Válasz Krisztin Tibor opponensi bírálatára

Mindenekelőtt megköszönöm Dr. Krisztin Tibor, az MTA levelező tagja opponensi munkáját és véleményét.

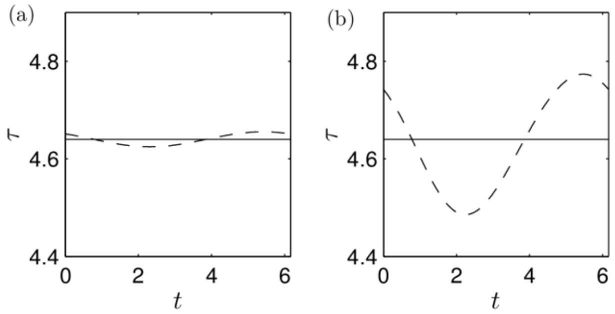
Válaszok a bíráló kérdéseire, megjegyzéseire:

1. kérdés:

Felvetődik a kérdés, hogy az időkésést a megoldás függvényében definiáló implicit (4.5) egyenlet miért oldható meg, továbbá miért differenciálható a megoldás, milyen térben érvényes a (4.22) formula.

Válasz:

Az időkésést a megoldás függvényében definiáló implicit (4.5) egyenletnek az $x(t) \equiv \bar{x}$ állandó megoldás esetén van egyértelmű megoldása: $\tau = 60/\Omega$. Mivel a dinamikai modell alapján a szerszám pozíciója (és sebessége) az idő folytonos függvénye, ezért feltételezhetjük, hogy az egyensúlyi helyzet körüli $x(t) \equiv \bar{x} + \xi(t)$ mozgások esetén is létezik egy időben folytonosan differenciálható $\tau = \tau(\bar{x}, \xi(t))$ megoldás. Ezt a megoldást az [1] cikkben - ahol az állapotfüggő késleltetésű egyenlet egyensúlyi helyzetének vonzási tartományát vizsgáltuk David Barton matematikussal együttműködve - meg is határoztuk. Az 1. ábra a numerikusan meghatározott időkésést mutatja az előtolás és a munkadarab kerületének a különböző hányadosa (ρ) esetén. Az időben folytonosan differenciálható $\tau = \tau(\bar{x}, \xi(t))$ megoldás létezése igazolja a (4.22) formulát is.



1. ábra: A disszertáció (4.5) egyenletének numerikus megoldásával kapott időkésés értéke $\rho = 0.001$ (a) és $\rho = 0.01$ (b) esetén. Folytonos vonal: az állandó megoldás közelében; szaggatott vonal: a kialakuló szerszámgéprezgés esetén [1].

2. megjegyzés:

Egyébként a (4.22) csak állandó függvényre érvényes, pl. periodikus megoldás mentén már nem. Ugyanis a derivált általában tartalmazza a függvény deriváltját is, ami nulla az egyensúlyi helyzetben, és ezért marad (4.22) korrekt.

Válasz:

Igen, periodikus pálya körüli mozgások esetén, mint pl. marási folyamatok állapotfüggő késleltetést tartalmazó modelljénél, figyelembe kell venni az időkésés és az állapotváltozók időfüggését is. Ezt a levezetést a marási folyamatokra a [2] cikkben végeztük el Hartung Ferenccel együttműködve a [3] cikk alapján. Ugyanennek a modellnek a lokális és globális stabilitásvizsgálatát Bachrathy Dániel, Turi János és Stépán Gábor publikálták 2010-ben [4].

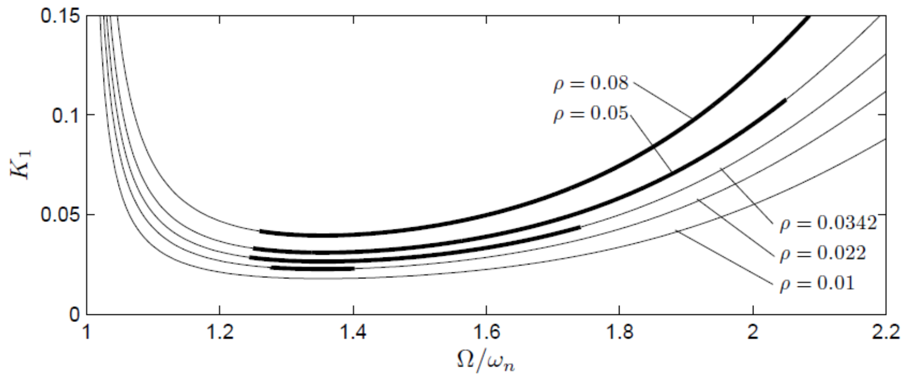
3. kérdés:

Mondható-e valami arról, hogy - a rögzített paraméterek mellett, amikor van lokális stabilitás - az állapotfüggő késleltetéses egyenlet egyensúlyi helyzetének vonzási tartománya nagyobb, mint az állandó késleltetésű egyenleté?

Válasz:

A fent említett [1] cikkben David Barton matematikussal együttműködve vizsgáltuk az esztergálási folyamatot leíró állapotfüggő késleltetéses egyenlet egyensúlyi helyzetének vonzási tartományát. A számításhoz David Barton a DDE-BIFTOOL pályakövető szoftver algoritmusát módosította úgy, hogy az képes legyen implicit egyenlettel definiált állapotfüggő késleltetést is kezelni. A numerikus számítások eredménye azt mutatja, hogy az állapotfüggő késleltetés hatására bizonyos paramétertartományokban az állandó késleltetésű esztergálási modellre jellemző szubkritikus bifurkáció helyett szuperkritikus bifurkáció is megjelenhet a stabilitási határok mentén. Azaz lokális stabilitás esetén a vonzási tartomány növekedik, sőt, szuperkritikus határciklus is kialakulhat az állapotfüggő időkésés hatására. Ez a példa egy újabb bizonyítéka a bíráló által említett heurisztikusan elfogadott állításnak, miszerint "az állapotfüggés stabilizál".

A 2. ábra az [1] cikkben kapott stabilitási görbéket mutatja az előtolás és a munkadarab kerületének a különböző hányadosa (ρ) esetén. Vékony vonal jelöli az szubkritikus bifurkációval keletkező stabilitásvesztést, míg a szuperkritikus bifurkációkat vastag vonal jelöli.



2. ábra: Szubkritikus (vékony vonal) és szuperkritikus (vastag vonal) stabilitási határok az esztergálási folyamatot leíró állapotfüggő késleltetéses egyenlet esetén [1].

4. kérdés:

Váltakozó fordulatszámú marási folyamatok stabilitásvizsgálata során felvetődik a kérdés, hogy a periódusok összemérhetőségére vonatkozó nem természetes feltétel elvetésével megváltozik-e a stabilitási tulajdonság?

Válasz:

Ha a fordulatszám változtatásának periódusa és az átlagos fogkövetési periódus aránya nem racionális szám, akkor a rendszer többé már nem periodikus, hanem kváziperiodikus, és a Floquet-elmélet nem alkalmazható. Kváziperiodikus rendszerek vizsgálatával nem foglalkoztam, de mivel a marási folyamatot mindig egy enyhén csillapított dinamikai rendszerként modellezhetjük, feltételezhető, hogy a periódusidő perturbálása esetén a kváziperiodikus rendszer megoldása véges ideig közel marad az eredeti periodikus rendszer megoldásához. Ilyen értelemben a kváziperiodikus rendszer stabilitási térképének egy jó közelítését adja a megfelelő periodikus rendszer stabilitási térképe.

Hasonló jelenség fordul elő marási folyamatok digitális szabályozása esetén. Ebben az esetben az átlagos fogkövetési periódus és a szabályozás mintavételezési periódusának hányadosa tipikusan nem racionális szám, így a szerszámgéprezgést leíró mozgásegyenletet kváziperiodikus lesz. Ilyen jellegű vizsgálatokat Lehotzky Dávid PhD hallgatóval végeztünk. Az első, még az esztergálási folyamat digitális szabályozását leíró periodikus rendszerekre vonatkozó, eredményeket az [5] cikk tartalmazza.

Hivatkozások

[1] Insperger T, Barton DAW, Stépán G (2008) Criticality of Hopf bifurcation in state-dependent delay model of turning processes. *Int J Nonlin Mech* **43**:140-149.

[2] Insperger T, Stépán G, Hartung F, Turi J (2005) State dependent regenerative delay in milling processes, in *Proceedings of ASME International Design Engineering Technical Conferences*, Long Beach CA, paper no. **DETC2005-85282** (CD-ROM).

[3] Hartung F (2005) Linearized stability in periodic functional differential equations with state-dependent delays. *J Comput Appl Math* **174**:201-211.

[4] Bachrathy D, Turi J, Stépán G (2011) State dependent regenerative eect in milling processes. *J Comput Nonlin Dyn-T ASME,* **6**:041002.

[5] Lehotzky D, Turi J, Insperger T (2014) Stabilizability diagram for turning processes subjected to digital PD control. *Int J Dynam Control* **2**:46-54.

Budapest, 2015. május 17.

Insperger Tamás