

A bírálóbizottság értékelése

Matolcsi Máté MTA doktori disszertációját „Fourier Analysis in Additive Problems” címmel írta. A disszertáció rövid bevezetésből, és három, a szerző eredményeit bemutató fejezetből áll. Az értekezés sokféle additív problémával foglalkozik, melyek megoldásához a matematika számos ágának módszereit használja. Ezek közül a legfontosabb a címben is szereplő Fourier-analízis. A disszertáció alapjául a jelölt 12 szakcikke szolgál, melyek közül kettő egyszerzős, a többi pedig neves hazai és külföldi matematikusokkal közösen publikált dolgozat.

A második fejezetben a szerző a parkettázások problémájával foglalkozik. Ennek a fejezetnek a legfontosabb eredményei a Fuglede-sejtésre vonatkozó negatív eredmények. A Fuglede-sejtés azt állítja, hogy egy $\mathbb{R}^d$ –beli korlátos nyílt halmaz akkor és csak akkor spektrális, ha parkettázza $\mathbb{R}^d$ –t. A disszertáció a Fuglede-sejtés mindkét irányát megcáfolja. A sejtés egyik irányának cáfolata teljes egészében a jelölt és társszerzői eredeti munkájának az eredménye, míg a másik irány esetén az első (amúgy 5 dimenziós) ellenpélda Terence Tao nevéhez fűződik, Matolcsi Máténak pedig sikerült a dimenziót 4-re majd 3-ra redukálnia. A spektrális halmazok és a parkettázó halmazok hasonlóságai közül sokat szintén a jelölt tárt fel. Ez a fejezet egy olyan konstrukcióval végződik, amely a Fuglede-sejtéssel kapcsolatos elméleti háttér segítségével még fel nem fedezett 8×8 méretű komplex Hadamard-mátrixokat ad meg.

A harmadik fejezet első része a híres Delsarte-féle módszert alkalmazza arra a problémára, hogy ha egy véges Abel-csoportban adott egy szimmetrikus, 0-t tartalmazó A halmaz, akkor mennyire nagy lehet egy olyan B halmaz melynek különbségalmaza csak a 0-ban metszi az A halmazt. A jelölt a fent említett Delsarte-féle módszer egy változatát kidolgozva erre a problémára ad Fourier-analitikus becslést, majd ennek tulajdonságait is elemzi. A fejezet második felében a matematika különféle területeiről származó problémákra történő alkalmazások bemutatására kerül sor.

A disszertáció negyedik fejezetében összeghalmazok számosságára vonatkozó eredményeit ismerteti a jelölt. Az itt alkalmazott módszerek tisztán kombinatorikai jellegűek, nem használnak Fourier analízist. Ennek a fejezetnek az első felében egész számokból álló $A_1, \dots, A_k$ halmazok $A_1 + \dots + A_k$ összeghalmazok számosságának az $A_1 + \dots + A_{i-1} + A_{i+1} + \dots + A_k$ hiányos összeghalmazok számosságával való viszonyára ad szuperadditivitási és szubmultiplikativitási tételeket. A fő újdonság a korábbi eredményekhez képest, hogy a korábban csak kis k esetén ismert tételeket tetszőleges k esetére terjeszti ki. A fejezet második részében bizonyos $\mathbb{R}^d$ -beli összeghalmazok számosságára ad alsó becslést, ezzel jelentősen kiterjesztve Freiman egy ilyen jellegű lemmáját.

Összefoglalva, Matolcsi Máté a Fourier analízis additív problémákban való felhasználásának különböző területein és az összeghalmazokkal kapcsolatban ért el jelentős, mély és érdekes, sok esetben áttörést jelentő eredményeket és érdemben hozzájárult a terület fejlődéséhez. A dolgozat szépsége részben a vizsgált problémák természetességéből fakad, részben azokból az összefüggésekből, amelyeket a szerző a matematika különböző területei között feltár és felhasznál. A bizonyítások gondolatmenetében Fourier analízis, geometria, kombinatorika és számelmélet keveredik. A bizonyítások között akadnak kifejezetten nehéz, technikás bizonyítások is.

A bizottság a jelölt téziseit elfogadja.