok fenti jellegű diofantikus hármas lehetőséget tevő sorozatok, illetve adott sorozat esetén hogyan lehet meghatározni a sorozathoz tartozó összes diofantikus hármas. Az első kérdéssel kapcsolatban bizonyos technikai feltétel mellett Szalay (Fuchs-szal és Lucával közösen) megmutatja, hogy csak speciális sorozatokhoz tartozhat végtelen sok diofantikus hármas. A bizonyítás technikás és komplikált, számos módszer, tulajdonság, észrevétel értő alkalmazására és ötvözésére van szükség. A második kérdéssel kapcsolatban a jelölt (Lucával illetve Irmakkal közösen) megmutatja, hogy a Fibonacci-sorozathoz, illetve bizonyos feltételeknek eleget tevő Lucas sorozathoz nem tartozik diofantikus hármas. A fejezetben tárgyalt utolsó két cikkben Szalay azokra a diofantikus jellegű A halmazokra vonatkozó (Zieglerrel közös) eredményei szerepelnek, ahol az A különböző elemei szorzatának 1-gyel megnövelt értékei S-egységek.

Összefoglalva, Szalay László disszertációjában több érdekes, klasszikus kérdésekhez kötődő problémát tárgyal a polinomiális-exponenciális diofantikus egyenletek területén. A bemutatott eredmények fontosak, érdekesek, jelentős előrelépést hoznak, illetve új irányokat nyitnak a vizsgált területeken.

A bizottság a jelölt téziseit elfogadja.